

Học Toán Để Làm Gì?

Viết để tưởng nhớ Thầy Phó Đức Tổ

Một ngày cuối năm Tân Tỵ tôi nhận được một bức thư hỏi thăm của nhà văn Đỗ Tiến Đức, hiện nay là Chủ bút Nhật báo Thời Luận ở Nam Cali và được anh nhắc đến tôi như là một thầy học cũ ở Trường Trung Học Pétrus Ký. Trước đây, qua một lần điện đàm, nhà văn Nguyễn Xuân Hoàng là Tổng thư ký của Tuần báo Việt Mercury cũng gọi tôi là thầy học vì anh cũng theo học ở Trường Trung Học Võ Tánh ở Nha Trang khi tôi đang dạy toán ở đó. Từ khi tôi bước chân vào trường đời, mới đầu như là một quân nhân, và những năm sau này, như là một khoa học gia, cái nghề dạy học, và đặc biệt là dạy môn toán học, lúc nào cũng đi song song với nghề nghiệp chính của tôi, coi như là một phụ nghiệp. Khi còn ở Việt Nam, ngoài những trường trung học công lập Chu Văn An, Pétrus Ký và Võ Tánh, tôi còn dạy toán ở hai trường tư thục là Hưng Đạo và Nguyễn Bá Tòng. Tôi dạy học không phải vì muốn kiếm thêm tiền để làm giàu vì tôi chỉ dạy có vài giờ mỗi tuần, qua một giấy phép đặc biệt của Bộ Quốc Phòng, nhưng lần nào có một ban giám học thân hành đến tận nhà đề mời, tôi cũng nhận lời vì đối với những bạn đồng nghiệp trong ngành giáo dục bao giờ tôi cũng có một chút ân tình từ thuở xa xưa cần phải trả. Những năm gần đây, khi đi thăm các nơi, ở nhiều cộng đồng Việt trên Bắc Mỹ, nhiều học sinh cũ mà tôi không còn nhớ thường hay lại chào hỏi. Chiếu niên kỷ, họ đều là những người trên dưới lục tuần, và đã thành công ở trong đủ mọi ngành, trong quân đội, ở thương trường cũng như trong mọi giới chuyên khoa, trong hành pháp cũng như lập pháp, và đặc biệt tôi đã gặp lại một số học sinh cũ nay đã là những văn nghệ sĩ thành danh. Nhưng tôi chưa gặp một người nào tự giới thiệu mình như là một toán gia đã có ít nhiều đóng góp có giá trị trong bộ môn này. Như là triết gia Hy Lạp Diogenes, vào thời khoảng 320 năm trước Công Nguyên, có lẽ tôi phải thấp đèn giữa ban ngày để đi tìm thấy một người. Có phải chăng là những bài giảng của tôi đã không gây được niềm hứng khởi cho những học sinh để họ tiếp tục học thêm về toán học? Tôi không tin là như vậy. Từ thuở còn dạy học ở nhà, mỗi lần vào lớp để đóng vai một thầy giáo dạy toán, lúc nào tôi cũng muốn truyền lại cho học sinh cái tư tưởng toán học thuần túy là đi tìm chân lý tuyệt đối bằng cách căn cứ vào những lý luận thật xác đáng đặt trên những tiên đề vững vàng. Nếu tôi làm được như vậy thì không cần phải học thêm nhiều để có kiến thức rộng rãi về toán học mà người sinh viên chỉ cần hấp thụ được tư tưởng toán học là cũng có thêm lợi khí sắc bén để giúp họ thành công trong đời, trong chuyên ngành mà họ theo đuổi. Riêng đối với tôi, kiến thức toán học làm cho tôi trở thành một chuyên gia về môn này nhưng chính cái tinh thần toán học đã giúp cho tôi thành một con người hữu dụng với đời.

Trong số báo ra ngày 4 tháng Mười, năm 2002 của tuần báo Việt Mercury ở California, có bài viết của giáo sư Đỗ Quý Toàn làm tôi chú ý. Đỗ Quý Toàn là nhà thơ, nhà báo, và ông cũng từng là giáo sư dạy tài chánh học tại các đại học McGill, Québec và Concordia ở Canada. Ngoài ngành chuyên môn về "lý thuyết tài chánh và thị trường vốn" ông còn là Chủ bút tạp chí Thế Kỷ 21 tại California từ năm 1989 cho đến năm 2001. Tôi viết giới thiệu dài dòng về chuyên gia kinh tế Đỗ Quý Toàn, tác giả của bài báo "Tương Thị Mạc Nghịch" trong mục hàng tuần về "Đời Sống Kinh Tế" của Việt Mercury mà tôi đọc được, là cốt để bạn đọc hiểu được cảm xúc

của tôi lúc bấy giờ. Tôi xin phép tác giả và Tuần báo Việt Mercury được trích nguyên văn những câu mở đầu của bài viết như sau :

"Mỗi sinh hoạt dùng đến chất xám đều có một thứ vui thú riêng người ngoài không hiểu được ở cõi nhân gian không thể hiểu, nói như thi sĩ Du Tử Lê.

Tôi nhớ thừa nhỏ học toán với giáo sư Nguyễn Xuân Vinh, thầy giáo cùng với cả lớp giải một bài toán xong rồi, giáo sư cứ đứng đó suy nghĩ không nói gì cả. Nhìn ông một lúc thì tôi cũng đồng ý. Cách giải đó đúng rồi, nhưng không đẹp. Chắc hẳn có thể tìm một cách giải đẹp hơn - "élégant" hơn, như giáo sư Vinh hay diễn tả bằng tiếng Pháp.

Đối với người bình thường thì giải được bài toán xong coi là đủ, nhưng đối với một người yêu toán học thì hạnh phúc ở đời là tìm được một bài giải "élégant"."

Sau phần mở đầu này thì tác giả bước vào phạm vi chuyên khoa của mình. Bài báo tất nhiên là viết cho những độc giả hàng tuần luôn theo dõi những vấn đề kinh tế. Nhưng với tôi, nhờ đọc bài báo mà tôi lấy được niềm tin, như người tìm ra được chân lý, là học toán, và hiểu được tinh thần toán học giúp ta thấy cuộc đời tươi đẹp hơn, vì ta luôn luôn cố tìm ra cái khía cạnh tốt đẹp của ngay cả những sự việc rất bình thường.

Từ thuở nhỏ tôi đã mê thích toán học, nhưng không phải vì thế mà tôi có thể làm mấy phép tính cộng hay trừ nhanh hơn bạn bè trong lớp. Điều đó thuộc về phạm vi số học mà về môn này tôi lại không thành thạo. Tôi hiểu biết thêm về toán học sau khi đọc được một bài viết của giáo sư Hoàng Xuân Hãn trong một số Báo Khoa Học của ông, và hình như là số đầu tiên ra mắt vào tháng Giêng năm 1942 thì phải. Theo giáo sư họ Hoàng thì toán học không phải là mấy phép tính cộng, trừ, nhân, chia hay khai phương vì đó chỉ là toán pháp nghĩa là phép tính. Toán học cũng không phải là cách đo diện tích của một hình hay thể tích của một khối, nhưng nhờ toán học mà người ta biết được rằng trong tất cả các hình phẳng mà có cùng một chu vi thì hình tròn có diện tích lớn nhất. Khái niệm lớn và nhỏ khác nhau nảy nở cùng một lúc với sự phát triển óc thông minh và tư duy toán học của loài người. Khi người ta nói A lớn hơn B, và B lớn hơn C, vậy thì A lớn hơn C tức là người ta đã dùng lý luận của toán học. Mới đầu người ta căn cứ vào trực giác hay thực nghiệm. Ta có thể làm một thí nghiệm bằng cách đưa cho một em nhỏ một sợi dây khẹp kín để trên một mặt bàn và bảo em tìm cách bỏ cho lọt vào trong sợi dây một số tối đa những hạt đậu. Sau một lúc loay hoay có nhiều hy vọng là em bé sẽ đi tới hình tối ưu cho vòng dây là hình tròn. Ở miền quê, những bác lực điền khi cuộn những bó rơm cũng thực hiện điều này nghĩa là cho cùng một số rơm mà muốn cho bó thật chặt nghĩa là với một chu vi tối thiểu thì phải bó thật tròn. Cách đây mấy ngàn năm, một mỹ nhân cũng đã dùng phép mẫu của hình tròn trong toán học để xây dựng nên cơ nghiệp. Theo truyền tích kể lại thì nữ hoàng Dido, khi xưa là công chúa con một vị vua ở Trung Đông. Khi chồng nàng là Acerbas bị người em làm phản loạn giết chết, nữ hoàng Dido mang được vàng bạc châu báu trên một chiếc thuyền để chạy sang Phi châu ở phía bên kia bờ của Địa Trung Hải. Khi lên bờ nàng vào làm lễ ra mắt vị chúa tể địa phương là quốc vương Iarbus. Nàng đưa ra một đồng tiền vàng và xin đổi lấy một phần đất để làm chỗ dung thân. Khi Iarbus hỏi Dido là muốn được một khoảng đất lớn chừng nào thì nàng trả lời là xin miếng đất ở ven bể chỗ thuyền

vừa cập bến đủ để bọc một tấm da bò. Quốc vương Iarbus ưng thuận ngay và để làm vừa ý mỹ nhân đã đưa cho nàng một tấm da bò thật lớn. Lúc trở về thuyền, Dido đã sai tùy tùng cắt da thành sợi nhỏ và nối lại để thành một sợi dây rất dài. Sau đó đám di dân đã chăng sợi dây vòng thành nửa hình tròn, giới hạn bằng bờ biển và như thế nữ hoàng Dido đã chiếm được một mảnh đất với diện tích tối đa để lập thành tỉnh Byrsa, sau này trở thành một thành phố trù phú với tên là Carthage.

Toán học là một môn học thuần lý được tôn vinh như là một trong những môn triết học cao siêu nhất nên không thể nào chỉ dựa lên thực nghiệm mà đi đến kết luận được. Bài toán cùng một chu vi mà có diện tích lớn nhất, được đặt tên là bài toán đẳng chu, tuy đã được đưa ra và tìm thấy lời giải từ thời thượng cổ nhưng phải đợi cho tới thế kỷ 19 thì lời giải toán học mới được một giáo sư người Thụy Sĩ là Jacob Steiner (1796-1863) công bố ra. Chứng minh này hoàn toàn dùng suy luận và toán gia cũng không cần phải vẽ ra hình tròn để làm chứng tích. Triết gia đại danh của Hy Lạp đời xưa là Plato (428-348 trước Công Nguyên) đã thuyết giảng cho môn đồ ở một vườn cây nhiều bóng mát ở gần thành Athens và đặt tên cho khu đó là Akademeia và cho khắc trên cửa vào hàng chữ: "Ai không phải là nhà hình học thì đừng vào cửa này". Ở thời đại của Plato, Hình học được coi như là một môn toán học siêu đẳng. Người đời sau cũng đã dựa theo tổ chức của Plato và lập ra những Viện hàn lâm, gọi theo tiếng Pháp là Académie hay theo tiếng Anh là Academy để chỉ một hội trí thức với số thành viên hạn chế nhằm phát huy một bộ môn văn hóa, khoa học hay kỹ thuật.

Khác với những môn khoa học như vật lý học hay hóa học đòi hỏi một sự thực nghiệm trước khi chuyên gia phát biểu một định luật, nhà toán học hoàn toàn nhờ vào luận lý để tìm ra những chân lý tuyệt đối vĩnh cửu với thời gian và không gian. Lấy một thí dụ là nhờ toán học mà chúng ta đã biết là tỷ số của chu vi hình tròn chia cho đường kính thì bằng một số Pi có trị số là

$$\text{Pi} = 3.141592653589...$$

Con số này được gọi là một số siêu việt và khi viết ra thì dài vô tận. Ở một hành tinh khác với địa cầu mà có người biết lý luận toán học, hiểu biết được liên hệ giữa chu vi và đường kính của vòng tròn, thì khi tính số Pi họ cũng tìm ra được một con số với hàng triệu triệu số lẻ giống hệt như vậy. Biết được số Pi thì ta giải quyết được nhiều việc có liên hệ đến đời sống hàng ngày và trong những phép tính thông thường ta chỉ cần 6 số lẻ là đủ. Chẳng hạn, là người sinh sống trên địa cầu, chúng ta tất nhiên muốn biết trái đất dài và rộng là bao nhiêu. Dễ dàng nhất là ta lấy thước đo người chế tạo để đo trái đất nhưng sức người có hạn và mặt đất lại gồ ghề, có non cao bể rộng làm trở ngại, nên không thể nào đo suốt một vòng trái cầu được. Những nhà toán học đã đặt ra môn lượng giác học, theo đó chỉ cần đo trực tiếp một cạnh tương đối ngắn, chừng vài chục cây số, rồi sau đó dùng máy ngắm để đo những góc, từ điểm này nhìn thấy những cạnh khác và dùng phép tính lượng giác để tính dần những chặng đường tiếp nối. Phép trắc địa đặt ra cho ta ước lượng được một cách chính xác những cung kinh tuyến dài hàng ngàn cây số và sau đó suy ra cho cả vòng tròn là biết được chu vi của địa cầu. Trong thuật trắc địa, muốn đo chiều dài người ta dùng dây căng thẳng, nhưng trái đất theo đường vòng lại có hình tròn. Muốn giải quyết vấn đề, trong toán học, người ta lại phát minh ra môn lượng giác trên mặt cầu để đáp ứng. Muốn biết bề ngang, tức là đường kính của trái đất, người ta đo vòng kinh tuyến rồi dùng số Pi để suy ra đường kính. Một con số đã được chấp

thuận để dùng làm định nghĩa của mét, là đơn vị đo độ dài, là chu vi trái đất dọc theo một kinh tuyến đo được 40,000 km. Nếu theo như thế, và lấy một vòng kinh tuyến có 360 độ và mỗi độ có 60 phút nên tính ra được mỗi phút kinh tuyến có độ dài là 1852 mét. Độ dài này được gọi là một hải lý, và trở nên một đơn vị hải hành tiện lợi vì tàu bè mỗi lần di chuyển được 60 hải lý trên đại dương là đã đi được một cung đường bằng 1 độ của chu vi trái đất.

Tuy những ông thầy ở những lớp tiểu học cũng đã khen tôi là có năng khiếu về toán và khuyến khích tôi theo đuổi ngành này, nhưng phải đợi cho đến những năm cuối của bậc trung học và những năm bắt đầu vào đại học tôi mới quyết định gạt bỏ hết những cảm dỗ khác như Dược khoa hay Văn chương thuần túy để chuyên tâm theo toán học. Giáo sư Phó Đức Tổ là vị thầy đầu tiên của tôi có một trình độ cao học về môn này với văn bằng cử nhân toán học ông đạt được trong những năm theo học ở Pháp. Những năm theo học bậc chuyên khoa với thầy Tổ ở Yên Mô đã giúp cho tôi nhận thức rằng phải có một lý luận chặt chẽ, không có sơ hở, trước khi quyết đoán bất kỳ một điều gì. Tôi có được ý thức này sau khi đã giải cặn kẽ chừng hai trăm bài toán hình học ở trong cuốn *Géométrie, Classe de Mathématiques* của Brachet, đạo ấy chỉ có một cuốn đọc nhất truyền tay nhau giữa các học sinh lớp đệ Nhất B của thầy Phó Đức Tổ. Sau khi đậu Tú Tài Toán ở Yên Mô, Ninh Bình vào năm 1949, tôi vào trong Nam Đoàn thuộc tỉnh Nghệ An để học Toán Học Đại Cương với giáo sư Nguyễn Thúc Hào. Lúc đó đang thời kỳ kháng chiến chống Pháp, vì chưa có một chính phủ quốc gia Việt Nam, nên ở ngoài miền quê dưới sự kiểm soát của Việt Minh chưa có nền đại học. Trên toàn quốc chỉ có hai lớp mở ra để dạy toán học cao cấp, ở địa phương đã có sẵn giáo sư, là một lớp ở Nam Đoàn, là nơi quê hương di tản của giáo sư Nguyễn Thúc Hào, và một lớp ở trên Việt Bắc là nơi có ông Nguyễn Xiển đang làm việc trong Ủy Ban Kháng Chiến. Ngoài văn bằng cử nhân Toán học, giáo sư Hào còn có một bằng cao học là bằng Giải Tích Cao Cấp (*Analyse Supérieure*). Ông thường nói ở trong lớp là ông rất tiếc không có dịp theo học cả văn bằng Hình Học Cao Cấp (*Géométrie Supérieure*) là một môn ông rất ưa chuộng. Theo lời ông giải thích thì lúc đó ở Pháp có 17 Khu Đại học mở chung quanh những đô thị lớn mà chỉ có Đại học Paris và Đại học Marseille là có văn bằng Hình Học Cao Cấp. Nhưng năm cuối cùng ông theo học ở Paris thì giáo sư giữ môn Hình Học lại nghỉ định kỳ nên ông đã chọn ghi tên học môn Giải Tích. Mấy năm sau, tôi sang Pháp theo học Trường Võ Bị Không Quân ở Salon de Provence, gần thành phố Marseille nên nhớ lời thầy học cũ, tôi ghi tên học môn Hình Học Cao Cấp và được chăm đầu. Theo học ở Nam Đoàn được nửa năm thì thân phụ tôi qua đời và tôi phải hồi cư về Hà Nội. Từ đó trở về sau các giáo sư toán của tôi đều là người ngoại quốc, nhưng bao giờ tôi cũng nhớ tới các vị giáo sư người Việt vì các thầy đã là những người dạy vỡ lòng cho tôi, làm cho tôi thấy yêu thích môn toán học, để mở cho tôi biết một chân trời mới có đầy hoa thơm cỏ lạ.

Bài viết của giáo sư Hoàng Xuân Hãn với tựa đề là "Toán Học" mà tôi được đọc khi tuổi mới mười hai, chỉ có hai trang báo ngắn nhưng viết rất hàm súc nên tôi nhớ nhiều đoạn. Theo ông thì "nhiều phần của toán học

chỉ là một vật quý đẹp, hiện giờ vô-dụng như một bông hoa quý mà thôi. Nhưng chớ tưởng vô dụng mà bỏ. Tuy là vô-dụng, nhưng đó là tinh túy của trí khôn loài người. Và nhiều sự bây giờ vô-dụng một ngày kia sẽ thành hữu-dụng". Trong những năm ở Pháp, nhiệm vụ chính của tôi là học để trở thành một sĩ quan phi công và tôi đã cố gắng để không thua kém những sinh viên sĩ quan Pháp, về quân sự cũng như về phi hành. Những lý thuyết về toán tôi học thêm được dù có vô dụng, không giúp ích gì cho tôi thành một phi công tài ba hơn, một chiến sĩ can trường hơn, nhưng vì đó là những bông hoa quý nên học thêm về toán chắc chắn sẽ làm cho cuộc đời tôi thêm hương sắc. Miền Provence thuộc khu Đại Học Aix-Marseille, các đại học văn khoa và luật khoa đặt ở Aix en Provence và đại học khoa học đặt ở Marseille nên tôi ghi tên theo học phần cử nhân toán học ở Marseille. Rồi có những ngày thao dượt, phi trường gió cát, ngồi dựa vào thân một cây gồi ở miền Bắc Phi, đợi đến phiên bay, tôi ngồi coi lại những công thức toán học đã được ghi trên một cuốn sổ nhỏ, hay những ngày đông mưa tuyết, những bạn học Pháp cùng trường được về nhà nghỉ lễ Giáng Sinh, tôi ra phố thuê một căn phòng nhỏ để ngồi nghiền ngẫm những phương trình vi phân tôi mới học được trong sách. Vì phải học quân sự và kỹ thuật lại phải học bay nên những thì giờ rảnh rang cho tôi để học thêm những gì tôi muốn học thật là hạn hẹp. Sau văn bằng cử nhân, thay vì học thêm về cơ học, hay về khí động lực học là những môn học có dính líu ít nhiều đến ngành hàng không là công nghiệp của tôi, tôi lại ghi tên học môn hình học. Tới trình độ này, hình học không còn phải là môn hình học thông thường, vẽ những vòng tròn, những đường thẳng, nhìn không gian theo ba chiều, mà là môn học những hình chỉ có trong trí tưởng tượng, luôn luôn biến đổi theo không gian và thời gian. Tôi thấy như trở về thời đại của Plato, hơn hai mươi thế kỷ về trước, khi hình học tượng trưng cho những gì tinh túy nhất trong toán học, và môn toán học đã được nâng lên hàng triết lý siêu đẳng. Như trong bài luận thuyết của giáo sư họ Hoàng, những điều tôi học, nhiều năm sau tôi mới thấy hữu dụng. Khi đó tôi chỉ hiểu được rằng một khi biên giới chật hẹp của không gian ba chiều được xóa bỏ, trí tưởng tượng của con người tiến lên được một bậc, chiều hướng suy luận được cởi mở hơn.

Năm cuối cùng ở Pháp, vào dịp nghỉ hè, tôi ra thành phố Nice để học thi. Buổi chiều, muốn để cho trí não được thanh thản sau những giờ tập trung vào bài vở, tôi thường ra ngồi trên bãi biển ngắm những chiếc thuyền du lịch đã buông neo trên mặt bể màu nước xanh nhạt hay lững lờ chạy ở ngoài xa. Cũng vì màu nước xanh lơ này mà cả vùng bờ Địa Trung Hải gọi chung là Riviera, kể từ những thị trấn Cannes, Antibes, Nice, đến Monaco và Menton, được biết đến tên là Côte d'Azur nghĩa là bờ biển màu xanh lơ. Những buổi chiều hè trên bờ biển Nice, ngồi nhìn ra đại dương, tuy xa khơi thấy mặt biển cong cong tiếp với chân trời, tôi biết được rằng nơi đây không phải hữu hạn. Chân trời không có biên cương, cũng như tài người không có giới hạn. Trên vòm trời không phải là hư không, mà triền miên xa thẳm còn có những bầu trời khác. Ngày đó tôi đâu biết được rằng gần hai mươi năm sau tôi đi vào ngành khoa học quỹ đạo không gian và những phương trình toán tôi đã học sẽ giúp cho tôi viết ra những phương trình chuyển động của vệ tinh nhân tạo, và những hình tôi chỉ có ý nghĩ trong đầu sẽ hiển hiện ra màu mực trên giấy thành những quỹ đạo định kỳ của những sao chổi hay tiểu hành tinh, mà quỹ đạo nếu trở nên nhiễu loạn, có thể đe dọa đến đời sống của nhân loại trên mặt địa cầu.

Ý niệm về toán học đã đến với loài người từ thuở nguyên thủy, khi con người biết suy nghĩ, biết phân biệt những đại lượng là lớn hay nhỏ, nhiều hay ít, biết dòng thời gian là trước hay sau khi ngấm vũ trụ chuyển vận, và thời tiết thay đổi trong năm. Trí tuệ nảy nở dần dần đã giúp cho loài người xây dựng nên lâu đài toán học để phục vụ cho đời sống và giờ đây toán học đã là công cụ cần thiết để khai triển và hoàn tất mọi ngành hiểu biết của loài người dù là khoa học thuần túy hay xã hội học, hay kinh tế, nhân văn. Để đưa ra chứng dẫn, tôi muốn kết luận bài viết này bằng vài câu chuyện về ảnh hưởng của toán học đến mọi ngành.

1. Nhà bác học vĩ đại của thế kỷ 20 là Albert Einstein đã công bố "lý thuyết tương đối đặc biệt" của ông vào năm 1905, và đặt ra một cơ sở để mở ra chân trời tươi sáng cho vật lý học hiện đại. Sau đó, từ vài giả thuyết ban đầu và dùng phương pháp tư duy toán học chặt chẽ ông đã đi đến kết luận rằng khi ánh sáng đi qua một thiên thể nào đó thì do sức hút của thiên thể, tia sáng sẽ bị bẻ cong đi. Ông viết một công trình nhan đề "Về ảnh hưởng của trọng trường đối với tia sáng" và công bố "lý thuyết tương đối tổng quát" vào năm 1915. Nhưng muốn kiểm nghiệm bằng thực tế, ta phải dùng tia sáng đến từ các vì sao và sức hút của mặt trời là một thiên thể lớn có trọng lượng lớn hơn của trái đất 300 ngàn lần. Nhưng vì mặt trời lúc nào cũng sáng chói lợi nên thường ngày ta không thể nào quan sát những tia sáng các vì sao mà chạy qua gần mặt trời xem có bị bẻ cong đi hay không. Bốn năm sau, vào ngày 29 tháng 5 năm 1919, có nhật thực toàn phần và mặt trời bị mặt trăng hoàn toàn che khuất. Lúc đó người ta có thể quan sát những vì sao ở phía sau mặt trời, giờ đã trở nên tối đen. Hội khoa học Hoàng gia Anh quốc đã cử hai phái đoàn, một phái đoàn đi Brazil ở Nam Mỹ để quan sát và một phái đoàn thứ hai gồm nhiều khoa học gia dưới sự hướng dẫn của nhà thiên văn học Eddington đã tới đảo Principe ở Tây Phi châu để đo độ lệch khi đi qua mặt trời của các tia sáng đến từ các vì sao. Kết quả đo được là tia sáng đã bị lệch đi 0.0005 độ tức là gần đúng với kết quả đã được tính trước bằng toán của Einstein là $1.75 \text{ giây} = 0.000486 \text{ độ}$.

2. Một thí dụ kỳ diệu khác nữa về khả năng suy luận của toán học là sự tạo thành bảng các nguyên tố hóa học của nhà bác học người Nga Dmitry Ivanovich Mendeleyev (1834-1907). Ông đã không cần qua đường thực nghiệm, dùng những chai lọ thủy tinh, ống dẫn và các nồi chưng cất như thấy ở trong các phòng thí nghiệm, mà đã vận dụng lý thuyết cấu trúc để sắp xếp các nguyên tố hóa học vào một bảng hệ thống tuần hoàn mà giờ đây các học sinh trung học ai cũng phải học. Để xác định các nguyên tố này, Mendeleyev đã dựa vào tương quan định lượng giữa các nguyên tố, và tương quan này có tính chất thuần túy toán học. Bảng Mendeleyev khi đặt ra có nhiều ô trống và năm 1871 ông đã dự đoán rằng trong thiên nhiên có một số nguyên tố hóa học chưa được phát hiện. Nhà hóa học này đã đặc biệt mô tả cận kề những tính chất của ba nguyên tố trong những ô để trống. Liên trong những năm sau thì vào năm 1875 một nguyên tố được phát hiện ở Pháp và được đặt tên là Gallium. Năm 1879 người ta tìm được nguyên tố mới ở Thụy Điển và được đặt tên là Scandium và sau đó vào năm 1886 nguyên tố mới được phát hiện ở Đức đã được đặt tên là Germanium. Những phát minh này đã làm phấn khởi các khoa học gia trên toàn thế giới và nhờ ở sự hướng dẫn toán học của bảng Mendeleyev mà người ta đã hoặc tìm ra hay tạo thêm ra nhiều nguyên tố mới, nay được mang tên các miền như Europium (1901), Americum (1946), Berkelium (1950), hay tên những vĩ nhân trong lâu đài khoa học như Curium (1946), Fermium (1955), Einsteinium (1955), Nobelium (1957) vân vân ...

3. Khi còn học ở những lớp dưới bậc trung học, đôi khi ta phải giải những bài toán hình học như là vẽ một vòng tròn chạy qua ba điểm, hay giải những bài toán đại số như là tìm phương trình của một hình el-líp chạy

qua năm điểm, và đôi khi ta cũng tự hỏi là làm được những điều này thì có ích lợi gì trong thực tế. Những chuyên gia toán pháp thường không phải là những người muốn làm giàu khi phục vụ cho toán học mà chỉ lấy niềm vui khi tìm được một định lý mới hay giải xong một vấn đề hóc hiểm để làm phần thưởng tinh thần. Đôi khi có những bài giải toán tưởng như chỉ để trả lời một thách đố của thời đại và không có ích dụng gì trong thực tế, vậy mà mấy trăm năm sau lại trở thành hệ trọng cho sự tồn vong của loài người. Để lấy một thí dụ, tôi xin kể tiếp một câu chuyện về thiên văn.

Mặt trời là một ngôi sao trung bình và là tâm hấp lực của những hành tinh và những sao chổi làm thành Thái Dương Hệ của chúng ta. Trong vũ trụ có thể có nhiều ngôi sao khác có những hành tinh quay chung quanh và làm thành những thái dương hệ tương tự. Kể cả trái đất, có tất cả 9 hành tinh quay quanh mặt trời theo những quỹ đạo là những hình el-lip mà mặt trời là một tiêu điểm. Lấy khoảng cách trung bình từ trái đất đến mặt trời làm đơn vị thì, kể từ trong ra ngoài, ta có những hành tinh sau đây cùng với khoảng cách trung bình tới mặt trời ghi ở cột cuối

Thủy tinh (Mercury)	0.387
Kim tinh (Venus)	0.723
Trái đất (Earth)	1.0
Hỏa tinh (Mars)	1.524
Mộc tinh (Jupiter)	5.203
Thổ tinh (Saturn)	9.539
Thiên Vương tinh (Uranus)	19.18
Hải Vương tinh (Neptune)	30.07
Diêm Vương tinh (Pluto)	39.44

Trừ trái đất ra thì năm hành tinh đầu đã được tìm thấy từ thời cổ. Ba hành tinh sau cùng lần lượt được tìm thấy vào những năm 1781, 1846 và 1930. Vào năm 1772 một nhà thiên văn học người Phổ tên là Bode đã đặt ra một số liệt khá diệu kỳ để cho những khoảng cách từ các hành tinh tới mặt trời. Mới đầu ta viết ra một hàng số

0 3 6 12 24 48 96 192

Bắt đầu từ số thứ hai, mỗi lần nhân đôi lại được số tiếp nối. Sau đó cộng thêm 4 để được một dãy số khác.

4 7 10 16 28 52 100 196

Bây giờ nếu đem chia cho 10 thì sẽ được một hàng số cho khoảng cách từ các hành tinh tới mặt trời

0.4 0.7 1.0 1.6 2.8 5.2 10 19.6

Ta nhận thấy bốn số đầu cho gần đúng những khoảng cách của Thủy tinh

(0.387), Kim tinh (0.723), trái đất (1.0) và Hỏa tinh (1.524). Con số thứ năm là 2.8 thì không đúng vào hành tinh nào cả. Những số tiếp sau là 5.2, 10 và 19.6 có thể dùng để chỉ những khoảng cách tới mặt trời của Mộc tinh (5.203), Thổ tinh (9.539) và Thiên vương tinh (19.18). Lối tính này được người ta gọi là định luật Bode nhưng định luật này không được coi như là một định lý toán học vì không dựa lên một lý luận chặt chẽ nào cả. Ngoài tính cách huyền bí, định luật Bode cũng nhiều lúc gây sôi nổi trong giới khoa học. Sau khi định luật được loan ra mấy năm thì nhà thiên văn học Anh quốc Herschel (1738-1822) tìm thấy Thiên vương tinh vào năm 1781 ở khoảng cách trung bình là 19.18 cũng gần trùng hợp với dãy số của Bode. Điều lạ kỳ là giữa Hỏa tinh và Mộc tinh có một khoảng trống, không có hành tinh nào, mà theo định luật Bode thì lại có khoảng cách 2.8. Vào năm 1801 người ta phát hiện ra một hành tinh nhỏ trên bầu trời. Vừa đặt tên hành tinh là Cérès thì tiểu hành tinh này mà bề ngang chưa tới một ngàn cây số đã đi vào khoảng trường vũ trụ khó quan sát từ trái đất vì vướng ánh dương quang. Người ta chỉ còn ghi được một vài tọa độ trước đây của Cérès mà điều khó khăn hơn nữa là vào thời ấy các nhà thiên văn học chỉ dùng kính quan sát để đo được hướng nhằm mà không có cách nào để đo khoảng cách. Nhà toán học Đức quốc lừng tiếng thời bấy giờ, và có lẽ cả thiên thu sau này, là Carl Friedrich Gauss (1777-1855) đã bắt tay vào việc và ông đã tính ra được quỹ đạo của Cérès với khoảng cách trung bình tới mặt trời là 2.67. Chiếu theo dự tính của Gauss, các nhà thiên văn học quan sát vùng trời ấy và tìm lại được tiểu hành tinh Cérès. Cuộc truy tìm những hành tinh nhỏ mới lại tiếp diễn và sau đó các nhà thiên văn học lại tìm thêm ra được mấy trăm tiểu hành tinh chạy theo những hình el-lip để làm thành một vòng đai chung quanh mặt trời với cận điểm vào khoảng 1.76 và viễn điểm đi xa tới 4.25 đơn vị khoảng cách thiên văn mà ta đã lấy là khoảng cách trung bình từ trái đất tới mặt trời. Như thế thì định luật Bode cũng còn đúng cho vùng không gian giữa Hỏa tinh và Mộc tinh. Sau những phép tính của Gauss, nhiều nhà toán học chú ý đến phép tính những quỹ đạo của các hành tinh ở xa mặt trời nhưng lại gần những hành tinh lớn khác để có thể bị nhiễu loạn. Nhà thiên văn học Pháp là Le Verrier (1811-1877) nhận thấy rằng quỹ đạo của Thiên vương tinh đi lệch không đúng như tiên đoán. Ông đặt giả thuyết rằng có một hành tinh nữa ở ngoài Thiên vương tinh và vì thế trọng trường của nó có tác dụng nhiễu loạn vào hành tinh này. Sau khi đã làm nhiều bài tính phức tạp, ông cho biết những phần tử về quỹ đạo của một hành tinh mà ông phỏng đoán sự hiện hữu trước đây. Ngày 18 tháng Chín năm 1846, Le Verrier viết cho nhà thiên văn học Galle ở Berlin và nhờ tìm kiếm hành tinh đó ở địa điểm ông dự đoán bằng phép tính. Năm hôm sau, vào ngày 23 tháng Chín, Galle đã tìm thấy hành tinh mới, sau này được đặt tên là Hải vương tinh, chỉ cách vị trí Le Verrier dự đoán có 1 độ mà thôi. Khoảng cách trung bình của Hải vương tinh đến mặt trời là 30.1, nghĩa là sai lệch nhiều so với khoảng cách 38.8 tính theo luật Bode. Sau này khi tìm thêm ra Diêm vương tinh vào năm 1930 thì sự sai trật lại còn lớn hơn nữa và luật Bode chỉ còn được coi như là một phương thức tình cờ dùng để nhớ những khoảng cách từ các hành tinh tới mặt trời mà thôi.

Quay trở lại phương pháp tìm quỹ đạo của Cérès do Gauss đã đề ra, lúc mới đầu các nhà toán và thiên văn học chỉ biết khâm phục tài năng xuất chúng của nhà bác học, với những giữ kiện không đầy đủ, chỉ có hướng nhằm mà thôi, ở một vài thời điểm quan sát, mà cũng tìm được ra quỹ đạo cả về chiều dài và rộng, độ nghiêng, và nhất là theo dõi được chuyển động của hành tinh ở trên quỹ đạo này. Những hành tinh nhỏ, nhiều khi chỉ được coi như những tảng đá trời bề rộng chỉ là vài cây số, nhưng được tìm thấy càng ngày càng nhiều, bằng những kính thiên văn tối tân và phim ảnh nhạy cảm, và vào đầu thiên niên kỷ thứ ba thì tính ra người ta đã ghi nhận được gần mười ngàn tiểu hành tinh làm vòng đai chạy giữa Hỏa tinh và Mộc tinh. Một vài tiểu hành tinh chạy theo những hình

el-lip thật dài và có điểm cận nhật lọt vào trong quỹ đạo của Hỏa tinh. Chẳng hạn tiểu hành tinh Eros, tìm thấy năm 1898 đã có lần tới sát địa cầu có một khoảng bằng 0.13 đơn vị độ dài thiên văn mà thôi. Người ta đã lo sợ rằng có những hành tinh nhỏ bị nhiễu loạn bởi những hành tinh lớn mà có thể chuyển hướng mà va chạm với trái đất và vào cuối thế kỷ 20, đã có những chuyên gia nghiên cứu phương thức để thay đổi quỹ đạo tiểu hành tinh. Trên mặt địa cầu giờ đây cũng có những đe dọa khác. Một vài hỏa tiễn có sức phá hoại mãnh liệt, nếu lọt vào tay những kẻ sát nhân hay điên khùng cũng có thể gây nên những tai họa khôn lường cho nhân loại. Vì vậy trong những phương thức dùng hỏa tiễn để chống hỏa tiễn, tính được đường đạn đạo của kẻ địch một cách nhanh chóng là điều tối cần thiết và phương pháp tính của Gauss, giờ đây được tu chỉnh để làm cho hoàn hảo và chính xác hơn nhờ có thêm dữ kiện về khoảng cách đo được bằng ra-đa, đã là bằng chứng rằng toán học phục vụ cho hoà bình.

Trong các thế kỷ trước đây, sinh vật học được coi là một ngành xa lạ với toán học. Vậy mà từ thế kỷ 19 và sang đầu thế kỷ 20, khoa học đó ra sức lôi kéo toán học về phía mình. Càng đi dần vào khảo cứu, các nhà sinh vật học càng thấy cần đến toán học, và nhiều người đã trở thành những nhà toán học lỗi lạc. Để phát triển học thuyết di truyền, rất nhiều nhà sinh vật học đã tốn công sức xây dựng lý thuyết mô hình, lý thuyết xác suất, lý thuyết đồ thị, lý thuyết tổ hợp... là những lý thuyết toán học khá phức tạp.

Muốn đi vào nghiên cứu và phát minh, toán gia cần phải có một bộ óc giàu tưởng tượng, phải có chút ít thơ mộng, vượt qua những tầm thường của thế tục. Nhà toán học Đức quốc lừng danh Karl Weierstrass (1815-1897) của thế kỷ 19 đã viết rằng:

"It is true that a mathematician who is not also something of a poet will never be a perfect mathematician" tạm dịch là: "Thật đúng vậy là một toán gia nếu không cùng một lúc là một thi sĩ thì không thể nào là một toán gia vẹn toàn được". Vì tin ở lời nói của Weierstrass, là một toán gia tôi rất hâm mộ, nên đôi khi trăn trở về một bài toán mà tôi chưa tìm ra được lời giải toàn vẹn, một lời giải chưa thật "élégant" như đôi khi tôi đã phát biểu trong lớp đang dạy, tôi cũng đã từng đổi bút, làm thơ. Dưới đây là một bài tiêu biểu.

Tình Hư Ảo

*Anh tìm em trên vòng tròn lượng giác,
Nét điểm kiều trong tọa độ không gian.
Đôi trái tim theo nhịp độ tuần hoàn,
Còn tất cả chỉ theo chiều hư ảo.*

*Bao mơ ước, phải chi là nghịch đảo,
Bóng thời gian, quy chiếu xuống giản đồ.
Nghiệm số tìm, giờ chỉ có hư vô,
Đường hội tụ, hay phân kỳ giải tích.*

*Anh chờ đợi một lời em giải thích,
Qua môi trường có vòng chuẩn chính phương.
Hệ số đo cường độ của tình thương,
Định lý đảo, tìm ra vì giao hoán.*

*Nếu mai đây tương quan thành gián đoạn,
Tính không ra phương chính của cấp thang.
Anh ra đi theo hàm số ẩn tàng,
Em trọn vẹn thành phương trình vô nghiệm.*

Toàn Phong

Nhưng có một điều tôi phải thú nhận là nếu lời thơ đọc lên mà thấy hay tuyệt vời thì con người toán không thể nào toàn vẹn. Tôi đã trích lời viết của Weierstrass trong cuốn sách "Men of Mathematics" của cố giáo sư Eric Temple Bell thuộc California Institute of Technology, trong chương sách nói về Karl Wilhelm Theodor Weierstrass, một trong những toán gia hàng đầu của thế kỷ 19. Cuối chương sách này giáo sư Bell cũng bày tỏ ý kiến rằng: "A perfect mathematician, by the very fact of his poetic perfection, would be a mathematical impossibility". Theo tôi hiểu thì không có thể nào ôm đồm mà nói là toàn vẹn cả hai bề. Vậy tôi xin ở lại với toán học và trả thơ văn lại cho gió bốn phương trời.

GS Nguyễn Xuân Vinh

Nguồn: Nhận được bài viết này qua email. Chắc hẳn GS muốn bài viết được phổ biến rộng rãi.

Nguồn: Giáo Sư Nguyễn Xuân Vinh

Người gửi: tvmt

Người đăng: Ngọc Ruby

Người sửa: Ngọc Ruby;

