BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ❊ HỘI TOÁN HỌC VIỆT NAM

TOÁN HỌC & TUỔI TRẺ

NĂM THỨ 36 - RA HÀNG THÁNG
Số 12 (270)
1999

Số 6Bui

Thủ tướng Phan Văn Khải gửi lẵng hoa chúc mừng

LỄ KỈ NIỆM 35 NĂM TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

Những gương mặt, những tấm lòng dành cho *Toán học và Tuổi trẻ*

GS TS HÀ HUY KHOÁI sinh ngày 24.11.1946 tại Hà Tĩnh, tốt nghiệp PTTH tại trường Huỳnh Thúc Kháng, Vinh, Nghệ An năm 1963, tốt nghiệp Khoa Toán, Đại học tổng hợp Hà Nội 1967, bảo vệ luận án Phó tiến sĩ tại Viện Toán học Liên Xô 1978, Tiến sĩ năm 1984, được phong Phó giáo sư 1984 và Giáo sư năm 1991, hiện công tác tại Viện Toán học. Giáo sư đã có những bài viết trên THVTT được nhiều bạn đọc yêu thích như "Số học mãi mãi trẻ trung", "Định lí lớn Fermat đã được chứng minh".

Giáo sư nhắn nhủ các bạn trẻ yêu toán : Khi còn nhỏ, hãy thử giải các "giả thuyết lớn", khi đã lớn, hãy cố giải cho được các "giả thuyết nhỏ".

Nhà giáo PHAN THANH QUANG sinh ngày 19.04.1934 tại Quy Nhơn, Bình Định, quê ở Ba Tri, Bến Tre, tốt nghiệp Đại học Sư phạm 1956, dạy toán ở các trường phổ thông và Sư phạm tại Hà Nội và Tp Hồ Chí Minh. Từ 1985 đến 1995 làm Trưởng ban Biên tập sách Khoa học tự nhiên thuộc Chi nhánh NXB Giáo dục tại Tp Hồ Chí Minh. Ông là tác giả nhiều sách toán và truyện cho thiếu nhi, ủy viên Hội đồng biên tập tạp chí Toán học và Tuổi trẻ. Nghĩ về THVTT ông muốn tạp chí thêm chất *tuổi trẻ*, bớt tính *kinh viện* để thâm nhập sâu rộng vào các tầng lớp học sinh, thanh niên, như một *câu lạc bộ trí tuệ* bổ ích và lí thú.

Thạc sĩ HỒ QUANG VINH sinh ngày 29.09.1972 tại Nam Hà, tốt nghiệp khoa Toán ĐHSP Vinh năm 1993, hiện là cán bộ giảng dạy khối chuyên Toán-Tin ĐHSP Vinh, bảo vệ luận án thạc sĩ chuyên ngành Hình học Tôpô tại ĐHSP Vinh, là cộng tác viên có nhiều đề ra trên tạp chí THVTT những năm gần đây. ThS. Hồ Quang Vinh nhận xét : Tạp chí THVTT đã góp phần đào tạo rất nhiều nhân tài cho đất nước trên nhiều lĩnh vực khác nhau, là một tài liệu tham khảo không thể thiếu cho thư viện các trường học.

Nhà giáo NGÔ VĂN THÁI sinh ngày 12.03.1957 tại Thái Phúc, Thái Thụy, Thái Bình, tốt nghiệp Đại học sư phạm Hà Nội 2 năm 1986. Từ 1986 đến 1998 dạy chuyên toán, Phó hiệu trưởng Trường chuyên Quỳnh Phụ, Thái Bình, tham gia bồi dưỡng đội tuyển toán 9 của tỉnh, có nhiều học sinh đạt giải quốc gia, hiện là Phó hiệu trưởng Trường THPT bán công Quỳnh Phụ. Ông thường nói với học sinh của mình : Muốn hiểu sâu sắc kiến thức toán phổ thông, muốn tham khảo lời giải hay, độc đáo của những bài toán mới, khó thì hãy tìm đọc THVTT.

Toán học và Tuổi trẻ
Mathematics and Youth

Năm thứ 36
Số 270 (12–1999)
Tòa soạn : 25 Hàn Thuyên, Hà Nội
ĐT : 04.8262477–04.9714359
FAX: (84).4.9714359

TRONG SỐ NÀY

LỄ KỈ NIỆM 35 NĂM TẠP CHÍ TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

Tại Hội trường Nhà xuất bản Giáo dục sáng 26.11.1999 đã diễn ra lễ kỉ niệm 35 năm ngày ra số báo Toán học và Tuổi trẻ đầu tiên. Hơn 200 đại biểu đại diện cho Hội Toán học Việt Nam, các Vụ Tổ chức Cán bộ, Quan hệ Quốc tế, Phổ thông trung học của Bộ Giáo dục và Đào tạo, Quỹ Hỗ trợ tài năng trẻ của Học viện Kĩ thuật Quân sự, các Sở Giáo dục - Đào tạo, các Công ty Sách và Thiết bị trường học, các trường PTTH, các ủy viên Hội đồng Biên tập, cộng tác viên, các đại biểu của NXB Giáo dục, bạn đọc của THVTT và các cơ quan thông tấn báo chí đã về dự, chia vui với cán bộ, công nhân viên tòa soạn. Thủ tướng Phan Văn Khải, nhiều Sở Giáo dục - Đào tạo, Công ty Sách và Thiết bị trường học cùng nhiều trường học, cơ quan... đã gửi lẵng hoa đến chúc mừng.

Để ghi nhận những thành tích của *Toán học và Tuổi trẻ* trong 5 năm gần đây, Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo đã tặng *Bằng khen* cho tạp chí. Cũng nhân dịp này tạp chí *Toán học và Tuổi trẻ* đã trao *Bằng danh dự* và Giải thưởng cho các học sinh được *giải xuất sắc* và *giải nhất*, thay mặt cho các bạn học sinh đoạt giải cuộc thi 35 năm và cuộc thi 1998-1999 giải toán trên báo. Thiếu tướng Đặng Quốc Bảo thay mặt Quỹ Hỗ trợ tài năng trẻ Học viện Kĩ thuật Quân sự đã trao giải thưởng cho 6 học sinh đoạt giải cao của báo.

GSTS Đỗ Long Vân thay mặt Hội Toán học Việt Nam, Phó Giám đốc Ngô Trần Ái thay mặt Ban Giám đốc Nhà xuất bản Giáo dục và một số đại biểu đã phát biểu ý kiến, dành cho tạp chí những tình cảm tốt đẹp và tin tưởng vào sự phát triển của *Toán học và Tuổi trẻ* trong tương lai. Phóng sự ảnh trong số này gửi tới các bạn một số hình ảnh của buổi lễ kỉ niệm.

VKT

LỜI CẢM ƠN

Trong dịp kỉ niệm 35 năm, Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ đã nhận được lẵng hoa của Thủ tướng Chính phủ Phan Văn Khải, thư chúc mừng của Phó Thủ tướng Phạm Gia Khiêm, nhiều lẵng hoa chúc mừng và sự giúp đỡ của các Sở Giáo dục - Đào tạo, các Công ty Sách và Thiết bị trường học, các trường học, Công ty phát hành báo chí Trung ương, các cơ quan thông tấn báo chí, Hội Toán học, nhiều tập thể và cá nhân trong và ngoài ngành. Chúng tôi chân thành cảm ơn các quý cơ quan và các quý vị.

BAN TỔ CHỨC KỈ NIỆM 35 NĂM THVTT

Thư từ muôn nơi

...Năm tháng trôi qua nhưng đối với bao thế hệ học sinh yêu toán, giỏi toán và với đội ngũ các thầy, cô dạy toán ngày càng đông đảo của Thanh Hóa, "Toán học và Tuổi trẻ" luôn là người bạn đường gần gũi, là người thầy thân thiết, không thể thiếu được trong việc học toán, nghiên cứu toán. Những đề toán hay luôn được các em đón nhận, tìm tòi lời giải với tất cả lòng say sưa và sáng tạo. Những định lí, kết quả đẹp trong nghiên cứu Toán học phổ thông cũng như những thông tin toán học mới mẻ bao giờ cũng là những bài học bổ ích hấp dẫn bổ sung cho trí tuệ và tư duy toán học cho các em, được các em háo hức tiếp nhận. Ở Thanh Hóa, từ những năm bảy mươi đã có một phong trào đọc báo "Toán học và Tuổi trẻ" sâu rộng trong các nhà trường THCS, PTTH. Thư viện và các tủ sách dùng chung của các nhà trường đều có báo Toán. Nhiều trường đã có bộ sưu tập báo Toán đầy đủ, công phu góp phần thiết thực cho việc dạy và học toán.

Có thể nói tờ báo "Toán học và Tuổi trẻ" có một vị trí quan trọng trong đời sống toán học của học sinh và giáo viên toán Thanh Hóa và tình cảm của thầy, trò Thanh Hóa đối với tờ báo "Toán học và Tuổi trẻ" đã trở thành một trong những nét đẹp truyền thống rất đáng trân trọng. Nhân dịp này xin chúc báo "Toán học và Tuổi trẻ" ngày càng phát triển, phong phú và sâu sắc hơn để đáp ứng yêu cầu của độc giả, góp phần tích cực cho công tác dạy và học toán nói chung và công tác bồi dưỡng học sinh giỏi toán nói riêng.

VƯƠNG VĂN VIỆT
(*Giám đốc Sở GD-ĐT Thanh Hóa*)

ĐỂ MÃI MÃI XỨNG ĐÁNG VỚI LÒNG TIN CẬY CỦA BẠN TRẺ YÊU TOÁN

(Trích Báo cáo của Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ do Tổng biên tập Nguyễn Cảnh Toàn trình bày)

... Những hoạt động 35 năm qua của Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ đã:

- Thực sự gây được không khí sôi nổi học toán và say mê giải toán của học sinh THPT và THCS.

- Giúp đỡ học sinh nâng cao trình độ toán học, nắm vững hơn các kiến thức toán học phổ thông, hướng dẫn học sinh các phương pháp học toán theo hướng độc lập suy nghĩ, tìm tòi sáng tạo.

- Góp phần vào việc cải tiến phương pháp dạy toán, tích cực hóa hoạt động của học sinh, chống lại thói quen truyền thụ kiến thức một chiều và tiếp thu một cách thụ động.

- Có tác dụng quan trọng trong việc phát hiện và bồi dưỡng học sinh giỏi. Thực tế là đa số các học sinh đọc báo và tham gia giải bài trên báo Toán sau này đều đạt điểm cao về toán khi thi tốt nghiệp THPT và tuyển sinh vào đại học, được giải trong các kì thi chọn học sinh giỏi quốc gia, quốc tế.

...Chúng tôi rất vui mừng vì sản phẩm của mình được độc giả nhiệt thành tiếp nhận. Vào những ngày giữa tháng các đại lí phát hành đều giục giã Phòng phát hành chuyển báo Toán về để kịp phục vụ yêu cầu của các bạn trẻ. Trong nhiều nhà trường đã xuất hiện các nhóm học sinh bàn bạc về đề toán và cách giải. Thật cảm động khi nhận được dòng thư sau "Thế hệ cha đã say mê với THVTT, giờ đây đến thế hệ con, mãi mãi THVTT là người bạn dẫn đường thân thiết". Một bức thư khác viết "THVTT là người thầy, người bạn của sinh viên khoa Toán ĐH Sư phạm. Hầu hết học sinh chuyên Toán đều tâm sự : báo THVTT thực sự là người thầy thứ hai của mình". Một giáo viên khẳng định "Báo Toán là người trợ thủ đắc lực cho giáo viên toán chúng tôi trong quá trình giảng dạy và bồi dưỡng học sinh giỏi".

Để tờ báo Toán phát triển như hôm nay, trước hết là do truyền thống hiếu học của các thế hệ học sinh Việt Nam, nhờ ở sự hấp dẫn riêng của Toán học : mỗi đề toán là một thách thức, mỗi lời giải là một chiến thắng, một bậc thang chinh phục khoa học, nhờ ở sự đóng góp công sức trí tuệ của hàng nghìn giáo viên, các nhà toán học, các ủy viên Hội đồng biên tập và các cộng tác viên ở mọi miền đất nước.

Một nguyên nhân quan trọng kích thích toàn bộ sự nghiệp giáo dục toán học, trong đó có báo Toán, là đường lối chính sách bồi dưỡng nhân tài của Đảng và Nhà nước ta, sự quan tâm đặc biệt của các vị Lãnh đạo Đảng và Nhà nước thể hiện qua các bức thư động viên cán bộ Tòa soạn cùng các bạn trẻ yêu toán, thể hiện qua việc Bộ trưởng Bộ GD-ĐT tặng Bằng khen cho Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ hôm nay.

Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ còn luôn luôn được sự giúp đỡ chỉ đạo trực tiếp của Lãnh đạo Nhà xuất bản Giáo dục, sự quan tâm của Hội Toán học Việt Nam, sự khích lệ của Viện Khoa học Việt Nam, sự liên kết của rất nhiều Trường phổ thông và các Sở GD-ĐT, sự ủng hộ của các Công ty và doanh nghiệp, các độc giả yêu toán trên mọi miền đất nước.

Nhân dịp này Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ xin chân thành cảm ơn sự động viên, giúp đỡ quý báu đó. Chúng tôi sẽ cố gắng hơn nữa để mãi mãi xứng đáng với sự mong mỏi của các cấp lãnh đạo, với lòng tin cậy của các giáo viên, những người làm toán và bạn trẻ yêu toán trong cả nước.

Chúng tôi rất mong được sự cộng tác tiếp tục thường xuyên của các giáo viên, cán bộ nghiên cứu toán và bạn trẻ yêu toán trong cả nước.

...

TƯƠNG LAI... *(Tiếp trang 4)*

...nghiên cứu trong nước, và Báo Toán học và Tuổi trẻ để bồi dưỡng thế hệ tương lai...

... Ban chấp hành Hội Toán học Việt Nam sẽ quan tâm nhiều hơn để tiếp tục góp phần nâng cao chất lượng của tờ báo, góp phần vào việc phát hiện, bồi dưỡng, đào tạo nhân tài toán học cho sự nghiệp CNH-HĐH đất nước...

TƯƠNG LAI SẼ PHỤ THUỘC VÀO NGÀY HÔM NAY

(Trích phát biểu của GSTS. Đỗ Long Vân - Chủ tịch Hội Toán học Việt Nam)

... Như chúng ta đã biết, năm nay học sinh Toán và Tin học của chúng ta "bội thu" trong các kì thi Olympic quốc tế. Toán học mang về 3 huy chương vàng, 3 huy chương bạc, Tin học : 3 huy chương vàng, 1 huy chương bạc. Điều đó làm chúng ta rất vui, song cũng đặt ra cho chúng ta những điều cần suy nghĩ.

Có được thành tích như vậy đương nhiên là do chúng ta có những trò giỏi, nhưng theo tôi, quan trọng hơn là chúng ta ĐANG có những thầy giáo dạy toán phổ thông rất giỏi. Những thầy giáo này lại gắn liền với, thậm chí là một bộ phận của một đội ngũ những người làm công tác giảng dạy và nghiên cứu toán ở bậc đại học hiện ĐANG còn khá đông và khá mạnh. Tôi nhấn mạnh chữ ĐANG vì cái chúng ta đang có không có nghĩa là đương nhiên chúng ta SẼ có, bởi như mọi người ít nhiều đều biết, khoa học cơ bản nói chung và toán học nói riêng ở nước ta những năm gần đây đang đứng trước những khó khăn và thách thức lớn, đang ở trong thời kì suy thoái chứ không phải thời kì thăng hoa. Cái mà chúng ta đang có là kết quả của ngày hôm qua, còn tương lai sẽ phụ thuộc vào ngày hôm nay.

Trong số những người thầy góp phần đào tạo nên những học sinh tài năng phải kể đến một người thày lớn rất trẻ, đó là báo Toán học và Tuổi trẻ, năm nay vừa tròn 35 tuổi. Báo ra đời năm 1964 là năm bắt đầu cuộc chiến tranh phá hoại miền Bắc. Nhìn lại tình trạng khó khăn của đất nước và sự non trẻ của khoa học nước ta thời bấy giờ chúng ta càng cảm phục và biết ơn những nhà quản lí khoa học tài năng như GS Trần Đại Nghĩa, GS Tạ Quang Bửu, cùng các nhà toán học đi trước như các giáo sư Lê Văn Thiêm, Nguyễn Cảnh Toàn, Hoàng Tụy... đã biết nhìn xa trông rộng, đã biết chuẩn bị cho tương lai mà hôm nay chúng ta được gặt hái. Tôi muốn nhắc lại rằng chính những năm 60 ấy, gần như cùng một lúc chúng ta đã cho ra đời 3 tạp chí về toán vẫn được duy trì và phát triển cho tới ngày hôm nay, đó là Acta Mathematica Vietnamica để công bố các công trình nghiên cứu toán học của ta ra quốc tế, tạp chí Toán học (nay là Vietnam Journal of Mathematics) để công bố các công trình...

(Xem tiếp trang 3)

SUỐT 35 NĂM ĐÃ KHƠI DẬY VÀ NUÔI DƯỠNG NIỀM SAY MÊ TOÁN CỦA HỌC SINH

(Trích phát biểu của Phó Giám đốc NXB Giáo dục Ngô Trần Ái)

... Có người cho rằng : Toán là một môn học giúp cho thế hệ trẻ có phương pháp tư duy chính xác, là một trong những chìa khóa mở cánh cửa đi vào thế giới của các ngành khoa học.

Cũng có ý kiến ngược lại : Toán là môn học rất *khó khăn*, cần có thiên tư, năng khiếu, sự kiên nhẫn và lòng say mê mới tiếp thu được. Còn nói đến cho ra đời một tạp chí Toán học cách đây 35 năm của Ban vận động thành lập Hội Toán học Việt Nam, *quả là một ý kiến tuyệt vời nhưng thật là mạo hiểm* vì tự đặt cho mình *một bài toán khó, chỉ có thời gian là lời giải độc đáo, hay và đúng nhất trong mọi lời giải.*

Đối với Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ cũng như những tạp chí khác, những người khai sinh đã đem hết tâm huyết để hình thành cũng chỉ là người đỡ đầu cho Tạp chí, còn sự lớn mạnh trưởng thành hay không là do bạn đọc và xã hội *nuôi dưỡng*, yếu tố quyết định sự tồn tại vẫn là thời gian.

Thế nhưng trong suốt 35 năm qua, Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ từ khi ra đời cho đến nay đã đi qua ngọn lửa chiến tranh ác liệt đến với Tuổi trẻ, với các thầy cô giáo. Và trong những ngày thống nhất Tổ quốc, Tạp chí Toán học đã tự mở đường tìm đến với các thầy cô giáo, với học sinh mọi miền đất nước.

...Và từ số lượng khiêm tốn 6.000 bản/tháng phát hành, nay đã lên tới 25.000 bản/tháng, con số ấy đã phản ánh được trí tuệ, khả năng, nhiệt tình của các tác giả, cộng tác viên, của anh chị em phụ trách. Ngoài ra Tạp chí còn có nội dung phong phú, luôn đổi mới thích ứng thực tiễn, đáp ứng nhu cầu của đông đảo bạn đọc.

... Với những thành tựu đã đạt được Tạp chí rất xứng đáng với những huân chương cao quý của Nhà nước. Và hôm nay, cũng rất xứng đáng với lời chúc mừng của Phó Thủ tướng, với sự khen ngợi của Bộ trưởng Bộ Giáo dục - Đào tạo.

Chúng tôi tin rằng vào năm 2000 là *Năm Toán học Thế giới*, là năm đầu của Thiên niên kỉ mới, Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ sẽ có những bước phát triển mới, thành tựu mới đóng góp xứng đáng vào sự nghiệp giáo dục và đào tạo trong cả nước. Chúng tôi mong rằng Tạp chí sẽ đến với nhiều bạn trẻ, kể cả những vùng xa xôi hẻo lánh nhất của Tổ quốc...

NHỮNG NGÀY ĐẦU TIÊN LÀM BÁO TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

TRẦN THÀNH TRAI
(*Tp Hồ Chí Minh*)

Năm 1964, thú thật cầm giấy quyết định mà lòng tôi hồi hộp và lo âu vì trong thâm tâm tôi chờ được phân công để giảng dạy ở một trường cấp ba một tỉnh nào đó, thậm chí được trở về Nam, nhưng giờ đây lại ở lại Hà Nội và công tác tại Ủy ban Khoa học và Kĩ thuật Nhà nước.

Đến Ban Toán Lý, tôi được Giáo sư Đinh Ngọc Lân - phụ trách Ban tiếp, trao đổi thân tình và giới thiệu về Ban Toán Lý, phân công tôi cùng với anh Ngô Đạt Tứ làm việc trong Tòa soạn Báo Toán học và Tuổi trẻ.

Tôi tỏ về lo âu vì ngoài tham gia làm báo trường khi còn học cấp ba và lên Đại học làm tờ báo in li tô khi còn là học sinh Pétrus Ký ở miền Nam, tôi có được trang bị kiến thức gì về làm báo đâu.

Giáo sư Đinh Ngọc Lân và anh Ngô Đạt Tứ trấn an tôi. Anh Tứ nói bản thân anh tốt nghiệp khoa Toán Đại học Tổng hợp, về làm việc ở Ban Toán Lý đồng thời cũng phải tham gia làm Tập san Toán Lý, và giờ đây cũng đã thành thạo.

Tôi bắt tay vào việc và biết rằng Tổng biên tập là Giáo sư Tiến sĩ Nguyễn Cảnh Toàn, Thư kí Tòa soạn là Phó giáo sư Hoàng Chúng. Ban biên tập ngày ấy gồm có : Giáo sư Lê Văn Thiêm, Giáo sư Hoàng Tụy, Giáo sư Hoàng Xuân Sính và một số vị khác nữa. Tại thời điểm đó ta chưa có quy chế phong học hàm Giáo sư, chỉ có thầy Lê Văn Thiêm có học vị Tiến sĩ, được phong Giáo sư.

Tuy có chủ nhiệm, có thư kí, Ban biên tập nhưng tất cả các vị đều thuộc biên chế nơi khác. Làm các việc biên tập bản thảo chỉ có hai người là anh Ngô Đạt Tứ và tôi. Giúp việc xuất bản có một cán bộ thuộc Nhà xuất bản Khoa học Kĩ thuật.

Khi tôi bắt đầu công tác tại Tòa soạn thì số báo đầu tiên đã được chuẩn bị và đang đưa in. Tôi bắt đầu số thứ hai với sự giúp đỡ tận tình của anh Ngô Đạt Tứ.

Khi số 1 phát hành, trong vòng hai tuần tại Hà Nội không còn tờ nào, trong một tháng dù số phát hành đến sáu ngàn bản nhưng gần như đã được tiêu thụ hết.

Thư từ khắp các tỉnh miền Bắc gửi về 39 Trần Hưng Đạo, trụ sở của Báo, hàng ngày bạn đọc Hà Nội gọi điện thoại về không ngớt cho Tòa soạn hỏi về báo.

Thật không ngờ tờ báo Toán được sự đón nhận nồng nhiệt như thế trong mọi tầng lớp, trước hết là các bạn trẻ, các giáo viên, các phụ huynh. Cũng xin nhớ là lúc bấy giờ chiến tranh đã ngày càng ác liệt, phong trào nhập ngũ đang rầm rộ từ nông thôn đến thành thị, từ trường học đến nhà máy.

Chuyên mục **Đề ra kì này** được hưởng ứng nhiệt liệt, các bạn học sinh từ cấp 2 đến cấp 3, thậm chí đại học gửi bài giải của mình về Tòa soạn. Các bài giải từ Quảng Bình, từ Lạng Sơn, Lào Cai... trong đó có các lá thư từ các hòm thư quân đội.

Ngày hôm nay tôi vẫn còn đầy cảm xúc khi nhớ lại bài giải của một học sinh, đó là em Hồ Trọng Chi, một học sinh cấp 3 của Hà Nội, nếu tôi nhớ không nhầm đó là học sinh trường Đống Đa. Em thường xuyên giải bài gửi về báo, thường là những lời giải rất thông minh. Một thời gian không thấy bài của em, đến khi nhận thư mới thì hóa ra em đã nhập ngũ và đã được phiên chế vào các đơn vị phòng không. Chính những dòng trong thư khi em gửi cho Tòa soạn nói rõ em vẫn theo dõi và đọc Báo Toán học và Tuổi trẻ trong những ngày hành quân, giải các bài tập trong các giờ trực chiến. Bài giải cuối cùng của em hình như được gửi từ Quảng Bình, sau đó không thấy nữa.

Hơn 30 năm rồi, mỗi khi đọc Báo Toán học và Tuổi trẻ, tôi lại xúc động nhớ đến những bài giải của em Hồ Trọng Chi.

Cũng chính mục **Đề ra kì này** và các chuyên mục khác đã góp phần đào tạo nên khá nhiều những người làm toán, tin học, ngày nay đã giữ các trọng trách khác nhau ở các trường phổ thông, trường Đại học, các Viện khoa học và các cơ quan quản lí.

... Do hoàn cảnh công tác tôi đã thuyên chuyển khỏi Tòa soạn báo vào năm 1966, sau 2 năm làm việc. Tuy thời gian ngắn song tại tòa báo tôi đã vào đời, cũng từ làm báo tôi hiểu được sự khát khao kiến thức của những thanh thiếu niên và những nỗ lực của những thế hệ nhà lãnh đạo như Thủ tướng Phạm Văn Đồng, cố Giáo sư Tạ Quang Bửu, cố Giáo sư Trần Đại Nghĩa và nhiều vị lãnh đạo, nhà khoa học khác đã bằng mọi khả năng của mình tạo điều kiện để có thể xây dựng nền toán học cho đất nước từ trong hoàn cảnh đặc biệt và phát triển mãi đến ngày nay.

Dành cho các bạn
TRUNG HỌC CƠ SỞ

Một phương pháp đánh giá TỔNG CÁC PHÂN THỨC

NGÔ VĂN THÁI
(*Trường PTTH bán công huyện Quỳnh Phụ, Thái Bình*)

Có nhiều bất đẳng thức đòi hỏi phải đánh giá tổng các phân thức với các số hạng hoán vị vòng quanh, trong đó có *bất đẳng thức Nesbit mở rộng* : Cho $x_1, x_2, ..., x_n$ ($x_i > 0\ \forall i, n \in N, n \geq 3$) thì :

$$\frac{a_1}{a_2+a_3}+\frac{a_2}{a_3+a_4}+...+\frac{a_{n-1}}{a_n+a_1}+\frac{a_n}{a_1+a_2} \geq \frac{n}{2}\ (*)$$

Bất đẳng thức (*) trong trường hợp tổng quát là *không đúng* với mọi $n \geq 26$. Trên tạp chí THVTT cũng đã đăng lời giải cho trường hợp $n = 3, 4, 5, 6$. Sau đây là cách chứng minh cho trường hợp $n = 3$, 4 khá gọn dành cho các bạn THCS. Trong cách chứng minh dưới đây phải sử dụng đến bất đẳng thức Côsi của ba số không âm (chứng minh dành cho các bạn)

"Cho 3 số không âm X_1, X_2, X_3 thì $X_1 + X_2 + X_3 \geq 3\sqrt[3]{X_1.X_2.X_3}$"

Ta chứng minh bất đẳng thức (*) với $n = 3$ và $n = 4$.

1) Cho 3 số dương a_1, a_2, a_3 thì

$$M = \frac{a_1}{a_2+a_3}+\frac{a_2}{a_3+a_1}+\frac{a_3}{a_1+a_2} \geq \frac{3}{2}$$

Lời giải. Đặt $P = \frac{a_2}{a_2+a_3}+\frac{a_3}{a_3+a_1}+\frac{a_1}{a_1+a_2}$

$$Q = \frac{a_3}{a_2+a_3}+\frac{a_1}{a_3+a_1}+\frac{a_2}{a_1+a_2}$$

Dễ thấy $P + Q = 3$

$$M + P = \frac{a_1+a_2}{a_2+a_3}+\frac{a_2+a_3}{a_3+a_1}+\frac{a_3+a_1}{a_1+a_2}$$

$$M + Q = \frac{a_1+a_3}{a_2+a_3}+\frac{a_2+a_1}{a_3+a_1}+\frac{a_3+a_2}{a_1+a_2}$$

Theo bất đẳng thức Côsi ta được
$M + P \geq 3$; $M + Q \geq 3$.

Suy ra $2M + P + Q \geq 6 \Rightarrow 2M \geq 3 \Rightarrow M \geq \frac{3}{2}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a_1 = a_2 = a_3 > 0$

2) Cho 4 số dương a_1, a_2, a_3, a_4 thì :

$$M = \frac{a_1}{a_2+a_3}+\frac{a_2}{a_3+a_4}+\frac{a_3}{a_4+a_1}+\frac{a_4}{a_1+a_2} \geq 2.$$

Lời giải:

Đặt $P = \left(\frac{1}{a_2+a_3}-\frac{1}{a_3+a_4}+\frac{1}{a_4+a_1}-\frac{1}{a_1+a_2}\right)$

Ta có

$$M = \left(\frac{a_1+a_2}{a_3+a_4}+\frac{a_3+a_4}{a_4+a_1}+\frac{a_4+a_1}{a_1+a_2}\right) - 1 + a_1.P$$

$$M = \left(\frac{a_1+a_2}{a_2+a_3}+\frac{a_2+a_3}{a_4+a_1}+\frac{a_4+a_1}{a_1+a_2}\right) - 1 - a_2.P$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi của 3 số dương trong từng ngoặc đơn ta suy ra :

$$M \geq 3 - 1 + a_1.P = 2 + a_1.P \qquad (2)$$
$$M \geq 3 - 1 - a_2.P = 2 - a_2.P \qquad (3)$$

Nếu $P \geq 0$ theo (2) ta được $M \geq 2$

Nếu $P < 0$ theo (3) ta được $M > 2$

Tóm lại $M \geq 2$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 > 0$. Bất đẳng thức đã được chứng minh.

Với phương pháp đã trình bày ở trên, các bạn sẽ giải quyết được một cách ngắn gọn 3 bài toán sau đây :

Bài 1. Cho 6 số dương $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ sao cho trong 6 tổng sau (x_1+x_2), (x_2+x_3), (x_3+x_4), (x_4+x_5), (x_5+x_6), (x_6+x_1) có (x_1+x_2) nhỏ nhất, (x_2+x_3) lớn nhất. Chứng minh rằng :

$$\frac{x_1}{x_2+x_3}+\frac{x_2}{x_3+x_4}+\frac{x_3}{x_4+x_5}+\frac{x_4}{x_5+x_6}+\frac{x_5}{x_6+x_1}+\frac{x_6}{x_1+x_2} \geq 3.$$

Bài 2. Cho $x_i > 0$ ($\forall i, n \in N, n \geq 3$)

$$M = \frac{x_1}{x_2+x_3}+\frac{x_2}{x_3+x_4}+...+\frac{x_{n-1}}{x_n+x_1}+\frac{x_n}{x_1+x_2}$$

$$N = \frac{x_2x_3}{x_1(x_2+x_3)}+\frac{x_3x_4}{x_2(x_3+x_4)}+...+\frac{x_nx_1}{x_{n-1}(x_n+x_1)}+\frac{x_1x_2}{x_n(x_1+x_2)}$$

Chứng minh rằng $\max(M, N) \geq \frac{n}{2}$.

Bài 3. Cho $x_i > 0$ ($\forall i, n \in N, n \geq 3$)

Chứng minh rằng :

$$\frac{x_1}{x_2+x_3}+\frac{x_2}{x_3+x_4}+...+\frac{x_n}{x_1+x_2} \geq$$

$$\geq \frac{3n}{4}-\frac{1}{4}\left(\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_3}{x_2}+...+\frac{x_n}{x_{n-1}}+\frac{x_1}{x_n}\right)$$

Mong các bạn tiếp tục trao đổi.

TIẾNG ANH QUA CÁC BÀI TOÁN

BÀI SỐ 24

Problem. Alice, Betty and Carol took examinations in a number of fields including mathematics and physics. For each examination they got three distinct marks (which are positive integers) and these three marks are the same for all examinations. The total of the marks obtained by Alice was 20, by Carol 9 and by Betty 10. If Betty is placed first in the mathematics examination, who was placed second in the physics examination ?

Solution. Let x, y, z be the marks and assume that $x > y > z$. Let N denote the number of the examinations. Then the total sum of the marks is $(x + y + z)N = 20 + 10 + 9 = 39$.

Since $x + y + z$ and N divides 39, they can be only the numbers 1, 3, 13, 39. Since $x + y + z \geq 3 + 2 + 1 = 6$ and $N > 1$, we deduce $x + y + z = 13$ and $N = 3$. Since Betty has at least one x (in the mathematics examination) and a total of 10, her marks must be x, z, z because any other possibility has a total not less than $x + y + z = 13$. Therefore, Betty got z in the physics examination and $x + 2x = 10$.

Alice's marks can not be x, y, z because her total is 20. Not all of Alice's marks are the same because 20 is not divided by 3. If Alice's highest mark is y, then her marks must be y, z, z or y, y, z. But $y + z + z < y + y + z < x + y + z = 13$, which yields a contradiction. Thus, Alice's highest mark is x. We will show that Alice can not have only one x. If she had, her marks must be x, y, y. Then $x + 2y = 20$. Hence

$x + 2z = 2(x+y+z) - (x+2y) = 26 - 20 = 6$,

which yields a contradiction. So Alice was awarded two x's. Since Alice's mark in mathematics can not be x, her mark in physics is x. Since Betty's mark in physics is z, Carol got y in the physics examination. This means she was placed second there.

Từ mới:

examination (exam) = kiểm tra, thi
take examinations = làm bài kiểm tra, làm bài thi

field	= môn, ngành
mark	= điểm số, điểm thi
total	= toàn phần, tổng cộng (tính từ); toàn thể, tổng số (danh từ)
obtain	= nhận
place	= đặt vào (động từ)
deduce	= suy ra (động từ)
possibility	= khả năng
award	= cấp, thưởng (động từ)

NGÔ VIỆT TRUNG

THÔNG TIN - HOẠT ĐỘNG

• Sáng 16.11.1999, trường PTTH Năng khiếu Trần Phú, Hải Phòng đã tổ chức Hội thảo chuyên đề "Nâng cao năng lực tư duy cho HS chuyên Toán - Tin và cận chuyên". Nhiều đồng chí lãnh đạo Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Phòng, các đồng chí giáo viên Toán của 6 trường bạn đã về dự. Hội thảo đã dự một giờ Toán và một giờ Tin học để rút kinh nghiệm. Nhiều báo cáo có chất lượng tốt : *Áp dụng phương pháp hàm số vào các bài tập Đại số và giải tích* (Khúc Giang Sơn), *Giải bài toán bằng phương pháp tọa độ trong không gian* (Đoàn Kim Đức), *Về một tính chất của số nguyên tố và ứng dụng* (Đoàn Quang Mạnh), *Phương pháp giải toán "điều kiện về nghiệm của phương trình, bất phương trình, hệ phương trình, hệ bất phương trình"* (Hoàng Lê Minh), *Các bài toán diện tích trong việc bồi dưỡng học sinh giỏi* (Đoàn Lê Học Hải), *Về một phương pháp áp dụng vectơ để giải các bài toán hình học không gian* (Nguyễn Đình Thúy)...

• Sáng 25.11.1999, Sở Giáo dục và Đào tạo Hải Dương đã làm lễ khánh thành Nhà bồi dưỡng giáo viên. Ngay trong ngày khánh thành, gần 100 giáo viên Toán phổ thông trung học đã tham dự bồi dưỡng các chuyên đề toán giải tích lớp 12, nhằm nâng cao chất lượng dạy học môn Toán, phục vụ kịp thời các kì thi trong năm học 1999-2000.

ĐỀ THI MÔN TOÁN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI - Khối A - 1999

Phần A. PHẦN DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH

Câu I. Cho hàm số

$$y = \frac{x^2 - (m+1)x - m^2 + 4m - 2}{x - 1}$$

1) Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có cực trị.

Tìm m để tích các giá trị cực đại và cực tiểu đạt giá trị nhỏ nhất.

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số ứng với m = 0.

Câu II. 1) Chứng tỏ rằng với mọi giá trị của tham số m, hệ phương trình

$$\begin{cases} x + xy + y = 2m + 1 \\ xy(x+y) = m^2 + m \end{cases}$$

luôn có nghiệm. Xác định m để hệ phương trình đó có một nghiệm duy nhất.

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau đây có nghiệm :

$$2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \geq m.3^{\sin^2 x}$$

Câu III. 1) Giải phương trình lượng giác :

$$8\cos^3\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos 3x.$$

2) Chứng minh rằng nếu các góc A, B, C của tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C \geq -1$ thì

$$\sin A + \sin B + \sin C \leq 1 + \sqrt{2}.$$

Câu IV. 1) Cho hàm số :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(\cos x)}{x} & \text{với } x \neq 0 \\ 0 \text{ với } x = 0. \end{cases}$$

Tính đạo hàm của hàm số đó tại x = 0.

2) Chứng minh rằng với *a*, *b*, *c* tùy ý cho trước, phương trình

$a\cos 3x + b\cos 2x + c\cos x + \sin x = 0$ luôn có nghiệm trong đoạn $[0, 2\pi]$.

Phần B. PHẦN DÀNH CHO TỪNG LOẠI ĐỐI TƯỢNG THÍ SINH

Câu Va. *Dành cho thí sinh thi theo chương trình chưa phân ban*

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy, xét họ đường tròn có phương trình :

$$x^2 + y^2 - 2(m+1)x - 2(m+2)y + 6m + 7 = 0$$

(m là tham số)

1) Tìm quỹ tích tâm các đường tròn của họ đó.

2) Xác định tọa độ của tâm của đường tròn thuộc họ đã cho mà tiếp xúc với trục Oy.

Câu Vb. *Dành cho thí sinh thi theo chương trình ban KHTN (Ban A)*

Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc Oxyz, cho đường tròn (C) xác định bởi hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0 \\ x - 2y + 2z + 1 = 0. \end{cases}$$

1) Tìm tọa độ của tâm đường tròn (C) và tính bán kính của đường tròn đó.

2) Lập phương trình mặt cầu chứa đường tròn (C) và có tâm thuộc mặt phẳng $x + y + z + 3 = 0$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu I. 1) $y' = \dfrac{x^2 - 2x + m^2 - 3m + 3}{(x-1)^2}$ nên hàm số có cực trị

$\Leftrightarrow t(x) = x^2 - 2x + m^2 - 3m + 3$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Ta có :

$F = y_{min}.y_{max} = (2x_{min} - m - 1)(2x_{max} - m - 1) =$

$= 4x_{min}x_{max} - 2(m+1)(x_{min} + x_{max}) + (m+1)^2$

$= 4(m^2 - 3m + 3) - 4(m+1) + (m+1)^2 =$

$= 5m^2 - 14m + 9 = 5\left(m^2 - \frac{14}{5}m + \frac{49}{25}\right) - \frac{4}{5}$

$= 5\left(m - \frac{7}{5}\right)^2 - \frac{4}{5} \geq -\frac{4}{5}\ \forall m \in (1; 2)$

Do đó F nhỏ nhất là $-\frac{4}{5}$ khi $m = \frac{7}{5} \in (1; 2)$.

2) Dành cho bạn đọc.

Câu II. 1) Thấy ngay $x = 1$; $y = m$ là nghiệm với mọi m, nên hệ luôn có nghiệm.

• Nếu hệ có nghiệm $(\alpha; \beta)$ thì hệ cũng có nghiệm (β, α). Giả sử hệ có nghiệm duy nhất thì $\alpha = \beta \Rightarrow x = y = \alpha$ là nghiệm $\Rightarrow m = 1$.

• Với $m = 1$ thử vào hệ, thấy có nghiệm duy nhấy $x = y = 1$. Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m = 1$.

2) Đưa về bất phương trình tương đương :

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x - \sin^2 x} \geq m$$

Gọi vế trái là $f(x)$. Vì $\sin^2 x \geq 0\ \forall x$ nên $\left(\frac{2}{3}\right)^{\sin^2 x} \leq 1$; vì $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \leq 1$ nên $3^{\cos^2 x - \sin^2 x} \leq 3$.

Do đó $f(x) \leq 1 + 3 = 4$ với mọi x, với $x = k\pi$ $(k \in \mathbf{Z})$ thì $f(k\pi) = 4$. Chứng tỏ $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất là 4. Từ đó bất phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow$ $m \le 4$.

Câu III. 1) Vì $\cos 3x = -\cos(3x + \pi) =$
$= 3\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 4\cos^3\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ nên đặt
$t = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ thì phương trình trở thành

$$8t^3 = 3t - 4t^3 \Leftrightarrow 12t^{3t} - 3t = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \pm\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \pm\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = k\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbf{Z}).$$

2) Ta có

$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C \ge -1$

$\Leftrightarrow \cos A\cos B\cos C \le 0$

Do đó tam giác không phải là tam giác nhọn. Vì vai trò bình đẳng của các góc, nên giả sử $A \ge \frac{\pi}{2}$ thì

$0 < B + C \le \frac{\pi}{2}$, hay $0 < \frac{B+C}{2} \le \frac{\pi}{4}$.

Khi đó : $\sin A + \sin B + \sin C \le 1 + 2\sin\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2} \le 1 + 2\sin\frac{B+C}{2} \le 1 + 2\sin\frac{\pi}{4} = 1 + \sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi tam giác ABC là tam giác vuông cân.

Câu IV. 1) Ta có :

$$\lim_{\Delta \to 0}\frac{f(0 + \Delta x) - f(0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta \to 0}\frac{\ln(\cos\Delta x)}{\Delta x^2}$$

$$= \lim_{\Delta \to 0}\frac{\ln[1 + (\cos\Delta x - 1)]}{\cos\Delta x - 1} \times \frac{\cos\Delta x - 1}{\Delta x^2}$$

$$= \lim_{\Delta \to 0}\frac{\ln[1 + (\cos\Delta x - 1)]}{\cos\Delta x - 1} \cdot \left(\frac{\sin\frac{\Delta x}{2}}{\frac{\Delta x}{2}}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}.$$

Do đó $f'(0) = -\frac{1}{2}$.

2) Xét $f(x) = \frac{1}{3}a\sin 3x + \frac{1}{2}b\sin 2x + c\sin x - \cos x$ là hàm liên tục trên $[0; 2\pi]$ và khả vi trong $(0; 2\pi)$. Theo định lí Lagrange thì tồn tại $x_o \in (0; 2\pi)$ thỏa mãn $f'(x_o) = \frac{f(2\pi) - f(0)}{2\pi - 0} \Leftrightarrow$
$a\cos 3x_o + b\cos 2x_o + c\cos x_o + \sin x_o = 0$ Chứng tỏ phương trình có nghiệm $x = x_o \in (0; 2\pi)$.

Chú ý : Có thể gọi vế trái của phương trình là $g(x)$ thì $g(0) + g(\pi) + g\left(\frac{\pi}{2}\right) + g\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$

Từ đó dùng tính chất liên tục của $g(x)$ để suy ra điều phải chứng minh.

Câu Va.

1) $(C) : [x - (m+1)]^2 + [y - (m+2)]^2 = 2(m^2-1)$

Đường tròn (C) tồn tại $\Leftrightarrow 2(m^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow$ $|m| > 1$. Tâm I của (C) có tọa độ $\begin{cases} x_I = m + 1 \\ y_I = m + 2 \end{cases}$ với $|m| > 1$.

Do đó $y_I = x_I + 1$ với $x_I > 2$ hoặc $x_I < 0$. Quỹ tích của I là các điểm của đường thẳng $y = x + 1$ có hoành độ $x > 2$ hoặc $x < 0$.

2) (C) tiếp xúc với $Oy \Leftrightarrow |x_I| = R$

$\Leftrightarrow |m+1| = \sqrt{2(m^2 - 1)}$

$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 = 2(m^2 - 1)$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$

$\Leftrightarrow m = -1$ hoặc $m = 3$.

- Với $m = -1$ thì không thỏa mãn $|m| > 1$.
- Với $m = 3$ thì $x_I = 4$; $y_I = 5$ nên $I(4; 5)$.

Câu Vb. 1) (C) chính là giao của mặt cầu (S) : $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 5$.

có tâm $I(2; -3; -3)$, bán kính $R = \sqrt{5}$ với mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z + 1 = 0$

Gọi J là tâm của (C) thì

$$IJ = \frac{|2 - 2(-3) + 2(-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 1$$

Gọi r là bán kính của (C) thì $r = \sqrt{R^2 - IJ^2} = 2$. Véctơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}(1; -2; 2)$. Do $J \in (P)$ và IJ cùng phương $\vec{n}$ nên tọa độ J thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x - 2y + 2z + 1 = 0 \\ \frac{x - 2}{1} = \frac{y + 3}{-2} = \frac{z + 3}{2} \end{cases}$$

Từ đó có $J\left(\frac{5}{3}; \frac{-7}{3}; \frac{-11}{3}\right)$.

2) Gọi tâm mặt cầu (S') chứa (C) là K và K thuộc mặt phẳng $(R) : x + y + z + 3 = 0$ thì KJ cùng phương với $\vec{n}(1; -2; 2)$. Do đó tọa độ của K thỏa mãn hệ :

$$\begin{cases} x + y + z + 3 = 0 \\ \frac{x - \frac{5}{3}}{1} = \frac{y + \frac{7}{3}}{-2} = \frac{z + \frac{11}{3}}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow K(3; -5; -1)$

Do đó $KJ = 4$ và bán kính của mặt cầu (S') là

$$R' = \sqrt{KJ^2 + r^2} = 2\sqrt{5}.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S') là :

$(x - 3)^2 + (y + 5)^2 + (z + 1)^2 = 20$.

Người giải : LÊ THỐNG NHẤT

LỊCH SỬ TOÁN HỌC

TỪ BÀI TẬP NHỎ ĐẾN GIẢ THUYẾT LỚN

HÀ HUY KHOÁI
(Viện Toán học)

Ta thường nghe nói đến các "giả thuyết" trong toán học. Đó là những phán đoán chưa có ai chứng minh hay bác bỏ được. Thường thì các giả thuyết bao giờ cũng khó, và để giải quyết nó (tức là chứng minh hay bác bỏ) có khi cần hàng trăm năm. Việc giải quyết những giả thuyết lớn, chẳng hạn như "giả thuyết Fermat" (mà ta quen gọi là Định lí lớn Phecma), góp phần to lớn thúc đẩy toán học. Định lí lớn Fermat là một ví dụ điển hình cho thấy rằng, nhiều khi phát biểu được một giả thuyết nào đó còn đóng góp cho toán học nhiều hơn là chứng minh những sự kiện. Bởi lẽ, để giải quyết được những giả thuyết lớn, người ta phải sáng tạo ra những công cụ mới, đôi khi cả những ngành toán học mới. Những công cụ đó sẽ phát huy tác dụng trong nhiều vấn đề khác nhau của toán học, chứ không chỉ nhằm vào việc giải quyết giả thuyết.

Giải quyết được một giả thuyết nào đó, nhất là những giả thuyết đã tồn tại nhiều năm, luôn được xem là những đóng góp lớn cho toán học. Vậy mà, nhiều khi rất khó nhận thấy ranh giới giữa một giải thuyết khó với một bài tập dễ! Cũng chính vì vậy mà đã có không ít người muốn thử sức mình bằng việc chứng minh Định lí Fermat. Điều đó cũng dễ hiểu, vì thoạt nhìn, ta có cảm giác như Định lí Fermat chỉ là một bài tập dễ. Bài viết này cung cấp thêm một số ví dụ về cái biên giới mong manh giữa một bài tập dễ của học sinh với một giả thuyết lớn của toán học. Hy vọng là sau khi làm mỗi bài tập, các bạn thử nghĩ sâu hơn một chút. Biết đâu phía sau nó, chỉ cách...5 phút thôi, đang ẩn náu một giả thuyết lớn của toán học!

Cần nói ngay rằng, các bài tập sẽ đưa ra dưới đây đều dễ hoặc không quá khó, nhưng các giả thuyết đều chưa giải được. Nếu bạn nào tìm thấy lời giải (đúng) của một trong các giả thuyết sau thì hãy mạnh dạn gửi công trình đó đến các tạp chí toán học lớn!

1.Giả thuyết Collatz. (Côlat)

Phép lặp đóng vai trò rất quan trọng trong nhiều vấn đề khác nhau của toán học, tin học và vật lí. Chúng ta hãy làm quen với một giả thuyết liên quan đến một phép lặp rất đơn giản. Giả sử n là số nguyên dương. Ta đặt $T(n)=n/2$ nếu n chẵn, $T(n)=(3n+1)/2$ nếu n lẻ. Xét dãy $T(n)$, $T(T(n))$, $T(T(T(n)))$... (*)

Bài tập 1: Với các số có dạng $n=(2^k-1)/2$, trong đó k lấy các giá trị nguyên dương, từ một lúc nào đó dãy lặp (*) nói trên chỉ gồm các số 1, 2, 1, 2,...

Bài tập 2. Hãy xác định thêm những lớp số tự nhiên n khác dạng ở Bài tập 1 mà kết luận của Bài tập 1 vẫn còn đúng.

Giả thuyết: Với mọi số nguyên dương n tùy ý, từ một lúc nào đó, dãy lặp (*) chỉ gồm các số 1, 2, 1, 2...

2. Tính vô hạn của tập hợp các số nguyên tố.

Ngay từ thời cổ đại, người ta đã biết tập hợp các số nguyên tố là vô hạn. Có rất nhiều chứng minh khác nhau của sự kiện đó.

Bài tập 3. Chứng minh rằng, tập hợp các số nguyên tố là vô hạn.

Không chỉ quan tâm đến tập hợp tất cả các số nguyên tố, trong nhiều vấn đề của lí thuyết và ứng dụng, người ta còn cần biết có hữu hạn hay vô hạn số nguyên tố biểu thị trong một dạng nào đó. Cho số n lấy các giá trị nguyên dương.

Bài tập 4. Chứng minh rằng tập hợp các số nguyên tố dạng $4n+3$ là vô hạn.

Bài tập 5. Tìm tất cả các số nguyên tố dạng n^3+1.

Bài tập 5 là một bài tập không khó ngay đối với học sinh trung học cơ sở. Vậy nhưng một vấn đề có vẻ "tương tự" như thế thì lại đang là một câu hỏi chưa có lời giải đáp:

Giả thuyết: Tập hợp các số nguyên tố dạng n^2+1 *là vô hạn.*

3. Giả thuyết Goldbach. (Gônbach)

Biểu diễn một số nguyên dưới dạng nào đó luôn luôn là bài toán thu hút sự quan tâm của nhiều người. Hơn nữa, nhiều khi cần trả lời câu hỏi: có bao nhiêu cách biểu diễn. Dễ nhất trong các câu hỏi thuộc hướng nêu trên có lẽ là bài tập sau:

Bài tập 6. Chứng minh rằng, mỗi số nguyên lớn hơn 11 đều có thể viết dưới dạng tổng của hai hợp số.

Thế nhưng, câu hỏi "tương tự" lại là một giả thuyết lớn:

Giả thuyết Goldbach. Mọi số nguyên dương chẵn lớn hơn 2 đều có thể viết dưới dạng tổng của hai số nguyên tố.

Giả thuyết Goldbach là một trong những giả thuyết nổi tiếng nhất của toán học. Giả thuyết này được C. Goldbach phát biểu trong bức thư gửi Euler (Ơle) năm 1742. Người ta đã kiểm tra được rằng giả thuyết đúng với các số nguyên chẵn không quá 1000000. Thậm chí, nói chung có thể tìm nhiều cách khác nhau để biểu diễn một số chẵn (không quá 1000000) dưới dạng tổng hai số nguyên tố. Thế nhưng, câu trả lời cho trường hợp tổng quát vẫn đang chờ các bạn.

4. "Sinh ba" rất ít, phải chăng "sinh đôi" lại rất nhiều ?

Ta biết rằng các số nguyên tố "có thể xa nhau tuỳ ý", điều đó thể hiện trong bài tập sau đây:

Bài tập 7. Cho trước số nguyên dương n tùy ý. Chứng minh rằng tồn tại n số tự nhiên liên tiếp mà mỗi một trong chúng đều là hợp số.

Vậy nhưng, các số nguyên tố cũng có thể "rất gần nhau". Cặp số (2, 3) là cặp số nguyên dương liên tiếp duy nhất mà cả hai đều là số nguyên tố. Cặp số (p, q) được gọi là cặp số nguyên tố *sinh đôi*, nếu cả hai đều là số nguyên tố và $q = p+2$. Bộ ba số (p, q, r) gọi là bộ số nguyên tố *sinh ba* nếu cả ba số đều nguyên tố và $q = p+2$, $r = q+2$.

Bài tập 8. Tìm tất cả các bộ số nguyên tố sinh ba.

Thế nhưng vấn đề sau thì lại không còn là một bài tập cho học sinh nữa, mà là một giả thuyết lớn đang chờ câu trả lời:

Giả thuyết: Tồn tại vô hạn cặp số nguyên tố sinh đôi.

Nhưng ta vẫn có thể cho công thức tính số các cặp số nguyên tố sinh đôi trong bài tập sau đây :

Bài tập 9. Kí hiệu qua $\pi_2(x)$ số các cặp số nguyên tố sinh đôi (p,q) trong đó q không vượt quá x. Chứng minh rằng, khi $x \geq 7$ ta có :

$$\pi_2(x) = 2 + \sum_{7 \leq n \leq x} \sin\left\{\frac{\pi}{2}\cdot(n+2)\left[\frac{n!}{n+2}\right]\right\} \times \sin\left\{\frac{\pi}{2}\cdot n\cdot\left[\frac{(n-2)!}{n}\right]\right\}$$

trong đó $[x]$ là kí hiệu phần nguyên của số x.

5. Số hoàn hảo của những người Hy Lạp cổ đại.

Người Hy Lạp cổ đại có quan niệm rất thần bí về các số. Họ rất thú vị phát hiện ra các *số hoàn hảo*, nghĩa là các số nguyên dương mà tổng các ước số dương thực sự của nó (các ước dương nhỏ hơn số đó) bằng chính nó. Chẳng hạn, 6=1+2+3, 28= 1+2+4+7+14. Người Hy Lạp cổ đại đã biết tìm tất cả các số hoàn hảo chẵn, nghĩa là họ đã làm được "bài tập" sau đây:

Bài tập 10. Một số dương chẵn n là số hoàn hảo nếu và chỉ nếu

$$n=2^{m-1}(2^m-1),$$

trong đó m là số nguyên dương sao cho 2^m-1 là số nguyên tố.

Ngày nay, việc tìm các số hoàn hảo là một bài tập không khó của học sinh phổ thông. Vậy nhưng giả thuyết sau đây thì vẫn chưa được chứng minh:

Giả thuyết: Không tồn tại số hoàn hảo lẻ.

Cũng cần lưu ý rằng, các số hoàn hảo không chỉ là trò chơi của người Hy Lạp cổ đại. Như ta đã thấy qua Bài tập 10, ta có một số hoàn hảo khi có một số nguyên tố dạng 2^m-1. Các số nguyên tố như vậy được gọi là *số nguyên tố Mersenne (Mecxen)*. Các số nguyên tố Mersenne có vai trò quan trọng trong lí thuyết, và cả trong ứng dụng nữa (chẳng hạn trong vấn đề tìm các số nguyên tố lớn để xây dựng các hệ mật mã khoá công khai). Cho đến nay, người ta vẫn chưa biết có hữu hạn hay vô hạn số nguyên tố Mersenne.

Giả thuyết. Tồn tại vô hạn số nguyên tố Mersenne.

Câu chuyện đi từ bài tập đến giả thuyết là một câu chuyện dài. Trên đây chỉ là một vài ví dụ, mà ngay mỗi ví dụ đó cũng xứng đáng được dành một bài viết riêng. Khi đọc bài này, các bạn hãy thử giải những bài tập đã nêu, và tìm cách giải giả thuyết. Chúng ta chỉ được "cho bài tập" để làm khi còn ngồi trên ghế nhà trường. Để có những sáng tạo trong toán học, chúng ta cần biết cách đặt các "giả thuyết". Điều đó cũng không khó, vì ngay những giả thuyết lớn của toán học đôi khi cũng chỉ là sự kéo dài của một bài tập dễ mà thôi! Chúc các bạn thành công./.

ĐỀ RA KÌ NÀY

CÁC LỚP THCS

Bài T1/270. Tìm tất cả các số nguyên dương x, y, z sao cho

$$3^x + 4^y = 7^z$$

TRẦN XUÂN ĐÁNG
(Nam Định)

Bài T2/270. Chứng minh rằng

$$\left(1-\frac{a}{b+c}\right)\left(1-\frac{b}{c+a}\right)\left(1-\frac{c}{a+b}\right) \le \frac{1}{8}$$

trong đó a, b, c là các số thực dương

HUỲNH TẤN CHÂU
(Phú Yên)

Bài T3/270. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau với $x \neq 0$:

$$\frac{(x^2+16|x|+48)(x^2+12|x|+27)}{x^2}$$

NGUYỄN ĐỨC TẤN
(Tp Hồ Chí Minh)

Bài T4/270. Chứng minh rằng điều kiện cần và đủ để một tứ giác nội tiếp trong một đường tròn là các đường thẳng đi qua trung điểm mỗi cạnh của tứ giác và vuông góc với cạnh đối diện thì đồng quy.

ĐÀO TAM
(Nghệ An)

Bài T5/270. Cho hai đường thẳng xx' và yy' vuông góc với nhau tại điểm A. Trên yy' lấy điểm B (khác A) cố định. Với mỗi điểm N trên xx' lấy điểm M trên yy' sao cho $BM = AN$. Tìm quỹ tích trung điểm I của MN khi N di động trên xx'.

NGUYỄN VĂN DŨNG
(Nghệ An)

CÁC LỚP THPT

Bài T6/270. Tìm số các nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2 = y^3 \\ x + y^2 + 988\sqrt[8]{x^2y} = 2000 \end{cases}$$

PHẠM NGỌC BỘI
(Nghệ An)

Bài T7/270. Dãy số (u_n) ($n = 0, 1, 2, \ldots$) được xác định bởi :

$u_0 = 1$, $u_1 = -1$,

$u_{n+1} = ku_n - u_{n-1}$ với mọi $n = 1, 2, 3, \ldots$

Tìm tất cả các giá trị hữu tỉ của k để dãy (u_n) là tuần hoàn.

NGUYỄN VIẾT LONG
(Thanh Hóa)

Bài T8/270. Tìm tất cả các hàm số tăng thực sự $f : N^* \to N^*$ thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau :

a) $f(2n) = f(n) + n$ với mọi $n \in N^*$

b) Nếu $f(n)$ là số chính phương thì n là số chính phương

VŨ ĐỨC SƠN
(Hà Nội)

Bài T9/270. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn với trực tâm H. Gọi diện tích các tam giác HAB, HBC, HCA lần lượt là S_1, S_2, S_3. Chứng minh rằng tam giác ABC là đều khi và chỉ khi

$$\frac{8(S_1+S_2+S_3)^3}{27S_1S_2S_3} = \frac{4R}{r}$$

trong đó R, r lần lượt là tâm của các đường tròn ngoại tiếp và đường tròn nội tiếp tam giác ABC

NGUYỄN VĂN THÔNG
(Đà Nẵng)

Bài T10/270. Một điểm P nằm trong tứ diện $ABCD$. Kí hiệu d_1, d_2, d_3, d_4 là khoảng cách từ P đến các đỉnh của tứ diện. Kí hiệu h_1, h_2, h_3, h_4 là khoảng cách từ P đến các mặt của tứ diện. Chứng minh rằng :

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 \ge$$
$$2\left(\sqrt{h_1h_2} + \sqrt{h_1h_3} + \sqrt{h_1h_4} + \sqrt{h_2h_3} + \sqrt{h_2h_4} + \sqrt{h_3h_4}\right)$$

Đẳng thức xảy ra khi nào ?

LƯU XUÂN TÌNH
(Thanh Hóa)

CÁC ĐỀ VẬT LÍ

Bài L1/270. Một vệ tinh có khối lượng m bay vòng quanh Trái đất (có khối lượng M và bán kính R) trên một quỹ đạo ổn định ở độ cao h. Người ta cần phải thay đổi quỹ đạo sao cho độ cao của quỹ đạo tăng thêm một lượng Δh ($\Delta h \ll h$).

1) Hãy xác định sự biến thiên động năng và thế năng của vệ tinh.

2) Cần phải cung cấp cho vệ tinh một năng lượng bằng bao nhiêu để thực hiện sự di chuyển quỹ đạo đó bằng cách phóng một tên lửa phụ ?

Cho biết $m = 1,20.10^3$kg, $M = 5,58.10^{24}$ kg, $h = 900.10^3$m, $\Delta h = 50.10^3 m$, $G = 6,67.10^{-11} \frac{N.m^2}{kg^2}$, $R = 6,37.10^6 m$.

TÔ GIANG (st)
(Hà Nội)

Bài L2/270. Một đĩa compact có đường rãnh ghi là một đường xoắn ốc mà bán kính trong là $R_1 = 2,5$cm và bán kính người là $R_2 = 5,8$cm, khoảng cách giữa hai đoạn xoắn ốc kế tiếp nhau là $a = 1,6 \mu m$. Hãy tính :

a) Độ dài của đường rãnh ghi

b) Thời gian phát lại đĩa, nếu đĩa được quét với tốc độ dài không đổi $v = 130$cm/s.

NGUYỄN QUANG HẬU
(Hà Nội)

PROBLEMS IN THIS ISSUE

FOR LOWER SECONDARY SCHOOLS

T1/270. Find all positive integers x, y, z such that
$$3^x + 4^y = 7^z.$$

T2/270. Prove that
$$\left(1-\frac{a}{b+c}\right)\left(1-\frac{b}{c+a}\right)\left(1-\frac{c}{a+b}\right) \le \frac{1}{8}$$
for all positive real numbers a, b, c.

T3/270. Find the least value of the following expression for $x \neq 0$:
$$\frac{(x^2+16|x|+48)(x^2+12|x|+27)}{x^2}$$

T4/257. Prove that a necessary and sufficient condition for a quadrilateral to be inscribable is that the lines passing through the midpoint of a side and orthogonal to the opposite side are concurrent.

T5/257. Let be given two lines xx', yy' cutting orthogonally at A and a fixed point B (distinct from A) on yy'. For each point N on xx', take a point M on yy' such that $BM = AN$. Find the locus of the midpoint I of MN when N moves on xx'.

FOR UPPER SECONDARY SCHOOLS

T6/270. Find the number of solutions of the system of equations :
$$\begin{cases} x^2 = y^3, \\ x + y^2 + 988 \sqrt[8]{x^2 y} = 2000. \end{cases}$$

T7/270. The sequence of numbers (u_n) ($n = 0, 1, 2, ...$) is defined by :
$$\begin{cases} u_o = 1, \ u_1 = -1, \\ u_{n+1} = ku_n - u_{n-1} \end{cases}$$
for every $n = 1, 2, 3, ...$

Find all rational values of k such that (u_n) is a periodical sequence.

T8/270. Find all strictly increasing functions $f : \mathbf{N}^* \to \mathbf{N}^*$ satisfying simultaneously the following two conditions :

a) $f(2n) = f(n) + n$ for every $n \in \mathbf{N}^*$,

b) if $f(n)$ is a perfect square then n is also a perfect square.

T9/270. Let be given an acute triangle ABC with orthocenter H. Denote the areas of the triangles HAB, HBC, HCA respectively by S_1, S_2, S_3. Prove that ABC is an equilateral triangle when and only when
$$\frac{8(S_1+S_2+S_3)^3}{27\, S_1S_2S_3} = \frac{4R}{r},$$
where R, r are respectively the circumradius and the inradius of triangle ABC.

T10/270. P is a point inside the tetrahedron $ABCD$. Denote by d_1, d_2, d_3, d_4 the distances from P to the vertices of the tetrahedron and by h_1, h_2, h_3, h_4 the distances from P to the faces of the tetrahedron. Prove that
$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 \ge 2(\sqrt{h_1h_2} + \sqrt{h_1h_3} + \sqrt{h_1h_4} + \sqrt{h_2h_3} + \sqrt{h_2h_4} + \sqrt{h_3h_4})$$
When does equality occur ?

HÃY VÌ MỘT NHÀ GIÁO !

Nhà giáo Hoàng Hoa Trại là giáo viên chuyên Toán trường chuyên Lê Khiết, Quảng Ngãi, cộng tác viên của tạp chí THVTT đang lâm bệnh hiểm nghèo và được điều trị tại Khoa Huyết học, Bệnh viện Chợ Rẫy, Tp Hồ Chí Minh. Tạp chí xin thông báo và kêu gọi bạn bè đồng nghiệp, các bạn đọc, mọi tổ chức và cá nhân hãy giúp đỡ nhà giáo Hoàng Hoa Trại trong lúc khó khăn này !

Mọi sự ủng hộ xin gửi trực tiếp về trường PTTH chuyên Lê Khiết, Quảng Ngãi.

Danh sách các đơn vị, cá nhân ủng hộ nhà giáo Hoàng Hoa Trại

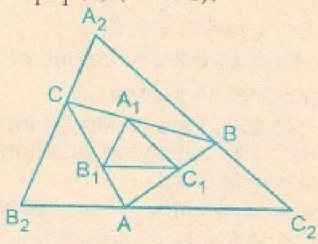
- Tòa soạn Tạp chí THVTT : 500.000đ
- Khoa toán, ĐHSP Vinh : 300.000đ
- Khối chuyên Toán - Tin, ĐHSP Vinh : 300.000đ
- Bạn L.T.N: 200.000đ

MỐI LIÊN HỆ GIỮA BA TAM GIÁC NỘI TIẾP NHAU

HỒ QUANG VINH
(GV Khoa Toán ĐHSP Vinh)

Trong bài báo này chúng tôi xin giới thiệu với các bạn một số tính chất của ba tam giác nội tiếp nhau.

Cho tam giác ABC "nội tiếp trong tam giác" $A_2B_2C_2$ (nghĩa là $A \in B_2C_2$; $B \in C_2A_2$; $C \in A_2B_2$) và "ngoại tiếp tam giác" $A_1B_1C_1$ (nghĩa là $A_1 \in BC$; $B_1 \in CA$; $C_1 \in AB$) sao cho : $A_2B_2 // A_1B_1$; $B_2C_2 // B_1C_1$ và $C_2A_2 // C_1A_1$ (*) (Hình 1).



Hình 1

Ta kí hiệu a, b, c; p, r, R, S, a_i, b_i, c_i; p_i, r_i, R_i, S_i tương ứng là ba cạnh, nửa chu vi, bán kính đường tròn nội tiếp, bán kính đường tròn ngoại tiếp, diện tích của ΔABC và $\Delta A_iB_iC_i$ ($i = 1, 2$).

Nhà toán học Pháp J. Peletier (Pêlơchiê) (1517-1752) khi nghiên cứu quyển *Cơ sở* của Ơclit đã tìm ra tính chất sau của ba tam giác nội tiếp nhau.

Định lí Peletier. Với giả thiết (*) diện tích tam giác ABC bằng trung bình nhân của diện tích hai tam giác $A_1B_1C_1$ và $A_2B_2C_2$, nghĩa là :

$$S^2 = S_1.S_2 \qquad (1)$$

Chứng minh : Vì $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_2B_2C_2$ (hình 1) nên $\frac{c_1}{c_2} = \frac{h_1}{h_2}$. Từ đó $S_1.S_2 = \frac{1}{4}(c_1.h_2)^2 \qquad (2)$

trong đó h_i là đường cao của $\Delta A_iB_iC_i$ xuất phát từ đỉnh C_i ($i = 1, 2$).

Mặt khác :

$$S = S_{AB_1C_1} + S_{BA_1C_1} + S_{CA_1B_1} + S_{A_1B_1C_1}$$

Do : $S_{AB_1C_1} = S_{C_2B_1C_1}$; $S_{BA_1C_1} = S_{C_2A_1C_1}$

và $S_{C_2A_1B_1} = S_{C_2B_1C_1} + S_{C_2A_1C_1} + S_{A_1B_1C_1}$

Suy ra $S = S_{CA_1B_1} + S_{C_2A_1B_1} = \frac{1}{2}c_1.(h' + h'')$.

trong đó h' và h'' tương ứng là các khoảng cách từ C và C_2 đến A_1B_1 mà $h' + h'' = h_2$ nên

$$S = \frac{1}{2}c_1.h_2 \qquad (3)$$

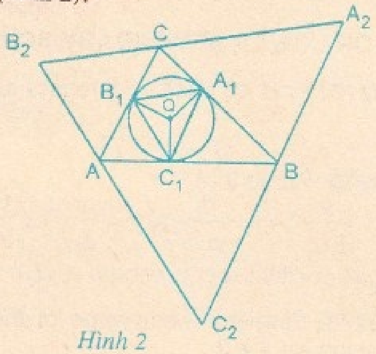
Từ (2) và (3) ta có công thức (1).

Sau đây chúng ta sẽ sử dụng định lí trên để giải quyết các bài toán hệ thức lượng trong tam giác.

Bài toán 1. Giả sử đường tròn nội tiếp ΔABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA và AB lần lượt tại A_1, B_1, C_1. Các đường thẳng qua các điểm A, B, C theo thứ tự song song với B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 cắt nhau tạo thành tam giác $A_2B_2C_2$. Chứng minh rằng :

a) $S_2 = \frac{abc}{2r}$; b) $R_2 = 2R$

Lời giải. Gọi Q là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC (hình 2).



Hình 2

a) Ta có : $S_1 = S_{QB_1C_1} + S_{QC_1A_1} + S_{QA_1B_1}$

$$= \frac{1}{2}r^2(\sin A + \sin B + \sin C)$$

Áp dụng định lí hàm số sin ta được :

$$S_1 = \frac{1}{2}r^2 . \frac{a+b+c}{2R} = \frac{pr^2}{2R} = \frac{Sr}{2R}$$

Áp dụng định lí Peletier ta có :

$$S_2 = \frac{S^2}{S_1} = \frac{2R}{r} . S = \frac{2R}{r} . \frac{abc}{4R} = \frac{abc}{2r} \text{ (đpcm)}$$

b) Ta có : $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta A_2B_2C_2$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = k$ (k là tỉ số đồng dạng).

Từ câu (a) $\Rightarrow k = \frac{r}{2R}$.

Mặt khác : $R_2 = \frac{R_1}{k} = \frac{2RR_1}{r}$, mà

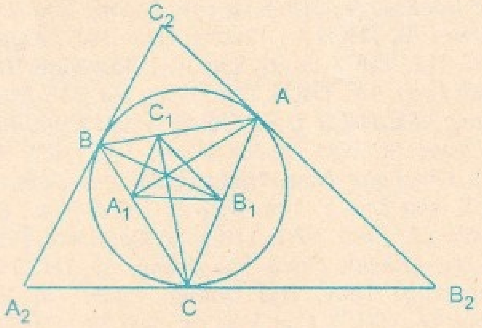
$$R_1 = r \Rightarrow R_2 = 2R \text{ (đpcm)}$$

Bài toán 2. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn với các đường cao AA_1, BB_1, CC_1. Các đường thẳng qua các điểm A, B, C theo thứ tự song song với B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 cắt nhau tạo thành tam giác $A_2B_2C_2$. Tính theo các yếu tố của ΔABC :

a) bán kính đường tròn nội tiếp $\Delta A_1B_1C_1$

b) bán kính R_2 của đường tròn ngoại tiếp $\Delta A_2B_2C_2$

c) nửa chu vi p_2 của $\Delta A_2B_2C_2$.



Hình 3

Lời giải. (hình 3) Dễ chứng minh được tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC chính là tâm đường tròn nội tiếp $\Delta A_2B_2C_2$ ($r_2 = R$). Vì $\Delta AB_1C_1 \sim \Delta ABC$ nên $\frac{a_1}{a} = \frac{AC_1}{AC} = \cos A \Rightarrow a_1 = a.\cos A$. Tương tự : $b_1 = b.\cos B$, $c_1 = c.\cos C$; Ta có $\hat{A}_1 = 180^\circ - 2\hat{A}$, $\hat{B}_1 = 180^\circ - 2\hat{B}$; $\hat{C}_1 = 180^\circ - 2\hat{C}$.

Suy ra: $S_1 = \frac{1}{2}b_1.c_1.\sin A_1 = \frac{1}{2}bc\sin 2A.\cos B.\cos C$

$= (bc\sin A) \times \cos A\cos B\cos C = 2S.\cos A.\cos B.\cos C.$

Áp dụng định lí Peletier

$$S_2 = \frac{S^2}{S_1} = \frac{S}{2\cos A.\cos B.\cos C}$$

Từ đó ta tìm được tỉ số đồng dạng của 2 tam giác $A_1B_1C_1$ và $A_2B_2C_2$ là $k = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = 2|\cos A.\cos B.\cos C|$

$= 2\cos A\cos B\cos C$ (do ΔABC nhọn).

$r_1 = k.r_2 = 2\ r_2\cos A.\cos B\cos C$, mà $r_2 = R \Rightarrow$

$$r_1 = 2R\cos A.\ \cos B.\cos C$$

b) Áp dụng định lí hàm số sin cho $\Delta A_1B_1C_1$ rồi ΔABC ta nhận được :

$$2R_1 = \frac{a_1}{\sin A_1} = \frac{a.\cos A}{\sin(180^o - 2A)} = \frac{a}{2\sin A} = R.$$

Mặt khác : $\frac{R_1}{R_2} = k = 2\cos A\cos B\cos C \Rightarrow$

$$R_2 = \frac{R}{4\cos A\cos B\cos C}$$

c) Ta có : $p_1 = \frac{1}{2}(a_1+b_1+c_1) =$

$= \frac{1}{2}(a\cos A + b\cos B + c\cos C) =$

$= R(\sin A\cos A + \sin B\cos B + \sin C\cos C)$

$= \frac{R}{2}(\sin 2A + \sin 2B) - R\sin C.\cos(A+B)$

$= 2R\sin A\sin B\sin C$

Do $\frac{p_1}{p_2} = k = 2\cos A\cos B\cos C \Rightarrow$

$$p_2 = R.\ \mathrm{tg}A\,\mathrm{tg}B\,\mathrm{tg}C$$

Bài toán 3. Cho tam giác ABC. M là một điểm nằm trong tam giác. AM, BM, CM theo thứ tự cắt BC, CA, AB tại A_1, B_1, C_1. Các đường thẳng qua các điểm A, B, C theo thứ tự song song với B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 cắt nhau tạo thành tam giác $A_2B_2C_2$. Chứng minh rằng : $S_2 \geq 4S$.

Lời giải. (hình 4) Theo định lí Peletier

$$S_1.S_2 = S^2 \qquad (1)$$

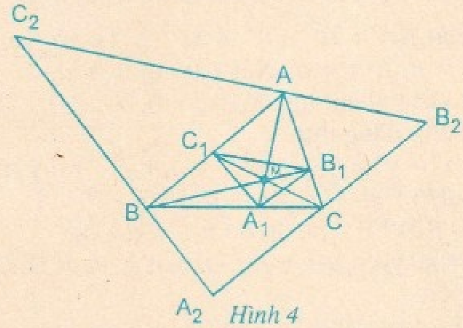
Mặt khác không khó khăn chứng minh được

$$S_1 \leq \frac{1}{4}S \qquad (2)$$

Từ (1); (2) suy ra : $S_2 \geq 4S$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow S_1 = \frac{1}{4}S$

$\Leftrightarrow M$ là trọng tâm ΔABC.



Hình 4

Mời các bạn giải quyết bài toán sau :

Bài toán 4. Cho ΔABC. A_1, B_1, C_1 lần lượt nằm trên BC, CA, AB sao cho $\frac{AC_1}{BC_1} = \alpha$; $\frac{BA_1}{CA_1} = \beta$; $\frac{CB_1}{AB_1} = \gamma$. Các đường thẳng qua các điểm A, B, C theo thứ tự song song với B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 cắt nhau tạo thành $\Delta A_2B_2C_2$. Tính $k = \frac{a_1}{a_2}$ theo α, β, γ; và S.

Chúc các bạn thành công !

Đính chính

• Bài T3/269 (11/1999) trong Đề ra kì này đã in thiếu một câu. Xin sửa lại như sau :

T3/269. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = (1+x)\left(1+\frac{1}{y}\right) + (1+y)\left(1+\frac{1}{x}\right)$$

trong đó x, y là các số dương thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$.

• Trong bài của tác giả Mai Thắng (trang 20 số 255 (9/1998) in thiếu một biểu thức của bài toán 3, xin sửa lại là : "Giải và biện luận theo tham số m bất phương trình :

$$|\cot g^2 x - \cot g x| < |\cot g^2 x - m| + |\cot g x - m|".$$

Từ việc in thiếu này dẫn đến thắc mắc của bạn đọc và trong mục trả lời bạn đọc số 267 (9/1999) đã nhận định nhầm về nội dung lời giải của tác giả.

Xin đính chính lại và thành thật xin lỗi các tác giả cùng bạn đọc.

THVTT

Bài T1/266. *Tìm mọi nghiệm nguyên của hệ phương trình*

$$\begin{cases} 2x^3 - 7x^2 + 8x - 2 = y \\ 2y^3 - 7y^2 + 8y - 2 = z \\ 3z^3 - 7z^2 + 8z - 2 = x \end{cases}$$

Lời giải. Giả sử $x = a$, $y = b$, $z = c$ là nghiệm nguyên của hệ phương trình trên.

Đặt $f(t) = 2t^3 - 7t^2 + 8t - 2$. Ta có $f(a) = b$, $f(b) = c$, $f(c) = a$. Xét trường hợp a, b, c đôi một khác nhau, lúc đó $a-b \neq 0$, $b-c \neq 0$, $c-a \neq 0$. Từ hằng đẳng thức

$x^n - y^n = (x-y)(x^{n-1} + ... + y^{n-1})$ suy ra

$f(a)-f(b) \vdots |a-b|$, $f(b) - f(c) \vdots |b-c|$,

$f(c) - f(a) \vdots |c-a|$, do đó $b-c = k(a-b)$,

$c-a = m(b-c)$, $a-b = n(c-a)$ với k, m, n là các số nguyên

$\Rightarrow (b-c)(c-a)(a-b) = kmn(a-b)(b-c)(c-a)$

$\Rightarrow kmn = 1 \Leftrightarrow$ trong 3 số k, m, n có 1 số hoặc cả 3 số bằng 1. từ đó $a = b = c$, mâu thuẫn.

Vậy hệ phương trình trên nếu có nghiệm nguyên x, y, z thì $x = y = z$. Biến đổi phương trình $2x^3 - 7x^2 + 8x - 2 = x$ thành

$(x-1)(x-2)\left(x - \dfrac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow$ Phương trình này có 2 nghiệm nguyên : $x = 1$, $x = 2$. Kết luận : Hệ phương trình trên có 2 nghiệm nguyên (x, y, z) là $(1, 1, 1)$ và $(2, 2, 2)$.

Nhận xét. 1) Hơn 300 bạn gửi thư về đã giải được bài này. Tuy nhiên 3/4 số các bạn đã quên không giả sử a, b, c là các nghiệm nguyên và a, b, c phân biệt nhau. Chú ý rằng khi biến đổi phương trình thì các ẩn số x, y, z có thể lấy *các* giá trị hoặc *không có* giá trị nào thỏa mãn phương trình. Hơn nữa, các ước số phải khác 0 và người ta quy ước là số dương, vì nếu nhân hai vế của một đẳng thức với 0 thì dẫn đến 0 = 0 và không rút ra điều gì mâu thuẫn cả. Ta có thể giải bài toán tương tự với $f(t)$ là đa thức hệ số nguyên.

2) Các bạn sau đây có lời giải đúng và gọn:

Phú Thọ: *Nguyễn Thái Bình, Phạm Minh Hoàng, Triệu Thu Lan*, 9A1, THCS Phong Châu, *Lê Đình Lương*, 9A1, THCS Phù Ninh; *Lê Thị Thanh Tâm* 9A1, THCS Thanh Ba; **Vĩnh Phúc:** *Nguyễn Hồng Điệp*, 7A, *Hoàng Minh Châu*, 8A, THCS Vĩnh Tường, *Nguyễn Duy Hưng*, 9A, THCS Vũ Dy, Vĩnh Tường, *Nguyễn Khắc Quân*, 9A, THCS Kim Hoa, Mê Linh; **Hà Tây:** *Trần Hải Sơn*, 7E, THCS Hạ Hồi, Thường Tín, *Hoàng Văn Đô*, 9B, THCS An Thượng, Hoài Đức, *Lê Quang Bách*, 8T1, THCS thị xã Sơn Tây; **Bắc Ninh:** *Đặng Thành Long*, 9A, THCS Yên Phong; **Hà Nội:** *Lê Đức Phương*, 8H, THCS Trưng Vương, Hoàn Kiếm, *Phạm Văn Dũng*, 9C, *Ngô Thị Lan Hương*, 9A, THCS Ngọc Lâm, Gia Lâm; **Nam Định:** *Trần Anh Tuấn*, 9B, THCS Yên Lợi, Ý Yên, *Nguyễn Thành Nam*, 8A2, *Nguyễn Chí Công*, 9A2, THCS Lê Quý Đôn, Ý Yên, *Cao Ngọc Khánh, Phùng Văn Doanh*, 9D, THCS Ngô Đồng, Giao Thủy; **Hải Dương:** *Phạm Thị Hồng Nhung*, 6C, THCS Chu Văn An, Sao Đỏ, Chí Linh, *Nguyễn Anh Nguyên*, 9, THCS Nguyễn Khuyến, Kim Thành, *Phạm Thị Hải Yến*, 9a, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách, *Trần Thị Thu Hà*, 9A, THCS Tráng Liệt, Bình Giang; **Hải Phòng:** *Hoàng Thanh Tùng*, 9A, THCS Núi Đèo, Thủy Nguyên; **Quảng Ninh:** *Nguyễn Hà Thương*, 9A1, THCS Trần Quốc Toản, Uông Bí; **Thanh Hóa:** *Hoàng Minh Sơn*, 8B, THCS Lê Quý Đôn, Bỉm Sơn, *Hà Thị Nghĩa*, 9B, THCS Chu Văn An, Nga Sơn;, *Nguyễn Thanh Hiền*, 9T, THCS NK Nông Cống; **Nghệ An:** *Hoàng Lâm Quyên*, 9B, THCS Sông Hiếu, Nghĩa Đàn, *Nguyễn Tiến Bảo*, 8A, THCS Nghi Phú, Vinh, *Đặng Đoàn*, 8A, THCS Diễn Thọ, Diễn Châu; **Hà Tĩnh:** *Chu Lê Long*, 9G, THCS Kỳ Anh; *Phạm Lê Tiến, Đặng Đình Đông*, 9A, THCS Nguyễn Tuấn Thiện, Hương Sơn, *Phạm Văn Chiến, Nguyễn Xuân Lộc*, 9A, THCS Phan Huy Chú, Thạch Hà; **Đà Nẵng:** *Lê Hoàng Phước*, 9/2 THCS Nguyễn Khuyến; **Quảng Ngãi:** *Lý Xuân Lành*, 9/2, THCS Nguyễn Tự Tân, Bình Sơn, *Đỗ Tường Nguyên*, 8I, THCS Trần Hưng Đạo, Thị xã Quảng Ngãi; **Khánh Hòa:** *Nguyễn Minh Châu*, 8/15, THCS Thái Nguyên, Nha Trang; **Gia Lai:** *Bùi Tấn Trung*, 9/2, THCS Diên Hồng, Plâyku; **Đắc Lắc:** *Lê Đức Thọ*, 9A1, THCS Phước An, Krông Pắc, *Cao Tiến Đạt, Nguyễn Trường Cơ*, 9A, THCS Lương Thế Vinh, Buôn Ma Thuột; **Tp Hồ Chí Minh:** *Nguyễn Lâm Hưng*, 9/18, THCS Hồng Bàng, Quận 5; **Bà Rịa - Vũng Tàu:** *Phạm Hoàng Vũ*, 9/1, THCS Phước Tỉnh, Long Đất;

VIỆT HẢI

Bài T2/266. *Giả sử các số thực x, y, z, t thỏa mãn điều kiện $a(x^2+y^2) + b(z^2+t^2) = 1$; trong đó a, b là hai số dương cho trước.*

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $(x+z)(y+t)$

Lời giải. ***Cách 1.*** *Do* a, b > 0 *nên từ giả thiết ta có*

$$\frac{x^2}{b} + \frac{z^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{t^2}{a} = \frac{1}{ab}$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacôpski ta có

$$(b+a)\left(\frac{x^2}{b} + \frac{z^2}{a}\right) \geq (x+z)^2 \qquad (1)$$

$$(b+a)\left(\frac{y^2}{b} + \frac{t^2}{a}\right) \geq (y+t)^2 \qquad (2)$$

Cộng từng vế của (1) và (2) nhận được :

$$(x+z)^2 + (y+t)^2 \le (b+a)\left(\frac{x^2}{b} + \frac{z^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{t^2}{a}\right)$$

$$= \frac{b+a}{ab} \qquad (3)$$

Vì $(x+z)^2 + (y+t)^2 \ge 2(x+z)(y+t)$ (4)

Do đó, từ (3) và (4) suy ra :

$$(x+z)(y+t) \le \frac{b+a}{2ab} \qquad (5)$$

Bất đẳng thức (5) trở thành đẳng thức ⇔ (1), (2), (4) đồng thời trở thành đẳng thức

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{b} = \dfrac{z}{a} \\ \dfrac{y}{b} = \dfrac{t}{a} \\ x + z = y + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ z = t = \dfrac{ax}{b}. \end{cases}$$

Kết hợp với giả thiết, ta có

$$x = y = \sqrt{\frac{b}{2a(a+b)}} \text{ và } z = t = \sqrt{\frac{a}{2b(a+b)}}$$

hoặc $x = y = -\sqrt{\dfrac{b}{2a(a+b)}}$ và

$$z = t = -\sqrt{\frac{a}{2b(a+b)}}$$

Vậy giá trị lớn nhất của $(x+z)(y+t)$ là $\dfrac{b+a}{2ab}$ khi x, y, z, t nhận các giá trị trên.

Cách 2. Lưu ý : $M = (x+z)(y+t) = xy + zt + xt + yz$ Áp dụng bất đẳng thức $u^2 + v^2 \ge 2uv$ với mọi u, v ta có :

$$\frac{ab}{a+b}(x^2 + y^2) \ge \frac{2ab}{a+b}xy \qquad (1)$$

$$\frac{ab}{a+b}(z^2 + t^2) \ge \frac{2ab}{a+b}zt \qquad (2)$$

$$\frac{a^2}{a+b}x^2 + \frac{b^2}{a+b}t^2 \ge \frac{2ab}{a+b}xt \qquad (3)$$

$$\frac{a^2}{a+b}y^2 + \frac{b^2}{a+b}z^2 \ge \frac{2ab}{a+b}yz \qquad (4)$$

Cộng từng vế của 4 bất đẳng thức trên ta được :

$$\frac{2ab}{a+b}.M \le a(x^2 + y^2) + b(z^2 + t^2) = 1$$

$$\Rightarrow M \le \frac{a+b}{2ab}.$$

Bất đẳng thức trên trở thành đẳng thức

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ z = t \\ ax = bt \\ ay = bz \\ a(x^2+y^2) + b(z^2+t^2) = 1 \end{cases}$$

Từ đó ta cũng nhận được kết quả như cách 1.

Nhận xét. 1) Một số bạn lí luận vai trò của a, b như nhau để giả sử $a \le b$, nhưng sau đó khi tìm cực trị của M thì lại kết luận $a = b$. Lưu ý là a, b đã cho trước, nên lời giải mắc sai lầm.

2) Một số bạn chỉ đưa ra hệ điều kiện để $M = \dfrac{a+b}{2ab}$ mà không giải hệ để chỉ ra hệ có nghiệm. Biết đâu... hệ vô nghiệm thì sao ?

3) Các bạn có lời giải tốt và trọn vẹn hơn là : **Đồng Nai:** *Trần Võ Huy*, lớp 9/3, THCS Nguyễn Bỉnh Khiêm, Biên Hòa; **Tp Hồ Chí Minh:** *Nguyễn Đình Khuông*, 8A1, THCS Ngô Tất Tố, Phú Nhuận; *Đặng Thị Thanh Tươi*, 10 toán, PTNK, ĐHKHTN-ĐHQG Tp Hồ Chí Minh; **Thừa Thiên - Huế:** *Trần Huy Lập*, 9/1, THCS Nguyễn Tri Phương, Tp Huế; **Nam Định:** *Trần Anh Tuấn*, 9b, THCS Yên Lợi, Ý Yên; *Nguyễn Xuân Trường*, 9D, THCS Ngô Đồng, Giao Thủy; **Hải Phòng:** *Phạm Đức Hiệp*, 9T, THCS Chu Văn An; *Bùi Văn Tuấn*, 9A, THCS Tự Cường, Tiên Lãng; **Quảng Ngãi:** *Phạm Văn Trung*, 9I, THCS Trần Hưng Đạo; **Đồng Tháp:** *Trần Hoàng Nam*, 9A1, THCB Cao Lãnh; **Đà Nẵng:** *Lê Trần Phước Cường*, 9A1, THCS Nguyễn Khuyến, Tp Đà Nẵng; **Vĩnh Phúc:** *Hoàng Vĩnh Hưng*, 9a, THCS Vĩnh Yên; **Hưng Yên:** *Doãn Kim Huế*, THCS Phạm Huy Thông, Ân Thi; **Hải Dương:** *Ngô Xuân Bách*, 9A, PTTH Nguyễn Trãi; **Khánh Hòa:** *Nguyễn Minh Châu*, 8^{15}, THCS Thái Nguyên, Nha Trang; **Nghệ An:** *Trần Nhật Thu*, 8B, THCS Đặng Thai Mai, Tp Vinh.

LÊ THỐNG NHẤT

Bài T3/266. *Giả sử các số thực x, y, z đều lớn hơn −1 và thỏa mãn*

$$x^3 + y^3 + z^3 \ge x^2 + y^2 + z^2.$$

Chứng minh rằng

$$x^5 + y^5 + z^5 \ge x^2 + y^2 + x^2$$

Lời giải. của bạn *Nguyễn Văn Phúc*, 9A, THCS Vĩnh Tường, **Vĩnh Phúc**

Với $x > -1$ ta có

$$(x - 1)^2(x + 2) \ge 0$$

hay $x^3 - 3x + 2 \ge 0$

$\Leftrightarrow x^5 - 3x^3 + 2x^2 \ge 0$

$\Leftrightarrow x^5 \ge 3x^3 - 2x^2$ (1)

Lập luận một cách hoàn toàn tương tự với $y > -1$, $z > -1$ ta cũng có

$$y^5 \geq 3y^3 - 2y^2 \qquad (2)$$

$$z^5 \geq 3z^3 - 2z^2 \qquad (3)$$

Cộng từng vế các bất đẳng thức (1), (2), (3) và kết hợp với giả thiết

$$x^3 + y^3 + z^3 \geq x^2 + y^2 + z^2$$

ta có $x^5 + y^5 + x^5 \geq$
$3(x^3 + y^3 + z^3) - 2(x^2 + y^2 + z^2) \Rightarrow$
$x^5 + y^5 + z^5 \geq x^2 + y^2 + z^2$.

Đẳng thức xảy ra khi $x = y = z = 1$.

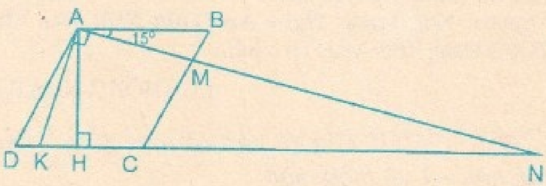
Nhận xét. Các bạn sau đây cũng có lời giải tốt : **Hà Giang:** *Nguyễn Bằng Giang*, 9 tạo nguồn, Chuyên ; **Phú Thọ:** *Nguyễn Thái Bình*, 9AI, THCS, Phong Châu; **Vĩnh Phúc:** *Vũ Nhật Huy*, 9A, THCS Vĩnh Tường; **Hà Nội:** *Nguyễn Mạnh Tuấn*, 9C, Hà Nội - Amsterdam, Ba Đình; **Hải Dương:** *Đỗ Thị Ngọc Quỳnh*, 9A, PTTH Nguyễn Trãi, Tp Hải Dương; **Thái Bình:** *Lưu Thị Hạnh*, 8A1, THCS An Bài, Quỳnh Phụ; **Nam Định:** *Phùng Đại Diện*, 9CT, Nguyễn Du.

TỐ NGUYÊN

Bài T4/266. *Cho hình thoi ABCD với $\angle A = 120^\circ$. Tia Ax tạo với tia AB góc BAx bằng 15° và cắt cạnh BC tại M, cắt đường thẳng CD tại N. Chứng minh rằng :*

$$\frac{3}{AM^2} + \frac{3}{AN^2} = \frac{4}{AB^2}$$

Lời giải. Trên DC lấy điểm K sao cho $\angle KAN = 90^\circ$, suy ra $\angle DAK = 15^\circ$. Từ đó $\Delta DKA = \Delta BMA$ (gcg).



Suy ra $AK = AM$ (1)

Hạ $AH \perp KN$. Xét tam giác vuông KAN có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AN^2} \qquad (2)$$

Mặt khác xét ΔDAH vuông có $\angle D = 60^\circ$ nên $DH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}AB$. Do đó $AH^2 = \frac{3}{4}AB^2$ (3)

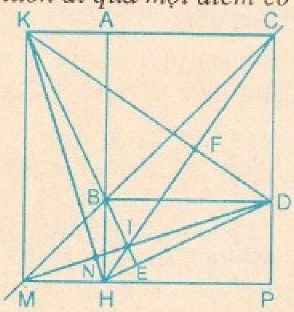
Từ (1), (2) và (3) ta có $\frac{4}{AB^2} = \frac{3}{AM^2} + \frac{3}{AN^2}$

Nhận xét. Nhược điểm lớn nhất của nhiều lời giải gửi đến là dài dòng. Một số bạn chứng minh cách khác, dùng hàm số lượng giác. Giải tốt bài này có các bạn

Thái Nguyên: *Nguyễn Đức Dân*, 9A1, THCS Độc Lập, Phú Thọ; *Đinh Thái Sơn*, 8C, PTCS Việt Trì; **Vĩnh Phúc:** *Kim Thanh Thúy*, 9A, THCS Tam Đảo; **Bắc Ninh:** *Đặng Thành Long*, 9A, THCS Yên Phong; **Hải Phòng:** *Phạm Đức Hiệp*, *Phạm Hồng Kiên*, 9T, Chu Văn An; **Hải Dương:** *Lê Quang Hòa*, *Phạm Thành Trung*, 9A, PTTH Nguyễn Trãi, *Lê Anh Thùy*, 8A, THCS Nguyễn Trãi, Nam Sách; **Hưng Yên:** *Nguyễn Thành Sơn*, 9A, THCS Long Hưng, Châu Giang; **Hà Nội:** *Vũ Quốc Mỹ*, 9H THCS Trưng Vương, **Nam Định:** *Nguyễn Đăng Hợp*, 8A2, Lê Quý Đôn, *Trần Anh Tuấn*, 9B, THCS Yên Lợi, Ý Yên, *Đỗ Thị Hải Yến*, 9B, THCS Hải Hậu, *Phùng Văn Doanh*, 9D, THCS Ngô Đồng, Giao Thủy, *Phùng Đại Diện*, 9CT, Nguyễn Du; **Thanh Hóa:** *Mai Văn Độ*, 8B, THCS Nga Phú, Nga Sơn; **Nghệ An:** *Nguyễn Việt Quang*, 9C, Đặng Thai Mai, **Đắc Lắc:** *Cao Tiến Đạt*, 9A, THCS Lương Thế Vinh, Buôn Ma Thuột, *Trần Quang*, 9A, THCS Phan Chu Trinh, Buôn Ma Thuột, **Tây Ninh:** *Đào Duy Bình*, 8A5, THCS Suối Đá, Dương Minh Châu.

VŨ KIM THỦY

Bài T5/266. *Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm di động trên đường thẳng BC (M khác B, C). Hình chiếu của M lên các đường thẳng AB và AC là H và K tương ứng. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng CH và BK. Chứng minh rằng các đường thẳng MI luôn đi qua một điểm cố định.*



Lời giải. Gọi D là điểm đối xứng của A qua BC. Đường thẳng DI cắt HK tại N. Gọi P là giao điểm của hai đường thẳng HM và DC.

Dễ thấy $\Delta BHD = \Delta AKB$ ($BD = BA$, $\hat{B} = \hat{A} = 90^\circ$, $BH = HM = AK$), do đó $\angle BHD = \angle BKA$, suy ra BK vuông góc với HD (tại E). Tương tự ta có CH vuông góc với KD (tại F). Trong ΔDHK các đường cao KE và HF gặp nhau tại I nên DN vuông góc với HK (*). Mặt khác $\Delta PDM = \Delta MHK$ ($DP = BH = HM$, $\hat{P} = \hat{M} = 90^\circ$, $MP = MK$), do đó $\angle PMD = \angle MKH$, suy ra MD vuông góc với HK (**). Từ (*), (**) suy ra M, I, D thẳng hàng, nghĩa là đường thẳng MI luôn đi qua điểm D cố định.

Nhận xét. Bạn *Lê Thu Hà*, 9C, Đặng Thai Mai, Vinh, **Nghệ An** và *Trần Nam Thái*, 9A, THCS Độc Lập, **Tp Thái Nguyên** nhận xét bài toán tổng quát hơn bài toán này là với ABC là tam giác tùy ý, H và K là giao điểm của trung trực BM với AB và trung trực CB với AC thì đường thẳng qua M vuông góc với HK luôn đi qua điểm cố định (bài T5/206, THVTT 8/1994). Bạn *Nguyễn Hồng Quân*, 9 Toán, Chu Văn An, huyện Mai Sơn, tỉnh Sơn La dùng định lí Mênêlêuýt trong tam giác và chứng minh cho trường hợp tam giác ABC là tam giác vuông tùy ý. Bạn *Phạm Văn Trung*, 9I, THCS Trần Hưng Đạo, Quảng Ngãi và bạn *Đinh Văn Thắng* 9C, THCS Lê Quý Đôn, Bỉm Sơn, Thanh Hóa nhận xét bài toán còn đúng khi thay tam giác ABC bằng tam giác bất kì và các đường thẳng vuông góc bằng các đường thẳng song song với các cạnh bên. Nói chung các bạn giải bài toán này còn chưa thật ngắn gọn, hoặc khi trình bày chưa chú ý đến điểm M chạy trên *đường thẳng BC*.

Các bạn sau đây có lời giải tương đối gọn và đúng :

Quảng Ngãi: *Phạm Văn Trung*, 9I, THCS Trần Hưng Đạo; **Hải Phòng:** *Phạm Đức Hiệp*, 9T và *Nguyễn Hoàng Trung* cùng THCS Chu Văn An, *Trần Dũng Khánh*, 10 Tin, PTTH NK Trần Phú; **Việt Trì:** *Trần Minh Ngọc*, 8C, THCS Việt Trì; **Thái Nguyên:** *Nguyễn Đức Dân*, 9A1, THCS Độc Lập : **Hưng Yên:** *Nguyễn Thành Sơn*, 9A, THCS Long Hưng Châu Giang; **Yên Bái:** *Chu Phương Huyền*, 9D, THCS Yên Thịnh; **Khánh Hòa:** Trần Thiên Ân, 8/13 THCS Thái Nguyên, Nha Trang, Võ Xuân Minh, 9L, THCS Cam Nghĩa, Cam Ranh; **Quảng Bình:** *Hà Nhật Sang*, THCS Hải Đình, Đồng Hới; **Sơn La:** *Nguyễn Hồng Quân*, 9 Toán, Chu Văn An, huyện Mai Sơn; **Bắc Ninh:** *Đặng Thành Long*, 9A, THCS Yên Phong; **Hà Nội:** *Đỗ Trung Tiến*, 9C, PTTH Amsterdam, *Hoàng Thu Thủy*, 9E, THCS Trung Nhị, *Lê Tiến Dũng*, 9A1, Phan Chu Trinh; **Thanh Hóa:** *Đinh Văn Thắng*, 9C, THCS Lê Quý Đôn, Bỉm Sơn; **Nghệ An:** *Phạm Công Hiếu*, 9A, PTTH Trang Sơn, Đô Lương; *Nguyễn Việt Quang*, 9C, *Lê Mạnh Cường*, 9D và *Võ Văn Thành*, 9B, THCS Đặng Thai Mai, Vinh; *Phạm Văn Tuân*, 9C, THCS Tiến Thắng, Hưng Thắng, Hưng Nguyên; *Trần Đình Trung*, 9A, Hermann-Gemeiner, Vinh; **Nam Định:** *Phùng Văn Doanh*, 9D, THCS Ngô Đồng, Giao Thủy, *Nguyễn Tiến Đạt*, 9B, THCS Hải Hậu, Nam Định; **Hà Nam:** *Nguyễn Minh Thư*, 9B, THCS Trần Phú, Phủ Lý, *Trần Quang Dũng*, 9B, THCS Phủ Lý; **Hải Dương:** *Ngô Xuân Bách, Đỗ Thị Ngọc Quỳnh, Lê Quang Hòa, Nguyễn Thành Trung*, 9A, *Nguyễn Thanh Hoàn, Nguyễn Thành Trung*, 8A, Trường Nguyễn Trãi, Tp Hải Dương, *Nguyễn Hồng Kiên*, 9T, THCS Tráng Liệt, Bình Giang; **Thú Thọ:** *Hoàng Ngọc Minh, Trần Việt Hà*, 9C, THCS Việt Trì, *Đào Duy Thăng*, 9A, *Triệu Thu Lan, Nguyễn Phương Bình, Phạm Minh Hoàng*, 9A1, THCS Phong châu; **Vĩnh Phúc :** *Phan Bá Lê Biên, Vũ Nhật Huy*, 9A, *Nguyễn Văn Phúc*, 9B, THCS Vĩnh Tường; **Hà Tây :** *Phạm Tuấn*, 9A, THCS Thạch Thất, *Trần Hải Sơn*, 7E, THCS Thường Tín; **Đắc Lắc :** *Nguyễn Huỳnh Quang*, 8C chuyên Nguyễn Du, Buôn Mê Thuột, *Cao Tiến Đạt*, 9A, THCS Lương Thế Vinh, Buôn Mê Thuột.

VŨ ĐÌNH HÒA

Bài T6/266. *Giả sử các góc* α, β, γ *thỏa mãn*

$$|\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma| \ge 2$$

Chứng minh rằng

$$|\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma| \le \sqrt{5}$$

Lời giải. (của bạn *Nguyễn Văn Tiến*, 12A2, Trường PTTH Đức Phổ, **Quảng Ngãi**)

Đặt $x = \sin\alpha$, $y = \sin\beta$, $z = \sin\gamma$

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 \ge \frac{1}{3}(x + y + z)^2 \ge \frac{4}{3}$

Lại có

$(\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma)^2 \le$

$3(\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma)$

$= 3[3 - (x^2 + y^2 + z^2)] \le 3\left[3 - \frac{4}{3}\right] = 5$

Vậy $|\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma| \le \sqrt{5}$.

Nhận xét. Từ cách giải trên một số bạn (như bạn *Nguyễn Văn Tiến, Dương Nguyễn Minh Huy*, 11/7, PTTH Phan Chu Trinh, **Đà Nẵng**, *Nguyễn Thanh Hải*, PTTH Hùng Vương, Việt Trì, **Phú Thọ**; *Phan Trúc Lâm*, 10 PTTH Nghĩa Đàn, **Nghệ An** đã phát biểu và chứng minh bài toán tổng quát sau :

Giả sử các góc $\alpha_1, ..., \alpha_n$ thỏa mãn

$$\left|\sum_{i=1}^{n} \sin\alpha_i\right| \ge a$$

Chứng minh rằng $\left|\sum_{i=1}^{n} \cos\alpha_i\right| \le \sqrt{n^2 - a^2}$

Đây là một bài toán được rất đông bạn tham gia giải.

Tất cả các lời giải đều đúng, ngắn gọn.

ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài T7/266. *Tìm mọi cặp số thực (b, c) sao cho với bất kì số thực a thì phương trình* $a\cos 2x + b\cos x + c = 0$ *có nghiệm thuộc khoảng* $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải. Đặt $f(x) = a\cos 2x + b\cos x + c$

$= 2a\cos^2 x + b\cos x + c - a$

Điều kiện cần: Giả sử (b, c) là cặp số thực thỏa mãn giả thiết trên. Nếu $b = 0$, ta lấy $a = 0$, suy ra $c = 0$.

Nếu $b \neq 0$, lấy $a = -\dfrac{b}{2\sqrt{2}} \Rightarrow$

$$f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos x - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{c}{b} = 0,$$

suy ra $\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{c}{b} \geq 0$, lấy $a = -\dfrac{b}{2} \Rightarrow$

$f(x) = \cos x(1-\cos x) + \dfrac{1}{2} + \dfrac{c}{b} = 0$, suy ra

$\dfrac{1}{2} + \dfrac{c}{b} = -\cos x(1 - \cos x) < 0$ với $\forall x \in \left(0 ; \dfrac{\pi}{2}\right)$

Như vậy ta có hoặc $b = c = 0$,

hoặc $b \neq 0$ và $-\dfrac{1}{\sqrt{2}} \leq \dfrac{c}{b} < -\dfrac{1}{2}$ (1)

Điều kiện đủ : Ta chứng minh các cặp số thực (b, c) như trên sẽ thỏa mãn yêu cầu của bài toán. Thật vậy nếu $b = c = 0$ ta có $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 0$ với mọi số thực a, nếu $b \neq 0$ và $-\dfrac{1}{\sqrt{2}} \leq \dfrac{c}{b} < -\dfrac{1}{2}$ ta có

$bf\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = b^2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{c}{b}\right) \geq 0,$ (2)

với mọi x thuộc $\left(0 ; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

$$b\left(f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = 2b^2\left(\frac{c}{b} + \frac{1}{2}(\sin x + \cos x)\right)$$

tiến tới $2b^2\left(\dfrac{c}{b} + \dfrac{1}{2}\right) < 0$ khi $x \to 0$ do đó tồn tại x_o thỏa mãn $0 < x_o < \dfrac{\pi}{2}$ mà $bf(x_o) < 0$ (3)

Từ (2) và (3), theo Định lý Bôxanô-Côsi đối với hàm số liên tục, ta suy ra tồn tại nghiệm x thuộc $\left(0 ; \dfrac{\pi}{2}\right)$ mà $f(x) = 0$.

Vậy các cặp số thực (b, c) thỏa mãn (1) là các cặp số cần tìm.

Nhận xét. 1) Tòa soạn nhận được lời giải của 143 bạn, hầu hết các bạn lập luận không chặt chẽ và chỉ khẳng định có một cặp $b = c = 0$.

2) Các bạn sau có lời giải tốt : **Phú Thọ:** : *Hoàng Ngọc Minh*, 9C, THCS Việt Trì; **Hà Nội:** *Nguyễn Tuấn Thiện*, 12A1, ĐHSP, *Hoàng Tùng*, 12A, *Trần Tất Đạt*, 12B, ĐHKHTN-ĐHQG ; **Hải Phòng:** *Phạm Đức Hiệp*, 9, THCS Chu Văn An; **Vĩnh Phúc:** *Vũ Văn Phong*, 12A1, PTTH chuyên; **Thanh Hóa:** *Hà Xuân Giáp*, 10T, PTTH Lam Sơn; **Nghệ An:** *Phan Đăng Khoa*, 11A, ĐHSP Vinh; **Tp Hồ Chí Minh:** *Lâm Hoàng Nguyên*, 10T, ĐHQG.

NGUYỄN MINH ĐỨC

Bài T8/266. *Giả sử hai số thực x, y thuộc (0; 1) và x + y = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^x + y^y$.*

Lời giải. (của nhiều bạn). Xét hàm số $f(x) = \ln x - x + 1$, $x \in (0,+\infty)$. Ta có $f'(x) = \dfrac{1}{x} - 1$.

Vậy $f'(1) = 0$, $f'(x) > 0$ khi $0 < x < 1$ và $f'(x) < 0$ khi $x > 1$. Suy ra $f(x) \leq f(1) = 0$ $\forall x \in (0, +\infty)$.

Vậy $xf\left(\dfrac{1}{2x}\right) + yf\left(\dfrac{1}{2y}\right) \leq 0$, $\forall x, y > 0$,

hay $\ln\left(\dfrac{1}{2x}\right)^x + \ln\left(\dfrac{1}{2y}\right)^y \leq 0$.

Suy ra $x^x . y^y \geq \dfrac{1}{2}$.

Mặt khác

$$x^x + y^y \geq 2\sqrt{x^x . y^y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = y = \dfrac{1}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^x + y^y$ là $\sqrt{2}$.

Nhận xét. Tòa soạn nhận được gần 200 bài giải đúng.

NGUYỄN VĂN MẬU

Bài T9/266. *Giả sử M là điểm nằm trong ΔABC. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu của M trên các đường thẳng BC, CA, AB. Chứng minh rằng :*

$$\frac{MA^2}{(MB_1 + MC_1)^2} + \frac{MB^2}{(MC_1 + MA_1)^2} + \frac{MC^2}{(MA_1 + MB_1)^2} \geq 3$$

Đẳng thức xảy ra khi nào ?

Lời giải. (của bạn Nguyễn Khánh - 11A2, PTTH chuyên Yên Bái, Yên Bái) Ta có :

$$\frac{MB_1 + MC_1}{MA} = \frac{MB_1}{MA} + \frac{MC_1}{MA}$$

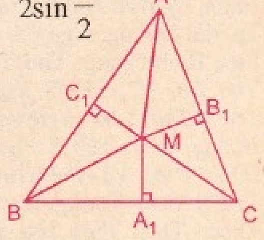
$= \sin\angle MAB_1 + \sin\angle MAC_1$

$\leq 2\sin\dfrac{\angle MAB_1 + \angle MAC_1}{2} = 2\sin\dfrac{A}{2}$

Suy ra : $\dfrac{MA}{MB_1 + MC_1} \geq \dfrac{1}{2\sin\dfrac{A}{2}}$

Tương tự ta có :

$\dfrac{MB}{MC_1 + MA_1} > \dfrac{1}{2\sin\dfrac{B}{2}}$



$$\frac{MC}{MA_1+MB_1} \geq \frac{1}{2\sin\frac{C}{2}}$$

Vậy :

$$\frac{MA^2}{(MB_1+MC_1)^2}+\frac{MB^2}{(MC_1+MA_1)^2}+\frac{MC^2}{(MA_1+MB_1)^2}$$

$$\geq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\sin^2\frac{A}{2}}+\frac{1}{\sin^2\frac{B}{2}}+\frac{1}{\sin^2\frac{C}{2}}\right)$$

$$\geq \frac{3}{4}\sqrt[3]{\frac{1}{\sin^2\frac{A}{2}\sin^2\frac{B}{2}\sin^2\frac{C}{2}}} \geq \frac{3}{4}\sqrt[3]{\frac{1}{\left(\frac{1}{8}\right)^2}} = 3$$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \Delta ABC$ đều và M là tâm của tam giác.

Nhận xét. 1) Bài này có rất nhiều bạn tham gia giải. Tất cả đều giải đúng.

2) Các bạn sau đây đã đưa ra những hướng tổng quát khác nhau của bài toán trên :

ĐHSP Hà Nội 1 : *Phạm Gia Vĩnh Anh*, 10A1, PTCTT; **Nam Định :** *Trần Tuấn Anh*, 9B, THCS Yên Lợi, Ý Yên; **Bắc Giang:** *Ngô Quang Vinh*, 11A, PTTH NK Ngô Sĩ Liên; **Yên Bái:** *Phạm Ngọc Toàn*, 11A2, PTTH chuyên Yên Bái.

3) Các bạn sau đây có lời giải tốt.

ĐHKHTN-ĐHQG Hà Nội : *Hoàng Tùng*, 12A, *Ngô Quốc Anh*, 10A; **ĐHSP Vinh:** *Nguyễn Hùng*, 12 Tin; **ĐHSP I Hà Nội:** *Nguyễn Tuấn Thiện*, 12A1, *Hàn Thế Anh*, 11A1, **ĐHQG Tp Hồ Chí Minh:** *Phạm Tuấn Anh*, 11T, *Trần Vinh Hưng*, 10T; **Khánh Hòa:** *Trần Tuấn Anh*, 12T, Lê Quý Đôn; **Hà Nội:** *Nguyễn Kim Tấn*, *Nguyễn Hồng Phúc*, PTTH Nguyễn Tất Thành; **Hà Giang:** *Hoàng Đức Nguyên*, 11T, PTTH chuyên Hà Giang, **Hà Tĩnh:** *Lê Lâm*, 9B, THCS Kỳ Anh.

NGUYỄN MINH HÀ

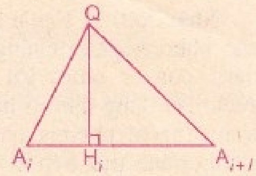
Bài T10/266. *Giả sử n ($n \geq 3$) điểm phân biệt A_i ($i = 1, 2, ..., n$) trong không gian có tính chất : tồn tại điểm Q thỏa mãn các điều kiện :*

a) Các hình chiếu H_i của Q lên A_iA_i+1 đều thuộc đoạn thẳng A_iA_{i+1} với mọi i (coi A_{n+1} trùng với A_1);

b) Các tỉ số $\frac{H_iA_i}{H_iA_{i+1}} = k$ (không đổi) với mọi i.

Chứng minh rằng n điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ cùng nằm trên một mặt cầu.

Lời giải 1.



Hiển nhiên là các điểm A_i ($i = 1, 2, ..., n$) cách đều điểm Q khi và chỉ khi tỉ số $k = 1$. Vậy, ta hãy chứng minh $k = 1$.

Sau đây là lời giải của *Trần Thị Hà Phương*, 12A, PTNK Ngô Sĩ Liên, **Bắc Giang** và nhiều bạn khác (phương pháp phản chứng).

Giả sử $k < 1$.

Sử dụng định lí về đường vuông góc và đường xiên trong mặt phẳng, ta có : $H_iA_i < H_iA_{i+1} \Leftrightarrow QA_i < QA_{i+1}$.

Bởi vậy, nếu $k < 1$ thì dẫn đến dãy B.Đ.T cùng chiều sau :

$QA_1 < QA_2 < ... < QA_n < QA_{n+1} = QA_1$;

vô lí !

Lập luận tương tự với $k > 1$ cũng dẫn tới mâu thuẫn. Ta đi đến kết luận : k nhất thiết phải bằng 1, và do đó, điểm Q cách đều tất cả các điểm A_i. Nói khác đi, các điểm A_i cùng nằm trên *ít nhất* một mặt cầu tâm Q. Mặt cầu này là duy nhất nếu các điểm A_i không đồng phẳng.

Lời giải 2. (*Lê Xuân Đại*, 12A_1 PTTH chuyên **Vĩnh Phúc** và một số bạn khác). Từ giả thiết $\frac{H_iA_i}{H_iA_{i+1}} = k$ ($\forall i$) và $H_i \in [A_iA_{i+1}]$, ta được : $H_iA_i = \frac{k}{k+1}A_iA_{i+1}$, và :

$$H_iA_{i+1} = \frac{1}{k+1}A_iA_{i+1} \ (\forall i).$$

Từ đó ta được (định lí Pitago) :

$$QA_i^2 - QA_{i+1}^2 = H_iA_i^2 - H_iA_{i+1}^2 =$$

$$= \frac{k^2-1}{(k+1)^2}A_iA_{i+1}^2 = \frac{k-1}{k+1}A_iA_{i+1}^2 \qquad (\forall i)$$

Cộng theo từng vế n đẳng thức trên, ta thu được đẳng thức sau (sau khi đã thay A_{n+1} bởi A_1) :

$$\frac{k-1}{k+1}\sum_{i=1}^{n} A_iA_{i+1}^2 = \sum_{i=1}^{n} QA_i^2 - \sum_{i=1}^{n} QA_{i+1}^2 = 0$$

Vì các điểm A_i phân biệt nên $\sum_{i=1}^{n} A_iA_{i+1}^2 > 0$, do đó $k - 1 = 0$, hay $k = 1$ (đpcm).

Nhận xét. 1) Ngoài hai lời giải nêu trên (sử dụng các phương pháp chứng minh: phản chứng và trực tiếp), còn có nhiều lời giải khác nữa như sử dụng véctơ, sử dụng định lí hàm số côsin, v.v... nhưng tựu trung (ngoài phương pháp phản chứng) đều quy về chứng minh trực tiếp $k = 1$ và không gọn hơn hai lời giải nêu trên. Đặc biệt, lời giải 1 không những đảm bảo chặt chẽ mà còn là ngắn gọn nhất.

2) Nhiều bạn chứng minh không chặt chẽ, chẳnghạn sau khi thiết lập hệ thức :

$$QA_i^2 - QA_{i+1}^2 = H_iA_i^2 - H_iA_{i+1}^2 = (k^2-1)H_iA_{i+1}^2,$$

rồi đi đến : $(k^2-1)\sum_{i=1}^{n} H_iA_{i+1}^2 = \sum_{i=1}^{n} QA_i^2 - \sum_{i=1}^{n} QA_{i+1}^2 = 0$ từ đó khẳng định $k^2 - 1 = 0$ và do đó $k = 1$ mà không chứng minh $\sum_{i=1}^{n} H_iA_{i+1}^2 \neq 0$. Chỉ có bạn Ngô Quốc Anh, 10A, PTCT-Tin, ĐHKHTN-ĐHQG **Hà Nội** có ý thức chứng minh rằng $k \neq 0$ (phương pháp phản chứng) và do đó, $H_iA_i \neq 0$, suy ra $H_iA_{i+1} = \frac{1}{k} H_iA_i \neq 0$. Từ đó suy ra $\sum_{i=1}^{n} H_iA_{i+1}^2 > 0$.

3) Các bạn sau đây có nhận xét rằng điều kiện a) của bài toán là thừa : Trần Thị Hà Phương, Trần Tất Đạt, Nguyễn Hoàng Thạch, Nguyễn Dư Thái, Phạm Hồng Quân, Lê Viết Quốc. Lưu ý thêm rằng, đặc biệt với lời giải 1 điều kiện a) không hề được đả động đến. Tuy nhiên, nhưng chúng ta đã thấy, chỉ có lời giải 2 mới sử dụng giả thiết đó ($H_i \in [A_iA_{i+1}]$)

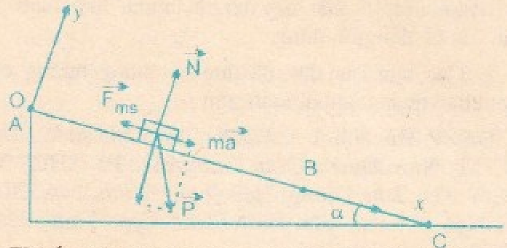
4) Ngoài các bạn kể trên, các bạn sau đây có lời giải tốt :

Hà Nội: *Đinh Trung Hiếu*, 11M, Mari Quyri Hà Nội; *Nguyễn Tuấn Anh* **Bắc Ninh:** *Nguyễn Đức Thắng Quý*, 10A1, PTTH Thuận Thành; **Hà Tây:** *Nguyễn Văn Thắng*, 12a, PTTH Nguyễn Huệ, *Phan Lạc Linh*, 11 Toán, Nguyễn Huệ; **Vĩnh Phúc:** *Nguyễn Văn Giáp*, 10A1, *Trần Mạnh Cường*, 11A2, *Trịnh Quốc Khánh*, *Vũ Thanh Tùng*, *Phan Hồng Nhật*, và *Nguyễn Trung Lập*, 12A1, PTTH chuyên Vĩnh Phúc; **Hải Dương:** *Phan Tiến Toàn*, 10T; *Đoàn Văn Tuyến*, 11A5, *Phạm Quốc Hoàng*, *Vũ Vĩnh Trường*, *Phạm Ngọc Lợi*, 12T, PTTH chuyên Nguyễn Trãi; **Hưng Yên:** *Doãn Hoan*, TT Ân Thi; **Hải Phòng:** *Phạm Đức Hiệp*, 9CT, THCS Chu Văn An; *Nguyễn Quý Hạ*, 11T, PTTH NK Trần Phú; **Hà Nam:** *Chu Đức Trí*, 11A5, PTTH Kim Bảng A; *An Trung*, 11A1, PTTH chuyên Hà Nam; **Nam Định:** *Trần Anh Tuấn*, 9B, THCS Yên Lợi, Ý Yên; **Nghệ An:** *Phan Trúc Lâm*, 10G, PTTH Nghĩa Đàn; *Hoàng Minh Sơn*, 12G1, PTTH Nghi Lộc 1; *Phan Công Đức*, 12A Tin, PTCT Tin ĐHSP Vinh; **Hà Tĩnh:** *Lê Tâm*, 9G THCS Kỳ Anh, *Trương Xuân Chiến*, 11g, PTTH Phan Đình Phùng, thị xã Hà Tĩnh; **Thừa Thiên - Huế:** *Trần Đức Nghĩa*, *Nguyễn Dư Thái*, 11T chuyên Toán ĐHKH Huế; *Lê Viết Quốc*, 12TT2, Quốc học Huế; **Khánh Hòa:** *Trần Tuấn Anh*, 12T, PTTH Lê Quý Đôn, Nha Trang.

NGUYỄN ĐĂNG PHẤT

Bài L1/266. *Một vật trượt không vận tốc ban đầu từ đỉnh của một mặt phẳng nghiêng với góc nghiêng α. Hệ số ma sát μ giữa vật và mặt phẳng nghiêng tăng tỉ lệ với khoảng cách x từ đỉnh tới chân mặt phẳng nghiêng : μ = bx. Vật dừng lại trước khi đến chân mặt phẳng nghiêng. Hãy tìm thời gian t kể từ lúc vật bắt đầu chuyển động cho đến lúc dừng lại.*

Hướng dẫn giải. Chọn gốc tọa độ Q của trục Ox tại đỉnh A của mặt phẳng nghiêng (xem hình bên). Áp dụng định luật II Niutơn : $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$.



Chiếu véctơ lên các trục Ox và Oy ta được :

$mg\sin\alpha - F_{ms} = ma$ (1); $mg\cos\alpha - N = 0$ (2)

với $F_{ms} = \mu N$ (3).

Từ (1), (2) và (3) suy ra :

$mx'' = mg\sin\alpha - bx.mg\cos\alpha$

hay $x'' = -bg\cos\alpha\left(x - \frac{tg\alpha}{b}\right)$.

Đặt $x_o = \frac{tg\alpha}{b}$ và đổi biến số $X = x - x_o$ (tức là đổi gốc tọa độ đến vị trí cân bằng $x = x_o$, là vị trí tại đó hợp lực tác dụng lên vật bằng 0), ta được $X'' = -bg\cos\alpha X$, hay $X'' + \omega^2 X = 0$, với $\omega^2 = bg\cos\alpha$. Phương trình này có nghiệm

$X = A\sin(\omega t + \varphi)$ hay $x = A\sin(\omega t + \varphi) + x_o$.

Ta có nhận xét : Khi dịch chuyển từ đỉnh A đến điểm B (tại đó vật dừng lại) chuyển động của vật giống như dao động điều hòa của con lắc với chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{bg\cos\alpha}}$.

Do đó thời gian vật chuyển động từ A đến B tương ứng với nửa chu kì dao động : $t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{bg\cos\alpha}}$.

Cần lưu ý rằng khi đến B vật dừng hẳn, không tiếp tục chuyển động nữa, khác với dao động của con lắc.

Nhận xét. Các bạn có lập luận chính các và đầy đủ :

Hải Phòng: *Phạm Anh Đức*, 12 Lí, PTTH NK Trần Phú; **Đà Nẵng:** *Phạm Minh Tuấn*, 12A2, PTTH Lê Quý Đôn; **Đà Nẵng:** *Phạm Minh Tuấn*, 12A2, PTTH Lê Quý Đôn; **Hà Nội:** *Nguyễn Trần Đức*, 12A, chuyên lí ĐHKHTN-ĐHQG Hà Nội; **Ninh Bình:** *Dương Mạnh Toàn*, 11 Lí, PTTH Lương Văn Tụy; **Thừa Thiên - Huế:** *Huỳnh Công Phước*, 12 CTT1, trường Quốc học; **Hà Tĩnh:** *Trương Hữu Cát*, 12 Lí, PTTH NK năng khiếu Hà Tĩnh;**TP Hồ Chí Minh:** *Trần Vinh Quang*, 12 Lí, PT năng khiếu, ĐHQG Tp HCM; **Quảng Ngãi:** *Phùng Nhật Anh*, 12A3, PTTH CB sơn Tịnh I; **Vĩnh Phúc:** *Ma Phúc Hiếu, Nguyễn Kim Thắng*, 11A3, *Hoàng Minh Tuấn, Trần Văn Quảng, Nguyễn Công Hưng, Nguyễn Thanh Tùng* và *Lê Quốc Hưng*, 12A3, PTTH chuyên tỉnh Vĩnh Phúc.

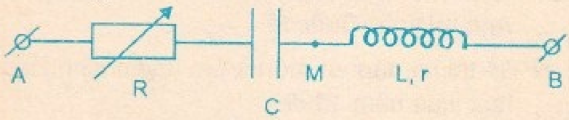
MAI ANH

Bài L2/266. *Cho mạch điện xoay chiều có sơ đồ như hình vẽ dưới. Hiệu điện thế xoay chiều giữa hai đầu A, B là :*
$u_{AB} = 80\sqrt{2}sin100\pi t$ *(V); R là biến trở.*

1) Khi $R = R_1$ *thì* $u_{MB} = 60\sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ *(V);*

$i = \sqrt{2}\sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ *(A). Viết biểu thức* u_{AM} *và tính các giá trị* R_1, *L, r, c.*

2) Khi $R = R_2$ *thì công suất trên biến trở R có giá trị cực đại. Tìm* R_2 *và giá trị cực đại của công suất.*

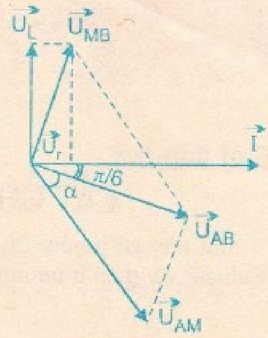


Hướng dẫn giải. 1) Áp dụng phương pháp giản đồ vectơ. Căn cứ vào dữ kiện cho trong đề bài, vẽ giản đồ vectơ như hình bên, trong đó $\vec{I}$ sớm pha so với $\vec{U}_{AB}$ góc $\frac{\pi}{6}$ và $\vec{U}_{MB} = \vec{U} + \vec{U}_L$
$\vec{U}_{MB} \perp \vec{U}_{AB}$. Từ hình vẽ tìm được U_{AM} và độ lệch pha α giữa $\vec{U}_{AM}$ và $\vec{U}_{AB}$: $U_{AM} = \sqrt{U_{AB}^2 + U_{MB}^2} = 100V$;

$$\text{tg}\alpha = \frac{U_{MB}}{U_{AB}} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = \text{arctg}\frac{3}{4} \approx 0{,}643\text{rad}.$$

Do đó $u_{AM} \approx 100\sqrt{2}\sin(100\pi t - 0{,}643)$(V).

Từ hình vẽ ta lại có :



$U_r = U_{MB}\sin\frac{\pi}{6} =$
$= 30 = rI$;
$U_L = U_{MB}\cos\frac{\pi}{6}$
$= 30\sqrt{3} = Z_L I$. Suy ra,
vì $I = 1A$, $r = 30\Omega$ và
$L = \frac{0{,}3\sqrt{3}}{\pi} \approx 0{,}165$H.

Ngoài ra $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{R_1 + r}{Z}$, với $Z = \frac{U_{AB}}{I} = 80\Omega$, suy ra $R_1 + r = 40\sqrt{3}$,
$R_1 \approx 39{,}3\Omega$.

Ta có $tg\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{Z_L - Z_C}{R_1 + r} \Rightarrow Z_C \approx 92\Omega$ và

$C = \frac{1}{9200\pi}F \approx 34{,}6\mu F.$

2) Ta có $P_R = I^2R = \frac{U^2R}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} =$

$$\frac{U^2}{R + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} + 2r}$$

P_R đạt cực đại khi mẫu số ở biểu thức trên nhỏ nhất, tức là khi $R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} = 50\Omega$; khi đó $P = P_{max} = 40W$.

Nhận xét. Các bạn có lời giải hoàn chỉnh và gọn, không có sai sót :

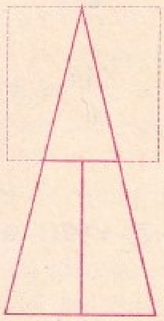
Phú Yên: *Hoàng Quốc Hoa*, 12 Toán, PTTH Lương Văn Chánh; **Quảng Bình:** *Lê Quang Trung*, 11 Lí, PTTH NK Quảng Bình; **Bắc Ninh:** *Trần Trung*, 12 Toán, PTTH NK Hàn Thuyên, Thị xã Bắc Ninh; **Hải Phòng:** *Phạm Anh Đức*, 12 Lí, PTTH Trần Phú; **Hải Dương:** *Nguyễn Ngọc Hà*, 12 A3, PTTH Hồng Quang, Tp Hải Dương; *Bùi Thanh Tùng*, 12H, PTTH Phả Lại, huyện Chí Linh; **Đà Nẵng:** *Đặng Ngọc Hiến*, 12A2, PTTH Lê Quý Đôn; **Quảng Ninh:** *Trương Thu Hà*, 12A1, THCB Cẩm Phả; **Phú Thọ:** *Hà Thiết Hùng*, 10N, PTTH Hùng Vương, Tx Phú Thọ; **Vĩnh Phúc:** *Trần Văn Thật, Lê Quốc Hưng, Nguyễn Thành Lập, Đỗ Văn Tuấn*, 12A3, *Vũ Thanh Tùng*, 12A1, PTTH chuyên Vĩnh Phúc; **Nghệ An:** *Nguyễn Hồng Quang, Nguyễn Anh Phúc Đức, Hồ Khánh Nam, Lương Minh Đức*, 12 Lí, PTTH Phan Bội Châu, Tp Vinh;

MAI ANH

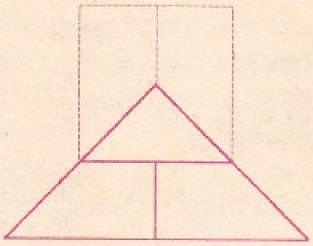
Giải đáp bài

CẮT GHÉP HÌNH

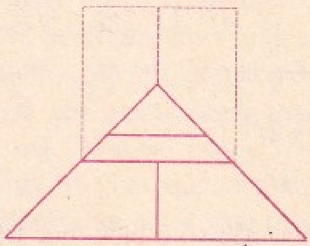
Bài này có nhiều lời giải. Đa số các bạn có các cách cắt và ghép hình như sau :



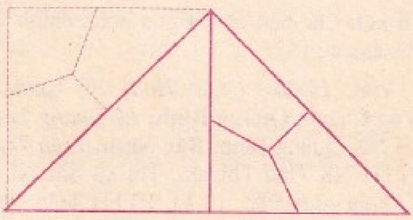
a_1



a_2



b_1



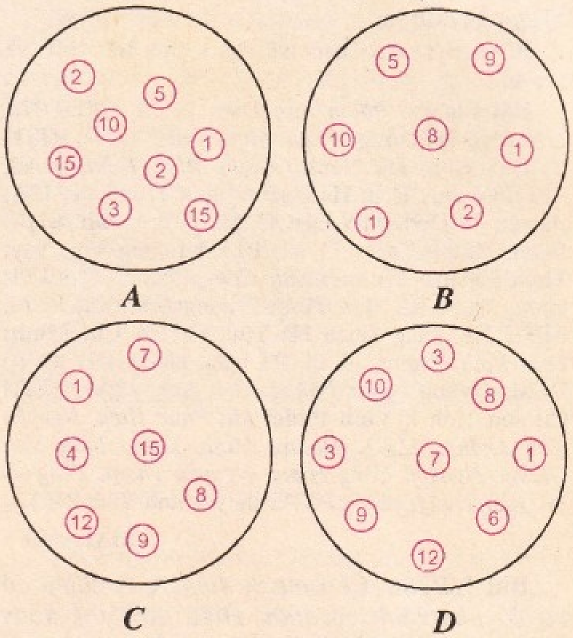
b2

Các bạn có lời giải tốt hơn là : *Nguyễn Thị Lan*, 10T2, trường Hà Nội - Amsterdam, **Hà Nội** ; *Lê Viết Tường*, 9A, THCS Nguyễn Chích, Đông Sơn, **Thanh Hóa** ; *Võ Đức Diệu*, 37C Toán-Lý, ĐHSP Vinh, **Nghệ An**; *Vũ Nhật Huy*, 9A, THCS Vĩnh Vường, **Vĩnh Phúc**, *Tôn Thất Nhật*, 11^8, Quốc học Huế, **Thừa Thiên - Huế**;

BÌNH PHƯƠNG

DI CHUYỂN NHƯ THẾ NÀO ?

Trên sân vận động có 4 khối vận động viên đứng trong 4 hình tròn và có số trên áo như hình vẽ. Sau đó có 3 vận động viên đã di chuyển sang khối khác và người ta thấy lúc ấy tổng các con số trên áo của các vận động viên ở mỗi khối là như nhau. Bạn hãy chỉ ra cách di chuyển ấy.



BÙI CÔNG THỨC
(*Khu 10, TT Tân Phú, Đồng Nai*)

HÀNH TRÌNH CỦA CON MÃ

Dù có trình bày lời giải hay không, nhưng các bạn đều phải suy luận mới tìm được hành trình con mã. Chỉ cho trước 16 con số ghi thứ tự các bước đi của con mã trên các ô của bàn cờ mà hành trình của con mã vẫn có một kết quả duy nhất (xem hình bên).

52	35	16	49	42	33	14	47
17	38	51	34	15	48	43	32
36	53	18	41	50	31	46	13
39	4	37	54	11	44	25	60
8	19	40	3	30	61	12	45
5	2	7	10	55	26	59	24
20	9	64	29	22	57	62	27
1	6	21	56	63	28	23	58

Xin trao phần thưởng cho các bạn *Phan Duy Viên*, 11A1, PTTH chuyên **Vĩnh Phúc**; *Nhữ Văn Chiến*, 12A, PTTH Lương Đắc Bằng, Hoằng Hóa, **Thanh Hóa**; *Nguyễn Quang Hưng*, 9C, THCS Lê Quý Đôn, thị xã Tuyên Quang, **Tuyên Quang**; *Nguyễn Việt Quang*, 10A6, PTTH Phan Bội Châu, Vinh, **Nghệ An**; *Nguyễn Bá Minh*, 10A4, PTTH Thái Phiên, **Hải Phòng**; *Lâm Thị Thủy*, 10A, PTTH Yên Bình, Yên Bình, **Yên Bái**; *Hoàng Tuấn Anh*, 11H, PTTH Công nghiệp Việt Trì, **Phú Thọ**; *Nguyễn Huy Cường*, 10B Toán, ĐHKHTN-ĐHQG Hà Nội.

NGỌC MAI

CUỘC CHƠI ĐẦU XUÂN MỚI

Chào đón năm 2000 thật tưng bừng phấn khởi và cũng là tạo điều kiện để các "khách hàng" của Câu Lạc Bộ giao lưu với nhau, xin đưa ra một cuộc chơi đầu Xuân với tên gọi "*Gặp nhau qua ngày sinh*". Thể lệ cuộc chơi như sau :

Đối tượng: Tất cả các bạn biết đến tạp chí Toán học và Tuổi trẻ, không kể tuổi tác, nghề nghiệp.

Luật chơi : Trong số tạp chí đầu năm dương lịch (số 271) sẽ in THẺ CUỘC CHƠI, với nội dung :

1) Điền ngày sinh của bạn.

2) Bạn thích người bạn có ngày sinh nào ?

Bạn muốn tham gia cuộc chơi thì phải cắt thẻ cuộc chơi, điền đầy đủ vào thẻ và gửi về Tòa soạn : *Mỗi tháng một lần*, Tòa soạn sẽ bốc thăm để chọn ngẫu nhiên "như Trời định" một ngày sinh trong tháng và công bố trên tạp chí. Ai *có đúng ngày sinh được chọn* và ai *thích đúng ngày sinh đó* sẽ vào chung kết.

Tòa soạn lại bốc thăm tiếp (nếu có quá nhiều bạn vào chung kết) để trao tặng phẩm cho 5 bạn có ngày sinh được chọn và 5 bạn thích ngày sinh được chọn.

THẺ CUỘC CHƠI chỉ có ở số tạp chí đầu năm thôi, nên các bạn nhớ đặt mua tạp chí số 271 (tháng 1 năm 2000) kẻo lỡ dịp giao lưu đầu Xuân !

Suốt năm 2000, số tạp chí nào cũng sẽ đăng kết quả trúng thưởng và tất nhiên các bạn có quyền hi vọng trong cả năm !

Chúc các bạn tham gia nhiệt tình và may mắn.

C.L.B

LỜI GIẢI ĐÚNG RỒI Ư ?

Bạn *Kiều Mạnh Hùng*, 39A, Khoa Toán, ĐHSP Vinh cho ý kiến rất đúng :

1) Nếu đặt $f_n(x) = e^x - \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!}\right)$

thì $f_1(x) = e^x - (1 + x)$ chứ không phải $f_1(x) = e^x - 1$.

2) Khi $f_{k+1}(x)$ đồng biến trong $(0; +\infty)$ thì không thể suy ra $f_{k+1}(x) > f_{k+1}(0)$ với $x > 0$ vì $(0; +\infty)$ không chứa số 0. Chi tiết thứ nhất "chỉnh lại" đơn giản. Ta nói cách điều chỉnh chi tiết thứ hai. Với giả thiết quy nạp $f_k(x) > 0$ với $x > 0$, nhận xét thêm $f_k(0) = 0$ nên $f_k(x) \geq 0$ với $x \geq 0$. Suy ra $f'_{k+1}(x) = f_k(x) \geq 0$ với $x \geq 0$ nên $f_{k+1}(x)$ đồng biến với $x \geq 0$. Vậy $f_{k+1}(x) > f_{k+1}(0) = 0$ với $x > 0$. Ngoài bạn Hùng, xin hoan nghênh các bạn : *Đặng Xuân Hoàng*, 12H, THPT Tứ Kỳ, **Hải Dương**; *Phan Văn Thái*, 37C, khoa Toán, ĐHSP Vinh, **Nghệ An**; *Ngô Tuấn Đạt*, ngõ 500/82, miền 8 - phường Trần Đăng Ninh, **Nam Định**; *Lê Trung Thành*, Toán 4B ĐHSP Quy Nhơn *Đặng Văn Dân*, 11A1, PTTH Đồng Quan, Phú Xuyên, **Hà Tây**;...

THẬT LÀ DỄ SAI !

Trong một cuốn sách có đưa ra bài toán :

Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \cos 8x + \cos 6x = 0 & (1) \\ 2\sin^2 2x = \cos 4x & (2) \end{cases}$

và cho lời giải :

Biến đổi (2) thành $\cos 4x = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$\cos 8x = 2\cos^2 4x - 1 = -\frac{1}{2}$.

Thay vào (1) được $\cos 6x = \frac{1}{2}$

Đáp số : $x = \pm\frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3}$ $(k \in Z)$.

- Lời giải trên sai ở đâu ? Hãy cho lời giải đúng.

TRẦN THANH PHÚ
(*Thủ Dầu Một, Bình Dương*)

MỘT SỐ HÌNH ẢNH TRONG LỄ KỈ NIỆM 35 NĂM TOÁN HỌC VÀ TUỔI TRẺ

Ông Ngô Trần Ái - Phó Giám đốc Nhà xuất bản Giáo dục

Ông Nguyễn Việt Hải - Trưởng ban Biên tập Tạp chí TH&TT

Ông Đặng Quốc Bảo - Chủ tịch Quỹ hỗ trợ tài năng trẻ Học viện Kĩ thuật quân sự

Lãnh đạo NXB Giáo dục cùng các vị khách quý

Các vị khách quý

Các cộng tác viên cùng Tòa soạn

Lãnh đạo Hội Toán học Việt Nam và các vị khách quý

Tổng biên tập trao Bằng danh dự cho các học sinh đoạt giải

Niềm vui của các cán bộ Tòa soạn

ISSN : 0866-0853
Chỉ số : 12884
Mã số : 8BT72M9

Chế bản tại Tòa soạn
In tại Nhà máy in Diên Hồng
In xong và nộp lưu chiểu tháng 12 - 1999

Giá :3.000 đồng