

Toán học & Tuổi trẻ

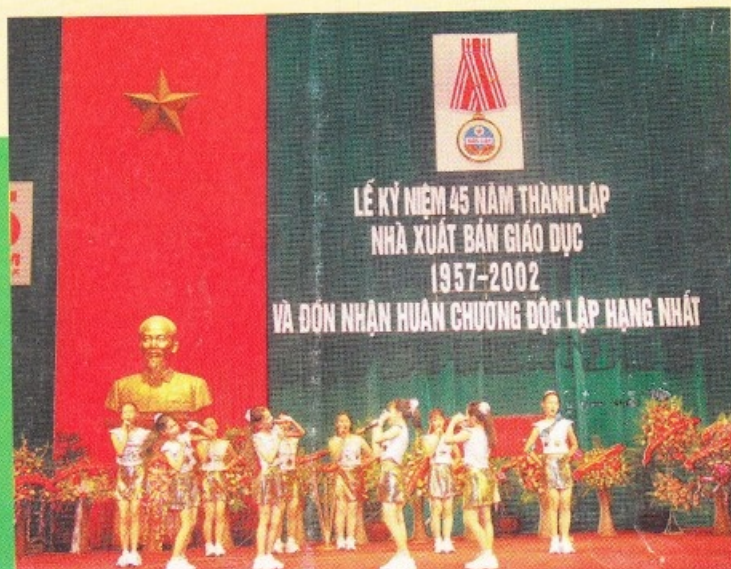
7
2002

SỐ 301 - NĂM THỨ 39 - TẬP CHÍ RA HÀNG THÁNG



Phó Chủ tịch nước Nguyễn Thị Bình trao Huân chương Độc lập hạng Nhất cho Nhà Xuất bản Giáo dục (ảnh trên).

Thủ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo Lê Vũ Hùng trao Bằng khen của Thủ tướng Chính phủ cho Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ (ảnh trái).

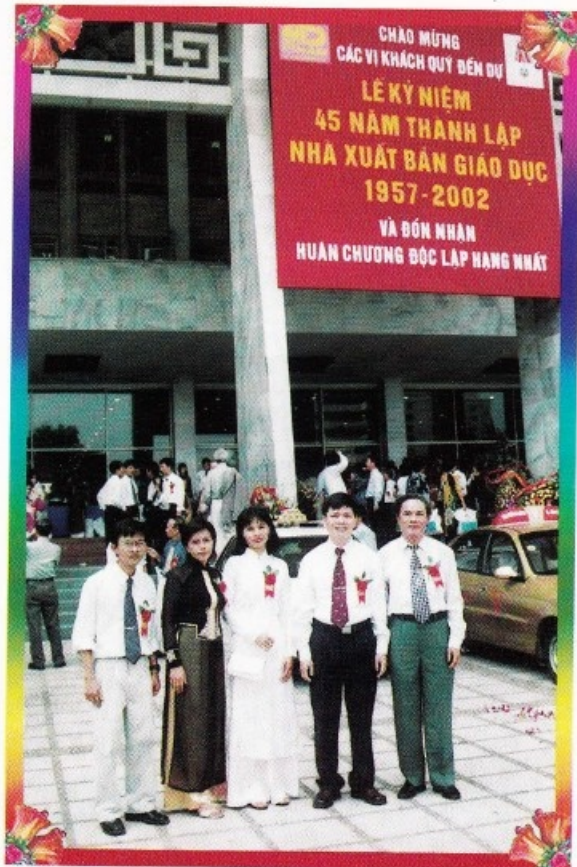




Giám đốc NXBGD Ngô Trần Ái đọc diễn văn trong lễ kỉ niệm

Lễ kỷ niệm 45 năm thành lập NXB Giáo dục và đón nhận Huân chương Độc lập hạng Nhất

Sáng 4.7.2002, Hội trường chính Cung Văn hóa Hữu nghị trang hoàng rực rỡ. Hơn 1000 đại biểu đã quy tụ về chung vui trước sự trưởng thành qua 45 năm của Nhà xuất bản Giáo dục. Đến dự buổi lễ trọng thể kỉ niệm 45 năm thành lập NXB Giáo dục và đón nhận Huân chương Độc lập hạng Nhất có Nguyên Tổng bí thư Ban chấp hành TW Đảng cộng sản Việt Nam Đỗ Mười, Phó Chủ tịch nước CHXHCN Việt Nam Nguyễn Thị Bình, Phó Trưởng ban Tư tưởng Văn hóa TW Đào Duy Quát, Thứ trưởng Bộ Văn hóa Thông tin Phan Khắc Hải, Thứ trưởng Bộ Ngoại giao Nguyễn Phú Bình, Phó chủ nhiệm Ủy ban Văn hóa Giáo dục thanh thiếu niên và nhi đồng Quốc hội Lương Ngọc Toàn, Viện trưởng Viện thi đua khen thưởng Nhà nước Cao Kim Hường, các đại biểu của Ủy ban bảo vệ và chăm sóc trẻ em Việt Nam, Văn phòng Chủ tịch nước, Văn phòng Chính phủ, Ban Khoa giáo Trung ương, Ban Tư tưởng Văn hóa TW, Ban Vật giá Chính phủ, Ban Đổi mới doanh nghiệp, Bộ Lao động và Thương binh xã hội, Tổng cục dạy nghề, Bộ Tài chính, Ngân hàng công thương, Cục xuất bản, Cục bản quyền, Tổng Công ty phát hành sách Việt Nam và đại diện nhiều Bộ, Ban ngành của Trung ương. Đại biểu của 46 Nhà xuất bản trong cả nước cũng về dự chia vui cùng NXB Giáo dục. Đại sứ Vương quốc Campuchia tại Hà Nội, Tham tán văn hóa Đại sứ quán nước CHDCND Lào, Bí thư thứ hai Đại sứ quán Trung Quốc, Đại biện lâm thời Đại sứ quán Liên bang Nga, Giám đốc NXB Giáo dục Lào, Trợ lý Giám đốc phụ trách in Kurusapa Thái Lan, Phó Tổng biên tập NXB Giáo dục Liên bang Nga, đại diện Đại sứ quán nước Cộng hòa Pháp, Chủ nhiệm dự án song



Cán bộ Tòa soạn Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ.

ngữ Pháp - Việt là các vị khách nước ngoài đem đến cho buổi lễ những tình cảm dạt dào của những người bạn gần xa trong mấy thập kỉ qua đã hợp tác, giúp đỡ lẫn nhau lúc thuận lợi cũng như khi gian khó. Các Thứ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo Lê Vũ Hùng, Nguyễn Văn Vọng, Đặng Huỳnh Mai

(Xem tiếp trang 2)

BÀI PHÁT BIỂU CỦA PHÓ CHỦ TỊCH NƯỚC NGUYỄN THỊ BÌNH

(Trích)

Trước hết, tôi nhiệt liệt chúc mừng toàn thể cán bộ công nhân viên chức NXB Giáo dục (NXBGD) nhân dịp Lễ kỉ niệm 45 năm ngày thành lập NXBGD... Hiện nay, về quy mô NXBGD là một NXB lớn nhất cả nước, với đội ngũ đông đảo Giáo sư, Tiến sĩ, Thạc sĩ, Cử nhân và Kỹ sư. NXBGD không chỉ làm nhiệm vụ xuất bản *Sách in trên giấy* như trước đây, mà còn xuất bản cả sách điện tử, phim giáo khoa, băng hình, băng tiếng, đĩa CD-ROM, bản đồ và tranh ảnh giáo dục, còn đảm đương nhiệm vụ tổ chức phát hành sách giáo khoa và xuất bản phẩm giáo dục đến tận tay giáo viên, học sinh và phối hợp chỉ đạo công tác Thư viện trường phổ thông trong toàn quốc. Trách nhiệm đó rất nặng nề nhưng thật vinh quang. Điều đó chứng tỏ sự tin cậy của Đảng, Nhà nước và nhân dân đối với NXBGD.

Tôi đặc biệt biểu dương các đồng chí đã thực hiện và tổ chức chỉ đạo việc thực hiện chính sách xã hội đối với sách giáo khoa, đã tổ chức cuộc *Thi viết truyện ngắn giáo dục đạo đức cho thiếu niên, nhi đồng* góp phần giáo dục đạo đức cho học sinh, điều mà toàn xã hội đang rất quan tâm.

Đánh giá thành tích và đóng góp của NXBGD cho sự nghiệp giáo dục và đào tạo trong 45 năm qua, Nhà nước đã tặng thưởng các đồng chí nhiều Huân chương cao quý, và hôm nay tôi vinh dự thay mặt Chủ tịch nước trao cho NXBGD Huân chương Độc lập hạng Nhất.

... NXBGD cần phải đóng góp tích cực vào việc đổi mới, nâng cao chất lượng về nội dung và hình thức cũng như cấu trúc SGK hơn nữa, góp phần vào mục tiêu nâng cao dân trí, đào tạo nhân lực, bồi dưỡng nhân tài cho đất nước. Chúng ta hãy phấn đấu để ngày càng có nhiều bộ sách giáo khoa tốt về nội dung, đẹp về hình thức, đồng thời phải tìm mọi biện pháp đảm bảo giá bán hợp lý, giảm giá SGK, góp phần giảm khó khăn cho nhiều gia đình nghèo, và hãy tiếp tục duy trì, phát triển các chính sách xã hội về SGK. Ngoài ra NXBGD cần tích cực góp phần vào việc xây dựng thư viện trường học và đẩy mạnh hoạt động thư viện trường học. Tôi biết nhiệm vụ này không dễ dàng, nhưng đó là đòi hỏi của xã hội ta hiện nay khi đất nước còn nhiều khó khăn, trong lúc nhu cầu về giáo dục của nhân dân ta rất lớn...

DIỄN VĂN KỶ NIỆM 45 NĂM THÀNH LẬP NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

DO GIÁM ĐỐC NGÔ TRẦN ÁI TRÌNH BÀY

(Trích)

... Bốn mươi lăm năm qua NXBGD đã có những bước phát triển vững chắc về mọi mặt và mối quan hệ nhiều chiều, đa phương không ngừng được củng cố và mở rộng để thực hiện 2 chức năng : xuất bản, in, phát hành Sách giáo dục và chỉ đạo Thư viện trường học. NXBGD trung thành với tôn chỉ : *kinh doanh là phương tiện, phục vụ cho sự nghiệp giáo dục là mục đích cuối cùng*.

Hàng năm, NXBGD đã tổ chức in và phát hành trên 140 triệu bản SGK, với mong muốn khắp mọi miền đất nước, mỗi học sinh có đủ một bộ SGK để học.

NXBGD cũng thường động viên khuyến khích học sinh dùng lại sách cũ, đã chăm lo xây dựng Tủ sách giáo khoa dùng chung để học sinh có thể mượn SGK để học, nhằm giảm bớt khó khăn cho các bậc cha mẹ và tiết kiệm vật chất cho xã hội ; đồng thời cũng rất chú trọng việc tặng sách cho Thư viện vùng sâu, vùng xa, cho những vùng bị thiên tai lũ lụt, thực hiện đạo lí truyền thống *lá lành đùm lá rách*, nên đã được nhiều địa phương ghi nhận và yêu mến.

Mỗi năm, NXBGD cũng đã phát hành hàng triệu phiếu ưu tiên cho học sinh con em gia đình chính sách, học sinh nghèo, học sinh giỏi nhằm khuyến khích các em vượt khó và cố vũ tinh thần hiếu học.

... Ngoài ra, dưới sự chỉ đạo của Bộ Giáo dục và Đào tạo, NXBGD triển khai tốt các hoạt động *Kể chuyện theo sách, Thi giáo viên thư viện giỏi, Thi viết chữ đẹp, Thi viết truyện đạo đức cho thiếu nhi*...

... Ai trong chúng ta cũng đều biết : Sức sống và sự hưng thịnh của một Nhà xuất bản luôn gắn liền với trí tuệ của các nhà khoa học, các nhà giáo dục, các học giả... gọi chung là *nguồn nguyên khí quốc gia*. Vì thế, NXBGD luôn trân trọng, thiết tha mời gọi quý tác giả đến với mặt trận văn hóa giáo dục, tham gia viết sách giáo khoa, biên soạn sách tham khảo, làm sách phục vụ cho nhiều dân tộc anh em.

Cùng với những công việc trên, NXBGD cũng đã mở rộng mối liên kết với các Nhà xuất bản bạn ở nước ngoài (Liên bang Nga, Pháp, Trung Quốc, Thái Lan, Lào v.v...) để tiếp thu chọn lọc những thành tựu tinh hoa của nước bạn, làm giàu cho nền văn hóa, giáo dục nước nhà, đồng

thời cũng giới thiệu văn hóa của nước ta đến một số nước bạn thân thiết trên thế giới.

Hàng năm toàn NXBGD đã xuất bản gần 2500 ấn phẩm khác nhau. Nhìn theo chiều cao là một núi sách, nhìn theo chiều rộng là một rừng sách.

Tuy mỗi cuốn sách mỗi màu mỗi vẻ, nhưng điểm chung là thể hiện được *ánh sáng và nguyên lý giáo dục của Đảng, đậm đà bản sắc dân tộc và giàu tính hiện đại*.

... Hôm nay, NXBGD vinh dự được nhận **Huân chương Độc lập hạng Nhất của Chủ tịch nước trao tặng**, đây là một lời khẳng định quý giá với ý nghĩa vô cùng sâu sắc :

Trong gần nửa thế kỉ, lúc thuận lợi cũng như những lúc khó khăn, các thế hệ của NXBGD luôn nêu cao truyền thống đoàn kết, phấn đấu không mệt mỏi, quyết tâm hoàn thành chức năng nhiệm vụ của Bộ Giáo dục và Đào tạo giao phó, phục vụ tích cực cho ngành và góp phần ổn định xã hội.

1. NXBGD có được kết quả to lớn như ngày hôm nay :

Trước hết là do sự quan tâm của các đồng chí Lãnh đạo Đảng, Quốc hội, Nhà nước và Chính phủ.

Đặc biệt là sự chỉ đạo của Bộ Giáo dục và Đào tạo ; sự giúp đỡ của các Bộ, các cơ quan đoàn thể trung ương và địa phương...

Là sự tương thân tương ái của những người bạn đồng hành, đó là Nhà xuất bản trong nước và Nhà xuất bản nước ngoài

Là tình cảm ưu ái tin cậy của các bậc phụ huynh, học sinh, hàng triệu độc giả và của nhân dân trong suốt 45 năm qua đã giành cho NXBGD.

2. Công lao này :

Trước hết, thuộc về các bậc tiền bối đã dày công khai phá và đặt những nền móng cho NXBGD...

Thứ hai, công lao thuộc về những thầy cô giáo đã về nghỉ dưỡng không tiếc công tiếc sức, chất chiu, vun vén đã để lại cho chúng ta nhiều tài sản vô giá, những kinh nghiệm và những truyền thống tốt đẹp.

Thứ ba, công lao này thuộc về các tác giả, các nhà khoa học, các nhà giáo dục đã từng vượt qua thác ghềnh chữ nghĩa, rút ruột để cho đời những trang sách quý, qua bao tháng ngày đã dệt nên những *tấm thương* quý hơn cả *ngân vàng* ...

Thứ tư, vinh dự này cũng thuộc về 9 đơn vị thành viên và 1300 cán bộ công nhân viên NXBGD, không ngừng phấn đấu xây dựng đơn vị và NXBGD ngày càng thêm vững mạnh.

Hôm nay là ngày vinh dự nhất, là ngày lễ trọng đại và ngày hội lớn của toàn NXBGD. Chúng tôi đại diện 9 đơn vị thành viên, 61 Công ty Sách - TBTH và 1300 cán bộ công nhân viên thuộc NXBGD xin hứa với các đồng chí lãnh đạo Đảng, Quốc hội, Nhà nước, Chính phủ, với Bộ Giáo dục và Đào tạo : *NXBGD sẽ phát huy truyền thống đoàn kết hoàn thành tốt các nhiệm vụ, góp phần tích cực vào sự phát triển giáo dục, nâng cao dân trí, tạo tiền đề quan trọng cho công cuộc hiện đại hóa đất nước. Đặc biệt là thực hiện thành công việc thay sách trong những năm sắp đến...*

LỄ KỶ NIỆM 45 NĂM ... (Tiếp bài 2)

... và nhiều cán bộ các Vụ, Viện, Công đoàn Ngành, Hiệu trưởng các trường đại học, Giám đốc các Sở Giáo dục - Đào tạo, các Thứ trưởng Bộ GD-ĐT đã về nghỉ dưỡng, đại diện UBND các tỉnh thành phố Đà Nẵng, Hải Phòng, Nam Định, Vĩnh Phúc, các Giám đốc Công ty Sách Thiết bị trường học, đại diện các công ty giấy, 51 xí nghiệp in cũng đến chung vui cùng cán bộ công nhân viên NXB Giáo dục. Hơn 80 giáo sư, tiến sĩ, nhà giáo đại diện các tác giả sách đã có mặt trong buổi lễ trọng thể này. Đồng đủ các thế hệ cán bộ, công nhân viên NXB Giáo dục và các đơn vị thành viên đã về dự lễ.

Mở đầu là phần văn nghệ chào mừng của các em học sinh Hà Nội, những độc giả yêu quý của NXB Giáo dục.

Ông Ngô Trần Ái, Giám đốc Nhà xuất bản Giáo dục đã đọc Báo cáo 45 năm xây dựng và phát triển của NXB Giáo dục. Thay mặt Chủ tịch nước, Phó Chủ tịch nước Nguyễn Thị Bình đã trao Huân chương Độc lập hạng Nhất cho NXB Giáo dục và hai Huân chương Lao động cho Nhà máy in sách giáo khoa Đông Anh, Chi nhánh NXB Giáo dục tại Tp. Hồ Chí Minh và phát biểu ý kiến.

Trong niềm vui chung của toàn NXB Giáo dục, Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ còn có niềm vui là được nhận Bằng khen của Thủ tướng Chính phủ. Ba bằng khen của Thủ tướng Chính phủ đã được Thứ trưởng Bộ GD và ĐT Lê Vũ Hùng trao cho Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ, Chi nhánh NXB Giáo dục tại Tp. Đà Nẵng và Trung tâm bản đồ tranh ảnh giáo dục.

Thứ trưởng Lê Vũ Hùng, Giám đốc Nhà xuất bản Giáo dục Lào, trợ lý Giám đốc phụ trách in Kurusapa Thái Lan, Phó Tổng biên tập NXB Giáo dục Liên Bang Nga và GS Trần Đình Sử đã phát biểu ý kiến.

PGS TS Vũ Dương Thụy, Phó Giám đốc, Bí thư Đảng ủy, Tổng biên tập NXB Giáo dục đã phát biểu lời cảm ơn.

Niềm vui như còn đọng lại trong từng ánh mắt, nụ cười.

VKT

Dành cho các bạn TRUNG HỌC CƠ SỞ



SỬ DỤNG CÔNG THỨC VI-ÉT ĐỂ GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH

TRẦN THỊ HƯỜNG

(GV THCS Bút Sơn, Hoàng Hóa, Thanh Hóa)

Trong chương trình toán THCS các bạn học sinh thường lúng túng khi phải giải hệ phương trình (hệ PT) trong đó có các biểu thức là tổng hoặc tích các ẩn, hoặc tổng các lũy thừa các ẩn. Bài này trình bày một phương pháp giải hệ PT như thế dựa vào công thức Vi-ét.

Nếu PT bậc bốn

$$x^4 + A_1x^3 + A_2x^2 + A_3x + A_4 = 0 \quad (1)$$

có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 thì có công thức Vi-ét liên hệ giữa các nghiệm và các hệ số của PT (1) như sau :

$$-A_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

$$A_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4$$

$$-A_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4$$

$$A_4 = x_1x_2x_3x_4 \quad (2)$$

Thật vậy, vì x_1, x_2, x_3, x_4 là các nghiệm của PT (1) nên $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) = 0 \quad (3)$

Khai triển vế trái của PT (3) và so sánh với PT (1) ta có công thức Vi-ét (2).

Nói riêng, nếu $x_3 = x_4 = 0$ thì PT $x^2 + A_1x + A_2 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 với công thức Vi-ét là :

$$-A_1 = x_1 + x_2 \text{ và } A_2 = x_1x_2 \quad (4)$$

Nếu $x_4 = 0$ thì PT $x^3 + A_1x^2 + A_2x + A_3 = 0$ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 với công thức Vi-ét là :

$$-A_1 = x_1 + x_2 + x_3 ; A_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$$

$$-A_3 = x_1x_2x_3 \quad (5)$$

Khi gặp hệ phương trình mà vế phải các PT là hằng số, còn vế trái có dạng tổng các lũy thừa của các ẩn, ta có thể coi các ẩn đó là các nghiệm của một phương trình, rồi sử dụng công thức Vi-ét để thiết lập PT mới này. Như vậy ta đã chuyển việc giải hệ n phương trình n ẩn về giải một PT bậc n một ẩn, nếu PT bậc n một ẩn này giải được dễ dàng thì đó chính là nghiệm của hệ n phương trình đã cho.

Với hệ PT 2 ẩn thì phương pháp này rất hiệu quả vì ta đưa về một PT bậc 2 luôn giải được.

Bài toán 1. Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số a :

$$\begin{cases} x+y=2a-1 \\ x^2+y^2=a^2+2a-3 \end{cases} \quad (6)$$

Lời giải. Ta có $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = A_1^2 - 2A_2$ theo công thức Vi-ét (4). Ta tính được: $A_1 = 1 - 2a$ và $2A_2 = (1 - 2a)^2 - (a^2 + 2a - 3) = 3a^2 - 6a + 4$. Từ đó x, y là hai nghiệm của PT $x^2 + A_1x + A_2 = 0$ hay

$$x^2 + (1 - 2a)x + 3a^2/2 - 3a + 2 = 0 \quad (7)$$

Biệt thức $\Delta = -2a^2 + 8a - 7$. Từ đó :

• nếu $a < 2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc $a > 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ thì $\Delta < 0$ nên PT (7) vô nghiệm $\Rightarrow$ hệ PT (6) vô nghiệm.

• nếu $a = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = y = \frac{3 - \sqrt{2}}{2}$

• nếu $a = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = y = \frac{3 + \sqrt{2}}{2}$

• nếu $2 - \frac{\sqrt{2}}{2} < a < 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ thì $\Delta = -2a^2 + 8a - 7 > 0$ và hệ (6) có 2 nghiệm (x, y) là

$$\left(\frac{2a-1-\sqrt{\Delta}}{2}, \frac{2a-1+\sqrt{\Delta}}{2} \right), \left(\frac{2a-1+\sqrt{\Delta}}{2}, \frac{2a-1-\sqrt{\Delta}}{2} \right)$$

Khi hệ PT có 3 hoặc 4 ẩn thì ta chuyển về giải PT một ẩn bậc 3 hoặc bậc 4, nếu PT này có dạng đặc biệt thì ta tìm được nghiệm của nó.

Bài toán 2. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=21 \\ x^3+y^3+z^3=57 \end{cases} \quad \begin{matrix} (7a) \\ (7b) \\ (7c) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=21 \\ x^3+y^3+z^3=57 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3+y^3+z^3=57 \end{cases}$$

Lời giải. Coi x, y, z là 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 của một PT bậc ba, theo công thức Vi-ét (5) từ (7a) có $S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = 3 = -A_1 \Rightarrow A_1 = -3$

Từ (7b) có $S_2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1 + x_2 + x_3)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) = A_1^2 - 2A_2$

$$\Rightarrow 2A_2 = A_1^2 - S_2 = 9 - 21 = -12 \Rightarrow A_2 = -6.$$

$$\begin{aligned} \text{Từ (7c) có } S_3 &= x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = (x_1 + x_2 + x_3) \times \\ &\times (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - x_1x_2 - x_1x_3 - x_2x_3) + 3x_1x_2x_3 \\ &= -A_1(S_2 - A_2) - 3A_3 = -A_1^3 + 3A_1A_2 - 3A_3 \\ \Rightarrow 3A_3 &= -57 + 27 + 54 = 24 \Rightarrow A_3 = 8 \end{aligned}$$

Như vậy x_1, x_2, x_3 là nghiệm của PT $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$. Dễ thấy PT này có nghiệm $x_1 = 1$ suy ra $x_2 = -2, x_3 = 4$.

Vậy hệ (7) có 6 nghiệm (x, y, z) là $(1, -2, 4); (1, 4, -2); (-2, 1, 4); (-2, 4, 1); (4, 1, -2); (4, -2, 1)$.

Bài toán 3. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+z=0 & (8a) \\ x^2+y^2+z^2=10 & (8b) \\ x^7+y^7+z^7=350 & (8c) \end{cases}$$

Lời giải. Coi x, y, z là 3 nghiệm của một PT bậc 3, theo công thức Vi-ét (5) từ (8a) có:

$$S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = 0 = -A_1. \text{ Tương tự lời giải bài toán 2 từ (8b) có}$$

$$\begin{aligned} S_2 &= x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 10 = A_1^2 - 2A_2 \\ \Rightarrow 2A_2 &= A_1^2 - S_2 = -10 \Rightarrow A_2 = -5 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{Tính } S_3 &= x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -A_1^3 + 3A_1A_2 - 3A_3 \\ \Rightarrow S_3 &= -3A_3 \end{aligned} \quad (10)$$

Đặt $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$. Khai triển

$$(x_1 + x_2 + x_3)(x_1^{n+2} + x_2^{n+2} + x_3^{n+2}) = 0 \text{ ta được}$$

$$-S_{n+3} = S_{n+1}A_2 + S_nA_3 \text{ với } n \geq 1 \quad (11)$$

Từ (11), (9), (8b) có:

$$-S_4 = S_2A_2 + S_1A_3 = -50 \quad (12)$$

Từ (11), (9), (10) có:

$$-S_5 = S_3A_2 + S_2A_3 = 25A_3 \quad (13)$$

Từ (11), (12), (13) có:

$$-S_7 = S_5A_2 + S_4A_3 = 175A_3$$

Từ đó và (8c) suy ra $A_3 = -2$.

Vậy x, y, z là các nghiệm của PT:

$$\begin{aligned} x^3 - 5x - 2 &= 0 \Leftrightarrow x^3 + 8 - 5(x+2) = 0 \\ \Leftrightarrow (x+2)(x^2 - 2x - 1) &= 0 \end{aligned}$$

Phương trình này có 3 nghiệm $x_1 = -2, x_2 = 1 - \sqrt{2}, x_3 = 1 + \sqrt{2}$. Thay x, y, z bởi x_1, x_2, x_3 thì ta được PT (8) có 6 nghiệm.

Bài toán 4. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} xyzt=1 & (14a) \\ x+y+z+t=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}=5 & (14b) \\ xy+yz+zt+tx=4 & (14c) \end{cases}$$

Lời giải. Từ (14b) (14c) có $(x+z) + (y+t) = 5$ và $(x+z)(y+t) = 4$. Giải hệ PT này được nghiệm $x+z = 1, y+t = 4$ hoặc $x+z = 4, y+t = 1$ (15).

Theo công thức Vi-ét (2) ta coi x, y, z, t là các nghiệm của PT

$$x^4 + A_1x^3 + A_2x^2 + A_3x + A_4 = 0 \quad (1)$$

Từ (14a) có $A_4 = 1$ và từ (14b) có $A_1 = A_3$, suy ra nếu x_1 là nghiệm của (1) thì $x_2 = \frac{1}{x_1}$ cũng là nghiệm của (1) nên $x_1x_2 = 1$. Tương tự $x_3x_4 = 1$.

Xét các trường hợp sau (chú ý x, y, z, t đều khác 0):

a) $xy = 1$ và $zt = 1$. Từ (14c) có $yz + tx = 2 \Rightarrow \frac{1}{xt} + xt = 2 \Rightarrow (xt - 1)^2 = 0 \Rightarrow xt = 1$. Suy ra $x = z, y = t$. Từ đó và từ (15) có các nghiệm: $x = z = \frac{1}{2}, y = t = 2$ và $x = z = 2, y = t = \frac{1}{2}$.

b) $xt = 1$ và $yz = 1$. Lập luận tương tự như trên cũng suy ra hệ đã cho có các nghiệm như thế.

c) $xz = 1$ và $yt = 1$. Kết hợp với (15) suy ra hệ vô nghiệm.

Có thể vận dụng công thức Vi-ét để sáng tạo ra bài toán mới bằng cách lấy một phương trình bậc n ($n = 2, 3, 4$) để tìm nghiệm, tính n giá trị của các tổng các lũy thừa của các nghiệm S_k rồi yêu cầu giải hệ phương trình mà vế trái là các tổng S_k còn vế phải là giá trị tương ứng của chúng.

Mời các bạn vận dụng công thức Vi-ét để giải các hệ phương trình sau:

$$\text{Bài 1. } \begin{cases} x+y+xy=2+3\sqrt{2} \\ x^2+y^2=6 \end{cases};$$

$$\text{Bài 2. } \begin{cases} x+y+z=6 \\ x^2+y^2+z^2=18 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}=4 \end{cases}$$

$$\text{Bài 3. } \begin{cases} xyzt=1 \\ x+y+z+t=\frac{9}{2} \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}=\frac{9}{2} \\ \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{1}{t^2}=\frac{25}{4} \end{cases}$$

MÁY TÍNH SONG SONG LÀ GÌ?

NGUYỄN VĂN NGỌC
(ĐH Mỏ Địa chất)

Hàng ngày chúng ta phải đối diện với rất nhiều các bài toán. Việc giải các bài toán có thể thực hiện bởi một hoặc nhiều người. Tuy vậy lao động tập thể của nhiều người được tổ chức tốt ngày càng khẳng định sức mạnh lớn lao của nó. Trong lao động tập thể, mỗi người thực hiện phần việc của mình, có trao đổi thông tin với người khác theo một cấu trúc nhất định.

Tương tự, để giải các bài toán, máy tính có thể có một hoặc nhiều bộ xử lý. Máy tính có một bộ xử lý, tại mỗi thời điểm chỉ xử lý được một chỉ thị, được gọi là *máy tính nối tiếp*, và thuật giải tương ứng gọi là *thuật giải nối tiếp*. Máy tính có nhiều bộ xử lý, thực hiện nhiều chỉ thị tại mỗi thời điểm, gọi là *máy tính song song*. Thuật toán tương ứng gọi là thuật toán song song. Các bộ xử lý phải được tổ chức theo một cấu trúc nhất định.

Người ta mô hình hóa tổ chức của các bộ xử lý song song bằng một đồ thị (graph) $G = (V, E)$, trong đó:

- Tập đỉnh V là tập hữu hạn các bộ xử lý.
- Hai đỉnh a, b thuộc V được nối với nhau (gọi là một cạnh) khi và chỉ khi hai bộ xử lý a, b trao đổi thông tin trực tiếp được với nhau. Tập các cạnh của V kí hiệu là E .

Đĩ nhiên, G tối thiểu phải là một đồ thị liên thông, nghĩa là với hai đỉnh bất kì a, b thuộc V thì có ít nhất một đường đi qua các cạnh nối a và b .

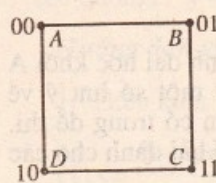
Như vậy, hai đỉnh kề nhau trao đổi thông tin trực tiếp với nhau, còn hai đỉnh không kề nhau phải trao đổi thông tin gián tiếp qua một dãy các đỉnh khác. Nói chung một mô hình xử lý song song nên có chu trình Ha-min-ton (Hamilton), nghĩa là tồn tại đường đi từ một đỉnh qua tất cả các đỉnh của V , mỗi đỉnh đúng một lần, và đến được đỉnh xuất phát (đường đi khép kín).

Một mô hình xử lý song song đã được nghiên cứu nhiều là n – khối lập phương. Nó có cấu trúc được xác định như sau:

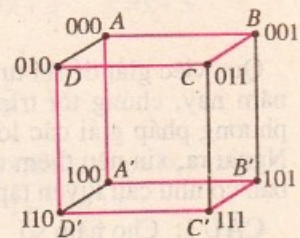
- Tập đỉnh V có 2^n đỉnh, được đánh số từ 0 đến $2^n - 1$ theo hệ đếm nhị phân. Tức là mỗi đỉnh là một dãy nhị phân với độ dài n .

- Tập cạnh E gồm những cạnh nối hai dãy nhị phân chỉ khác nhau đúng một chữ cái nhị phân.

Với $n = 2$ thì 2 – khối lập phương gồm 4 đỉnh A, B, C, D , 4 cạnh AB, BC, CD, DA và 1 chu trình Hamilton gồm 4 cạnh đó (h.1).



Hình 1



Hình 2

Với $n = 3$ thì

3 – khối lập phương

được xây dựng từ 2 – khối lập phương $ABCD$ và $A_1B_1C_1D_1$, nó gồm 8 đỉnh, 12 cạnh (h.2). Đường đi $ABCDD'C'B'A'A$ là chu trình Hamilton của nó. Tương tự ta xây dựng $(n+1)$ – khối lập phương từ hai n – khối lập phương bằng cách:

Mỗi dãy nhị phân (gọi là một từ nhị phân), đỉnh của n – khối lập phương thứ nhất được thêm vào kí tự 0 bên trái (để được dãy kí tự nhị phân độ dài $n+1$), còn đỉnh của n – khối lập phương thứ hai thì được thêm vào kí tự 1 bên trái.

Nối mỗi đỉnh của khối lập phương thứ nhất với đỉnh tương ứng (có cùng dãy kí tự độ dài n bên phải) của khối lập phương thứ hai.

Giả sử đã xác định được chu trình Hamilton của n – khối lập phương. Khi đó một chu trình Hamilton của $(n+1)$ – khối lập phương được xác định theo hai n – khối lập phương tạo thành nó như sau: Giả sử $v_1^1, \dots, v_i^1, v_{i+1}^1, \dots, v_{2^n}^1, v_1^1$ là

chu trình Hamilton của n – khối lập phương thứ nhất, và $v_1^2, \dots, v_i^2, v_{i+1}^2, \dots, v_{2^n}^2, v_1^2$ là chu trình Hamilton của n – khối lập phương thứ hai.

Khi đó rõ ràng $v_1^1, \dots, v_i^1, v_i^2, v_{i-1}^2, \dots, v_1^2, v_{2^n}^2, \dots, v_{i+1}^2, v_{i+1}^1, \dots, v_{2^n}^1, v_1^1$ là chu trình Hamilton

của $(n+1)$ – khối lập phương. (Có thể tìm được nhiều chu trình Hamilton).

Cách xây dựng chu trình Hamilton của n – khối lập phương trên đây là nội dung cơ bản của phương pháp xây dựng mã Gray để tìm ra dãy 2^n từ nhị phân độ dài n sao cho hai từ liên tiếp, cũng như từ đầu tiên và từ cuối cùng chỉ khác nhau đúng một kí tự nhị phân.

Điều kiện trên đây về máy tính song song và xử lý song song hi vọng giúp các bạn hình dung được một lĩnh vực mới của việc xây dựng cấu trúc máy tính phức tạp một bước đi tất yếu của khoa học tính toán.

CHUẨN BỊ THI VÀO ĐẠI HỌC**MỘT SỐ LƯU Ý KHI GIẢI ĐỀ THI
TUYỂN SINH ĐẠI HỌC KHỐI A NĂM 2002**

NGUYỄN ANH DŨNG - ĐẶNG THANH HẢI

Qua việc giải đề thi tuyển sinh đại học khối A năm nay, chúng tôi trình bày một số lưu ý về phương pháp giải các loại toán có trong đề thi. Ngoài ra, xin nêu thêm một số bài dành cho các bạn có nhu cầu luyện tập thêm.

CÂU 1: Cho hàm số

$$y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2 \quad (1)$$

(m là tham số).

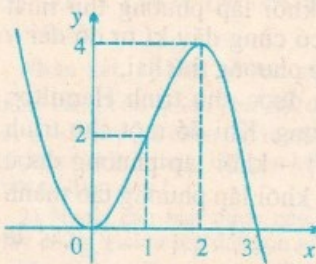
1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 1$.

2/ Tìm k để phương trình: $-x^3 + 3x^2 + k^3 - 3k^2 = 0$ (2) có ba nghiệm phân biệt.

3/ Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).

Hướng dẫn giải:

1/ Với $m = 1$, ta được hàm số $y = -x^3 + 3x^2$. (Các bạn tự giải) Có đồ thị như sau:



2/ Có các cách giải sau:

Cách 1:

Sử dụng đồ thị

Đặt

$$m = -k^3 + 3k^2$$

ta được phương trình (2) trở thành

$$-x^3 + 3x^2 = m \quad (3)$$

Phương trình (PT) (3) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ tại 3 điểm phân biệt. Từ đồ thị ta được $0 < m < 4$. Giải $0 < -k^3 + 3k^2 < 4 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} k^2(3-k) > 0 \\ (k+1)(k-2)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < k < 3 \\ k \neq 0, k \neq 2 \end{cases}$$

Cách 2: Biện luận số nghiệm phương trình.

$$-x^3 + 3x^2 + k^3 - 3k^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (k-x)[x^2 - (3-k)x + k^2 - 3k] = 0$$

PT này có nghiệm $x = k$ nên

$f(x) = x^2 - (3-k)x + k^2 - 3k = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt khác k .

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(k) \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \Delta = -3k^2 + 6k + 9 > 0 \Leftrightarrow -1 < k < 3$$

$$f(k) = 3k^2 - 6k \neq 0 \Leftrightarrow k \neq 0, k \neq 2.$$

Kết hợp lại cũng được kết quả trên.

Cách 3. PT (2) có 3 nghiệm phân biệt nghĩa là đồ thị hàm số $y(x) = -x^3 + 3x^2 + k^3 - 3k^2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt, hay là

$$\begin{cases} y'(x)=0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt} \\ \text{và } y'(x) \text{ đổi dấu qua các nghiệm đó} \quad (4) \\ y_{CT} \cdot y_{CT} < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Từ (4) có $y'(x) = -3x^2 + 6x = -3x(x-2) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt là $x_1 = 0, x_2 = 2$ và y' đổi dấu qua chúng.

Từ (5) có $y(0) \cdot y(2) < 0$

$$\Leftrightarrow (k^3 - 3k^2)(k^3 - 3k^2 + 4) < 0$$

$$\Leftrightarrow k^2(k-2)^2(k+1)(k-3) < 0$$

Từ đó cũng suy ra kết quả trên.

3) Ta có $y' = -3x^2 + 6mx + 3(1 - m^2)$

Biệt thức $\Delta' = 9$ nên PT $y' = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và đổi dấu qua 2 nghiệm đó. Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $M_1(x_1, y_1)$ và $M_2(x_2, y_2)$.

Cách 1. Từ $y' = 0$ có $x_1 = m - 1, x_2 = m + 1$. Thay vào (1) ta tính được y_1, y_2 rồi thay vào PT

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \text{ được PT } y = 2x - m^2 + m \text{ phải tìm}$$

Cách 2. Thực hiện chia đa thức

$$y = y' \left(\frac{x}{3} - \frac{m}{3} \right) + 2x - m^2 + m$$

Vì tại các điểm cực trị M_1, M_2 có $y'(x_1) = y'(x_2) = 0$ nghĩa là có $y_1 = 2x_1 - m^2 + m$ và $y_2 = 2x_2 - m^2 + m$. Qua hai điểm M_1, M_2 xác định duy nhất đường thẳng có PT $y = 2x - m^2 + m$.

Lưu ý: Câu hỏi tương tự với hàm số $y =$

$$\frac{ax^2+bx+c}{a'x+b'} = \frac{u(x)}{v(x)} \text{ cũng giải được bằng cách 2.}$$

Giả sử đồ thị hàm số này có 2 điểm cực trị thì

$$y' = 0 \Rightarrow vu' - uv' = 0 \Rightarrow \frac{u}{v} = \frac{u'}{v'}. \text{ Lúc đó } y = \frac{u}{v}$$

$$= \frac{u'}{v'} = \frac{2ax+b}{a'}. \text{ Đó là PT đường thẳng đi qua hai điểm cực trị.}$$

Bài tập 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - (3m+1)x + 4m}{2x-1}$

Tìm m để hàm số có cực trị và hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị đối xứng với nhau qua đường thẳng $x + y + 1 = 0$. (Đ/s: $m = 1$).

CÂU II. Cho phương trình:

$$\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0 \quad (1)$$

(m là tham số)

1/ Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

2/ Tìm m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3\sqrt{3}]$

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$ với $t \geq 1$.

Ta được PT: $t^2 + t - 2m - 2 = 0 \quad (2)$

1/ Với $m = 2$, PT (2) trở thành $t^2 + t - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Với $t = 2$, ta có $\log_3^2 x = 3$ từ đó

$$\log_3 x = \pm\sqrt{3}, x = 3^{\pm\sqrt{3}}$$

2/ Ta có $1 \leq x \leq 3\sqrt{3} \Leftrightarrow 0 \leq \log_3 x \leq \sqrt{3} \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 2$.

Do đó PT (1) có ít nhất một nghiệm x thuộc $[1; 3\sqrt{3}] \Leftrightarrow$ PT (2) có nghiệm t thuộc $[1; 2]$.

Đặt $f(t) = t^2 + t - 2$ thì PT (2) trở thành $f(t) = 2m$

Với $1 \leq t \leq 2$ ta có $f'(t) = 2t + 1 > 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến, do đó $f(1) \leq f(t) \leq f(2) \Rightarrow 0 \leq 2m \leq 4$. Ta được $0 \leq m \leq 2$ thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

Lưu ý: Phương trình $f(x) = k$ (k là tham số) có ít nhất một nghiệm $x \in (\alpha; \beta)$ khi và chỉ khi k thuộc tập giá trị của hàm số với $x \in (\alpha; \beta)$. Do đó ta có thể sử dụng đạo hàm để xét sự biến thiên của hàm số, từ đó suy ra tập giá trị của k.

Bài tập 2: Tìm m để hệ phương trình sau có

$$\begin{cases} \sqrt{2x} + \sqrt{3-y} = m \\ \sqrt{2y} + \sqrt{3-x} = m \end{cases}$$

Hướng dẫn: Trừ từng vế của các phương trình rồi chứng minh $x = y$.

Hệ có nghiệm khi phương trình $f(x) = \sqrt{2x} + \sqrt{3-x} = m$ có nghiệm. Sử dụng đạo hàm, tìm tập giá trị của hàm số $f(x)$ từ đó suy ra giá trị m. (Đ/s: $\sqrt{3} \leq m \leq 3$).

CÂU III:

1/ Tìm nghiệm thuộc khoảng $(0, 2\pi)$ của phương trình:

$$5\left(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3 \quad (1)$$

2/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$

Hướng dẫn giải:

1/ Điều kiện $\sin 2x \neq -\frac{1}{2}$.

$$(1) \Leftrightarrow \frac{5(\sin x + 2\sin x \sin 2x + \cos 3x + \sin 3x)}{1 + 2\sin 2x} = \cos 2x + 3 \quad (2)$$

Biến đổi tử thức về trái (2) được:

$$\begin{aligned} \sin x + \cos x - \cos 3x + \cos 3x + \sin 3x &= \\ = \cos x + 2\sin 2x \cos x \end{aligned}$$

Thay vào (2) và biến đổi về phải (2) có:

$$(2) \Leftrightarrow \frac{5(\cos x + 2\sin 2x \cos x)}{1 + 2\sin 2x} = 2\cos^2 x + 3$$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$ Giải hệ PT bậc 2 đối với $\cos x$ và chú ý $\cos x \leq 1$, ta được $\cos x = \frac{1}{2}$.

Trong $(0, 2\pi)$ có các nghiệm $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3}$ thỏa mãn điều kiện $1 + 2\sin 2x \neq 0$.

2/ Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$|x^2 - 4x + 3| = x + 3 \quad (3)$$

- Nếu $x \leq 1$ hoặc $x \geq 3$:

PT (3)

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0, x = 5.$$

- Nếu $1 < x < 3$:

PT (3)

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 6 = 0.$$

Vô nghiệm.

Ta cần tính

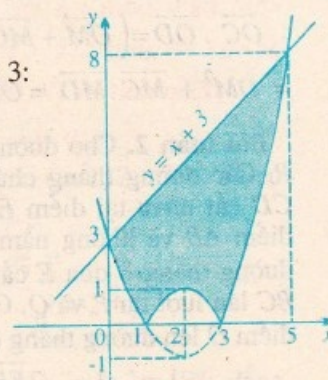
$$S = \int_0^1 (x+3 - (x^2-4x+3)) dx +$$

$$\int_1^3 (x+3 + x^2-4x+3) dx + \int_3^5 (x+3 - (x^2-4x+3)) dx$$

$$S = \int_0^1 (5x - x^2) dx + \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx + \int_3^5 (5x - x^2) dx$$

$$= \left(\frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 6x \right) \Big|_1^3 + \left(\frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_3^5$$

$$= \frac{109}{6} \quad (\text{dvdt})$$



TÌM HIỂU SÂU THÊM TOÁN HỌC SƠ CẤP

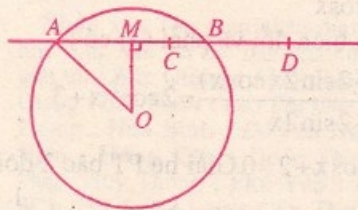
MỘT SỐ HỆ THỨC LIÊN HỆ giữa ĐƯỜNG THẲNG và ĐƯỜNG TRÒN

(Tiếp theo kì trước)

LÊ HÀO

(GV trường CĐSP Phú Yên)

II. Hệ thức liên hệ giữa đường thẳng và đường tròn



Hình 3

Bài toán 1. Cho đường tròn tâm O bán kính R và dây cung AB có trung điểm M. Thế thì 4 điểm thẳng hàng A, B, C, D là hàng điểm điều hòa khi và chỉ khi $\overline{OC} \cdot \overline{OD} = R^2$ (5)

Chứng minh. Chú ý rằng $OM \perp CD$ (h. 3)

Theo hệ thức Niu-tơn có

$$\overline{OC} \cdot \overline{OD} = (\overline{OM} + \overline{MC})(\overline{OM} + \overline{MD})$$

$$= OM^2 + \overline{MC} \cdot \overline{MD} = OM^2 + MA^2 = R^2$$

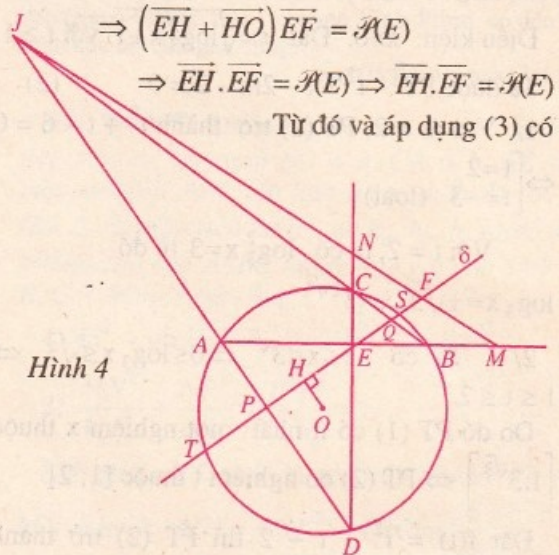
Bài toán 2. Cho đường tròn tâm O bán kính R. Các đường thẳng chứa hai dây cung AB và CD cắt nhau tại điểm E sao cho E khác trung điểm AB và không nằm trên đường tròn. Một đường thẳng δ qua E cắt các đường thẳng AD, BC lần lượt tại P và Q. Gọi H là hình chiếu của điểm O lên đường thẳng δ thì

$$\frac{1}{EP} + \frac{1}{EQ} = \frac{2EH}{\mathcal{P}(E)} \quad (6)$$

trong đó $\mathcal{P}(E) = OE^2 - R^2$ là phương tích của điểm E đối với đường tròn tâm O.

Chứng minh. Giả sử các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại điểm J. Lấy điểm M trên AB sao cho A, B, E, M là hàng điểm điều hòa. Đường thẳng JM cắt PQ tại F (hình 4 vẽ trường hợp điểm E nằm trong đường tròn). Vì JA, JB, JE, JM là chùm điều hòa nên P, Q, E, F là hàng điểm điều hòa. Theo (5) có $\overline{OE} \cdot \overline{OF} = R^2$

$$\Rightarrow \overline{OE}(\overline{OE} + \overline{EF}) = R^2 \Rightarrow \overline{EO} \cdot \overline{EF} = OE^2 - R^2$$



Hình 4

$$\Rightarrow (\overline{EH} + \overline{HO})\overline{EF} = \mathcal{P}(E)$$

$$\Rightarrow \overline{EH} \cdot \overline{EF} = \mathcal{P}(E) \Rightarrow \overline{EH} \cdot \overline{EF} = \mathcal{P}(E)$$

Từ đó và áp dụng (3) có

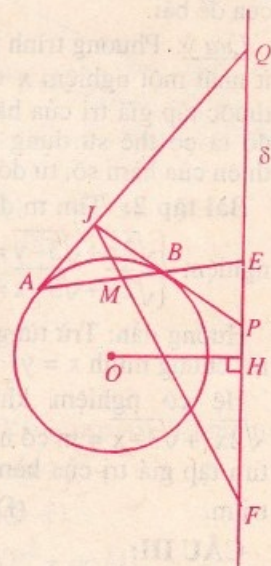
$$\frac{1}{EP} + \frac{1}{EQ} = \frac{2}{EF} = \frac{2EH}{\mathcal{P}(E)}$$

Hệ thức này vẫn đúng khi P, Q tương ứng với D, C.

Hệ quả 1. Khi đường thẳng δ đi qua giao điểm J của AD và BC. Gọi H là hình chiếu của tâm O lên δ thì $\mathcal{P}(E) = \overline{EH} \cdot \overline{EJ}$.

Hệ quả 2. Hệ thức (6) vẫn đúng khi A trùng với D và B trùng với C, lúc đó AD và BC đều là tiếp tuyến của đường tròn (h. 5).

Từ bài toán 2 khi cho đường thẳng δ thay đổi vị trí nhưng vẫn đi qua E ta được các trường hợp riêng dưới đây.



Hình 5

Hệ quả 3. Khi đường thẳng δ cắt đường tròn tại S và T thì

$$\frac{1}{EP} + \frac{1}{EQ} = \frac{1}{ES} + \frac{1}{ET}$$

Chứng minh. Áp dụng (6) (h. 4) có

$$\frac{1}{ES} + \frac{1}{ET} = \frac{ES + ET}{ES \cdot ET} = \frac{2EH}{\mathcal{P}(E)} = \frac{1}{EP} + \frac{1}{EQ}$$

Hệ quả 4. Khi đường thẳng δ vuông góc với OE tại E thì E là trung điểm của PQ .

Chứng minh. Vì E trùng với H nên $\overline{EH} = 0 \Rightarrow \overline{EP} + \overline{EQ} = 0$.

Các bạn hãy vẽ điểm E nằm trong và nằm ngoài đường tròn ở **hệ quả 4** sẽ thấy đó chính là "bài toán con bướm".

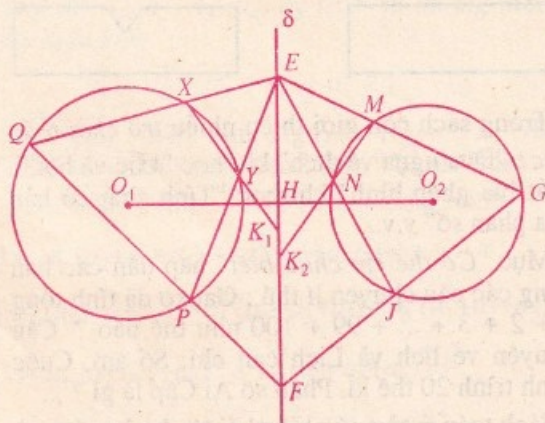
Bài toán 3. Gọi δ là trục đẳng phương của hai đường tròn (O_1) và (O_2) . Qua điểm F thuộc δ , kẻ cát tuyến cắt (O_1) tại P, Q và kẻ cát tuyến cắt (O_2) tại J, G . Gọi E là điểm thuộc δ nhưng không nằm trên các đường tròn. EP và EQ cắt (O_1) lần nữa tại X và Y , còn EJ và EG cắt (O_2) lần nữa tại M và N . Chứng minh rằng δ, XY, MN đồng quy.

Chứng minh. Giả sử δ lần lượt cắt XY, MN và O_1O_2 tại K_1, K_2 và H (h. 6). Theo (6) và do δ là trục đẳng phương nên $O_1E^2 - R_1^2 = O_2E^2 - R_2^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{EF} + \frac{1}{EK_1} = \frac{2EH}{O_1E^2 - R_1^2} = \frac{2EH}{O_2E^2 - R_2^2} =$$

$$= \frac{1}{EF} + \frac{1}{EK_2} \text{ suy ra } \overline{EK_1} = \overline{EK_2} \text{ hay } K_1 \text{ trùng}$$

với K_2 (đpcm).



Hình 6

Hệ quả : Kết quả trên vẫn đúng khi FPQ ở vị trí tiếp tuyến với đường tròn (O_1) hoặc FJG ở vị trí tiếp tuyến với đường tròn (O_2) .

Các bạn hãy sử dụng các kết quả trên để làm các **bài tập** sau :

Bài 1. Qua điểm E không thuộc đường tròn tâm O bán kính R kẻ hai cát tuyến tùy ý cắt đường tròn đó lần lượt tại A, B và C, D . Một đường thẳng qua E song song với AD cắt BC tại Q . Chứng minh rằng : $OE^2 - R^2 = 2EH \cdot EQ$ trong đó H là hình chiếu của O lên EQ .

Bài 2. Cho hai đường tròn tâm O_1, O_2 và δ là trục đẳng phương của hai đường tròn đó. Một cát tuyến song song với δ cắt đường tròn tâm O_1 tại K và F , một cát tuyến song song với δ cắt đường tròn tâm O_2 tại G và H . E là điểm trên δ không thẳng hàng với O_1, O_2 . EK, EF cắt đường tròn tâm O_1 tại Q và P ; EG, EH cắt đường tròn tâm O_2 tại M và N . Chứng minh rằng PQ, MN và δ đồng quy.

Bài 3. Cho tứ giác lồi $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R . Các đường thẳng AB và CD cắt nhau tại E . Đường thẳng δ bất kì qua E , cắt các đường thẳng AD và BC tại P, Q . Chứng minh rằng $\frac{1}{EP} + \frac{1}{EQ} \leq \frac{2EO}{OE^2 - R^2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi δ đi qua O .

ĐÓN ĐỌC

THTT SỐ 302 (8/2002)

- Vận dụng tính chất đường phân giác của tam giác
- Một số đặc điểm của Hình học 6
- Những điều cần lưu ý khi giải đề thi tuyển sinh đại học khối A năm 2002
- Về một bất đẳng thức trong kì thi toán quốc tế
- Lịch sử hình thành khái niệm hàm số

Các bạn sẽ nhận được lời giải đáp của :

Bài toán câu phương hình tròn,
Chỉ 6 lần dùng thước và compa,
Cho mấy điểm ? ...

Các bạn nhớ đặt mua THTT tại các cơ sở bưu điện gần nhất.

THTT

DIỄN ĐÀN DẠY HỌC TOÁN**SÁCH GIÁO KHOA TOÁN 6 CÒI QÌ MỚI ?**

TÔN THÂN

Bộ sách giáo khoa (SGK) Toán 6 mới gồm hai tập được chỉnh thức đưa vào dạy học ở các trường THCS từ năm học 2002–2003. Các bạn nhỏ trên khắp mọi miền đất nước lần đầu tiên bước chân đến trường THCS sẽ được làm quen với cuốn SGK Toán 6 với bìa in nhiều màu, có nhiều hình vẽ, nhiều bức ảnh đẹp. Nhiều điều bổ ích và lí thú đang chờ các bạn.

Các kiến thức toán học được trình bày trong sách đều đơn giản, dễ hiểu. Những nội dung trùng lặp với SGK Toán ở Tiểu học được giảm bớt (ví dụ quy tắc thực hành các phép tính cộng, trừ, nhân, chia số tự nhiên và số thập phân). Sau khi ôn tập và bổ túc về số tự nhiên, các bạn được học ngay tập hợp các số nguyên với cách trình bày rất nhẹ nhàng, *thông qua các ví dụ thực tế gần gũi* và phù hợp với sức tiếp thu của các bạn, chẳng hạn số nguyên âm xuất hiện khi xét nhiệt độ dưới 0°C , độ cao dưới mực nước biển, độ cận thị, số tiền nợ, thời gian trước công nguyên...

Tiếp theo số nguyên, SGK giới thiệu về phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $b \neq 0$. Các phép tính về phân số được trình bày dựa trên các kiến thức về các phép tính này mà các bạn đã biết ở Tiểu học.

Các kiến thức hình học được trình bày theo kiểu tiếp cận quy nạp, từ quan sát, thử nghiệm, đo, vẽ, nêu nhận xét, đi đến kiến thức mới. Đó là các khái niệm mở đầu của hình học phẳng như : điểm, đường thẳng, mặt phẳng, tia, nửa mặt phẳng, đoạn thẳng, trung điểm của đoạn thẳng, góc, tia phân giác của góc, đường tròn, tam giác. *Không yêu cầu chứng minh chặt chẽ về "điểm nằm giữa", "tia nằm giữa".*

Các định nghĩa, quy tắc, tính chất ... được diễn đạt chính xác nhưng đơn giản, rõ ràng, ít dùng những thuật ngữ toán học khó hiểu. SGK Toán 6 coi trọng hình vẽ, xem kênh hình có tác dụng lớn trong việc giúp học sinh dễ hình dung, để nhận thức các khái niệm trừu tượng.

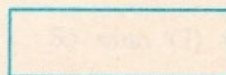
Sau mỗi bài học, trong sách có khoảng 5 bài tập để các bạn luyện tập vận dụng kiến thức và rèn luyện kĩ năng.

Với yêu cầu tăng thực hành, luyện tập, sách Toán 6 rất chú trọng xây dựng hệ thống bài tập. Có những bài tập rèn kĩ năng tính toán, kĩ năng suy luận, kĩ năng vẽ hình, có những bài tập rèn kĩ năng vận dụng toán học vào các môn học khác và vào đời sống.

Việc giải các bài tập này còn giúp *nâng cao mặt bằng văn hóa chung*. Ví dụ biết được : Bình Ngô Đại Cáo của Nguyễn Trãi ra đời năm nào ? Cộng đồng các dân tộc Việt Nam có bao nhiêu dân tộc ? Lợi ích của kênh đào Xuy-ê. Ôtô, máy bay ra đời năm nào ? Độ cao của núi Phan-xi-păng, Độ sâu của vịnh Cam Ranh ? Hai di tích ở nước ta được công nhận là di sản văn hóa thế giới vào năm nào ? Tên nhà toán học Việt Nam nổi tiếng ở thế kỉ XV ? Công thức muối dưa cải và cách làm món "dưa kho thịt"? Quy đổi độ C ra độ F như thế nào ? "Tỉ số vàng" trong kiến trúc và hội họa là gì ? Tiền lãi tiết kiệm được tính ra sao ? ...

Những kiến thức toán học *giàu tính ứng dụng* đều được sách chú ý khai thác. Chẳng hạn, khi học "Tỉ số của hai số – Tỉ số phần trăm – Tỉ lệ xích", các bạn được yêu cầu giải thích thế nào là vàng 4 con 9 (9999) ; tính tỉ số phần trăm muối trong nước biển, tính lượng nước trong 4 kg dưa chuột ; tính chiều dài thật của chiếc máy bay Boeing 747 khi biết độ dài của nó trên một bản vẽ ; trên bản đồ tỉ lệ xích 1 : 20000 thì cây cầu Mỹ Thuận được vẽ với chiều dài bao nhiêu xentimet ? v.v...

Các bài tập được thể hiện dưới *nhiều hình thức* : điền số thích hợp vào ô vuông, điền từ vào chỗ trống, tìm chỗ sai trong lời giải, quan sát hình vẽ và nêu nhận xét, thực hành, đo đạc, ... Các bạn cũng được làm quen với các bài tập trắc nghiệm. Nhiều bài tập được viết dưới dạng "Đố vui". Ví dụ : Nhìn hai hình vẽ sau đoán xem hình nào có chu vi lớn hơn ? Hãy đo để kiểm tra dự đoán :



Trong sách còn giới thiệu nhiều trò chơi toán học : "Đưa ngựa về đích" khi học "Ước và bội" ; "cắt bìa ghép hình" khi học "Tính chất cơ bản của phân số" v.v...

Mục "Có thể em chưa biết" hấp dẫn các bạn bằng các câu chuyện lí thú : Gauxơ đã tính tổng $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$ như thế nào ? Câu chuyện về lịch và Lịch can chi, Số âm, Cuộc hành trình 20 thế kỉ, Phân số Ai Cập là gì ? ...

Sách toán 6 còn có nhiều bài tập hướng dẫn và rèn luyện học sinh kĩ năng *sử dụng máy tính bỏ túi*.

Ví dụ : Một quyển sách giá 8000đ. Tìm giá mới của quyển sách đó sau khi giảm giá 15%.

Lời giải : Bấm phím liên tiếp như sau :

$\boxed{8} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{\times} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{\%} \boxed{-} \boxed{=}$ ta được kết quả là 6800(đ)

Mặc dù được viết cho đối tượng chính là đồng đảo học sinh lớp 6 trong cả nước, song các bạn học sinh yêu toán, khá và giỏi toán cũng có nhiều cơ hội để đào sâu suy nghĩ, nâng cao hiểu biết về toán và rèn luyện năng lực tư duy toán học.

Ví dụ 1. Ở bài §10. Tính chất chia hết của một tổng (Toán 6, tập I, tr.34-35), sách có nêu hai tính chất chia hết của một tổng nhưng không chứng minh :

Tính chất 1 : $a:m$ và $b:m \Rightarrow (a+b):m$

Tính chất 2 : $a:m$ và $b:m \Rightarrow (a+b):m$

Các bạn học sinh yêu toán hãy thử tự mình chứng minh hai tính chất trên dựa vào định nghĩa phép chia hết, phép chia có dư và tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng.

Ví dụ 2. Ở bài §6. Đoạn thẳng (Toán 6, tập II, tr. 114-115), sách có trình bày về đoạn thẳng cắt đoạn thẳng, cắt tia, cắt đường thẳng nhưng chỉ vẽ ba trường hợp thường gặp : 1) Hai đoạn thẳng AB và CD cắt nhau ; 2) Đoạn thẳng AB và tia Ox cắt nhau ; 3) Đoạn thẳng AB và đường thẳng xy cắt nhau.

Bạn có thể vẽ tiếp các trường hợp còn lại không ? (còn 6 trường hợp nữa !).

Ví dụ 3. Bài tập số 72 (Toán 6, tập I, tr.31)

Số chính phương là số bằng bình phương của một số tự nhiên (ví dụ : 0, 1, 4, 9, 16, ...). Mỗi tổng sau có là một số chính phương không ?

a) $1^3 + 2^3$; b) $1^3 + 2^3 + 3^3$;

c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$

Sau khi giải xong, chắc hẳn bạn nào yêu toán phải nêu giả thuyết và cố tìm cách chứng minh cho trường hợp tổng quát sau đây chứ ?

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$$

với $n \in \mathbb{N}^*$

Và bạn cũng có thể từ bài toán có trong SGK để sáng tác ra các đề toán tương tự hoặc tổng quát hơn.

Các tác giả Toán 6 hi vọng cuốn sách này sẽ là một cuốn sách giáo khoa toán gần gũi với đời sống, dễ học, vui, hấp dẫn, giúp các bạn nhỏ lớp 6 không sợ toán rồi tiến tới yêu toán và học tốt môn học này.

TIẾNG ANH QUA CÁC BÀI TOÁN

BÀI SỐ 55

Problem. A man whose clock had stopped running wound it up, but did not have access to the correct time to reset it. Leaving the clock at home, he walked to the house of a friend whose clock was correct, stayed for some time and then walked home (in the same time as he took earlier). Upon arriving home, he set his clock to the correct time even though he did not have his friend's clock with him! Explain why he could do that.

Solution. Upon arriving home, the man compared the reading of his clock on departure and on return. So he knew how long he had been away from home. He also knew from his friend's clock how long he was in his friend's house. Taking the time difference the man got the time he spent walking. Now he added half of this time to the reading of his friend's clock when he departed the friend's house. The obtained time is just the corrected time for resetting his clock.

Từ mới :

clock	= đồng hồ
stop	= ngừng lại, dừng (động từ)
run	= chạy (động từ)
wind (up)	= cuộn, xoắn, lên dây đồng hồ (động từ)
access	= lối vào, sự tiếp cận
correct	= đúng, chính xác (tính từ)
reset	= đặt lại, điều chỉnh (động từ)
leave	= rời khỏi, bỏ lại, để (động từ)
walk	= đi bộ (động từ)
stay	= ở lại (động từ)
upon	= ở trên, vào lúc, trong khoảng (giới từ)
arrive	= đến, đạt tới (động từ)
set	= bố trí, đặt (động từ)
even though	= dù rằng
explain	= giải thích (động từ)
compare	= so sánh, đối chiếu (động từ)
departure	= sự khởi hành
return	= sự trở về
away from home	= xa nhà
spend	= trải qua, tiêu (động từ)
depart	= xuất phát, khởi hành

NGÔ VIỆT TRUNG



ĐỀ RA KÌ NÀY

CÁC LỚP THCS

Bài T1/301. Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho

$$x^2 + xy + y^2 + 14x + 14y + 2018 \text{ chia hết cho } 101$$

LÊ QUANG NĂM

(SV khoa Toán - Tin ĐHKHTN - ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh)

Bài T2/301. Giải phương trình

$$(x-18)(x-7)(x+35)(x+90) = 2001x^2$$

VŨ THỊ HUỆ PHƯƠNG

(SV K33B khoa Toán ĐHSPT Thái Nguyên)

Bài T3/301. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } \frac{2}{ab} + \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{a^4 + b^4}{2}$$

trong đó a, b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b = 1$.

NGUYỄN THẾ BÌNH

(Sở GD-ĐT Hà Giang)

Bài T4/301. Giả sử a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác và $0 \leq t \leq 1$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{a}{b+c-ta}} + \sqrt{\frac{b}{c+a-tb}} + \sqrt{\frac{c}{a+b-tc}} \geq 2\sqrt{1+t}$$

Đẳng thức xảy ra khi nào?

ĐỖ ÁNH

(SV DH34 Học viện Quân y, Hà Tây)

Bài T5/301. Trên một đường thẳng lấy ba điểm A, B, C theo thứ tự sao cho $AB \neq BC$. Trên một nửa mặt phẳng bờ AC , dựng các tam giác vuông cân ABE ($AE = EB$) và BCD ($BD = DC$). Gọi S là giao điểm của AD và CE , gọi H là giao điểm của DE và BS . Gọi F là trung điểm của DE . Đường thẳng vuông góc với AC tại B cắt

DE tại K . Chứng minh rằng: $\frac{KE}{KD} = \frac{BE}{BD}$ và

$$\frac{KH}{KF} = \frac{BH}{BF}. \text{ Tìm hệ thức liên hệ giữa hai tỉ số này.}$$

PHẠM HÙNG

(Hà Nội)

CÁC LỚP THPT

Bài T6/301. Xét dãy số (a_n) được xác định bởi: $a_1 = 5, a_2 = 11$ và $a_{n+1} = 2a_n - 3a_{n-1}$ với mọi $n = 2, 3, \dots$

Chứng minh rằng:

a) Dãy số trên có vô số số dương và vô số số âm.

b) a_{2002} chia hết cho 11.

NGUYỄN TRỌNG TUẤN

(GV THPT Hùng Vương, PlâyKu, Gia Lai)

Bài T7/301. Biết rằng với a, b, c xác định thì phương trình $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Chứng minh rằng

$$|27c + 2a^3 - 9ab| < 2\sqrt{(a^2 - 3b)^3}$$

NGUYỄN VĂN HIỀN

(GV THPT Lê Quý Đôn, Quảng Trị)

Bài 8/301. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$3(a + b + c) - 22abc$$

trong đó các số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 1$

TRẦN XUÂN ĐÁNG

(GV THPT Lê Hồng Phong, Nam Định)

Bài T9/301. Cho tam giác đều ABC có cạnh $AB = a$. Một đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác, cắt các đường thẳng BC, CA, AB lần lượt tại M, N, P . Chứng minh rằng

$$\frac{1}{GM^4} + \frac{1}{GN^4} + \frac{1}{GP^4} \text{ là không đổi}$$

NGUYỄN VĂN TÍNH

(Phòng GD-ĐT Hưng Nguyên, Nghệ An)

Bài T10/301. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Một mặt phẳng đi qua trọng tâm G của tứ diện đó cắt các cạnh DA, DB, DC lần lượt tại A', B', C' . Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng các thể tích tứ diện

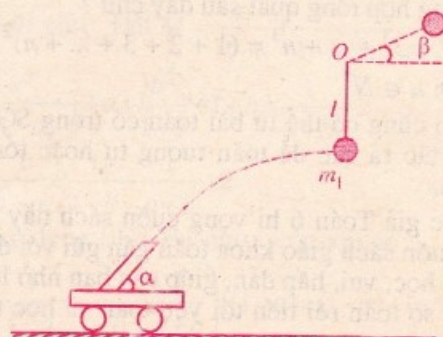
$$T = V_{AA'B'C'} + V_{BA'B'C'} + V_{CA'B'C'}$$

NGUYỄN VĂN THÔNG

(GV THPT Lê Quý Đôn, Đà Nẵng)

CÁC ĐỀ VẬT LÝ

Bài L1/301. Một khẩu súng đặt trên xe lăn có nòng nghiêng góc α so với phương ngang; khối

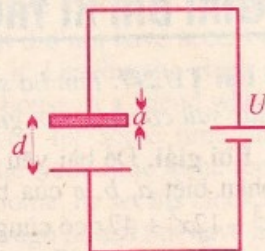


lượng tổng cộng của xe và súng là M . Xe có thể chuyển động trên mặt ngang với hệ số ma sát $k = 0,2$. Xe đang đứng yên thì súng bắn ra 1 viên đạn, khối lượng $m = 10\text{g}$. Ngay khi đạn rời nòng, xe giật lùi với vận tốc $V = 21\text{cm/s}$. Lên đến điểm cao nhất, đạn xuyên qua một tấm gỗ nhỏ $m_1 = 1,12\text{ kg}$ treo vào đầu dây nhẹ dài $l = 2\text{m}$; 10% năng lượng đạn chuyển thành động năng gỗ. Sau đó, gỗ lên đến vị trí dây nghiêng góc $\beta = 30^\circ$ thì dây bắt đầu bị chùng. Thời gian đạn rơi đến đất bằng $14\sqrt{10}$ thời gian dây bị chùng. Hãy tìm M, α . Biết rằng trong nòng súng gia tốc của đạn rất lớn so với g . Bỏ qua sức cản không khí và kích thước xe, súng so với quỹ đạo của đạn. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$.

NGUYỄN MANH HÙNG
(GV ĐH Vinh, Nghệ An)

Bài L2/301. Một tụ điện phẳng không khí có các bản nằm ngang cố định, được nối với nguồn điện không đổi có hiệu điện thế U . Bên trong tụ điện có đặt một tấm kim loại bề dày a khối lượng m (hình vẽ).

Ở thời điểm ban đầu tấm kim loại tiếp xúc với bản trên của tụ, sau đó nó được thả ra. Tìm vận tốc của tấm kim loại khi nó chạm vào bản tụ dưới. Biết diện tích mỗi bản tụ bằng diện tích tấm kim loại và bằng S , khoảng cách giữa hai bản tụ là d .



NGUYỄN NHẬT MINH
(Hà Nội)

PROBLEMS IN THIS ISSUE

FOR LOWER SECONDARY SCHOOLS

T1/301. Find all couples of integers x, y such that $x^2 + xy + y^2 + 14x + 14y + 2018$ is divisible by 101.

T2/301. Solve the equation

$$(x-18)(x-7)(x+35)(x+90) = 2001x^2$$

T3/301. Find the least value of the expression

$$\frac{2}{ab} + \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{a^4 + b^4}{2}$$

where a, b, c are positive numbers satisfying $a + b = 1$.

T4/301. Let a, b, c be the lengths of the sides of a triangle and $0 \leq t \leq 1$. Prove that

$$\sqrt{\frac{a}{b+c-ta}} + \sqrt{\frac{b}{c+a-tb}} + \sqrt{\frac{c}{a+b-tc}} \geq 2\sqrt{1+t}$$

When does equality occur?

T5/301. Let A, B, C be three points arranged in this order on a line and $AB \neq BC$. Construct the right isosceles triangles ABE ($AE = EB$), BCD ($BD = DC$) on a same semi-plane with boundary AC . Let S be the point of intersection of AD and CE , H be that of DE and BS . Let F be the midpoint of DE . The line perpendicular to

AC at B cuts DE at K . Prove that $\frac{KE}{KD} = \frac{BE}{BD}$ and

$\frac{KH}{KF} = \frac{BH}{BF}$. Find the relation between these ratios.

FOR UPPER SECONDARY SCHOOLS

T6/301. The sequence of numbers (a_n) is defined by: $a_1 = 5, a_2 = 11$ and

$a_{n+1} = 2a_n - 3a_{n-1}$ ($n = 2, 3, \dots$). Prove that:

i) the sequence has an infinite number of positive terms and an infinite number of negative terms.

ii) a_{2002} is divisible by 11.

T7/301. Let a, b, c be real numbers such that the equation $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ has three distinct real roots. Prove that

$$|27c + 2a^3 - 9ab| < 2\sqrt{(a^2 - 3b)^3}$$

T8/301. Find the greatest value of the expression $3(a + b + c) - 22abc$, where a, b, c are real numbers satisfying $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

T9/301. The equilateral triangle ABC has side $AB = a$. A moving line passing through its center of gravity G cuts the line BC, CA, AB respectively at M, N, P . Prove that the quantity

$$\frac{1}{GM^4} + \frac{1}{GN^4} + \frac{1}{GP^4}$$
 is constant.

T10/301. The tetrahedron $ABCD$ has volume V . A variable plane passing through its center of gravity G cuts the lines DA, DB, DC respectively at A', B', C' . Find the least value of the sum of the volumes of tetrahedra

$$T = V_{AA'B'C'} + V_{BA'B'C'} + V_{CA'B'C'}$$



Bài T1/297. Tìm ba số nguyên a sao cho biểu thức sau có cùng một giá trị: $a^3 - 12a^2 + 47a$

Lời giải. Đề bài yêu cầu tìm 3 giá trị nguyên phân biệt a, b, c của biến x sao cho biểu thức $x^3 - 12x^2 + 47x$ có cùng một giá trị k .

$$\begin{aligned} a^3 - 12a^2 + 47a &= b^3 - 12b^2 + 47b \\ &= c^3 - 12c^2 + 47c = k \end{aligned} \quad (1)$$

Cách 1. Từ đẳng thức bên trái của (1) có

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 - 12(a^2 - b^2) + 47(a - b) &= 0 \\ \Rightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2 - 12a - 12b + 47) &= 0 \end{aligned}$$

Vì $a \neq b$ nên

$$a^2 + ab + b^2 - 12a - 12b + 47 = 0 \quad (2)$$

Tương tự ta có

$$a^2 + ac + c^2 - 12a - 12c + 47 = 0 \quad (3)$$

$$b^2 + bc + c^2 - 12b - 12c + 47 = 0 \quad (4)$$

Trừ từng vế của (2) và (3) và biến đổi được $(b - c)(a + b - c - 12) = 0$

Vì $b \neq c$ nên $a + b + c = 12$ (5)

Cộng theo từng vế của (2) (3) (4) được

$$2(a^2 + b^2 + c^2) + ab + ac + bc - 24(a + b + c) + 141 = 0$$

Từ đó và (5) có

$$2(a^2 + b^2 + c^2) + ab + ac + bc = 147$$

Từ đó và $(a + b + c)^2 = 144$ có

$$a^2 + b^2 + c^2 - (ab + ac + bc) = 3 \quad (6)$$

$$\Rightarrow (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 6 =$$

$$= 1^2 + 1^2 + 2^2 \quad (7)$$

Giả sử $a < b < c$, từ (7) suy ra $a = 3, b = 4, c = 5$. Các số nguyên này thỏa mãn đề bài với $k = 60$.

Cách 2. Theo (1) thì a, b, c là 3 nghiệm phân biệt của phương trình

$$x^3 - 12x^2 + 47x - k = 0 \quad (8)$$

$$\text{và } (x - a)(x - b)(x - c) = 0 \quad (9)$$

Khai triển (9) và so sánh với (8) suy ra

$$a + b + c = 12 \quad (5)$$

$$ab + ac + bc = 47 \quad (10)$$

Từ (5) và (10) suy ra (6) rồi làm như ở cách 1.

Nhận xét. 1) Hai cách giải trên chỉ dùng kiến thức lớp 8. Bài này có rất nhiều bạn lớp 8 giải đúng. Một số

bạn đã sử dụng điều kiện giải được của phương trình bậc 2 áp dụng vào PT (2) ẩn a là $\Delta = (b - 12)^2 - 4(b^2 - 12b + 47) \geq 0 \Rightarrow 3(b - 4)^2 \leq 8$ suy ra giá trị của b .

Một số bạn giải như sau: $a^3 - 12a^2 + 47a = (a - 3)(a - 4)(a - 5) + 60$ nên biểu thức trên có cùng giá trị 60 với giá trị a bằng 3, 4, 5. Cách giải này chưa khẳng định được ngoài các giá trị đó thì còn các giá trị nào khác thỏa mãn đề bài.

Bạn: Nguyễn Trường Thọ, 9A, THCS Giầy, Phong Châu, Phú Ninh, **Phú Thọ** đã nêu bài toán tổng quát đối với biểu thức $a^3 - 3ba + (3b^2 - 1)a$

2) Các bạn sau có lời giải gọn:

Phú Thọ: Trần Hữu Hiếu, 9A, THCS TT. Sông Thao, Nguyễn Quang Huy, 9A, THCS Giầy, Phong Châu, Phú Ninh; **Vĩnh Phúc:** Vũ Văn Quang, 8A3, THCS Vĩnh Tường; **Hà Nội:** Vũ Nhật Minh, 8H, THCS Lê Quý Đôn, Nghĩa Tân, Cầu Giấy, **Trịnh Đức Linh**, 9A, THCS Hà Nội - Amsterdam; **Hòa Bình:** Nguyễn Thị Minh Phương, 9A3, THCS Lê Quý Đôn, Tx. Hòa Bình; **Bắc Ninh:** Nguyễn Đức Duy, 9B, THCS Yên Phong; **Bắc Giang:** Phan Tuấn Anh, 8A, THCS Đức Giang, Yên Dũng; **Hải Dương:** Hà Tuấn Cường, 8/3 THCS Lê Quý Đôn, Tp. Hải Dương, **Trần Quốc Hoàn**, 9A1, THCS Chu Văn An, Thanh Hà; **Hải Phòng:** Bùi Tuấn Anh, 9A, Phạm Huy Hoàng, 8B, THPT Trần Phú; **Nam Định:** Phan Văn Thành, Đào Mạnh Chiến, 9A2, THCS Lê Quý Đôn, Ý Yên, **Lưu Đức Ly**, Phạm Văn Hải, 9C, THCS Đào Sư Tích, Trục Ninh; **Ninh Bình:** Phạm Thị Hương, 8A, THCS Yên Phong, Yên Mô; **Thanh Hóa:** Lưu Thị Nhân, 9B, THCS Lê Đình Kiên, Phạm Văn Quang, 8C, THCS Yên Trường, Yên Định, **Trịnh Thành Kiên**, 8A1, THCS Trần Mai Ninh, Tp. Thanh Hóa; **Quảng Trị:** Hoàng Kim Minh, 7E, THCS Hải Lăng; **Đắk Lắk:** Ngô Thùy Dương, 8A1, THCS Trần Hưng Đạo, T. Buôn Ma Thuột; **Quảng Ngãi:** Bùi Minh Tuệ, 9I, THCS Trần Hưng Đạo, **Bùi Lê Trọng Thanh**, 9D1, THCS Nguyễn Nghiêm; **Bình Định:** Nguyễn Phúc Thọ, 9D, THCS Ngô Mây, Phù Cát; **Tp. Hồ Chí Minh:** Trần Hải Đăng, 7A9, THCS Trần Đại Nghĩa; **Đồng Tháp:** Lý Duy Khiêm, 9A1, THPT Tx. Cao Lãnh.

VIỆT HẢI

Bài T2/297. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } \frac{a^2}{1-a} + \frac{b^2}{1-b} + \frac{1}{a+b} + a + b$$

trong đó a, b là hai số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b < 1$

$$\begin{aligned} \text{Lời giải. Đặt } M &= \frac{a^2}{1-a} + \frac{b^2}{1-b} + \frac{1}{a+b} + a + b \\ &= \frac{a^2}{1-a} + 1 + a + \frac{b^2}{1-b} + 1 + b + \frac{1}{a+b} - 2 \\ &= \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{a+b} - 2 \end{aligned}$$

Áp dụng BĐT Bu-nhi-a-cốp-xki có

$$\left(\frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{a+b} \right) ((1-a) + (1-b) + (a+b)) \geq$$

$$\geq (1+1+1)^2 \Rightarrow \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1-b} + \frac{1}{a+b} \geq \frac{9}{2} \text{ nên}$$

$M \geq \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2}$. Vậy GTNN của biểu thức M là $5/2$ đạt được khi $a = b = 1/3$.

Nhận xét. 1) Nhiều bạn đã phát biểu và giải bài toán tổng quát sau với cách giải tương tự trên :

Cho $a_1, a_2, \dots, a_n > 0$ với điều kiện $a_1 + a_2 + \dots + a_n < 1$. Hãy tìm min của M , trong đó :

$$M = \frac{a_1^2}{1-a_1} + \frac{a_2^2}{1-a_2} + \dots + \frac{a_n^2}{1-a_n} + \frac{1}{a_1 + \dots + a_n} + a_1 + a_2 + \dots + a_n \quad (\text{Đáp số : min } T = \frac{2n+1}{n})$$

Một số bạn khác đã giải bài toán tổng quát trên với điều kiện $a_1 + a_2 + \dots + a_n < k$ (hằng số k dương).

2) Rất nhiều bạn giải tốt bài này :

Huỳnh Thị Thùy Lam, 8C1, THCS Phú Lâm, Tuy Hòa, **Phú Yên** ; Hoàng Tuấn Dũng, 8A7, THCS Phan Chu Trinh, Tp. Buôn Ma Thuột, **Đắk Lắk** ; Trần Quang Quý, 8A4, THCS Chu Văn An, Tp. Thái Nguyên, **Nguyễn Đức Duy**, 9B, THCS Yên Phong, **Bắc Ninh** ; Nguyễn Trung Kiên A, Ngô Vĩnh Thái, 8A, Nguyễn Trường Thọ, 9A, THCS Giáy, Phong Châu, Phú Ninh, **Trần Hữu Hiếu**, 9A2, THCS thị trấn Sông Thao, **Phú Thọ** ; Bùi Quốc Hùng, 9A1, THCS Trần Quốc Toàn, Uông Bí, **Quảng Ninh** ; Phan Văn Thành, 9A2, THCS Lê Quý Đôn, Ý Yên, **Nam Định**, Nguyễn Ngọc Tú, 9B, THCS Lê Đình Kiên, Yên Định, **Thanh Hóa**

TỔ NGUYỄN

Bài T3/297. Chứng minh bất đẳng thức

$$\frac{a_1^2}{a_2 + a_3 + a_4} + \frac{a_2^2}{a_3 + a_4 + a_5} + \frac{a_3^2}{a_4 + a_5 + a_1} + \frac{a_4^2}{a_5 + a_1 + a_2} + \frac{a_5^2}{a_1 + a_2 + a_3} \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$$

trong đó a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 là 5 số dương thỏa mãn điều kiện

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 \geq 1$$

Lời giải. (của bạn Nguyễn Ngọc Tú, 9B, THCS Lê Đình Kiên, Yên Định, **Thanh Hóa**).

Đặt A là vế trái của BĐT cần chứng minh.

$$\begin{aligned} B &= a_1^2(a_2+a_3+a_4) + a_2^2(a_3+a_4+a_5) + \\ &+ a_3^2(a_4+a_5+a_1) + a_4^2(a_5+a_1+a_2) + a_5^2(a_1+a_2+a_3) \\ C &= a_1^2(a_2+a_3+a_4)^2 + a_2^2(a_3+a_4+a_5)^2 + \\ &+ a_3^2(a_4+a_5+a_1)^2 + a_4^2(a_5+a_1+a_2)^2 + \\ &+ a_5^2(a_1+a_2+a_3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 3(a_1^2(a_2^2+a_3^2+a_4^2) + a_2^2(a_3^2+a_4^2+a_5^2) + \\ &+ a_3^2(a_4^2+a_5^2+a_1^2) + a_4^2(a_5^2+a_1^2+a_2^2) + \\ &+ a_5^2(a_1^2+a_2^2+a_3^2)) \end{aligned}$$

$$E = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2$$

Do $3(x^2+y^2+z^2) \geq (x+y+z)^2$ đúng cho mọi số thực x, y, z cho nên $D \geq C$ (1)

Bằng biến đổi đơn giản ta có

$$\begin{aligned} \frac{9}{5}E^2 - D &= \frac{3}{10}((a_1^2+a_2^2-a_3^2-a_4^2)^2 + (a_2^2+a_3^2-a_4^2-a_5^2)^2 + \\ &+ (a_3^2+a_4^2-a_5^2-a_1^2)^2 + (a_4^2+a_5^2-a_1^2-a_2^2)^2 + \\ &+ (a_5^2+a_1^2-a_2^2-a_3^2)^2 + (a_1^2-a_4^2)^2 + (a_1^2-a_3^2)^2 + \\ &+ (a_2^2-a_4^2)^2 + (a_2^2-a_5^2)^2 + (a_3^2-a_4^2)^2) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Cho nên } \frac{9}{5}E^2 \geq D \quad (2)$$

Sử dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-côp-xki ta dễ dàng chứng minh được $A.B \geq E^2$ (3)

Vận dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a-côp-xki ta thu được $B^2 \leq EC$. Từ (1) và (2) ta có

$$B^2 \leq EC \leq ED \leq E \cdot \frac{9}{5}E^2 = \frac{9}{5}E^3, \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta thu được $A \geq \frac{\sqrt{5}}{3}\sqrt{E} \geq \frac{\sqrt{5}}{3}$, do $E \geq 1$. Đẳng thức chỉ xảy ra khi $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Nhận xét. Đây là bài toán khó, có 12 bạn gửi lời giải, và phần lớn các lời giải thiếu chính xác do giả sử $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5$, hoặc sử dụng các bất đẳng thức chưa chính xác hoặc sử dụng sai tính bắc cầu của bất đẳng thức.

VŨ ĐÌNH HÒA

Bài T4/297. Đường tròn tâm O bán kính R và đường tròn tâm O' bán kính R' ($R > R'$) tiếp xúc ngoài tại điểm A . Góc vuông xấp xỉ hai đường tròn ở các điểm B và C (khác A). Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng BC . Hãy xác định vị trí các điểm B, C để độ dài AH lớn nhất và tính giá trị đó theo R, R' .

Lời giải. Kéo dài AB cắt đường tròn (O') ở D . Do $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = 90^\circ$ nên C, O', D thẳng hàng.

Các điểm A, B, C, D thuộc (O) và khác E, F . Giả sử AC cắt BH tại K , BD cắt AH tại S , CD cắt EF tại Q . Chứng minh rằng: K, S, Q thẳng hàng.

Ta vẫn có thể giải bài toán tổng quát bằng phương pháp đã dùng ở trên C cùng với những hiểu biết về độ dài đại số.

3) Các bạn có lời giải đúng:

Phú Thọ: Nguyễn Trường Thọ, 9A, THCS Giấy Phong Châu, Phù Ninh; **Vĩnh Phúc:** Lê Thái Sơn, 9B, THCS Vĩnh Tường; **Hà Tĩnh:** Hoàng Nguyễn Việt Dũng, THCS Lê Văn Thiêm, Tx. Hà Tĩnh; **Thanh Hóa:** Nguyễn Ngọc Tú, 9B, THCS Lê Đình Kiên, Yên Định; **Bắc Giang:** Phan Tuấn Anh, 8A, THCS Đức Giang, Yên Dũng; **Hải Phòng:** Trần Xuân Dũng, Phạm Minh Anh, 9A, THPT NK Trần Phú; **Nam Định:** Nguyễn Đức Tâm, 9A7, THCS Trần Đăng Ninh, Tp. Nam Định; **Phan Văn Thành,** Đoàn Duy Thuyết, 9A2, THCS Lê Quý Đôn, Ý Yên.

NGUYỄN MINH HÀ

Bài T6/297. Cho a, b là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau, chứng minh rằng có đúng $\frac{1}{2}(ab - a - b + 1)$ số tự nhiên không biểu diễn được thành dạng $ax + by$ với x, y là các số nguyên không âm.

Lời giải. (của bạn Phan Tuấn Thành, Nguyễn Tiến Thành, 10 Toán, THPT Nguyễn Trãi, Hải Dương).

Bài toán được giải theo ba bước sau:

Bước 1. Với mỗi $n \in \mathbb{N}$ tồn tại $x, y \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $0 \leq x \leq b-1$ sao cho $n = ax + by$.

Thật vậy vì $(a, b) = 1$ nên tập $\{ax \mid x = 0, 1, \dots, b-1\}$ lập thành một hệ thặng dư đầy đủ (mod b). Vậy $\exists x$ với $0 \leq x \leq b-1$ sao cho $ax \equiv n \pmod{b} \Leftrightarrow n = ax + by$ với $y \in \mathbb{Z}$.

Bước 2. Mọi số $n > ab - a - b$ đều biểu diễn được dưới dạng $ax + by$ với $x, y \in \mathbb{N}$ (khi đó ta gọi n là số đẹp).

Chứng minh: Theo bước 1 tồn tại $0 \leq x \leq b-1$ sao cho $n = ax + by$. Ta có $by = n - ax > ab - a - b - a(b-1) = -b \Rightarrow y > -1 \Rightarrow y \geq 0$.

Bước 3. Với mỗi số $n \leq m = ab - a - b$ thì n là số đẹp $\Leftrightarrow m - n$ là số không đẹp.

Chứng minh: Giả sử n là số đẹp $\Leftrightarrow n = ax_0 + by_0$ với $x_0, y_0 \in \mathbb{N}$. Khi đó $m - n = ab - a - b - ax_0 - by_0$. Nếu $m - n$ là số đẹp thì $m - n = ax_1 + by_1$ ($x_1, y_1 \in \mathbb{N}$). Suy ra

$$ab = a(x_0 + x_1 + 1) + b(y_0 + y_1 + 1) \quad (*)$$

$$\Rightarrow (x_0 + x_1 + 1) : b \Rightarrow x_0 + x_1 + 1 \geq b.$$

Tương tự $y_0 + y_1 + 1 \geq a$. Từ (*) có $ab \geq 2ab$ vô lí. Vậy $m - n$ là số không đẹp.

Đảo lại giả sử $m - n$ là số không đẹp. Theo bước 1 có $m - n = ax + by$ với $0 \leq x \leq b-1$ và $y \in \mathbb{Z}$. Vì $m - n$ là số không đẹp nên $y < 0$ hay $y \leq -1$. Vậy

$$n = m - ax - by = ab - a - b - ax - by$$

$$= a(b-1-x) + b(-1-y)$$

Ta có $b-1 \geq x$ và $-1 \geq y$. Suy ra n là số đẹp.

Từ ba bước trên ta suy ra số các số không đẹp bằng một nửa số các số nguyên trong đoạn

$$[0, ab - a - b] \text{ và là } \frac{ab - a - b + 1}{2} = \frac{(a-1)(b-1)}{2}$$

Nhận xét. 1) Có thể tính trực tiếp số các số đẹp trong đoạn $[0, ab - a - b]$ là $\sum_{k=1}^{b-1} \left[\frac{ka}{b} \right] = \frac{(a-1)(b-1)}{2}$ trong đó $[x]$ là phần nguyên của x .

2) Các bạn sau có lời giải tốt: Nguyễn Hoàng Thanh, 11A1, ĐHSPT Hà Nội; Phan Thành Nam, THPT Lương Văn Chánh, Phú Yên; Nguyễn Võ Vĩnh Lộc, 11T, THPT Sa Đéc, Đồng Tháp; Lê Đức Tâm, 10T1, THPT Lam Sơn, Thanh Hóa; Trần Ngọc Trung, 11T, THPT Quy Nhơn, Bình Định; Nguyễn Lâm Hưng, 11T, PTNK ĐHQG Tp. Hồ Chí Minh; Lại Nguyễn Mai Ngân, 11 Toán, THPT Lê Quý Đôn, Khánh Hòa; Trịnh Mỹ Châu, 11 Toán, THPT Lương Văn Tuy, Ninh Bình; Lê Phương, 11 Toán, THPT Lương Thế Vinh, Đồng Nai.

ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài T7/297. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2$ ($n > 1$), trong đó các số thực $a_1, a_2, \dots, a_n$ thuộc $[0; 2]$ và thỏa mãn

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n = n$$

Lời giải. Đặt $x_i = a_i - 1$, $i = 1, 2, \dots, n$. Ta có $|x_i| \leq 1$ và $x_1 + \dots + x_n = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 &= \\ &= (x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + \dots + (x_n + 1)^2 \\ &= n + x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq 2n. \end{aligned}$$

*) Trường hợp 1: n chẵn, $n = 2m$. Bất đẳng thức trên trở thành đẳng thức khi và chỉ khi m số x_i bằng 1 và m số x_i bằng -1, tức là m số a_i bằng 0 và m số a_i bằng 2.

) Trường hợp 2: n lẻ, $n = 2m + 1$ ($m \in \mathbb{N}^$)

Không mất tính tổng quát giả sử $x_1, \dots, x_k \leq 0$; $x_{k+1}, \dots, x_n > 0$.

$$\text{Ta có } x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq |x_1| + |x_2| + \dots + |x_n| \text{ (do } |x_i| \leq 1 \forall i)$$

$$= -x_1 - x_2 - \dots - x_k + x_{k+1} + \dots + x_n$$

$$= 2(x_{k+1} + \dots + x_n) \quad (1)$$

$$= -2(x_1 + x_2 + \dots + x_k) \quad (2)$$

Từ (1) suy ra

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq 2(n-k)$$

Từ (2) suy ra $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq 2k$.

Do đó $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq 2 \cdot \min\{k, n-k\} \leq 2m$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi trong các số $x_1, x_2, \dots, x_n$ có m số x_i bằng -1 , m số x_i bằng 1 , một số bằng 0 , tức là có m số a_i bằng 0 , m số a_i bằng 2 , một số a_i bằng 1 .

Trong cả hai trường hợp trên giá trị lớn nhất của biểu thức $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2$ bằng $n + 2 \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$.

Nhận xét. Tòa soạn nhận được lời giải của 250 bạn học sinh, hầu hết các bạn giải đúng. Các bạn sau có lời giải tốt: **Bắc Giang:** Phan Tuấn Anh, 8A, THCS Đức Giang; **Bắc Ninh:** Lưu Thị Thu Trang, 8A, THCS Yên Phong; **Hòa Bình:** Đỗ Thu Huyền, 8A4, THCS Hữu Nghị; **Hưng Yên:** Doãn Thị Kim Huế, 8C, THCS Phạm Huy Thông; **Phú Yên:** Huỳnh Thị Thủy Lam, 8C1, THCS Phú Lâm; **Cần Thơ:** Nguyễn Minh Luân, 8A, THCS Nguyễn Việt Hồng, v.v...

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài T8/297. Tìm mọi giá trị của tham số a để phương trình $ax^2 + 2\cos x = 2$ có đúng 2 nghiệm (phân biệt) trong $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Lời giải.

Nhận xét rằng $x = 0$ luôn luôn là một nghiệm của phương trình. Vậy ta cần xác định các giá trị của a sao cho phương trình

$$ax^2 + 2\cos x = 2 \quad (1)$$

có đúng một nghiệm thuộc $\left(0; \frac{\pi}{2}\right]$

Viết (1) dưới dạng:

$$\left(\frac{\sin t}{t}\right)^2 = a, t = \frac{x}{2} \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right] \quad (2)$$

Vậy cần tìm a để (2) có 1 nghiệm thuộc $\left(0; \frac{\pi}{4}\right]$

$$\text{Xét } f(t) = \left(\frac{\sin t}{t}\right)^2, t \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right]$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f'(t) &= 2 \frac{\sin t}{t} \cdot \frac{t \cos t - \sin t}{t^2} = \\ &= 2 \frac{\sin t}{t^3} (t - \tan t) \cos t = \frac{\sin 2t}{t^3} (t - \tan t) < 0, t \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right] \end{aligned}$$

Vậy $f(t)$ là hàm nghịch biến trong $\left(0; \frac{\pi}{4}\right]$. Do $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = 1$ và $f(t)$ nghịch biến nên để phương

trình (2) có một nghiệm trong $\left(0; \frac{\pi}{4}\right]$ thì điều kiện cần và đủ là: $1 < a \leq f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{8}{\pi^2}$.

$$\text{Kết luận: } \frac{8}{\pi^2} \leq a < 1.$$

Nhận xét. Tòa soạn nhận được trên 100 bài giải gửi đến (riêng trường THPT chuyên Vĩnh Phúc có đến 20 bài), hầu hết đều giải đúng.

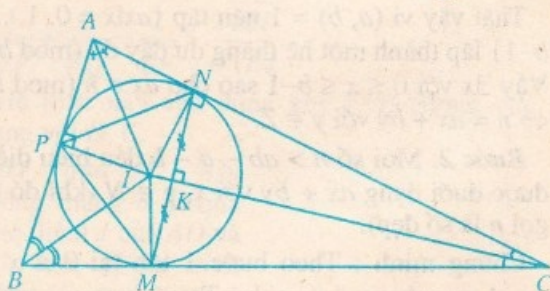
NGUYỄN VĂN MẬU

Bài T9/297. Đường tròn tâm I bán kính r tiếp xúc với ba cạnh $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ của tam giác ABC lần lượt ở các điểm M , N , P . Gọi S là diện tích ΔABC và h_a, h_b, h_c là độ dài đường cao của ΔABC tương ứng với các đỉnh A, B, C . Chứng minh rằng:

$$1) 4S^2 = ab.MN^2 + bc.NP^2 + ca.PM^2$$

$$2) \frac{MN^2}{h_a h_b} + \frac{NP^2}{h_b h_c} + \frac{PM^2}{h_c h_a} = 1$$

Lời giải. a) Gọi K là giao điểm của IC với MN . Khi đó $MN^2 = 4MK^2 = 4MC \sin^2 \frac{C}{2}$.



$$\begin{aligned} \text{Hay } MN^2 &= 2(p-c)^2(1 - \cos C) = \\ &= 2(p-c) \left[1 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right) \right] \\ &= \frac{4(p-c)^2(p-a)(p-b)}{ab} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } ab.MN^2 &= 4(p-c)^2(p-a)(p-b). \text{ Tương tự:} \\ bc.NP^2 &= 4(p-a)^2(p-b)(p-c); \\ ac.MP^2 &= 4(p-b)^2(p-a)(p-c). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó } ab.MN^2 + bc.NP^2 + ac.MP^2 \\ = 4(p-a)(p-b)(p-c)[(p-a) + (p-b) + (p-c)] = 4S^2 \end{aligned}$$

b) Áp dụng kết quả câu a) ta có ngay

$$\frac{MN^2}{h_a h_b} + \frac{NP^2}{h_b h_c} + \frac{MP^2}{h_c h_a} = \frac{ab.MN^2}{4S^2} + \frac{bc.NP^2}{4S^2} + \frac{ac.MP^2}{4S^2} = 1$$

Nhận xét. Đa số các lời giải gửi về tòa soạn đều sử dụng định lý hàm số sin cho các tam giác APN , BPM , CMN hoặc định lý Pto-lê-mê cho các tứ giác nội tiếp $APIN$, $BPIM$, $CMIN$ để biểu diễn MN , NP , MP qua a , b , c để từ đó suy ra kết quả câu a). TS nhận được rất nhiều lời giải cho bài toán này, tất cả các bạn đều giải đúng. Các bạn có lời giải gọn hơn cả là:

Hà Nội: Lê Minh Thắng, 10AT, Vũ Quang Thanh, Lê Hùng Việt Bảo, 10A, ĐHKHTN – ĐHQG Hà Nội, Nguyễn Chí Hiệp, 11A1, Khối PTCT-T ĐHSP Hà Nội, Nguyễn Trung Chính, 12 Toán, trường Hà Nội – Amsterdam; **Phú Thọ:** Nguyễn Trường Thọ, 9A, THCS Giấy, Phong Châu, Hoàng Ngọc Minh, 11A1, THPT chuyên Hùng Vương; **Hải Phòng:** Nguyễn Vũ Lân, 8A, Phạm Huy Hoàng, Đường Hải Long, Nguyễn Thị Thanh Loan, 8B, THPT NK Trần Phú; **Thái Nguyên:** Trần Đức Phong, 10T, THPT chuyên Thái Nguyên; **Trần Đức Phong**, 10T, THPT chuyên Thái Nguyên; **Bắc Ninh:** Trường Đình Trường, 11T, THPT NK Hàn Thuyên; **Vĩnh Phúc:** Nguyễn Phú Cường, 9B, THCS Yên Lạc, Lê Thái Sơn, 9B, THCS Vĩnh Tường, Hoàng Long, 11A1, Đào Đặng Hòa, 11A3, THPT chuyên Vĩnh Phúc; **Hòa Bình:** Hà Hữu Cao Trinh, 11T, Nguyễn Lâm Tuyển, 12T, THPT chuyên Hoàng Văn Thụ; **Hà Tây:** Phạm Ngọc Hội, 10T1, THPT Nguyễn Huệ, Hà Đông, Nguyễn Thanh Sơn, 11A1, THPT Ngọc Tảo, Phúc Thọ; **Hải Dương:** Nguyễn Thành Nam, Nguyễn Thế Lộc, 11T, Nguyễn Thị Thanh Hằng, 10T, THPT chuyên Nguyễn Trãi; **Nam Định:** Nguyễn Đức Toàn, 9A7, THCS Trần Đăng Ninh, Phạm Kim Hùng, 9A2, THCS Lê Quý Đôn, Ý Yên, Trần Vũ Diệu, 11T1, THPT chuyên Lê Hồng Phong; **Ninh Bình:** Trịnh Thùy Nhung, 12T, THPT Lương Văn Tụy, Tx. Ninh Bình; **Thanh Hóa:** Bùi Văn Nghĩa, 9A, THCS Trần Mai Ninh; **Mai Quang Thành**, 11T1, Nguyễn Xuân Hòa, 12T, THPT Lam Sơn; **Nghệ An:** Đinh Xuân Hải, Tạ Quang Dũng, Nguyễn Đức Nam, Trần Kiên Trung, 10A1, Nguyễn Văn Du, Lê Quốc Đón, 11AT, Khối PTCT-T ĐH Vinh, Nguyễn Danh Hào, Phan Hoàng Phương, 10A1, THPT Phan Bội Châu; **Hà Tĩnh:** Nguyễn Anh Tuấn, 10T, Lê Tâm, 11T, THPT NK Hà Tĩnh; **Quảng Ngãi:** Nguyễn Thị Minh Châu, 9T, THPT Tx. Cao Lãnh, Trần Minh Kiên, 10T1, Nguyễn Huy Cung, 12T1, THPT chuyên Lê Khiết; **Khánh Hòa:** Nguyễn Hoàng Duy, 10T, THPT Lê Quý Đôn, Nha Trang; **Đồng Nai:** Nguyễn Hoàng Minh Dũng, 10T, Biên Hòa; **Vĩnh Long:** Nguyễn Trường Ân, 11T, THPT chuyên Nguyễn Bình Khiêm; **Tp. Hồ Chí Minh:** Trần Võ Huy, 11T, THPT NK Tp. Hồ Chí Minh.

HỒ QUANG VINH

Bài T10/297. Cho tứ diện $OABC$ vuông ở O (OA , OB , OC vuông góc từng đôi một). Gọi α , β , γ lần lượt là góc hợp bởi các mặt OBC , OCA ,

OAB với mặt ABC . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$\left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma} + \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha} \right)^2 + \frac{6}{\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma}$$

Lời giải 1. (Hoàng Ngọc Minh, 11A1, THPT chuyên Hùng Vương, **Phú Thọ**; Phan Thành Nam, 11T2, THPT Lương Văn Chánh, **Phú Yên**).

Do

$AO \perp (OBC)$ kẻ

$OD \perp BC$ thì

$AD \perp BC$

$\Rightarrow BC \perp (OAD)$.

Kẻ $OH \perp AD$, ta

có $OH \perp BC$ nên

$OH \perp (ABC)$. Từ

$AO \perp OD$ và

$OH \perp AD$

có $\widehat{AOH} = \widehat{ODH} = \alpha$ Cũng vậy, $\widehat{BOH} = \beta$ và $\widehat{COH} = \gamma$. Do đó: $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ (*)

$$\text{hay là: } \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} + \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma} = 1;$$

Từ (1), khai triển rồi rút gọn ta được:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \gamma + 2 = \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma \quad (2)$$

Mặt khác, theo BĐT Bu-nhi-a-côp-ski, ta có:

$$(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma)^2 \leq 3(\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \gamma) \quad (3)$$

Từ (2) và (3) suy ra:

$$\frac{1}{3} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma)^2 + 2 \leq \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma$$

$$\text{hay: } \frac{(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \gamma)^2 + 6}{\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \operatorname{tg}^2 \gamma} \leq 3 \quad (4)$$

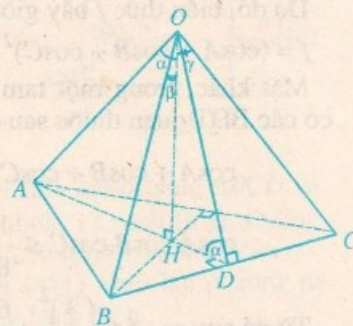
Vậy ta được: $f \leq 3$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi đẳng thức xảy ra ở (3), nghĩa là: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \gamma$ ($0 < \alpha, \beta, \gamma < \pi/2$) $\Leftrightarrow \alpha = \beta = \gamma \Leftrightarrow HA = HB = HC \Leftrightarrow OA = OB = OC \Leftrightarrow \Delta ABC$ đều

Tóm lại: Biểu thức f đã cho đạt giá trị lớn nhất $f_{\max} = 3$ khi và chỉ khi tứ diện $OABC$ là vuông cân ở O , và do đó $OABC$ cũng là một hình chóp tam giác đều (có các mặt vuông cân ở đỉnh chóp).

Lời giải 2. (của Huỳnh Thị Thùy Lam, 8C1, THCS Phú Lâm, Tuy Hòa, **Phú Yên**).

Xác định $OH \perp (ABC)$ và α, β, γ như lời giải 1, H là trực tâm ΔABC . Từ đó ta được:



$$\cot \alpha \cdot \cot \beta = \frac{OH^2}{AH \cdot BH} = \frac{AH \cdot HD}{AH \cdot BH} = \frac{HD}{BH}$$

$$\frac{HD}{BH} = \sin \widehat{HBC} = \cos \widehat{ACB} = \cos C.$$

Chứng minh tương tự, ta được :

$$\cot \beta \cdot \cot \gamma = \cos A \text{ và } \cot \gamma \cdot \cot \alpha = \cos B,$$

trong đó A, B và C là các góc của ΔABC .

Do đó, biểu thức f bây giờ có dạng :

$$f = (\cos A + \cos B + \cos C)^2 + 6 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$$

Mặt khác, trong một tam giác ABC bất kì ta có các BDT quen thuộc sau đây :

$$\cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2} \quad (i)$$

$$\cos A \cdot \cos B \cdot \cos C \leq \frac{1}{8} \quad (ii)$$

$$\text{Từ đó suy ra : } f \leq \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{6}{8} = 3$$

Đẳng thức xảy ra ở (i) (ii) khi và chỉ khi $A = B = C$ nghĩa là khi ΔABC đều.

Và $f_{\max} = 3 \Leftrightarrow \Delta ABC$ đều $\Leftrightarrow HA = HB = HC$
 $\Leftrightarrow OA = OB = OC \Leftrightarrow$ tứ diện OABC vuông cân ở O.

Nhận xét. 1) Một số bạn giải sai giá trị max của f, hoặc cũng còn nhiều bạn chỉ dừng ở kết luận $f_{\max} = 3 \Leftrightarrow \alpha = \beta = \gamma$ mà chưa chỉ ra được đặc tính hình học của tứ diện OABC, thậm chí còn kết luận vội vàng OABC là một tứ diện đều !

2) Ngoài các bạn được nêu tên ở trên, các bạn sau đây có lời giải tương đối gọn gàng và đầy đủ :

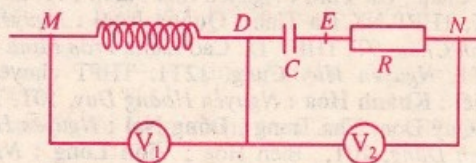
Hà Nội : Nguyễn Chí Hiệp, 11A1, Nguyễn Anh Tuấn, Nguyễn Hoàng Thanh, 11A2, PTCTT-ĐHSP Hà Nội ; **Bắc Ninh :** Phạm Thái Sơn, 10T, Trần Kiều Hưng, 11T, THPT NK Hàn Thuyên ; **Ở Nhung Diu,** Nguyễn Văn Hoan, 11A1, THPT Yên Phong I ; **Bắc Giang :** Phạm Tuấn Anh, 8A, THCS Đức Giang, Yên Dũng, Nguyễn Tuấn Hương, 12A2, THPT Việt Yên B ; **Vĩnh Phúc :** Trần Bắc, 10A1, Phan Bá Lê Biên, Phùng Thị Lan Phương, Hoàng Văn Công, 11A1, Lê Văn Quỳnh, 11A3, THPT Liên Sơn, Lập Thạch, Trần Văn Dũng, 11A4, THPT Xuân Hòa, Mê Linh ; **Phú Thọ :** Đinh Thái Sơn, 11A1, THPT chuyên Hùng Vương, Nguyễn Công Sơn, 11A1, THPT Phù Ninh ; **Thái Nguyên :** Bùi Quang Hào, 11 Toán, THPT chuyên Tp. Thái Nguyên ; **Hà Tây :** Đỗ Văn Tiếp, 11T1, THPT chuyên Nguyễn Huệ, Ngô Văn Cường, 11B3, THPT Xuân Mai, Nguyễn Văn Trung, 11A1, THPT Ngọc Tảo, Phúc Thọ ; **Hòa Bình :** Vũ Hữu Phương, 11 Toán, THPT Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình ; **Hải Dương :** Đinh Hà Châu, Phan Tuấn Thành, 10T, Nguyễn Thế Lộc, Phạm Thành Trung, Lê Huy Trường, THPT Nguyễn Trãi ; **Lê Đình Cường,** 11A2, THPT Chí Linh ; **Nam Định :** Dương Đỗ Nhuận, 9A3, THCS Lê Quý Đôn, Ý Yên, Nguyễn Duy Minh, 10T, THPT Lê Hồng Phong ; **Ninh Bình :** Lê Văn Nghĩa, Lê Xuân Quân, 11T, Trịnh

Thùy Nhung, 12T, THPT Lương Văn Tuy, ; **Thanh Hóa :** Mai Quang Thành, 11T1, THPT Lam Sơn, Mai Xuân Tráng, 11A, THPT Lê Lợi, Thọ Xuân, Nguyễn Văn Hoàng, Lê Văn Nguyên, Lê Văn Trinh, 11A, THPT Lương Đắc Bằng, Hoàng Hóa, Trần Mạnh Tuấn, 9C, THCS Triệu Thị Trinh, Triệu Sơn, Trịnh Thị Vang, 11A, THPT Lam Kinh, Thọ Xuân ; **Nghệ An :** Trần Đình Trung, Nguyễn Văn Du, 11A T, PTCT-T ĐH Vinh, Phan Hoàng Phương, 10A1, THPT Phan Bội Châu ; **Hà Tĩnh :** Phạm Văn Chiến, 11T, THPT NK, Trương Quốc Đông, 11B, Phan Đình Phùng, Tx. Hà Tĩnh ; **Quảng Bình :** Dương Trung Kiên, 11A, THPT Đào Duy Từ, Phạm Hùng Cường, 11T1, THPT chuyên Quảng Bình ; **Quảng Trị :** Trương Song Hào, 11T, Đoàn Quang Trí, 11T, Bạch Ngọc Bảo Phước, Hoàng Tiến Trung, 10T, THPT chuyên Lê Quý Đôn, Phan Quốc Hưng, 12B, THPT Hải Lăng ; **Đà Nẵng :** Mai Ti Na, 11/9 THPT Hoàng Hoa Thám ; **Quảng Ngãi :** Nguyễn Huy Cung, 12T2, Đoàn Văn Luân, 11 Lý, Nguyễn Văn Thắng, 11T, THPT Lê Khiết, Phạm Viễn, 11A1, THPT 1 Tư Nghĩa, Quảng Ngãi ; **Bình Định :** Nguyễn Hồng Hải, 11A4, Quốc học Quy Nhơn ; **Phú Yên :** Trần Việt Quốc, 11A Phan Chu Trinh, Lê Hoài Vũ, 10T2, THPT Lương Văn Chánh ; **Khánh Hòa :** Nguyễn Mai Ngân, 11T, Nguyễn Tiến Việt, 10T, THPT chuyên Lê Quý Đôn, Nha Trang ; **Lâm Đồng :** Nguyễn Trường Kha, 11T, THPT Thăng Long, Tp. Đà Lạt ; **Bình Thuận :** Nguyễn Anh Đức, 11A2, THPT Trần Hưng Đạo, Phan Thiệt ; **Tp. Hồ Chí Minh :** Ngô Minh Trí, 10T1, Trần Võ Huy, Nguyễn Phương Nam, Nguyễn Lâm Hưng, 11T, PTNK ĐHQG Tp. HCM ; **Đồng Nai :** Lê Phương, Nguyễn Quốc Thắng, 11T1, THPT chuyên Lương Thế Vinh ; **Tây Ninh :** Nguyễn Anh Tuấn, 11T, THPT Hoàng Lê Kha ; **An Giang :** Hồ Trung Nhân, 11T, THPT chuyên Thoại Ngọc Hầu ; **Cần Thơ :** Hà Ân, 11A1, THPT chuyên Lý Tự Trọng, Tp. Cần Thơ ; **Bạc Liêu :** Nguyễn Danh Dũng, 11T1, THPT chuyên Bạc Liêu.

NGUYỄN ĐĂNG PHÁT

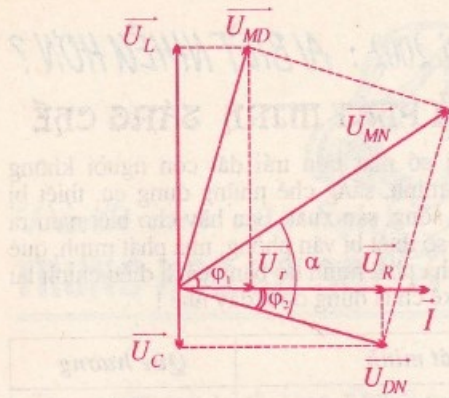
Bài L1/297. Một đoạn mạch điện có sơ đồ như hình dưới. Cho biết $u_{MN} = 127\sqrt{2} \sin 100\pi$ (V) ; Số chỉ của vôn kế V_1 lớn gấp đôi số chỉ của vôn kế V_2 ; $R = 50\Omega$; $C = 10^3/\pi$ (μF).

Hãy viết biểu thức của cường độ dòng điện tức thời i đi qua đoạn mạch điện trên, biết rằng u_{MD} vuông pha với u_{DN} .



Lời giải. Vì u_{MD} vuông pha với u_{DN} nên cuộn dây có điện trở r. Vẽ giản đồ vectơ như hình bên. Ta có : $U_{DN}^2 + U_{MD}^2 = U_{MN}^2 = 16129$. Mặt khác,

$$\text{theo đề bài } U_{MD} = 2U_{DN}, \text{ suy ra } U_{DN} = \frac{127}{\sqrt{5}} \text{ (V)}.$$



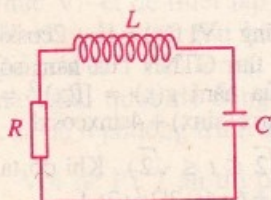
Biết $Z_{DN} = \sqrt{R^2 + Z_C^2} = \sqrt{2600}$, suy ra $I = \frac{U_{DN}}{Z_{DN}} \approx 1,114 \text{ (A)} \Rightarrow I_0 = I\sqrt{2} \approx 1,58 \text{ A}$. u_{DN} trễ pha hơn i góc φ_2 mà $\tan \varphi_2 = \frac{Z_C}{R} = \frac{1}{5}$. Theo giản đồ vectơ $\tan \alpha = \frac{U_{MD}}{U_{DN}}$
 $= 2 = \tan(\varphi_1 + \varphi_2)$, rút ra $\tan \varphi_1 = \frac{\tan \alpha - \tan \varphi_2}{1 + \tan \varphi_2 \tan \alpha} = \frac{9}{7}$
 $\Rightarrow \varphi_1 \approx 0,01 \text{ rad}$. Biểu thức của i là $i = 1,58 \sin(100\pi t - 0,91) \text{ (A)}$

Nhận xét. Các em có lời giải gọn và đúng.

- **Tiền Giang** : Nguyễn Lê Quốc Dũng, 12A7, THPT Nguyễn Đình Chiểu, Tp. Mỹ Tho ; **Nghệ An** : Lê Công Trường, K29 Lí, THPT Phan Bội Châu, Vinh ; **Hà Tĩnh** : Lê Đức Đạt, 11 Lí, THPT NK Hà Tĩnh ; **Cà Mau** : Lâm Phúc Duy, 12B7, THPT bán công Cà Mau ; **Hà Tây** : Nguyễn Anh Tuấn, 11A11, THPT Thạch Thất ; **Phú Thọ** : Nguyễn Kim Ngọc, 11B1, THPT chuyên Hùng Vương, Việt Trì ; **Phú Yên** : Dương Đế Tài, 11 Lí, THPT Lương Văn Chánh, Tuy Hòa ; **Hải Phòng** : Đinh Ngọc Tùng, 11 Lí, THPT NK Trần Phú ; **Bắc Giang** : Lê Nho Thủy, 10B, THPT NK Ngô Sĩ Liên ; **Hoàng Ngọc Dương**, 12A6, THPT số 1, Hiệp Hòa ; **Bắc Ninh** : Trịnh Đăng Phương, 12T, Nguyễn Văn Trinh, 11 Hóa, THPT NK Hàn Thuyên, Trần Đăng Quân, 12A1, THPT Thuận Thành 1 ; **Quảng Ngãi** : Nguyễn Văn Thắng, 11T, THPT Lê Khiết ; **Nguyễn Thị Thiên Trang**, 11B17, THPT Trần Quốc Tuấn ; **Vĩnh Phúc** : Nguyễn Duy Hưng, 11B2, Chương Hà, 11A3, Hoàng Anh, Trần Văn Đăng, 11B3, THPT chuyên Vĩnh Phúc.

MAI ANH

Bài L2/297. Cho mạch dao động điện từ như hình vẽ. $L = \frac{\pi}{4} \text{ H}$, $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$, $R = 5\Omega$. Do mạch



có điện trở thuần R nên dao động tắt dần. Để duy trì dao động người ta làm như sau : Vào thời điểm tụ tích điện cực đại người ta thay đổi khoảng cách 2 bản tụ một lượng Δd , và khi điện tích của tụ bằng không thì đưa các bản tụ về vị trí ban đầu (cách nhau d). Cho rằng thời gian để thay đổi khoảng cách giữa 2 bản tụ là rất nhỏ so với chu kỳ dao động.

Hãy xác định độ biến thiên tương đối $\frac{\Delta d}{d}$ để dao động được duy trì.

Lời giải. Điện tích tức thời của tụ điện có biểu thức $q = Ae^{-at} \sin(\omega t + \varphi)$, với $a = \frac{R}{2L}$, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - a^2}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Ở đây ta có $\omega \approx \omega_0 =$

200 rad/s . Trong mỗi chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx \frac{\pi}{100} \text{ (s)}$ điện tích của tụ đạt trị số cực đại hai lần. Giả sử điện tích của tụ đạt trị số cực đại Q_0 ở thời điểm t_0 , khi đó năng lượng dao động là $W_0 = \frac{Q_0^2}{2C_0}$,

với $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$. Đến thời điểm $t = t_0 + \frac{T}{2}$, điện tích của tụ lại có trị số cực đại Q và năng lượng dao động là $N = \frac{Q^2}{2C_0}$. Từ đó

$\frac{W_0}{W} = \left(\frac{Q_0}{Q}\right)^2 = e^{aT}$, suy ra $\frac{\Delta W}{W} = \frac{W - W_0}{W} = 1 - e^{aT} < 0$. Để bù vào phần năng lượng hao hụt ΔW thì ta phải thực hiện công $A = -\Delta W$ để tách xa hai bản tụ điện một lượng Δd , sao cho năng lượng dao động vẫn bằng W_0 , khi đó $W_0 = \frac{Q^2}{2C}$ với $C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d + \Delta d} \Rightarrow \frac{A}{W} = \frac{W_0 - W}{W} = \frac{\Delta d}{d}$. Từ đó ta có $\frac{\Delta d}{d} = e^{aT} - 1 \approx 0,1$.

Nhận xét. Bài toán hơi phức tạp nên chỉ có một số em có lời giải đúng hoặc gần đúng. Đó là các em :

Nghệ An : Trần Quang Vũ, 11A7, THPT chuyên Phan Bội Châu ; **Hà Tĩnh** : Lê Đức Đạt, 11 Lí, THPT NK Hà Tĩnh ; **Vĩnh Phúc** : Lê Văn Quỳnh, 11A3, THPT chuyên Vĩnh Phúc ; **Hải Dương** : Nguyễn Quốc Long, 11 Lí, THPT Nguyễn Trãi ; **Bình Định** : Phạm Quang Trung, 11 Lí, THPT chuyên Lê Quý Đôn, Quy Nhơn.

MAI ANH



Cuộc chơi 2002 : AI BIẾT NHIỀU HƠN ?

LỊCH SỬ PHÁT MINH SÁNG CHẾ

Kể từ khi có mặt trên trái đất con người không ngừng phát minh, sáng chế những dụng cụ, thiết bị phục vụ đời sống, sản xuất. Bạn hãy cho biết năm ra đời của một số thiết bị văn phòng, nhà phát minh, quê hương của nhà phát minh đó bằng cách điền chỉnh lại bảng thống kê chưa đúng dưới đây nhé !

Thiết bị	Năm ra đời	Nhà phát minh	Quê hương
Bút chì	1884	L.E Waterman (Oa-tơ-man)	Pháp
Bút máy	1867	L. Biró (Bi-rô)	Mỹ
Bút bi	1642	Pascal Blaise (Pat-xcan)	Mỹ
Máy tính quay tay	1794	C.L Sholes (Sâu-lơ)	Pháp
Máy chữ	1939	N. J. Conté (Công-tê)	Hung-ga-ri

HÀ ANH

Giải đáp : CÔNG TRÌNH CỦA AI

Công trình thứ nhất của AL KACHI (có tài liệu ghi mất năm 1429) sinh ở Ka-san nay thuộc Iran (Vương quốc Ba Tư cũ), làm việc ở Sa-ma-can (nay thuộc U-dơ-bê-ki-xtan).

Công trình thứ hai của BRAHMAGUPTA sinh ra ở Multan (Ấn Độ cũ) nay thuộc Pa-ki-xtan.

Dưới đây là bảng thống kê đúng.

Công trình	Tên tác giả	Quê hương	Năm sinh, mất
Trong một tam giác ABC có các cạnh là a, b, c thì: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$	An Ka-si (AL KACHI)	Ba Tư	?-1430
Diện tích một tứ giác lồi nội tiếp có các cạnh a, b, c, d và nửa chu vi p bằng $\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$	Bra-ma-gup-ta (BRAHMAGUPTA)	Ấn Độ	598-660
Nếu A, B, C, D là bốn điểm thẳng hàng thì $\overline{BC} \cdot \overline{AD}^2 + \overline{CA} \cdot \overline{BD}^2 + \overline{AB} \cdot \overline{CD}^2 + \overline{BC} \cdot \overline{CA} \cdot \overline{AB} = 0$	Stiu-uôt M. (STEWART Mathew)	Xcốt-len	1717-1785
Các cặp cạnh đối (kéo dài) của một lục giác nội tiếp trong một elip cắt nhau tại ba điểm thẳng hàng	Pat-xcan B. (PASCAL Blaise)	Pháp	1623-1662

Các bạn sau được nhận tặng phẩm kỉ này :

Lại Văn Thiết, K25A, Toán - Tin, ĐHSPT Hà Nội II, Xuân Hòa, Mê Linh, Vĩnh Phúc ; Nguyễn Trần Quỳnh Diệp, 9A3, THCS Lương Thế Vinh, Quy

Nhon, Bình Định ; Trần Lâm Bảo, 10 Toán, THPT chuyên Lê Quý Đôn, Nha Trang, Khánh Hòa ; Trần Thanh Giang, 12A2, THPT thực hành - ĐHSPTp. Hồ Chí Minh.

HOÀI THƯƠNG



Kết quả LỜI GIẢI PHẢI CHĂNG LÀ ĐÚNG ?

Nhiều bạn chưa chỉ rõ chỗ sai trong lời giải. Một số bạn giải lại bài toán vẫn chưa chính xác.
Từ $2 + 2(\cos x + \sin x) \geq 2 - 2\sqrt{2} = 2(1 - \sqrt{2})$

không suy ra được $|2 + 2(\cos x + \sin x)| \geq |2 - 2\sqrt{2}|$
 $= 2(\sqrt{2} - 1)$

Sau đây là một lời giải đúng : Vì $f(x) = |1 + 2\cos x| + |1 + 2\sin x| \geq 0$ nên để tìm GTNN của hàm số $y = f(x)$ ta tìm GTNN của hàm $g(x) = [f(x)]^2 = 6 + 4(\sin x + \cos x) + 1 + 2(\cos x + \sin x) + 4\sin x \cos x$

Đặt $t = \cos x + \sin x$ ($-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$). Khi đó ta lại xét GTNN của hàm $h(t) = 6 + 4t + 2t^2 + 2t - 1$

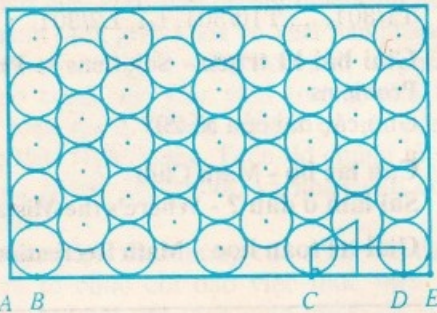


Giải đáp: Xếp các lon nước quả

Nhiều bạn cho rằng Ba nói đúng vì các bạn đã xếp các lon nước quả theo kiểu hình 1. Nhưng bạn Ba nói sai đấy! Với cách xếp theo kiểu hình 2 thì xếp được đúng 41 lon. Hình chữ nhật bao quanh 41 lon ở hình 2 có chiều rộng bằng 25 (cm) = 5 (cm) × 5 (lon) còn chiều dài bằng $AB + DE + 4CD = 5 + 4 \cdot 2(5\cos 30^\circ) < 36,95 < 40$. Hình chữ nhật này có chiều dài nhỏ hơn một chút so với đáy hình hộp giấy kích thước 25 × 40.



Hình 1



Hình 2

Nhận xét: Các bạn sau có lời giải đúng, giải thích tương đối rõ ràng được nhận tặng phẩm:

Nguyễn Ngọc Hà, 10T, THPT Cam Đường, Tx. Lào Cai, Lào Cai; Phan Thị Lai, 12A1, THPT Ngô Gia Tự, Từ Sơn, Bắc Ninh; Hoàng Trung Kiên, 10A, THPT Hà Trung, Hà Trung, Thanh Hóa; Nguyễn Hồng Đức, Tổ 1, Khối 10, P. Trung Đô, Vinh, Nghệ An; Nguyễn Minh Hải, 8¹⁴, THCS Thái Nguyên, Nha Trang, Khánh Hòa.

HỒNG QUANG

trên $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$. Lập bảng biến thiên của hàm $y = h(t)$ trên $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ ta có

$$\min_{t \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]} h(t) = \min \left\{ h\left(-\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right), h\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) \right\} = (\sqrt{3}-1)^2$$

Do đó $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = \sqrt{3} - 1$. Ta cũng thấy

$$\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 2(\sqrt{2} + 1).$$

Những bạn sau được nhận tặng phẩm: Đỗ Việt Cường, 9A, THCS Nam Cao, Lý Nhân, Hà Nam; Nguyễn Văn Nam, 11A, THPT Dương Quảng Hàm, Văn Giang, Hưng Yên; Nguyễn Văn Thường, 10 Toán, THPT NK Hàn Thuyên, Bắc Ninh; Lê Văn Tài, 11F, THPT Lam Sơn, Thanh Hóa; Lê Duy Thử, 11A1, THPT Nghi Lộc I, Nghệ An.

NGỌC HIỂN

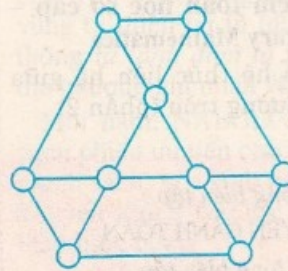
MỘT BÀI TOÁN CỦA EINSTEIN

Anh-xanh (A. Einstein 1879 - 1955) là một nhà bác học vĩ đại của mọi thời đại. Ông là tác giả của thuyết tương đối, một thuyết làm đảo lộn các quan niệm cổ điển thông thường của mọi người về không gian và thời gian, và thúc đẩy sự phát triển mạnh mẽ của Vật lý học và Thiên văn học trong thế kỉ XX. Khi Einstein công bố các công trình của mình, có nhà vật lý lớn đã đánh giá: có lẽ trên hành tinh này chỉ có năm người hiểu được Einstein.

Có câu chuyện sau đây giữa Einstein và Sa-li Sapo-lin (Charlie Chaplin), thường được gọi là Sác-lô (Charlot), một nhà hài kịch cảm lỗi lạc. Một hôm, xem xong một phim của Charlie Chaplin, Einstein thích thú viết cho Charlie Chaplin một bức thư với nội dung như sau: "Ông làm những cử chỉ và động tác rất bình dị, rất đời thường, ai cũng hiểu và mọi người từ trẻ đến già đều phải cười, và vì thế mà ông nổi tiếng khắp thế giới. Tôi rất khâm phục và xin chúc mừng ông".

Mấy ngày sau Einstein nhận được thư phúc đáp của Charlie Chaplin: "Xin cảm ơn ông đã quá khen. Tôi làm những điều ai ai cũng hiểu và nổi tiếng thế giới thì có gì mà lạ? Chính ông, ông làm những điều không ai hiểu cả mà nổi tiếng khắp thế giới mới thật là điều lạ lùng!".

Einstein đã dùng nhiều phút thư giãn để ra những đề toán vui cho bạn đọc rộng rãi của tờ báo Phô-răng-phước (Frankfurt). Sau đây là một trong các đề toán đó.



Chín vòng tròn được đặt ở các đỉnh của 4 tam giác đều nhỏ và 3 tam giác đều lớn (xem hình vẽ). Hãy viết đủ 9 số từ 1 đến 9 vào 9 vòng tròn sao cho tổng 3 số ở đỉnh của mỗi tam giác đều bằng nhau.

HOÀNG QUÝ (Tp. Hồ Chí Minh)

LỜI GIẢI ĐÃ HOÀN HẢO CHƯA?

Trong một quyển sách "Phương pháp giải toán khảo sát hàm số" có bài toán: "Tìm giá trị nhỏ nhất (GTNN) và giá trị lớn nhất (GTLN) của hàm số $y = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$ (1), $x \in (-\pi, \pi)$ " với lời giải như sau:

Vì $2 \cos x - \sin x + 4 > 0, \forall x$. Nền từ (1) có

$$(2 + y) \sin x + (1 - 2y) \cos x = 4y - 3 \quad (2)$$

PT (2) ẩn x có nghiệm $\Leftrightarrow (2 + y)^2 + (1 - 2y)^2 \geq (4y - 3)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq y \leq 2. \text{ Vậy } y_{\max} = 2 \text{ và } y_{\min} = \frac{2}{11}$$

Lời giải trên đã hoàn hảo chưa? Còn lời giải của bạn?

TRƯƠNG VĂN TỬ

(Thôn Văn Cấn, TT Sịa, Quảng Điện, Thừa Thiên Huế)

Toán học và Tuổi trẻ

Mathematics and Youth

Năm thứ 39
Số 301 (7-2002)
Tòa soạn : 187B, phố Giảng Võ, Hà Nội
ĐT - Fax : 04.5144272
Email : toanhocvt@yahoo.com

TRONG SỐ NÀY

- 1 Bài phát biểu của Phó Chủ tịch nước Nguyễn Thị Bình
Diễn văn kỷ niệm 45 năm thành lập NXB Giáo dục
 - 3 Dành cho Trung học cơ sở – For Lower Secondary Schools
Trần Thị Hương – Sử dụng công thức Vi-ét để giải hệ phương trình
 - 5 Nguyễn Văn Ngọc – Máy tính song song là gì ?
 - 6 Chuẩn bị thi vào Đại học – University Entrance Preparation
Nguyễn Anh Dũng - Đặng Thanh Hải – Một số lưu ý khi giải đề thi tuyển sinh đại học khối A năm 2002
 - 8 Tìm hiểu sâu thêm toán học sơ cấp – Advanced Elementary Mathematics
Lê Hào – Một số hệ thức liên hệ giữa đường thẳng và đường tròn (phần 2)
 - 10 Diễn đàn dạy học toán – Math Teaching Forum
Tôn Thân – Sách giáo khoa Toán 6 có gì mới ?
 - 11 Tiếng Anh qua các bài toán - English through Math Problems
Ngô Việt Trung - Bài số 55
 - 12 Đề ra kì này - Problems in This Issue
T1/301, ..., T10/301, L1, L2/301
 - 14 Giải bài kì trước - Solutions to Previous Problems
Giải các bài của số 297
 - 22 Câu lạc bộ - Math Club
Sai lầm ở đâu ? - Where's the Mistake ?
 - 23 Giải trí toán học – Math Recreation
- Bìa 2 : Lễ kỷ niệm 45 năm thành lập NXBGD
Bìa 3 : Toán học muôn màu - Multifarious Mathematics
Bìa 4 : Cuộc thi Vui hè 2002 - Đợt 2

Tổng biên tập :
NGUYỄN CẢNH TOÀN
Phó tổng biên tập :
NGÔ ĐẠT TỨ

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Giám đốc NXB Giáo dục :
NGÔ TRẦN ÁI
Tổng biên tập NXB Giáo dục :
VŨ DƯƠNG THỤY

Trưởng ban biên tập : NGUYỄN VIỆT HẢI Biên tập : VŨ KIM THỦY, HỒ QUANG VINH.
Trị sự : VŨ ANH THU. Trình bày : NGUYỄN THỊ OANH, NGUYỄN THANH LONG.
Đại diện phía Nam : TRẦN CHÍ HIẾU, 231 Nguyễn Văn Cừ, Tp. Hồ Chí Minh. ĐT : 08.8309049

THẺ LỆ GỬI BÀI CHO TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

- Bài cần đánh máy hoặc viết tay không dập xóa trên một mặt giấy. Hình vẽ rõ ràng. Không nhận bản photocopy
- Mỗi bài dài không quá 2000 chữ hoặc không quá 6 trang đánh máy. Đề ra cần gửi kèm lời giải. Không nhận đề của học sinh phổ thông.
- Ghi đầy đủ họ và tên thật, địa chỉ để liên hệ. Mỗi bài chỉ gửi một lần.
- Đối với bài giải dự thi, mỗi bài viết trên một tờ giấy riêng (vì mỗi bài do 1 giáo viên chấm). Phía trên bên trái ghi số của bài, bên phải ghi họ tên và lớp, trường, huyện (quận), tỉnh (thành phố). Bài giải chỉ gửi về một địa chỉ : Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ, 187B, phố Giảng Võ, Hà Nội. Ngoài phong bì ghi rõ: Dự thi giải toán số tạp chí... Không gửi bài của nhiều số tạp chí trong cùng một phong bì.
- Thời hạn nhận bài giải Giải bài kì trước là hai tháng tính từ cuối tháng ra số tạp chí đó. Các bài giải của chuyên mục khác là 1 tháng.

THTT

TOÁN HỌC MUÔN MÀU

Hình nào nhiều cạnh nhất?

Trên mặt phẳng xét hình H_n gồm n điểm (gọi là đỉnh), trong đó có ít nhất 3 điểm không thẳng hàng, với các cạnh là các đoạn thẳng nối các cặp đỉnh có thể nối được (tức là không để sót) sao cho hai cạnh bất kì không có điểm chung ngoài các đỉnh.

Các cạnh của hình H_n chia mặt phẳng thành các miền (không biên) rời nhau, gồm các miền tam giác và một miền là phần mặt phẳng còn lại (h. 1, 2, 3, 4).

Trong các hình H_n nếu có $n-1$ điểm thẳng hàng thì hình đó có số cạnh ít nhất và số cạnh đó bằng $s(n) = 2n-3$.

Gọi $S(n)$ là số cạnh nhiều nhất trong các hình H_n . Dễ thấy $S(4) = 6$ (h.1) và $S(5) = 9$ (h.3, h.4).

Hai hình H_n và K_n gọi là tương đương $\mathcal{Q}$ nếu có thể nhận được K_n từ H_n sau khi thực hiện một số lần giữ $n-1$ điểm cố định và di chuyển 1 điểm đến vị trí mới cùng thuộc một miền sao cho số cạnh xuất phát từ đỉnh cũ và từ đỉnh mới là bằng nhau.

Chẳng hạn : hình 2 và hình 3 là không tương đương $\mathcal{Q}$, còn hình 3 và hình 4 là tương đương $\mathcal{Q}$.

Dành cho bạn đọc

Số cạnh lớn nhất của các hình H_6 là bao nhiêu ? Hãy vẽ các hình H_6 nhiều cạnh nhất mà không tương đương $\mathcal{Q}$.

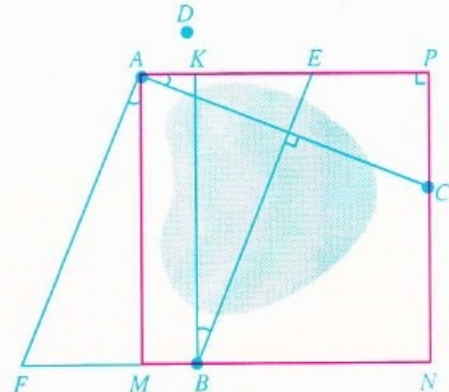
Giải đáp : THIẾT KẾ AO HÌNH VUÔNG

Thiết kế của Khảo (h.5) Vì AB và AC đều đi qua ao nên không thể lấy cạnh hình vuông trên AB, AC .

Cách 1. Kẻ $BE \perp AC$ và lấy $BE = AC$. Dựng AE . Kẻ $CP \perp AE$, cắt AE tại P . Kẻ $AM \perp AE$ và $AM = AP$. Kẻ BM cắt CP tại N .

Từ $BK \perp AE$ có $\triangle APC = \triangle BKE \Rightarrow AP = BK = AM$ nên $AMNP$ là hình vuông cân dựng.

Cách 2. Kẻ $AF \perp AC$ và lấy $AF = AC$. Dựng hình bình hành $AFBE$ rồi dựng tiếp như cách 1 ta được hình vuông $AMNP$ cân dựng.



Hình 5

Thiết kế của Nghiên (h. 6)

Cách 1. Kẻ $BE \perp AC$ và lấy $BE = AC$. Dựng DE .

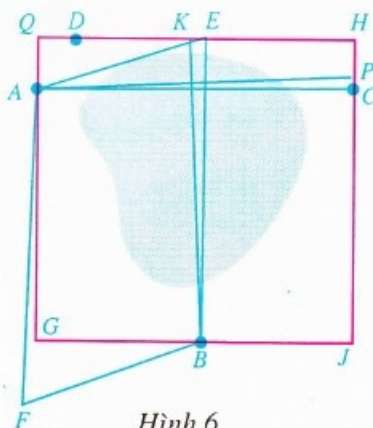
Dựng $AQ \perp DE$ và $CH \perp DE$. Dựng $BG \perp AQ$ và BG cắt CH tại J . Chứng minh tương tự trên, $\triangle APC = \triangle BKE$, ta được $QGJH$ là hình vuông phải dựng.

Cách 2. Kẻ $AF \perp AC$ và lấy $AF = AC$. Dựng hình bình hành $AFBE$ rồi dựng tiếp như cách 1.

Các bạn sau có lời giải đúng được nhận tặng phẩm :

1. Phạm Toàn Thắng, 8B, THCS Trần Mai Ninh, Tp. Thanh Hóa
2. Nguyễn Văn Hoàng, 11A, THPT Hoàng Hóa II, Thanh Hóa.

PHI PHI



Hình 6

Thi Vui Hè 2002

Tòa soạn đã nhận được nhiều bài dự thi giải 3 bài đợt 1. Bạn hãy bỏ 3 bài mỗi đợt trong một phong bì. Mỗi bài viết trên tờ giấy riêng và đều ghi họ tên và địa chỉ. Địa chỉ gửi bài là :

TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ,
187B Giảng Võ, Hà Nội

Ngoài phong bì ghi rõ là Dự thi Vui hè.

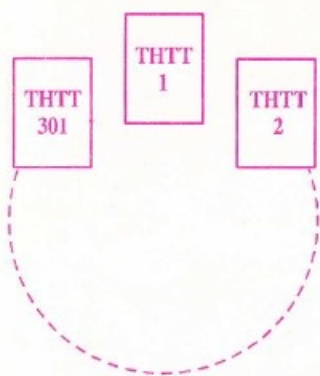
Thời hạn cuối để nhận bài đợt 1 là 31.7.2002 và đợt 2 là 31.8.2002 tính theo dấu của bưu điện. Mời các bạn tiếp tục giải 3 bài đợt 2. Kết quả thi Vui hè sẽ đăng trên THPT số 304 (10.2002) Chúc các bạn có kết quả tốt.

ĐỀ THI VUI HÈ 2002

ĐỢT 2

Bài 4. Tờ báo thứ mấy ?

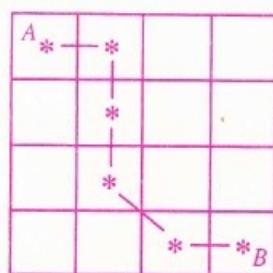
Có 301 tờ Toán học và Tuổi trẻ xếp thứ tự vòng tròn theo chiều kim đồng hồ từ số 1 đến số 301. Chọn tờ báo thứ N nào đó và đếm đó là số 1 đầu tiên.



Vừa lần lượt chỉ vào các tờ báo theo chiều kim đồng hồ vừa đếm liên tiếp ba số lặp lại : 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, ..., nếu tờ báo nào ứng với số 2 và 3 thì lấy ngay

khỏi vòng tròn. Làm liên tiếp như thế cho đến khi chỉ còn 1 tờ báo. Hỏi phải chọn tờ báo thứ N bằng bao nhiêu để tờ báo còn lại cuối cùng là tờ số 301. Hãy giải thích cách chọn.

Bài 5. Bao nhiêu cách ?



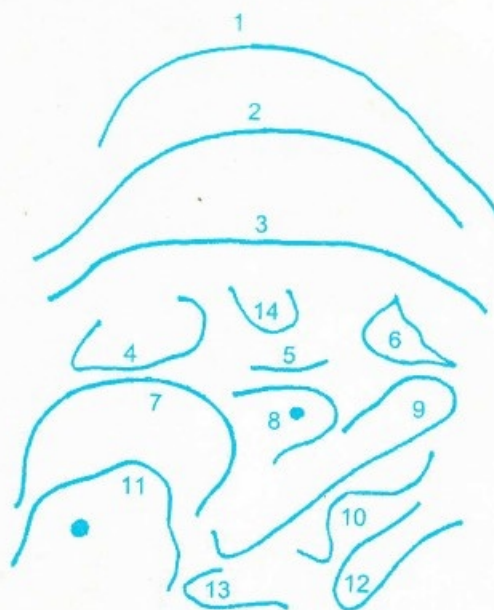
Hình vẽ chỉ ra một cách đi từ ô trên cùng bên trái đến ô dưới cùng bên phải của một bảng gồm 4×4 ô. Mỗi bước đi quy định là đến hình vuông bên cạnh, chỉ được hoặc sang

phải $\rightarrow$, hoặc đi xuống $\downarrow$, hoặc theo đường chéo hướng $\searrow$.

Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến B ?

Bài 6. Hai con vật nào ?

Bức tranh của bạn Minh có hình hai con vật rất đáng yêu. Nhưng em bạn ấy nghịch ngợm đã cắt hình hai con vật đó thành các đường rời nhau như hình vẽ. Các bạn hãy sắp xếp các đường trên thành hình hai con vật giúp bạn Minh và cho biết tên của hai con vật đó nhé !



THTT

ISSN : 0866-8035
Chỉ số : 12884
Mã số : 8BT03M2

Chế bản tại Tòa soạn
In tại Nhà máy in Diên Hồng, 187B phố Giảng Võ
In xong và nộp lưu chiểu tháng 7 năm 2002

Giá : 3000đ
Ba nghìn đồng