

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO * HỘI TOÁN HỌC VIỆT NAM

Toán học & Tuổi trẻ

11
2003

SỐ 317 - NĂM THỨ 40 - TẬP CHÍ RA HÀNG THÁNG

DÀNH CHO TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VÀ TRUNG HỌC CƠ SỞ



**CHÚC MỪNG CÁC
THẦY CÔ GIÁO
NHÂN NGÀY
NHÀ GIÁO
VIỆT NAM**



TRUNG TÂM GIÁO DỤC TX SÓC SƠN, HÀ NỘI

HOẠT ĐỘNG CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC



Sáng ngày 17/10/2003, cùng với hàng trăm cơ quan, đơn vị và cá nhân trong và ngoài nước, đại diện Nhà xuất bản Giáo dục đã ủng hộ số tiền 30 triệu đồng cho những người nghèo nhân dịp sơ kết 3 năm cuộc vận động *Ngày vì người nghèo* và phát động tháng vận động cao điểm *Vì người nghèo* (17/10/2003 - 18/11/2003) do Trung ương Mặt trận Tổ quốc Việt Nam phát động.

Hưởng ứng cuộc vận động này, từ năm 2001, toàn thể cán bộ viên chức NXB Giáo dục đã tích cực tham gia ủng hộ người nghèo dưới nhiều hình thức, từ quyền góp tiền, đồ dùng học tập, quần áo, sách cho các thư viện trường học các địa phương trong cả nước, chăm sóc, phụng dưỡng bà mẹ Việt Nam anh hùng... cho đến các học bổng trao tặng cho những đối tượng học sinh nghèo vượt khó, học giỏi của thành phố Hà Nội và phường Trần Hưng Đạo, nơi Nhà xuất bản đóng trụ sở. Chỉ tính riêng từ năm 2002 đến tháng 10/2003, NXB Giáo dục khu vực phía Bắc đã đóng góp 1.538.404.000 đồng cho công tác xã hội. Những hoạt động từ thiện này đã được Ban lãnh đạo NXB Giáo dục xem như một phần hoạt động thường niên của mình, là trách nhiệm và vinh dự được đóng góp một phần nhỏ bé vào quá trình xóa đói giảm nghèo, nâng cao đời sống vật chất, tinh thần cho nhân dân.

Nhà xuất bản Giáo dục cũng đang dự kiến sẽ thành lập một quỹ học bổng mang tên *Quỹ học bổng NXB Giáo dục* để khuyến khích những học sinh nghèo vượt khó, đạt thành tích cao trong học tập.

Căn cứ Quyết định số 102/2003/QĐ-TTg ngày 21/5/2003 của Thủ tướng Chính phủ phê duyệt Đề án thí điểm chuyển NXB Giáo dục sang hoạt động theo mô hình Công ty mẹ - Công ty con, ngày 28/7/2003, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã chính thức ban hành Quyết định tổ chức lại NXB Giáo dục thành Công ty mẹ theo mô hình Công ty mẹ - Công ty con. Ngày 20/10/2003, tại NXB Giáo dục, Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo Nguyễn Minh Hiền đã công bố quyết định bổ nhiệm Hội đồng Quản trị, Ban Tổng Giám đốc và Kế toán trưởng NXB Giáo dục. Ông Ngô Trần Ái được bổ nhiệm là Chủ tịch Hội đồng Quản trị kiêm Tổng Giám đốc NXB Giáo dục, ông Vũ Dương Thụy được bổ nhiệm là Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXB Giáo dục.

Phát biểu tại lễ công bố quyết định, Bộ trưởng Nguyễn Minh Hiền đánh giá cao những đóng góp của NXB Giáo dục trong nhiều năm qua, đặc biệt là nỗ lực của cán bộ viên chức NXB trong năm học 2001-2002, 2002-2003 với nhiệm vụ biên tập, xuất bản và phát hành sách giáo khoa phục vụ chương trình mới. Bộ trưởng cũng hi vọng với việc tổ chức lại NXB Giáo dục theo mô hình Công ty mẹ - Công ty con, sẽ đem đến cho NXB nguồn nội lực mới trong sản xuất kinh doanh, góp phần thực hiện tốt hơn nữa nhiệm vụ chính trị được giao. Thay mặt cán bộ viên chức NXB Giáo dục, ông Ngô Trần Ái, Chủ tịch Hội đồng quản trị kiêm Tổng giám đốc, hứa sẽ nỗ lực phấn đấu hoàn thành tốt nhiệm vụ xuất bản và phát hành sách giáo dục, đồng thời đảm bảo hoạt động kinh doanh, phát huy những lợi thế mới của mô hình Công ty mẹ - Công ty con.

Bài : BẠCH KIM
Ảnh : TRỌNG TRÍ

Dành cho các bạn TRUNG HỌC CƠ SỞ



Trong các đề thi học sinh giỏi, đề thi vào các lớp chuyên toán, thường có các bài toán xác định đa thức hoặc tính giá trị của đa thức. Nếu ta biết cách dùng một đa thức phụ thì có thể giải quyết bài toán đó khá đơn giản.

Phương pháp dùng đa thức phụ cần đến các kiến thức cơ bản sau:

- Định lý Bơ-đu về đa thức:

$$f(x) = (x-a)g(x) + f(a)$$

- Phương pháp hệ số bất định:

$$\text{Giả sử } f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$g(x) = b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$$

Nếu $f(x) = g(x)$ với ít nhất 4 giá trị phân biệt của x thì $a_3 = b_3, a_2 = b_2, a_1 = b_1, a_0 = b_0$.

Bạn đọc có thể xem chứng minh các vấn đề trên trong THPT số 314 (8/2003).

Dưới đây trình bày phương pháp dùng đa thức phụ để giải một số dạng toán xác định đa thức hoặc tính giá trị của đa thức.

Bài toán 1. Cho đa thức $f(x)$ bậc 4 với hệ số bậc cao nhất là 1 và thỏa mãn $f(1) = 10, f(2) = 20, f(3) = 30$. Tính $\frac{f(12)+f(-8)}{10} + 15$

Lời giải. Đặt $g(x) = f(x) - 10x \Rightarrow g(1) = g(2) = g(3) = 0$ do bậc $f(x)$ là 4 nên bậc $g(x)$ là 4 và từ $g(x)$ chia hết cho $(x-1), (x-2), (x-3)$ suy ra $g(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-x_0)$. Từ đó $f(x) = g(x) + 10x = (x-1)(x-2)(x-3)(x-x_0) + 10x$.

Ta tính được

$$\frac{f(12)+f(-8)}{10} + 15 = 1984 + 15 = 1999$$

Trong lời giải trên có vẻ thiếu tự nhiên ở chỗ đặt đa thức phụ $g(x) = f(x) - 10x$.

Tại sao lại tìm được đa thức phụ $g(x) = f(x) - 10x$ như thế? Để trả lời câu hỏi này ta đưa ra thuật toán tìm đa thức phụ:

Bước 1. Đặt $g(x) = f(x) + h(x)$ ở đó $h(x)$ là một đa thức có bậc nhỏ hơn bậc của $f(x)$, đồng thời

Phương pháp DÙNG ĐA THỨC PHỤ

TRINH XUÂN TÌNH

(GV THPT Phú Xuyên B, Hà Tây)

bậc của $h(x)$ nhỏ hơn số giá trị đã biết của $f(x)$. Trong đề bài bậc $h(x)$ nhỏ hơn 3, nghĩa là $g(x) = f(x) + ax^2 + bx + c$.

Bước 2. Tìm a, b, c để $g(1) = g(2) = g(3) = 0$

$$\text{tức là: } \begin{cases} 0 = 10 + a + b + c \\ 0 = 20 + 4a + 2b + c \\ 0 = 30 + 9a + 3b + c \end{cases}$$

Giải hệ này được $a = 0, b = -10, c = 0$, theo phương pháp hệ số bất định suy ra $h(x) = -10x$ hay $g(x) = f(x) - 10x$

Bằng phương pháp dùng đa thức phụ như trên, ta có thể giải được các bài toán khác dưới đây.

Bài toán 2. Cho đa thức $f(x)$ bậc 3 với hệ số của x^3 là một số nguyên, thỏa mãn $f(1999) = 2000$ và $f(2000) = 2001$. Chứng minh rằng $f(2001) - f(1998)$ là hợp số.

(Thi vào chuyên toán ĐHSPhNI, 1999)

Lời giải. • Tìm đa thức phụ.

Đặt $g(x) = f(x) + ax + b$. Tìm a, b để $g(1999) = g(2000) = 0$ tương đương với a, b là nghiệm

$$\text{của hệ } \begin{cases} 0 = 2000 + 1999a + b \\ 0 = 2001 + 2000a + b \end{cases}$$

Giải hệ ta được $a = b = -1$ nên đặt $g(x) = f(x) - x - 1$.

• Tính giá trị $f(x)$. Giả sử $k \in \mathbb{Z}$ là hệ số của x^3 của đa thức $f(x)$. Do bậc của $f(x)$ bằng 3 nên bậc $g(x)$ bằng 3 và $g(x)$ chia hết cho $(x-1999), (x-2000)$ nên

$$g(x) = k(x-1999)(x-2000)(x-x_0) \\ \Rightarrow f(x) = k(x-1999)(x-2000)(x-x_0) + x + 1.$$

Tính được $f(2001) - f(1998) = 3(2k+1)$ là hợp số.

Bài toán 3. Cho đa thức $f(x)$ bậc 4 có hệ số bậc cao nhất là 1 và thỏa mãn $f(1) = 3, f(3) = 11, f(5) = 27$. Tính giá trị của $f(-2) + 7f(6)$.

(Bài T2/276, THPT 6/2000)

Lời giải. • Tìm đa thức phụ.

Đặt $g(x) = f(x) + ax^2 + bx + c$. Tìm a, b, c để $g(1) = g(3) = g(5) = 0 \Leftrightarrow a, b, c$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 0 = 3 + a + b + c \\ 0 = 11 + 9a + 3b + c \\ 0 = 27 + 25a + 5b + c \end{cases}$$

Giải hệ ta được $a = -1, b = 0, c = -2$ nên đặt $g(x) = f(x) - x^2 - 2$.

• **Tính giá trị $f(x)$.**

Bậc $f(x)$ là 4 nên bậc $g(x) = 4$ và $g(x)$ chia hết cho $(x-1), (x-3), (x-5)$ nên

$$g(x) = (x-1)(x-3)(x-5)(x-x_0) \\ \Rightarrow f(x) = (x-1)(x-3)(x-5)(x-x_0) + x^2 + 2$$

Tính được $f(-2) + 7f(6) = 1112$

Bài toán 4. Tìm đa thức $f(x)$ bậc 3 biết $f(0) = 10, f(1) = 12, f(2) = 4, f(3) = 1$.

(Đề thi HS giỏi CHDC Đức 1979)

Lời giải. • **Tìm đa thức phụ**

Đặt $g(x) = f(x) + ax^2 + bx + c$. Tìm a, b, c để $g(0) = g(1) = g(2) = 0 \Leftrightarrow a, b, c$ là nghiệm của

$$\text{hệ: } \begin{cases} 0 = 10 + c \\ 0 = 12 + a + b + c \\ 0 = 4 + 4a + 2b + c \end{cases}$$

Giải hệ ta được: $a = 5, b = -7, c = -10$ nên đặt $g(x) = f(x) + 5x^2 - 7x - 10$ với $g(0) = g(1) = g(2) = 0$.

• **Xác định $f(x)$** : Do bậc $f(x)$ bằng 3 nên bậc $g(x)$ bằng 3 và $g(x)$ chia hết cho $x, (x-1), (x-2)$.

Gọi m là hệ số của x^3 của đa thức $f(x)$ thì $g(x) = mx(x-1)(x-2)$

$$\Rightarrow f(x) = mx(x-1)(x-2) - 5x^2 + 7x + 10$$

Mặt khác theo giả thiết $f(3) = 1 \Rightarrow m = 5/2$.
Vậy đa thức cần tìm là:

$$f(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{25}{2}x^2 + 12x + 10$$

Bài toán 5. Tìm đa thức $f(x)$ bậc 3 biết rằng khi chia $f(x)$ cho $(x-1), (x-2), (x-3)$ đều được dư là 6 và $f(-1) = -18$.

(Đề thi HS giỏi lớp 8, Q.1, Tp.HCM 1995)

Lời giải. • **Tìm đa thức phụ**

Theo định lý Bơ-du ta có $f(1) = f(2) = f(3) = 6$.

Đặt $g(x) = f(x) + ax^2 + bx + c$. Ta tìm a, b, c để $g(1) = g(2) = g(3) = 0 \Leftrightarrow a, b, c$ là nghiệm

$$\text{của hệ } \begin{cases} 0 = 6 + a + b + c \\ 0 = 6 + 4a + 2b + c \\ 0 = 6 + 9a + 3b + c \end{cases}$$

Giải hệ này được $a = b = 0, c = -6$ nên đặt $g(x) = f(x) - 6$ với $g(1) = g(2) = g(3) = 0$.

• **Xác định $f(x)$** : Do bậc $f(x)$ bằng 3 nên bậc $g(x)$ bằng 3 và $g(x)$ chia hết cho $(x-1), (x-2), (x-3)$ suy ra $g(x) = n(x-1)(x-2)(x-3)$ ở đó n là hệ số của x^3 của đa thức $f(x) \Rightarrow f(x) = n(x-1)(x-2)(x-3) + 6$.

Mặt khác $f(-1) = -18 \Rightarrow n = 1$
 $\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x$.

Các bạn hãy sử dụng phương pháp dùng đa thức phụ để giải các bài tập sau.

Bài 1. Tìm đa thức $f(x)$ bậc hai biết

$$f(0) = 19, f(1) = 5, f(2) = 1995$$

Bài 2. Tìm đa thức $f(x)$ bậc 3 biết $f(0) = 2, f(1) = 9, f(2) = 19, f(3) = 95$.

HƯỚNG DẪN GIẢI... (tiếp trang 3)

Do đó $\triangle CIP \sim \triangle CQI \Rightarrow \frac{CI}{CQ} = \frac{CP}{CI}$ hay

$$a^2 = b.c.$$

Câu V.

• Xét M thuộc cung BC không chứa A . Áp dụng định lý Pto-lê-mê cho tứ giác nội tiếp $ABMC$ ta có:

$$MA.BC = AB.MC + AC.MB.$$

Từ đó: $MA + MB + MC =$

$$= MC \left(\frac{AB}{BC} + 1 \right) + MB \left(\frac{AC}{BC} + 1 \right) = MC \cdot \frac{AE}{BC} + MB \cdot \frac{AF}{BC}$$

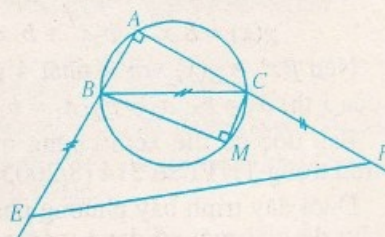
$$\leq \sqrt{\left(\frac{MB^2}{BC^2} + \frac{MC^2}{BC^2} \right) (AF^2 + AE^2)} = EF.$$

(BĐT Bu-nhi-a-côp-xki)

• Khi M thuộc cung BC chứa A thì chứng minh tương tự và $MA + MB + MC \leq EF$ vẫn đúng trong các trường hợp $M \equiv A$ hoặc $M \equiv B$ hoặc $M \equiv C$.

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow \frac{MB}{AF} = \frac{MC}{AE} \\ \Leftrightarrow \triangle AEF \sim \triangle MCB \text{ hay } \widehat{MBC} = \widehat{AFE}.$$

Hướng dẫn giải
ĐOÀN QUANG MẠNH



HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN TOÁN

TRƯỜNG THPT NK TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2003

(Đề thi đã đăng trên THPT số 315 tháng 9 năm 2003)

Câu I. 1) Quy đồng mẫu số để rút gọn biểu thức của x được $x = \sqrt{2}$. Thay $x = \sqrt{2}$ vào biểu thức A được $A = 1$.

2) Nhận xét rằng $(1, b)$ không thỏa mãn điều kiện (ĐK) đề bài, nên $a \geq 2$. Từ giả thiết suy ra:

$$b(a^2 - 2) = [a(ab+2) - 2(a+b)] : (ab+2) \\ \Rightarrow 2(a+b) : (ab+2), \text{ do đó tồn tại } k \text{ nguyên dương sao cho}$$

$$2(a+b) = k(ab+2) \quad (1)$$

Nếu $k \geq 2$ thì từ (1) có $a+b \geq ab+2$
 $\Rightarrow (a-1)(b-1) + 1 \leq 0$, mâu thuẫn.

Do vậy $k = 1$. Từ (1) có $2(a+b) = ab+2$
 $\Leftrightarrow (a-2)(b-2) = 2$.

Giải PT này với nghiệm nguyên dương được (a, b) là $(3, 4)$ và $(4, 3)$. Thử lại thấy chỉ có $(a, b) = (4, 3)$ thỏa mãn.

Câu II. 1) Bất đẳng thức (BĐT) đã cho tương đương với:

$$b^2 - ab - bc + ca \leq 0 \Leftrightarrow (a-b)(c-b) \leq 0. \\ \text{BĐT này đúng theo giả thiết bài toán. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } a = b \text{ hoặc } b = c.$$

$$2) \text{ Áp dụng BĐT 1) và theo giả thiết có} \\ a^2 - b^2 + c^2 - d^2 \geq (a-b+c)^2 - d^2 \\ = (a-b+c-d)(a-b+c+d) \geq (a-b+c-d)^2$$

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b, d = 0$ hoặc $b = c, d = 0$.

Câu III. 1) Giải PT:

$$5\sqrt{1+x^3} = 2(x^2+2) \quad (1)$$

ĐK: $1+x^3 \geq 0 \Leftrightarrow (1+x)(x^2-x+1) \geq 0$, mà $x^2-x+1 > 0, \forall x$ nên ĐK đó tương đương với

$1+x \geq 0$. Đặt $u = \sqrt{x+1}, v = \sqrt{x^2-x+1}, u \geq 0, v > 0$. PT (1) trở thành: $5uv = 2(u^2+v^2)$

$$\Leftrightarrow 2(u/v)^2 - 5(u/v) + 2 = 0.$$

Giải PT bậc hai với ẩn u/v được $u/v = 2$ hoặc $u/v = 1/2$.

Với $u/v = 2$, PT (1) vô nghiệm.

Với $u/v = 1/2$ có $\sqrt{x^2-x+1} = 2\sqrt{x+1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x^2 - 5x - 3 = 0 \end{cases} \text{ hệ này có hai nghiệm}$$

$$x_1 = \frac{5-\sqrt{37}}{2}, x_2 = \frac{5+\sqrt{37}}{2}.$$

2) Hệ PT:

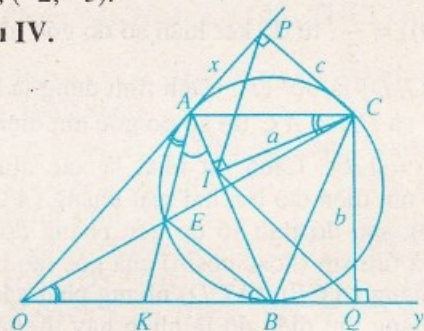
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 19(x-y)^2 \\ x^2 - xy + y^2 = 7(x-y) \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x-y)^2 - xy = 0 \\ (x-y)^2 - 7(x-y) + xy = 0 \end{cases}$$

Đặt $u = x-y, v = xy$, hệ trên trở thành

$$\begin{cases} 6u^2 - v = 0 \\ u^2 - 7u + v = 0 \end{cases}$$

Hệ trên có 2 nghiệm (u, v) là $(0, 0)$ và $(1, 6)$. Do đó hệ ban đầu có 3 nghiệm (x, y) là $(0, 0)$ và $(3, 2), (-2, -3)$.

Câu IV.



1) Ta có $\widehat{KOC} = \widehat{AOC} = \widehat{KAO}$. Từ $\triangle KOE \sim \triangle KAO$ suy ra: $\frac{KE}{OK} = \frac{OK}{KA}$ hay $OK^2 = KE.KA$ (1).

Mặt khác $\triangle KBE \sim \triangle KAB$ nên $KB^2 = KE.KA$ (2). Từ (1), (2) có $OK = KB$.

2) Từ $\triangle OAE \sim \triangle OCA$ có $\frac{EA}{CA} = \frac{OA}{OC}$; $\triangle OBE \sim \triangle OCB$ do đó $\frac{EB}{CB} = \frac{OB}{OC}$. Vì $OA = OB$ suy ra: $\frac{EB}{EA} = \frac{CB}{CA}$ (đpcm).

3) Dựng $CI \perp AB, CP \perp Ox, CQ \perp Oy$ ta có: $\widehat{CPI} = \widehat{CAI} = \widehat{ABO} = \widehat{QCI}$; $\widehat{CQI} = \widehat{CBA} = 180^\circ - \widehat{CAO} = \widehat{CIP}$ (các đẳng thức vẫn đúng khi góc xOy nhọn, vuông hoặc tù).

(Xem tiếp trang 2)

CHUẨN BỊ THI VÀO ĐẠI HỌC

NHỮNG SAI LẦM DỄ MẮC PHẢI

KHI LÀM TOÁN THI VÀO ĐẠI HỌC NĂM 2003

(Tiếp theo kì trước)

BÙI QUANG TRƯỜNG

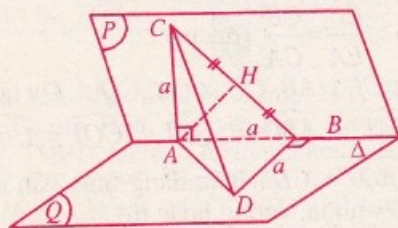
(ĐH Xây dựng Hà Nội)

V. Hình học tổng hợp.

5.1. Đề: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính số đo của góc nhị diện $[B, A'C, D]$ (khối A).

Phân tích. Nhiều thí sinh đã nhầm lẫn giữa khái niệm góc nhị diện và góc giữa hai mặt phẳng. Theo định nghĩa thì góc giữa 2 mặt phẳng là góc (nhọn hoặc vuông) tạo bởi hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó; còn góc nhị diện là góc tạo bởi hai nửa mặt phẳng có chung bờ. Vì thế số đo của góc nhị diện có thể lớn hơn 90° . Số thí sinh trên đã gán hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$ vào hình lập phương đã cho, tính được góc giữa hai mặt phẳng $(A'CB)$ và $(A'CD)$ là 60° , vì $\cos((A'CB), (A'CD)) = \frac{1}{2}$, từ đó kết luận số đo góc nhị diện $[B, A'C, D]$ là 60° (?). Cách tính đúng là kẻ $BH \perp A'C$ và $DH \perp A'C$ thì số đo góc nhị diện bằng $\widehat{BHD} = 120^\circ$. Cách tốt nhất là xác định góc phẳng nhị diện tạo bởi hai mặt phẳng $(A'CB)$ và $(A'CD)$, sau đó tính số đo góc phẳng đó, cách khác là tìm sin (hoặc cosin) của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'CB)$, $(A'CD)$ nhưng phải xác định góc phẳng nhị diện đó là nhọn hay tù, để chọn số đo thích hợp.

5.2. Đề: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau, có giao tuyến là đường thẳng Δ . Trên Δ lấy hai điểm A, B với $AB = a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C , trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC, BD cùng vuông góc với Δ và $AC = BD = AB$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và tính khoảng cách từ A đến mp (BCD) theo a ? (khối D).



Phân tích. Vì quan sát hình không kĩ, có thí sinh đã vội kết luận BC là đường kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ do có góc $\widehat{CAB} = 90^\circ$ (nhưng D không thuộc mặt cầu này vì $\widehat{CBD} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CDB} < 90^\circ$). Lại có thí sinh cho rằng AD là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ vì B nhìn AD dưới một góc vuông (nhưng C không thuộc mặt cầu này vì $\widehat{CAD} = 90^\circ$). Suy ra $\widehat{ACD} < 90^\circ$). Khẳng định đúng là $\widehat{CAD} = \widehat{CBD} = 90^\circ$ nên A, B nằm trên mặt cầu đường kính CD . Về việc tính khoảng cách từ A đến mp (BCD) có thí sinh đã dựng $AH \perp mp(BCD)$ và cho rằng:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2} \quad (??)$$

Như vậy thí sinh đó đã ngộ nhận rằng $ABCD$ là tứ diện vuông (AB, AC, AD vuông góc với nhau từng đôi một). Cách giải đúng là: kẻ $AH \perp BC$. Vì $DB \perp mp(ABC)$ nên $DB \perp AH$. Suy ra $AH \perp mp(BCD)$ mà $\triangle ABC$ vuông cân nên $AH = a\sqrt{2}$.

VI. Hình giải tích trong không gian

Đề: Trong không gian với hệ tọa độ Đề-các vuông góc $Oxyz$ cho đường thẳng

$$d_k: \begin{cases} x+3ky-z+2=0 \\ kx-y+z+1=0 \end{cases}$$

Tìm k để đường thẳng d_k vuông góc với mặt phẳng $(P): x-y-2z+5=0$ (khối D).

Phân tích. Sai lầm phổ biến của các thí sinh là sau khi tìm được vectơ chỉ phương của d_k là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (3k-1, -k-1, -1-3k^2)$ và vectơ pháp tuyến của mp (P) là $\vec{n} = (1, -1, 2)$, đã cho $\vec{u} = \vec{n}$, dẫn đến kết luận hệ sau đây vô

$$\text{ nghiệm } \begin{cases} 3k-1=1 \\ -k-1=-1 \\ -1-3k^2=-2 \end{cases}$$

Từ đó kết luận không có giá trị nào của k thỏa mãn đề bài (?). Đúng ra $\vec{u}$ và $\vec{n}$ cùng phương,



TIN BUỒN

Ông Ngô Đạt Tứ, sinh ngày 26 tháng 6 năm 1935 quê ở Nam Hoa, Nam Trực, Nam Định, trú quán phòng 603 nhà A5 Làng Quốc tế Thăng Long, quận Cầu Giấy, Hà Nội, nguyên Phó Tổng biên tập Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ, nguyên Ủy viên Thư kí Ban chấp hành Hội Toán học Việt Nam, nguyên Tổng Thư kí Hội Toán học Hà Nội, Huân chương Kháng chiến chống Mỹ hạng Nhì, Huy chương Vì thế hệ trẻ, do lâm bệnh hiểm nghèo đã từ trần hồi 11h05 ngày 11 tháng 10 năm 2003 tại bệnh viện Bạch Mai, Hà Nội. Lễ truy điệu và an táng ông Ngô Đạt Tứ đã được tổ chức ngày 14 tháng 10 năm 2003.

Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ xin gửi đến gia quyến ông Ngô Đạt Tứ lời chia buồn sâu sắc.

Hội đồng biên tập tạp chí Toán học và Tuổi trẻ
Tòa soạn tạp chí Toán học và Tuổi trẻ

TIỂU SỬ ÔNG NGÔ ĐẠT TỨ NGUYÊN PHÓ TỔNG BIÊN TẬP TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

Ông Ngô Đạt Tứ sinh ngày 26 tháng 6 năm 1935, quê ở xã Nam Hoa, huyện Nam Trực, tỉnh Nam Định. Từ 1957 đến 1960 ông học ngành Toán trường Đại học Tổng hợp Hà Nội. Từ 1960 đến 1970 công tác tại Ủy ban Khoa học và Kỹ thuật Nhà nước, là Thư kí Ban Toán, biên tập viên tập san Toán - Lý (1962 - 1973). Từ 1970 đến 1984 là cán bộ nghiên cứu Viện Toán học, Viện Khoa học Việt Nam. Từ 1973 đến 1984 ông là Thư kí tòa soạn tạp chí Toán học và Tuổi trẻ. Từ 1984 đến 1991 làm ở Phòng Tạp chí, Viện Khoa học Việt Nam. Từ 1984 đến 1998 ông là Phó Tổng biên tập tạp chí Toán học và Tuổi trẻ (Tạp chí thuộc Viện Khoa học Việt Nam

(1984 - 1991) và sau đó thuộc Nhà xuất bản Giáo dục, Bộ Giáo dục và Đào tạo). Ông là Ủy viên Thư kí Ban Chấp hành Hội Toán học Việt Nam khóa 1, Phó Chủ tịch và sau là Tổng Thư kí Hội Toán học Hà Nội. Ông làm báo Toán học và Tuổi trẻ từ số 2 năm 1964 đến 1998 thì nghỉ hưu.

Ông được Nhà nước tặng Huân chương Kháng chiến chống Mỹ hạng Nhì, được Trung ương Đoàn tặng huy chương Vì thế hệ trẻ.

Ông thường viết trên Toán học và Tuổi trẻ với các bút danh Ngô Đạt Tứ, Tố Nguyên, Bình Phương.

THTT

nghĩa là :

$$\begin{cases} 3k - 1 = 1.t \\ -k - 1 = -1.t \\ -1 - 3k^2 = -2t \end{cases}$$

đi đến kết quả đúng là $k = 1$.

Để tránh nhầm lẫn nên giải như sau :

Hai mặt phẳng $x + 3ky - z + 2 = 0$ và $kx - y + z + 1 = 0$ có các vectơ pháp tuyến tương ứng là :

$\vec{n}_1 = (1, 3k, -1)$ và $\vec{n}_2 = (k, -1, 1)$. Vì $d_k \perp mp(P)$, nên vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1, -1, -2)$ của $mp(P)$ cũng chính là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_k , ta có :

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{n}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{n}_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3k + 2 = 0 \\ k + 1 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow k = 1.$$

(Kỳ sau đăng tiếp)

GIỚI THIỆU VỀ TOÁN HỌC CAO CẤP**TẠI SAO PHƯƠNG TRÌNH BẬC 5
KHÔNG GIẢI ĐƯỢC ?**

(Tiếp theo kì trước)

PHÙNG HỒ HẢI
(Viện Toán học)**4. Nhóm Galois của mở rộng căn**

Xét K là một trường số chứa trường số T , với T là trường chứa trường số hữu tỉ Q và chứa tất cả các căn bậc n của 1. Giả thiết n là một số nguyên tố và a là một phần tử của K sao cho căn bậc n của nó không nằm trong K (như vậy mọi căn bậc n của nó đều không nằm trong K). Ta muốn tìm nhóm Galois của $K[\sqrt[n]{a}]$.

Gọi $\xi_0 = 1, \xi_1, \dots, \xi_{n-1}$ là các căn bậc n của 1 với phép toán $\xi_i \cdot \xi_j = \xi_t$, trong đó $t \equiv i + j \pmod{n}$. Cố định α là một căn bậc n của a . Khi đó các căn khác của a là $\alpha_1 = \xi_1 \alpha, \alpha_2 = \xi_2 \alpha, \dots, \alpha_{n-1} = \xi_{n-1} \alpha$. Một tự đẳng cấu g của $K[\sqrt[n]{a}]$, bảo toàn K biến ξ_i thành ξ_j và biến α thành một căn bậc n khác của a , chẳng hạn $g(\alpha) = \alpha_i = \xi_i \alpha$. Vì K bất biến với g nên $g(\xi_i \alpha) = g(\xi_i) \cdot g(\alpha) = \xi_j \cdot g(\alpha) = \xi_j \cdot \alpha$ với $t \equiv i + j \pmod{n}$. Vậy g được xác định duy nhất bởi giá trị của nó tại α . Nghĩa là có không quá n tự đẳng cấu của $K[\alpha]$ bảo toàn K . Định lý dưới đây khẳng định rằng có đúng n tự đẳng cấu.

Định lý 2. Cho n là một số nguyên tố và K chứa T . Giả sử số a trong K mà a không có căn bậc n trong K . Khi đó đa thức $x^n - a$ là bất khả quy trên K .

Chứng minh. Giả sử α_1 là một căn bậc n của a và $P(x)$ là đa thức tối thiểu (bậc nhỏ nhất và hệ số bậc cao nhất là 1) trong $K[x]$ nhận α_1 làm nghiệm, như vậy $P(x)$ là bất khả quy và là ước của $x^n - a$. Kí hiệu $\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_t$ ($t \leq n$) là các nghiệm khác của $P(x)$, chúng đều là căn của a . Theo giả thiết hệ số của $P(x)$ nằm trong K , như vậy, tích các phần tử $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t$ nằm trong K . Nếu $t < n$ thì theo trên, tích các phần tử này có dạng $\xi_j \alpha_1^d$ với $k \in K$. Từ đó α_1^d nằm trong K . Vì d và n nguyên tố cùng nhau nên có nghiệm nguyên x, y thỏa mãn $nx + dy = 1$, suy ra α_1 nằm trong K , mâu thuẫn với giả thiết. Vậy $t = n$, suy ra $P(x) = x^n - a$.

Như vậy nhóm Galois của mở rộng $K \subset K[\sqrt[n]{a}]$ có n phần tử là $g_1, \dots, g_{n-1}, g_n = g_0$, trong đó g_i là ánh xạ biến α thành $\alpha_i = \xi_i \alpha$. Ta dễ dàng thấy $g_i = (g_1)^i$. Ta nói g_1 là *phần tử sinh* (sinh ra các phần tử khác) của nhóm.

Một nhóm G trong đó tồn tại một phần tử sinh ra tất cả các phần tử khác được gọi là *nhóm xiclic*. Các nhóm xiclic có thể được mô tả rất cụ thể. Giả sử a là một phần tử sinh của nó. Theo giả thiết các phần tử của G có dạng a^k với $k \in \mathbb{Z}$. Gọi k là số nguyên dương nhỏ nhất để $a^k = e$ là phần tử đơn vị. Khi đó tập hợp $e, a, a^2, \dots, a^{k-1}$ là tất cả các phần tử khác nhau của G , ta kết luận $k = n$. Như vậy G có thể cho tương ứng với nhóm các lớp đồng dư theo môđun n . Phần tử đơn vị được ứng với lớp $0 \pmod{n}$, phần tử sinh a được ứng với lớp $1 \pmod{n}$, phần tử a^k được ứng với lớp $k \pmod{n}$. Nhóm này thường được kí hiệu là $\mathbb{Z}_n$.

5. Mở rộng chuẩn tắc và định lý cơ bản của lý thuyết Galois

Một mở rộng K của trường L được gọi là *chuẩn tắc* nếu mọi phần tử của K là nghiệm của một đa thức nào đó với hệ số trong L và mọi đa thức trên L có nghiệm trong K thì có tất cả các nghiệm trong K . Theo mục 2, các mở rộng phân rã là mở rộng chuẩn tắc. Đặc biệt, các mở rộng căn bậc n của một trường chứa T (chứa các căn bậc n của 1) là mở rộng chuẩn tắc.

Từ định nghĩa ta thấy, nếu K là một mở rộng chuẩn tắc của M và L là một trường số chứa M mà nằm trong K thì K cũng là mở rộng chuẩn tắc của L . Tuy nhiên, nếu $M \subset L, L \subset K$ là các mở rộng chuẩn tắc thì K không nhất thiết là mở rộng chuẩn tắc của M . Ví dụ: $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}[\sqrt{2}] \subset (\mathbb{Q}[\sqrt{2}])[\sqrt{\sqrt{2}}]$ là một dãy các mở rộng chuẩn

tắc nhưng $\mathbb{Q} \subset (\mathbb{Q}[\sqrt{2}])[\sqrt{\sqrt{2}}]$ không là mở rộng chuẩn tắc – mở rộng này không chứa các căn bậc 4 ảo của 2.

Giả sử K là mở rộng chuẩn tắc của L . Khi đó với các lý luận như trong mục 2 ta thấy một đồng cấu từ K vào $\mathbb{C}$, biến các phần tử của L vào chính nó, phải có ảnh trùng với K . Như vậy, ta có thể xét nhóm H bao gồm các tự đẳng cấu của K mà bảo toàn các phần tử của L . Tương tự như định lý 1 ta có thể chứng minh rằng L trùng với tập tất cả các phần tử a của K bất biến đối với các ánh xạ g trong H , nghĩa là $g \in H \Leftrightarrow g(a) \in L$ với mọi $a \in L$. Vậy, ta có định lý sau đây:

Định lý 3. Cho K là một mở rộng chuẩn tắc của trường $\mathbb{Q}$ và kí hiệu G là nhóm Galois của mở rộng này. Khi đó tồn tại một tương ứng 1-1 giữa tập hợp các nhóm con của G và tập hợp các mở rộng của $\mathbb{Q}$ nằm trong K .

Chú ý. Dễ thấy rằng tương ứng này đảo ngược các quan hệ bao hàm: nếu $L \subset L'$ thì $H \supset H'$.

Giả thiết nhóm con H của G tương ứng với một mở rộng chuẩn tắc L của $\mathbb{Q}$ và gọi J là nhóm Galois của mở rộng $\mathbb{Q} \subset L$. Mỗi một tự đẳng cấu của K có thể được coi như một đồng cấu $K \rightarrow \mathbb{C}$ và khi hạn chế lên L cho ta một đồng cấu $L \rightarrow \mathbb{C}$. Theo giả thiết L là mở rộng chuẩn tắc của $\mathbb{Q}$ nên ảnh của nó qua đồng cấu trên trùng với chính nó. Ta kết luận, mọi tự đẳng cấu của K khi hạn chế lên L là một tự đẳng cấu của L . Từ đó ta có một ánh xạ f từ G vào J .

Ánh xạ f này thỏa mãn tính chất: tích của hai phần tử trong G được ánh xạ vào tích của hai phần tử trong J và nghịch đảo của một phần tử trong G được ánh xạ vào nghịch đảo của ảnh của nó trong J . Một ánh xạ thỏa mãn hai tính chất nêu trên được gọi là một **đồng cấu nhóm**.

Mặt khác, như trong mục 2, ta đã biết rằng mọi tự đồng cấu của K (K là mở rộng chuẩn tắc của $\mathbb{Q}$) có thể được xây dựng thành một tự đẳng cấu của K . Vậy đồng cấu trên là một toàn ánh. Vì các phần tử của H bảo toàn các phần tử của L nên đồng cấu f biến các phần tử của H vào phần tử đơn vị của J (nghĩa là ánh xạ đồng nhất trên L). Điều ngược lại cũng đúng, một phần tử của G được ánh xạ vào đơn vị của J nếu hạn chế của nó lên L là ánh xạ đồng nhất, nghĩa là phần tử đó thuộc H . Nhóm J với tính chất này được gọi là **nhóm thương** của nhóm G theo nhóm con H .

Chú ý. Không phải với mọi nhóm con của G đều tồn tại nhóm thương, trong cách xây dựng trên ta chỉ xét các nhóm con ứng với các mở rộng chuẩn tắc của $\mathbb{Q}$. Các nhóm con mà đối với nó tồn tại nhóm thương được gọi là **nhóm con chuẩn tắc**. Có thể chứng minh rằng trong tương ứng xác định ở định lý 3, các mở rộng chuẩn tắc của $\mathbb{Q}$ tương ứng với các nhóm con chuẩn tắc.

6. Phương trình giải được bằng căn thức

Ta sẽ áp dụng định lý 3 để đưa ra một dấu hiệu cho biết phương trình nào giải được bằng căn thức.

Xét một đa thức bất khả quy $P(x)$ bậc n trên trường T chứa các căn bậc n của 1. Giả thiết một nghiệm nào đó của đa thức này biểu diễn được bằng căn thức qua các phần tử của T . Khi đó tồn tại một dãy các mở rộng căn $T = T_0 \subset T_1 \subset \dots \subset T_n$ sao cho T_n chứa mọi nghiệm của $P(x)$. Điều ngược lại tất nhiên cũng đúng.

Về nguyên tắc, T_n không phải là một mở rộng chuẩn tắc của T . Tuy nhiên ta có thể mở rộng dãy trên để trường cuối cùng của nó là một mở rộng chuẩn tắc của T . Trước tiên T_1 là mở rộng chuẩn tắc của T . Sau khi mở rộng T_1 thành T_2 bằng cách thêm một căn của một phần tử a nào đó trong T_1 , ta có thể tiếp tục mở rộng T_2 bằng cách thêm các căn của các "phần tử liên hợp" với a trong T_1 . Sau khi đã thêm hết tất cả các căn này ta thu được một mở rộng chuẩn tắc mới T_2 của T . Tiếp tục quá trình này ta thu được một dãy các mở rộng với mở rộng cuối cùng T_n chứa T_n và là một mở rộng chuẩn tắc của T . Như vậy đa thức $P(x)$ phân rã trong trường T_n .

Tóm lại, ta có thể giả thiết tồn tại một dãy các mở rộng căn $T = T_0 \subset T_1 \subset \dots \subset T_n$ sao cho T_n là chuẩn tắc trên T và $P(x)$ phân rã trong trường này. Kí hiệu G_i là nhóm Galois của mở rộng $T_i \subset T_n$ và H_i là nhóm Galois của mở rộng $T_i \subset T_{i+1}$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$). Như vậy ta có một dãy các nhóm con lồng nhau của $G_0: G_0 \supset G_1 \supset \dots \supset G_{n-1}$ thỏa mãn G_i là chuẩn tắc trong G_{i+1} và H_i là nhóm thương của G_{i+1} theo G_i . Theo giả thiết các H_i là nhóm xiclic. Nhóm G thỏa mãn tính chất này được gọi là **nhóm giải được**. Như vậy: **nhóm Galois của một đa thức là giải được khi nghiệm đa thức đó biểu diễn được bằng căn thức**.

7. Nhóm các hoán vị

Tập các hoán vị của n số tự nhiên đầu tiên tạo thành một nhóm với luật hợp thành. Kí hiệu nhóm này là S_n . S_n đôi khi còn được gọi là *nhóm đối xứng*. Số các phần tử của S_n là $n!$.

Xét một phần tử bất kì f của nhóm này. Theo định nghĩa, f là một song ánh từ tập $\{1, 2, \dots, n\}$ vào chính nó. Ta xét tập tất cả các ánh xạ là lũy thừa của f , đó là: $1, f, f^2, \dots$, ở đây, ánh xạ đồng nhất 1 được xem là f^0 . Chẳng hạn với $n = 4$, nếu có $f(1) = 3, f(3) = 4, f(4) = 1, f(2) = 2$ thì viết $(1\ 3\ 4)(2)$.

Bài tập 7.1. Dãy các số $k, f(k), f^2(k), \dots$ là tuần hoàn, trong đó k là một số tự nhiên mà $1 \leq k \leq n$.

Như vậy tập n số tự nhiên đầu tiên được chia thành các tập rời nhau có dạng như tập hợp trên, các tập hợp này được gọi là các quỹ đạo của ánh xạ f . Mặt khác, việc chia tập n số tự nhiên đầu tiên thành các tập con có thứ tự sẽ xác định một song ánh duy nhất từ tập n số tự nhiên vào chính nó, nghĩa là một phần tử của S_n .

Ví dụ 3. • Giả thiết $n = 3$. Khi đó ta có các ánh xạ chẳng hạn: $(123), (132), (12)(3), (1)(23), \dots$

• Chú ý rằng hai ánh xạ (123) và (231) bằng nhau, chúng đều có $f(1) = 2, f(2) = 3, f(3) = 1$.

• Thông thường các tập hợp chỉ có 1 phần tử sẽ bị bỏ qua: thay vì $(12)(3)$ ta chỉ viết (12) . Tuy nhiên ánh xạ đơn vị được kí hiệu là (1) .

Các hoán vị mà chỉ đổi chỗ đúng 2 số cho nhau được gọi là các chuyển vị: $(12), (23), (13), \dots$ Các hoán vị mà quỹ đạo của nó chỉ có một tập có hơn 1 phần tử ví dụ $(123), (132), (1234)$ được gọi là các hoán vị vòng quanh hoặc các xích. Trong nhóm S_n , xích $f = (i_1, i_2, \dots, i_k)$ thỏa mãn $f^k = (1)$ (ánh xạ đơn vị). Số k được gọi là *cấp* của xích. Ta nói hai hoán vị f và g là *liên hợp* nếu tồn tại một hoán vị h sao cho $f = hg^{-1}$.

Hai hoán vị là *liên hợp* khi và chỉ khi chúng có cùng số phần tử trong các tập quỹ đạo của nó.

Bài tập 7.2. Hai hoán vị $(134)(25)$ và $(324)(15)$ là liên hợp trong nhóm S_5 .

Một cách trực quan ta thấy rằng một phép hoán vị có thể nhận được bằng cách chuyển vị liên tiếp theo một nguyên tắc nào đó các số cạnh nhau. Người đọc cũng có thể tự đưa ra một thuật toán để xây dựng việc phân tích này. Về nguyên tắc, có thể có nhiều cách phân tích như vậy, chẳng hạn $(13) = (12).(23).(12) =$

$(23).(12).(23)$. Tuy nhiên số các chuyển vị cần dùng luôn là một số chẵn hoặc một số lẻ và ta sẽ gọi hoán vị đó tương ứng là *chẵn* hoặc *lẻ*.

Tập hợp tất cả các hoán vị chẵn trong S_n lập thành một nhóm con trong S_n , kí hiệu là A_n . Nhóm con này là chuẩn tắc với nhóm thương là nhóm xiclic cấp 2. Thật vậy, đồng cấu từ S_n vào nhóm xiclic $\mathbb{Z}_2$ được xác định như sau: $\phi(f) = 0$ nếu f là hoán vị chẵn và $\phi(f) = 1$ nếu f là hoán vị lẻ.

Định lý 4. Nhóm S_5 không giải được.

Thực ra, S_5 chứa một nhóm con chuẩn tắc duy nhất là A_5 và A_5 thì không chứa một nhóm con chuẩn tắc nào trong nó. Việc chứng minh điều này không khó, chỉ sử dụng những tính chất đã nêu ở trên của các hoán vị, xin dành cho bạn đọc tự tìm hiểu.

8. Phương trình $x^5 - 4x + 2 = 0$ không giải được bằng căn thức

Trong mục này ta sẽ chứng minh rằng phương trình $x^5 - 4x + 2 = 0$ không giải được bằng căn thức bằng cách chỉ ra nhóm Galois của mở rộng phân rã của đa thức $x^5 - 4x + 2$ trên trường T chứa các căn bậc 5 của 1 là nhóm S_5 . Hay nói cách khác, tất cả các hoán vị của các nghiệm của S_5 đều tương ứng với một tự đồng cấu của trường phân rã K của đa thức $x^5 - 4x + 2$. Gọi G là nhóm Galois của mở rộng $K \supset T$.

Bằng khảo sát hàm số ta thấy rằng đa thức $x^5 - 4x + 2$ là bất khả quy, có 3 nghiệm thực và 2 nghiệm phức. Như vậy, theo bài tập 2.1, với hai nghiệm bất kì của đa thức này, luôn tồn tại một ánh xạ từ G biến nghiệm này thành nghiệm kia. Ta nói nhóm G tác động *bắc cầu* lên tập nghiệm.

Mặt khác, hai nghiệm phức của đa thức $x^5 - 4x + 2 = 0$ liên hợp với nhau. Từ đó, ánh xạ liên hợp phức khi hạn chế lên K xác định một phép chuyển vị hai nghiệm phức với nhau (giữ nguyên các nghiệm thực kia).

Ta sẽ chứng minh rằng trong nhóm S_5 , một nhóm con tác động bắc cầu lên tập $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ và chứa một chuyển vị sẽ bằng cả nhóm S_5 . Vì mọi hoán vị là tích của các chuyển vị nên thực ra ta chỉ cần chứng minh nhóm con này chứa tất cả các chuyển vị.

Ta chia tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ thành các tập con như sau. Ta nói i và j tương đương nhau nếu (i, j) nằm trong G . Dễ thấy nếu i tương đương j và j tương đương k thì i và k tương đương. Thật vậy, ta có $(i, j).(j, k).(i, j) = (i, k)$. Từ đó

**ĐỀ THI TUYỂN SINH
LỚP 10 CHUYÊN TOÁN**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN
THANH HÓA NĂM 2003

(Thời gian làm bài : 150 phút)

Bài I. (2 điểm)

a) Cho $M = \sqrt{\frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{x^2 + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x} + 1}} + x + 1$

Rút gọn M với $0 \leq x \leq 1$.

b) Giải phương trình : $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{x-1} = \sqrt[3]{5x}$

Bài II. (2, 5 điểm)

a) Cho x, y thỏa mãn :

$$\begin{cases} x^3 + 2y^2 - 4y + 3 = 0 \\ x^2 + x^2y^2 - 2y = 0 \end{cases}$$

Tính $Q = x^2 + y^2$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$A = \left(u + \frac{1}{u}\right)^2 + \left(v + \frac{1}{v}\right)^2 \text{ với } u+v = 1 \text{ và } u>0 ; v>0.$$

Bài III. (2, 5 điểm).

Cho tam giác có số đo các đường cao là các số nguyên, bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng 1. Chứng minh tam giác đó là tam giác đều.

Bài IV. (2 điểm)

Cho tam giác ABC vuông ở A , có góc $\widehat{B} = 20^\circ$; vẽ phân giác trong BI , vẽ góc $\widehat{ACH} = 30^\circ$ về phía trong tam giác. Tính góc $\widehat{CHI}$.

Bài V. (1 điểm).

Có hay không 2003 điểm trên mặt phẳng mà bất kì 3 điểm nào trong chúng đều tạo thành một tam giác có góc tù.

$\{1, 2, 3, 4, 5\}$ được phân hoạch thành các tập tương đương.

Bài tập 8.1. Chứng minh rằng nếu i và j tương đương và f là một phần tử của G thì $f(i)$ và $f(j)$ là tương đương.

Như vậy, các phần tử của G biến một lớp tương đương này vào một lớp tương đương khác. Ta kết luận rằng số phần tử của các lớp tương đương bằng nhau. Vì 5 là số nguyên tố nên chỉ có thể có hai khả năng, hoặc là có 5 lớp tương đương hoặc là chỉ có 1 lớp tương đương.

**KẾT QUẢ THI OLYMPIC
VỀ TOÁN VÀ KHOA HỌC
CÁC NƯỚC ASEAN
TẠI IN-ĐÔ-NÊ-XI-A
CỦA ĐOÀN VIỆT NAM**

Ngày 17.10.2003 đoàn học sinh Hà Nội gồm 4 em đại diện cho học sinh Việt Nam do thầy Phạm Xuân Tiến, Sở Giáo dục Hà Nội, trưởng đoàn, thầy Trần Vui, ĐHSPT Huế, thầy Lương Việt Thái, Viện Chiến lược và Chương trình giáo dục dẫn đầu đã tới Gia-các-ta (In-đô-nê-xi-a) dự thi Olympic Toán và Khoa học dành cho học sinh độ tuổi dưới 12. Trong 2 ngày 19 và 20.10.2003 các em làm 2 bài thi lí thuyết 240 phút và thực hành một bài 120 phút đều bằng tiếng Anh. Cuộc thi có sự tham gia của 60 học sinh từ 9 nước ASEAN. Đoàn In-đô-nê-xi-a đông nhất, có 24 học sinh. Kết quả em Hoàng Kim Liên, học sinh trường Hoàng Diệu, Ba Đình, đoạt Huy chương Vàng môn Toán, 1 giải đặc biệt dành cho học sinh có điểm lí thuyết cao nhất và 1 giải đặc biệt dành cho học sinh có tổng điểm cao nhất. Em Nguyễn Đăng Minh, học sinh trường Ngọc Hà, Ba Đình đoạt Huy chương Vàng môn Khoa học. Em Trương Đức Anh, học sinh trường Dân lập Đoàn Thị Điểm, Cầu Giấy đoạt Huy chương Bạc môn Khoa học. Em Phạm Thành Nhật, học sinh trường Phương Mai, Đống Đa đoạt Huy chương Đồng môn Toán.

PXT và VKT

Trường hợp đầu mâu thuẫn với giả thiết G tác động bắc cầu lên $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Từ đó suy ra chỉ có 1 lớp tương đương. Nghĩa là G chứa tất cả các chuyển vị, từ đó $G = S_5$.

Theo trên nhóm S_5 không giải được do đó phương trình $x^5 - 4x + 2$ không giải được.

Để hiểu sâu thêm về vấn đề này các bạn có thể tham khảo các tài liệu sau :

- [1] S. Lang, Đại số.
- [2] B.L. Van der Waerden, Algebra.
- [3] E. Artin, Galois Theory.



ĐỀ RA KÌ NÀY

CÁC LỚP TRUNG HỌC CƠ SỞ

Bài T1/317. (Lớp 6). Tính các tổng sau :

1) $A = 1.2 + 2.3 + \dots + n(n+1) + \dots + 98.99$

2) $B = 1.99 + 2.98 + \dots + n(100 - n) + \dots + 98.2 + 99.1$

NGUYỄN THỊ MINH
(GV THCS Cao Viên, Thanh Oai, Hà Tây)

Bài T2/317. (Lớp 7). Tìm tất cả các cặp số hữu tỉ x, y sao cho hai số $x + y$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ đều là số nguyên.

TRẦN HÀ
(GV THCS Nguyễn Bình Khiêm, Vĩnh Bảo, Hải Phòng)

Bài T3/317. Tìm số dư khi chia số $13376^{2003!}$ cho số 2000, trong đó $n!$ là tích của n số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến n .

NGUYỄN CHÍ THANH
(K41B khoa Toán - Lý ĐH Tây Bắc)

Bài T4/317. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^2+2b^2+3} + \frac{1}{b^2+2c^2+3} + \frac{1}{c^2+2a^2+3} \leq \frac{1}{2}$$

trong đó các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Đẳng thức xảy ra khi nào ?

KIỀU PHƯƠNG CHI
(Cao học 8 Toán, ĐH Vinh, Nghệ An)

Bài T5/317. Cho các số thực a, b, c, x, y, z thỏa mãn các điều kiện : $ax^{2003} = by^{2003} = cz^{2003}$ và $xy + yz + zx = xyz \neq 0$.

Chứng minh rằng :

$$\sqrt[2003]{ax^{2002} + by^{2002} + cz^{2002}} = \sqrt[2003]{a} + \sqrt[2003]{b} + \sqrt[2003]{c}$$

NGÔ VĂN KHUÔNG
(GV THCS Tr. Thắng, Hiệp Hòa, Bắc Giang)

Bài T6/317. Cho ΔABC . Dựng ra phía ngoài tam giác đó các hình bình hành $ABEF$ và $ACPD$ sao cho $AF = AC$ và $AQ = AB$. Gọi D là giao điểm của BP và CE . Các đường thẳng QD và FD cắt BC lần lượt tại M và N . Tính tỉ số $MN : BC$.

NGUYỄN ĐỨC ĐIẾP
(GV THPT Kinh Môn, Hải Dương)

Bài T7/317. Tứ giác $ABCD$ có $AB > BC$ và ngoại tiếp đường tròn tâm O . Gọi E, F là giao điểm của BD với đường tròn. Đường thẳng qua O vuông góc với AC tại H . Chứng minh rằng $\widehat{BHE} = \widehat{DHF}$.

NGUYỄN XUÂN HÙNG
(GV THPT Lam Sơn, Thanh Hóa)

CÁC LỚP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Bài T8/317. Cho các số nguyên dương m, n, k với $n > m$. Chứng minh rằng số các nghiệm nguyên dương của hệ

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = y_1 + y_2 + \dots + y_m + 1 \\ x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq nk \end{cases}$$

bằng $\sum_{i=0}^{n(k-1)} C_{n-1+i}^{n-1} \cdot C_{n-2+i}^{m-1}$ ĐÀM VĂN NHÌ
(GV DHSP Hà Nội)

Bài T9/317. Với mỗi số nguyên dương k , xét dãy số (x_n^k) ($n = 1, 2, \dots$) được xác định bởi :

$$x_1^k = 1, x_n^k = \sum_{i=1}^n \frac{i^k}{i!} \text{ với } n = 2, 3, \dots$$

1) Chứng minh rằng dãy số (x_n^k) ($n = 1, 2, \dots$) có giới hạn hữu hạn với mỗi số nguyên dương k .

2) Đặt $E_k = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n^k$. Chứng minh rằng : $y_k = E_k / E_1$ là số nguyên dương với mỗi số nguyên dương k .

NGUYỄN THÀNH NHÂN
(SV Khoa Toán - Tin 2003,
ĐHKHTN - ĐHQG Tp. HCM)

Bài T10/317. Cho $a_1, a_2, \dots, a_n$ là các số thực khác 0 và $u_1, u_2, \dots, u_n$ là các số thực dương

$$\text{sao cho } u_1 < u_2 < \dots < u_n, \text{ và } f(x) = \sum_{i=1}^n a_i \cos(u_i x),$$

với $x \in \mathbb{R}$, là hàm số tuần hoàn. Chứng minh rằng u_i / u_1 là số hữu tỉ với mỗi $i = 2, 3, \dots, n$.

NGUYỄN MINH ĐỨC
(Viện Công nghệ thông tin)

Bài T11/317. Cho đa giác lồi $A_1 A_2 \dots A_n$ với $n \geq 3$ và M là điểm nằm trong đa giác. Gọi $\alpha_i = \widehat{MA_i A_{i+1}}$ ($i = 1, 2, \dots, n$, coi A_{n+1} trùng với A_1).

Chứng minh rằng $\min_{1 \leq i \leq n} \{\alpha_i\} \leq \frac{(n-2)\pi}{2n}$

NGUYỄN MINH HÀ
(GV PTCTT ĐHSP Hà Nội)

Bài T12/317. Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC vuông góc với nhau từng đôi một. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F . Gọi α, β, γ là số đo các góc nhị diện cạnh BC, CA, AB tương ứng của tứ diện đó. Chứng minh rằng :

$$1) V_{ODEF} = \frac{1}{3} OA \cdot OB \cdot OC \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}$$

trong đó kí hiệu A, B, C là các góc của $\triangle ABC$.

$$2) \tan \alpha \cdot \tan \beta \cdot \tan \gamma \geq 2\sqrt{2}$$

Đẳng thức xảy ra khi nào ?

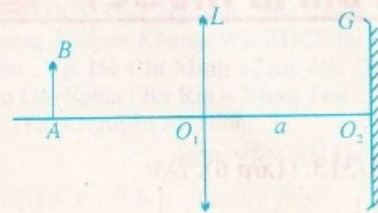
HỒ QUANG VINH
(Hà Nội)

CÁC ĐỀ VẬT LÝ

Bài L1/317. Hai vật A và B chuyển động thẳng đều trên hai đường thẳng hợp với nhau một góc $\alpha = 30^\circ$ về phía giao điểm O , với các vận tốc tương ứng là v_1 và $v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{3}}$. Khi khoảng cách giữa hai vật là nhỏ nhất thì vật A cách O một đoạn $d_1 = 30\sqrt{3}$ (m). Hỏi lúc đó vật B cách O bao nhiêu ?

NGUYỄN VĂN HANH
(THPT chuyên Phan Bội Châu, Vinh, Nghệ An).

Bài L2/317. Đặt một vật sáng AB vuông góc với trục chính của thấu kính L tại O_1 và gương cầu lõm G tại O_2 (h. vẽ). L có tiêu cự $f_1 = 20\text{cm}$ và G có tiêu cự $f_2 = 12\text{cm}$.



1) Xác định giá trị $a = O_1O_2$ để ảnh của AB tạo bởi hệ có chiều cao không đổi khi dịch chuyển AB dọc theo trục chính của hệ.

2) Bỏ thấu kính L đi thì thu được ảnh rõ nét của AB cao $0,9\text{ cm}$ trên một màn E . Sau đó đặt một bản hai mặt song song trong suốt có độ dày $e = 2\text{cm}$ vào thế chỗ của thấu kính, thì phải dịch chuyển màn E ra xa hệ thêm một đoạn $b = 13\text{cm}$ mới thu được ảnh rõ nét của AB cao $1,2\text{cm}$. Tính chiết suất n của chất làm bản mặt song song.

NGUYỄN QUANG HẬU
(Hà Nội)

PROBLEMS IN THIS ISSUE

FOR LOWER SECONDARY SCHOOLS

T1/317. (for 6th grade). Calculate the following sums:

$$1) A = 1.2 + 2.3 + \dots + n(n+1) + \dots + 98.99$$

$$2) B = 1.99 + 2.98 + \dots + n(100-n) + \dots + 98.2 + 99.1$$

T2/317. (for 7th grade).

Find all pairs of rational numbers x, y such that

both numbers $x + y$ and $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ are integers.

T3/317. Find the remainder of the division of $13376^{2003!}$ by 2000 , where $n!$ is the product of the n integers from 1 to n .

T4/317. Prove that

$$\frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3} \leq \frac{1}{2}$$

where a, b, c are real numbers satisfying the condition $abc = 1$. When does equality occur ?

T5/317. Let be given the real numbers a, b, c, x, y, z satisfying the conditions : $ax^{2003} = by^{2003} = cz^{2003}$ and $xy + yz + zx = xyz \neq 0$. Prove that :

$$\sqrt[2003]{ax^{2002} + by^{2002} + cz^{2002}} = \sqrt[2003]{a} + \sqrt[2003]{b} + \sqrt[2003]{c}$$

T6/317. Let be given a triangle ABC . Construct outside of ABC the parallelograms $ABEF$ and $AC PQ$ so that $AF = AC, AQ = AB$. Let D be the point of

intersection of BP and CE . The lines QD and FD cut BC respectively at M and N . Calculate the ratio : $MN : BC$.

T7/317. A quadrilateral $ABCD$ with $AB > AC$ circumscribes about a circle with center O . Let E and F be the points of intersection of BD with the circle. The line OH passing through O cuts orthogonally AC at H . Prove that $\widehat{BHE} = \widehat{DHF}$.

FOR UPPER SECONDARY SCHOOLS

T8/317. Let be given positive integers m, n, k with $n > m$. Prove that the number of positive integral solutions of the system of equations

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = y_1 + y_2 + \dots + y_m + 1 \\ x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq nk \end{cases}$$

is equal to $\sum_{i=0}^{n(k-1)} C_{n-1+i}^{n-1} \cdot C_{n-2+i}^{m-1}$

T9/317. For every positive integer k , consider the sequence of numbers (x_n^k) ($n = 1, 2, \dots$) defined by

$$x_1^k = 1, x_n^k = \sum_{i=1}^n \frac{i^k}{i!} \text{ for } n = 2, 3, \dots$$

1) Prove that the sequence (x_n^k) ($n = 1, 2, \dots$) has a finite limit for every positive integer k .

(Xem tiếp trang 23)



Bài T1/313. (Lớp 6). Đặt

$$A = \frac{1}{14} + \frac{1}{29} + \dots + \frac{1}{n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2} + \dots + \frac{1}{1877}$$

Chứng minh rằng $0,15 < A < 0,25$.

Lời giải.

$$A = \frac{1}{1^2 + 2^2 + 3^2} + \dots + \frac{1}{n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2} + \dots + \frac{1}{24^2 + 25^2 + 26^2}$$

$$\text{Đặt } B = n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = 3n^2 + 6n + 5 \quad (1)$$

a) Với $n \geq 1$ từ (1) có $B < 3n^2 + 9n + 6 = 3(n^2 + 3n + 2) = 3(n+1)(n+2)$. Từ đó $A >$

$$> \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \dots + \frac{1}{25 \cdot 26} \right) = \frac{1}{3} \cdot C$$

Áp dụng hệ thức $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ta tính được

$$C = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{25} - \frac{1}{26} = \frac{1}{2} - \frac{1}{26} \text{ suy ra}$$

$$A > \frac{1}{3} C = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{26} \right) > \frac{2}{13} > 0,15.$$

b) Với $n \geq 1$ từ (1) có $B > 2n^2 + 6n + 4 = 2(n^2 + 3n + 2) = 2(n+1)(n+2)$. Tương tự trên ta

$$\text{có } A < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{25 \cdot 26} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} C = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{26} \right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2 \cdot 26} < 0,25.$$

Nhận xét. 1) Trong trường hợp (b) có thể tính $B > 3n^2 + 6n = 3n(n+2) \Rightarrow \frac{1}{B} < \frac{1}{3n(n+2)} = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$ rồi

$$\text{tính được } A < \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{26} \right) < 0,25.$$

Một số bạn đã chứng minh bài toán tổng quát:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{3(k+2)} < \frac{1}{1^2 + 2^2 + 3^2} + \frac{1}{2^2 + 3^2 + 4^2} + \dots + \frac{1}{k^2 + (k+1)^2 + (k+2)^2} < \frac{1}{4} - \frac{1}{2(k+2)}$$

2) Các bạn sau có lời giải tốt:

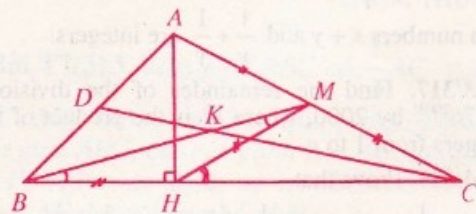
Phú Thọ: Nguyễn Thị Hồng Hà, 7B, Phạm Thị Huyền Trang, 7C, THCS Phong Châu, Tx. Phú Thọ, Tạ Thị Kim Phượng, Nguyễn Thị Thu Hà, Hà Thị Thanh Huyền, 7A1, THCS Lâm Thao; **Vĩnh Phúc:** Phan Danh Hà, 7D, THCS Yên Lạc; **Hà Tây:** Nguyễn Như Trang, 7A, THCS Sơn Đông, Hoài Đức; **Hà Nội:** Nguyễn Đức Minh, 7H, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy; **Hải Dương:** Mạc Trường Minh, 7B, THCS Minh Tân, Kinh Môn; **Thái Bình:** Nguyễn Khắc Hải, 7A, THCS Nam Cao, Kiến Xương; **Thanh Hóa:** Lê Văn Nguyên, 7D, THCS Nguyễn Chí, Đông Sơn, Hoàng Kiên An, 7E, THCS Bắc Sơn, Sầm Sơn; **Nghệ An:** Nguyễn Thị Quỳnh Mai, Đinh Bá Duyệt, 7A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu; **Hà Tĩnh:** Đường Thủy Dương, 7/3, THCS Lê Văn Thiêm, Tx. Hà Tĩnh; **Thừa Thiên - Huế:** Nguyễn Thiên Nhân, 7/1, THCS Nguyễn Tri Phương; **Đà Nẵng:** Lê Đoàn Thiên Phú, 7/8, THCS Chu Văn An; **Bình Định:** Bùi Bảo Khang, 7A1, THCS số 2 An Nhơn, Nguyễn Thị Minh Thư, Cao Thị Bích Đào, Trương Thị Ngọc Hiếu, 7A2, THCS Ngô Mây, Phù Cát.

VIỆT HẢI

Bài T2/313. (Lớp 7). Tam giác ABC có đường trung tuyến BM và đường phân giác CD cắt nhau tại K sao cho KB = KC. Biết $\widehat{BAC} = 105^\circ$.

Tính các góc $\widehat{ABC}$ và $\widehat{ACB}$.

Lời giải. Dựng $AH \perp BC$, nối HM, khi đó $MH = MA = MC$, suy ra $\widehat{MHC} = \widehat{MCH} = 2\widehat{BCK}$. Theo giả thiết $KB = KC \Rightarrow \widehat{KBC} = \widehat{KCB}$. Vậy có $\widehat{MHC} = 2\widehat{KBC}$ (1). Mặt khác $\widehat{MHC} = \widehat{KBC} + \widehat{HMB}$ (2)



Từ (1), (2) suy ra $\widehat{KBC} = \widehat{HMB}$, hay $\triangle HBM$ cân tại H $\Rightarrow MH = HB$.

Giả sử $HA > HB$, lúc đó $\widehat{ABH} > \widehat{BAH} \Rightarrow \widehat{BAH} < 45^\circ$ và $\widehat{ABH} > 45^\circ$. Vì $\widehat{BAH} + \widehat{CAH} = 105^\circ$ nên $\widehat{CAH} > 60^\circ$. Tam giác AMH cân đỉnh M suy ra $\widehat{AHM} = \widehat{HAM} > 60^\circ \Rightarrow \widehat{AMH} < 60^\circ$, do đó $HA < MH = HB$ (mâu thuẫn). Tương tự

nếu $HA < HB$, ta cũng gặp điều mâu thuẫn. Vậy $HA = HB \Rightarrow \triangle AHB$ vuông cân tại H . Từ đó :
 $\widehat{ABC} = 45^\circ$; $\widehat{ACB} = 30^\circ$.

Nhận xét. Các bạn sau có lời giải tốt :

Vinh Phúc : Đỗ Hoàng Tùng, 7E, THCS Vĩnh Yên, Tx. Vĩnh Yên ; **Hà Tây :** Trần Thị Thùy Trang, 7B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa ; **Hải Dương :** Tường Thế Nghĩa, 7A, THCS Ngô Gia Tự, Tp. Hải Dương ; **Nam Định :** Hoàng Trọng Hiền, 7B, THCS Trần Huy Liệu, Vụ Bản ; **Thanh Hóa :** Hoàng Đức Ý, 7E, THCS Trần Mai Ninh, Tp. Thanh Hóa ; **Quảng Nam:** Huỳnh Thị Tuyết Ngán, 7¹⁰, THCS Lê Quý Đôn, Thăng Bình.

HỒ QUANG VINH

Bài T3/313. Chứng minh rằng số $A = 2^n + 6^n + 8^n + 9^n$ (với n là số nguyên dương) chia hết cho 5 khi và chỉ khi n không chia hết cho 4

Lời giải. Ta có :

$A = 2^n + 6^n + 8^n + 9^n \equiv 2^n + 1^n + 3^n + 4^n \pmod{5}$
 nên $A : 5 \Leftrightarrow B = 1 + 2^n + 3^n + 4^n$ chia hết cho 5.

Mọi số nguyên dương n đều viết được dưới dạng $n = 4k + r$ trong đó $k \in \mathbb{N}$, $r \in \{0, 1, 2, 3\}$.
 Do đó $B = 1 + 2^{4k} \cdot 2^r + 3^{4k} \cdot 3^r + 4^{4k} \cdot 4^r$. Để ý rằng $2^{4k} = 16^k \equiv 1 \pmod{5}$; $3^{4k} = 81^k \equiv 1 \pmod{5}$; $4^{4k} = 256^k \equiv 1 \pmod{5}$ nên $B \equiv (1 + 2^r + 3^r + 4^r) \pmod{5}$.

Với $r = 0$ ta có $B \equiv 4 \pmod{5}$, tức $A \not\equiv 0$.

Với $r = 1$, $B \equiv 10 \pmod{5}$, tức $A \equiv 0$.

Với $r = 2$, $B \equiv 30 \pmod{5}$.

Với $r = 3$, $B \equiv 100 \pmod{5}$.

Như vậy $A : 5 \Leftrightarrow B : 5 \Leftrightarrow r \in \{1, 2, 3\} \Leftrightarrow n \not\equiv 0 \pmod{4}$ (dpcm).

Nhận xét. 1) Bài này tương đối dễ nên rất đông bạn tham gia giải (có tới gần 300 bài), tất cả đều giải đúng.

2) Một số bạn nêu và chứng minh bài toán tổng quát : "Cho bốn số nguyên a, b, c, d khi chia cho 5 có số dư lần lượt là 1, 2, 3, 4. Chứng minh rằng số $A = a^n + b^n + c^n + d^n$ chia hết cho 5 khi và chỉ khi n không chia hết cho 4".

3) Các bạn sau đây có lời giải ngắn gọn :

Phú Thọ : Nguyễn Thị Thu Hà, 7A1, Trần Mỹ Hạnh, 9A1, Nguyễn Việt Sơn, 9A3, THCS Lâm Thao ; **Nguyễn Thị Bích Nguyệt,** 9E, THCS Văn Lang, Tp. Việt Trì ; **Thái Nguyên :** Nguyễn Hoàng Tùng, 7A5, THCS Chu Văn An ; **Vinh Phúc :** Trần Tấn Phong, 8A, Đỗ Tiến Đăng, 9B, THCS Lập Thạch, Phan Minh Thạch, 8A, THCS Yên Lạc ; **Bắc Giang :** Nguyễn Phi Yến, 8A, THCS Ngô Sĩ Liên ; **Hà Tây :** Lê Hồng Thuận, 7B, THCS Nguyễn Thượng Hiền, Ứng Hòa ; **Bắc Ninh :** Lê Quốc Khánh, 9A, THCS Yên Phong ; **Thái Bình :** Chu

Văn Thắng, 9B, THCS Vũ Lễ, Kiến Xương ; **Thanh Hóa :** Nguyễn Thanh Hương, 8A, THCS Yên Tâm, Yên Định, Nguyễn Hữu Chiến, 8B, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoàng Hóa ; **Nghe An :** Trần Văn Toàn, 8B, THCS Bạch Liêu, Yên Thành ; **Lê Ngọc Thạch,** 9A, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương ; **Khánh Hòa :** Nguyễn Anh Thảo, 7¹⁴, Đỗ Phú Thịnh, 9¹², THCS Thái Nguyên, Nha Trang ; **Quảng Ngãi :** Hoàng Nguyên Khang, 9/1, THCS thị trấn Châu Ô, Bình Sơn ; **Tp. Hồ Chí Minh :** Trần Hải Đăng, 8A9, THCS Trần Đại Nghĩa ; **Bà Rịa - Vũng Tàu :** Ngô Minh Đức, 8A3, THCS Nguyễn An Ninh.

NGUYỄN XUÂN BÌNH

Bài T4/313. Giải bất phương trình

$$2\sqrt[3]{x+2} + \sqrt[3]{3x+1} \geq \sqrt[3]{2x-1}$$

Lời giải. (Theo ý của đa số các bạn)

Đặt $\sqrt[3]{x+2} = u$ và $\sqrt[3]{3x+1} = v$. Khi đó ta có $\sqrt[3]{2x-1} = \sqrt[3]{v^3 - u^3}$. Bất phương trình đã cho được viết lại thành

$$2u + v \geq \sqrt[3]{v^3 - u^3}$$

$$\Leftrightarrow (2u + v)^3 - (v^3 - u^3) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (8u^3 + 12u^2v + 6uv^2 + v^3) - v^3 + u^3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3u(3u^2 + 4uv + 2v^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3u(2(u+v)^2 + u^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow u \geq 0 \text{ hoặc } u^2 = (u+v)^2 = 0$$

$$\Rightarrow u \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2.$$

Thử lại ta thấy $x \geq 2$ thỏa mãn BPT đã cho.

Nhận xét. Bài toán này có rất nhiều bạn giải theo phương pháp trình bày ở trên.. Có vài bạn giải sai hoặc sử dụng dấu $\Leftrightarrow$ không chuẩn xác. Đa số suy luận ra bất đẳng thức $u \geq 0$ mà không lý luận cẩn thận để khỏi làm mất các nghiệm khác. Những bạn sau đây có lời giải chính xác và ngắn gọn : **Hà Tây :** Nguyễn Đức Thành, 9A1, THCS Hà Cầu, Hà Đông ; **Thanh Hóa :** Nguyễn Thị Phương, 9C, THCS Hoàng Quý, Hoàng Hóa.

VŨ ĐÌNH HÒA

Bài T5/313. Chứng minh rằng nếu đa thức $x^3 + ax^2 + bx + c$ ($c \neq 0$) có 3 nghiệm phân biệt thì đa thức $x^3 - bx^2 + acx - c^2$ cũng có 3 nghiệm phân biệt.

Lời giải. (của nhiều bạn)

Đặt $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, $g(x) = x^3 - bx^2 + acx - c^2$. Gọi x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm phân biệt của $f(x)$. Do $c \neq 0$ nên x_1, x_2, x_3 đều khác 0. Theo định lý Vi-ét thuận ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -a \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = b \\ x_1x_2x_3 = -c \end{cases}$$

Do đó $x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = b$,

$$x_1 x_2 \cdot x_2 x_3 + x_2 x_3 \cdot x_3 x_1 + x_3 x_1 \cdot x_1 x_2 = \\ = x_1 x_2 x_3 (x_1 + x_2 + x_3) = ac,$$

$$x_1 x_2 \cdot x_2 x_3 \cdot x_3 x_1 = (x_1 x_2 x_3)^2 = c^2$$

Theo định lý Viét đảo thì ba số $x_1 x_2, x_2 x_3, x_3 x_1$ là ba nghiệm của $g(x)$.

Do x_1, x_2, x_3 khác nhau và khác 0 nên $x_1 x_2, x_2 x_3, x_3 x_1$ là nghiệm phân biệt của $g(x)$.

Nhận xét. 1) Một số bạn đã phát hiện ra đề bài thiếu điều kiện $c \neq 0$ (hoặc : đa thức $x^3 + ax^2 + bx + c$ có ba nghiệm phân biệt khác 0) vì chẳng hạn : nếu $c = 0, a = 3, b = 2$ thì đa thức $f(x)$ có ba nghiệm phân biệt là 0 ; -1 ; -2 nhưng đa thức $g(x)$ không có ba nghiệm phân biệt (chỉ có một nghiệm đơn là 2 và một nghiệm kép là 0).

2) Các bạn sau có lời giải tốt :

Vinh Phúc : Trần Tấn Phong, 8A, THCS Lập Thạch ; Nguyễn Hoài Nam, 8D, THCS Lèn Bào, Tx. Vĩnh Yên ; Lưu Thị Thùy Dương, 136 phố Trần Phú, Phú Yên, Mê Linh ; **Phú Thọ :** Nguyễn Trung Kiên, 9A, THCS Giấy Phong Châu ; **Bắc Ninh :** Tạ Hiền, 8T, THCS Long Châu A, Yên Phong ; **Hải Dương :** Nguyễn Tiến Dũng, 9A1, THCS Chu Văn An, Thanh Hà, Lai Nguyên Thanh, 9/3, THCS Lê Quý Đôn ; **Hưng Yên :** Bùi Quang Huy, 10T1, THPT chuyên Hưng Yên ; **Nghệ An :** Đậu Thế Linh, 9A, THCS Cao Xuân Huy, Diễn Châu, Lê Ngọc Thạch, 9A, Nguyễn Lê Phước, 9C, THCS Lý Nhật Quang, Đô Lương ; **Nam Định :** Nguyễn Văn Đình, 12I, THPT Giao Thủy A ; **Quảng Trị :** Dương Bảo Nhân, 9, THCS Đại Hòa, Lê Hải Anh, 9C, THCS Triệu Phước, Triệu Phong.

TRẦN HỮU NAM

Bài T6/313. Tam giác ABC có độ dài các cạnh là $BC = a, CA = b, AB = c$. Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là độ dài các đường cao AA', BB', CC' . Chứng minh rằng $\triangle ABC$ là đều khi và chỉ khi

$$\sqrt{a+h_a} + \sqrt{b+h_b} + \sqrt{c+h_c} \\ = \sqrt{a+h_b} + \sqrt{b+h_c} + \sqrt{c+h_a}$$

Lời giải. Trước hết ta chứng minh : Với $m, n, p, q > 0$ ta có

$$\sqrt{m+p} + \sqrt{n+q} \geq \sqrt{m+q} + \sqrt{n+p} \quad (1)$$

khi và chỉ khi $(m-n)(q-p) \geq 0$

Thật vậy :

$$(1) \Leftrightarrow (m+n+p+q) + 2\sqrt{(m+p)(n+q)} \geq \\ \geq (m+n+p+q) + 2\sqrt{(m+q)(n+p)} \\ \Leftrightarrow (m+p)(n+q) \geq (m+q)(n+p) \\ \Leftrightarrow mq + np \geq mp + nq \\ \Leftrightarrow (m-n)(q-p) \geq 0 \text{ (đpcm)}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $m = n$ hoặc $p = q$. Trở lại bài toán đang xét. Không mất

tổng quát, giả sử $a \leq c$ và $b \leq c$. Suy ra $h_c \leq h_a$ và $h_c \leq h_b$.

Theo (1) : Vì $(a-b)(h_b - h_a) \geq 0$ nên

$$\sqrt{a+h_a} + \sqrt{b+h_b} \geq \sqrt{a+h_b} + \sqrt{b+h_a} \quad (2)$$

Tương tự :

$$\sqrt{b+h_a} + \sqrt{c+h_c} \geq \sqrt{b+h_c} + \sqrt{c+h_a} \quad (3)$$

Cộng từng vế của (2) và (3) được :

$$\sqrt{a+h_a} + \sqrt{b+h_b} + \sqrt{c+h_c} \\ \geq \sqrt{a+h_b} + \sqrt{b+h_c} + \sqrt{c+h_a} \quad (*)$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = b \text{ hoặc } h_a = h_b \\ b = c \text{ hoặc } h_c = h_b \end{cases} \text{ tức } \triangle ABC \text{ đều.}$$

Vậy $\triangle ABC$ đều khi và chỉ khi tồn tại đẳng thức trong (*) (đpcm).

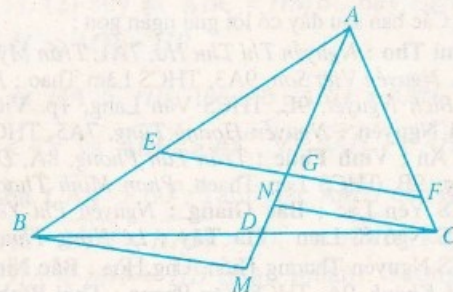
Nhận xét. 1) Bạn có thể chứng minh riêng điều kiện cần, điều kiện đủ. Trong cách đó dễ thấy điều kiện cần là hiển nhiên.

2) Các bạn có bài làm tốt gồm :

Phú Thọ : Nguyễn Trung Kiên A, 9A, THCS Giấy Phong Châu ; **Vinh Phúc :** Nguyễn Kim Thuật, 9A, THCS Yên Lạc, Nguyễn Tấn Phong, 8A, THCS Lập Thạch, Phạm Huy, 9C, THCS Tam Dương ; **Bắc Giang :** Nguyễn Phúc Ái, 9A, THCS Chu II, Lục Ngạn, Nguyễn Phi Yến, 8A, THCS Ngô Sĩ Liên ; **Hải Dương :** Đỗ Thị Hải, 9A, THCS Phương Hưng, Gia Lộc, Hoàng Đình Phương, Lai Nguyên Thanh, 8³, THCS Lê Quý Đôn ; **Quảng Ninh :** Bùi Ngọc Duy, lớp 9 trường Thực hành Sư phạm ; **Hà Nội :** Vũ Nhật Minh, 9H, THCS Lê Quý Đôn, Q. Cầu Giấy ; **Nam Định :** Nguyễn Huy Quang, 9A2, THCS Lê Quý Đôn, Ý Yên ; **Nghệ An :** Đinh Quỳnh Nga, 9A, THCS Quán Hành, Nghi Lộc ; **Quảng Trị :** Nguyễn Hoàng Long, 9₃, THCS Lương Thế Vinh.

VŨ KIM THÚY

Bài T7/313. Tam giác ABC có $\frac{1}{4}AC < AB < 4AC$. Một đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC, cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E, F. Hãy xác định vị trí điểm E sao cho $AE + AF$ đạt giá trị nhỏ nhất.



Lời giải. Gọi AD là trung tuyến của $\triangle ABC$. Kẻ $BM \parallel CN \parallel EF$. Ta có $\triangle BDM = \triangle CDN$ (g.c.g). Suy ra $DM = DN$.

Từ đó $AN + AM = 2AD = 3AG$

$$\text{Do đó } \frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = \frac{AM}{AG} + \frac{AN}{AG} = \frac{AM+AN}{AG} = 3$$

Áp dụng BĐT Bu-nhi-a-cốp-xki suy ra

$$3(AE + AF) = \left(\frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} \right) (AE + AF) \geq$$

$$(\sqrt{AB} + \sqrt{AC})^2 \text{ hay } AE + AF \geq \frac{1}{3}(\sqrt{AB} + \sqrt{AC})^2.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{AB}{AE} + \frac{AC}{AF} = 3 \\ \frac{AB}{AE^2} = \frac{AC}{AF^2} \end{cases}$$

Ta có

$$AE = \frac{\sqrt{AB}(\sqrt{AB} + \sqrt{AC})}{3} = \frac{AB + \sqrt{AB \cdot AC}}{3}$$

$$AF = \frac{\sqrt{AC}(\sqrt{AB} + \sqrt{AC})}{3} = \frac{AC + \sqrt{AB \cdot AC}}{3}$$

$$(\text{với nhận xét } \frac{\sqrt{AB}}{AE} = \frac{\sqrt{AC}}{AF} = k)$$

$$\Rightarrow k(\sqrt{AB} + \sqrt{AC}) = 3 \text{ nên } k = \frac{3}{\sqrt{AB} + \sqrt{AC}}$$

Mặt khác vì $\frac{1}{4}AC < AB < 4AC$ nên

$$AE = \frac{AB + \sqrt{AB \cdot AC}}{3} < \frac{AB + \sqrt{4AB^2}}{3} = AB$$

$$AF = \frac{AC + \sqrt{AB \cdot AC}}{3} < \frac{AC + \sqrt{4AC^2}}{3} = AC$$

tức $E \in [AB], F \in [AC]$ thỏa mãn đầu bài.

$$\text{Vậy } E \text{ thỏa mãn } AE = \frac{AB + \sqrt{AB \cdot AC}}{3} \text{ sẽ làm}$$

$$AE + AF \text{ đạt giá trị nhỏ nhất và bằng } \frac{(\sqrt{AB} + \sqrt{AC})^2}{3}$$

Nhận xét. Giải tốt bài này là các bạn

Phú Thọ : Nguyễn Trung Kiên A, 9A, THCS Giấy Phong Châu ; **Vĩnh Phúc :** Trần Tấn Phong, 8A, THCS Lập Thạch, Đoàn Mạnh Hùng, 8A, THCS Yên Lạc ; **Hải Dương :** Hoàng Đình Phương, 8B, THCS Lê Quý Đôn ; **Bắc Giang :** Nguyễn Phúc Ái, 9A, THCS Chu II ; **Hà Nội :** Vũ Minh Long, Vũ Nhật Minh, 9H, THCS Lê Quý Đôn, Q. Cầu Giấy ; **Nam Định :** Trần Ngọc Tân, 6A⁶, THCS Trần Đăng Ninh ; **Nghe An :** Trịnh Văn Nam, 8C,

THCS Cao Xuân Huy, Diên Châu, Nguyễn Lê Phước, 9C, THCS Lý Nhật Quang, Đồ Lương ; **Quảng Trị :** Dương Bảo Nhân, 9, THCS Đại Hòa.

BÍNH NAM HÀ

Bài T8/313. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x_1^3}{x_2 + x_3 + \dots + x_n} + \frac{x_2^3}{x_1 + x_3 + \dots + x_n} + \dots + \frac{x_n^3}{x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1}}$$

trong đó $x_1, x_2, \dots, x_n$ là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $x_1x_2 + x_2x_3 + \dots + x_{n-1}x_n + x_nx_1 = s$ không đổi.

Lời giải. (của bạn Đại Thị Ánh, 7A, THCS Yên Lạc, **Vĩnh Phúc** và một số bạn khác).

Theo BĐT Bu-nhi-a-cốp-xki ta có

$$P(x_1(x_2 + x_3 + \dots + x_n) + x_2(x_1 + x_3 + \dots + x_n) + \dots + x_n(x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1})) \geq (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)^2 \quad (1)$$

Mặt khác

$$x_1(x_2 + x_3 + \dots + x_n) + x_2(x_1 + x_3 + \dots + x_n) + \dots + x_n(x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1})$$

$$= (x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2 - (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) \leq$$

$$\leq (n-1)(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) \quad (2)$$

$$(\text{do } n(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) =$$

$$= (1+1+\dots+1)(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) \geq (x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta có

$$(n-1)(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) \cdot P \geq (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)^2$$

Do đó

$$P \geq \frac{1}{n-1}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) =$$

$$= \frac{1}{n-1} \left(\left(\frac{x_1^2 + x_2^2}{2} \right) + \left(\frac{x_2^2 + x_3^2}{2} \right) + \dots + \left(\frac{x_n^2 + x_1^2}{2} \right) \right)$$

$$\geq \frac{1}{n-1}(x_1x_2 + x_2x_3 + \dots + x_nx_1) \text{ (theo BĐT Côsi)}$$

$$= \frac{S}{n-1}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x_1 = x_2 = \dots = x_n = \sqrt{\frac{S}{n}}.$$

Nhận xét. Đây là bài toán BĐT cổ điển không phức tạp. Tòa soạn nhận được lời giải của hơn 500 bạn học sinh, tất cả các bạn giải đúng. Tuy nhiên có nhiều bạn phải dùng đến BĐT Trê-bư-sép ! Hoan nghênh các bạn lớp 7, 8 đã tham gia, giải tốt bài toán này : **Phú Thọ** : Nguyễn Bảo Trung, 8E, THCS Văn Lang ; **Vĩnh Phúc** : Nguyễn Hoài Nam, 8D, THCS THCS Liên Bảo, Trần Tấn Phong, 8A, THCS Lập Thạch ; **Quảng Bình** : Trần Vĩnh Thành, 8/2, THCS Đồng Mỹ ; **Khánh Hòa** : Võ Thái Thông, 7/4, THCS Ngô Gia Tự, Cam Ranh.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài T9/313. Đa thức $P(x)$ thỏa mãn điều kiện $P(2003) = 2003!$ và $x.P(x-1) = (x-2003).P(x)$.

Chứng minh rằng đa thức $f(x) = P^2(x) + 1$ là bất khả quy.

Lời giải. (của bạn Lê Tôn Chánh, 12T, THPT chuyên Lê Quý Đôn, Bình Định, Hoàng Ngọc Minh, 12A, THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ).

Đầu tiên ta chứng minh rằng

$$P(x) = x(x-1) \dots (x-2001)(x-2002) \quad (1)$$

Thật vậy từ điều kiện

$$xP(x-1) = (x-2003)P(x) \quad (2)$$

cho $x = 0$ suy ra $P(0) = 0$

Giả sử $P(i) = 0$ với $i = 0, 1, \dots, n$ ($n \leq 2001$). Trong (2) cho $x = i+1$ ta được $(i+1)P(i) = (i-2002)P(i+1) \Rightarrow P(i+1) = 0$

Vậy $P(i) = 0 \forall i = 0, \dots, 2002$. Do đó

$$P(x) = x(x-1) \dots (x-2002)Q(x) \quad (3)$$

Thay (3) vào (2) ta được $Q(x-1) = Q(x) \forall x$ do đó $Q(x) = c = \text{const}$. Mặt khác do $P(2003) = 2003!$ nên $c = 1$.

Vậy (1) được chứng minh. Tiếp theo ta giả thiết rằng $f(x)$ khả quy $f(x) = g(x)h(x)$ với $g(x), h(x)$ là các đa thức hệ số nguyên có bậc lớn hơn 0. Không giảm tổng quát có thể giả sử hệ số cao nhất của $g(x)$ và $h(x)$ bằng 1. Vì $f(x)$ không có nghiệm nên $g(x)$ và $h(x)$ không có nghiệm. Suy ra $g(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}, h(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Vì $f(i) = g(i)h(i) = 1 \forall i = 0, \dots, 2002$ nên $g(i) = h(i) = 1$ với mọi $i = 0, \dots, 2002$. Giả sử $\deg g = m, \deg h = n$ với $m \leq n$. Nếu $m < n$ thì vì $m+n = 2.2003$ nên $m < 2003$ suy ra $g(x) = 1 \forall x$. Mâu thuẫn. Vậy $m = n = 2003$.

Thành thử $g(x) = h(x) = x(x-1) \dots (x-2002) + 1 = P(x) + 1$.

Suy ra $f(x) = h^2(x) = (P(x) + 1)^2 = P^2(x) + 1 \Rightarrow P(x) = 0 \forall x$. Mâu thuẫn.

Vậy $f(x)$ là bất khả quy.

Nhận xét. Rất nhiều bạn đã tham gia giải bài toán này và hầu hết có lời giải đúng. Đường như bài toán : Nếu $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Z}$ là các số nguyên phân biệt thì đa thức $f(x) = (x-a_1)^2 \dots (x-a_n)^2 + 1$ là bất khả quy đã khá quen thuộc với nhiều bạn !

Các bạn có lời giải tốt bao gồm : **Trần Quốc Hoàn**, 11T, THPT Nguyễn Trãi, **Vương Bá Tuấn**, 12T, THPT Hàn Thuyên, **Bắc Ninh**, **Lương Xuân Bách**, 11 Toán, chuyên **Hưng Yên**, **Lê Quang tuấn**, 11 chuyên **Lê Khiết**, **Quảng Ngãi**, **Trần Tấn Phong**, 8A, THCS Lập Thạch, **Vĩnh Phúc**.

ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài T10/313. Dãy số thực (x_n) ($n = 0, 1, 2, \dots$) được xác định bởi : $x_0 = a$ và $x_{n+1} = 2x_n^2 - 1$ với mọi $n = 0, 1, 2, \dots$

Tìm tất cả các giá trị của a để $x_n < 0$ với mọi $n = 0, 1, 2, \dots$

Lời giải. Giả sử $x_n < 0$ với mọi $n = 0, 1, 2, \dots$

$$\text{Từ } x_{n+2} = 2x_{n+1}^2 - 1 < 0 \text{ có } \frac{-\sqrt{2}}{2} < x_{n+1} < 0$$

$$\text{Lại từ } -\frac{\sqrt{2}}{2} < 2x_n^2 - 1 < 0 \text{ có } -\frac{\sqrt{2}}{2} < x_n < 0$$

$$\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow -1 < x_n < -\frac{1}{4} \text{ với mọi } n. \text{ Suy ra}$$

$$\left| x_n - \frac{1}{2} \right| > \frac{3}{4} \text{ và } \left| x_n + \frac{1}{2} \right| < 1 \text{ với mọi } n. \text{ Từ đó}$$

$$\left| x_{n+1} + \frac{1}{2} \right| = \left| 2x_n^2 - 1 + \frac{1}{2} \right| =$$

$$= 2 \left| x_n^2 - \frac{1}{4} \right| = 2 \left| x_n - \frac{1}{2} \right| \cdot \left| x_n + \frac{1}{2} \right| > \frac{3}{2} \left| x_n + \frac{1}{2} \right|$$

với mọi n . Áp dụng liên tiếp bất đẳng thức này

$$\text{có } \left| a + \frac{1}{2} \right| = \left| x_0 + \frac{1}{2} \right| < \frac{2}{3} \left| x_1 + \frac{1}{2} \right| < \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left| x_2 + \frac{1}{2} \right| <$$

$$< \dots < \left(\frac{2}{3} \right)^n \left| x_n + \frac{1}{2} \right| < \left(\frac{2}{3} \right)^n \text{ với mọi } n. \text{ Mà}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3} \right)^n = 0 \text{ nên phải có } \left| a + \frac{1}{2} \right| = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

Thử lại với $a = -1/2$ thì $x_n = -1/2 < 0$ với mọi n . Vậy $a = -1/2$ là giá trị duy nhất cần tìm.

Nhận xét. 1) Nhiều bạn đặt $a = \cos \alpha \Rightarrow x_n = \cos 2^n \alpha$ đã biến đổi khá phức tạp và nhiều khi không chính xác. Bạn **Đỗ Quốc Khánh**, 10A1, THPT chuyên Lê Quý Đôn,

Đà Nẵng đã giải bài toán tổng quát, trong đó $x_{n+1} = kx_n^2 - 1$ với $k \geq 1$, và tìm được $a = \frac{1 - \sqrt{1+4k}}{2k}$ để $x_n < 0$ với mọi n .

2) Ngoài bạn Khánh, các bạn sau cũng có lời giải gọn :

Vĩnh Phúc : Phạm Văn Hoàng, 11A1, Phạm Quang Chiến, Nguyễn Triều Dương, Lê Minh Thắng, Nguyễn Đăng Tuyển, Trần Bắc, Phùng Văn Bình, 12A1, THPT ch. Vĩnh Phúc ; **Hải Dương** : Trần Quốc Hoàn, 11T, THPT Nguyễn Trãi, Tp. Hải Dương ; **Hà Nội** : Phạm Nhật Minh, 10B Tin, PTCTT, ĐHKHTN - ĐHQG Hà Nội ; **Bắc Giang** : Nguyễn Tuyết Mai, 10A, THPT NK Ngô Sĩ Liên ; **Thanh Hóa** : Trần Mạnh Tuấn, 11T, Trần Văn Thiệu, 11C5, THPT Như Thanh ; **Quảng Nam** : Nguyễn Đình Duy, 11/1, THPT chuyên Nguyễn Bình Khiêm, Tam Kỳ.

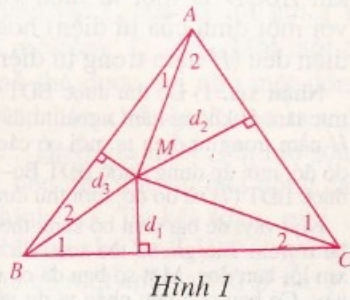
VIỆT HẢI

Bài T11/313. Giả sử M là một điểm nằm trong tam giác ABC . Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ M tới các đường thẳng BC, CA, AB . Gọi R và r tương ứng là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp $\triangle ABC$. Chứng minh rằng : $\frac{MA \cdot MB \cdot MC}{d_1 \cdot d_2 \cdot d_3} \geq \frac{4R}{r}$

Lời giải.

(Theo bạn Lê Viết Ân, 9A, THCS Phú Thuận, Phú Vang, Thừa Thiên - Huế).

Nếu không kể đến sự sai khác về kí hiệu thì có hai khả năng xảy ra (h.1, h.2). Tuy nhiên, vì sin của hai góc bù nhau thì bằng nhau nên ta vẫn có một lời giải chung cho cả hai khả năng đó. Với các kí hiệu trong hình vẽ (h. 1, h.2), ta có :

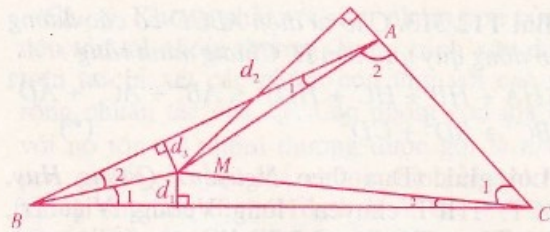


Hình 1

$$\begin{cases} MA = \frac{d_2}{\sin A_2} = \frac{d_3}{\sin A_1} \\ MB = \frac{d_3}{\sin B_2} = \frac{d_1}{\sin B_1} \\ MC = \frac{d_1}{\sin C_2} = \frac{d_2}{\sin C_1} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{MA \cdot MB \cdot MC}{d_1 \cdot d_2 \cdot d_3} \right)^2 = \frac{1}{\sin A_1 \cdot \sin A_2 \cdot \sin B_1 \cdot \sin B_2 \cdot \sin C_1 \cdot \sin C_2} \quad (1)$$

Mặt khác, từ hệ thức quen thuộc

$$r = 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$



Hình 2

$$\text{ta có : } \left(\frac{4R}{r} \right)^2 = \frac{1}{\sin^2 \frac{A}{2} \cdot \sin^2 \frac{B}{2} \cdot \sin^2 \frac{C}{2}} \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta thấy bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với bất đẳng thức sau :

$$\sin A_1 \cdot \sin A_2 \cdot \sin B_1 \cdot \sin B_2 \cdot \sin C_1 \cdot \sin C_2 \leq \sin^2 \frac{A}{2} \sin^2 \frac{B}{2} \sin^2 \frac{C}{2} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } & \sin A_1 \sin A_2 \cdot \sin B_1 \sin B_2 \cdot \sin C_1 \sin C_2 \\ & \leq \frac{1}{2} [\cos(A_1 - A_2) - \cos(A_1 + A_2)] \times \\ & \times \frac{1}{2} [\cos(B_1 - B_2) - \cos(B_1 + B_2)] \\ & \times \frac{1}{2} [\cos(C_1 - C_2) - \cos(C_1 + C_2)] \\ & \leq \frac{1}{2} (1 - \cos A) \cdot \frac{1}{2} (1 - \cos B) \cdot \frac{1}{2} (1 - \cos C) \\ & = \sin^2 \frac{A}{2} \sin^2 \frac{B}{2} \sin^2 \frac{C}{2} \end{aligned}$$

Vậy (*) đúng $\Rightarrow$ BĐT cần chứng minh đúng. Đẳng thức xảy ra

$$\Leftrightarrow \cos(A_1 - A_2) = \cos(B_1 - B_2) = \cos(C_1 - C_2) = 1$$

$$\Leftrightarrow A_1 = A_2 ; B_1 = B_2 ; C_1 = C_2$$

$\Leftrightarrow M$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

Nhận xét. 1) Bài toán này dễ, rất nhiều bạn tham gia giải. Đa số các bạn giải đúng nhưng cũng đa số các bạn không có lời giải hoàn chỉnh. Thiếu sót cơ bản tập trung vào hai vấn đề sau :

- Không nhận thấy rằng có hai khả năng vẽ hình vẽ.
- Không kiểm tra khi nào đẳng thức xảy ra.

2) Các bạn sau đây có lời giải tương đối tốt : **Đông Tháp** : Lý Duy Khiêm, 11T, THPT Tx. Cao Lãnh ; **Hưng Yên** : Lương Xuân Bách, 11T, THPT chuyên Hưng Yên ; **Phú Yên** : Võ Xuân Quốc, 10T, THPT chuyên Lương Văn Chánh ; **Đà Nẵng** : Thái Thanh Hải, 11A1, THPT chuyên Lê Quý Đôn ; **Quảng Trị** : Hồ Sĩ Sáng, 12T, THPT chuyên Lê Quý Đôn ; **Phú Thọ** : Nguyễn Quang Huy, 10T, THPT chuyên Hùng Vương ; **Vĩnh Phúc** : Phạm Văn Hoàng, THPT chuyên Vĩnh Phúc ; **Bình Định** : Trần Nhật Anh, 11T, THPT chuyên Lê Quý Đôn.

NGUYỄN MINH HÀ

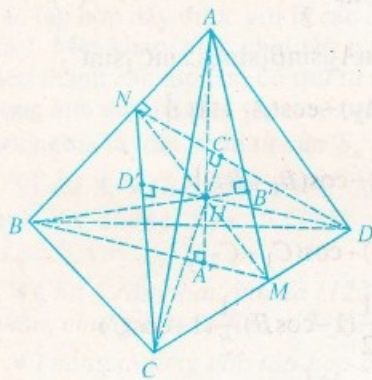
Bài T12/313. Cho tứ diện $ABCD$ có các đường cao đồng quy tại điểm H . Chứng minh rằng :

$$(HA + HB + HC + HD)^2 \leq AB^2 + AC^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 \quad (*)$$

Lời giải. (Dựa theo Nguyễn Quang Huy, 10CT, THPT chuyên Hùng Vương, Việt Trì, Phú Thọ). Tứ diện $ABCD$ là một tứ diện trực tâm có trục tâm là H . Ta xét hai trường hợp :

1) Trục tâm trùng với một đỉnh tứ diện, chẳng hạn $H = A$. Khi đó, theo định lý Pi-ta-go thì dễ thấy BĐT (*) đúng. Trong trường hợp này, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $AB = AC = AD$, tức là $ABCD$ là một tứ diện vuông cân.

2) H nằm trong tứ diện. Gọi A', B', C' và D' là chân các đường cao hạ từ các đỉnh A, B, C và D trên các mặt đối diện tương ứng. Trong trường hợp này, vì



các cạnh đối diện vuông góc với nhau, nên trục tâm H cũng còn là điểm đồng quy của 6 mặt cao, tức là các mặt phẳng đi qua một cạnh của tứ diện và vuông góc với cạnh đối diện. Chẳng hạn, gọi M là giao điểm của CD và mặt phẳng qua AB vuông góc với CD (hình vẽ). Dễ thấy rằng H là trục tâm của tam giác ABM cũng là giao của hai đường cao AA' và BB' của tứ diện $ABCD$. Vì H nằm trong tứ diện $ABCD$ nên ABM là một tam giác nhọn. Kẻ $MN \perp AB$ tại N . Từ đó $AH.AA' = AB'.AM = AN.AB$ (1)

$$BH.BB' = BN.BA = NB.AB \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$AH.AA' + BH.BB' = AB^2 \quad (3)$$

Chứng minh tương tự, ta được 5 đẳng thức nữa như (3). Cộng theo từng vế, ta được

$$3(AH.AA' + BH.BB' + CH.CC' + DH.DD') = AB^2 + CD^2 + AD^2 + BC^2 + BD^2 + CD^2 \quad (4)$$

Mặt khác, vì H nằm trong tất cả các đoạn đường cao AA', BB', CC' và DD' nên (dùng phương pháp thể tích) ta được hệ thức :

$$\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'} + \frac{HD'}{DD'} = 1. \quad (5)$$

Từ đó suy ra :

$$\frac{AH}{AA'} + \frac{BH}{BB'} + \frac{CH}{CC'} + \frac{DH}{DD'} = 3 \quad (6)$$

Áp dụng BĐT Bu-nhi-a-cốp-xki, ta được BĐT sau :

$$\left(\frac{AH}{AA'} + \frac{BH}{BB'} + \frac{CH}{CC'} + \frac{DH}{DD'} \right) (AH.AA' + BH.BB' + CH.CC' + DH.DD') \geq (HA + HB + HC + HD)^2 \quad (7)$$

Cuối cùng, đối chiếu (4) và (7) ta thu được BĐT (*) cần tìm.

Đẳng thức xảy ra ở (*) $\Leftrightarrow$ đẳng thức xảy ra ở (7) $\Leftrightarrow AA' = BB' = CC' = DD'$, và do đó $ABCD$ là một tứ diện gần đều. Gọi O và G lần lượt là tâm cầu ngoại tiếp và trọng tâm của $ABCD$, thế thì : $ABCD$ là tứ diện trực tâm (giả thiết) $\Leftrightarrow 2\overline{OH} = \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = 4\overline{OG}$. $ABCD$ là tứ diện gần đều $\Leftrightarrow O \equiv G$.

Bởi vậy, đẳng thức ở (*) xảy ra $\Leftrightarrow O \equiv G \equiv H$ và do đó, $ABCD$ là một tứ diện đều.

Kết luận : Đẳng thức xảy ra ở (*) khi và chỉ khi $ABCD$ là một tứ diện vuông cân (H trùng với một đỉnh của tứ diện) hoặc $ABCD$ là một tứ diện đều (H nằm trong tứ diện).

Nhận xét. 1) Để thu được BĐT (*) ta cần có giả thiết trục tâm H không nằm ngoài tứ diện $ABCD$. Trường hợp H nằm trong tứ diện ta mới có các hệ thức (5) và (6) và do đó, mới áp dụng được BĐT Bu-nhi-a-cốp-xki để thu được BĐT (7) và do đó, mới thu được BĐT (*) cần tìm.

Như vậy, đề bài phải bổ sung thêm giả thiết như đã sửa lại ở trên. Tác giả và tòa soạn đã có sơ suất, thành thực xin lỗi bạn đọc. Một số bạn đã có nhận xét đúng về điều này. Có bạn còn nêu phản ví dụ về BĐT (*), chẳng hạn, vì trục tâm H của tứ diện trực tâm $ABCD$ chỉ cần nằm trên đường thẳng vuông góc với một mặt tại trục tâm của mặt đó nên khi H đi ra xa mặt đó thì BĐT (*) sẽ không còn đúng nữa.

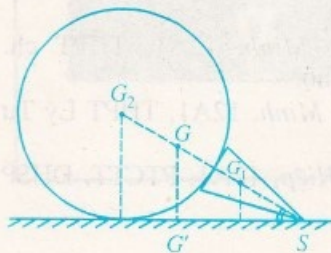
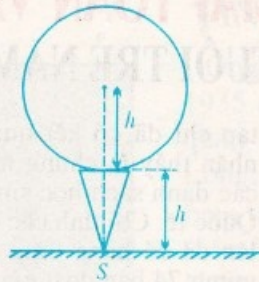
2) Các bạn sau đây (ngoài bạn Nguyễn Quang Huy) đã có nhận xét tốt và cho lời giải đúng : **Phú Thọ :** Hoàng Ngọc Minh, 12A1, THPT chuyên Hùng Vương, Phú Thọ ; **Hòa Bình :** Lưu Như Hòa, 11 Toán, THPT Hoàng Văn Thụ ; **Bắc Ninh :** Nguyễn Đức Trung, 11 Toán, THPT NK Hàn Thuyên ; **Nam Định :** Nguyễn Văn đình, 12I, THPT Giao Thủy A ; **Hải Phòng :** Phạm Duy Thành, 11T, THPT Trần Phú ; **Trần Văn Bình,** 12A1, THPT Nguyễn Bình Khiêm, Vĩnh Bảo ; **Thanh Hóa :** Hoàng Trọng Bắc, 11B1, THPT Lê Văn Hưu, Thiệu Hóa, Nguyễn Tuấn Dương, 10T, THPT Lam Sơn, **Trần Văn Thiên,** 11C5, THPT Như Thanh ; **Nghe An :** Bùi Đăng Lương, 11A1, THPT Phan Bội Châu, Tp. Vinh, Nguyễn Thanh Hưng, THPT Nguyễn Xuân Ôn, Diễn Châu ; **Quảng Trị :** Lê Hải Dương, 11B, THPT Hải Lăng ; **Quảng Nam :** Nguyễn Hữu Hiệp, 12/1, THPT Trần Cao Vân, Tx. Tam Kỳ ; **Bình Định :** Phan Thị Vũ Hương, 11A2, THPT Lê Quý Đôn, Quy Nhơn ; **Tp. Hồ Chí Minh :** Trần Minh Hoàng.

NGUYỄN ĐĂNG PHÁT

Bài L1/313. Một đồ chơi trẻ em được cấu tạo bởi 2 phần làm bằng cùng một chất: phần dưới có dạng hình nón đặc, chiều cao h , bán kính đáy

$$r = \frac{h}{4} \text{ gắn với phần trên}$$

có dạng hình cầu đặc, bán kính $R = h$ sao cho trục hình nón đi qua tâm của hình cầu (hình vẽ). Vật được giữ sao cho trục thẳng đứng trên mặt phẳng nằm ngang rất nhẵn. Khi nó đổ và nằm yên trên mặt phẳng thì đỉnh S đã dịch một đoạn bao nhiêu so với vị trí ban đầu.



Lời giải. Vì không có tác dụng của ngoại lực theo phương ngang nên trọng tâm của vật chỉ dịch chuyển theo phương thẳng đứng, do đó hình chiếu G'

của G lên phương nằm ngang đứng yên. Như vậy đỉnh S đã dịch một đoạn $l = SG'$ (xem hình trên). Ta có: $l = SG \cos \alpha$. Biết $\sin \alpha = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\alpha = 30^\circ$. Từ đó $l = SG \cdot \sqrt{3}/2$ (1). Quả cầu có trọng

tâm G_2 và có khối lượng $m_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 D = \frac{4}{3} \pi h^3 D$ (D là khối lượng riêng). Hình nón có khối lượng

$m_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi h^3 D}{48}$. Khối tâm G_1 của hình

nón nằm trên đường thẳng SG_2 cách đỉnh S một đoạn SG_1 , xác định bởi: $G_1 = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{\int x \cdot dm}{m_1}$,

với dm là khối lượng của hình nón cắt cách S một đoạn x và có chiều cao dx : $dm =$

$D(\pi x^2 \tan^2 \alpha) \cdot dx$. Từ đó tìm được: $SG_1 = \frac{3h}{4}$.

Trọng tâm G của vật được xác định bởi: $\frac{GG_2}{GG_1} = \frac{m_1}{m_2} \rightarrow GG_2 = \frac{G_1 G_2}{65} = \frac{h}{52} \Rightarrow SG = 2h -$

$\frac{h}{52} = \frac{103h}{52}$. Thay vào (1) ta được $l = \frac{103\sqrt{3}}{104} h \approx 1,71h$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng và gọn:

Gia Lai: Lê Thanh Cường, 11C4, THPT Hùng Vương, Pleiku; **Hà Tây:** Đào Xuân Dũng, 11 Lí 1, THPT Nguyễn Huệ, Hà Đông; **Đông Nai:** Hoàng Văn Hùng, 12 Lí 1, THPT chuyên Lương Thế Vinh; **Phú Thọ:** Vũ Đình Quang, 11B chuyên Lí, THPT chuyên Hùng Vương; **Hà Tĩnh:** Bùi Hoài Nam, 12 Lí, THPT chuyên Hà Tĩnh; **Vĩnh Phúc:** Hoàng Thị Hồng Hạnh, Nguyễn Thị Phương Dung và Nguyễn Thị Tuyết Nhung, 11A3, Hoàng Xuân, 12A3, Trịnh Hữu Phước, 11A10, THPT chuyên Vĩnh Phúc; **Bắc Ninh:** Võ Văn Hiệp, 11 Lí, Lê Xuân Bình, 12 Lí, THPT NK Hàn Thuyên; **Bắc Giang:** Hồ Năng Tân, Nguyễn Minh Tuấn, 11B, THPT NK Hàn Thuyên; **Hưng Yên:** Hoàng Huy Đạt, 11 Lí, THPT chuyên Lương Yên; **Hà Nội:** Vinh Văn Cường, 11B Lí, ĐHKHTN, ĐH Quốc Gia Hà Nội; **Quảng Ngãi:** Đặng Đình Nhất, 10 Lí, THPT chuyên Lê Khiết; **Tp. Hồ Chí Minh:** Lê Quốc Khánh, 10 Lí, THPTNK, ĐHQG Tp. HCM; **Nghệ An:** Phạm Trọng Trường, Thái Bá Sơn, K30A3, Nguyễn Bá Hùng, K31A3, THPT Phan Bội Châu, Vinh; **Bình Định:** Trần Quốc Thành, 11 Lí, Lê Văn Thông, 12 Lí, THPT chuyên Lê Quý Đôn, Quy Nhơn.

MAI ANH

Bài L2/313. Cho mạch điện như hình vẽ:

$u_{AB} = U_0 100\pi$ (V), $U_{AN} = 200$ (V), $L = 1/\pi$ (H), $C = 50/\pi$ (μ F), $R = 2r$, u_{MN} lệch pha so với u_{AB} là $\pi/2$.



a) Xác định U_0 , R và r .

b) Viết biểu thức dòng điện trong mạch.

Lời giải. Ta có: z_L

$= 100(\Omega)$; $z_C =$

$200(\Omega)$. Suy ra (xem

giản đồ vectơ): $NO =$

OB . Vì $R = 2r$ nên

$U_R = 2U_r$. Vậy M

vừa là trọng tâm, vừa

là trực tâm của tam

giác $ABN \Rightarrow$ tam giác

ABN là tam giác đều.

Suy ra: $AB = AN = NB = 200$ (V).

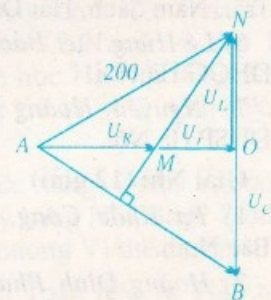
a) Từ đó $U_0 = U_{AB} \sqrt{2} = 200\sqrt{2}$ (V)

$I = \frac{U_C}{z_C} = 1$ (A); $U_R = \frac{2}{3} AO = \frac{2}{3} 200 \sin 60^\circ = \frac{200}{\sqrt{3}}$ (V) $\Rightarrow R = \frac{200}{\sqrt{3}}$ (Ω) và $r = \frac{100}{\sqrt{3}}$ (Ω).

b) Từ giản đồ, dễ dàng thấy i_{AB} sớm pha hơn

u_{AB} góc $\frac{\pi}{6}$. Vậy $i = \sqrt{2} \sin \left(100\pi t + \frac{\pi}{6} \right)$ (A).

(Xem tiếp trang 22)



KẾT QUẢ CUỘC THI GIẢI TOÁN VÀ VẬT LÍ TRÊN TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ NĂM HỌC 2002-2003

Cuộc thi giải Toán và Vật lí trên tạp chí Toán học và Tuổi trẻ năm học 2002 - 2003 được nhiều bạn đọc hưởng ứng. Các tỉnh có nhiều học sinh được nêu tên trên THPT là Vĩnh Phúc, Hải Dương, Phú Thọ, Hà Nội, Hải Phòng, Hòa Bình, Quảng Trị, Quảng Ngãi... Bạn *Nguyễn Xuân Trường* được chọn nêu tên hơn 20 lần là bạn đạt thành tích cao nhất trong cuộc thi bền bỉ kéo dài 12 tháng. Đây là một cuộc thi trí tuệ không rầm rộ nhưng rất thành công. Các bạn được giải trên

tạp chí đã có kết quả học tập tốt mà điều dễ nhận thấy là chúng ta gặp lại tên của họ trong các danh sách học sinh giỏi toán toàn quốc hay Quốc tế. Chỉ tính các bạn được nêu tên 4 lần trở lên đã có hàng trăm bạn. Chúng ta cùng chúc mừng 74 bạn đoạt giải Toán và 22 bạn đoạt giải Vật lí của cuộc thi này. Cảm ơn tất cả các bạn đã tham gia gửi bài dự thi. Các bạn đoạt giải cuộc thi này và cuộc thi *Ai thông minh nhanh trí* hãy gửi địa chỉ mới về tòa soạn.

MÔN TOÁN

Giải Xuất sắc (1 giải)

Nguyễn Xuân Trường, 9A, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, Phú Thọ.

Giải Nhất (7 giải)

1) *Võ Thái Thông*, 7/4, THCS Ngô Gia Tự, Cam Nghĩa, Cam Ranh, Khánh Hòa.

2) *Trần Tấn Phong*, 8A, THCS Lập Thạch, Vĩnh Phúc.

3) *Vũ Nhật Minh*, 9H, THCS Lê Quý Đôn, Q. Cầu Giấy, Hà Nội

4) *Dương Bảo Nhân*, 9, THCS Đại Hòa, Đông Hà, Quảng Trị.

5) *Lê Đình Huy*, 10 Toán, THPT ch. Nguyễn Trãi, Nam Sách, Hải Dương.

6) *Lê Hùng Việt Bảo*, 11A Toán, ĐHKHTN - ĐHQG Hà Nội.

7) *Nguyễn Hoàng Thanh*, 12A1, PTCTT-ĐHSP Hà Nội.

Giải Nhì (12 giải)

1) *Tạ Khắc Công*, 7B, THCS Yên Phong, Bắc Ninh.

2) *Hoàng Đình Phương*, 8B, THCS Lê Quý Đôn, Hải Dương.

3) *Nguyễn Kim Thuật*, 8A, THCS Yên Lạc, Vĩnh Phúc.

4) *Bùi Ngọc Khôi*, 9A, THPT NK Trần Phú, Hải Phòng.

5) *Nguyễn Duy Mạnh*, 9/3, THCS Lê Quý Đôn, Hải Dương.

6) *Nguyễn Hoàng Việt*, 9H, THCS Lê Quý Đôn, Cầu Giấy, Hà Nội.

7) *Thái Thanh Hải*, 10A1, THPT Lê Quý Đôn, Đà Nẵng.

8) *Hoàng Trọng Bắc*, 11B1, THPT Lê Văn Hưu, Thiệu Hóa, Thanh Hóa.

9) *Nguyễn Văn Việt*, 11T, THPT ch. Lê Quý Đôn, Quảng Trị.

10) *Hoàng Ngọc Minh*, 12A1, THPT ch. Hùng Vương, Phú Thọ.

11) *Mạch Nguyệt Minh*, 12A1, THPT Lý Tự Trọng, Cần Thơ.

12) *Nguyễn Chí Hiệp*, 12A1, PTCTT, ĐHSP Hà Nội.

Giải Ba (23 giải)

1) *Trương Ngọc Cương*, 7B, THCS Vĩnh Yên, Vĩnh Phúc.

2) *Đỗ Đình Khanh*, 8A, THCS Yên Lạc, Vĩnh Phúc.

3) *Nguyễn Minh Luân*, 8A, THCS Nguyễn Việt Hồng, Tp. Cần Thơ

4) *Phan Thành Việt*, 8D, THCS Lương Thế Vinh, Tx. Tuy Hòa, Phú Yên.

5) *Trần Ngọc Tân*, 8A6, THCS Trần Đăng Ninh, Nam Định.

6) *Phan Tuấn Anh*, 9A, THCS Đức Giang, Bắc Giang.

7) *Nguyễn Trung Kiên A*, 9A, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh, Phú Thọ.

8) *Nguyễn Vũ Lân*, 9A, THPT NK Trần Phú, Hải Phòng.

9) *Trịnh Thành Kiên*, 9A1, THCS Trần Mai Ninh, Tp. Thanh Hóa.

10) *Đinh Xuân Tuyền*, 9A2, THCS Lê Quý Đôn, Ý Yên, Nam Định.

11) *Nguyễn Trung Kiên*, 9A1, THCS Giấy, Phong Châu, Phù Ninh, Phú Thọ.

12) *Trần Quốc Hoàn*, 10T, THPT Nguyễn Trãi, Hải Dương.

13) *Ngô Nhất Sơn*, 10T, THPT Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình.

14) Nguyễn Ngọc Tú, 10T, THPT Lam Sơn, Thanh Hóa.

15) Lê Duy Cường, 11A1, THPT Yên Phong I, Bắc Ninh.

16) Lê Hải Yến, 11 Toán, THPT NK Trần Phú, Hải Phòng.

17) Lê Việt Hà, 11A1, THPT ch. Hùng Vương, Phú Thọ.

18) Lê Phương, 12 Toán 1, THPT ch. Lương Thế Vinh, Tx. Biên Hòa, Đồng Nai.

19) Nguyễn Võ Vĩnh Lộc, 12T, THPT Sa Đéc, Đồng Tháp.

20) Đinh Viết Sang, 12A1, K29, THPT Phan Bội Châu, Nghệ An.

21) Trần Võ Huy, 12T, PTNK ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh.

22) Phạm Văn Trung, 12T, THPT Lê Khiết, Quảng Ngãi.

23) Trần Anh Tuấn, 12A Toán, ĐHKHTN - ĐHQG Hà Nội.

Giải Khuyến khích (31 giải)

1) Hoàng Thị Minh Huệ, 8C, THCS Tam Dương, Vĩnh Phúc.

2) Phạm Huy, 8C, THCS Tam Dương, Vĩnh Phúc.

3) Lương Phú Khánh, 9A, THPT NK Trần Phú, Hải Phòng.

4) Ngô Vĩnh Thái, 9A1, THCS Giầy Phong châu, Phù Ninh, Phú Thọ.

5) Nguyễn Trung Kiên, 9H, THCS Lê Quý Đôn, Q. Cầu Giấy, Hà Nội.

6) Vũ Ngọc Linh, 9A, THCS NK Trần Phú, Hải Phòng.

7) Vũ Văn Quang, 9C, THCS Vĩnh Tường, Vĩnh Phúc.

8) Đào Thị Huệ, 9A4, THCS Thủy Đường, Thủy Nguyên, Hải Phòng.

9) Bùi Khắc Kiên, 9A, THCS Nhữ Bá Sỹ, Hoàng Hóa, Thanh Hóa.

10) Nguyễn Anh Tuấn, 9/3, THCS Lê Quý Đôn, Hải Dương.

Giải Nhất (3 giải)

1) Đào Xuân Dũng, 11 Lí 1, THPT Nguyễn Huệ, Hà Tây.

2) Đinh Thành Vinh, 12 Lí 1, THPT ch. Lê Quý Đôn, Quy Nhơn, Bình Định.

3) Lê Văn Thông, 12 Lí, THPT ch. Lê Quý Đôn, Quy Nhơn, Bình Định.

Giải Nhì (4 giải)

1) Hoàng Thị Hồng Hạnh, 10A3, THPT ch. Vĩnh Phúc.

11) Nguyễn Mạnh Chiến, 9A, THPT NK Trần Phú, Hải Phòng.

12) Lữ Thiện Nhân, 9A1, THPT Tx. Sa Đéc, Đồng Tháp.

13) Ngô Thùy Dương, 9A1, THCS Trần Hưng Đạo, Tp. Buon Ma Thuot, Đắk Lắk.

14) Nguyễn Kiến Long, 9/1, THCS Hồng Bàng, Q.5, Tp. Hồ Chí Minh.

15) Phan Lê Anh Minh, 9/1, THCS Nguyễn Tri Phương, Huế, Thừa Thiên - Huế.

16) Nguyễn Trọng Hòa, 10T, THPT Lam Sơn, Thanh Hóa.

17) Dương Đỗ Nhuận, 10 Toán, ĐHKHTN - ĐHQG Hà Nội.

18) Hà Đình Thiệu, 10A1, THPT ch. Vĩnh Phúc.

19) Hồ Sỹ Sáng, 11T, THPT Lê Quý Đôn, Quảng Trị.

20) Nghiêm Ngọc Phương, 11 Toán, 1, THPT Nguyễn Huệ, Hà Tây.

21) Nguyễn Mạnh Hùng, 11A2, THPT ch. Phan Bội Châu, Nghệ An.

22) Phạm Khoa Thu Hương, 11 Toán, THPT NK Trần Phú, Hải Phòng.

23) Phạm Văn Hoàng, 11A1, THPT ch. Vĩnh Phúc.

24) Phạm Việt Hải, 11A4, THPT Hồng Quang, Hải Dương.

25) Trần Minh, 11A, THPT Hải Lăng, Quảng Trị.

26) Huỳnh Lâm Linh, 12T2, THPT Lương Văn Chánh, Phú Yên.

27) Nguyễn Đình Minh, 12/21, THPT Phan Châu Trinh, Đà Nẵng.

28) Nguyễn Lâm Hưng, 12T, PTNK-ĐHQG Tp HCM.

29) Nguyễn Lâm Tuyền, 12 Toán, THPT Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình.

30) Phạm Lê Thịnh, 12T, THPT Lê Khiết, Quảng Ngãi.

31) Vũ Hữu Phương, 12 Toán, THPT ch. Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình.

MÔN VẬT LÝ

2) Nguyễn Thanh Lân, 10T2, THPT Lê Khiết, Quảng Ngãi.

3) Nguyễn Tuấn Anh, 12 Lí, THPT ch. Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình.

4) Phan Thị Kim Hoa, 12A1, THPT Nguyễn Tất Thành, Yên Bái.

Giải Ba (15 giải)

1) Lê Bá Ngọc, 8B, THCS Lê Hữu Lập, Hậu Lộc, Thanh Hóa.

(Xem tiếp bìa 4)

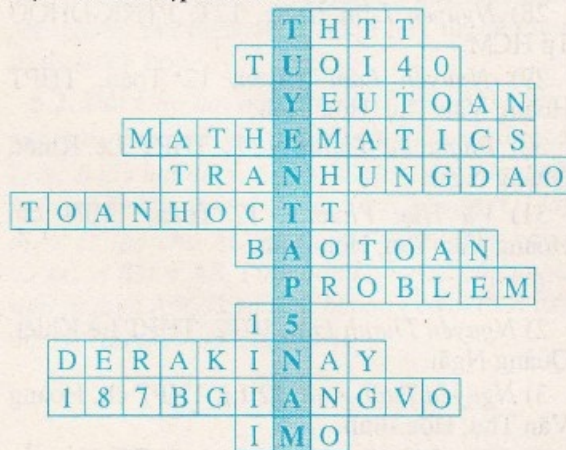


Giải đáp :

Ô CHỮ NĂM THỨ 40 THPT

- Tên viết tắt của tạp chí là THPT.
- Tháng 10 này tạp chí bước sang TUỔI 40.
- Ấn phẩm này dành cho các bạn YÊU TOÁN.
- Tên của tạp chí bằng tiếng Anh bắt đầu bằng MATHEMATICS.
- Đầu tiên, THPT đặt trụ sở tại phố TRẦN HUNG ĐẠO.
- Phần chính trong tên điện thư (email) của tạp chí là TOANHOCTT.
- Tên tắt bạn đọc thường gọi THPT là BÁO TOÁN.
- Nếu dịch sang tiếng Anh, trong tạp chí gặp nhiều từ PROBLEM.
- Ngày phát hành THPT tại Hà Nội là 15 hàng tháng.
- Chuyên mục THPT có từ số đầu tiên là ĐỀ RA KÌ NÀY.
- Địa chỉ hiện nay của THPT là 187B GIẢNG VÕ.
- Nhiều bạn đọc của THPT đoạt giải kì thi IMO.

Cột dọc màu đậm là TUYẾN TẬP 5 NĂM, ấn phẩm này là một trong các hoạt động tiến tới kỉ niệm 40 năm tạp chí THPT.



Các bạn Nguyễn Thị Hằng, 11T, THPT Lam Sơn, Thanh Hóa, Nguyễn Huy Quang, 10 Toán Tin 2, THPT chuyên Lê Hồng Phong, Nguyễn Văn Đình, 12I, THPT Giao Thủy A, Nam Định, Lê Chí Hùng Cường, 11A, THPT Hải Lăng, Quảng Trị, Nguyễn Châu Quang, 11T, THPT chuyên Lê

Quý Đôn, Quy Nhơn, Bình Định được nhận tặng phẩm của CLB.

VKT

CỔ ĐỘNG VIÊN SEAGAMES 22

Bạn hãy trả lời các câu hỏi sau để thi hiểu biết của mình về SEAGAMES 22 tổ chức trên đất nước ta nhé.

1. Có bao nhiêu nước tham dự SEA Games 22 ?
2. Có bao nhiêu môn thi đấu tất cả ?
3. Ba môn thi nào lần đầu tiên được tổ chức ?
4. SEA Games 22 được tổ chức tại các tỉnh, thành phố nào ?
5. Bạn hãy kể tên 3 địa phương được tổ chức thi đấu nhiều môn nhất ?
6. Môn bóng đá nam, bóng đá nữ được tổ chức ở các tỉnh, thành nào ?
7. Các tỉnh, thành nào cùng tổ chức một môn ? Các cổ động viên hãy gửi nhanh câu trả lời. Kết quả sẽ công bố trên THPT tháng 12.2003.

BÍNH NAM HÀ

GIẢI BÀI KÌ TRƯỚC (Tiếp trang 19)

Nhận xét. Các bạn có lời giải đúng và gọn :

Bến Tre : Nguyễn Thành Nhân, Châu Văn Linh, 11T, THPT Bến Tre ; **Quảng Bình :** Phạm Vũ Đức, 11 Lí, THPT chuyên Quảng Bình ; **Bắc Ninh :** Vũ Công Thành, Chu Thanh Bình, 12 Lí, Lê Minh Huy, Trương Hữu Trung, 11 Lí, THPT NK Hàn Thuyên ; **Phú Thọ :** Lê Văn Duy, Lê Thị Ngọc Chung, 11A1, Bùi Đình Bảo, 11B1, Đặng Hồng Duyên, 11H1, Lê Việt Hà, 12A1, Nguyễn Đức Chính, 12A2, THPT chuyên Hùng Vương, Việt Trì ; **Hải Dương :** Không Minh Thảo, 12C5, THPT Nhị Chiểu, Kinh Môn, Mạc Văn Mạnh, 12A1, THPT Kinh Môn ; **Hà Tây :** Đào Xuân Dũng, 12 Lí 1, THPT Nguyễn Huệ, Hà Đông, Nguyễn Thị Bích Thư, 11A3, THPT Quảng Oai ; **Phú Yên :** Nguyễn Quang Khả, 12T2, THPT chuyên Lương Văn Chánh ; **Ninh Bình :** Đinh Xuân Lập, Lê Hồng Linh, 12 Lí, THPT Lương Văn Tuy ; **Tp. HCM :** Lê Quốc Khánh, 10 Lí, PTNK, ĐHQG Tp.HCM ; **Nam Định :** Nguyễn Văn Phi, 12 Lí, THPT Lê Hồng Phong ; **Hòa Bình :** Nguyễn Tuấn Anh, 12 Lí, THPT chuyên Hoàng Văn Thụ ; **Bắc Giang :** Dương Trung Hiếu, 10B, Nguyễn Tuyết Mai, 12A, THPT NK Ngô Sĩ Liên ; **Vĩnh Phúc :** Trần Đình Cung, Hoàng Xuân, 12A3 ; **Trần Bắc,** 12A1, Trần Thị Lan Anh, 12B3, Phạm Văn Hoàng, 11A1, THPT chuyên Vĩnh Phúc ; **Trà Vinh :** Phạm Hà Nam, 11A1, THPT ch. Trà Vinh ; **Hà Nội :** Hoàng Ngọc Tuấn, 11A2, THPT Dương Xá ; **Quảng Ngãi :** Nguyễn Thanh Vân, 12T2, Thới Ngọc Tuấn Quốc, 12 Lí, THPT chuyên Lê Khiết ; **Hà Tĩnh :** Hoàng Nguyễn Việt Cường, 12 Lí, K7, THPT ch. Hà Tĩnh ; **Vĩnh Long :** Võ Minh Tâm, 12T1, THPT ch. Nguyễn Bình Khiêm ; **Thanh Hóa :** Nguyễn Trọng Hòa, 11T, THPT Lam Sơn ; **Bình Định :** Lê Văn Thông, 12 Lí, THPT ch. Lê Quý Đôn ; **Nghệ An :** Đinh Văn Giáo, 42B2, THPT ch. Toán Tin, ĐHV Vinh, Thái Bá Sơn, K30, A3, THPT Phan Bội Châu.

MAI ANH



Giải đáp bài :

VIẾT SỐ NÀO ?

(Theo bạn *Nguyễn Nam Hải*, 10A1, THPT chuyên Hà Nam, Tx. Phủ Lý, **Hà Nam**)

Trong các số kiểu chữ in Ả-rập có 5 số mà khi nhìn từ hai phía đối diện đều có nghĩa là 0, 1, 6, 8, 9. Gọi số có 4 chữ số *Tính viết* là $\overline{abcd}$ và số có 4 chữ số *Toán nhìn* thấy là $\overline{mnpq}$ ($a, d, m, q \neq 0$) a, b, c, d, m, n, p, q nhận một trong 5 số : 0, 1, 6, 8, 9. Đặt $A = \overline{abcd} - \overline{mnpq}$. Nếu A là số có 3 chữ số thì $A = 999$ hay $\overline{abcd} - \overline{mnpq} = 999$ (1) $\Rightarrow d \neq q \Rightarrow a \neq m$. Từ (1) suy ra $a = m + 1$. Vì $m \neq 0$ nên $a = 9$ và $m = 8 \Rightarrow d = 8$ và $q = 6$ (vô lí vì $9bc8 - 8np6 \neq 999$). Vậy A là số có 4 chữ số. Đặt $A = \overline{xyzt}$ ($x \neq 0$).

Nhận thấy rằng với $x = 1, 2, 3, 4, 5$ thử với các giá trị của a và m thấy A có tổng các chữ số nhỏ hơn 27 (không thỏa mãn).

Với $x = 6$, suy ra $a = 8, m = 1 \Rightarrow d = 1, q = 8 \Rightarrow t = 3$, lúc đó : $y + z = 18 \Rightarrow y = z = 9 \Rightarrow c = p, b = n$. Vậy (b, c) bằng $(0, 0); (1, 1); (6, 9); (8, 8); (9, 6)$.

Thử lại thấy 5 trường hợp này đều thỏa mãn đề bài.

Với $x = 7$, chỉ có thể xảy ra 2 khả năng (a, m) bằng $(8, 1)$ (2) hoặc $(9, 1)$ (3).

Đối với khả năng (2) ta thấy không có số $\overline{abcd}$ nào thỏa mãn.

PROBLEMS (Tiếp trang 11)

2) Put $E_k = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n^k$. Prove that $y_k = E_k / E_1$ is a positive integer for every positive integer k .

T10/317. Let $a_1, a_2, \dots, a_n$ be real numbers distinct from 0 and $u_1, u_2, \dots, u_n$ be positive real numbers such

that $u_1 < u_2 < \dots < u_n$, and let $f(x) = \sum_{i=1}^n a_i \cos(u_i x)$

be a periodic function defined on $\mathbb{R}$. Prove that u_i / u_1 is a rational number for every $i = 2, 3, \dots, n$.

T11/317. Let be given a convex polygon $A_1 A_2 \dots A_n$ ($n \geq 3$) and M be a point inside the polygon. Let $\alpha_i =$

Từ (3) có $d = 1, q = 7 \Rightarrow t = 5$ và từ đây $y + z = 15$. Ta thấy với các cặp (y, z) là $(9, 6), (6, 9)$ không có số $\overline{abcd}$ nào thỏa mãn đề ra.

Nếu $(y, z) = (8, 7)$ thì : $c = p + 8$ hoặc $c = p - 2$.

*) $c = p + 8 \Rightarrow c = 8, p = 0, n = 8$, khi đó $9081 - 1806 = 7275$ (loại) hoặc : $c = 9, p = 1 \Rightarrow b = 1, n = 6$, khi đó $9191 - 1616 = 7572$ (loại).

*) $c = p - 2$ thì $c = 6, p = 8 \Rightarrow b = 8, n = 9$; lúc đó $9861 - 1986 = 7875$ (thỏa mãn đề bài).

Nếu $(y, z) = (7, 8)$ thì $c = p + 9$ hoặc $c = p - 1$.

) $c = p + 9 \Rightarrow c = 9, p = 0 \Rightarrow n = 6, b = 0$, lúc đó $9091 - 1606 = 7485$ (loại).) $c = p - 1$ thì hoặc $c = 0, p = 1$, lúc đó $n = 0, b = 1 \Rightarrow 9101 - 1016 = 8085$ (loại); hoặc $c = 8, p = 9 \Rightarrow n = 8, b = 6$, khi đó hiệu $9681 - 1896 = 7785$ (thỏa mãn). Xét tiếp các trường hợp $x = 8, x = 9$ ta thấy không có số $\overline{abcd}$ nào thỏa mãn đề bài. Vậy có 7 số mà *Tính* có thể viết là : **8001, 8111, 8691, 8881, 8961, 9861, 9681**

Nhận xét. Ngoài bạn *Hải* tìm được 7 nghiệm đúng cho bài toán trên, các bạn sau có đáp án tương đối tốt: *Vũ Văn Dũng*, K28E, *Nguyễn Văn Huỳnh*, K28C, khoa toán, ĐHSPT Hà Nội 2, **Vĩnh Phúc**; *Bùi Hồng Giang*, 10A4, THPT Phan Chu Trinh, Tp. **Đà Nẵng**.

HỒNG QUANG

TỪ ĐỘ DÀI ĐOÁN THỂ TÍCH

Trình sát theo dõi từ xa một nhóm người buôn lậu đang đi trong rừng, chờ một kiện hàng hình hộp chữ nhật, nhưng khi đến nơi thì kiện hàng đã bị tẩu tán, ở hiện trường chỉ còn lại nhiều đoạn dây buộc hàng đã bị cắt rời. Trình sát nhận thấy có 4 nút buộc và khi chắp nối các đoạn dây lại thì tổng độ dài của chúng là 18dm (không kể đến nút buộc). Hỏi kiện hàng có thể có thể tích lớn nhất là bao nhiêu nếu buộc dây song song với các mép hộp ?

VÂN KHANH

$\overline{MA_i A_{i+1}}$ ($i = 1, 2, \dots, n$; A_{n+1} is considered as A_1).

Prove that $\min_{1 \leq i \leq n} \{\alpha_i\} \leq \frac{(n-2)\pi}{2n}$

T12/317. The sides OA, OB, OC of a tetrahedron $OABC$ are orthogonal each to the others. The incircle of triangle ABC touches the sides BC, CA, AB respectively at D, E, F . Let α, β, γ be respectively the measures of the dihedral angles with sides BC, CA, AB of the tetrahedron. Prove that :

$$1) V_{ODEF} = \frac{1}{3} OA \cdot OB \cdot OC \cdot \sin \frac{A}{2} \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \sin \frac{C}{2}$$

where A, B, C denote the angles of triangle ABC .

2) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma \geq 2\sqrt{2}$. When does equality occur ?

Toán học và Tuổi trẻ

Mathematics and Youth

NĂM THỨ 40

Số 317 (11-2003)

Tòa soạn : 187B, phố Giảng Võ, Hà Nội

ĐT - Fax : 04.5144272

Email : toanhocvt@yahoo.com

TRONG SỐ NÀY

- 1 **Dành cho Trung học cơ sở – For Lower Secondary Schools**
Trình Xuân Tình – Phương pháp dùng đa thức phụ.
- 3 **Hướng dẫn giải Đề thi tuyển sinh lớp 10 chuyên toán trường THPT NK Trần Phú, Hải Phòng năm 2003.**
- 4 **Chuẩn bị thi vào Đại học – University Entrance Preparation**
Bùi Quang Trường – Những sai lầm dễ mắc phải khi làm toán thi vào Đại học năm 2003 (tiếp theo).
- 6 **Giới thiệu về toán học cao cấp – Introduction to Higher Mathematics**
Phùng Hồ Hải – Tại sao phương trình bậc 5 không giải được ? (tiếp theo).
- 9 **Đề thi tuyển sinh lớp 10 chuyên toán trường THPT chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa năm 2003.**
- 9 **Kết quả thi Olympic về Toán và Khoa học các nước ASEAN tại In-đô-nê-xi-a của Đoàn Việt Nam.**
- 10 **Đề ra kì này - Problems in this Issue**
T1/317, ..., T12/317, L1, L2/317.
- 12 **Giải bài kì trước – Solutions to Previous Problems**
Giải các bài của số 313.
- 20 **Kết quả Cuộc thi giải Toán và Vật lý trên Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ năm học 2002 - 2003.**
- 22 **Câu lạc bộ - Math Club**
- 23 **Giải trí toán học – Math Recreation**

Bìa 2 : Hoạt động của NXB Giáo dục.

Bìa 3: Trung tâm Giáo dục thường xuyên Sóc Sơn

Bìa 4 : Trường THPT chuyên Trần Hưng Đạo Bình Thuận

Tổng biên tập :

NGUYỄN CẢNH TOÀN

Phó tổng biên tập :

NGÔ ĐẠT TỬ

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NXB Giáo dục :

NGÔ TRẦN ÁI

Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NXB Giáo dục :

VŨ DƯƠNG THỤY

Trưởng ban biên tập : NGUYỄN VIỆT HẢI.

Trị sự : VŨ ANH THU.

Đại diện phía Nam : TRẦN CHÍ HIẾU, 231 Nguyễn Văn Cừ, Q. 5, Tp. Hồ Chí Minh.

Biên tập : VŨ KIM THỦY, HỒ QUANG VINH

Trình bày : NGUYỄN THỊ OANH

ĐT : 08.8309049

ĐÓN ĐỌC THPT SỐ 318 (12/2003)

- Sử dụng phương pháp phân chia để giải toán về cực trị hàm số.
 - Tìm mối liên hệ giữa các bất đẳng thức về cạnh và diện tích tam giác.
 - Hướng dẫn giải đề thi tuyển sinh lớp 10 chuyên toán trường THPT Lam Sơn Thanh Hóa năm 2003
 - Đề thi tuyển sinh lớp 10 trường THPT chuyên Lê Quý Đôn, Đà Nẵng.
 - Những giả thuyết về số Mersenne.
- Các bạn nhớ đặt mua THPT năm 2004 tại các cơ sở Bưu điện.

THPT

TRUNG TÂM GIÁO DỤC THƯỜNG XUYÊN SÓC SƠN



Năm 1983 lúc mới thành lập trường chỉ có 10 lớp với 5 phòng học cấp 4, tới năm học này trường đã có hơn 50 lớp với gần 1000 học sinh và một khu trường bề thế trên diện tích 4000m² có khu nhà 3 tầng, phòng học vi tính, phòng may, nhà xưởng thực hành... Trường có nhiệm vụ chính là thực hiện chương trình giáo dục tương đương và xây dựng các trung tâm học tập cộng đồng.

Hàng năm tỉ lệ tốt nghiệp đạt từ 90% trở lên. Hàng trăm em đã thi đỗ vào các trường đại học, cao đẳng... Bên cạnh đó là các chương trình dạy nghề phổ thông, Tin học, tiếng Anh và đào tạo tại chức kết hợp với trường Đại học Sư phạm Hà

Nội 2, Cao đẳng Sư phạm Hà Nội... Nhiều giáo viên của địa phương đã đạt chuẩn qua chương trình đào tạo này của trường. Giáo viên trong trường cũng tự đào tạo và không ngừng nâng cao trình độ. Có 2 thầy giáo đã qua chương trình sau đại học, có bằng Thạc sĩ. Nhiều giáo viên từ trường đi đã trở thành các giáo viên giỏi của Thủ đô, có mặt tại các trường nổi tiếng như khoa Toán Tin Đại học Sư phạm Hà Nội 1, trường THPT Chu Văn An, trường THCS Trưng Vương, Nhà xuất bản Giáo dục... Trong số đó có 2 thầy giáo đã bảo vệ luận văn Thạc sĩ. Hai hiệu trưởng đầu tiên của trường đã được đề bạt làm Trưởng phòng giáo dục và Trưởng ban tổ chức của huyện ủy huyện Sóc Sơn. Trường liên tục được nhận danh hiệu Tiên tiến xuất sắc cấp thành phố. Hai năm học 1999-2000 và 2000-2001 trường được UBND thành phố Hà Nội tặng Bằng khen. Năm học 1998-1999 được Bộ Giáo dục và Đào tạo tặng Bằng khen. Trường đang được đề nghị Nhà nước tặng thưởng Huân chương Lao động hạng Ba để ghi nhận những thành tích của 20 năm xây dựng và phát triển vì mục đích nâng cao dân trí, xây dựng xã hội học tập, góp phần vào công cuộc đổi mới của địa phương và cả nước.



Ảnh trên : Thầy Hiệu trưởng Hoàng Thuận, hai thầy hiệu trưởng cũ và các thầy cô giáo trong ngày họp mặt.

Ảnh dưới : Trong giờ thực hành Tin học.

TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN HƯNG ĐẠO TỈNH BÌNH THUẬN



Thầy Lương Văn Bá
Hiệu trưởng

Năm 1992, UBND tỉnh Bình Thuận quyết định thành lập trường THPT chuyên tỉnh Bình Thuận tại Phan Thiết với nhiệm vụ phát hiện - bồi dưỡng và đào tạo học sinh năng khiếu.

Năm học 1993-1994 trường tuyển sinh khóa đầu tiên với 3 lớp: chuyên Văn, chuyên Toán và chuyên Anh có tổng số 105 học sinh với đội ngũ giảng dạy là các thầy cô giáo có nhiều kinh nghiệm trong công tác bồi dưỡng học sinh giỏi của tỉnh.

Năm 1995 trường tự hào mang tên trường Trung học Phổ thông chuyên Trần Hưng Đạo tỉnh Bình Thuận.

Qua 10 năm trường không ngừng phấn đấu nâng cao chất lượng giáo dục và phát triển về số lượng học sinh nhằm đáp ứng yêu cầu công

nh nghiệp hóa - hiện đại hóa của đất nước và nhiệm vụ phát triển kinh tế của địa phương.

Hiện nay trường đang đào tạo 28 lớp, trong đó có 21 lớp chuyên các môn: Toán học, Tin học, Vật lý, Hóa học, Sinh học, Văn học, Tiếng Anh và các lớp nâng cao với tổng số 1026 học sinh.

Tuy thời gian chưa dài nhưng trường THPT chuyên Trần Hưng Đạo đã có những thành tích thật đáng tự hào:

- * 619 giải học sinh giỏi cấp tỉnh.
- * 110 Huy chương Olympic các tỉnh phía Nam.
- * 123 giải học sinh giỏi cấp quốc gia.

Đội tuyển Toán học và Sinh học là các đội tuyển có nhiều giải cao. Năm học 2002 - 2003 vừa qua em Nguyễn Minh Hải mang về cho trường giải nhất duy nhất môn Toán toàn quốc của bảng B.

Hàng năm hơn 75% số học sinh thi đỗ vào các trường Đại học, phong trào văn thể được đánh giá là trường THPT mạnh của tỉnh. Trường tự hào được UBND tỉnh tặng thưởng *Lá cờ đầu của ngành THPT tỉnh Bình Thuận*.

Năm 1998 trường vinh dự được Chủ tịch nước tặng Huân chương Lao động hạng Ba.

Năm học này Trường đang được Ban thi đua tỉnh Bình Thuận đề nghị Chủ tịch nước trao tặng Huân chương Lao động hạng Nhì.

KẾT QUẢ CUỘC THI GIẢI TOÁN VÀ VẬT LÝ ... (Tiếp trang 21)

- 2) Trần Thị Mỹ Phương, 10 Lí, THPT ch. Tiền Giang, Mỹ Tho.
- 3) Trần Vĩnh Sơn, 10L, PTNK, ĐHQG Tp. HCM.
- 4) Nguyễn Chí Đông, 10A3, THPT ch. Vĩnh Phúc.
- 5) Thái Bá Sơn, K30A3, THPT Phan Bội Châu, Vinh, Nghệ An.
- 6) Đoàn Thị Hồng Minh, 11A3, THPT Yên Khánh A, Ninh Bình.
- 7) Chu Thanh Bình, 11 Lí, THPT NK Hàn Thuyên, Bắc Ninh.
- 8) Nguyễn Nhật Minh, 11E, THPT Đoàn Hùng, Phú Thọ.

- 9) Nguyễn Xuân Đức, 11 Lí, THPT NK Hà Tĩnh.
- 10) Trần Ngọc Hưng, 11A10, THPT Lê Lợi, Thọ Xuân, Thanh Hóa.
- 11) Vũ Tuấn Linh, 11 Lí, THPT NK Hàn Thuyên, Bắc Ninh.
- 12) Lê Thanh Hoàn, 12T1, THPT ch. Bạc Liêu.
- 13) Lê Đức Huế, 12 Lí, THPT ch. Quảng Bình.
- 14) Lê Nho Thủy, 12B, THPT NK Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang.
- 15) Nguyễn Kim Ngọc, 12B1, THPT ch. Hùng Vương, Phú Thọ.

THTT

ISSN : 0866-8035
Chỉ số : 12884
Mã số : 8BT19M3

Chế bản tại Tòa soạn
In tại Nhà máy in Diên Hồng, 187B phố Giảng Võ
In xong và nộp lưu chiểu tháng 11 năm 2003

Giá : 3000d
Ba nghìn đồng