

BỘ CÔNG THƯƠNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP.HCM
KHOA CÔNG NGHỆ ĐIỆN



GIÁO TRÌNH

MẠCH ĐIỆN I

BẢN GỐC

TP. Hồ Chí Minh, tháng 12 năm 2008



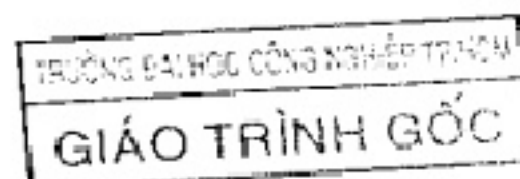
**BỘ CÔNG THƯƠNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP.HCM
KHOA CÔNG NGHỆ ĐIỆN**



GIÁO TRÌNH

MẠCH ĐIỆN I

TP. Hồ Chí Minh, tháng 12 năm 2008



MỤC LỤC

Chương 1: NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ MẠCH ĐIỆN	05
1.1 Giới thiệu	05
1.2 Mạch điện và mô hình	05
1.3 Các phần tử mạch cơ bản	05
1.3.1 Phần tử điện trở	05
1.3.2 Phần tử điện dung	06
1.3.3 Phần tử điện cảm	06
1.3.4 Nguồn độc lập	06
1.3.5 Nguồn phụ thuộc	07
1.3.6 Hồ cảm	09
1.4 Các định luật cơ bản	09
1.4.1 Định luật Ohm	09
1.4.2 Định luật Kirchhoff	09
1.5 Công suất	11
1.6 Các phép biến đổi tương đương đơn giản	11
1.6.1 Nguồn áp mắc nối tiếp	11
1.6.2 Nguồn dòng mắc song song	12
1.6.3 Nối nối tiếp và song song các phần tử trở	13
1.6.4 Biến đổi Y- Δ	13
1.6.5 Biến đổi tương đương	13
1.7 Phương pháp giải mạch dùng các định luật cơ bản	14
Bài tập chương 1	17
 Chương 2: MẠCH XÁC LẬP ĐIỀU HÒA	 24
2.1 Số phức	24
2.1.1 Định nghĩa	24
2.1.2 Biểu diễn hình học của số phức	24
2.1.3 Các phép tính trên số phức	25
2.1.4 Dạng lượng giác, dạng mũ, dạng cực	25
2.2 Quá trình điều hòa	26
2.3 Phương pháp ảnh phức	28
2.3.1 Biểu diễn đại lượng điều hòa bằng số phức	28
2.3.2 Phức hóa phần tử mạch	28
2.4 Định luật Ohm và Kirchhoff dạng phức	28
2.4.1 Định luật Ohm	28
2.4.2 Định luật Kirchhoff	28
2.5 Giải mạch xác lập điều hòa dùng số phức	29
2.6 Công suất xác lập điều hòa	32
2.6.1 Công suất tác dụng và phản kháng	32
2.6.2 Công suất biểu kiến	32
2.6.3 Công suất phức	32
2.6.4 Đo công suất	33
2.7 Truyền công suất qua mạng một cửa	33
Bài tập chương 2	36

Chương 3: CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH	43
3.1 Giới thiệu	43
3.2 Phương pháp thế nút	43
3.3 Phương pháp mắc lưới	46
3.4 Mạch chứa hồ cảm	48
3.4.1 Phương trình toán học	48
3.4.2 Phương pháp phân tích mạch hồ cảm	48
3.5 Các định lý mạch	50
3.5.1 Nguyên lý xếp chồng	50
3.5.2 Định lý Thevenin và định lý Norton	52
Bài tập chương 3	57
 Chương 4: MẠCH BA PHA	 68
4.1 Hệ nhiều pha	68
4.1.1 Giới thiệu	68
4.1.2 Hệ ba pha	68
4.2 Hệ ba pha đối xứng	70
4.2.1 Phân loại	70
4.2.2 Giải mạch ba pha đối xứng	71
4.3 Mạch ba pha không đối xứng	73
4.3.1 Điều kiện	73
4.3.2 Giải mạch ba pha không đối xứng	73
4.4 Đo công suất tải ba pha	74
4.5 Một số bài tập mạch ba pha	76
4.5.1 Mạch ba pha đối xứng	76
4.5.2 Mạch ba pha không đối xứng	78
Bài tập chương 4	80
 Chương 5: MẠNG HAI CỬA	 88
5.1 Khái niệm	88
5.2 Các ma trận đặc trưng của mạng hai cửa	88
5.2.1 Ma trận Z	88
5.2.2 Ma trận Y	89
5.2.3 Ma trận H	89
5.2.4 Ma trận G	90
5.2.5 Ma trận A	91
5.2.6 Ma trận B	91
5.3 Các phương pháp xác định ma trận của mạng hai cửa	92
5.3.1 Phương pháp dùng định nghĩa	92
5.3.2 Phương pháp giải tích	93
5.3.3 Phương pháp xác định từ ma trận khác	94
5.4 Phân loại mạng hai cửa	95
5.4.1 Mạng hai cửa thụ động và tích cực	95
5.4.2 Mạng hai cửa tương hỗ	95
5.4.3 Mạng hai cửa đối xứng	95

5.5 Các thông số làm việc của mạng hai cửa	96
5.5.1 Trở kháng vào	96
5.5.2 Trở kháng ngắn mạch và hở mạch	98
Bài tập chương 5	99
Tài liệu tham khảo	102

CHƯƠNG 1

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ MẠCH ĐIỆN

1.1. GIỚI THIỆU

Chương 1 sẽ giới thiệu các khái niệm cơ bản về mạch điện, các ký hiệu linh kiện và các mô hình toán học của linh kiện. Đồng thời cung cấp các định luật cơ bản trong lý thuyết mạch. Sau đó áp dụng các định lý cơ bản này để giải một số bài tập mạch.

1.2. MẠCH ĐIỆN VÀ MÔ HÌNH

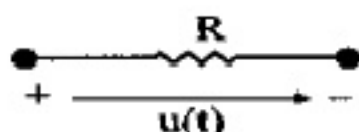
Mạch điện là một tập hợp các phần tử mạch liên kết lại với nhau. Phần tử mạch là những hình vẽ tượng trưng cho linh kiện thực tế đặc trưng bởi một phương trình toán học đại diện tính chất vật lý của linh kiện đó. Phần tử mạch là mô hình toán học của linh kiện thực

Đương nhiên phương trình toán chỉ phản ánh một mặt nào đó các tính chất lý hoá của phần tử thực. Do đó, mô hình có sai số, nên kết quả trên mạch sẽ khác kết quả thực trên thực tế.

1.3. CÁC PHẦN TỬ MẠCH CƠ BẢN

1.3.1. Phần tử điện trở

Phần tử điện trở là mô hình toán học của linh kiện điện trở có quan hệ áp và dòng trên nó tuân theo quy luật $u(t) = R.i(t)$



Hình 1.1 Phần tử điện trở

Trong đó

$i(t)$: dòng chảy qua điện trở

$u(t)$: hiệu điện thế hai đầu điện trở

R : giá trị điện trở, đơn vị Ohm (Ω)

Người ta còn dùng các ước số và bội số của Ω trong việc đọc các giá trị điện trở

$p\Omega$ 10^{-12}	$n\Omega$ 10^{-9}	$\mu\Omega$ 10^{-6}	$m\Omega$ 10^{-3}	Ω 1	$K\Omega$ 10^3	$M\Omega$ 10^6	$G\Omega$ 10^9
-------------------------	------------------------	--------------------------	------------------------	---------------	---------------------	---------------------	---------------------

Trong phương trình của điện trở người ta còn dùng

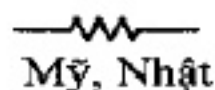
$$i(t) = \frac{1}{R} u(t) = G.u(t) \quad (1.1)$$

G: giá trị điện dẫn, $G = \frac{1}{R}$, có đơn vị là S (Siemen) hay mho ($\mathcal{U}$)

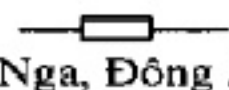
$$1\text{S} = 1/\Omega = \Omega^{-1} = \mathcal{U}$$

S (Siemen) cũng có các bội và ước như Ω

Mô hình



Mỹ, Nhật

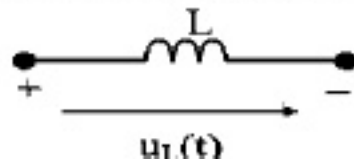


Nga, Đông Âu

Hình 1.2

1.3.2. Phần tử điện cảm

Phần tử điện cảm là phần tử 2 cực lý tưởng có điện áp và dòng điện trên nó tuân theo quy luật



Hình 1.3 Phần tử điện cảm

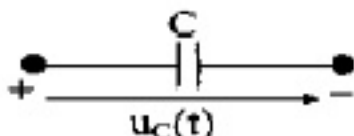
$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad (1.2)$$

L: giá trị điện cảm đơn vị Henry (H) và có các ước số sau

pH	nH	μH	mH	H
10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1

1.3.3. Phần tử điện dung

Phần tử điện dung là phần tử 2 cực lý tưởng có điện áp và dòng điện trên nó tuân theo quy luật



Hình 1.4 Phần tử điện dung

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} \quad (1.3)$$

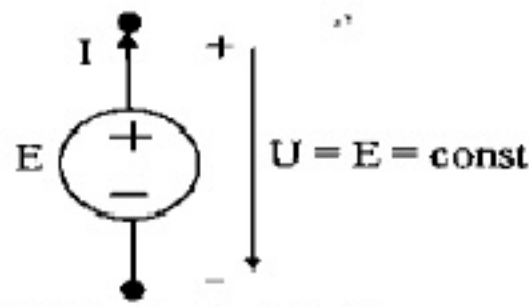
C: giá trị điện dung đơn vị Fara (F) và có các ước số sau

pF	nF	μF	mF	F
10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	1

1.3.4. Nguồn độc lập

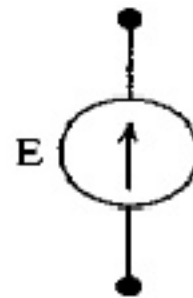
a. Nguồn áp độc lập

Nguồn áp độc lập là phần tử hai cực có tính chất áp trên hai cực của nó không thay đổi bất chấp dòng đi qua nó.



Hình 1.5 Nguồn áp độc lập

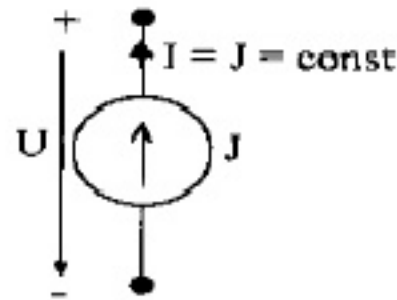
Ký hiệu của Nga, Đông Âu



Hình 1.6 Nguồn áp độc lập

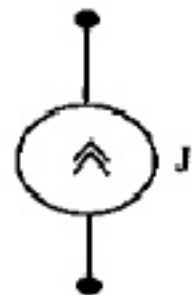
b. Nguồn dòng độc lập

Nguồn dòng độc lập là phần tử hai cực có tính chất dòng qua nó không thay đổi bất chấp điện áp trên hai cực của nó.



Hình 1.7 Nguồn dòng độc lập

Ký hiệu Nga, Đông Âu



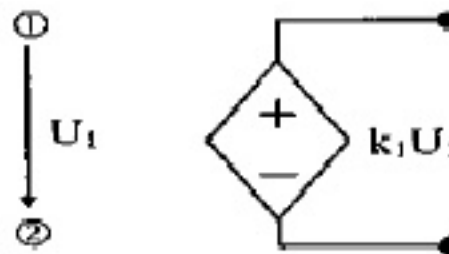
Hình 1.8 Nguồn dòng độc lập

1.3.5. Nguồn phụ thuộc

Nguồn phụ thuộc là phần tử nguồn có tính chất giá trị của nó phụ thuộc vào một tín hiệu khác (dòng hay áp) ở trên mạch

Phân loại: có 4 loại

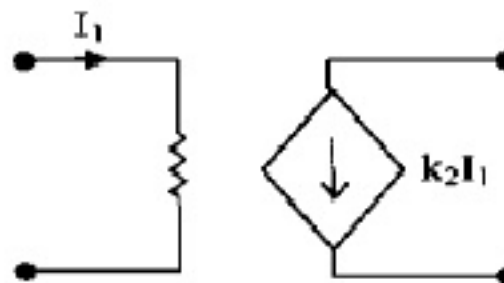
a. Nguồn áp phụ thuộc áp
(Voltage controlled voltage source)



Hình 1.9. Nguồn dòng phụ thuộc dòng

U_1 : hiệu điện thế giữa hai điểm 1 và 2
 k_1 : hệ số không thứ nguyên

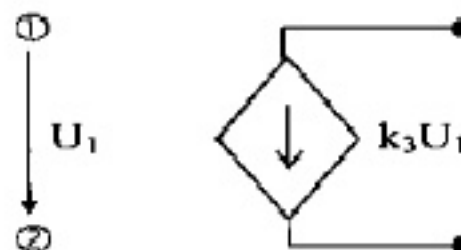
b. Nguồn dòng phụ thuộc dòng
(Current controlled current source)



Hình 1.10. Nguồn dòng phụ thuộc dòng

I_1 : dòng trên nhánh 1
 k_2 : hệ số không thứ nguyên

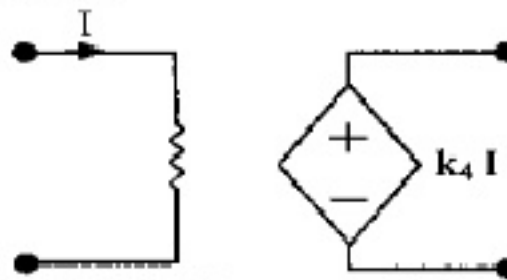
c. Nguồn dòng phụ thuộc áp
(Voltage controlled current source)



Hình 1.11. Nguồn dòng phụ thuộc áp

k_3 : hệ số có thứ nguyên mho

d. Nguồn áp phụ thuộc dòng
(Current controlled voltage source)

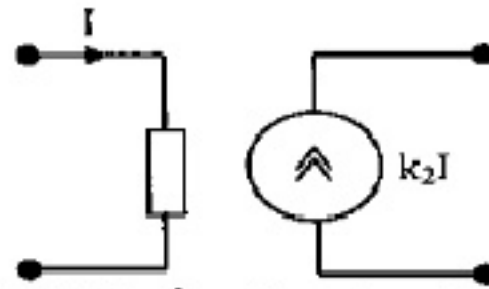


Hình 1.12 Nguồn áp phụ thuộc dòng

k_4 : hệ số có thứ nguyên Ω

Ký hiệu Nga – Đông Âu

Nguồn dòng phụ thuộc dòng



Hình 1.13. Nguồn dòng phụ thuộc dòng

1.3.6. Hở cảm

Cho hai cuộn dây ghép chung môi trường từ, M (Mutrial Inductor) hở cảm giữa hai cuộn dây, được tính

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \quad \text{trong đó } k: \text{ hệ số ghép hở cảm}$$

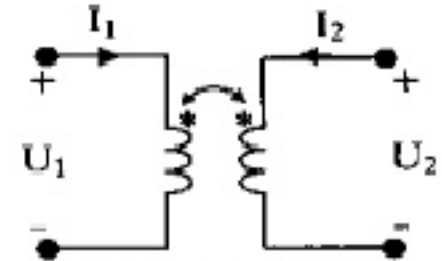
Đơn vị của M Henry (H) và các ước số.

Phương trình toán

$$\begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} \end{cases} \quad (1.4)$$

Dấu $\pm$ trước M tùy theo cực tính (dấu $*$) của các cuộn dây. Nếu

- Dòng I_1 và I_2 cùng vào (hay ra) ở các cực cùng tên (dấu $*$) thì dấu $+$
- Còn lại là dấu $-$



Hình 1.14. Hở cảm

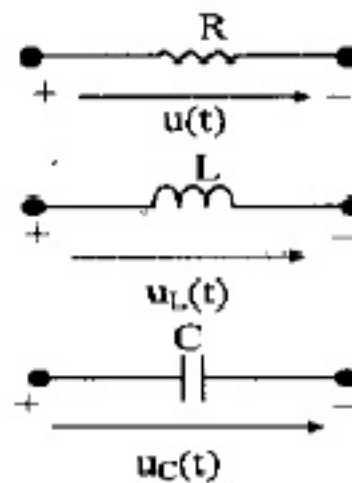
1.4. CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN

1.4.1. Định luật Ohm

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}$$



Hình 1.15

1.4.2. Định luật Kirchhoff

a. Định luật Kirchhoff về dòng điện (Kirchhoff current law)

Định luật Kirchhoff về dòng điện hay còn gọi là định luật Kirchhoff 1 (K1)

Phát biểu: *Tổng đại số các dòng điện tại một nút bất kỳ thì bằng 0*

$$\sum_{k=1}^N I_k = 0 \quad (N: \text{số nhánh đi vào nút}) \quad (1.5)$$

Trong đó quy ước: Dòng đi vào thì có dấu +, dòng đi ra thì có dấu –

Định luật K1 có thể phát biểu khác như sau: *Tổng các dòng điện vào một nút bằng tổng các dòng điện ra khỏi một nút.*

b. Định luật Kirchhoff về điện áp (Kirchhoff voltage law)

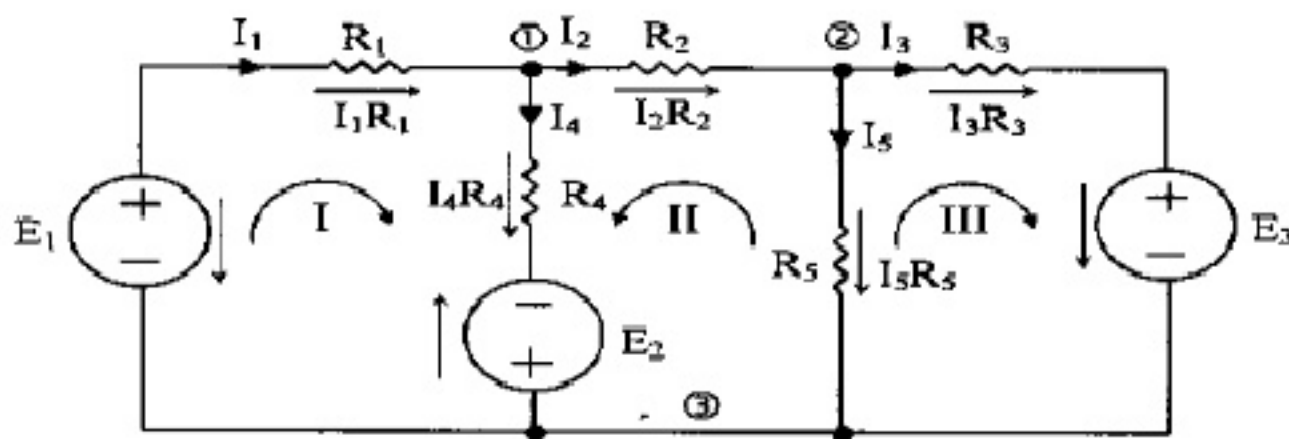
Định luật Kirchhoff về điện áp hay còn gọi là định luật Kirchhoff 2 (K2)

Phát biểu: *Tổng đại số các điện áp trên các phần tử dọc theo tất cả các nhánh trên một vòng kín thì bằng 0.*

$$\sum_{\text{vòng}} U_k = 0 \quad (1.6)$$

Hệ phương trình K1 và K2 đủ: nếu trong một mạch có n nút và m vòng kín độc lập thì ta cần viết $n - 1$ phương trình K1 và m phương trình K2.

Ví dụ 1.1 Cho mạch như hình 1.16. Viết hệ phương trình K1 và K2 đủ



Hình 1.16

Giải:

Mạch trên có 3 nút và 3 mắt lưới độc lập như vậy hệ phương trình Kirchhoff đủ cần $3 - 1 = 2$ phương trình K1 và 3 phương trình K2

Hệ phương trình K1 và K2 đủ

Phương trình K1 cho nút 1

$$I_1 - I_2 - I_4 = 0$$

Phương trình K1 cho nút 2

$$I_2 - I_3 - I_5 = 0$$

Phương trình K2 cho vòng I

$$-E_1 + I_1 R_1 + I_4 R_4 - E_2 = 0$$

Phương trình K2 cho vòng II

$$-E_2 + I_4 R_4 - I_2 R_2 - I_5 R_5 = 0$$

Phương trình K2 cho vòng III

$$-I_5 R_5 + I_3 R_3 + E_3 = 0$$

1.5. Công suất

Cho một phần tử mạch, ta có công suất tức thời

$$P = u(t).i(t) \quad (1.7)$$

Theo ký hiệu dòng áp như hình 1.17a. Phần tử được gọi là tiêu thụ công suất.

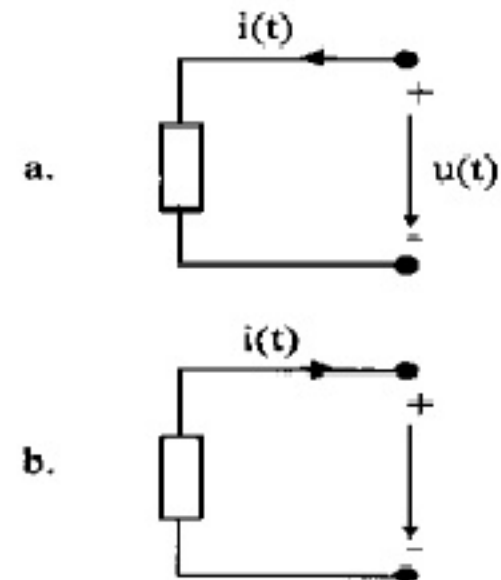
$P > 0$: tiêu thụ công suất

$P < 0$: phát công suất

Theo ký hiệu dòng áp như hình 1.17b. Phần tử được gọi là phát công suất.

$P > 0$: phát công suất

$P < 0$: tiêu thụ công suất

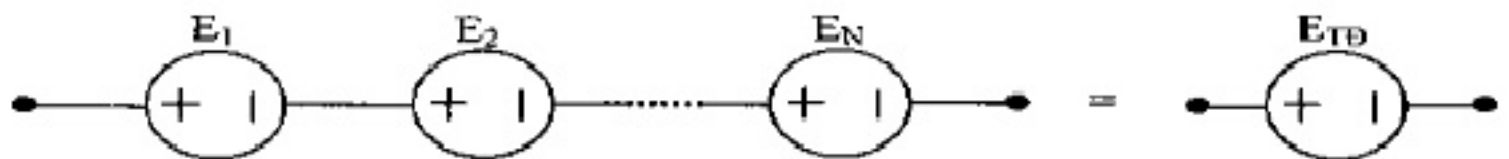


Hình 1.17. Công suất

Nguyên lý cân bằng công suất: Tổng công suất phát của nguồn bằng tổng công suất tiêu thụ trong các phần tử tải

1.6. CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐƠN GIẢN

1.6.1. Nguồn áp mắc nối tiếp



Hình 1.18. Nguồn áp mắc nối tiếp

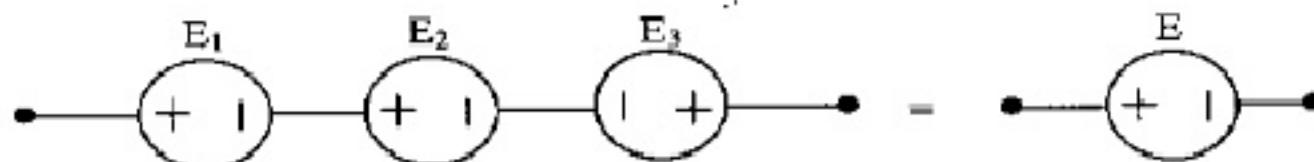
Các nguồn áp mắc nối tiếp sẽ tương đương với một nguồn áp có trị số bằng tổng đại số các nguồn áp đó.

$$E_{TD} = \sum \pm E_k \quad (1.8)$$

Dấu + nếu E_k cùng chiều E_{TD}

Dấu - nếu E_k ngược chiều E_{TD}

Ví dụ 1.2

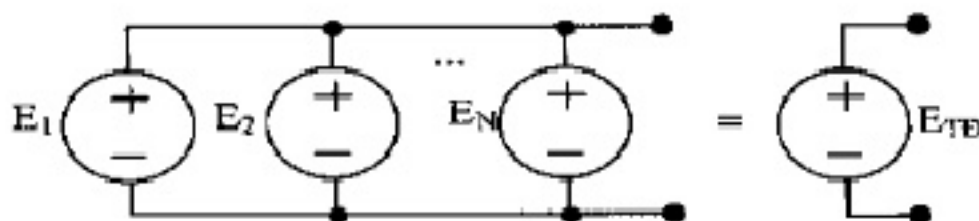


Hình 1.19. Nguồn áp mắc nối tiếp

Ta có

$$E = E_1 + E_2 - E_3$$

Lưu ý: các nguồn áp mắc song song khi và chỉ khi $E_1 = E_2 = \dots = E_N = E$



Hình 1.20. Nguồn áp mắc song song

Khi và chỉ khi $E_1 = E_2 = \dots = E_N = E$

1.6.2. Nguồn dòng mắc song song

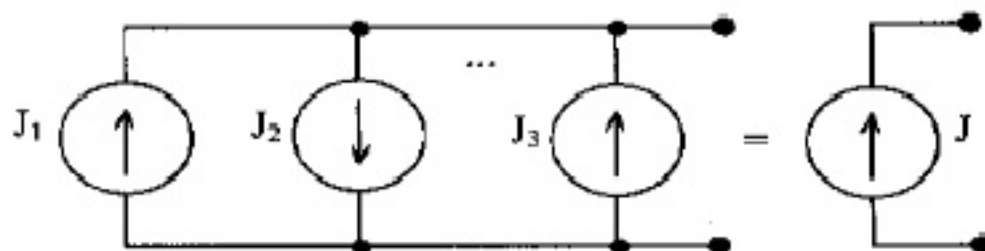
Các nguồn dòng mắc song song sẽ tương đương với một nguồn dòng có trị số bằng tổng đại số các nguồn dòng đó.

$$J_{TD} = \sum \pm J_k \quad (1.9)$$

Dấu + nếu J_k cùng chiều J_{TD}

Dấu - nếu J_k ngược chiều J_{TD}

Ví dụ 1.3



Hình 1.21. Nguồn dòng mắc song song

$$\text{Ta có } J = J_1 - J_2 + J_3$$

1.6.3. Nối song song và nối nối tiếp các phần tử trở

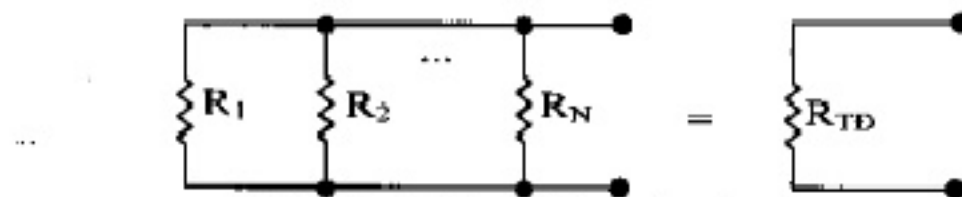
a. Điện trở mắc nối tiếp



Hình 1.22. Điện trở mắc nối tiếp

$$\text{Ta có } R_{TD} = \sum R_k = R_1 + R_2 + \dots + R_N \quad (1.10)$$

b. Điện trở mắc song song



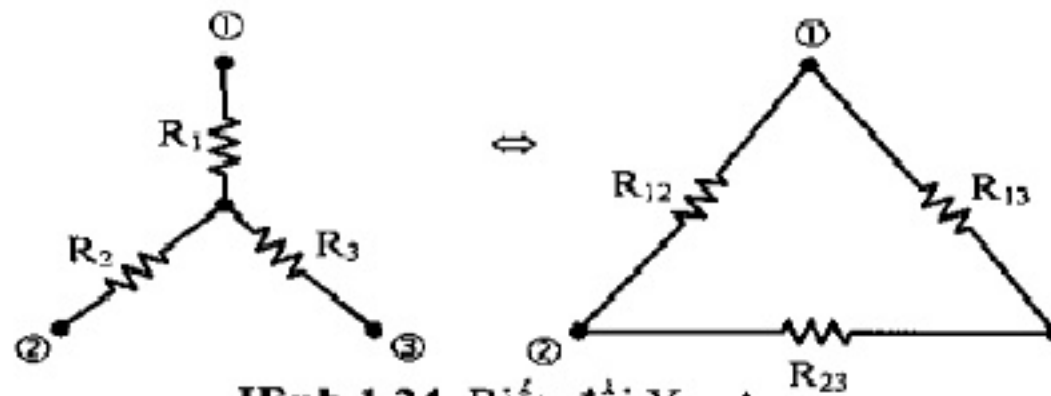
Hình 1.23. Điện trở mắc song song

$$\text{Ta có } \frac{1}{R_{TD}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \quad (1.11)$$

hay

$$G_{TD} = \sum G_k = G_1 + G_2 + \dots + G_N \quad (1.12)$$

1.6.4. Biến đổi sao tam giác ($Y \leftrightarrow \Delta$)



Hình 1.24. Biến đổi $Y - \Delta$

a. Biến đổi từ sao ra tam giác ($Y - \Delta$)

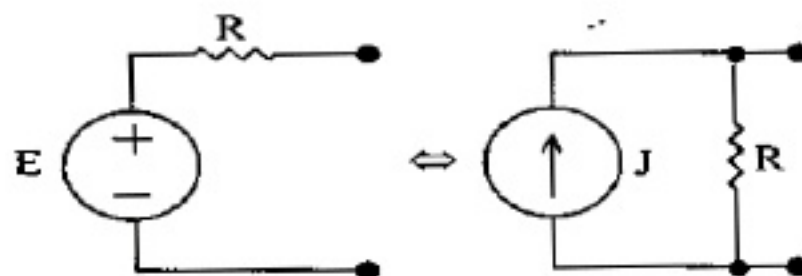
$$\begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3} \\ R_{13} &= \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} \\ R_{23} &= \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1} \end{aligned} \quad (1.13)$$

b. Biến đổi từ tam giác ra sao ($\Delta - Y$)

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12} R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \\ R_2 &= \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \\ R_3 &= \frac{R_{13} R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

1.6.5. Biến đổi tương đương

Nguồn áp nối tiếp với một điện trở sẽ tương đương với một nguồn dòng mắc song song với điện trở đó và ngược lại.

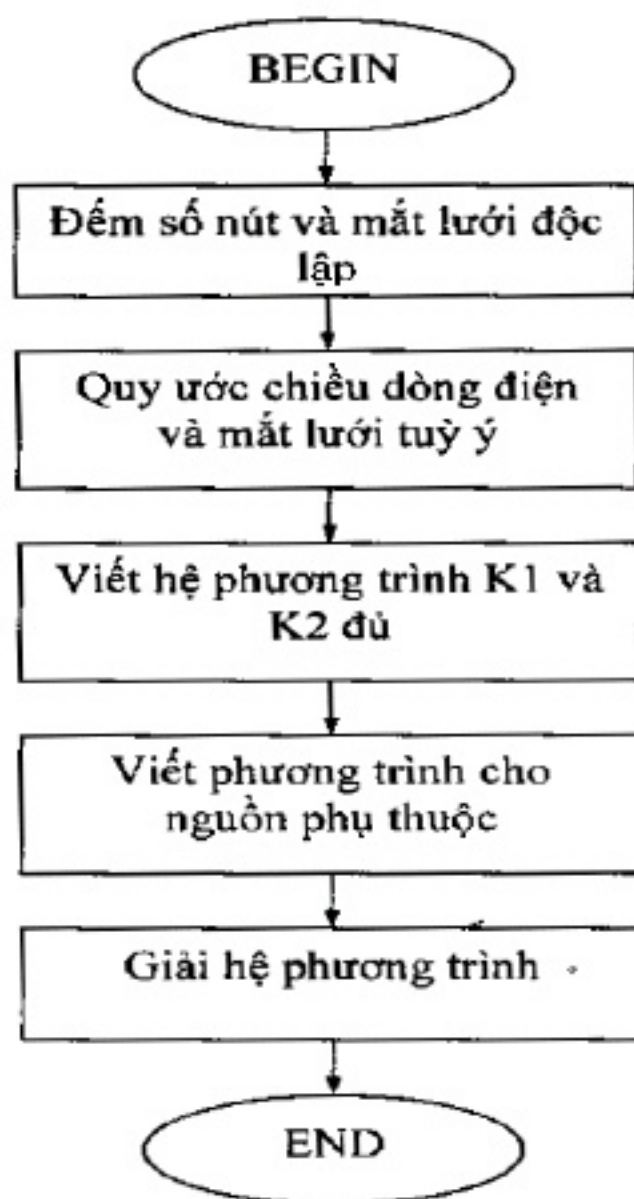


Hình 1.25

Khi và chỉ khi $J = \frac{E}{R}$ hay $E = JR$

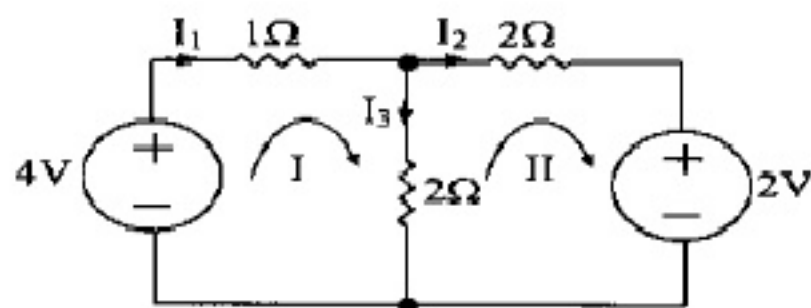
1.8. PHƯƠNG PHÁP GIẢI MẠCH DÙNG CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN

Trong chương này, chúng ta sẽ xem xét giải mạch điện DC dùng hai định luật Kirchhoff 1 và 2. Trình tự giải một mạch điện DC có thể tóm tắt như lưu đồ hình 1.26



Hình 1.26

Ví dụ 1.4 Cho mạch như hình. Tìm I_1 và I_2



Hình 1.27

Giải:

Ta ký hiệu chiều các dòng điện và chiều các vòng như hình 1.27

Hệ phương trình K1 và K2 đủ

Phương trình K1 cho nút 1

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

Phương trình K2 cho vòng I

$$-4 + I_1 + 2I_3 = 0 \quad (2)$$

Phương trình K2 cho vòng II

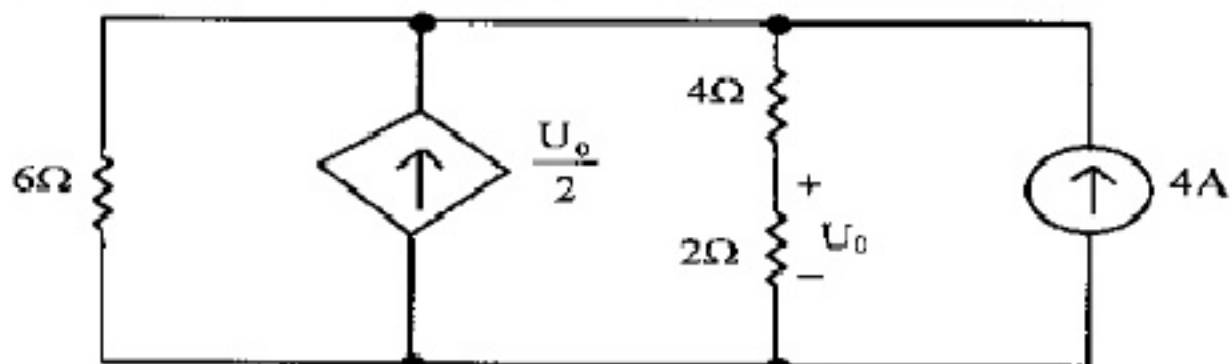
$$-2I_3 + 2I_2 + 2 = 0 \quad (3)$$

Ta được hệ phương trình sau

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_1 + 2I_3 = 4 \\ 2I_2 - 2I_3 = -2 \end{cases}$$

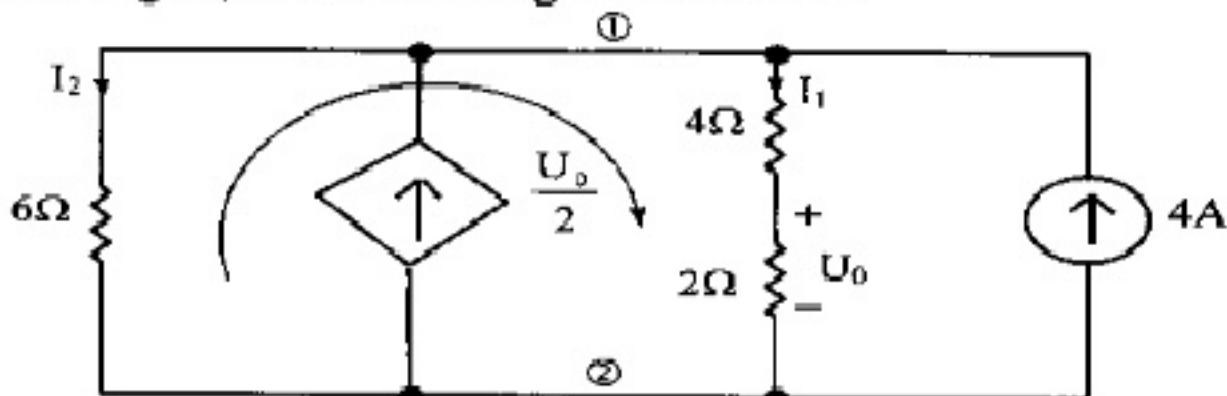
Giải hệ trên ta được $I_1 = 1.5A$, $I_2 = 0.25A$ và $I_3 = 1.25A$

Ví dụ 1.5 Tìm công suất tiêu thụ trên điện trở 4Ω



Hình 1.28

Ta ký hiệu chiều dòng điện và chiều vòng như hình 1.29



Hình 1.29

Phương trình K1 cho nút 1

$$-I_1 - I_2 + 4 + \frac{U_0}{2} = 0 \quad (1)$$

Phương trình K2 cho vòng I

$$6I_1 - 6I_2 = 0 \quad (2)$$

Phương trình cho nguồn phụ thuộc

$$U_0 = 2I_1 \quad (3)$$

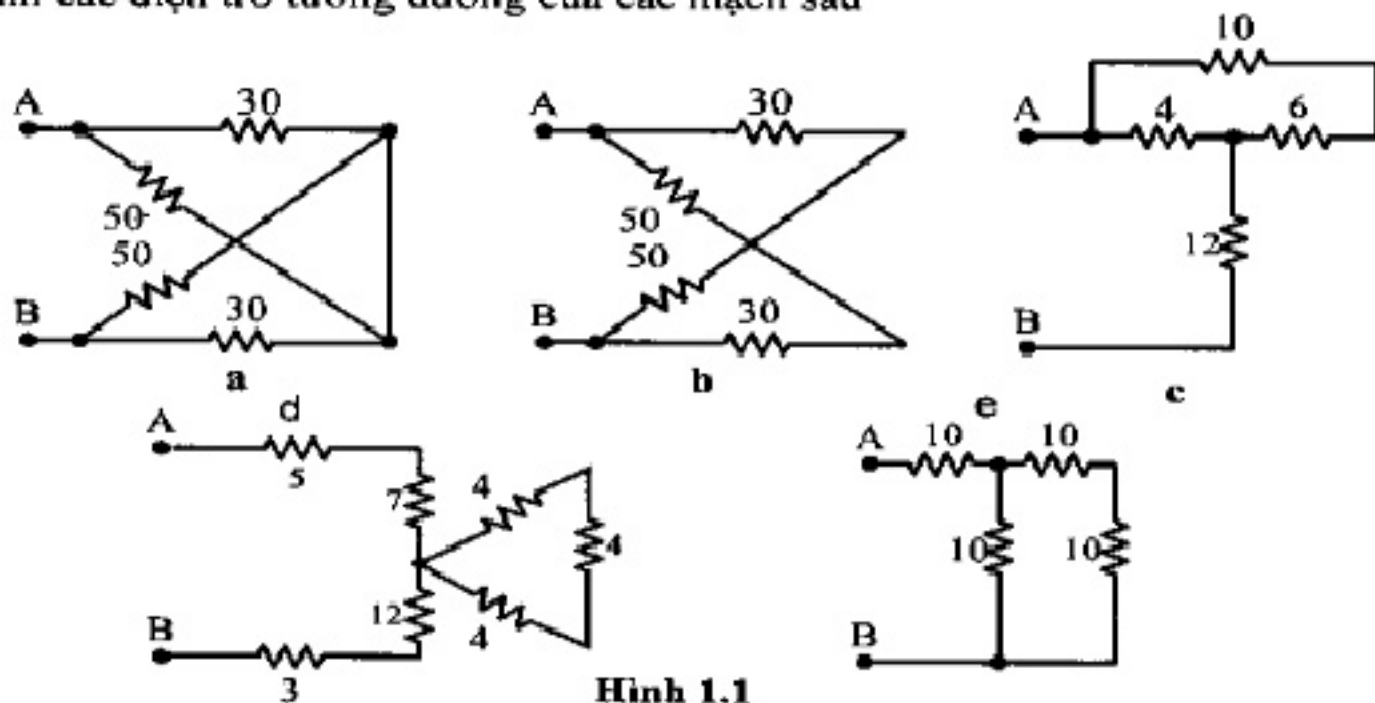
Từ (2) $\Rightarrow I_2 = I_1$ thế (2) và (3) vào (1)

$$\Rightarrow I_1 = 4A$$

Kết quả $P_{4\Omega} = 4I_1^2 = 64W$

BÀI TẬP CHƯƠNG 1
NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN
VỀ MẠCH ĐIỆN

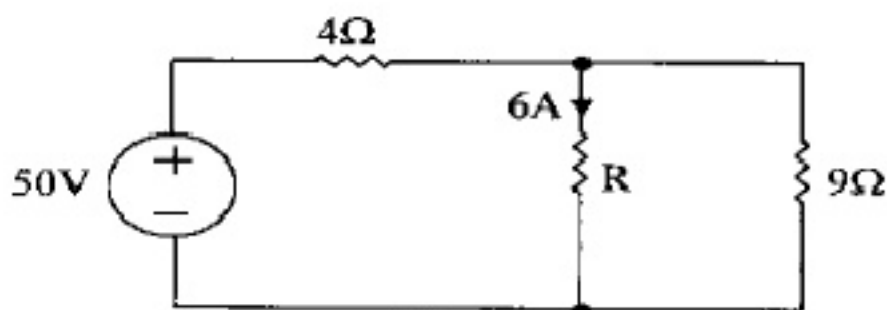
1.1. Tìm các điện trở tương đương của các mạch sau



Hình 1.1

ĐS: a, 37.5Ω b, 40Ω c, 15.2Ω d, 27Ω e, 16.6Ω

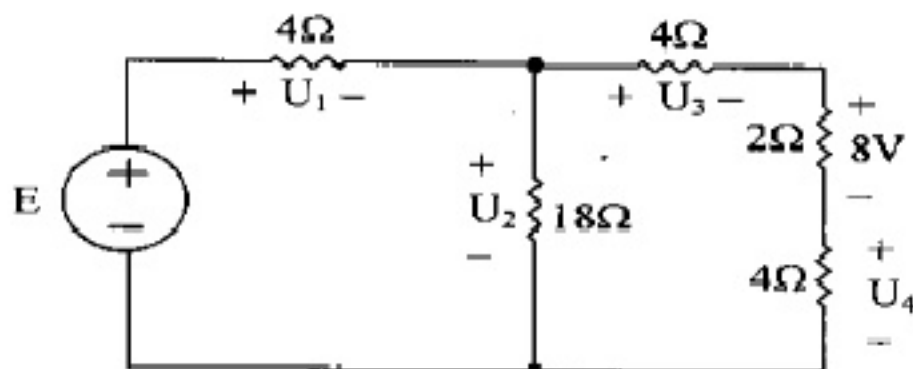
1.2. Tính các giá trị của R trên mạch hình 1.2



Hình 1.2

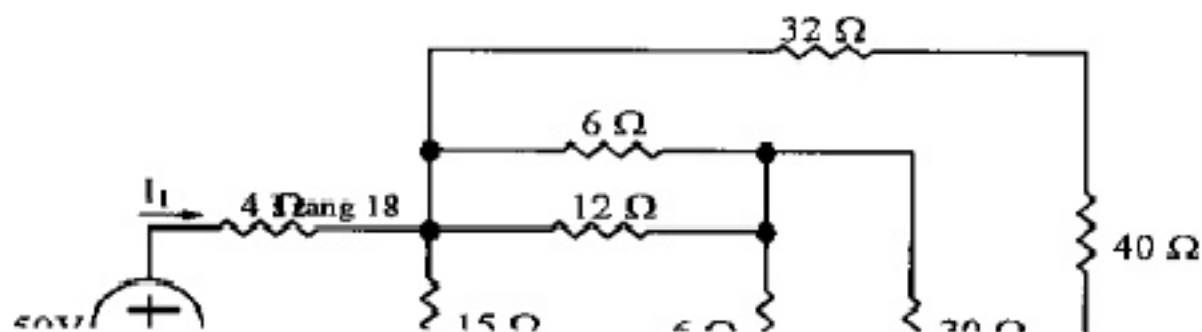
ĐS: $R = 3\Omega$

1.3 Tính các điện áp U_1 , U_2 , U_3 , U_4 và E của nguồn biết điện áp hai đầu điện trở 2Ω là 8V



ĐS: $U_1 = 24V$, $U_2 = 36V$, $U_3 = 12V$, $U_4 = 16V$, $E = 60V$

1.4 Tìm I_1 và I_2

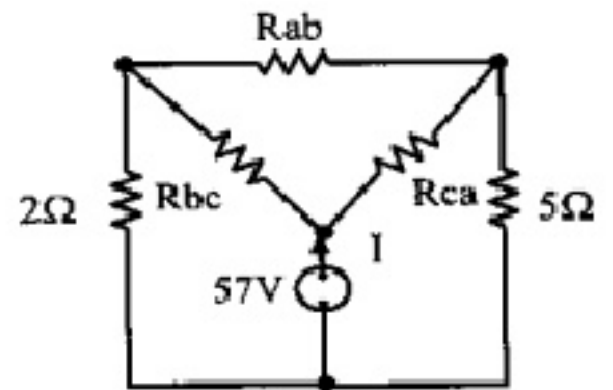


ĐS: $I_1 = 5A$
 $I_2 = -3A$

1.5. Dùng phép biến đổi tam giác – sao, tính dòng I trong hai trường hợp

- a. $R_{ab} = R_{bc} = R_{ca} = 3\Omega$
b. $R_{ab} = R_{ca} = 30\Omega$ và $R_{bc} = 40\Omega$

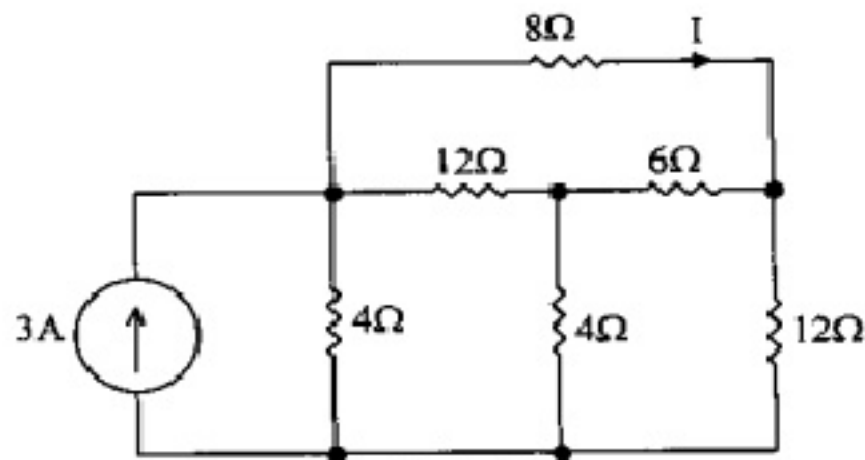
ĐS: a. $19A$ b. $3A$



Hình 1.5

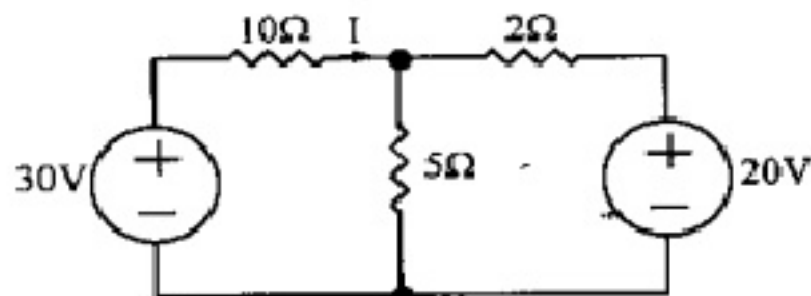
1.6. Tìm dòng I

ĐS: $I = 0.527A$



Hình 1.6

1.7. Cho mạch như hình. Tìm dòng I

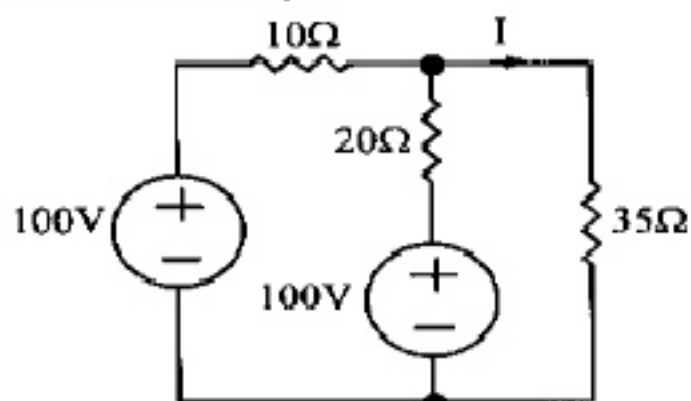


Hình 1.7

ĐS: $I = 1.375A$

1.8. Cho mạch như hình 1.8. Tìm dòng I

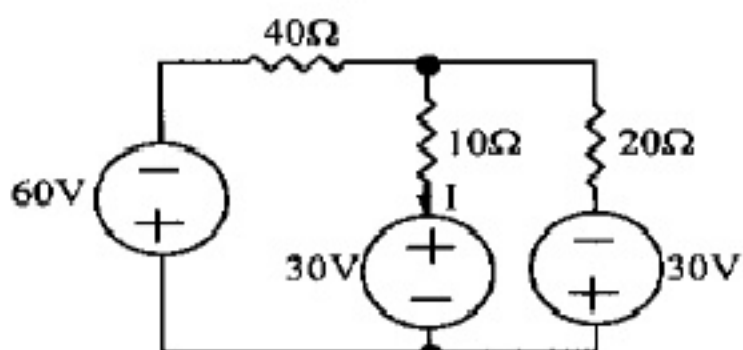
ĐS: $I = 2.4A$



Hình 1.8

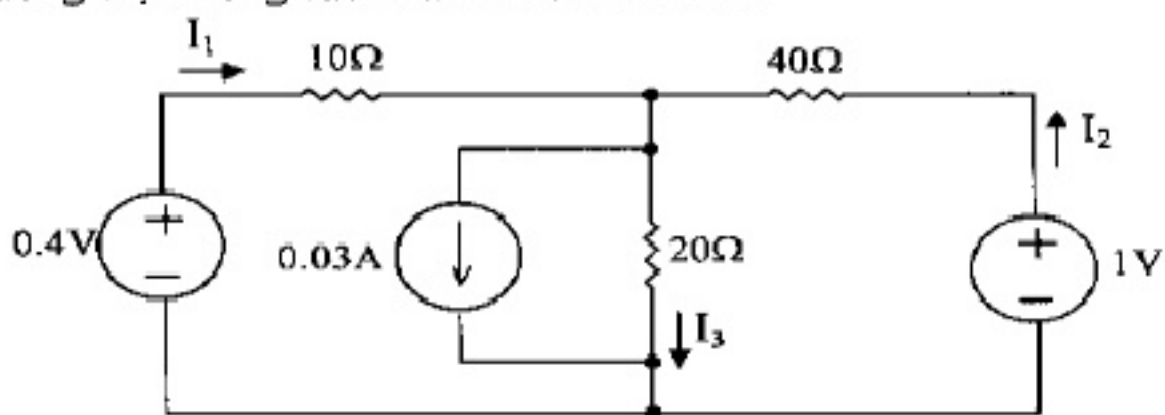
1.9. Cho mạch như hình 1.9. Tìm dòng I

ĐS: $I = -3A$



Hình 1.9

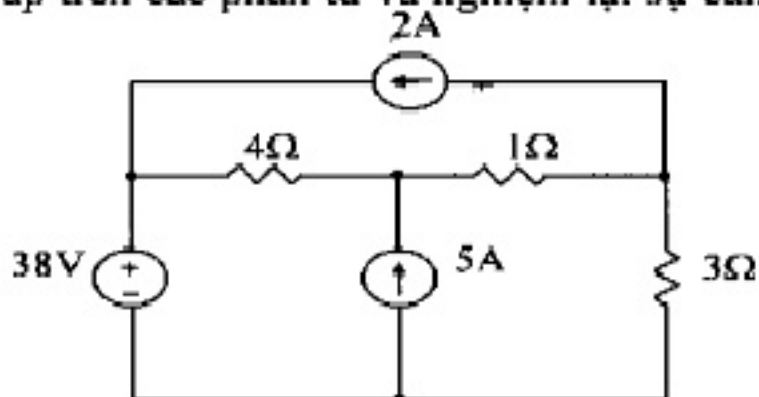
1.10. Tìm dòng điện trong các nhánh như hình 1.10



Hình 1.10

ĐS: $I_1 = 0.02A$, $I_2 = 0.02A$, $I_3 = 0.01A$

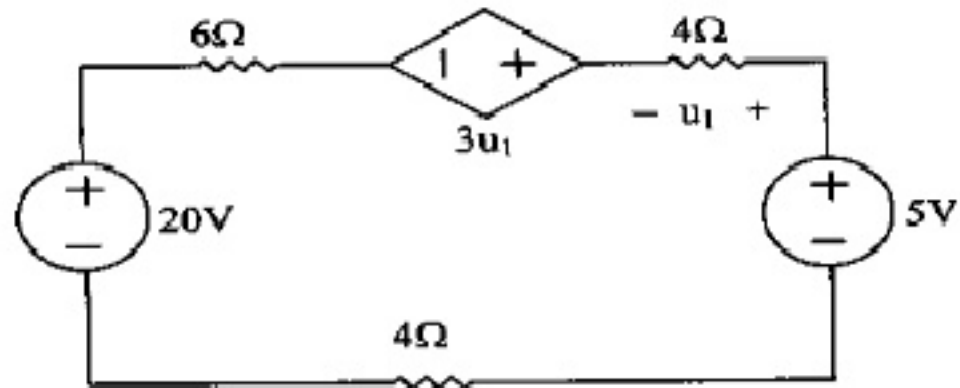
1.11. Tìm dòng và áp trên các phần tử và nghiệm lại sự cân bằng công suất trong mạch



Hình 1.11

ĐS: Tổng CS phát ($38W + 40W + 130W$) = Tổng CS thu ($36W + 64W + 108W$)

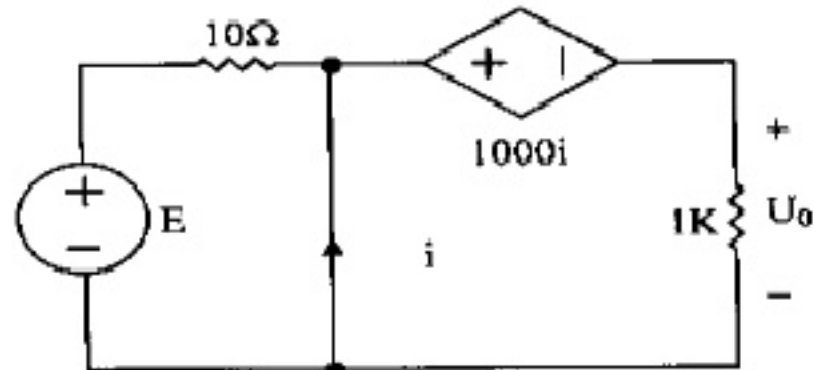
1.12 Xác định điện áp U_1 và công suất tiêu tán trên điện trở 8Ω



Hình 1.12

ĐS: $u_1 = -2V$; $P = 2W$

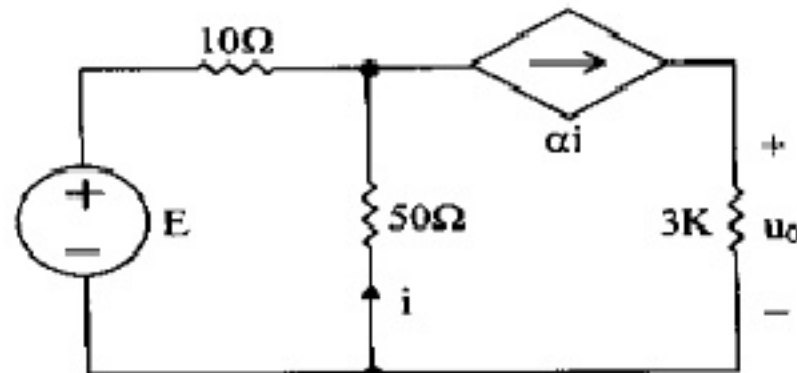
1.13 Tính hệ số $k = \frac{U_0}{E}$



Hình 1.13

ĐS: $\frac{U_0}{E} = 50$

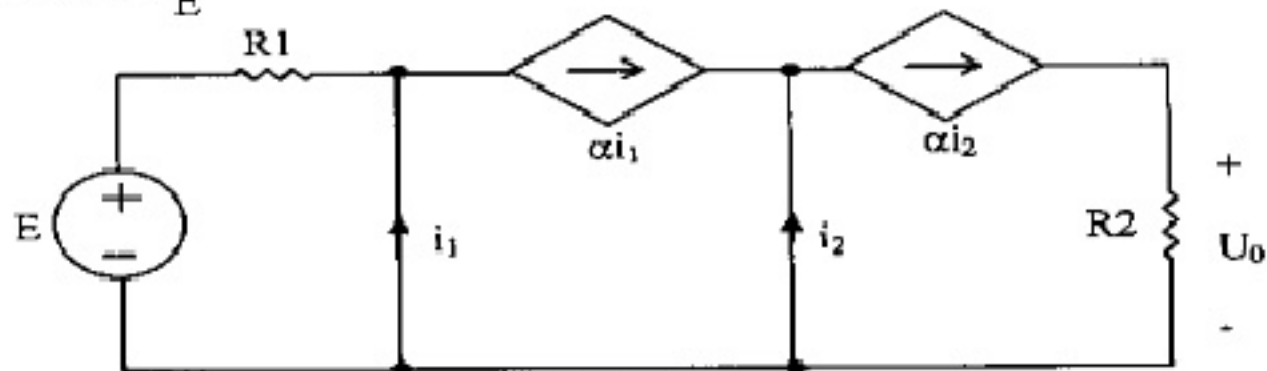
1.14 Tính i và u_0 của mạch sau theo E và α



Hình 1.14

ĐS: $i = \frac{E}{50(\alpha - 2)}$; $u_0 = \frac{60\alpha E}{\alpha - 2}$

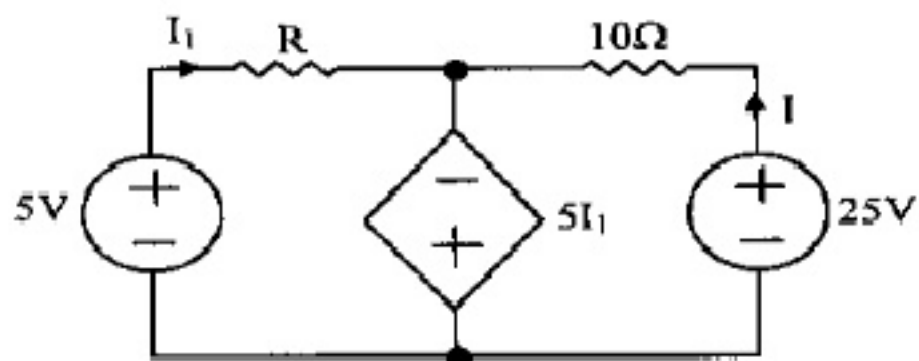
1.15 Xác định tỉ số $\frac{U}{E}$



Hình 1.15

ĐS: $\frac{U}{E} = \frac{\alpha^2 R_2}{(\alpha - 1)^2 R_1}$

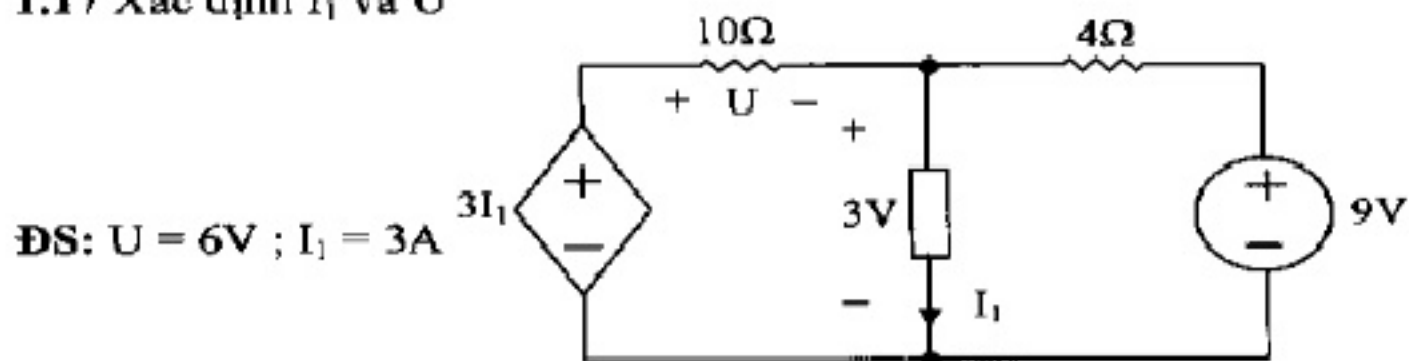
1.16 Xác định R để $I = 5A$



ĐS: $R = 6\Omega$

Hình 1.16

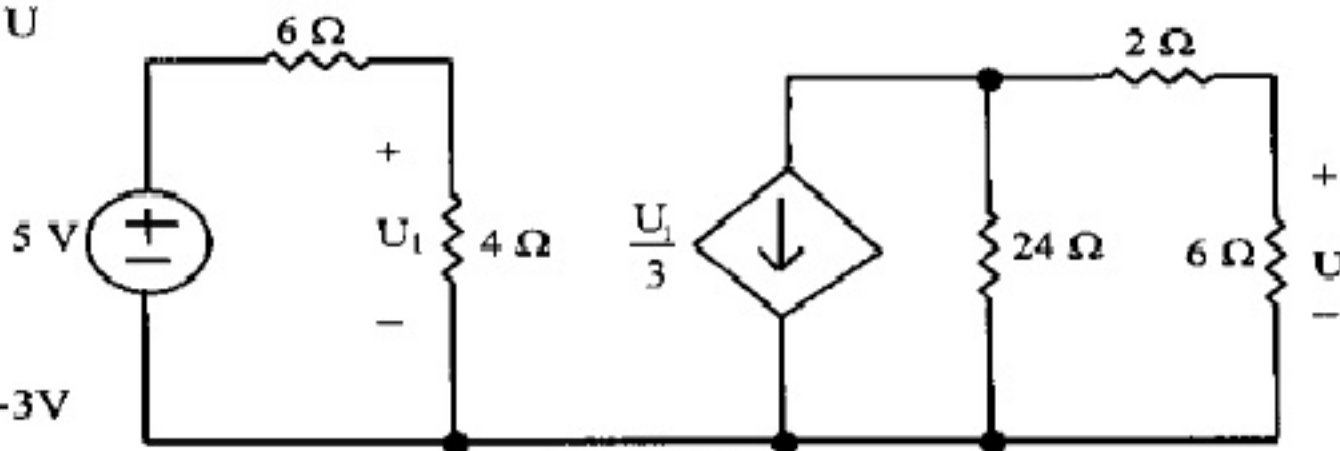
1.17 Xác định I_1 và U



ĐS: $U = 6V ; I_1 = 3A$

Hình 1.17

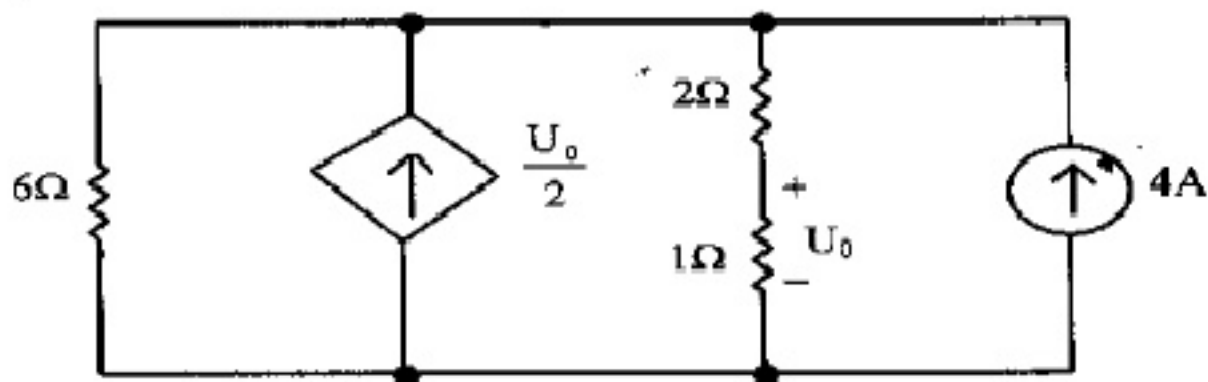
1.18 Tìm U



ĐS: $U = -3V$

Hình 1.18

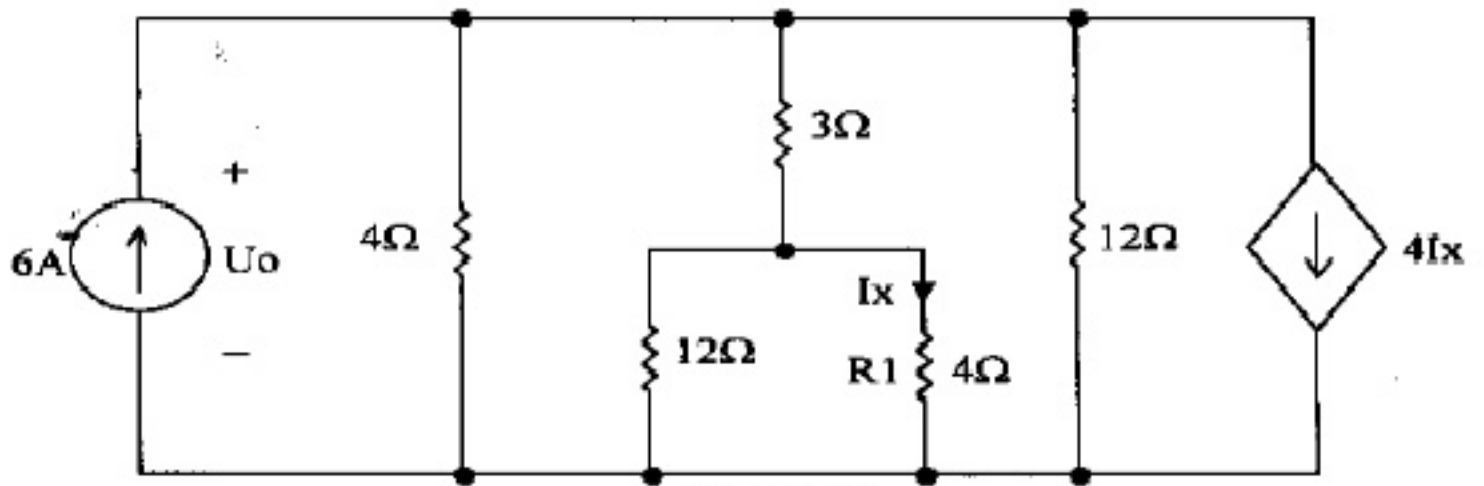
1.19. Tìm áp U_0



ĐS: $U_0 = 4V$

Hình 1.19

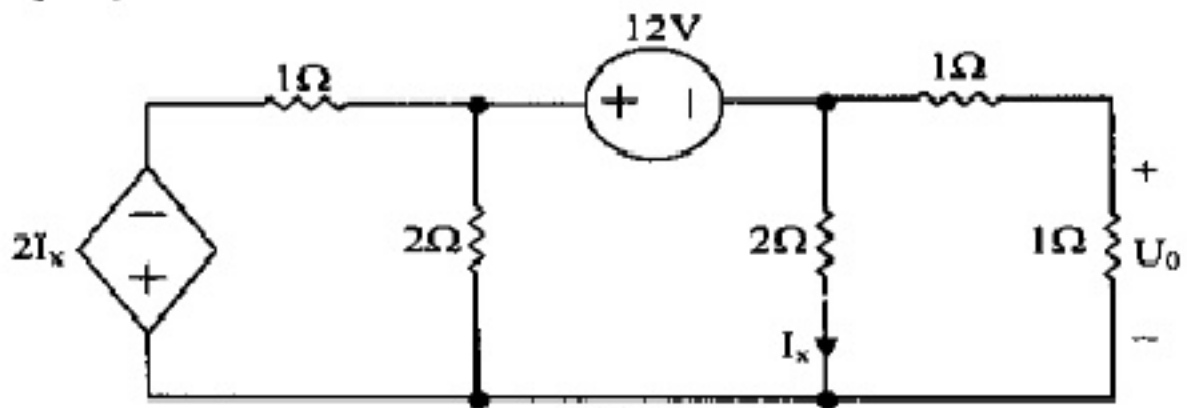
1.20 Tìm điện áp U_0



Hình 1.20

ĐS: $U_0 = 6V$

1.21. Tìm điện áp U_0



Hình 1.21

ĐS: $U_0 = -2.57V$

CHƯƠNG 2

MẠCH XÁC LẬP ĐIỀU HÒA

Chương 2 tập trung vào phân tích mạch ở trạng thái xác lập điều hòa. Các kích thích là các nguồn áp, nguồn dòng biến thiên hình sin theo thời gian với cùng một tần số góc ω . Ở trạng thái xác lập điều hoà (xác lập hình sin) các đáp ứng dòng điện trên tất cả các nhánh, các phần tử cũng biến thiên hình sin với cùng tần số góc ω .

2.1.SỐ PHỨC

Trong chương 1 chúng ta khảo sát chủ yếu là các mạch một chiều (DC). Để giải mạch xoay chiều, chúng ta đã dùng phương pháp vector để giải. Tuy nhiên phương pháp vector có nhược điểm là không thể giải được các mạch phức tạp. Để giải được các mạch phức tạp, chúng ta sẽ dùng số phức để biểu diễn các đại lượng điện áp, dòng điện và tổng trở.

2.1.1 Định nghĩa

Để giải phương trình dạng $x^2 + 4 = 0$, người ta đưa vào đơn vị ảo, ký hiệu j , và định nghĩa bởi:

$$j^2 = -1 \quad (2.1)$$

Như vậy $j^3 = -j$, $j^4 = 1$, ...
Số phức là số có dạng

$$A = a + jb \quad (2.2)$$

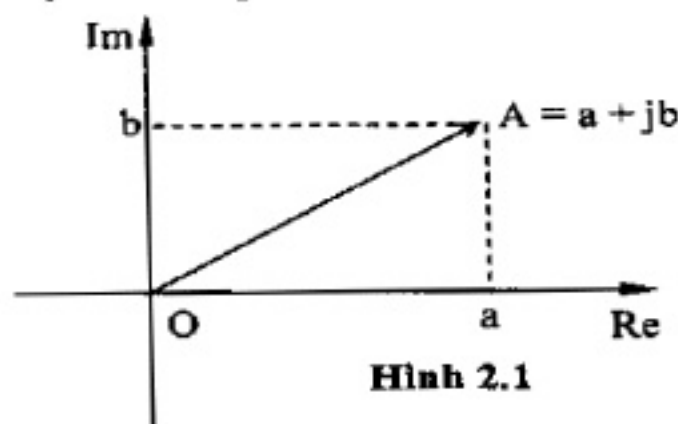
Trong đó a , b là các số thực. Các số a , b được gọi là phần thực và phần ảo của số phức A . Ký hiệu

$$a = \text{Re}(A) \text{ và } b = \text{Im}(A) \quad (2.3)$$

Số phức liên hợp của A , ký hiệu A^*

$$A = a + jb \text{ thì } A^* = a - jb \quad (2.4)$$

2.1.2. Biểu diễn hình học của số phức



2.1.3 Các phép tính trên số phức

Cho hai số phức $A = a_1 + jb_1$ và $B = a_2 + jb_2$

Hai số phức bằng nhau $A = B \Leftrightarrow a_1 = a_2$ và $b_1 = b_2$

Phép cộng

$$A + B = (a_1 + jb_1) + (a_2 + jb_2) = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

Ví dụ 2.1. $3 + j4 + 4 - j2 = 7 + j2$

Phép trừ

$$A - B = (a_1 + jb_1) - (a_2 + jb_2) = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$$

Ví dụ 2.2. $(3 + j4) - (4 - j2) = -1 + j6$

Phép nhân

$$A.B = (a_1 + jb_1).(a_2 + jb_2) = (a_1a_2 - b_1b_2) + j(a_1b_2 + a_2b_1)$$

Ví dụ 2.3

$$(3 + j4).(4 - j2) = 12 - j6 + j16 - j^28 = 12 + j10 + 8 = 20 + j10$$

Phép chia

$$\frac{A}{B} = \frac{AB^*}{BB^*} = \frac{(a_1 + jb_1)(a_2 - jb_2)}{(a_2 + jb_2)(a_2 - jb_2)} = \frac{(a_1a_2 - b_1b_2) + j(a_1b_2 - a_2b_1)}{a_2^2 + b_2^2}$$

Ví dụ 2.4

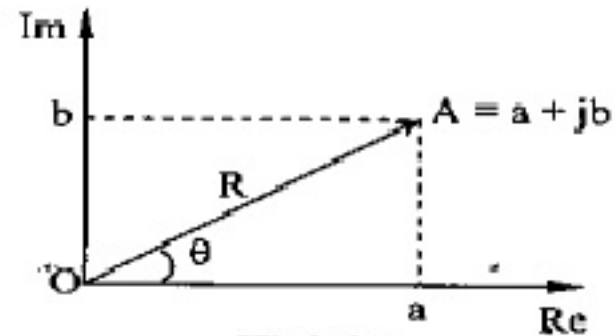
$$\frac{3 + j4}{4 - j2} = \frac{(3 + j4)(4 + j2)}{(4 - j2)(4 + j2)} = \frac{4 + j22}{16 + 4} = 0.2 + j1.1$$

2.1.4. Dạng lượng giác, dạng mũ, dạng cực

Xét số phức $A = a + jb$, gọi R là khoảng cách từ điểm A đến gốc O và θ là góc mà OA tạo với trục thực ($-180^\circ < \theta \leq 180^\circ$)

Trong hình học giải tích, cặp số (R, θ) chính là toạ độ cực của A trong mặt phẳng.

Ta có $a = R\cos\theta$, $b = R\sin\theta$



Hình 2.2

Ngược lại, nếu biết a và b , ta tính R và θ từ các hệ thức:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \text{tg}\theta = \frac{b}{a} \quad (2.5)$$

Thay a và b theo R và θ , dạng đại số $A = a + jb$ trở thành

$$A = R(\cos\theta + j\sin\theta) \quad (2.6)$$

Đây gọi là dạng lượng giác của số phức. Tiếp theo dùng công thức Euler:

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \quad (2.7)$$

ta được dạng mũ của số phức:

$$A = R \cdot e^{j\theta} \quad (2.8)$$

Cuối cùng nếu ta ký hiệu: $\angle\theta = \cos\theta + j\sin\theta$ ta sẽ có

$$A = R \angle\theta \quad (2.9)$$

Việc đổi từ dạng đại số sang dạng cực sẽ thực hiện nhờ (2.5), việc đổi từ dạng cực sang dạng đại số sẽ thực hiện nhờ (2.6)

Ví dụ 2.4. Đổi số phức $4 + j2$ ra dạng cực

$$R = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4.47; \quad \text{tg}\theta = \frac{2}{4} \Rightarrow \theta = 26.6^\circ$$

$$\text{Vậy } 4 + j2 = 4.47 \angle 26.6^\circ$$

Nhân chia số phức dưới dạng cực

Cho hai số phức

$$A = a_1 + jb_1 = R_1 \angle\theta_1$$

$$B = a_2 + jb_2 = R_2 \angle\theta_2 \quad (2.10)$$

Ta có

$$A \cdot B = R_1 \angle\theta_1 \cdot R_2 \angle\theta_2 = R_1 R_2 \angle\theta_1 + \theta_2 \quad (2.11)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{R_1 \angle\theta_1}{R_2 \angle\theta_2} = \frac{R_1}{R_2} \angle\theta_1 - \theta_2 \quad (2.12)$$

Ví dụ 2.5 Cho $A = 4 + j2$ và $B = 4 - j3$. Tính $A \cdot B$ và $\frac{A}{B}$ theo hai cách

a. Dùng dạng đại số

b. Dùng dạng cực

Giải:

a. $A \cdot B = (4 + j2)(4 - j3) = 22 - j4$

$$\frac{A}{B} = \frac{(4 + j2)(4 + j3)}{(4 - j3)(4 + j3)} = \frac{10 + j20}{16 + 9} = 0.4 + j0.8$$

b. Ta có $A = 4.47 \angle 26.6^\circ$ và $B = 5 \angle -36.9^\circ$

$$A \cdot B = 4.47 \angle 26.6^\circ \cdot 5 \angle -36.9^\circ = 22.35 \angle -14.3^\circ$$

$$\frac{A}{B} = \frac{4.47 \angle 26.6^\circ}{5 \angle -36.9^\circ} = 0.89 \angle 63.5^\circ$$

2.2. QUÁ TRÌNH ĐIỀU HÒA

Một đại lượng $f(t)$ được gọi là điều hoà nếu nó biến thiên theo thời gian theo quy luật sau:

$$f(t) = F_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.13)$$

Ở đây $f(t)$ có thể là dòng điện $i(t)$, điện áp $u(t)$, sức điện động $e(t)$ hoặc nguồn dòng điện $j(t)$

$F_m > 0$ Biên độ

$\omega > 0$ - tần số góc, đơn vị rad/s

$\omega t + \varphi$ - góc pha tại thời điểm t , đơn vị đo là radian hoặc độ

φ - góc pha ban đầu, đơn vị đo là radian hoặc độ

$-180^\circ < \varphi < 180^\circ$ hoặc $0^\circ < \varphi < 360^\circ$

Đại lượng điều hoà cũng có thể dùng hàm sin

$$f(t) = F_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.14)$$

Quá trình điều hoà là hàm tuần hoàn theo thời gian với chu kỳ

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.15)$$

Tần số $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ đơn vị đo là Hertz (Hz)

Giả sử có hai đại lượng điều hoà có cùng tần số góc ω

$$f_1(t) = F_{m1} \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ và } f_2(t) = F_{m2} \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (2.16)$$

Đại lượng $\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$ gọi là góc lệch pha giữa $f_1(t)$ và $f_2(t)$

Nếu $\varphi > 0$ ta nói f_1 nhanh (sớm) pha hơn f_2 một góc φ

$\varphi < 0$ ta nói f_1 chậm (trễ) pha hơn f_2 một góc φ

$\varphi = \pm\pi (\pm 180^\circ)$ ta nói f_1 và f_2 ngược pha nhau

$\varphi = 0$ ta nói f_1 và f_2 cùng pha nhau

Ví dụ 2.6. Tính góc lệch pha giữa hai điện áp

$$u_1(t) = 4 \cos(2t + 30^\circ) \text{ và } u_2(t) = -2 \sin(2t + 18^\circ)$$

Giải:

Ta phải biến đổi chúng về cùng dạng cos hoặc cùng dạng sin

$$u_2(t) = -2 \sin(2t + 18^\circ) = 2 \cos(2t + 108^\circ)$$

Vậy u_2 nhanh pha hơn u_1 một góc 78° hoặc u_1 chậm pha hơn u_2 một góc 78°

Các đại lượng điện

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \varphi_e)$$

$$j(t) = J_m \cos(\omega t + \varphi_j) \quad (2.17)$$

Giá trị hiệu dụng

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}; J = \frac{J_m}{\sqrt{2}}; \quad (2.18)$$

2.3. PHƯƠNG PHÁP ẢNH PHỨC

2.3.1. Biểu diễn đại lượng điều hoà bằng số phức

Cho đại lượng điều hoà

$$f(t) = F_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (2.19)$$

Người ta đưa ra định nghĩa

$$\dot{F} = F_m e^{j\varphi} = F_m \angle \varphi \quad (2.20)$$

là vector biên độ phức đặc trưng cho đại lượng điều hoà. Đó chính là nội dung của phương phân tích tín hiệu điều hoà dùng số phức

Ngoài ra, người ta cũng có thể đặc trưng $f(t)$ bằng vector hiệu dụng phức

$$\dot{F} = F e^{j\varphi} = F \angle \varphi \text{ trong đó } F \text{ là trị hiệu dụng của } f(t) \quad (2.21)$$

2.3.2. Phức hoá phần tử mạch

a. Phần tử điện trở

$$R \leftrightarrow R \quad (2.22)$$

b. Phần tử điện dung

$$L \leftrightarrow j\omega \quad (2.23)$$

c. Phần tử điện cảm

$$C \leftrightarrow \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C} \quad (2.24)$$

2.4. ĐỊNH LUẬT OHM VÀ KIRCHHOFF DẠNG PHỨC

2.4.1. Định luật Ohm

$$\dot{U} = Z\dot{I} \quad (2.25)$$

2.4.2. Định luật Kirchhoff

a. Định luật K1

Phát biểu: *Tổng đại số các dòng điện phức tại một nút bất kỳ thì bằng 0*

$$\sum_{k=1}^N \dot{I}_k = 0 \text{ (N: số nhánh đi vào nút)} \quad (2.26)$$

Trong đó quy ước: Dòng đi vào thì có dấu +, dòng đi ra thì có dấu –

b. Định luật K2

Phát biểu: Tổng đại số các điện áp phức trên các phần tử dọc theo tất cả các nhánh trên một vòng kín thì bằng 0.

$$\sum_{k \in \text{vòng}} \dot{U}_k = 0 \quad (2.27)$$

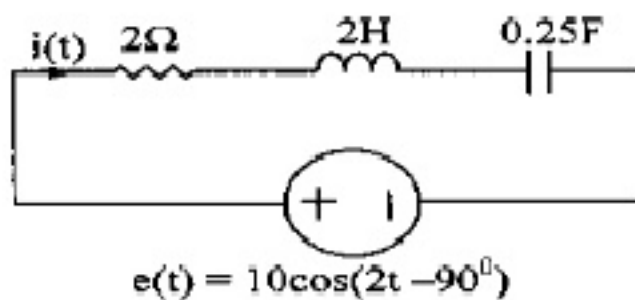
2.5. GIẢI MẠCH XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ DÙNG SỐ PHỨC

Quá trình giải mạch xác lập điều hoà cũng giống như giải mạch DC ở chương 1. Tuy nhiên trước khi giải ta phải biến đổi các nguồn kích thích, các phần tử mạch, đáp ứng (dòng, áp) về ảnh phức.

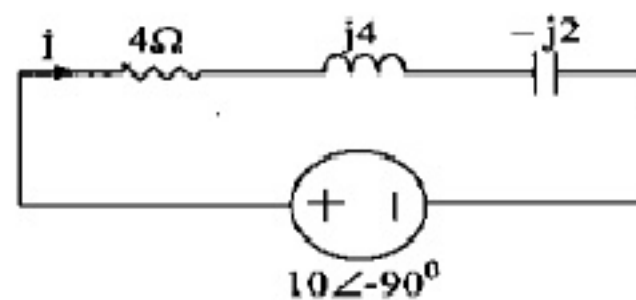


Hình 2.3

Ví dụ 2.122 Cho mạch như hình 2.4. Tìm $i(t)$



Hình 2.4



Hình 2.5

Ta có $\omega = 2 \text{ rad/s}$
 $2\Omega \leftrightarrow 2\Omega$

$$2H \leftrightarrow j\omega L = j4 \Omega$$

$$0.25F \leftrightarrow \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C} = -j2 \Omega$$

$$e(t) = 10\cos(2t - 90^\circ) \leftrightarrow \dot{E} = 10\angle -90^\circ$$

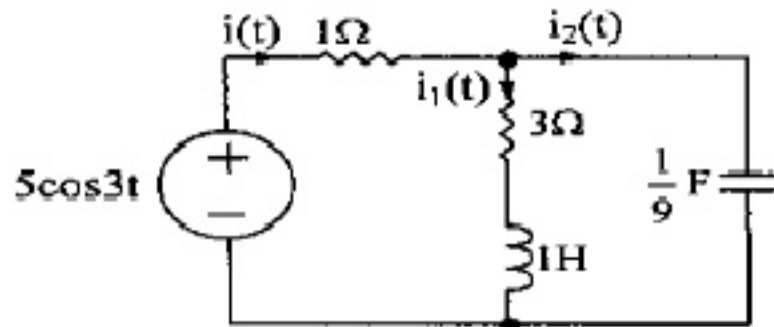
Ta được mạch sau khi phức hoá như hình 2.5

Suy ra

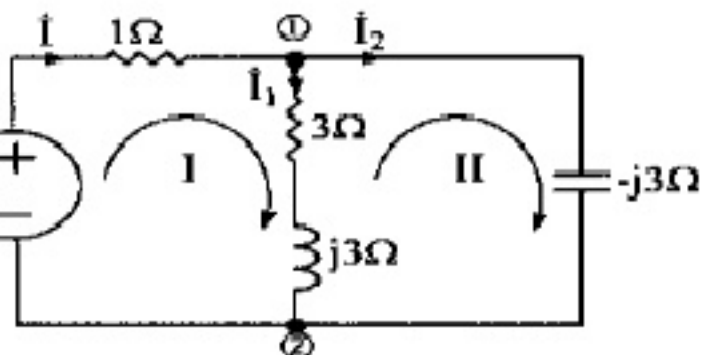
$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{Z} = \frac{10\angle -90^\circ}{2 + j4 - j2} = \frac{10\angle -90^\circ}{2 + j2} = \frac{10\angle -90^\circ}{2\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 5\sqrt{2}\angle -45^\circ$$

Vậy $i(t) = 5\sqrt{2}\cos(2t - 45^\circ)$

Ví dụ 2.7. Cho mạch như hình 2.6. Tìm các dòng điện $i(t)$, $i_1(t)$ và $i_2(t)$



Hình 2.6



Hình 2.7 Sơ đồ phức hóa

Tần số góc của nguồn $\omega = 2 \text{ rad/s}$

$$e(t) = 5\cos 3t \leftrightarrow \dot{E} = 5\angle 0^\circ$$

$$1\Omega \leftrightarrow 1\Omega$$

$$3\Omega \leftrightarrow 3\Omega$$

$$1H \leftrightarrow j\omega L = j3 \Omega$$

$$\frac{1}{9}F \leftrightarrow \frac{1}{j\omega C} = \frac{-j}{\omega C} = -j3 \Omega$$

Ta có sơ đồ phức hoá như trên hình 2.7

Cách giải 1

Định luật K1 cho nút 1

$$\dot{I} - \dot{I}_1 - \dot{I}_2 = 0 \quad (1)$$

Định luật K2 cho vòng I và II ta được

$$\dot{I} + 3\dot{I}_1 + j3\dot{I}_2 - 5 = 0 \quad (2)$$

$$-3\dot{I}_1 - j3\dot{I}_1 - j3\dot{I}_2 = 0 \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) suy ra } \dot{I}_2 = \dot{I} - \dot{I}_1 \quad (4)$$

Thay (4) vào (3) ta được

$$j\dot{I} + \dot{I}_1 = 0 \Rightarrow \dot{I}_1 = -j\dot{I} \quad (5)$$

Thay (5) vào (2) ta được

$$(4 - j3)\dot{I} = 5 \Rightarrow \dot{I} = \frac{5}{4 - j3} = 0.8 + j0.6 = 1\angle 36.87^\circ$$

$$(5) \Rightarrow \dot{I}_1 = -j1(0.8 + j0.6) = 0.6 - j0.8 = 1 \angle -53.13^\circ$$

$$(4) \Rightarrow \dot{I}_2 = (0.8 + j0.6) - (0.6 - j0.8) = 0.2 + j1.4 = 1.41 \angle 81.87^\circ$$

Chuyển sang giá trị tức thời

$$i(t) = \cos(3t + 36.87^\circ) \text{ A}$$

$$i_1(t) = \cos(3t - 53.13^\circ) \text{ A}$$

$$i_2(t) = 1.41 \cos(3t + 81.87^\circ) \text{ A}$$

Cách giải 2:

$$Z_{TD} = 1 + \frac{(3 + j3)(-j3)}{3} = 1 + 3 - j3 = 4 - j3$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{Z_{TD}} = \frac{5}{4 - j3} = 0.8 + j0.6 = 1 \angle 36.87^\circ$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I} \frac{-j3}{3} = \frac{(0.8 + j0.6)(-j3)}{3} = 0.6 - j0.8 = 1 \angle -53.13^\circ$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I} \frac{(3 + j3)}{3} = \frac{(0.8 + j0.6)(3 + j3)}{3} = 0.2 + j1.4 = 1.41 \angle 81.87^\circ$$

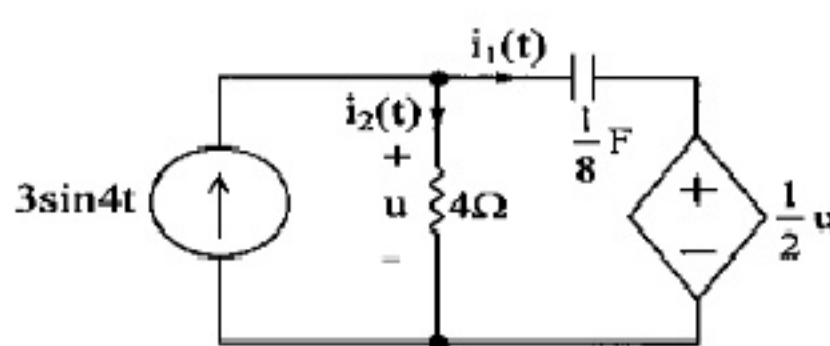
Chuyển sang giá trị tức thời

$$i(t) = \cos(3t + 36.87^\circ) \text{ A}$$

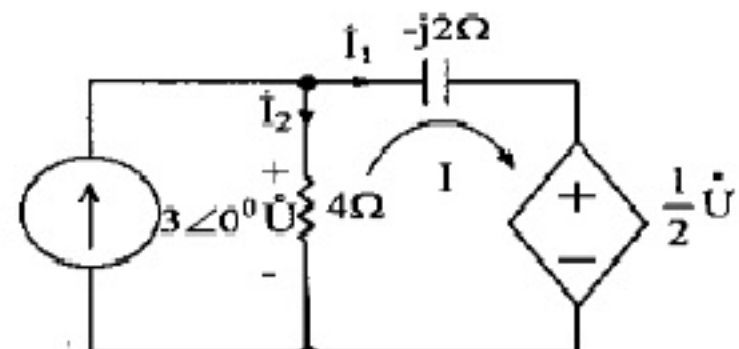
$$i_1(t) = \cos(3t - 53.13^\circ) \text{ A}$$

$$i_2(t) = 1.41 \cos(3t + 81.87^\circ) \text{ A}$$

Ví dụ 2.7 Cho mạch như hình 2.8. Tìm các dòng điện $i_1(t)$ và $i_2(t)$



Hình 2.8



Hình 2.9

Ta có mạch phức hoá như hình 2.9

K1 cho nút 1

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - 3 = 0 \quad (1)$$

K1 cho nút I

$$-j2\dot{I}_1 + \frac{1}{2}\dot{U} - 4\dot{I}_2 = 0 \quad (2)$$

Phương trình cho nguồn phụ thuộc

$$\dot{U} = 4\dot{I}_2 \quad (3)$$

Thay (3) vào (2) ta được

$$j\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0 \quad (4)$$

Lấy (1) - (4) ta được

$$(1-j)\hat{I}_1 = 3 \Rightarrow \hat{I}_1 = \frac{3}{1-j} = 1.5 + j1.5 = 2.12\angle 45^\circ$$

$$(1) \Rightarrow \hat{I}_2 = 3 - \hat{I}_1 = 1.5 - j1.5 = 2.12\angle -45^\circ$$

Suy ra

$$i_1(t) = 2.12 \sin(4t + 45^\circ) \text{ A}$$

$$i_2(t) = 2.12 \sin(4t - 45^\circ) \text{ A}$$

2.6. CÔNG SUẤT XÁC LẬP ĐIỀU HOÀ

2.6.1. Công suất tác dụng và phản kháng

Công suất tức thời $p(t)$ cho một phần tử

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad (2.28)$$

Mạch xác lập điều hòa

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (2.29)$$

Công suất tác dụng P được định nghĩa

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi \quad (2.30)$$

$$\text{với } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

Hoặc $P = UI \cos \varphi$

với U, I là trị hiệu dụng của áp và dòng

Công suất phản kháng Q được định nghĩa

$$Q = \frac{1}{2} U_m I_m \sin \varphi \quad (2.31)$$

$$Q = UI \sin \varphi$$

Đơn vị : P : Watt (W)

Q : VAR

2.6.2. Công suất biểu kiến

$$S = UI \text{ Đơn vị: VA} \quad (2.32)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

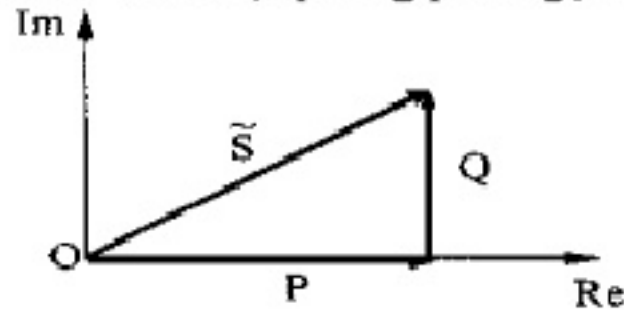
2.6.3. Công suất phức

$$\tilde{S} = P + jQ \quad (2.33)$$

Ta thấy

$$\tilde{S} = \tilde{U} \tilde{I}$$

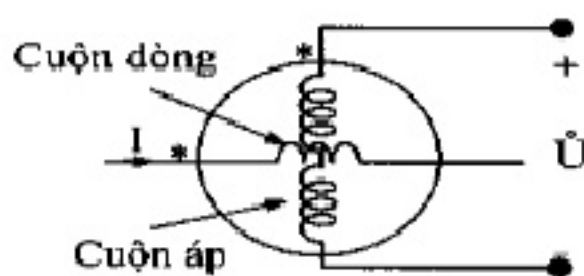
Ta có thể biểu diễn $\tilde{S}$ trên mặt phẳng phức gọi là tam giác công suất



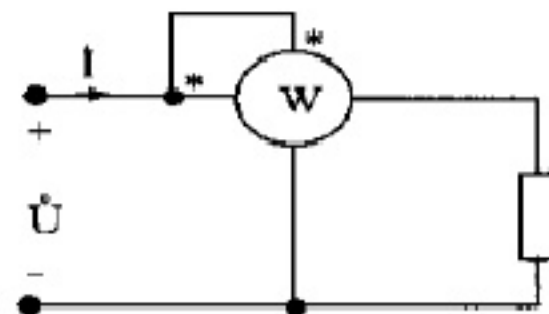
Hình 2.10 Tam giác công suất

2.6.4. Đo công suất

Để đo công suất người ta dùng một thiết bị gọi là Waltmet. Waltmet có 4 đầu, 2 cuộn dây cuộn dòng và cuộn áp (Hình 2.11)



Hình 2.11. Cấu tạo Waltmet



Hình 2.12. Cách mắc Waltmet

Để đo công suất tác dụng người ta dùng Waltmet với cách mắc cuộn dòng nối tiếp với tải và cuộn áp song song với tải (Hình 2.12).

Với cách mắc như hình thì chỉ số trên Waltmet là giá trị

$$P = \frac{1}{2} U_m I_m \cos \varphi = UI \cos \varphi \quad (2.34)$$

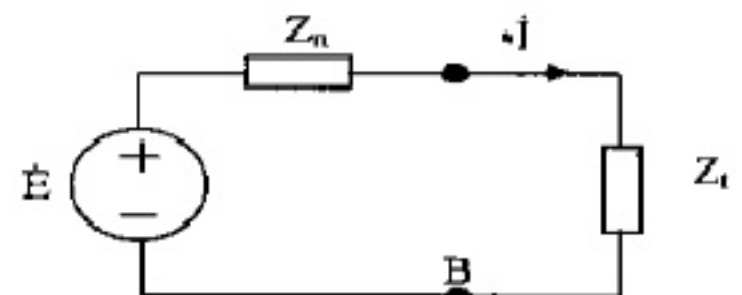
Nếu kim Waltmet quay ngược thì ta đảo chiều một trong hai cuộn dòng hay áp (thường là dòng)

2.7. TRUYỀN CÔNG SUẤT QUA MẠNG MỘT CỬA

Cho mạng một cửa được nối với tải như hình 2.13

$$\text{Ta có } \dot{I} = \frac{\dot{E}}{Z_n + Z_t}$$

$$\begin{aligned} \text{Với } Z_n &= R_n + jX_n \\ Z_t &= R_t + jX_t \end{aligned}$$



Hình 2.13

$$\Rightarrow I_m = \frac{E_m}{\sqrt{(R_n + R_t)^2 + (X_n + X_t)^2}} \quad (2.35)$$

Công suất tiêu thụ trên Z_t

$$P = \frac{1}{2} R_t I_m^2 = \frac{1}{2} R_t \frac{E_m^2}{(R_n + R_t)^2 + (X_n + X_t)^2} \quad (2.36)$$

Ta thấy nếu có $X_n = -X_t$ thì P cực đại. Trong trường hợp này ta khảo sát P theo R_t . Ta có

$$P = \frac{1}{2} \frac{E_m^2 R_t}{(R_n + R_t)^2} = \frac{1}{2} \frac{E_m^2 R_t}{\left(\frac{R_n}{\sqrt{R_t}} + \sqrt{R_t} \right)^2} \quad (2.37)$$

Theo bất đẳng thức Cauchy

$$P \text{ cực đại khi } \frac{R_n}{\sqrt{R_t}} = \sqrt{R_t} \Rightarrow R_n = R_t \quad (2.38)$$

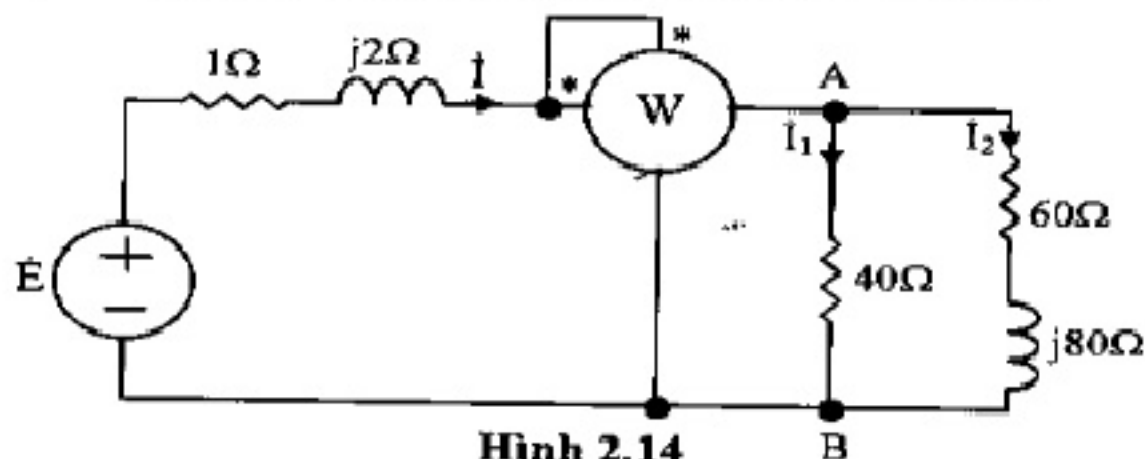
Như vậy, cuối cùng ta có công suất nhận được trên tải của mạng một cửa là cực đại nếu như

$$\begin{cases} R_t = R_n \\ X_t = X_n \end{cases} \text{ hay } Z_t = Z_n^* \quad (2.39)$$

Đây chính là nguyên lý truyền công suất cực đại trong mạng một cửa
Công suất cực đại

$$P_{\max} = \frac{1}{2} \frac{E_m^2}{4R_n} = \frac{1}{8} \frac{E_m^2}{R_n} \quad (2.40)$$

Ví dụ 2.8 Cho mạch như hình 2.14 với $\dot{E} = 240 \angle 0^\circ$ (hiệu dụng phức). Tính số chỉ của Walmet, công suất tiêu thụ trên mỗi điện trở 40Ω và 60Ω .



Hình 2.14

Giải:

$$\text{Ta có } Z_{TB} = 1 + j2 + 40 // (60 + j80) = 1 + j2 + \frac{40(60 + j80)}{40 + 60 + j80} = 31.24 + j9.8$$

$$\Rightarrow \dot{I} = \frac{\dot{E}}{31.24 + j9.8} = 7.33 \angle -17.42^\circ$$

Do đó

$$\dot{U}_{AB} = \dot{I} \{40 // (60 + j80)\} = 229 \angle -2.96^\circ \text{ V}$$

$$P = \text{Re}(\dot{U}_{AB} \dot{I}^*) = 229 \times 7.33 \times \cos(-2.96^\circ + 17.42^\circ) = 1625 \text{ W}$$

Các dòng điện

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{AB}}{40} = 5.726 \angle -2.96^\circ$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{AB}}{60 + j80} = 2.29 \angle -56.09^\circ$$

Suy ra công suất tiêu thụ trên trở 40Ω là:

$$P_1 = 40 I_1^2 = 40 (5.725)^2 = 1311 \text{ W}$$

Công suất tiêu thụ trên trở 60Ω là:

$$P_2 = 60 I_2^2 = 60 (2.29)^2 = 314 \text{ W}$$

Có thể nghiệm lại rằng chỉ số của Wattmet $P = P_1 + P_2$

BÀI TẬP CHƯƠNG 2
MẠCH XÁC LẬP ĐIỀU HÒA

2.1. Xác định trên mặt phẳng phức các số phức sau. Biến đổi số phức đã cho sang dạng cực và biểu diễn số phức ở dạng cực trên mặt phẳng phức. So sánh hai cách biểu diễn

$$2-j2 ; 3+j8 ; -5+j3 ; -4-j4 ; 5+j10 ; j6 ; -4 ; -j5$$

2.2. Thực hiện các phép tính sau

a. $Z = 3 - j4$ tính $Z \cdot Z^*$

b. $Z = 10 \angle -40^\circ$, tính $Z \cdot Z^*$

c. $Z = 20 \angle 53.1^\circ$, tính $Z + Z^*$

d. $Z = 2.5 \angle -60^\circ$, tính $Z \cdot Z^*$

e. $Z = 2 + j8$, tính $Z - Z^*$

f. $Z = 10 - j4$, tính $Z + Z^*$

g. $Z = 95 \angle 25^\circ$, tính $Z - Z^*$

h. $Z = r \angle \theta$, tính Z / Z^*

ĐS: a. 25 ; b. 100 ; c. 24 ; d. 6.25 ; e. $j16$; f. 20 ; g. $j80.2$; h. $1 \angle 2\theta$

2.3. Biến đổi các số phức sau sang dạng cực

a. $-12 + j16$

b. $2 - j4$

c. $-59 - j25$

d. $700 + j200$

e. $0.048 - j0.153$

f. $0.0171 - j0.047$

g. $-69.4 - j40$

h. $2 + j2$

ĐS: a. $20 \angle 126.8^\circ$ b. $4.47 \angle -63.4^\circ$ c. $64 \angle 203^\circ$ d. $727 \angle 16^\circ$
e. $0.16 \angle -72.55^\circ$ f. $0.05 \angle 70^\circ$ g. $80 \angle 210^\circ$ h. $28.3 \angle 135^\circ$

2.4. Chuyển từ dạng cực sang dạng số phức các số phức sau

a. $10 \angle 3^\circ$

b. $25 \angle 88^\circ$

c. $50 \angle -93^\circ$

d. $45 \angle 179^\circ$

e. $0.02 \angle 94^\circ$

f. $0.70 \angle 266^\circ$

g. $0.80 \angle -5^\circ$

h. $200 \angle 181^\circ$

ĐS:

a. $10 + j0.523$

b. $0.871 + j25$

c. $-2.62 - j50$

d. $-45 + j0.785$

e. $-0.00139 + j0.02$

f. $-0.0488 - j0.70$

g. $0.8 - j0.0696$

h. $-200 - j3.49$

2.5. Tính các biểu thức sau

a. $10 \angle 53.1^\circ + (4 + j2)$

b. $10 \angle 90^\circ + (8 - j2)$

c. $(-4 - j6) + (2 + j4)$

d. $2.86 \angle 45^\circ - (2 - j8)$

e. $(-5 + j5) - 7.07 \angle 135^\circ$

f. $(2 - j10) - (1 - j10)$

g. $(10 + j1) + 6 - 13.45 \angle -42^\circ$

h. $-5 \angle 53.1^\circ - (1 - j6)$

ĐS:

a. $10 + j10$

b. $8 + j8$

c. $-2 - j2$

d. $j10$

e. 0

f. 1

g. $6 + j10$

h. $-4 + j2$

2.6. Tính các tích sau theo hai cách

❶ Các số phức ở dạng đại số

❷ Các số phức ở dạng cực

a. $(3 - j2)(1 - j4)$

b. $(2 + j10)(3 - j3)$

c. $(-1 - j1)(1 + j1)$

d. $(j2)(4 - j3)$

e. $(j2)(j5)$

f. $(-j1)(j6)$

g. $(2 + j2)(2 - j2)$

h. $(x + jy)(x - jy)$

ĐS: a. $(-5 - j14)$

b. $(6 - j6)$

c. $(-j2)$

d. $(6 + j8)$

e. -10

f. 6

g. 8

h. $x^2 + y^2$

2.7 Tính các phép chia sau theo hai cách

- ❶ Nhân tử và mẫu với số liên hợp phức của mẫu số
 ❷ Chuyển cả tử và mẫu sang dạng cực và thực hiện phép chia

a. $\frac{5+j5}{1-j1}$	b. $\frac{4-j8}{2+j2}$	c. $\frac{5-j10}{3+j4}$	d. $\frac{8+j12}{j2}$
e. $\frac{3+j3}{2-j2}$	f. $\frac{-5-j10}{2+j4}$	g. $\frac{10}{6+j8}$	h. $\frac{j5}{2-j2}$
ĐS: a. j5	b. -1-j3	c. -1-j2	d. 6-j4
e. 1.5	f. -2.5	g. 0.6-j0.8	h. -1.25+j1.25

2.8. Thực hiện các phép tính sau

a. $(23.5 + j8.55) / (4.53 - j2.11)$	e. $6.88 \angle 12^\circ / (2 + j1)$
b. $(21.2 - j21.2) / (3.54 - j3.54)$	f. $(5 + j5) / 5 \angle 80^\circ$
c. $(-7.07 + j7.07) / (4.92 + j0.868)$	g. $1 / (6 + j8)$
d. $(-j45) / (6.36 - j6.36)$	h. $(-10 + j20) / (2 - j1)$

ĐS: a. $5 \angle 45^\circ$ b. $6 \angle 0^\circ$ c. $2 \angle 125^\circ$ d. $5 \angle -45^\circ$
 e. $3.08 \angle -14.6^\circ$ f. $1.414 \angle -35^\circ$ g. $0.1 \angle -53.1^\circ$ h. $10 \angle 143.2^\circ$

2.9. Thực hiện phép tính $\frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$ khi biết

a. $Z_1 = 10 + j5$ và $Z_2 = 20 \angle 30^\circ$	b. $Z_1 = 5 \angle 45^\circ$ và $Z_2 = 10 \angle -70^\circ$
c. $Z_1 = 6 - j2$ và $Z_2 = 1 + j8$	d. $Z_1 = 20$ và $Z_2 = j40$

ĐS: a. $7.18 \angle 27.8^\circ$ b. $5.5 \angle 15.2^\circ$ c. $5.52 \angle 23.81^\circ$ d. $17.9 \angle 26.6^\circ$

2.10. Mạch nối tiếp gồm $R = 20\Omega$ và $L = 0.02$ H có tổng trở là $Z = 40 \angle \theta$. Xác định θ và tần số f

ĐS: $\theta = 60^\circ$, $f = 275\text{Hz}$

2.11. Mạch nối tiếp $R = 25\Omega$ và $L = 0.01$ H làm việc ở tần số $f = 100\text{Hz}$, 500Hz và 1000Hz . Tính các tổng trở Z ở các tần số đó.

ĐS: $25.8 \angle 14.1^\circ$; $40 \angle 51.4^\circ$; $67.7 \angle 68.3^\circ$

2.12. Mạch nối tiếp gồm $R = 10\Omega$ và $C = 40\mu\text{F}$ chịu tác dụng của áp $u(t) = 500\cos(2500t - 20^\circ)$. Tìm $i(t)$

ĐS: $i(t) = 25\sqrt{2} \cos(2500t + 25^\circ)$

2.13. Mạch nối tiếp gồm $R = 8\Omega$ và $L = 0.02$ H có áp tác dụng là $u(t) = 283\sin(300t + 90^\circ)$. Tìm dòng $i(t)$

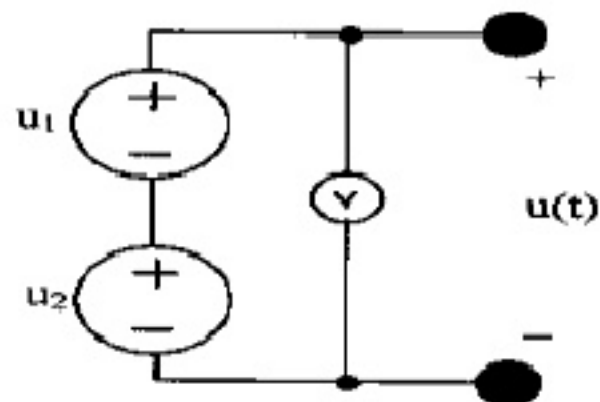
ĐS: $i(t) = 20\sqrt{2} \sin(300t + 53.1^\circ)$

2.14. Trên mạch gồm có $R = 5\Omega$ và $L = 0.03$ H ghép nối tiếp có dòng chậm pha so với áp một góc bằng 80° . Xác định tần số nguồn và tổng trở Z phức của mạch.

ĐS: $f = 151\text{Hz}$; $Z = 5 + j28.4 = 28.8 \angle 80^\circ$

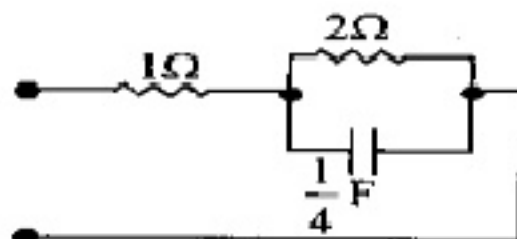
2.15. Cho hai nguồn $u_1 = 50\sin(\omega t + 90^\circ)$ và $u_2 = 50\sin(\omega t + 30^\circ)$ mắc như hình 2.1. Tìm điện áp $u(t)$ và số chỉ của vôn kế.

ĐS: $u_1 = 86.6\sin(\omega t + 60^\circ)$
 $V = 61.2V$

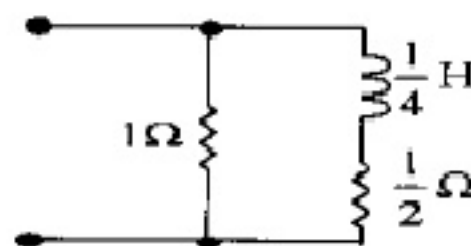


Hình 2.1

2.16. Tìm tổng trở và dẫn nạp của hai mạch như hình vẽ. Biết $\omega = 2\text{rad/s}$



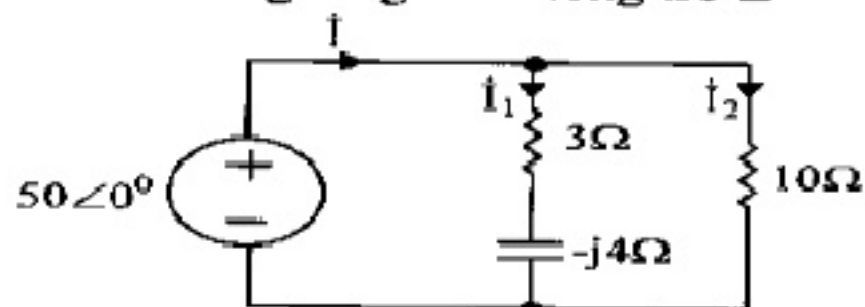
Hình 2.2



ĐS: a. $2 - j$ b. $\frac{1}{2 - j}$

2.17. Cho mạch hình 2.3. Tìm các dòng nhánh và dòng tổng. Tìm tổng trở Z

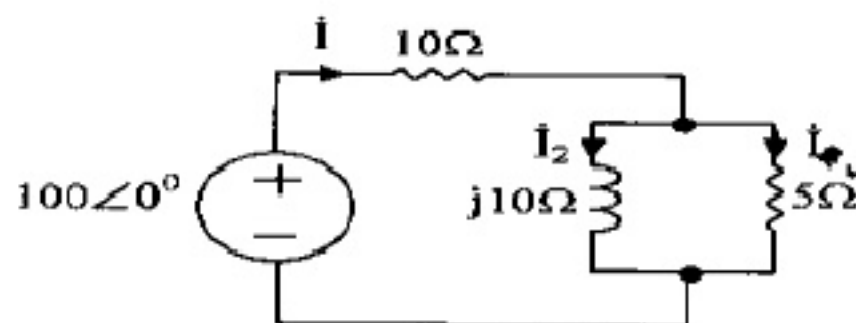
ĐS: $\dot{I}_1 = 6 + j8$; $\dot{I}_2 = 5$
 $\dot{I} = 13.6 \angle 36^\circ$; $Z = 36.7 \angle -36^\circ$



Hình 2.3

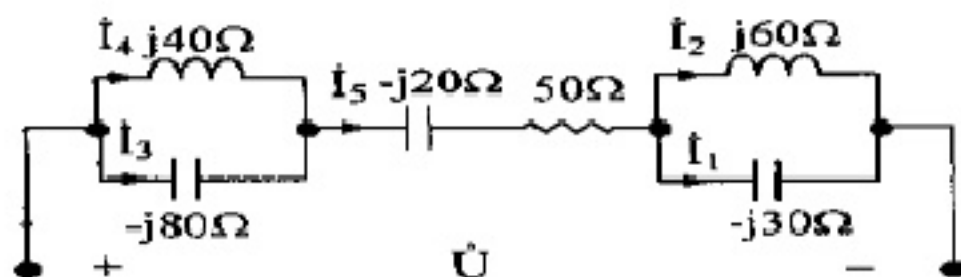
2.18. Tìm các dòng $\dot{I}$, $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$

ĐS: $\dot{I}_1 = 6.32 \angle 18.46^\circ$
 $\dot{I}_2 = 3.16 \angle -71.54^\circ$
 $\dot{I} = 7.07 \angle -8.13^\circ$



Hình 2.4

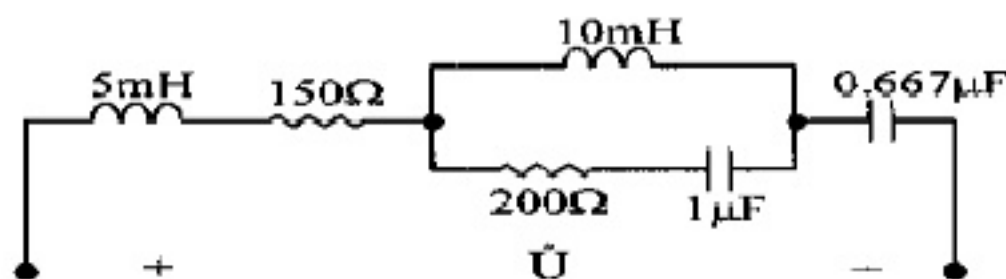
2.19. Cho $u(t) = 100\sin\omega t$. Xác định hiệu dụng phức của các dòng điện nhánh



Hình 2.5

ĐS: $I_1 = 2\sqrt{2} \text{ A}$; $I_2 = -\sqrt{2} \text{ A}$; $I_3 = -\sqrt{2} \text{ A}$; $I_4 = 2\sqrt{2} \text{ A}$; $I_5 = \sqrt{2} \text{ A}$;

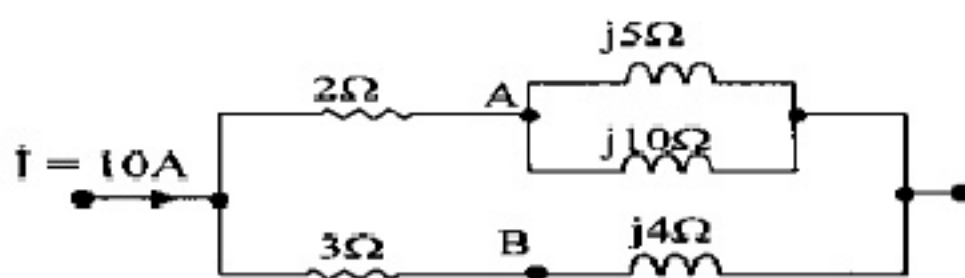
2.20. Biết $u(t) = 10\sqrt{2}\sin 10^4 t$. Tìm áp tức thời trên tụ $1\mu\text{F}$



Hình 2.6

ĐS: $2.5\sqrt{2}\sin 10^4 t \text{ V}$

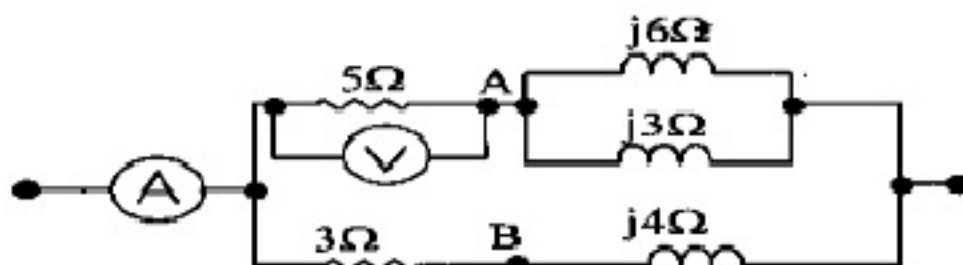
2.21. Xác định $\dot{U}_{AB}$



Hình 2.7

ĐS: $\dot{U}_{AB} = 2.25\angle 34.29^\circ$

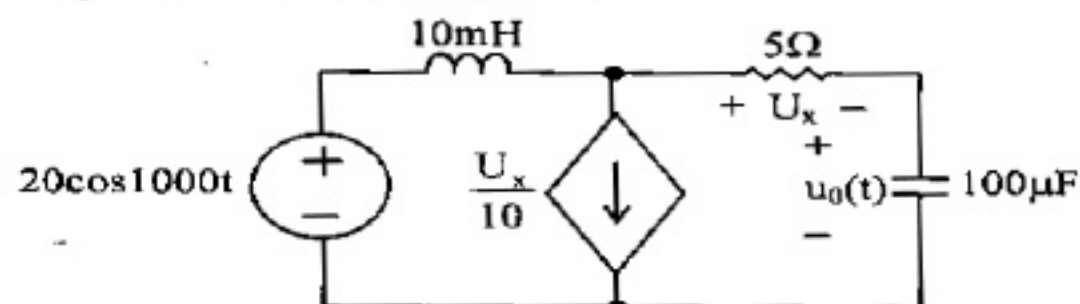
2.22. Vôn kế chỉ 5V. Tìm chỉ số của ampe kế. Tìm trị hiệu dụng U_{AB}



Hình 2.8

ĐS: 2A, 1.84V

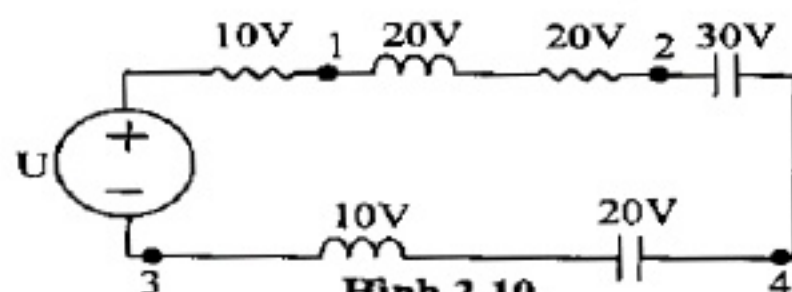
2.23. Tìm điện áp tức thời $u_0(t)$ ở mạch sau



Hình 2.9

ĐS: $u_0(t) = 20\sqrt{2} \cos(1000t - 135^\circ) \text{ V}$

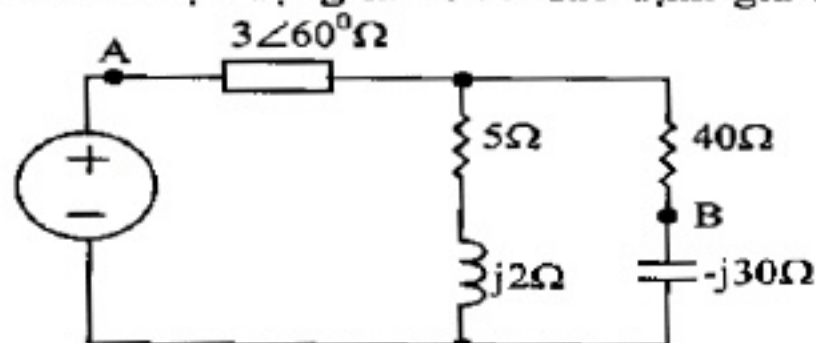
2.24. Xác định các áp U_{12} , U_{23} , U_{14} , U (hiệu dụng)



Hình 2.10

ĐS: $U_{12} = 20\sqrt{2} \text{ V}$; $U_{12} = 40\text{V}$; $U_{14} = 22.36\text{V}$; $U = 36\text{V}$

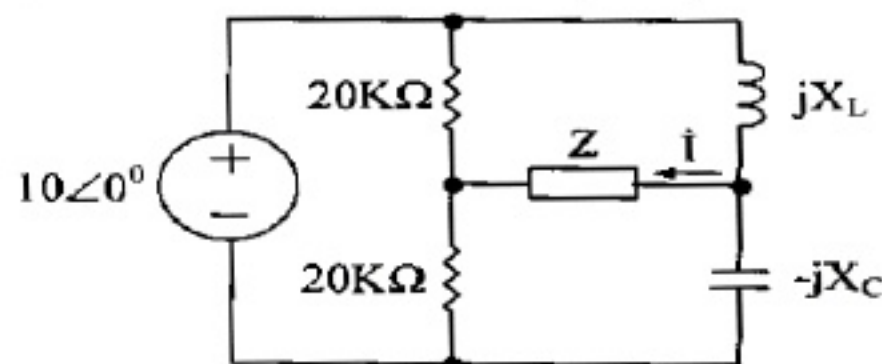
2.25. Điện áp giữa A và B có hiệu dụng là 50V. Xác định giá trị hiệu dụng của nguồn áp



Hình 2.11

ĐS: 53.53V

2.26. Xác định dòng I (Cho $X_L = -X_C = 10\text{K}\Omega$). Nhận xét

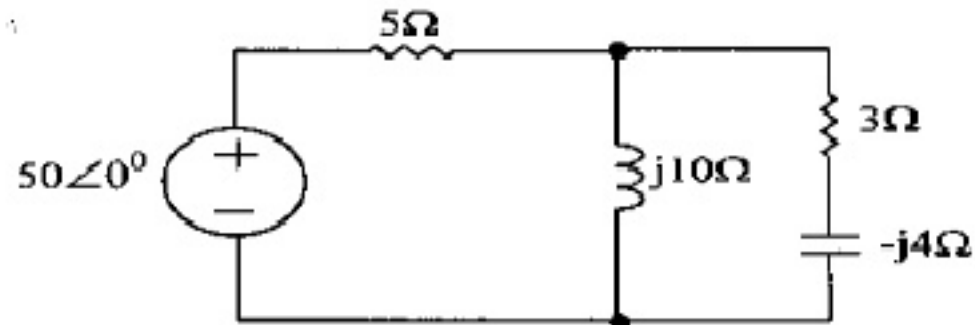


Hình 2.12

ĐS: $I = -j1 \text{ mA}$ (Không phụ thuộc Z)

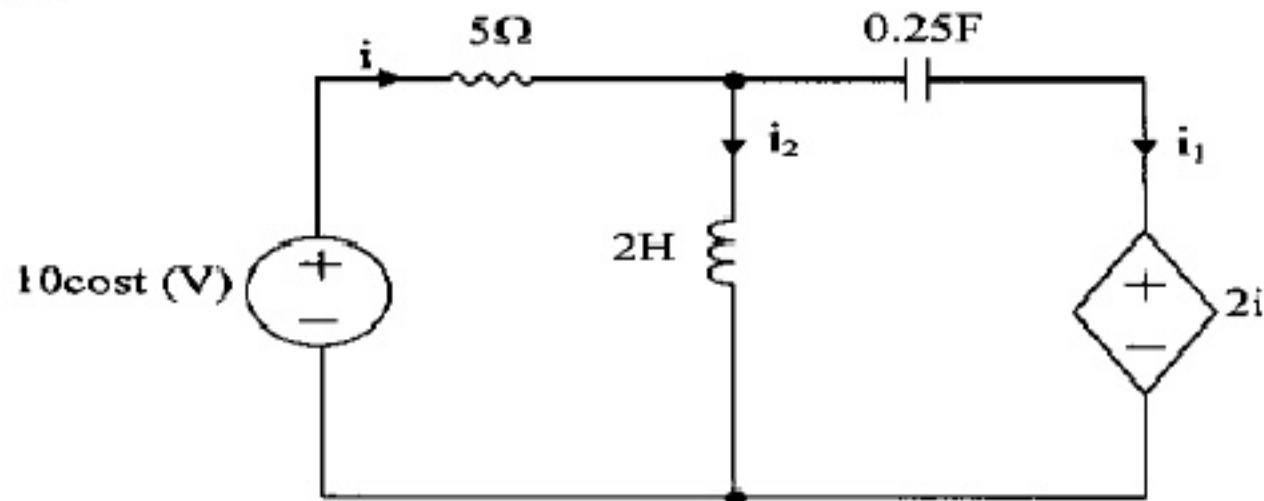
2.27. Cho mạch như hình 2.13 với $\dot{E} = 50\angle 0^\circ$ (hiệu dụng). Xác định công suất phát ra bởi nguồn và công suất tiêu tán trên điện trở.

ĐS: $P_{\dot{E}} = 198\text{W}$
 $P_{5\Omega} = 85\text{W}$
 $P_{3\Omega} = 113\text{W}$



Hình 2.13

2.28. Cho $e(t) = 10\cos t(\text{V})$. Tính $i(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$ và công suất tác dụng phản kháng của nguồn



Hình 2.14

ĐS:
 $i(t) = 2\cos(t - 53.13^\circ)$
 $i_1(t) = 2.83\cos(t + 171.87^\circ)$
 $i_2(t) = 4.47\cos(t - 26.57^\circ)$
 $P_f = 6\text{W}, Q_f = 8\text{Var}$

CHƯƠNG 3

CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH

1. GIỚI THIỆU

Trong hai chương trước chúng ta đã giải một số mạch điện đơn giản chủ yếu dùng hai định luật Kirchhoff cũng như các phép biến đổi tương đương mạch để làm đơn giản mạch trước khi giải. Đối với các mạch phức tạp, cơ sở của việc phân tích vẫn là hai định luật Kirchhoff, tuy nhiên có những phương pháp cho phép áp dụng các định luật này một cách hệ thống hơn, hiệu quả hơn và giải mạch nhanh hơn sẽ được trình bày trong chương này. Các phương pháp, định lý trình bày ở chế độ xác lập hình sin cũng có thể áp dụng cho mạch thuần trở có kích thích DC, chỉ cần thay khái niệm ảnh phức dòng áp bởi các biến tức thời, thay trở kháng bởi điện trở, dẫn nạp bởi điện dẫn.

2. PHƯƠNG PHÁP THỂ NÚT (NODE ANALYSIS)

Phương pháp thể nút xây dựng hệ phương trình giải mạch từ biểu thức ma trận

$$G\varphi = J \quad (3.1)$$

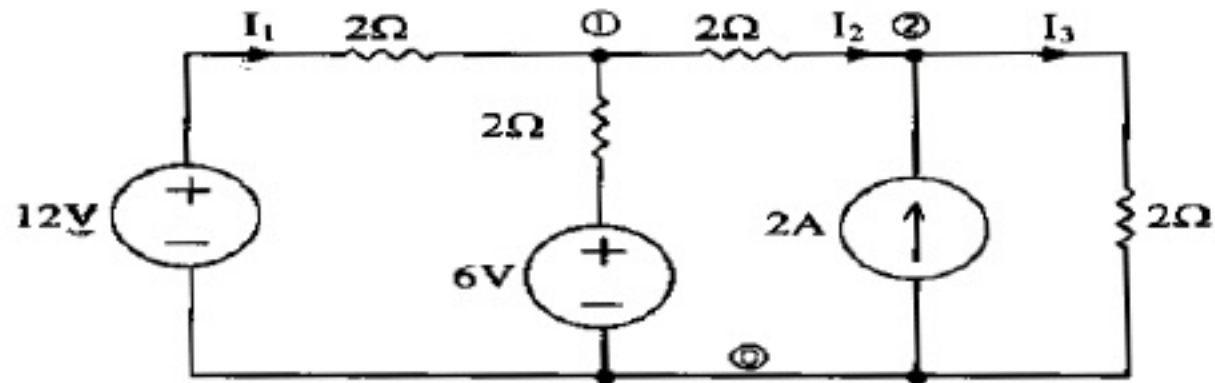
Trong mạch có nhiều nút chọn một nút trong mạch và gọi nó là nút gốc cho nút đó có thể bằng 0. ($\varphi_{\text{nút gốc}} = 0$). Sau đó ta có thể tính thể các nút còn lại suy ra toàn bộ các giá trị dòng áp trong mạch

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1N} \\ g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{N1} & g_{N1} & \dots & g_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \dots \\ \varphi_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_N \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Trong đó

- **G: Ma trận điện dẫn.**
 - g_{ii} = tổng các điện dẫn và nút i
 - g_{ij} = tổng các điện dẫn giữa hai nút i và j có dấu $-$
 - $g_{ji} = g_{ij}$
- φ là ma trận cột, biểu diễn thể các nút (trừ nút quy chiếu)
- J_i = tổng các nguồn và nút i
 - Nguồn dòng: - Độ lớn = J
 - Dấu $+$ nếu J vào nút, dấu $-$ nếu J ra nút.
 - Nguồn áp: - Độ lớn = $\frac{E}{Z}$ với Z là trở kháng nhánh
 - Dấu $+$ nếu chiều dương E hướng vào nút, dấu $-$ ngược lại

Ví dụ 3.1. Cho mạch điện như hình vẽ tìm các dòng I_1 , I_2 và I_3



Hình 3.1

Ta kí hiệu các nút như hình vẽ nút 0 là nút quy chiếu, ta có

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 + 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Rút gọn lại

$$\begin{bmatrix} 1.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Suy ra

$$\varphi_1 = \frac{\begin{vmatrix} 9 & -0.5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{10}{1.25} = 8V$$

$$\varphi_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1.5 & 9 \\ -0.5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{7.5}{1.25} = 6V$$

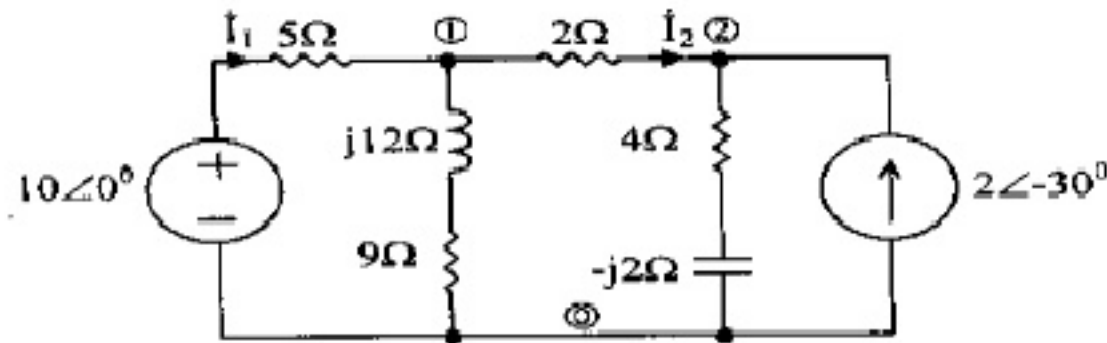
Từ đó

$$I_1 = \frac{12 - \varphi_1}{2} = \frac{12 - 8}{2} = 2A$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{8 - 6}{2} = 1A$$

$$I_3 = \frac{\varphi_2}{2} = \frac{6}{2} = 3A$$

Ví dụ 3.2. Tìm các dòng điện I_1 , I_2 trong mạch hình 3.2



Hình 3.2

Chọn nút 0 làm nút gốc, ta có hệ phương trình thế nút như sau:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{5} + \frac{1}{2} + \frac{1}{9 + j12} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} + \frac{1}{4 - j2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2\angle 30^\circ \end{bmatrix}$$

Rút gọn lại

$$\begin{bmatrix} 0.74 - j0.0533 & -0.5 \\ -0.5 & 0.7 + j0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1.732 - j \end{bmatrix}$$

Suy ra

$$\varphi_1 = \frac{\begin{bmatrix} 2 & -0.5 \\ 1.732 - j & 0.7 + j0.1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.74 - j0.0533 & -0.5 \\ -0.5 & 0.7 + j0.1 \end{bmatrix}} = \frac{2.266 - j0.3}{0.273 + j0.0367} = 8 - j2.17 \text{ V}$$

$$\varphi_2 = \frac{\begin{bmatrix} 0.74 - j0.0533 & 2 \\ -0.5 & 1.732 - j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.74 - j0.0533 & -0.5 \\ -0.5 & 0.7 + j0.1 \end{bmatrix}} = \frac{2.228 - j0.832}{0.273 + j0.0367} = 7.6 - j4.07 \text{ V}$$

Từ đó

$$\dot{I}_1 = \frac{10 - \varphi_1}{5} = \frac{2 + j2.17}{5} = 0.4 + j0.434 = 0.59\angle 47.33^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{12}}{2} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = 0.2 + j0.95 = 0.97\angle 78.11^\circ \text{ A}$$

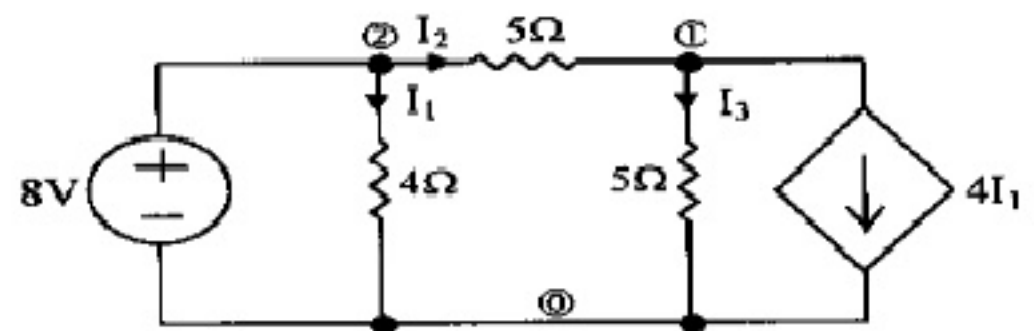
Ví dụ 3.3 Tìm các dòng I_1 , I_2 và I_3 trên mạch hình 3.3

Giải:

Quy ước các nút như hình 3.3

Ta có

$$\varphi_2 = 8\text{V}$$



Hình 3.3

Viết phương trình thế nút cho nút 1

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5}\right)\varphi_1 - \frac{1}{5}\varphi_2 = -4I_1 \quad (1)$$

Thế $\varphi_2 = 8V$ vào (1)

$$2\varphi_1 = 8 - 20I_1 \quad (2)$$

Ta có $I_1 = \frac{\varphi_2}{4} = \frac{8}{4} = 2$ thế vào (2)

$$\Rightarrow \varphi_1 = -16V$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{5} = \frac{24}{5} = 4.8A$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{\varphi_1}{5} = \frac{-16}{5} = -3.2A$$

3. PHƯƠNG PHÁP MẮT LƯỚI (MESH ANALYSIS)

Phương trình có dạng

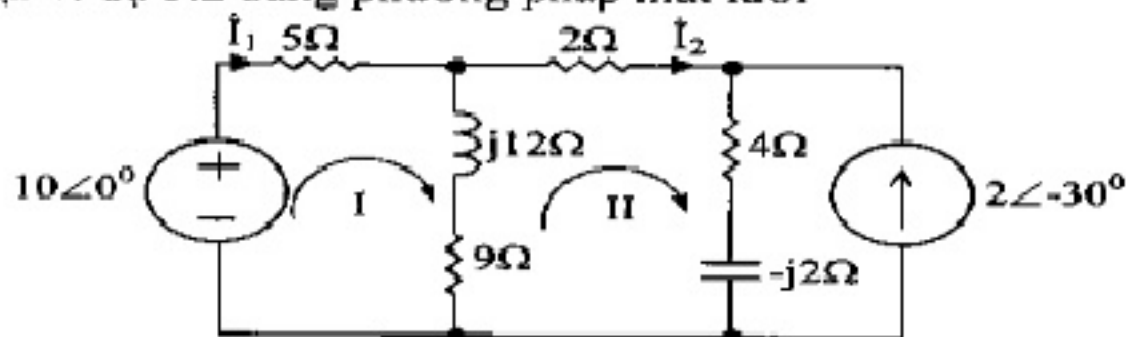
$$Z.I = \dot{E} \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N1} & Z_{N1} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dots \\ \dot{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ \dots \\ \dot{E}_N \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Trong đó

- Z : ma trận trở kháng vòng
 - Z_{ii} = tổng các trở kháng của các nhánh thuộc mắt lưới i
 - Z_{ij} = Tổng các trở kháng của nhánh chung của 2 mắt lưới i và j có dấu + nếu hai mắt lưới cùng chiều trên nhánh chung dấu - nếu ngược lại.
 - $Z_{ji} = Z_{ij}$
- I là ma trận cột, biểu diễn các dòng mắt lưới
- $\dot{E}$ ma trận sức điện động của mắt lưới do các nguồn gây ra
 - Nếu là nguồn áp có giá trị bằng $\dot{E}$ và sẽ có dấu + nếu chiều mắt lưới cùng chiều tăng áp và có dấu - nếu ngược lại.
 - Nếu là nguồn dòng, giá trị bằng $\dot{I}Z$, dấu + : nếu chiều nguồn dòng cùng chiều mắt lưới và có dấu - nếu ngược lại.

Ví dụ 3.4. Giải lại ví dụ 3.2 bằng phương pháp mắt lưới



Hình 3.4

Phương trình mắt lưới

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 + 9 + j12 & -(9 + j12) \\ -(9 + j12) & 9 + j12 + 2 + 4 - j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -(4 - j2) \cdot 2 \angle -30^\circ \end{bmatrix}$$

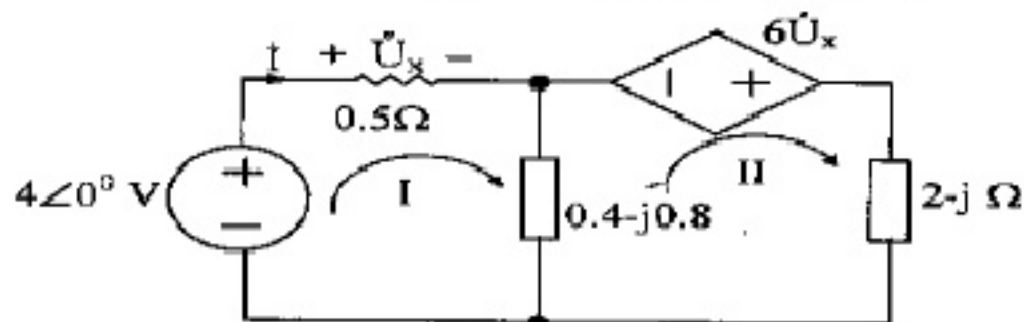
Rút gọn

$$\begin{bmatrix} 14 + j12 & -(9 + j12) \\ -(9 + j12) & 15 + j10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -4.928 + j7.464 \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\begin{bmatrix} 10 & -(9 + j12) \\ -4.928 + j7.464 & 15 + j10 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 14 + j12 & -(9 + j12) \\ -(9 + j12) & 15 + j10 \end{bmatrix}} = \frac{16.08 + j108.04}{153 + j104} = 0.4 + j0.434 = 0.59 \angle 47.33^\circ$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\begin{bmatrix} 14 + j12 & 10 \\ -(9 + j12) & -4.928 + j7.464 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 14 + j12 & -(9 + j12) \\ -(9 + j12) & 15 + j10 \end{bmatrix}} = \frac{-68.56 + j165.36}{153 + j104} = 0.2 + j0.95 = 0.97 \angle 78.11^\circ$$

Ví dụ 3.5. Tìm $\dot{I}$ ở mạch hình 3.5 dùng phương pháp mắt lưới



Hình 3.5

Phương trình mắt lưới

$$\begin{bmatrix} 0.5 + 0.4 - j0.8 & -0.4 + j0.8 \\ -0.4 + j0.8 & 2 - j + 0.4 - j0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \dot{U}_x \end{bmatrix}$$

Phương trình cho nguồn phụ thuộc

$$\dot{U}_x = 0.5\dot{I} = 0.5\dot{I}_1$$

Thế vào hệ trên

$$\begin{cases} (0.9 - j0.8) \dot{I}_1 + (-0.4 + j0.8) \dot{I}_2 = 4 \\ (-0.4 + j0.8) \dot{I}_1 + (2.4 - j1.8) \dot{I}_2 = 3 \dot{I}_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (0.9 - j0.8) \dot{I}_1 + (-0.4 + j0.8) \dot{I}_2 = 4 \\ (-3.4 + j0.8) \dot{I}_1 + (2.4 - j1.8) \dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

Hoặc dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} 0.9 - j0.8 & -0.4 + j0.8 \\ -3.4 + j0.8 & 2.4 - j1.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 = \frac{\begin{bmatrix} 4 & -0.4 + j0.8 \\ 0 & 2.4 - j1.8 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.9 - j0.8 & -0.4 + j0.8 \\ -3.4 + j0.8 & 2.4 - j1.8 \end{bmatrix}} = \frac{9.6 - j7.2}{-j0.5} = 14.4 + j19.2 = 24 \angle 53.13^\circ$$

4. MẠCH CHỨA HỖ CẢM

4.1. Phương trình toán học

Cho hai cuộn dây ghép hồ cảm như hình 3.6

Phương trình định luật Ohm

$$\begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} \end{cases} \quad (3.5)$$

Dấu $\pm$ trước M tùy theo cực tính (dấu $*$) của các cuộn dây. Nếu :

- Dòng i_1 và i_2 cùng vào (hay ra) ở các cực cùng tên (dấu $*$) thì dấu $+$
- Còn lại là dấu $-$

Sơ đồ phức hoá

$$X_1 = \omega L_1$$

$$X_2 = \omega L_2$$

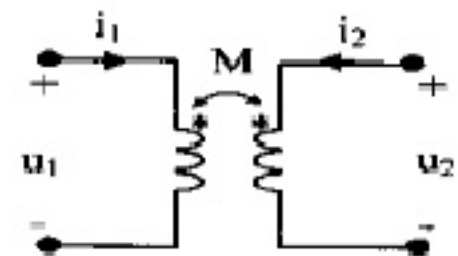
$$X_M = \omega M : \text{điện kháng hồ cảm}$$

Phương trình định luật Ohm dạng phức

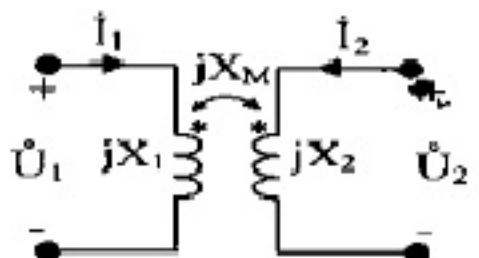
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = jX_1 \dot{I}_1 \pm jX_M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = jX_2 \dot{I}_2 \pm jX_M \dot{I}_1 \end{cases} \quad (3.6)$$

Dấu X_M tương tự như xét ở định luật Ohm tức thời.

4.2. Phương pháp phân tích mạch hồ cảm



Hình 3.6



Hình 3.7 Phức hoá hồ cảm

a. Phương pháp Kirchhoff

Khi giải bài toán có chứa hồ cảm theo phương pháp Kirchhoff cần lưu ý cách viết định luật K2 ở mạch có chứa hồ cảm

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1 \end{cases} \quad (3.7)$$

Lưu ý dấu của M

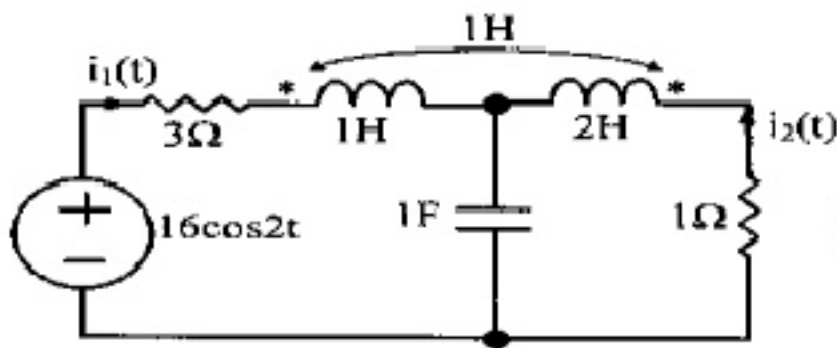
b. Phương pháp mắt lưới

Phương trình mắt lưới

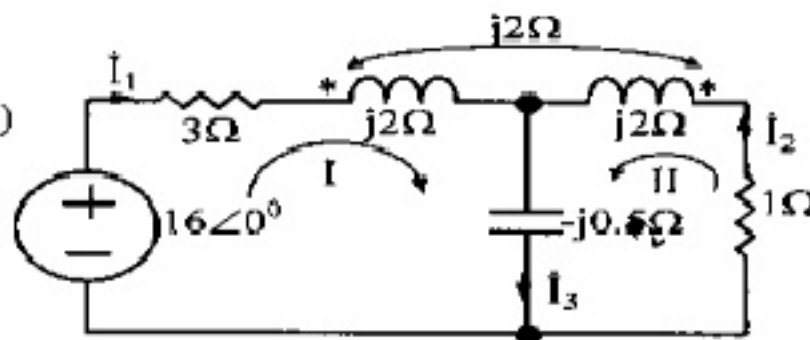
Nếu mạch có chứa M thì Z sẽ được bổ sung. Quy tắc bổ sung như sau:

- Nếu như hai thành phần M (cuộn 1 và 2) nằm trong cùng một mắt lưới i thì Z_{ii} sẽ bổ sung một lượng là $2j\omega M$ với dấu
 - + Nếu dòng mắt lưới cùng vào (hay ra) ở cực cùng tên
 - Ngược lại
- Nếu như hai thành phần M (cuộn 1 và 2) nằm ở hai mắt lưới i và j thì Z_{ij} sẽ bổ sung một lượng là $j\omega M$ với dấu
 - + Nếu dòng mắt lưới cùng vào (hay ra) ở cực cùng tên
 - Ngược lại

Ví dụ 3.6. Cho mạch như hình 3.8. Tìm $i_1(t)$ và $i_2(t)$



Hình 3.8



Hình 3.9

Giải:

Cách 1: Giải bằng phương pháp Kirchhoff

Ta có sơ đồ mạch phức hoá như hình 3.9

$$1H \rightarrow j2\Omega$$

$$2H \rightarrow j4\Omega$$

$$1F \rightarrow -j0.5\Omega$$

Hệ phương trình K1 và K2 đủ

$$I_3 = I_1 + I_2 \quad (1)$$

$$(3+j2)I_1 + j2I_2 - j0.5I_3 = 16 \quad (2)$$

$$-j0.5I_3 + I_2 + j4I_2 + j2I_1 = 0 \quad (3)$$

Thế (1) vào (2) và (3) ta được

$$(3+j1.5)\dot{I}_1 + j1.5\dot{I}_2 = 16$$

$$j1.5\dot{I}_2 + (1+j3.5)\dot{I}_1 = 0$$

Suy ra

$$\dot{I}_1 = \frac{\begin{bmatrix} 16 & j1.5 \\ 0 & 1+j3.5 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3+j1.5 & j1.5 \\ j1.5 & 1+j3.5 \end{bmatrix}} = \frac{16+j56}{j12} = 4.67 - j1.33 = 4.85 \angle -15.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\begin{bmatrix} 3+j1.5 & 16 \\ j1.5 & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3+j1.5 & j1.5 \\ j1.5 & 1+j3.5 \end{bmatrix}} = \frac{-j56}{j12} = -4.67 \text{ A}$$

Cách 2: Giải bằng phương pháp mắt lưới

$$\begin{bmatrix} 3+j2-j0.5 & -j0.5+j2 \\ -j0.5+j2 & 1+j4-j0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3+j1.5 & j1.5 \\ j1.5 & 1+j3.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\begin{bmatrix} 16 & j1.5 \\ 0 & 1+j3.5 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3+j1.5 & j1.5 \\ j1.5 & 1+j3.5 \end{bmatrix}} = \frac{16+j56}{j12} = 4.67 - j1.33 = 4.85 \angle -15.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\begin{bmatrix} 3+j1.5 & 16 \\ j1.5 & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3+j1.5 & j1.5 \\ j1.5 & 1+j3.5 \end{bmatrix}} = \frac{-j56}{j12} = 4.67 \angle 180^\circ \text{ A}$$

Kết quả

$$i_1(t) = 4.85 \cos(2t - 15.9^\circ) \text{ A}$$

$$i_2(t) = 4.67 \cos(2t + 180^\circ) \text{ A}$$

5. CÁC ĐỊNH LÝ MẠCH

5.1. Nguyên lý xếp chồng

Trong một mạch có nhiều nguồn độc lập, đáp ứng (dòng, áp) do nhiều nguồn gây ra bằng tổng các đáp ứng do từng nguồn gây ra khi cho các nguồn khác bằng 0

Nguồn áp = 0 : ngắn mạch

Nguồn dòng = 0: hở mạch

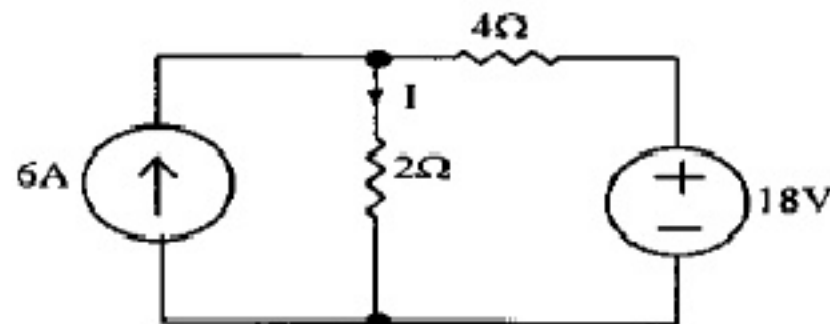
Như vậy, một mạch bất kỳ có N nguồn kích thích độc lập. Một đáp ứng X_k sẽ được tính

$$\dot{X}_k = \sum_{i=1}^N \dot{X}_i \quad (3.8)$$

$\dot{X}_i$: đáp ứng của mạch khi kích thích là F_i , các kích thích khác cho bằng 0

Đáp ứng tạo bởi nhiều nguồn kích thích tác động đồng thời thì bằng tổng các đáp ứng tạo bởi mỗi nguồn kích thích tác động riêng rẽ.

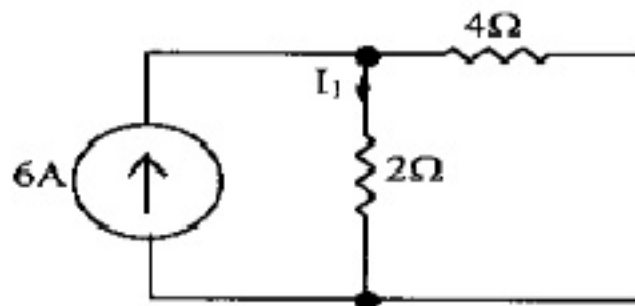
Ví dụ 3.7. Cho mạch như hình 3.10. Tìm I bằng phương pháp xếp chồng



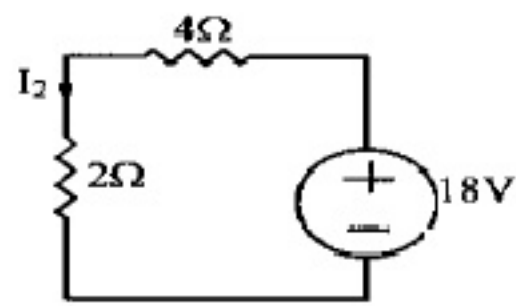
Hình 3.10

Giải:

a. Trường hợp nguồn 6A, cho nguồn 18V = 0 như hình 3.11



Hình 3.11



Hình 3.12

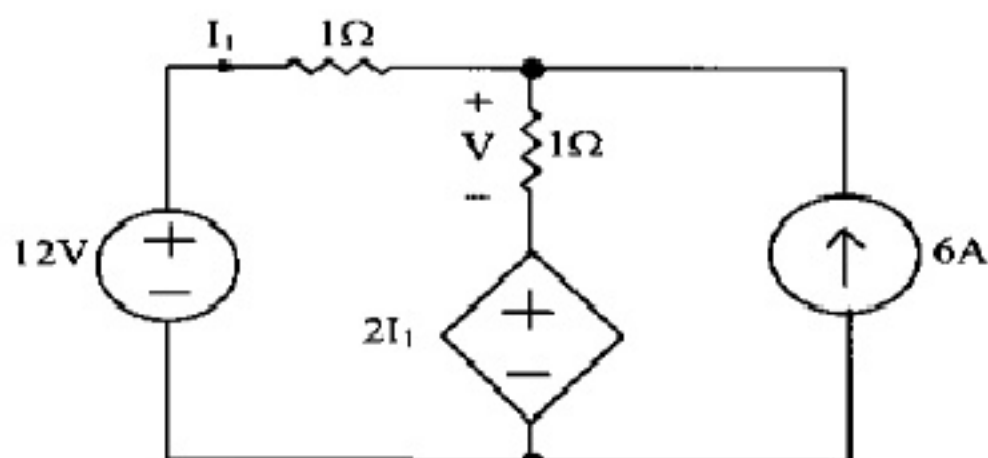
Ta có $I_1 = 6 \frac{4}{2+4} = 4A$

b. Trường hợp nguồn 18V, cho nguồn 6A = 0 như hình 3.12

Ta có $I_2 = \frac{18}{2+4} = 3A$

Như vậy ta có $I = I_1 + I_2 = 2 + 3 = 7A$

Ví dụ 3.8. Cho mạch như hình 3.13. Tìm V bằng phương pháp xếp chồng



Hình 3.13

Giải:

a. Giải cho nguồn 12V, ta được mạch như hình 3.14

Phương trình K2 cho vòng I

$$1I_1 + 1I_1 + 2I_1 = 12$$

$$\Rightarrow I_1 = 3A$$

$$\text{Như vậy } V_1 = 1I_1 = 3V$$

b. Giải cho nguồn 6A, ta được mạch như hình 3.15

Dùng phương pháp thế nút

$$(1+1)\varphi_1 = 6 + 2I_1 \quad (1)$$

$$\Rightarrow 2\varphi_1 = 6 + 2I_1$$

Mặt khác $I_1 = -\varphi_1$ thế vào (1)

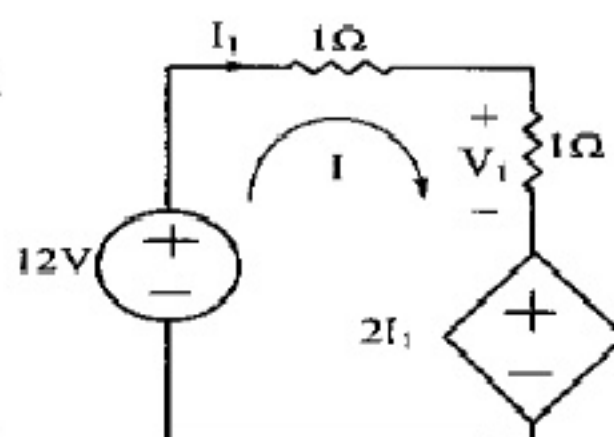
$$\Rightarrow \varphi_1 = 1.5V$$

$$\Rightarrow I_1 = -1.5A$$

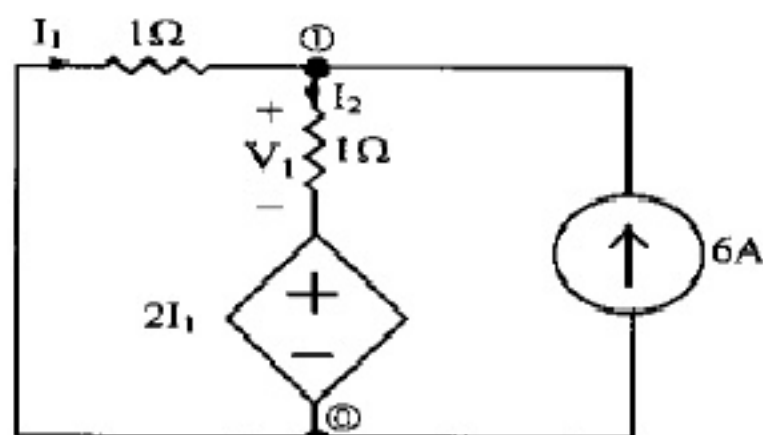
$$\Rightarrow V_2 = \varphi_1 - 2I_1 = 4.5V$$

Cuối cùng ta được kết quả

$$V = V_1 + V_2 = 3 + 4.5 = 7.5V$$



Hình 3.14



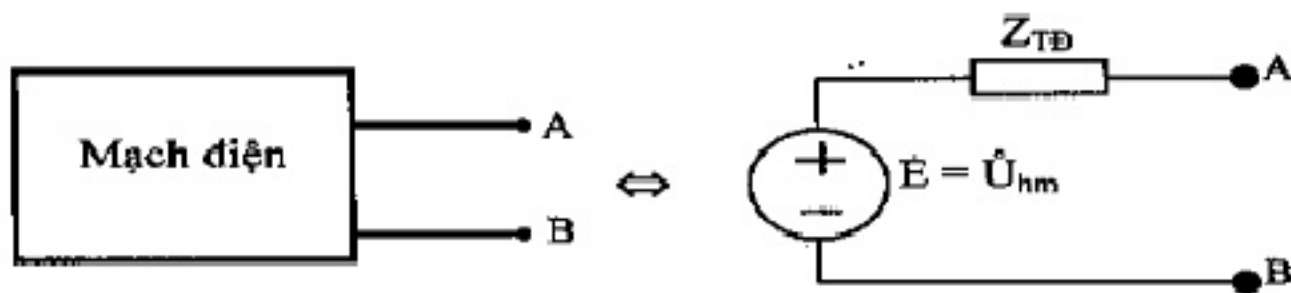
Hình 3.15

Lưu ý : Các trường hợp bất buộc phải dùng nguyên lý xếp chồng

- Bài toán kích thích DC và AC
- Bài toán có các nguồn AC tần số khác nhau

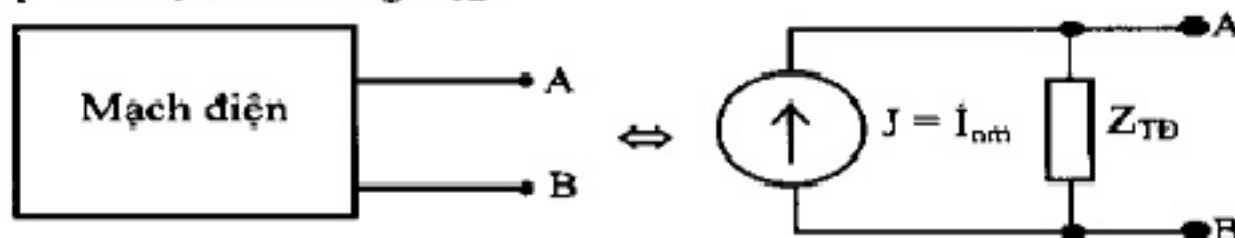
5.2. Định lý Thevenin và định lý Norton

Định lý Thevenin: Một mạng một cửa bất kỳ có thể thay thế tương đương bởi một mạch gồm có một nguồn áp có giá trị bằng điện áp hở mạch mắc nối tiếp với một trở kháng Z_{TD}



Hình 3.16 Mạch tương đương Thevenin

Định lý Norton: Một mạng một cửa bất kỳ có thể thay thế tương đương bởi một mạch gồm có một nguồn dòng có giá trị bằng dòng điện trên cửa khi ngắn mạch mắc nối tiếp với một trở kháng Z_{TB}



Hình 3.17. Mạch tương đương Norton

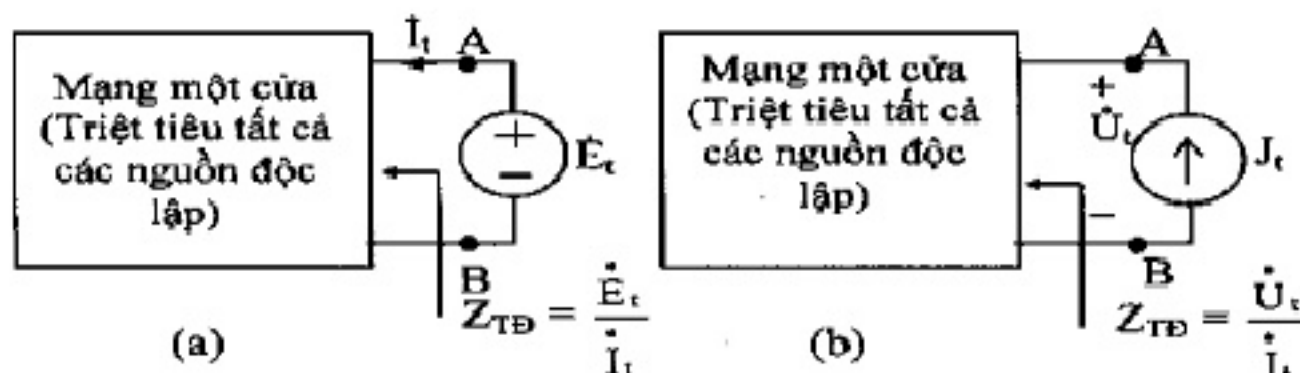
Trở kháng Z_{TB} chính là trở kháng nhìn vào hai cực của mạng một cửa khi cho các nguồn độc lập bằng 0.

Nguồn áp = 0 : ngắn mạch

Nguồn dòng = 0: hở mạch

Để tính trở kháng Z_{TB} ta có thể dùng các cách sau

Cách 1: Triệt tiêu tất cả các nguồn độc lập trong mạng một cửa A



Hình 3.18

Kích thích ở cửa A, B một nguồn áp như hình 3.18a (giá trị E_t có thể chọn tùy ý, ví dụ $E_t = 1V$). Xác định dòng I_t chảy vào mạch từ nguồn E_t . Suy ra $Z_{TB} = \frac{E_t}{I_t}$.

Cũng có thể kích thích ở cửa A, B một nguồn dòng J_t như hình 3.18b (giá trị J_t có thể chọn tùy ý, ví dụ $J_t = 1A$). Xác định điện áp U_t , từ đó suy ra $Z_{TB} = \frac{U_t}{J_t}$.

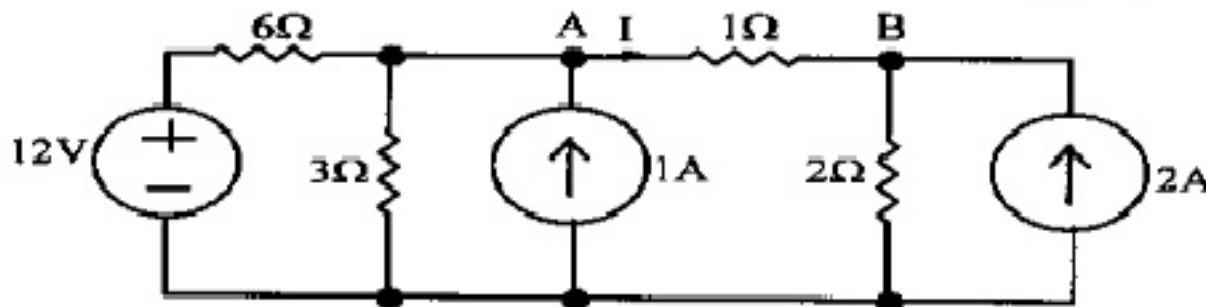
Cách 2: Lần lượt hở mạch và ngắn mạch hai cực A, B để xác định điện áp $\dot{U}_{hm}$ và dòng điện $\dot{I}_{nm}$. Từ đó suy ra

$$Z_{TB} = \frac{\dot{U}_{hm}}{\dot{I}_{nm}} \quad (3.9)$$

Cách 3. Trường hợp mạch không chứa nguồn phụ thuộc nào ta tính Z_{TB} bằng các triệt tiêu tất cả các nguồn độc lập trong mạch, sau đó tính Z_{TB} nhìn vào hai cực A, B bằng các phép biến đổi tương đương

Hệ quả của định lý Thevenin – Norton: Một nguồn áp mắc nối tiếp với một trở kháng Z sẽ tương đương với một nguồn dòng, có giá trị $\frac{\dot{E}}{Z}$ mắc song song với trở kháng Z và ngược lại.

Ví dụ 3.9. Tìm dòng I trong mạch hình 3.19 dùng phương pháp tương đương Thevenin

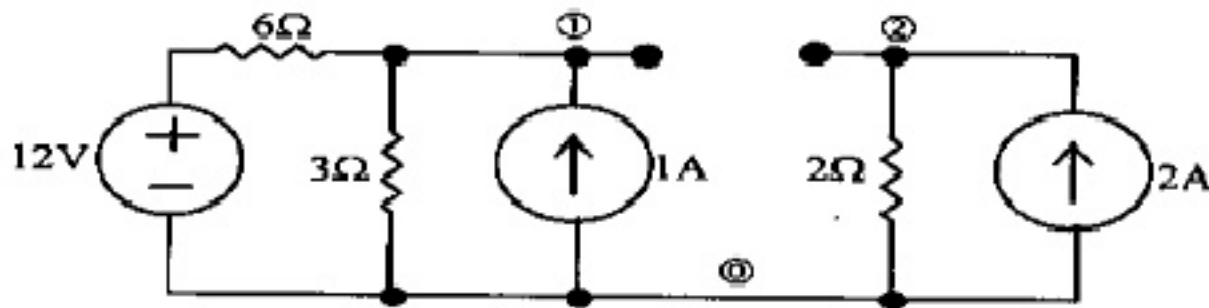


Hình 3.19

Giải:

Ta tìm mạch tương đương cho mạng một cửa A, B

Xác định U_{hm}



Hình 3.20

Dùng thế nút cho nút 1

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)\varphi_1 = 1 + \frac{12}{6} = 3$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = 6V$$

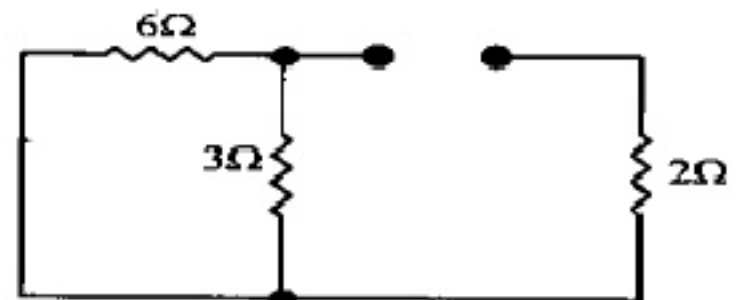
Ta có

$$\varphi_2 = 2 \cdot 2 = 4V$$

$$U_{hm} = 6 - 2 = 2V$$

Xác định Z_{TB}

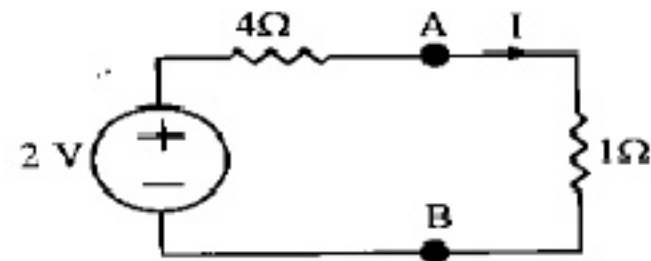
$$Z_{TB} = 2 + 3//6 = 4\Omega$$



Hình 3.21

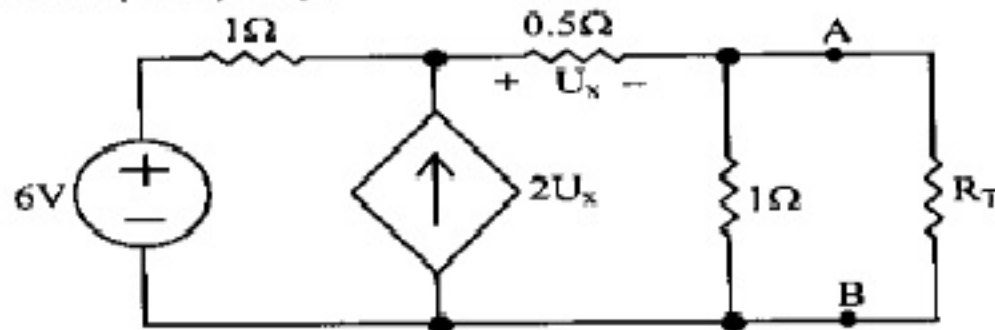
Sơ đồ tương đương Thevenin như hình 3.22

$$\Rightarrow I = \frac{2}{4+1} = 0.4A$$



Hình 3.22

Ví dụ 3.10. Tìm mạch tương đương Thevenin của mạch hình 3.23. Xác định R_T để công suất trên R_T là cực đại.



Hình 3.23

Xác định U_{hm}

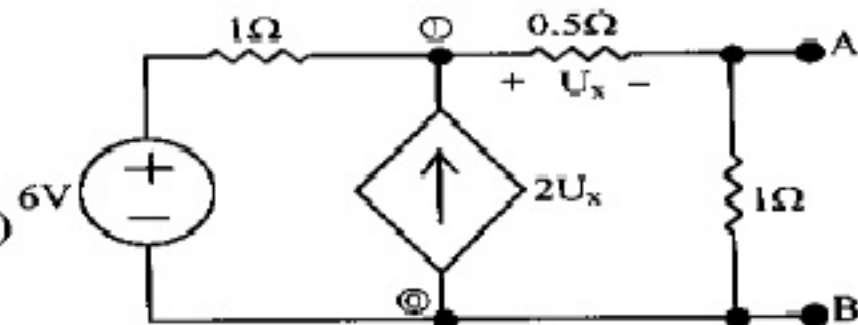
Thế nút cho nút 1 ta có

$$\left(1 + \frac{1}{1.5}\right)\varphi_1 = 6 + 2U_x \quad (1)$$

Ta có $U_x = \frac{0.5}{1+0.5}\varphi_1 = \frac{\varphi_1}{3}$ thế vào (1)

$$\Rightarrow \varphi_1 = 10V$$

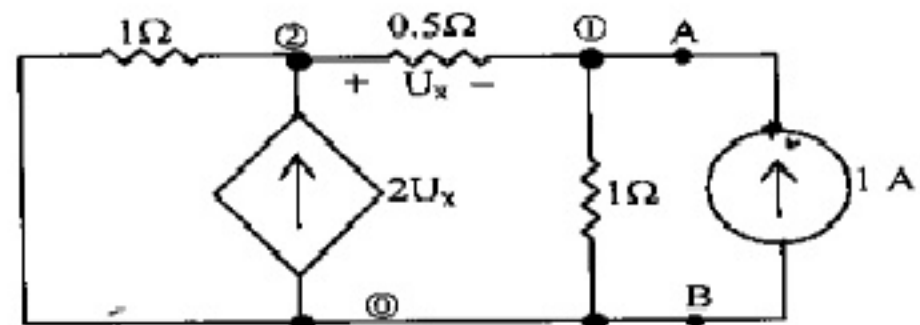
$$\Rightarrow U_{hm} = \frac{1}{1+0.5}\varphi_1 = \frac{10}{1.5} = \frac{20}{3}V$$



Hình 3.24

Xác định Z_{TB} :

Để tính Z_{TB} ta triệt tiêu nguồn áp 6V, kích thích vào hai cực A, B một nguồn dòng $J = 1A$ như hình 3.25. Xác định áp U_1 cung cấp bởi nguồn áp này



Hình 3.25

Viết phương trình thế nút

$$\begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{0.5} & -\frac{1}{0.5} \\ -\frac{1}{0.5} & 1 + \frac{1}{0.5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2U_x \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2U_x \end{bmatrix}$$

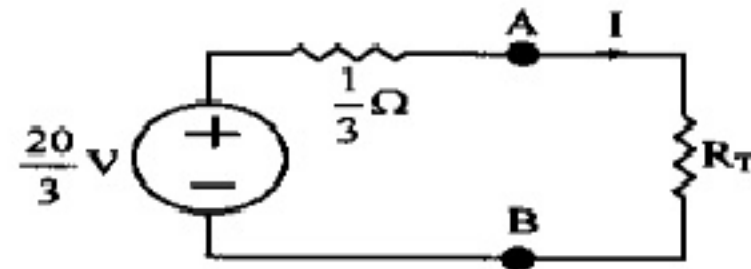
Ta có $U_x = \varphi_2 - \varphi_1$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\varphi_1 - 2\varphi_2 = 1 \\ -2\varphi_1 + 3\varphi_2 = 2(\varphi_2 - \varphi_1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\varphi_1 - 2\varphi_2 = 1 \\ \varphi_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow U_t = \varphi_1 = \frac{1}{3} \text{ V}$$

Như vậy $Z_{TB} = \frac{U_t}{J} = \frac{1}{3} \Omega$

Ta có mạch tương đương Thevenin như hình 3.26



Hình 3.26

Để công suất truyền đến R_T cực đại theo phần 2.7 (Chương 2) ta có

$$R_T = Z_{TB} = \frac{1}{3} \Omega$$

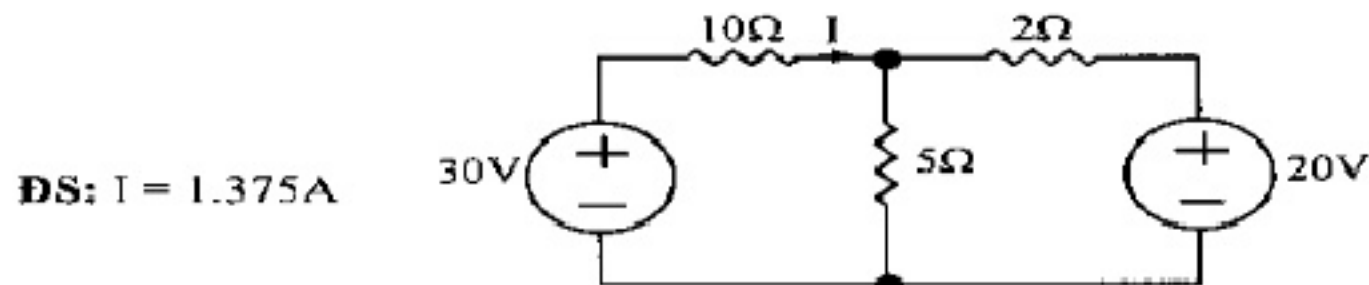
BÀI TẬP CHƯƠNG 3

CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH

PHƯƠNG PHÁP THỂ NÚT VÀ MẮT LƯỚI

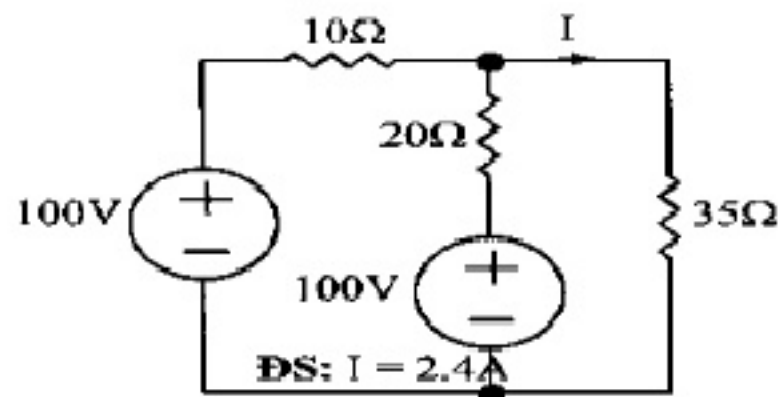
(Giải các bài tập sau bằng phương pháp thể nút và mắt lưới)

3.1 Cho mạch như hình 3.1. Tìm dòng I



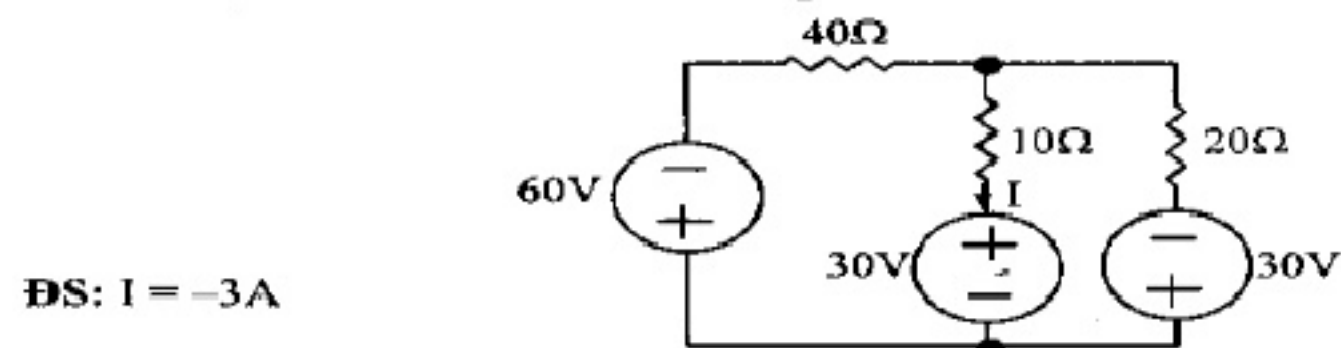
Hình 3.1

3.2 Cho mạch như hình 3.2. Tìm dòng I



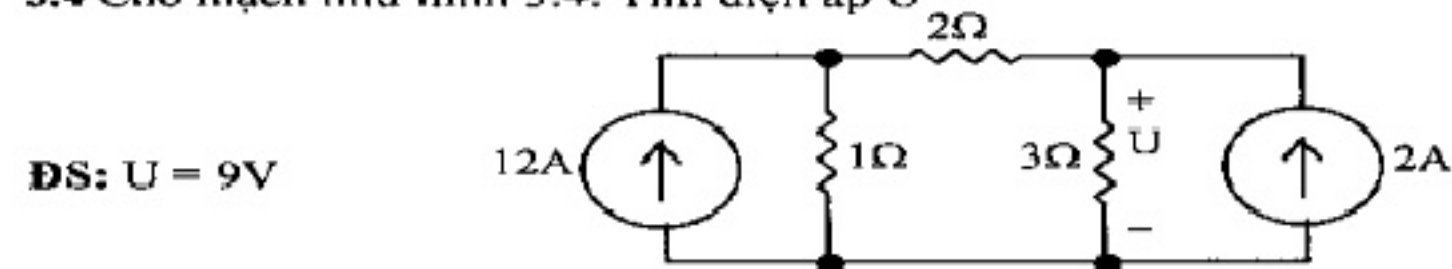
Hình 3.2

3.3 Cho mạch như hình 3.3. Tìm dòng I



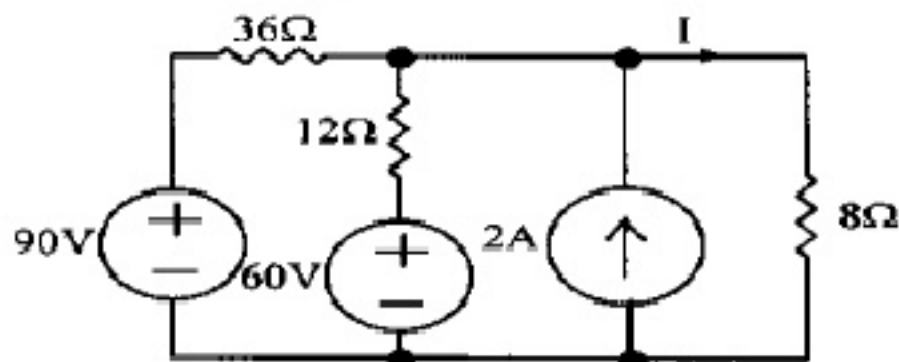
Hình 3.3

3.4 Cho mạch như hình 3.4. Tìm điện áp U



Hình 3.4

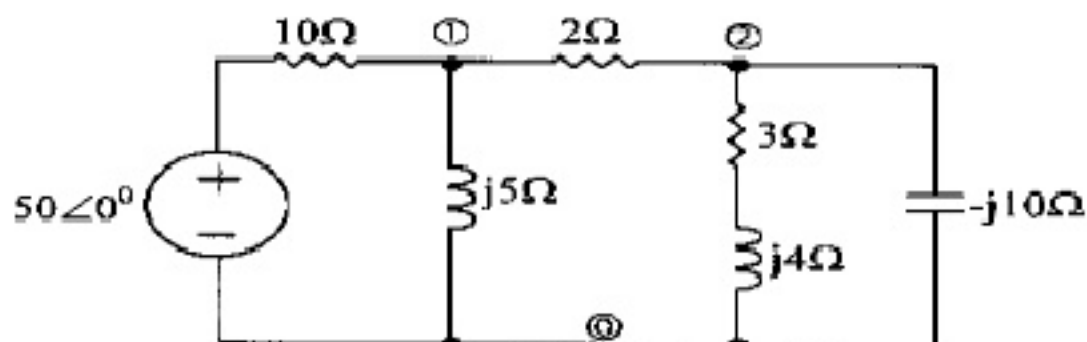
3.5 Cho mạch như hình 3.5. Tìm dòng I



Hình 3.5

ĐS: $I = \frac{171}{31} = 5.52A$

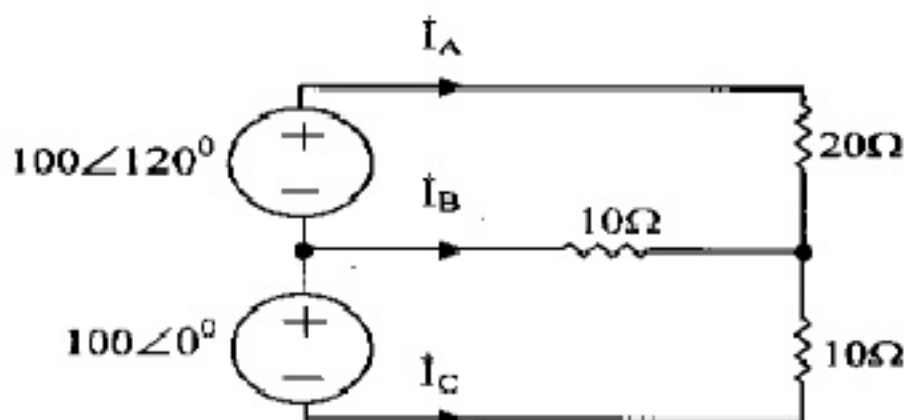
3.6. Xác định φ_1 và φ_2



Hình 3.6

ĐS: $\varphi_1 = 15.95^\circ$ và $\varphi_2 = 12.9^\circ$

3.7. Xác định các dòng I_A , I_B , I_C

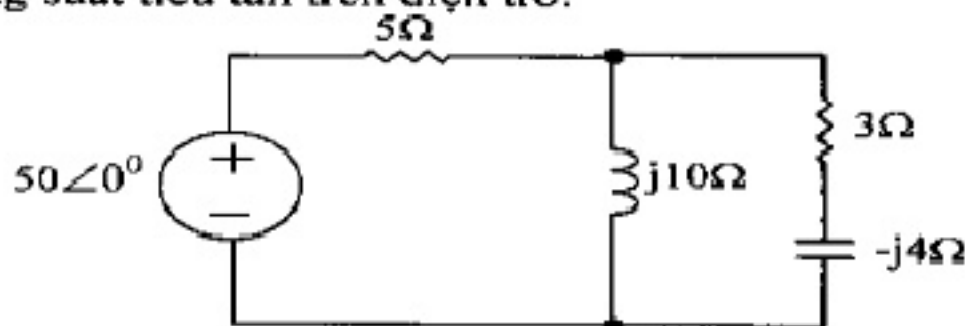


Hình 3.7

ĐS:

$$\begin{aligned} I_A &= 3.46\angle 90^\circ \\ I_B &= 5.3\angle -19.1^\circ \\ I_C &= 5.3\angle -160.9^\circ \end{aligned}$$

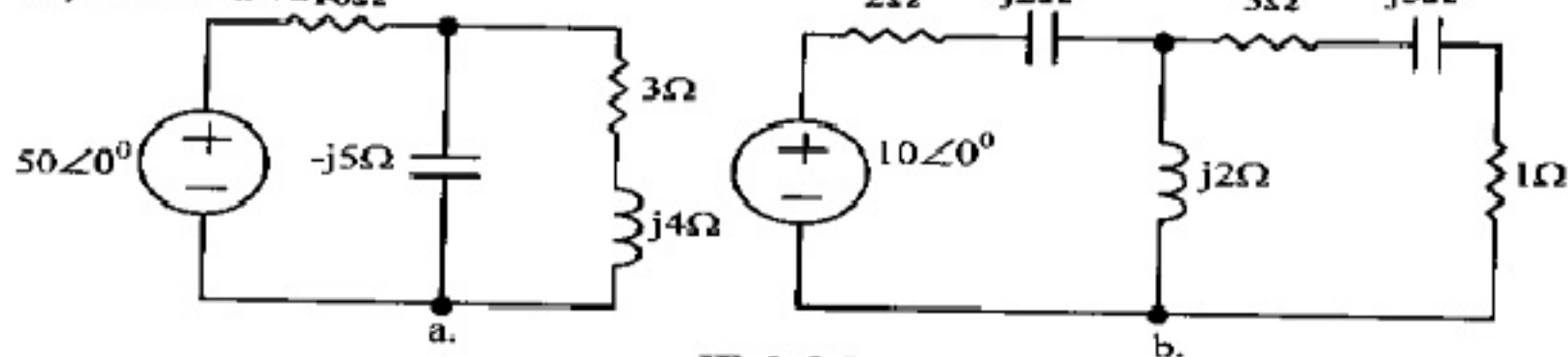
3.8. Cho mạch như hình 3.8 với $E = 50\angle 0^\circ$ (hiệu dụng). Xác định công suất phát ra bởi nguồn và công suất tiêu tán trên điện trở.



Hình 3.8

ĐS: $P_f = 198W$
 $P_{5\Omega} = 85W$
 $P_{3\Omega} = 113W$

3.9. Xác định công suất phát ra bởi nguồn và công suất tiêu tán trên điện trở ở hai mạch hình a và b.

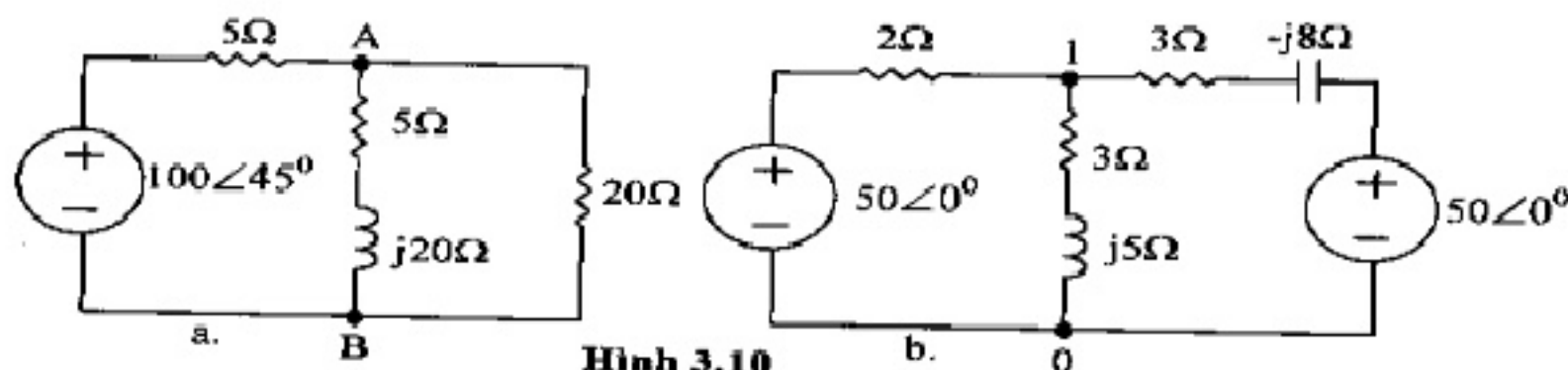


Hình 3.9

ĐS: a. 140W 80W 60W b. 36.7W 27.8W 6.66W và 2.22W

3.10. Làm bài tập cho hình 5a, b dùng phương pháp thế nút

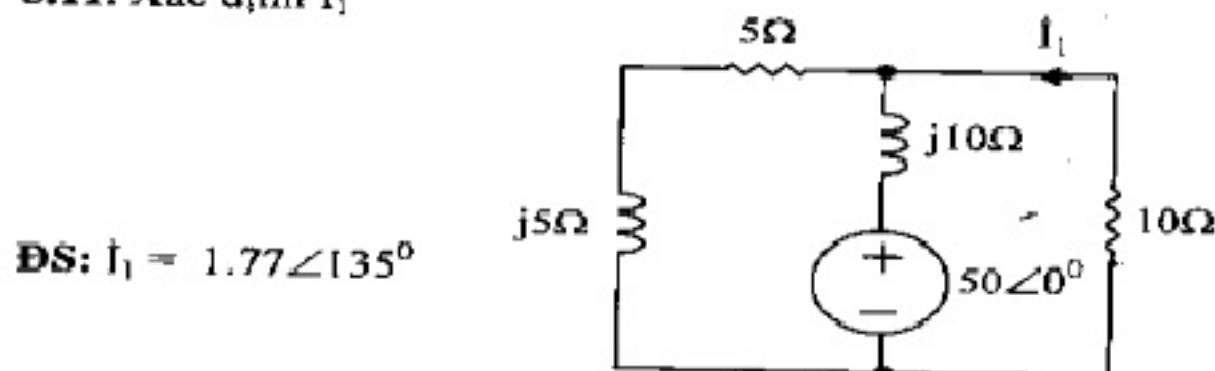
- Tìm áp $\hat{U}_{AB}$
- Tìm thế φ_1



Hình 3.10

ĐS: $\hat{U}_{AB} = 75.4\angle 55.2^\circ$ b. $\varphi_1 = 43.9\angle 14.9^\circ$

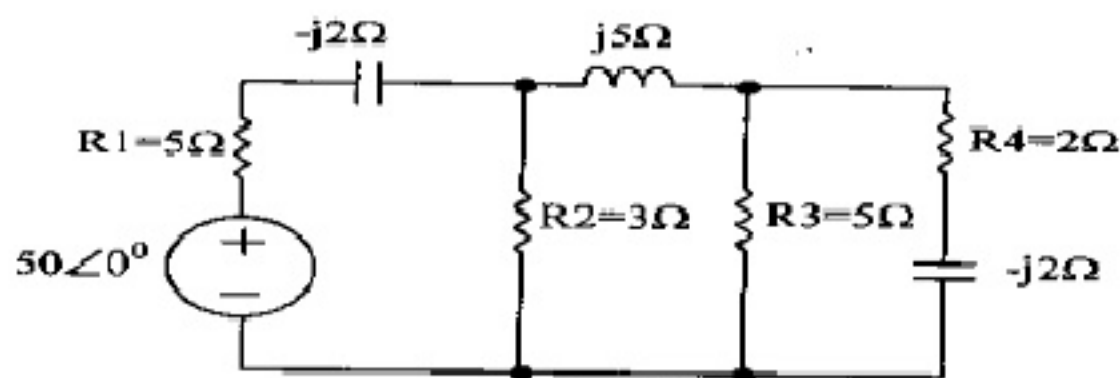
3.11. Xác định $\hat{I}_1$



Hình 3.11

ĐS: $\hat{I}_1 = 1.77\angle 135^\circ$

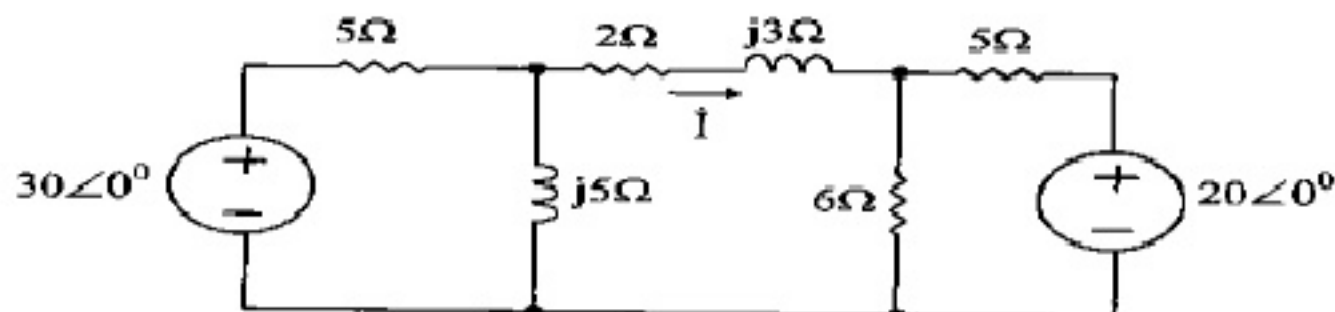
3.12. Xác định công suất cung cấp cho mạch trên hình 3.12 và công suất tiêu tán trên các điện trở.



Hình 3.12

ĐS: $P = 354\text{W}$, $P_1 = 256\text{W}$, $P_2 = 77.1\text{W}$, $P_3 = 9.12\text{W}$, $P_4 = 11.3\text{W}$

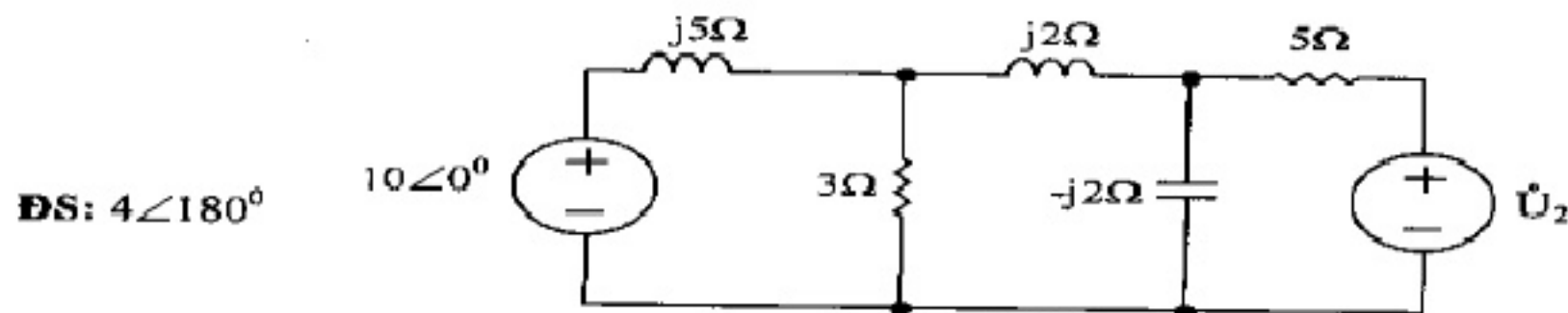
- 3.13. Cho mạch như hình 3.13. Xác định
 a. Công suất tiêu tán trên điện trở 6Ω
 b. Dòng qua tổng trở $2+j3$



Hình 3.13

ĐS: $P = 39.6\text{W}$, $I = 1.73\angle 40^\circ$

- 3.14. Xác định $\dot{U}_2$ để dòng qua nguồn đó bằng 0

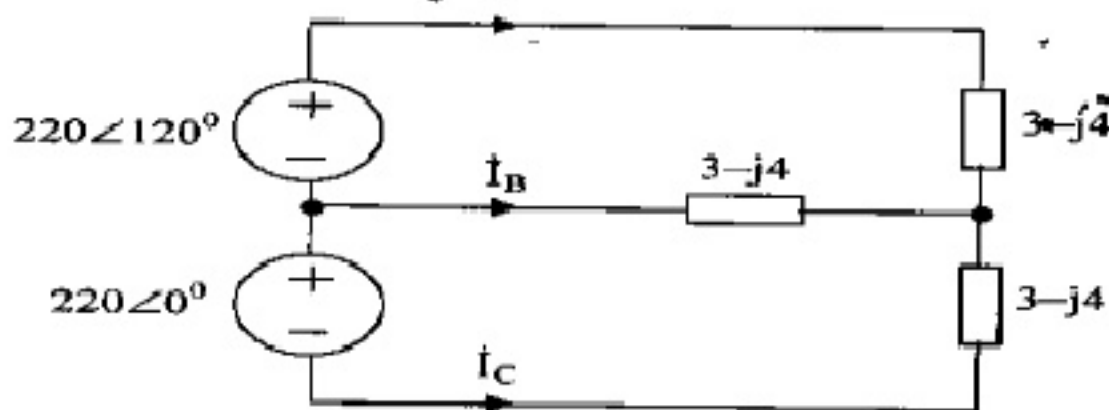


Hình 3.14

- 3.15 Xác định $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$

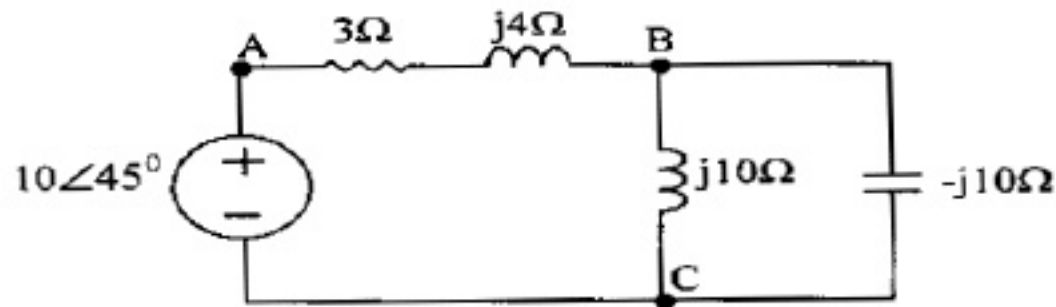
ĐS:

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= 25.4\angle 143.1^\circ \\ \dot{I}_B &= 25.4\angle 23.1^\circ \\ \dot{I}_C &= 25.4\angle 83^\circ\end{aligned}$$



Hình 3.15

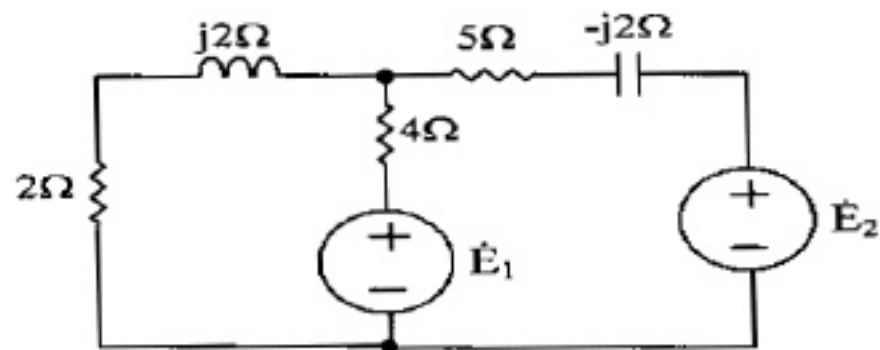
3.16 Tìm các áp $\dot{U}_{AB}$ và $\dot{U}_{BC}$



Hình 3.16

ĐS: $\dot{U}_{AB} = 0$, $\dot{U}_{BC} = 100\angle 45^\circ$

3.17 Xác định công suất do mỗi nguồn cung cấp biết $\dot{E}_1 = \dot{E}_2 = 10\angle 90^\circ$

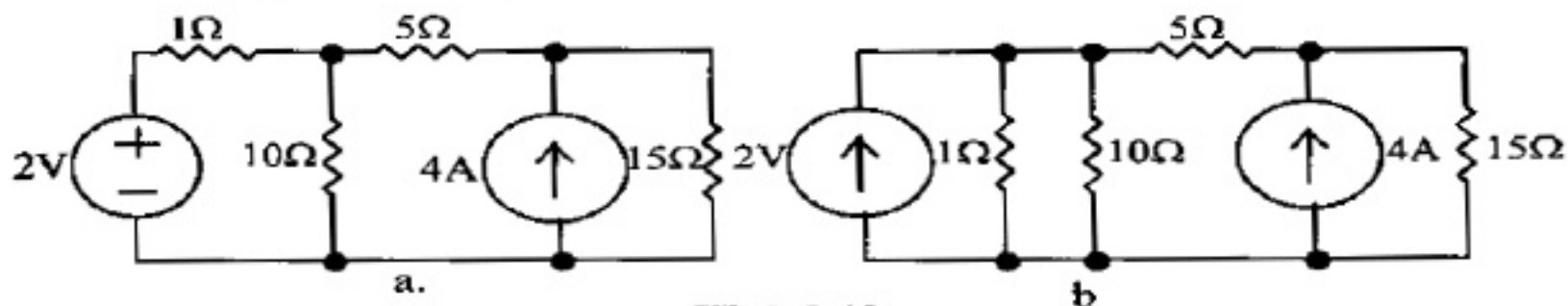


Hình 3.17

ĐS: $P_1 = 11\text{W}$
 $P_2 = 9.34\text{W}$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

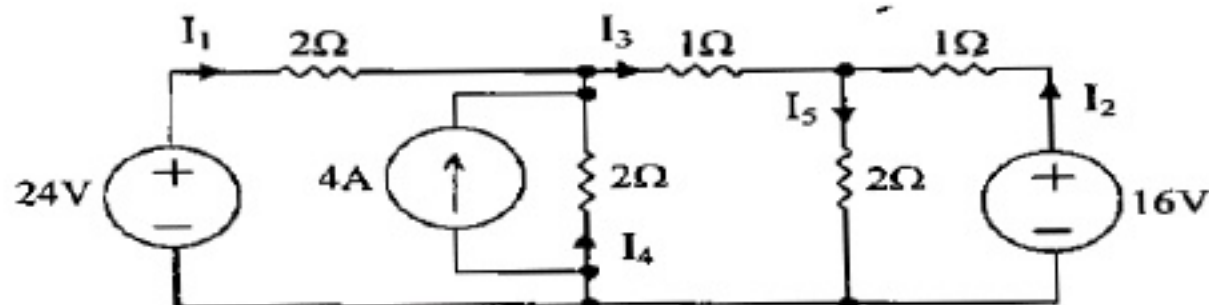
3.18 Tìm công suất tiêu thụ trên điện trở 10Ω



Hình 3.18

ĐS: $P = 1.89\text{W}$

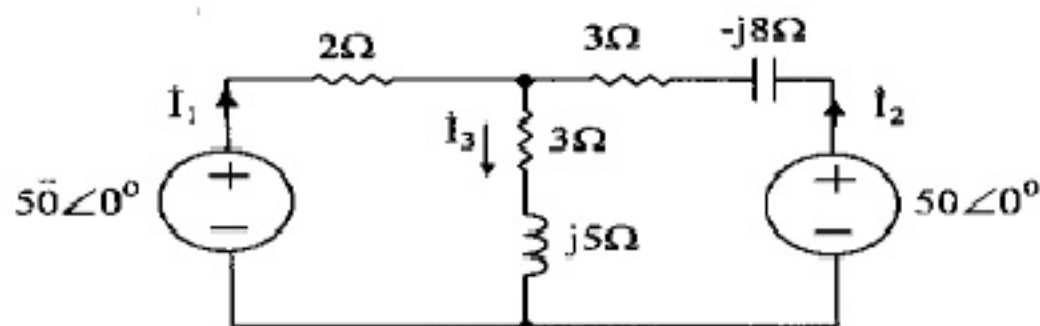
3.19 Tìm dòng điện trong các nhánh trong mạch sau



Hình 3.19

ĐS: $I_1 = 5\text{A}$, $I_2 = 4\text{A}$, $I_3 = 2\text{A}$, $I_4 = -7\text{A}$, $I_5 = 6\text{A}$

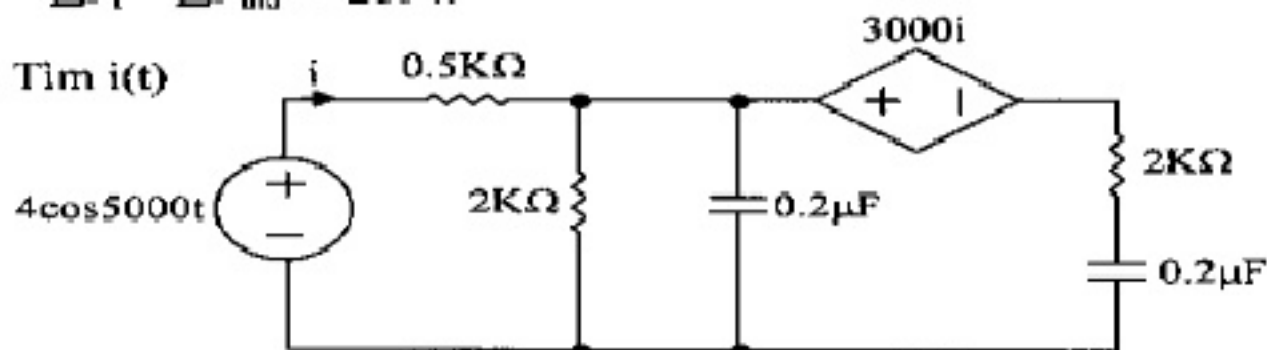
3.20. Tìm dòng điện trong các nhánh trong mạch sau. Nghiệm lại sự cân bằng công suất tác dụng.



Hình 3.20

ĐS: $I_1 = 6.8\angle -55.73^\circ$; $I_2 = 1.59\angle 13.72^\circ$; $I_3 = 7.51\angle -44.17^\circ$
 $\sum P_r = \sum P_{mu} \approx 269W$

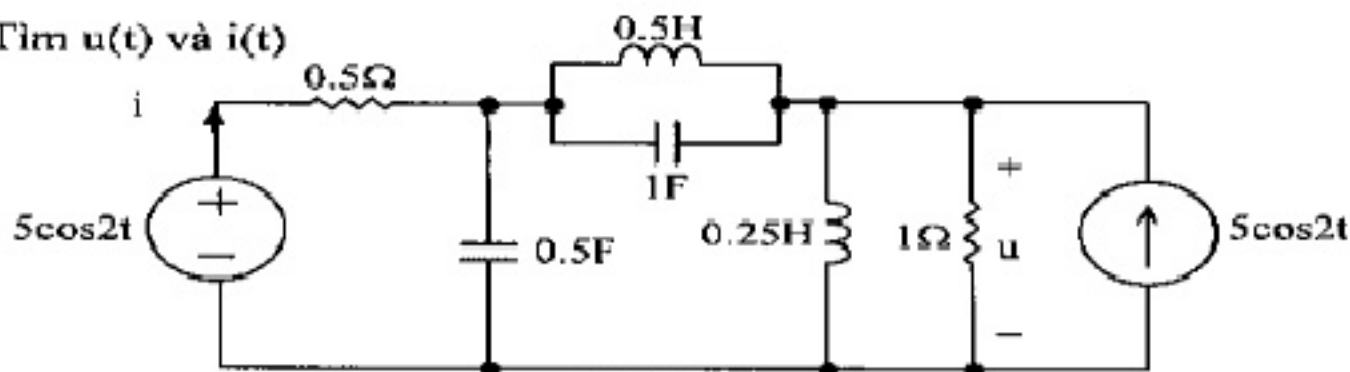
3.21 Tìm $i(t)$



Hình 3.21

ĐS: $i(t) = 0.024\cos(5000t + 53.13^\circ) A$

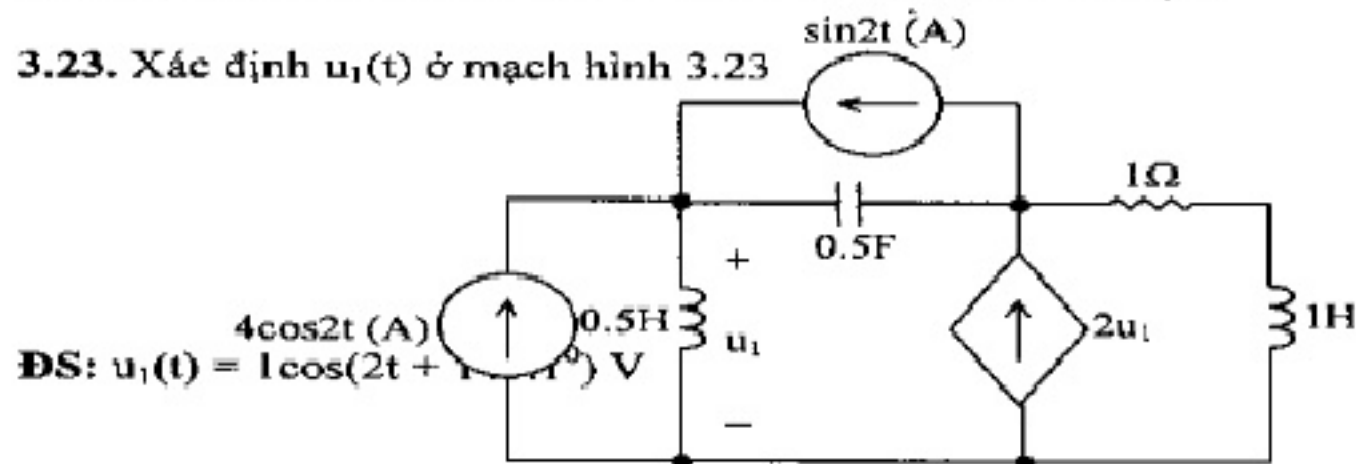
3.22. Tìm $u(t)$ và $i(t)$



Hình 3.22

ĐS: $u(t) = 2\sqrt{5}\cos(2t + 63.43^\circ) V$; $i(t) = 6.3\cos(2t + 18.43^\circ) A$

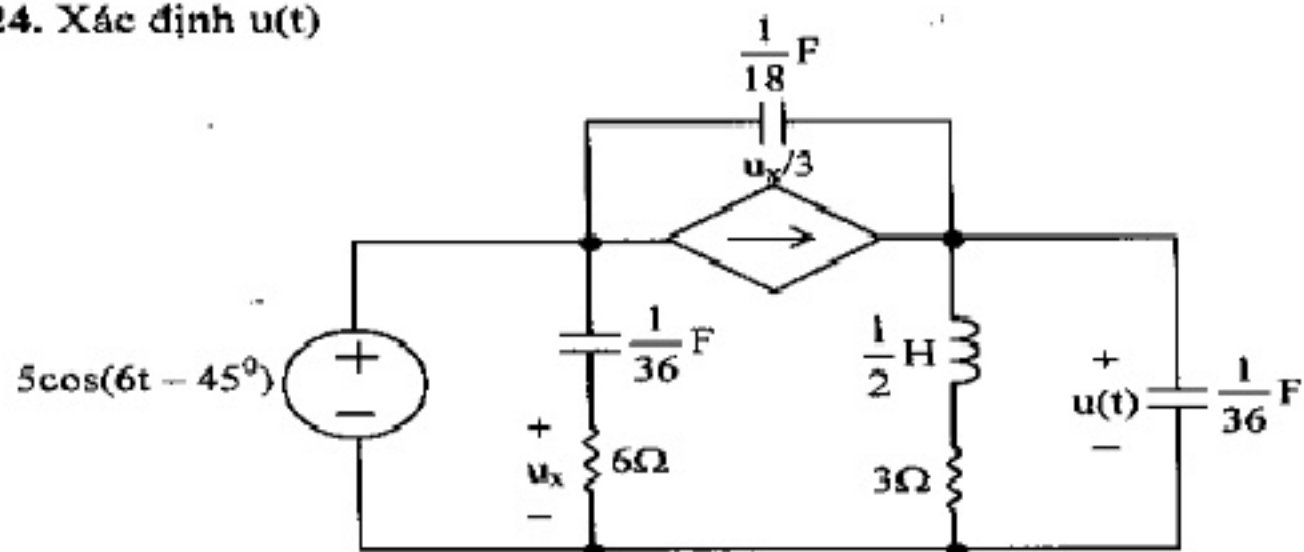
3.23. Xác định $u_1(t)$ ở mạch hình 3.23



Hình 3.23

ĐS: $u_1(t) = 1\cos(2t + 18.43^\circ) V$

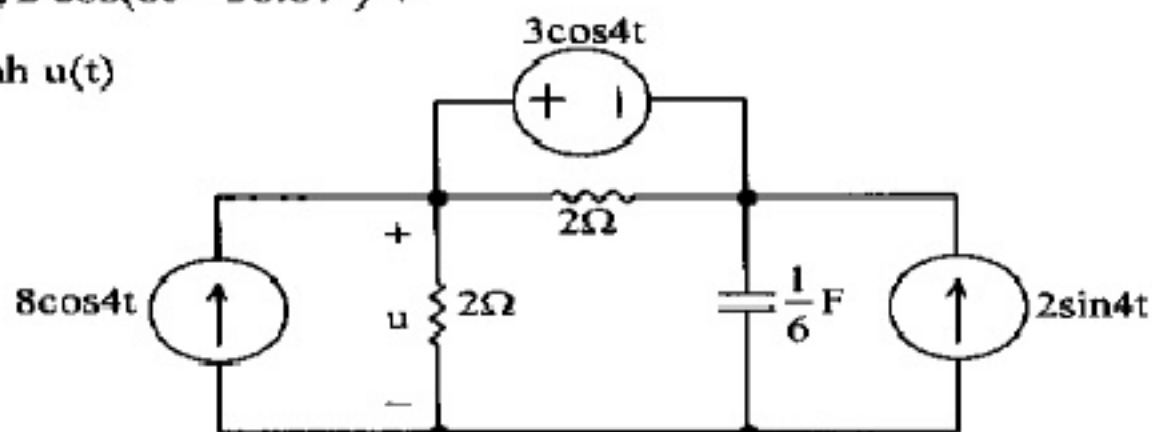
3.24. Xác định $u(t)$



Hình 3.24

ĐS: $u(t) = 5\sqrt{2} \cos(6t - 36.87^\circ) \text{ V}$

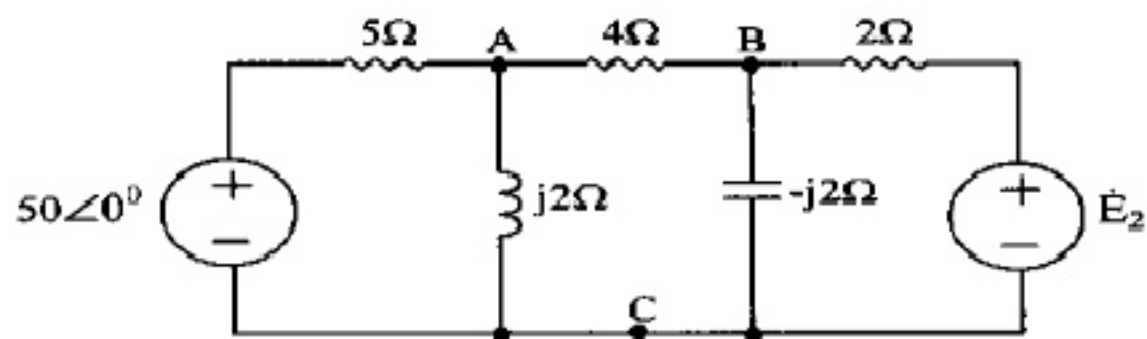
3.25. Xác định $u(t)$



Hình 3.25

ĐS: $u(t) = 9.6 \cos(4t - 53.13^\circ) \text{ V}$

3.26. Tìm $\dot{E}_2$ để dòng qua điện trở 4Ω bằng 0. Tính $\dot{U}_{AC}$, $\dot{U}_{BC}$



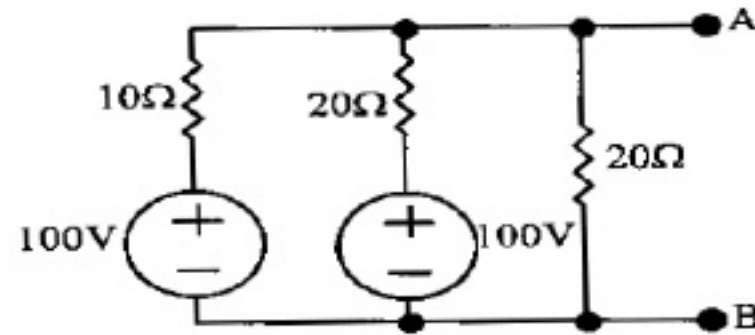
Hình 3.26

ĐS: $\dot{E}_2 = 26.26 \angle 113.2^\circ \text{ V}$; $\dot{U}_{AC} = \dot{U}_{BC} = 18.57 \angle 68.2^\circ$

MẠCH TƯƠNG ĐƯƠNG THEVENIN – NORTON

3.27. Tìm mạch tương đương Thevenin của mạch hình 3.27

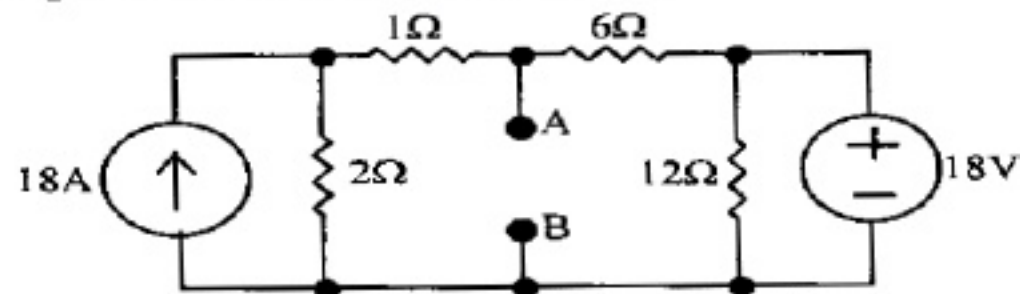
ĐS: $E = 75V$, $R_0 = 5\Omega$



Hình 3.27

3.28 Tìm mạch tương đương Thevenin của mạch hình 2.28

ĐS: $E = 10V$, $R_0 = 3\Omega$



Hình 3.28

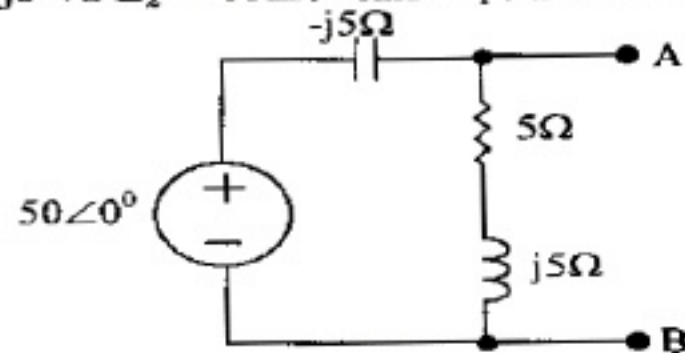
3.29. Thành lập sơ đồ tương đương Thevenin đối với hai cực A và B. Dựa trên đó tính dòng trên hai tổng trở $Z_1 = 5 - j5$ và $Z_2 = 10\angle 0^\circ$ lần lượt nối vào hai cực A, B và công suất tiêu tán trên chúng.

ĐS:

$$\dot{E} = 70.7\angle 45^\circ \quad Z_{TB} = 5 - j5$$

$$P_1 = 125W, \quad \dot{I}_1 = 5\angle 90^\circ$$

$$P_2 = 200W, \quad \dot{I}_2 = 4.47\angle 63.43^\circ$$



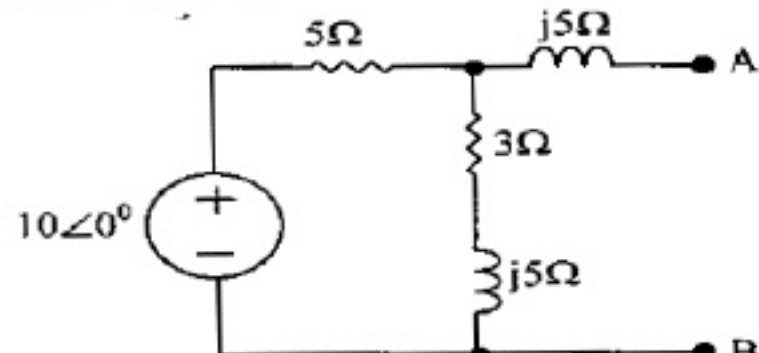
Hình 3.29

3.30. Thành lập sơ đồ tương đương Thevenin của mạch sau

ĐS:

$$\dot{E} = 5.58\angle 26.5^\circ$$

$$Z_{TB} = 2.5 + j6.25$$



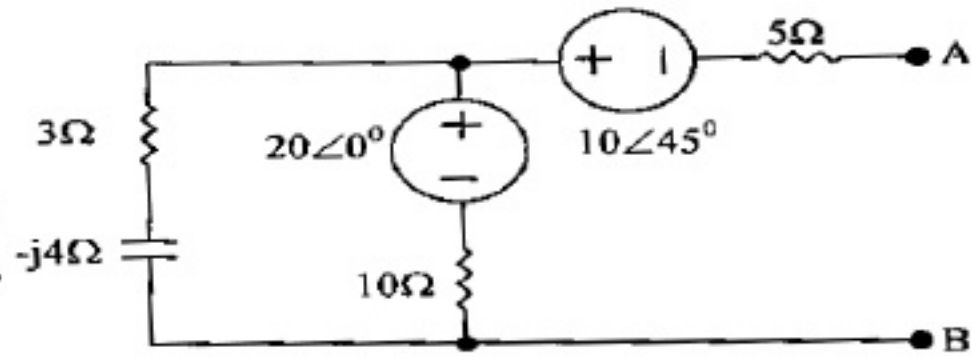
Hình 3.30

3.31. Thành lập sơ đồ tương đương Thevenin của mạch sau

ĐS:

$$\dot{E} = 11.39 \angle 264.4^\circ$$

$$Z_{TB} = 7.97 - j2.16$$



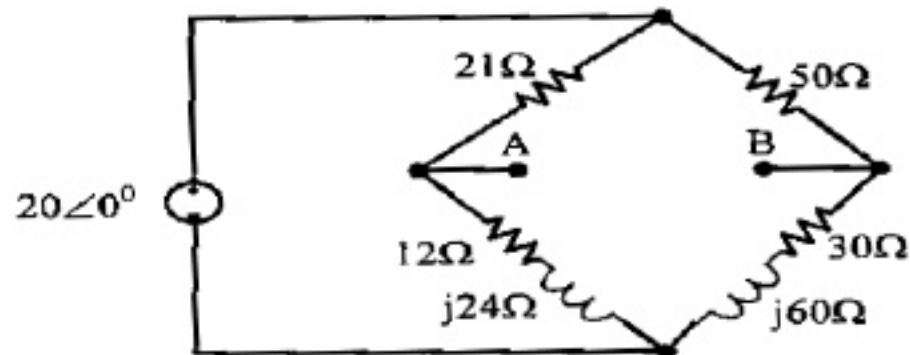
Hình 3.31

3.32. Thành lập sơ đồ tương đương Thevenin của mạch sau

ĐS:

$$\dot{E} = 0.328 \angle 170.5^\circ$$

$$Z_{TB} = 47.4 \angle 26.8^\circ$$



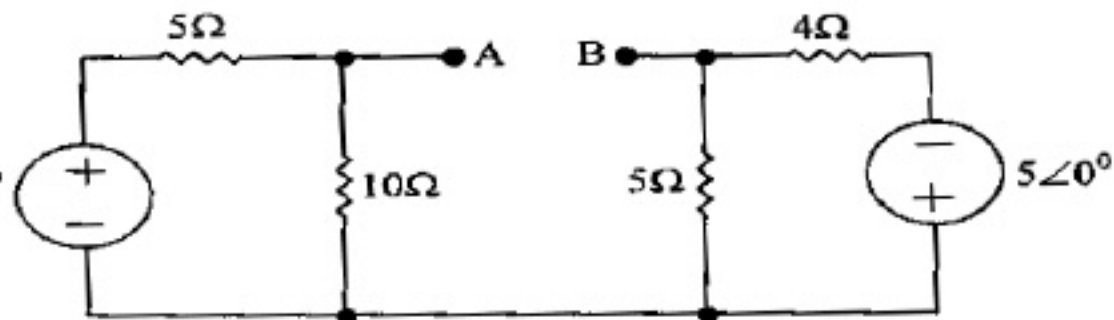
Hình 3.32

3.33. Thành lập sơ đồ tương đương Thevenin của mạch sau

ĐS:

$$\dot{E} = 5.9 \angle 16.4^\circ$$

$$Z_{TB} = 5.55$$



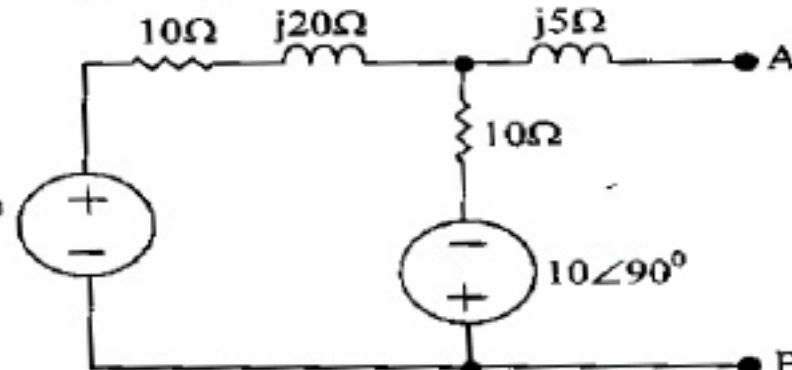
Hình 3.33

3.34. Thành lập sơ đồ tương đương Thevenin của mạch sau

ĐS:

$$\dot{E} = 10.6 \angle 45^\circ$$

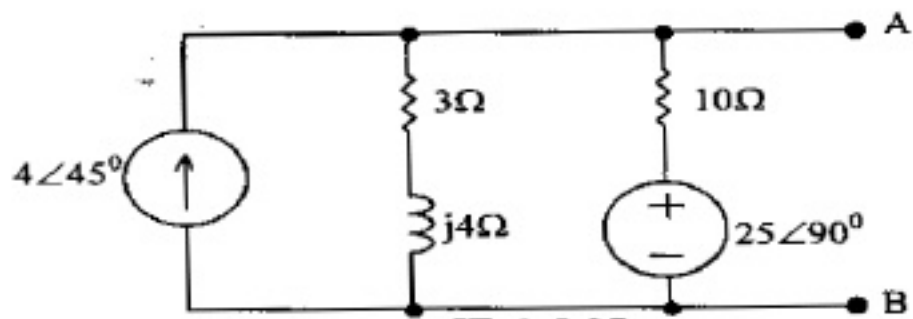
$$Z_{TB} = 11.18 \angle -63.4^\circ$$



Hình 3.34

3.35. a. Tìm sơ đồ tương đương Thevenin và Norton của mạng một cửa như hình 3.35

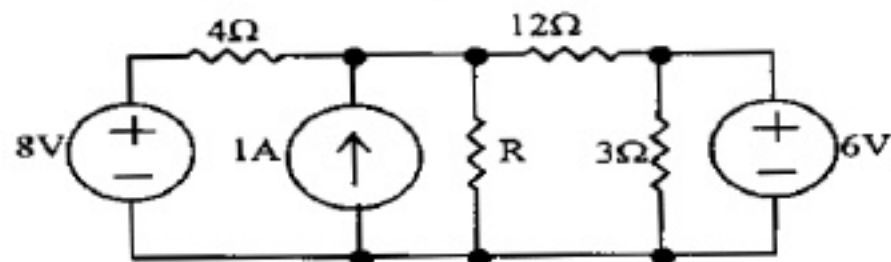
b. Mắc giữa hai cực A, B một điện trở R. Xác định R để công suất truyền đến R là cực đại. Tính công suất đó.



Hình 3.35

ĐS: a. $E_{th} = 22.18\angle 98.07^\circ$; $I_{nm} = 6.03\angle 62.07^\circ$; $Z_{TD} = 2.973 + j2.162\Omega$
 b. $R = 3.68\Omega$, $P_{max} = 37W$

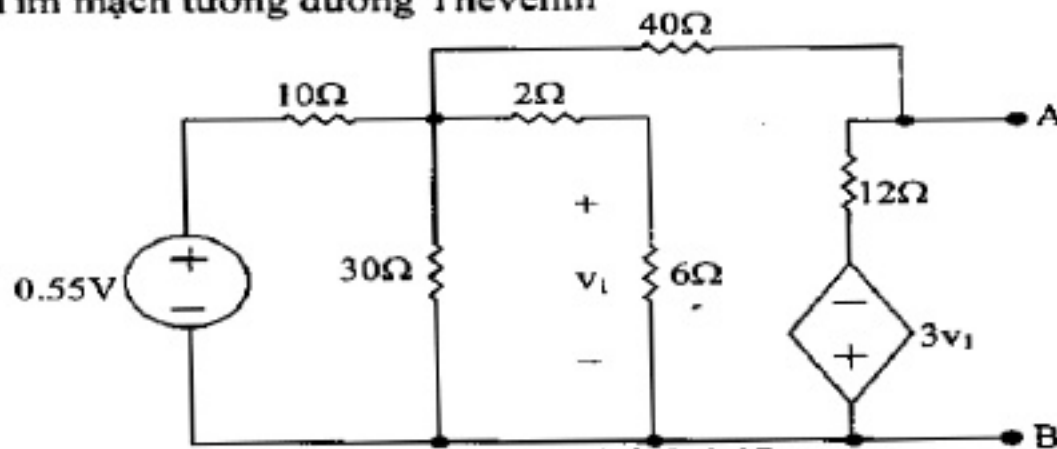
3.36. Tính R để công suất tiêu thụ trên nó là cực đại. Tìm công suất đó



Hình 3.36

ĐS: $R = 1\Omega$, $P = 900W$

3.37. Tìm mạch tương đương Thevenin

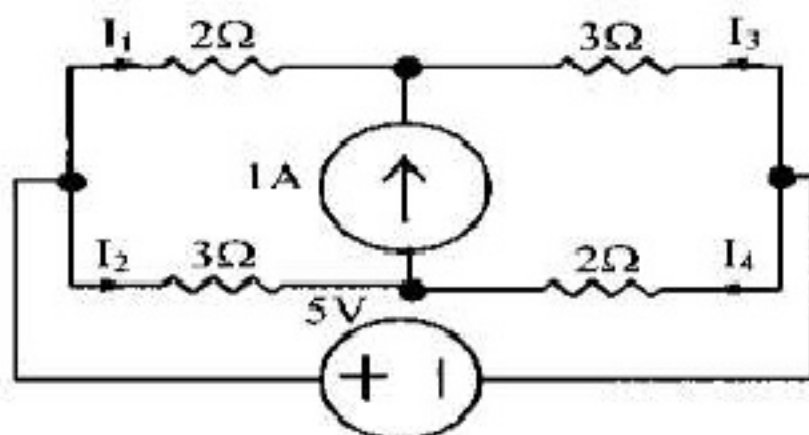


Hình 3.37

ĐS: $E = -0.257V$, $R_0 = 8.152\Omega$

BÀI TẬP DÙNG NGUYÊN LÝ XẾP CHỒNG

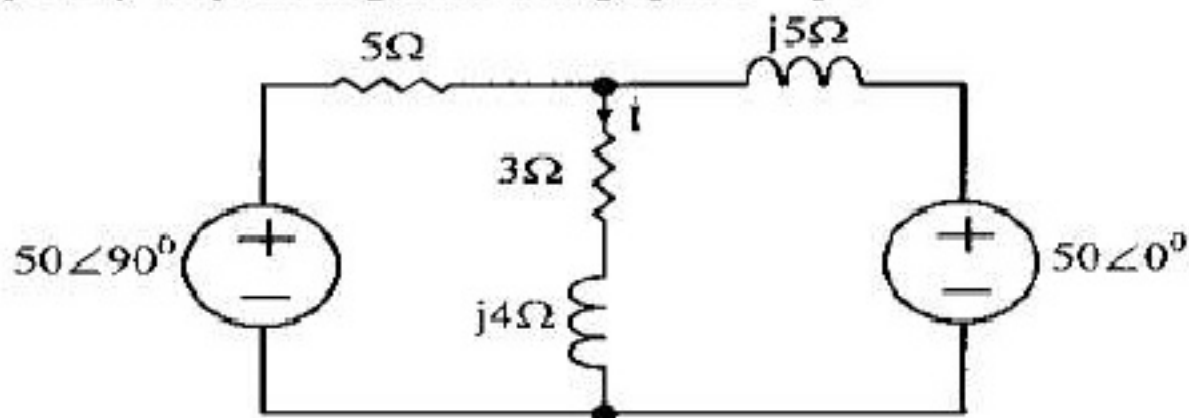
3.38. Tìm các dòng I_1, I_2, I_3, I_4 , bằng phương pháp xếp chồng



Hình 3.38

ĐS: $I_1 = 0.4A, I_2 = 1.4A, I_3 = -0.4A, I_4 = 1.4A$

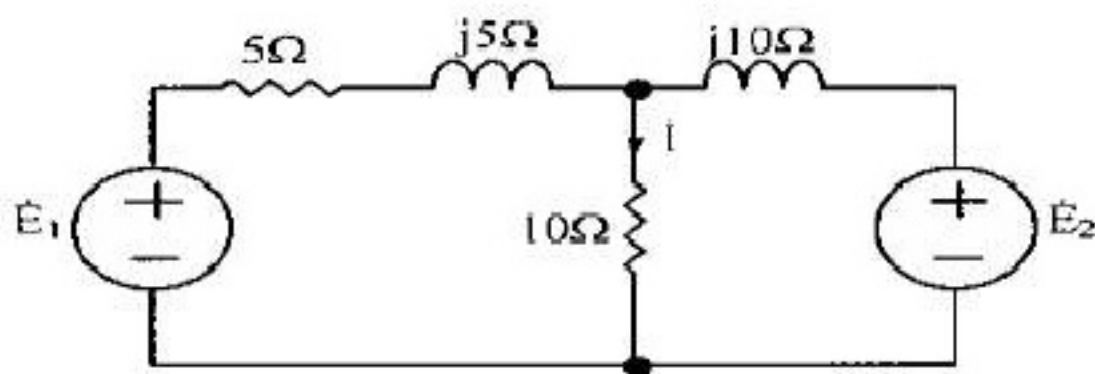
3.39. Dùng nguyên lý xếp chồng tính dòng qua $3 + j4$



Hình 3.39

ĐS: $i = 8.3 \angle 85.3^\circ$

3.40. Trên mạch hình 3.40 cho các nguồn tác động riêng rẽ. Nếu các dòng tương ứng trên trở 10Ω bằng nhau. Tính tỉ số $\dot{E}_1/\dot{E}_2$



Hình 3.40

ĐS: $\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = 0.707 \angle -45^\circ$

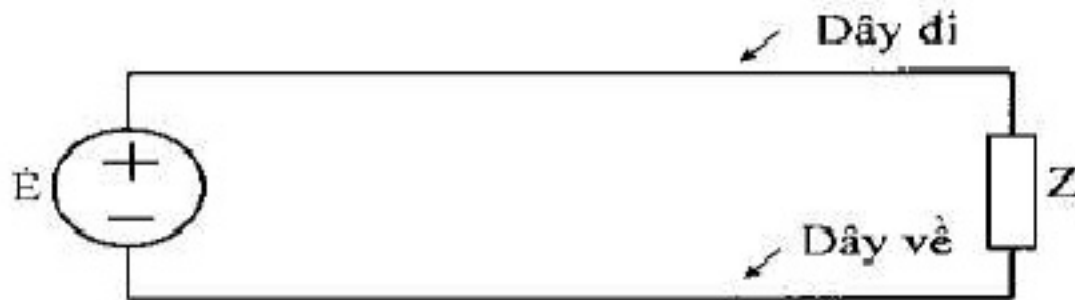
CHƯƠNG 4

MẠCH BA PHA

4.1. HỆ NHIỀU PHA

4.1.1 Giới thiệu

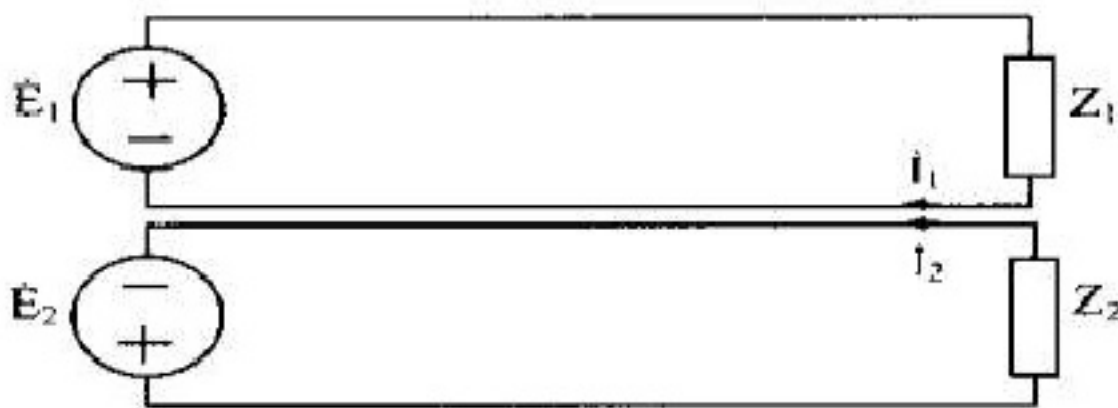
Trong thực tế, để truyền điện năng từ một nguồn đến tải phải dùng hai dây: dây đi và dây về



Hình 4.1

Trong trường hợp ta có nhiều nguồn và nhiều tải thì ta phải dùng nhiều dây đi và dây về

Ví dụ 4.1 Trường hợp có hai nguồn như hình 3.2



Hình 4.2

Nếu như ta dùng chung dây về và các góc pha ban đầu của các nguồn E_1 và E_2 được chọn sao cho tổng các dòng điện trên dây về bằng 0 thì hệ này có thể bỏ đi dây về. Đây chính là tính tiết kiệm của hệ nhiều pha

Trong hệ m pha thì góc lệch pha của các nguồn trong hệ là $\frac{2\pi}{m}$. Trong thực tế người ta sử dụng rộng rãi hệ ba pha gồm 3 nguồn sức điện động lệch pha nhau một góc $\frac{2\pi}{3}$

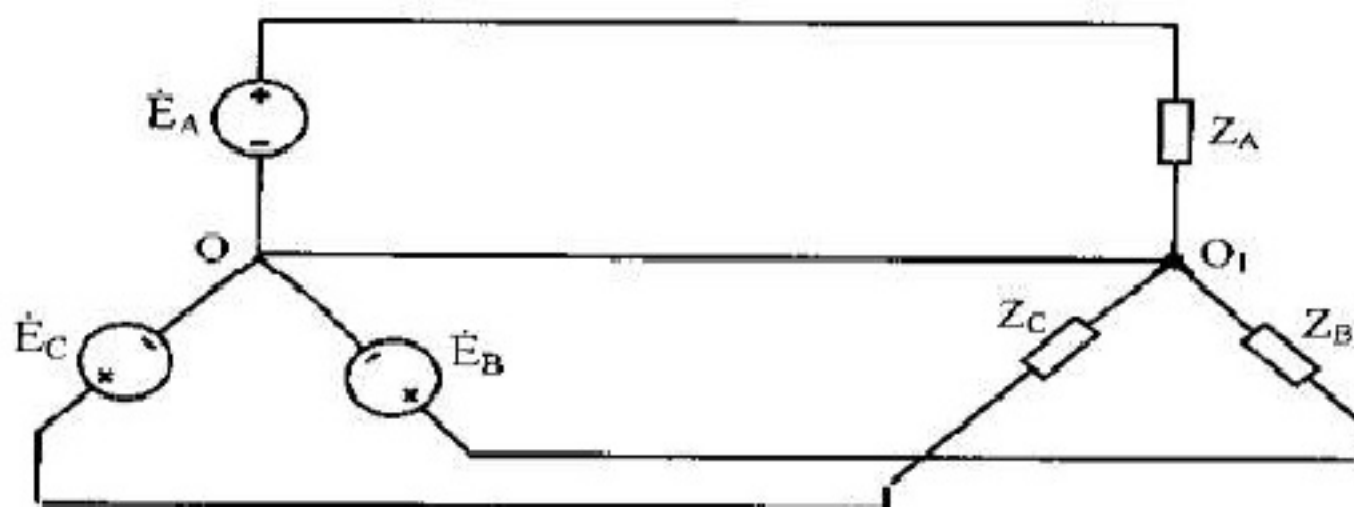
4.1.2. Hệ ba pha

a. Giới thiệu

Hệ ba pha gồm 3 sức điện động E_A , E_B , E_C lệch pha nhau một góc $\frac{2\pi}{3}$. Sự kết nối nguồn tải có hai dạng chính

- Dạng hình sao (Y) (star)
- Dạng hình tam giác (Δ) (mesh)

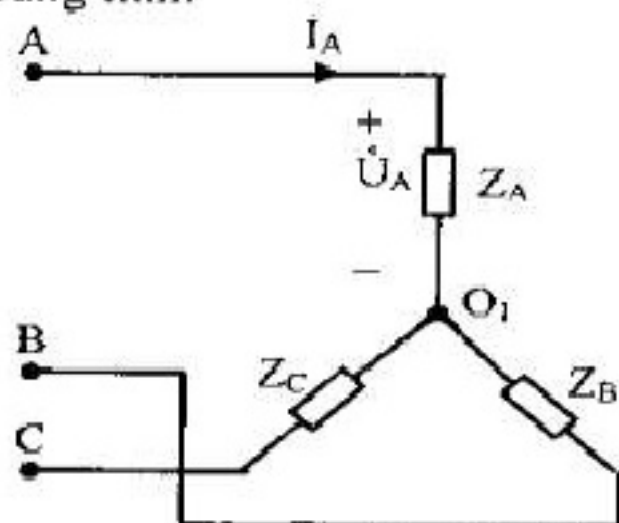
Ví dụ 4.2. Sự kết nối nguồn Y tải Y như hình 4.3



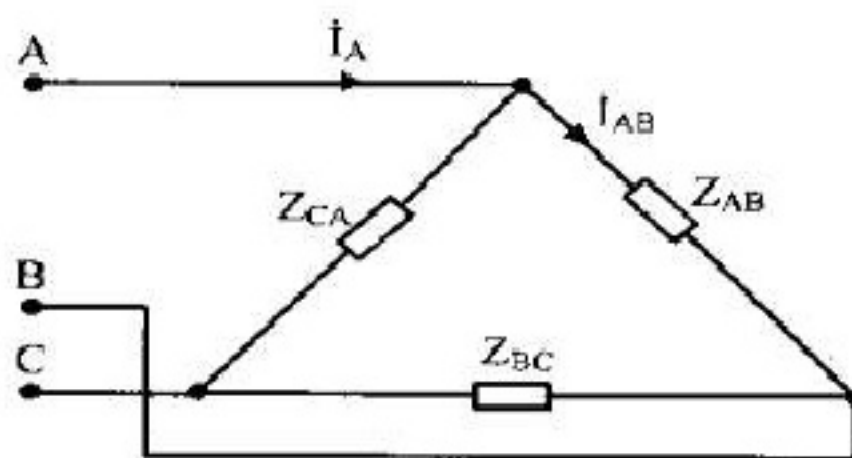
Hình 4.3. Kết nối Y – Y

Một số khái niệm cơ bản trong hệ ba pha

- Điện áp dây là điện áp giữa hai dây đi (dây pha)
- Dòng điện dây là dòng điện trên dây pha
- Trở kháng pha của tải: trở kháng của tải bất kỳ mắc sao hay tam giác
- Dòng điện pha, điện áp pha là dòng điện, điện áp trên trở kháng pha
- Điểm trung tính nguồn là điểm chung khi nối 3 nguồn hình sao (Y)
- Điểm trung tính tải là điểm chung khi nối 3 tải hình sao (Y)
- Dây trung tính là dây nối giữa hai điểm trung tính
- Nối Y – Y 4 dây: có dây trung tính. Nối sao Y – Y 3 dây không có dây trung tính.



Hình 4.4



Hình 4.5

Trong trường hợp tải mắc sao như hình 4.4, ta có

I_A là dòng dây, dòng pha
 U_{AB} áp dây
 U_{AO_1} áp pha
 $\Rightarrow$ Dòng dây = Dòng pha

Trong trường hợp tải mắc sao như hình 4.5, ta có

I_A là dòng dây, I_{AB} là dòng pha

U_{AB} áp dây

$\Rightarrow$ Áp dây = Áp pha

b. Phân loại mạch ba pha

Mạch ba pha chia làm hai loại lớn:

Mạch ba pha đối xứng là mạch ba pha có tập các đáp ứng của các pha đều thoả điều kiện bằng nhau về biên độ và lệch pha nhau một góc $\frac{2\pi}{3}$

Ví dụ 4.3 Trong mạch ba pha đối xứng, tập hợp dòng dây $I_A = I_A \angle \varphi_A$, $I_B = I_A \angle \varphi_B$, $I_C = I_A \angle \varphi_C$ thoả

$$\begin{cases} I_A = I_B = I_C \\ \varphi_A - \varphi_B = \varphi_B - \varphi_C = \varphi_C - \varphi_A = 120^\circ \end{cases}$$

Mạch ba pha không đối xứng là mạch ba pha không thoả đối xứng

4.2. HỆ BA PHA ĐỐI XỨNG

4.2.1. Phân loại

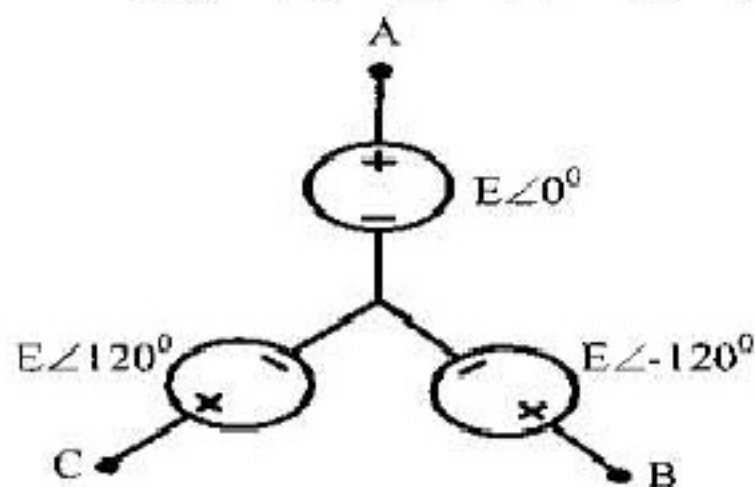
Hệ ba pha đối xứng có thể chia làm hai loại: đối xứng thứ tự thuận và đối xứng thứ tự nghịch

Đối xứng thứ tự thuận

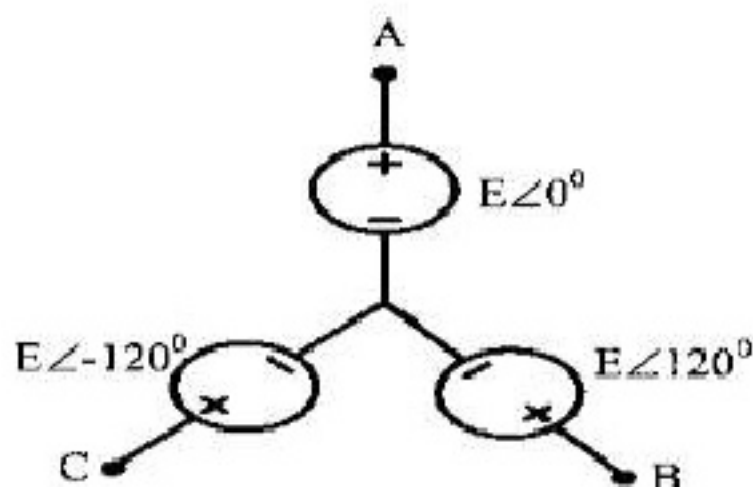
$$\begin{cases} E_A = E_B = E_C \\ \varphi_A - \varphi_B = \varphi_B - \varphi_C = \varphi_C - \varphi_A = 120^\circ \end{cases} \quad (4.1)$$

Đối xứng thứ tự nghịch

$$\begin{cases} E_A = E_B = E_C \\ \varphi_A - \varphi_B = \varphi_B - \varphi_C = \varphi_C - \varphi_A = 120^\circ \end{cases} \quad (4.2)$$



Hình 4.6. Đối xứng thứ tự thuận



Hình 4.7. Đối xứng thứ tự nghịch

4.2.2. Giải mạch ba pha đối xứng

a. Phương pháp giải tích

Chúng ta có thể giải mạch ba pha bằng các phương pháp giải tích ở các chương trước như Kirchhoff, mắt lưới, thế nút bằng cách coi hệ nguồn ba pha như ba nguồn độc lập $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ và giải bình thường

b. Phương pháp một dây (one – line method)

Toán tử quay là một số phức a , được định nghĩa

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4.3)$$

Toán tử quay a là một công cụ đắc lực cho việc giải mạch ba pha đối xứng theo tư tưởng phương pháp một dây. Toán tử quay a có một số tính chất

$$\begin{aligned} 1 + a + a^2 &= 0 \\ a^3 &= 1 \\ a^2 &= a^* \end{aligned} \quad (4.4)$$

Nếu một vector bất kỳ nhân với a sẽ bị quay đi một góc $\frac{2\pi}{3}$

Phương pháp một dây

Trong hệ ba pha đối xứng thứ tự thuận ta có

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_A & \dot{U}_B & \dot{U}_C \end{bmatrix} = \dot{U}_A S \quad (4.5)$$

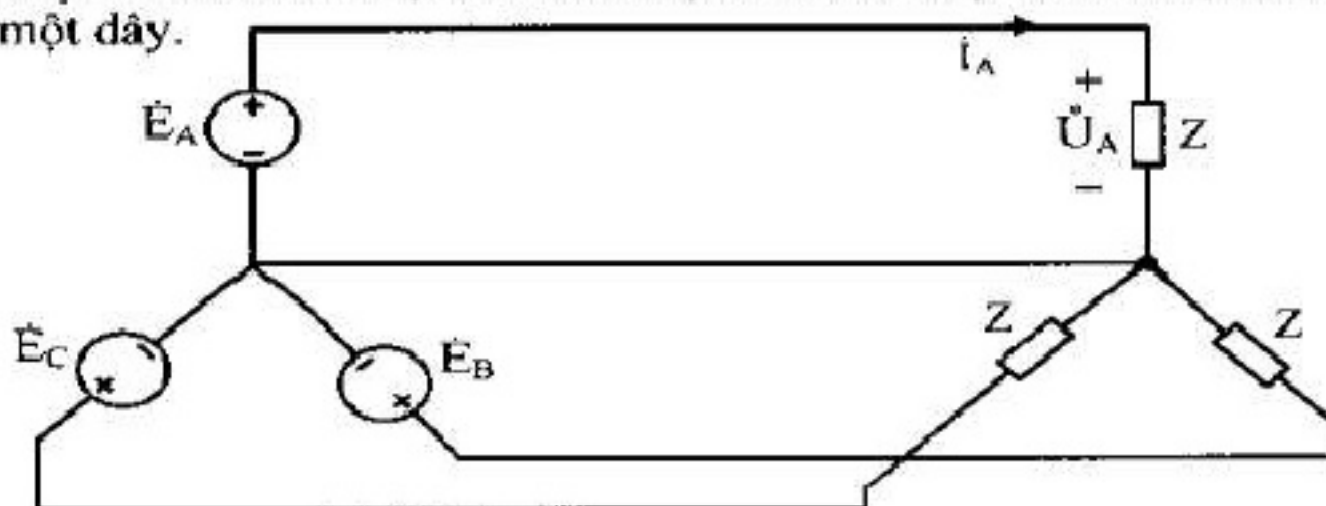
với $S = [1 \ a^2 \ a]$ gọi là hệ số toán tử quay

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{AB} & \dot{U}_{BC} & \dot{U}_{CA} \end{bmatrix} = \dot{U}_{AB} S \quad (4.6)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A & \dot{I}_B & \dot{I}_C \end{bmatrix} = \dot{I}_A S \quad (4.7)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{AB} & \dot{I}_{BC} & \dot{I}_{CA} \end{bmatrix} = \dot{I}_{AB} S \quad (4.8)$$

Nhận xét: Trong ba đại lượng $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ ta chỉ cần tìm một đại lượng là đủ, ta chỉ cần giải cho pha A sau đó suy ra cho các pha khác. Đây chính là ý tưởng của phương pháp một dây.

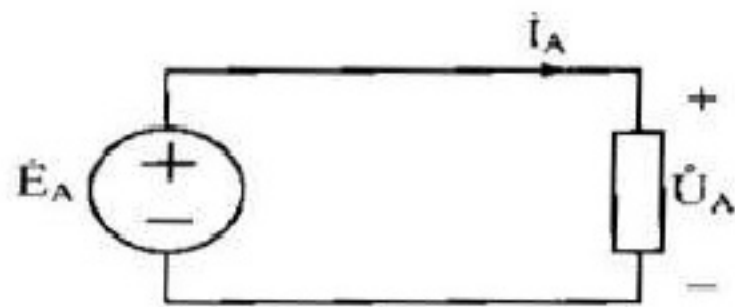


Hình 4.8

Sơ đồ 1 dây như hình 4.9

Sau khi giải tìm được $\dot{I}_A \Rightarrow \dot{U}_A = \dot{I}_A Z$

Sau đó ta suy ra được các đại lượng khác thông qua S

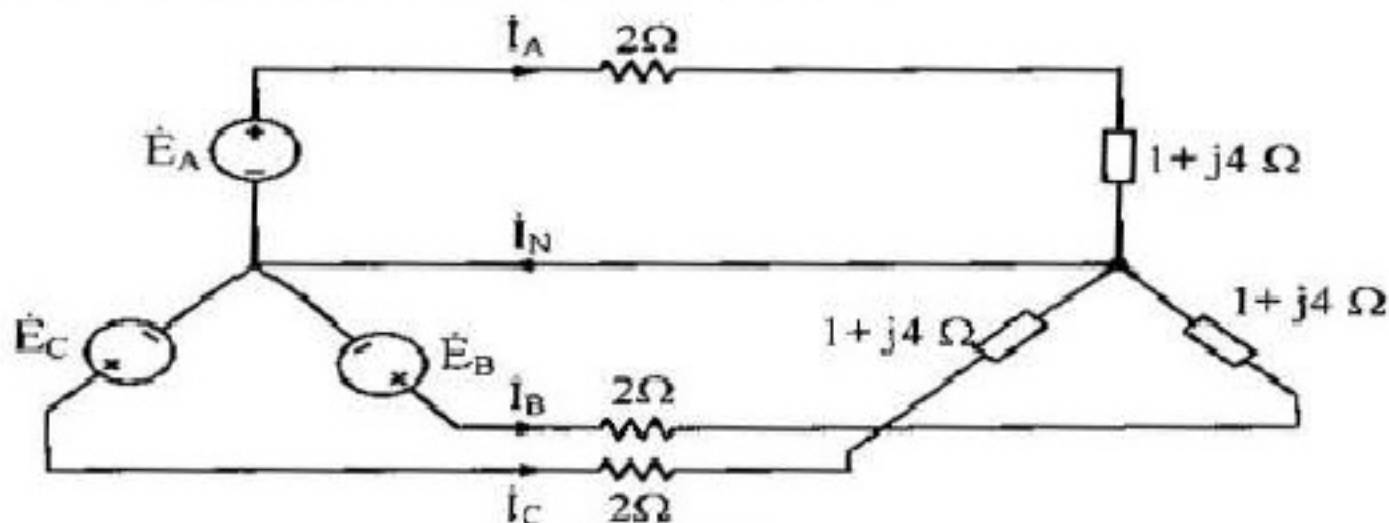


Hình 4.9

Lưu ý: Nếu hệ ba pha đối xứng thứ tự nghịch thì hệ số toán tử quay

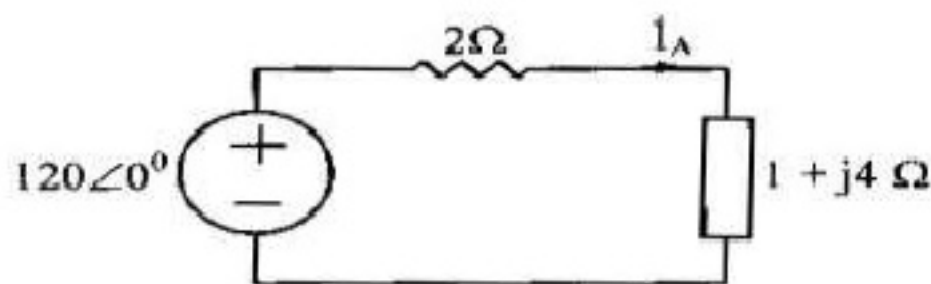
$$S = [1 \quad a \quad a^2] \quad (4.9)$$

Ví dụ 4.4 Cho mạch ba pha như hình 4.10. Biết hệ ba pha đối xứng thứ tự thuận có áp pha hiệu dụng bằng 120V. Tìm các dòng dây



Hình 4.10

Ta có $\dot{E}_A = 120 \angle 0^\circ$. Sơ đồ một dây như hình 4.11



Hình 4.11

Suy ra

$$\dot{I}_A = \frac{120 \angle 0^\circ}{4 + j3} = \frac{120 \angle 0^\circ}{5 \angle 36.87^\circ} = 20 \angle -36.87^\circ$$

Ta có

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A & \dot{I}_B & \dot{I}_C \end{bmatrix} = \dot{I}_A S = \dot{I}_A [1 \quad a^2 \quad a]$$

$$\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_A = 1 \angle -120^\circ \cdot 20 \angle -36.87^\circ = 20 \angle -156.87^\circ$$

$$\dot{I}_C = a \dot{I}_A = 1 \angle 120^\circ \cdot 20 \angle -36.87^\circ = 20 \angle 83.13^\circ$$

Dòng trên dây trung tính

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

4.3. MẠCH BA PHA KHÔNG ĐỐI XỨNG

4.3.1. Điều kiện

Mạch ba pha được gọi là không đối xứng khi xảy ra một trong ba trường hợp sau:

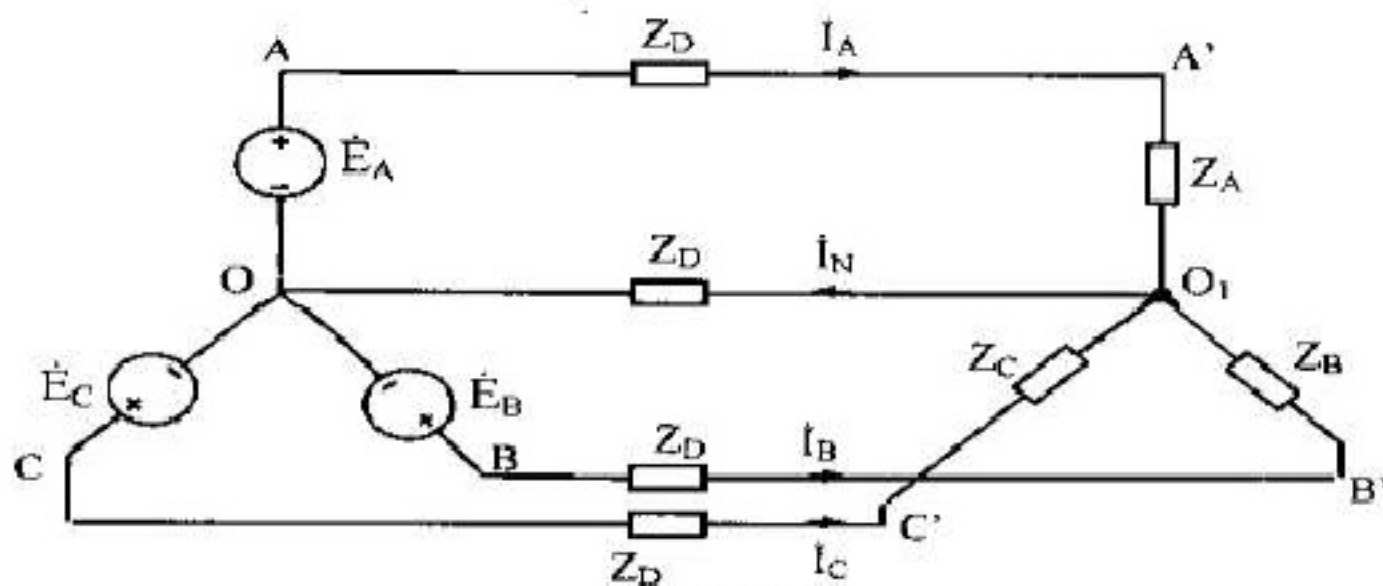
- Nguồn không đối xứng và tải không bằng nhau
- Nguồn không đối xứng và tải bằng nhau
- Nguồn đối xứng và tải không bằng nhau

4.3.2. Phương pháp giải mạch ba pha bất đối xứng

Đối với mạch ba pha không đối xứng ta không thể dùng phương pháp một dây như trường hợp đối xứng. Do vậy, ta chủ yếu dùng các phương pháp như Kirchhoff, thế nút, mắt lưới để giải các bài toán bất đối xứng.

a. Trường hợp nguồn Y tải Y

Xét mạch ba pha tổng quát



Hình 4.12

Chọn nút O làm gốc ta có phương trình thế nút như sau

$$(Y_A + Y_B + Y_C + Y_N)\varphi_{O_1O} = \dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C \quad (4.10)$$

$$\Rightarrow \varphi_{O_1O} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N} \quad (4.11)$$

$$\text{Với } Y_A = \frac{1}{Z_A + Z_D}, Y_B = \frac{1}{Z_B + Z_D}, Y_C = \frac{1}{Z_C + Z_D}, Y_N = \frac{1}{Z_N} \quad (4.12)$$

Ta suy ra

$$\begin{cases} \dot{U}_{AOI} = \dot{E}_A - \varphi_{OIO} \\ \dot{U}_{BOI} = \dot{E}_B - \varphi_{OIO} \\ \dot{U}_{COI} = \dot{E}_C - \varphi_{OIO} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{I}_A = \dot{U}_{AOI} \cdot Y_A \\ \dot{I}_B = \dot{U}_{BOI} \cdot Y_B \\ \dot{I}_C = \dot{U}_{COI} \cdot Y_C \\ \dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C \end{cases} \quad (4.13)$$

Áp pha của tải

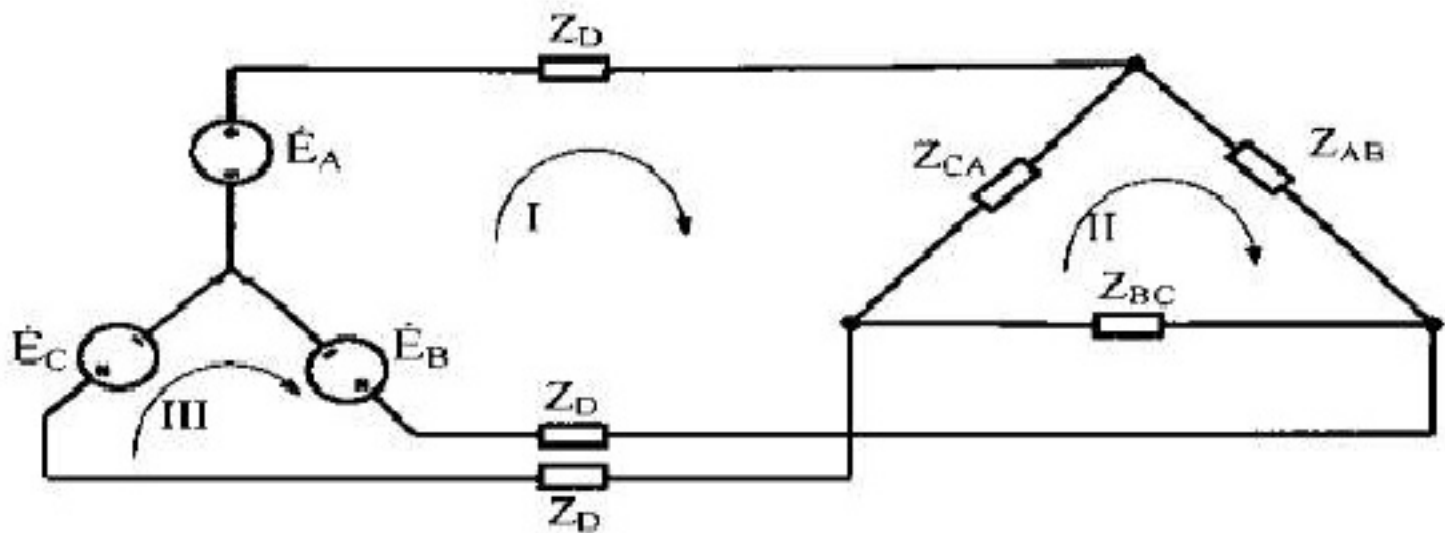
$$\begin{cases} \dot{U}_{A'OI} = \dot{I}_A Z_A \\ \dot{U}_{B'OI} = \dot{I}_B Z_B \\ \dot{U}_{C'OI} = \dot{I}_C Z_C \end{cases}$$

Áp dây của tải

$$\begin{cases} \dot{U}_{A'B'} = \dot{U}_{A'OI} - \dot{U}_{B'OI} \\ \dot{U}_{B'C'} = \dot{U}_{B'OI} - \dot{U}_{C'OI} \\ \dot{U}_{C'A'} = \dot{U}_{C'OI} - \dot{U}_{A'OI} \end{cases} \quad (4.14)$$

Một bài toán giải theo trình tự trên người ta còn gọi là phương pháp dịch chuyển trung tính. Trong đó φ_{OIO} gọi là độ dịch chuyển. Cách giải này chỉ áp dụng cho mạch Y-Y ba dây và bốn dây

b. Trường hợp nguồn Y tải Δ



Hình 4.13

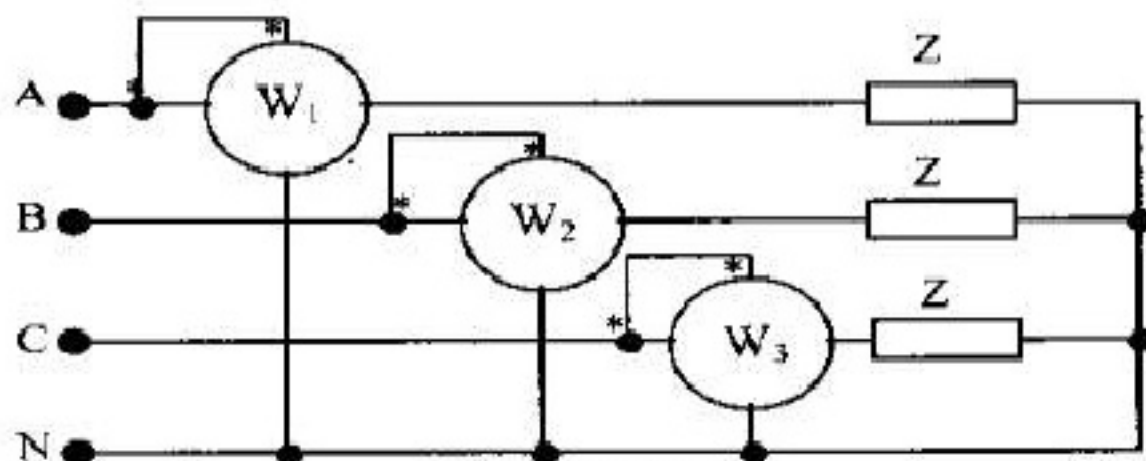
Nếu $Z_D = 0$: Việc giải bài toán trở nên quá dễ dàng

Nếu $Z_D \neq 0$ thì

- Nếu biến đổi tải từ Δ ra Y khả thi, ta biến đổi tải Δ ra Y và dùng phương pháp dịch chuyển trung tính như phần 4.3.3
- Nếu biến đổi tải từ Δ ra Y không khả thi, ta chọn trung tính nguồn làm điểm gốc viết phương trình thế nút cho 3 đỉnh tam giác tải. Hoặc có thể viết phương trình mắt lưới cho 3 vòng như hình vẽ.

4.4. ĐO CÔNG SUẤT TẢI BA PHA

Xét một tải hình sao để của 3 tải người ta dùng 3 Walmeter



Hình 4.14

Ta có tổng công suất ba pha

$$S = \frac{1}{2} \dot{U}_A \dot{I}_A + \frac{1}{2} \dot{U}_B \dot{I}_B + \frac{1}{2} \dot{U}_C \dot{I}_C \quad (4.15)$$

Nếu hệ ba pha đã cho là đối xứng thứ tự thuận thì

$$\dot{U}_B \dot{I}_B = a^2 \dot{U}_A \left(a^2 \dot{I}_A \right)^* = a^2 \dot{U}_A a \dot{I}_A = \dot{U}_A \dot{I}_A \quad (4.16)$$

$$\dot{U}_C \dot{I}_C = a \dot{U}_A \left(a \dot{I}_A \right)^* = a \dot{U}_A a^2 \dot{I}_A = \dot{U}_A \dot{I}_A \quad (4.17)$$

$$\Rightarrow S = \frac{3}{2} \dot{U}_A \dot{I}_A = P + jQ \quad (4.18)$$

Như vậy ta có

$$P = \frac{3}{2} U_{Am} I_{Am} \cos \varphi$$

$$Q = \frac{3}{2} U_{Am} I_{Am} \sin \varphi \quad (4.19)$$

Trong đó:

U_{Am} : Biên độ áp pha A

I_{Am} : Biên độ dòng pha A

φ : Góc lệch pha của tải pha A

Nếu sử dụng trị hiệu dụng

$$S = 3 \dot{U}_A \dot{I}_A = 3 U_A I_A \cos \varphi + j 3 U_A I_A \sin \varphi \quad (4.20)$$

Như vậy ta có

$$P = \sqrt{3} U_d I_d \cos \varphi$$

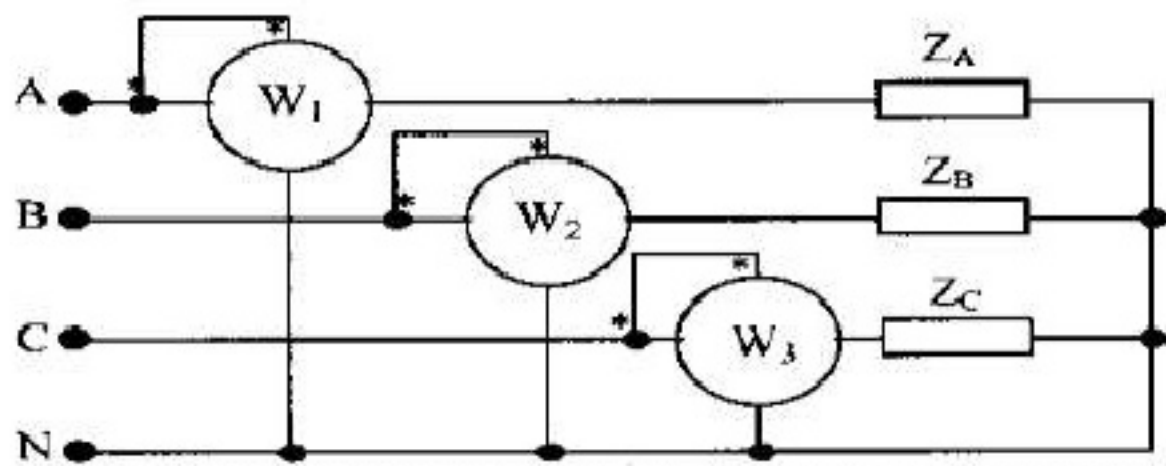
$$Q = \sqrt{3} U_d I_d \sin \varphi \quad (4.21)$$

Trong đó

U_d : Trị hiệu dụng áp dây

I_d : Trị hiệu dụng dòng dây

Nếu tải bất đối xứng người ta phải dùng 3 Wattmet để đo công suất tải ba pha. Người ta gọi phương pháp ba Wattmet như hình 4.15 để đo công suất của hệ ba pha 4 dây.



Hình 4.15. Đo công suất trong hệ ba pha 4 dây

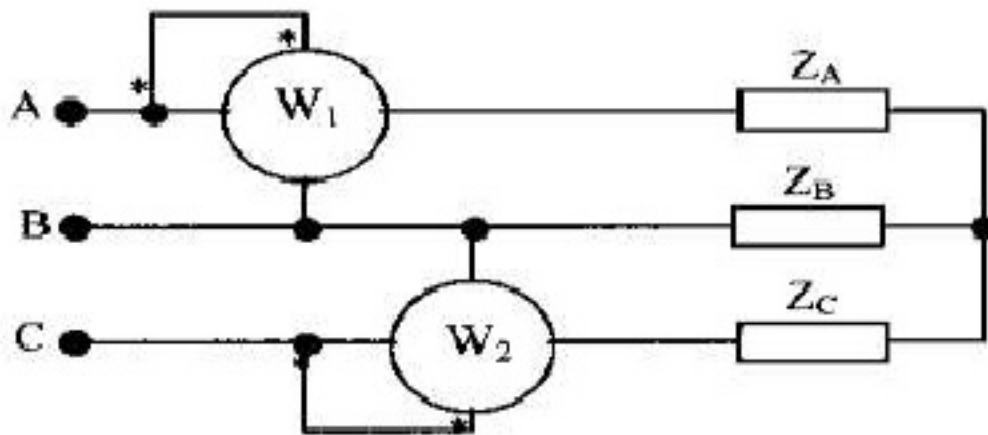
Trong trường hợp hệ ba pha 3 dây, ta có

$$S = \frac{1}{2} \dot{U}_A \dot{I}_A + \frac{1}{2} \dot{U}_B \dot{I}_B + \frac{1}{2} \dot{U}_C \dot{I}_C \quad (4.22)$$

mà ta có $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 \Rightarrow \dot{I}_B = -(\dot{I}_A + \dot{I}_C)$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \dot{U}_A \dot{I}_A - \frac{1}{2} \dot{U}_B (\dot{I}_A + \dot{I}_C) + \frac{1}{2} \dot{U}_C \dot{I}_C = \frac{1}{2} (\dot{U}_A - \dot{U}_B) \dot{I}_A + \frac{1}{2} (\dot{U}_C - \dot{U}_B) \dot{I}_C \\ \Rightarrow S &= \frac{1}{2} \dot{U}_{AB} \dot{I}_A + \frac{1}{2} \dot{U}_{CB} \dot{I}_C \end{aligned} \quad (4.23)$$

Với biểu thức này ta có thể xây dựng sơ đồ đo công suất



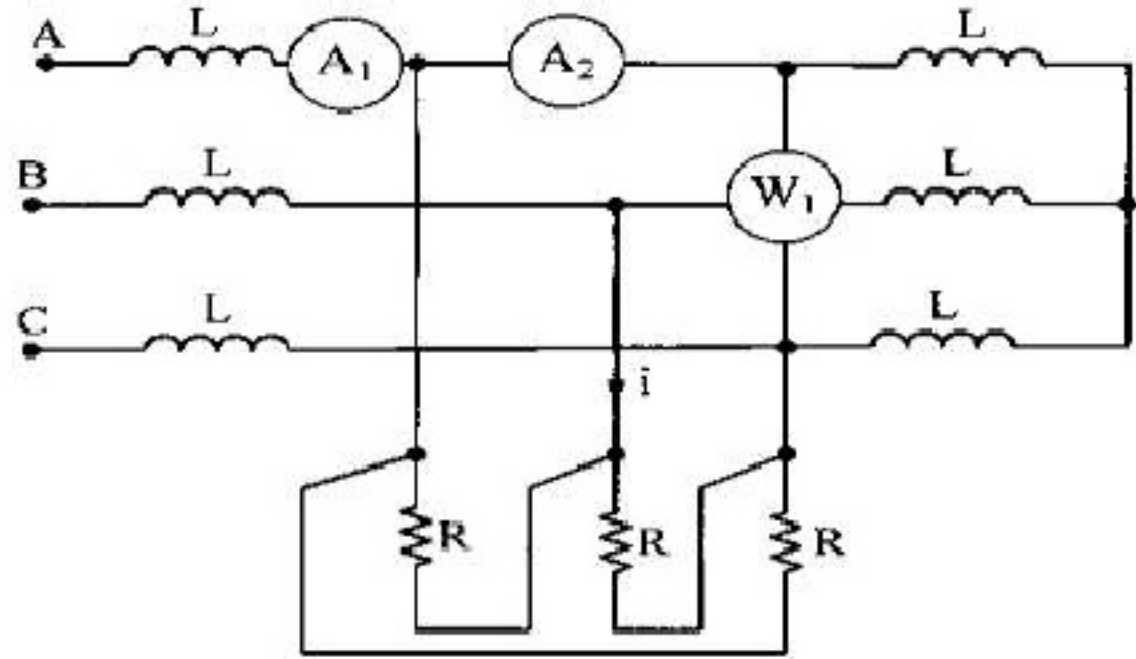
Hình 4.16. Đo công suất trong hệ ba pha 3 dây

4.5. MỘT SỐ BÀI TẬP MẠCH BA PHA

4.5.1. Mạch ba pha đối xứng

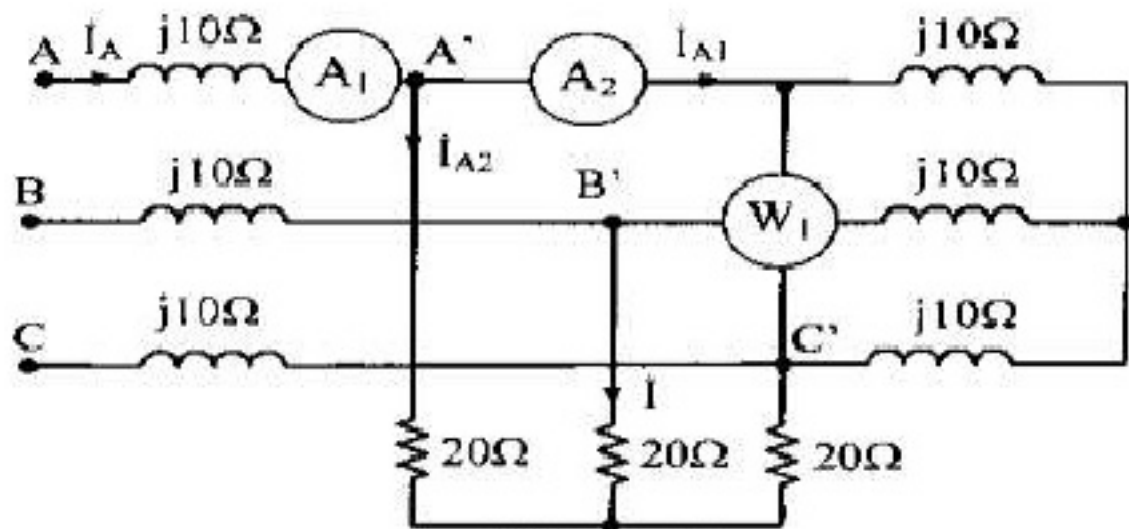
Để giải mạch đối xứng trước hết ta chuyển mạch về dạng Y–Y sau đó dùng phương pháp một dây để giải.

Ví dụ 4.5. Mạch trên hình 4.17 có $R = 60\Omega$, $\omega L = 10\Omega$, nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có vector áp dây hiệu dụng 380V. Xác định chỉ số các dụng cụ đo và biểu thức dòng điện i .



Hình 4.17

Trước hết ta biến đổi sơ đồ về dạng Y – Y như hình 4.18



Hình 4.18

Ta có sơ đồ một dây như hình 4.19

$$\dot{E}_{AN} = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 219.4 \angle 0^\circ$$

$$Z_{TD} = j10 + \frac{j200}{20 + j10} = 4 + j18$$

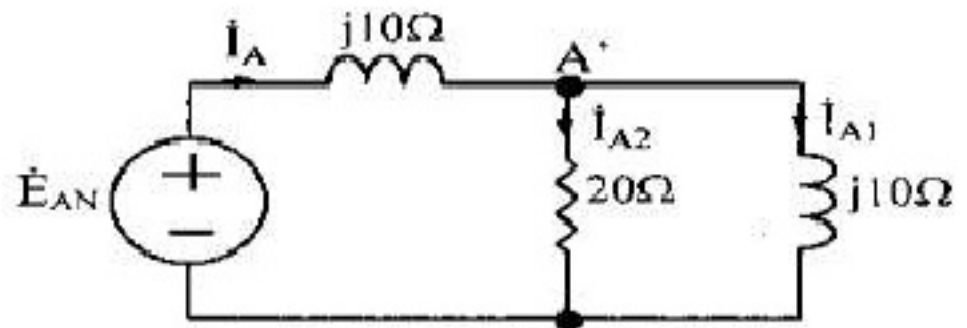
$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_{AN}}{Z_{TD}} = \frac{219.4}{4 + j18} = 11 - j22 = 24.6 \angle -63.43^\circ$$

⇒ Số chỉ ampe kế $A_1 = 24.6 \text{ A}$

$$\dot{I}_{A1} = \dot{I}_A \frac{20}{20 + j10} = \frac{(11 - j22)20}{20 + j10} = -j22 = 22 \angle -90^\circ$$

⇒ Số chỉ ampe kế $A_2 = 22 \text{ A}$

$$\dot{I}_{A2} = \dot{I}_A \frac{j10}{20 + j10} = \frac{(11 - j22)j10}{20 + j10} = 11 \angle 0^\circ$$



Hình 4.19

$$\dot{I} = \dot{I}_{B2} = a^2 \dot{I}_{A2} = 11 \angle 0^\circ \cdot 1 \angle -120^\circ = 11 \angle -120^\circ$$

$$\Rightarrow i(t) = 11 \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ A}$$

Ta có $P_1 = \operatorname{Re}\{\dot{U}_{A'C'} \cdot \dot{I}_{B1}^*\}$

$$\dot{U}_{A'} = 20\dot{I}_{A2} = 220 \angle 0^\circ \Rightarrow \dot{U}_{C'} = a\dot{U}_{A'} = 220 \angle 120^\circ$$

$$\dot{U}_{A'C'} = \dot{U}_{A'} - \dot{U}_{C'} = 220 \angle 0^\circ - 220 \angle 120^\circ = 381.1 \angle 30^\circ$$

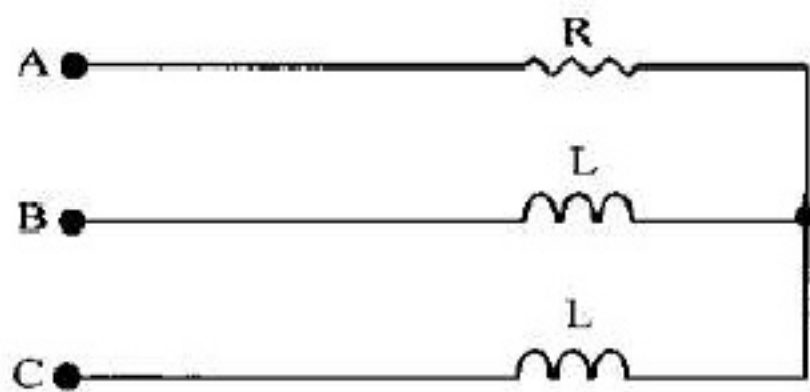
$$\dot{I}_{B1} = a^2 \dot{I}_{A2} = 22 \angle -90^\circ \cdot 1 \angle -120^\circ = 11 \angle -210^\circ$$

$$P_1 = \operatorname{Re}\{\dot{U}_{A'C'} \cdot \dot{I}_{B1}^*\} = \operatorname{Re}\{381 \angle 30^\circ \cdot 11 \angle 210^\circ\} = \operatorname{Re}\{4192 \angle 240^\circ\} = 2096 \text{ W}$$

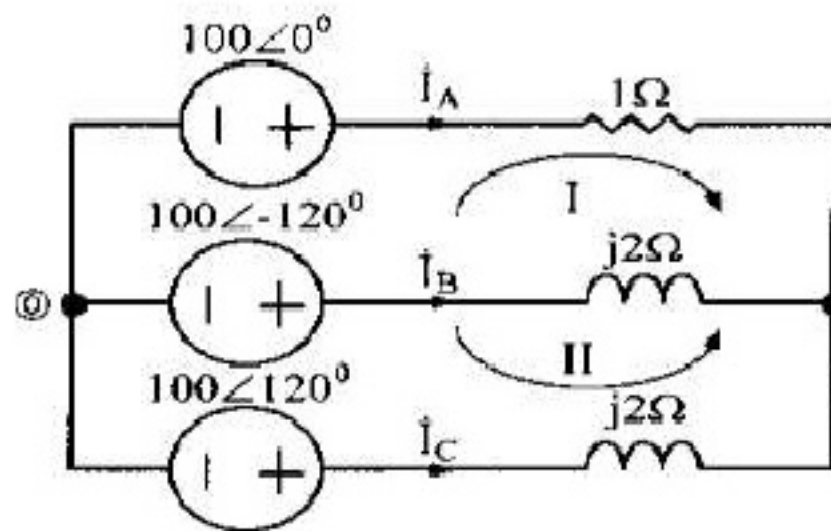
4.5.1. Mạch ba pha bất đối xứng

Mạch ba pha bất đối xứng ta không dùng phương pháp một dây mà phải dùng các phương pháp giải tích như thế nút, mắt lưới, Kichhoff để giải coi hệ ba pha như 3 nguồn độc lập.

Ví dụ 4.6. Mạch trên hình 4.20 có $R = 60\Omega$, $\omega L = 10\Omega$, nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có vector áp pha hiệu dụng 100V. Xác định các dòng điện trên các pha.



Hình 4.20



Hình 4.21

Giải:

Cách 1: Dùng phương pháp thế nút

$$\left(1 + \frac{1}{j2} + \frac{1}{j2}\right)\varphi_1 = \frac{100}{1} + \frac{100 \angle -120^\circ}{j2} + \frac{100 \angle 120^\circ}{j2}$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = \frac{100 + j50}{1 - j} = 25 + j75$$

Ta có

$$\dot{I}_A = \frac{100 - \varphi_1}{1} = 75 - j75 = 106 \angle -45^\circ$$

$$\dot{I}_B = \frac{100 \angle -120^\circ - \varphi_1}{j2} = \frac{-75 - j161.6}{j2} = -80.8 + j37.5 = 89.1 \angle 155.1^\circ$$

$$\dot{\mathbf{I}}_C = \frac{100\angle 120^\circ - \varphi_1}{j2} = \frac{-75 + j11.6}{j2} = 5.8 + j37.5 = 37.95\angle 81.21^\circ$$

Cách 2: Dùng phương pháp mắt lưới

$$\begin{bmatrix} 1+j2 & j2 \\ j2 & j2+j2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_A \\ \dot{\mathbf{I}}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 - 100\angle -120^\circ \\ 100\angle 120^\circ - 100\angle -120^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1+j2 & j2 \\ j2 & j4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{I}}_A \\ \dot{\mathbf{I}}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 150 + j86.6 \\ j173.2 \end{bmatrix}$$

Suy ra

$$\dot{\mathbf{I}}_A = \frac{\begin{bmatrix} 150 + j86.6 & j2 \\ j173.2 & j4 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1+j2 & j2 \\ j2 & j4 \end{bmatrix}} = \frac{j600}{-4 + j4} = 75 - j75 = 106\angle -45^\circ$$

$$\dot{\mathbf{I}}_C = \frac{\begin{bmatrix} 1+j2 & 150 + j86.6 \\ j2 & j173.2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1+j2 & j2 \\ j2 & j4 \end{bmatrix}} = \frac{-173.2 - j126.8}{-4 + j4} = 5.8 + j37.5 = 37.95\angle 81.21^\circ$$

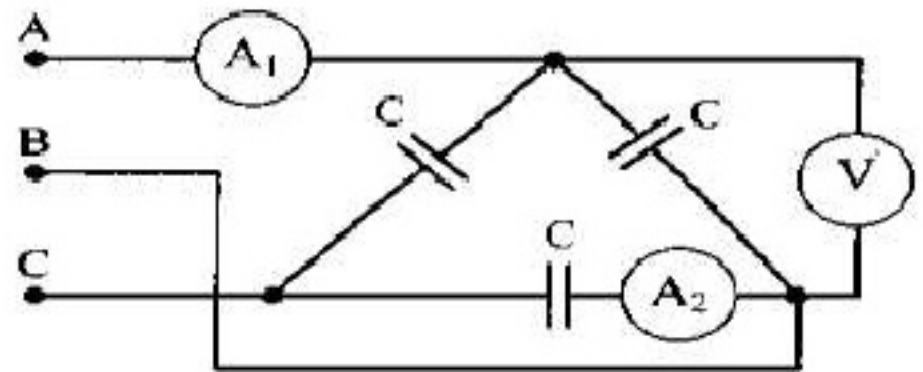
$$\dot{\mathbf{I}}_B = -(\dot{\mathbf{I}}_A + \dot{\mathbf{I}}_C) = -80.8 + j37.5 = 89.1\angle 155.1^\circ$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

MẠCH BA PHA

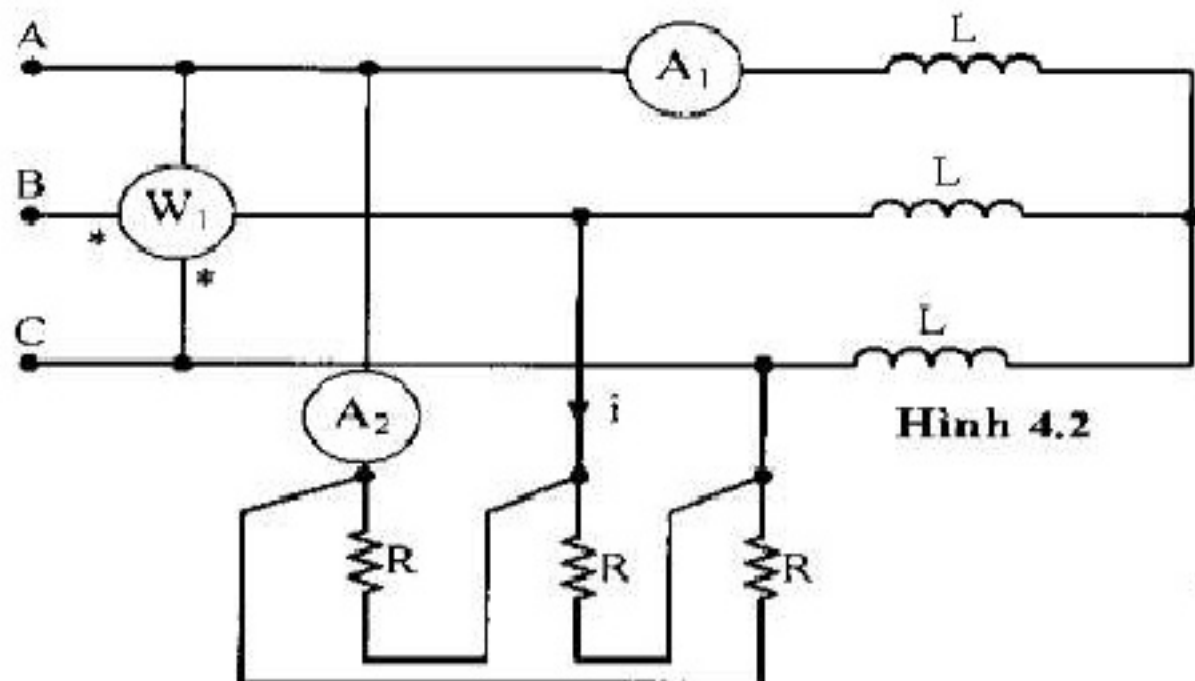
4.1. Cho mạch như hình 4.1, có $\frac{1}{\omega C} = 90\Omega$, nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp pha hiệu dụng pha A là $\dot{U}_A = 120\angle 0^\circ$. Xác định chỉ số các dụng cụ đo.

ĐS: $I_1 = 4A$
 $I_2 = \frac{4\sqrt{3}}{3} = 2.3A$
 $V = 100\sqrt{3} = 207.8V$



Hình 4.1

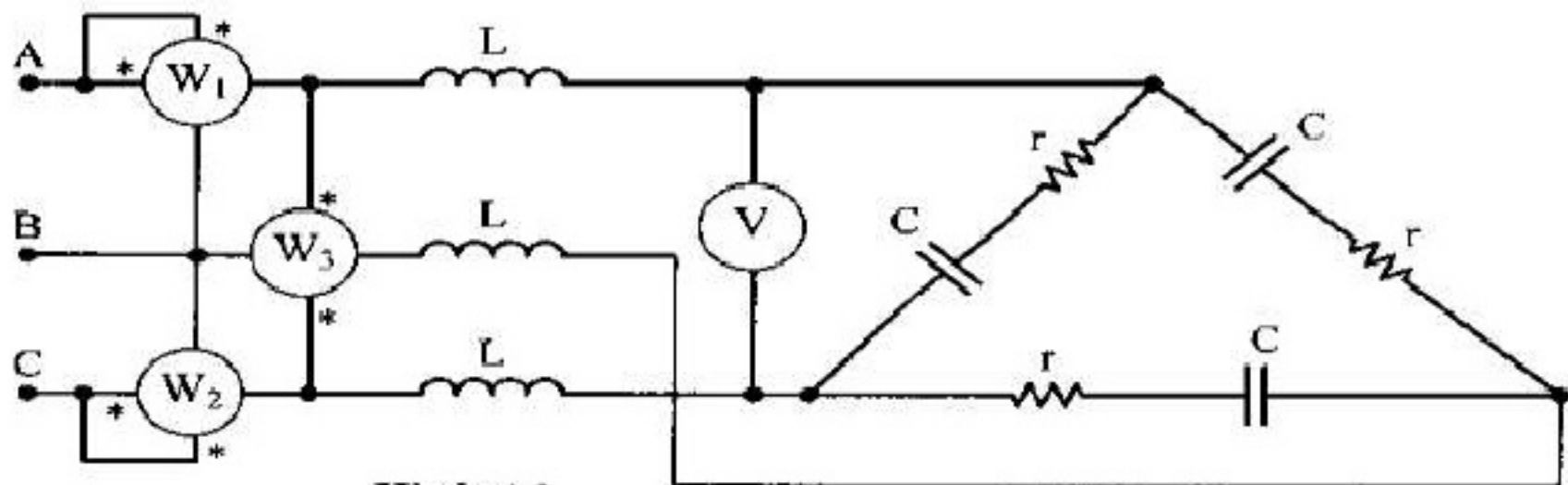
4.2. Mạch trên hình 4.2 có $R = 76\Omega$, $\omega L = 44\Omega$, nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có vector áp dây hiệu dụng $\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ$. Xác định chỉ số các dụng cụ đo và biểu thức dòng điện i .



Hình 4.2

ĐS: $P = 1900W$, $\dot{I}_1 = 5\angle -90^\circ$, $\dot{I}_2 = 8.66\angle 0^\circ$, $i(t) = 8.66\sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ)$

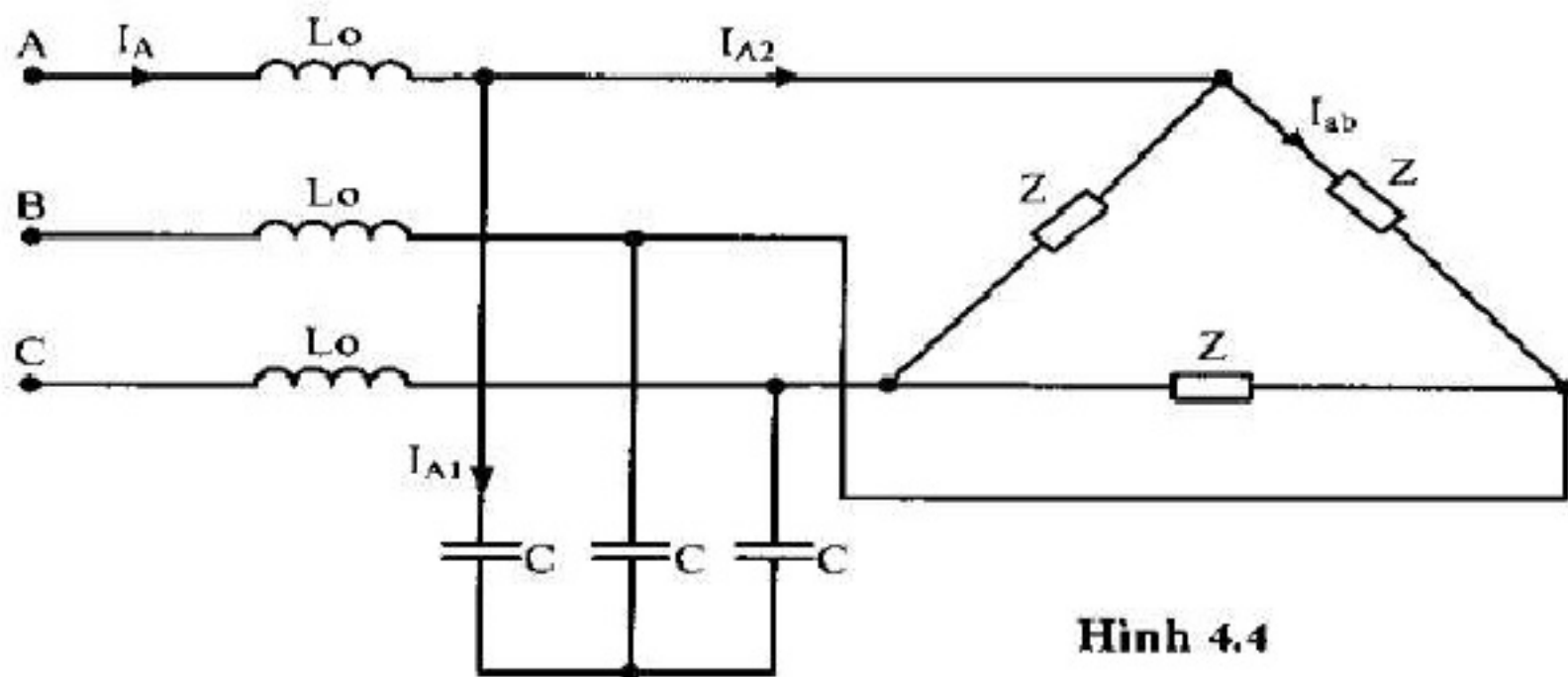
4.3. Mạch trên hình 4.3 có $r = \frac{1}{\omega C} = 6\Omega$, $\omega L = 2\Omega$ nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp dây hiệu dụng 380V. Xác định chỉ số các dụng cụ đo.



Hình 4.3

ĐS: $V = 537.4V$, $P_1 = 36.1KW$, $P_2 = 36.1KW$, $P_3 = 0$

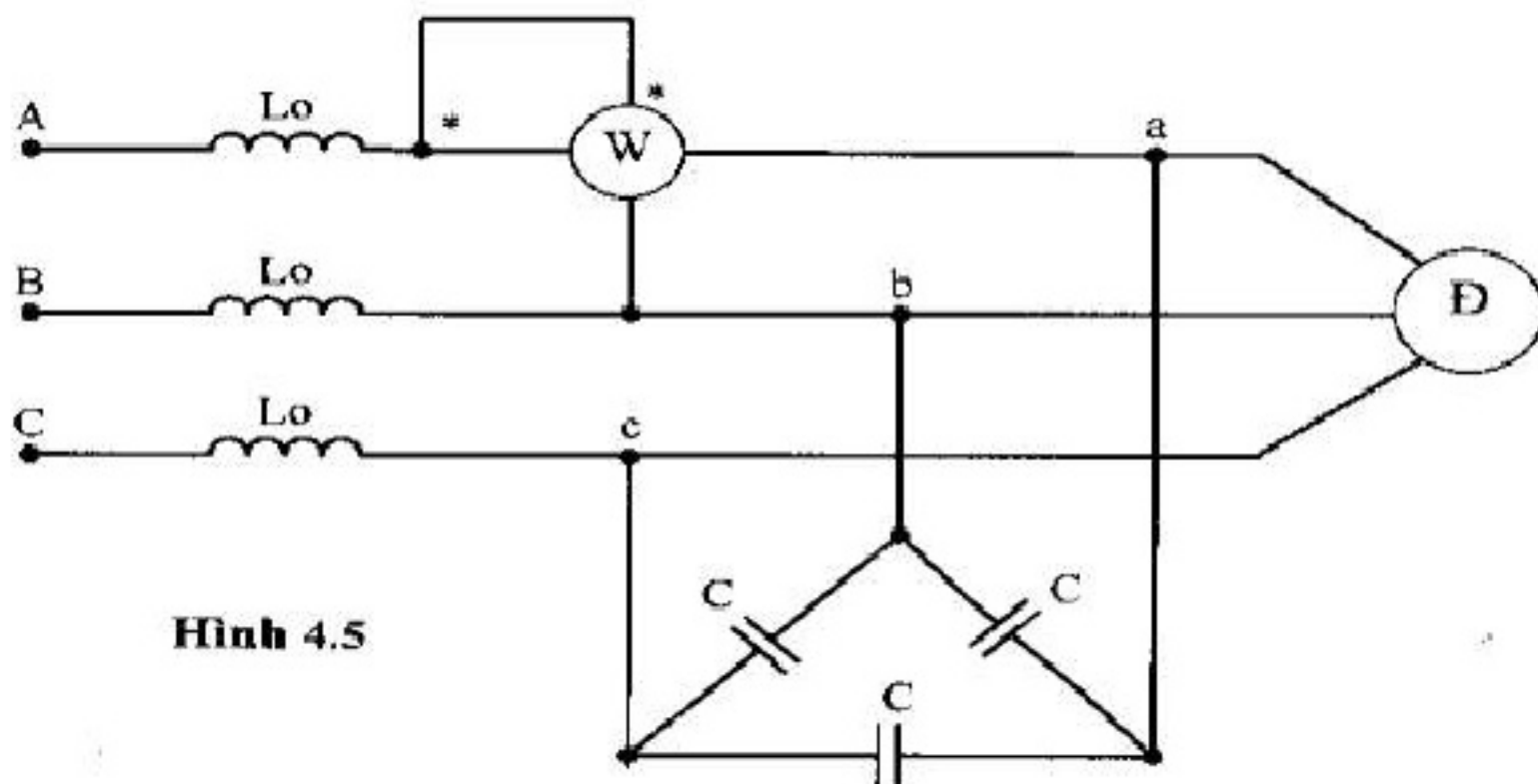
4.4. Mạch trên hình 4.4 có $\omega L_0 = 23\Omega$, $Z = 60 + j60\Omega$, $X_C = 40\Omega$, nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp dây hiệu dụng 380V. Xác định I_A , I_{A1} , I_{A2} , I_{ab} .



Hình 4.4

ĐS: 4.75A, 4.75A, 6.7A, 3.9A

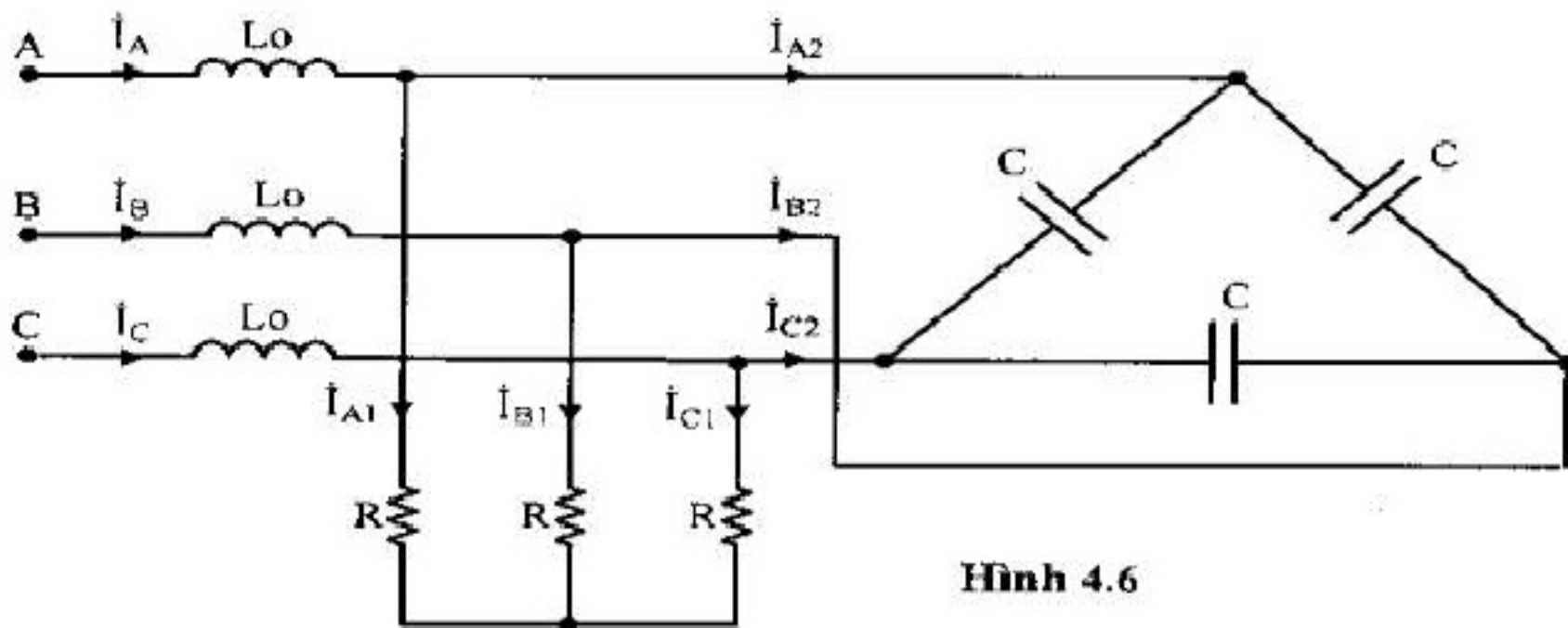
4.5. Mạch trên hình 4.5 nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp dây hiệu dụng 6600V. Biết $\omega L_0 = 75\Omega$, $\frac{1}{\omega C} = 300\Omega$. Động cơ có ba cuộn dây nối hình sao có trở kháng mỗi cuộn là $50 + j50\Omega$. Xác định chỉ số Wattmet



Hình 4.5

ĐS: $140\text{K}\Omega$

4.6. Xác định các dòng trên phụ tải và trên dây dẫn của mạch hình 4.6. Hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp dây hiệu dụng 380V . Biết $\omega L_0 = 5$, $R = 10\Omega$, $\frac{1}{\omega C} = 30\Omega$.

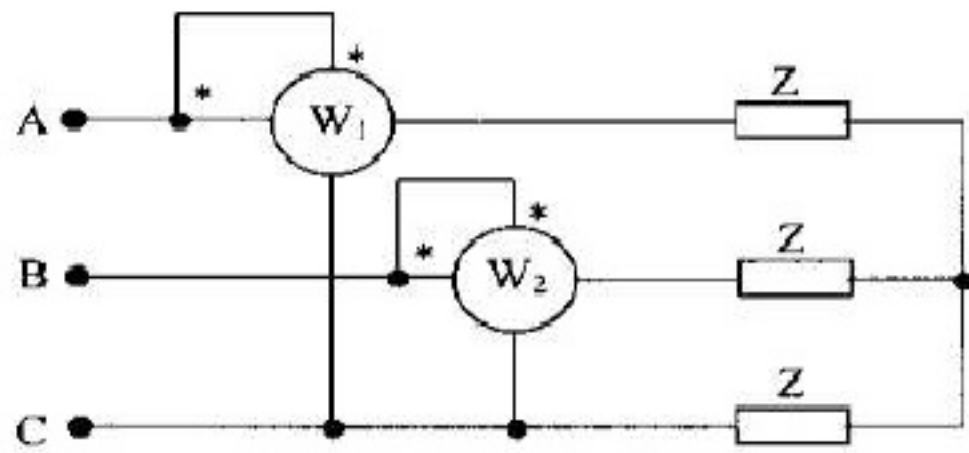


Hình 4.6

ĐS: $\dot{I}_A = 44\angle 0^\circ$, $\dot{I}_B = 44\angle -120^\circ$, $\dot{I}_C = 44\angle 120^\circ$
 $\dot{I}_{A1} = 31.1\angle -45^\circ$, $\dot{I}_{B1} = 31.1\angle 45^\circ$, $\dot{I}_{C1} = 31.1\angle -165^\circ$
 $\dot{I}_{A2} = 31.1\angle -75^\circ$, $\dot{I}_{B2} = 31.1\angle 75^\circ$, $\dot{I}_{C2} = 31.1\angle 165^\circ$,

4.7. Mạch trên hình nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp dây hiệu dụng 220V . Biết $Z = 80 + j60\Omega$. Xác định chỉ số W_1 và W_2

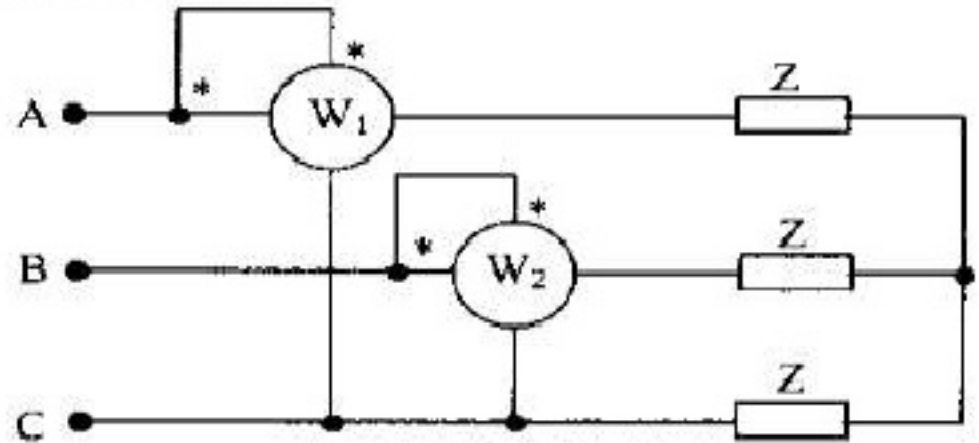
ĐS: 277.4 W, 110 W



Hình 4.7

4.8. Cho mạch ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp dây hiệu dụng 520V. Trở kháng Z của tải là bao nhiêu nếu chỉ số Walmet:

- a. $P_1 = 5400W, P_2 = 0$
- b. $P_1 = 0, P_2 = 5400W$
- c. $P_1 = P_2 = 5400W$
- d. $P_1 = 6240W, P_2 = 3210W$

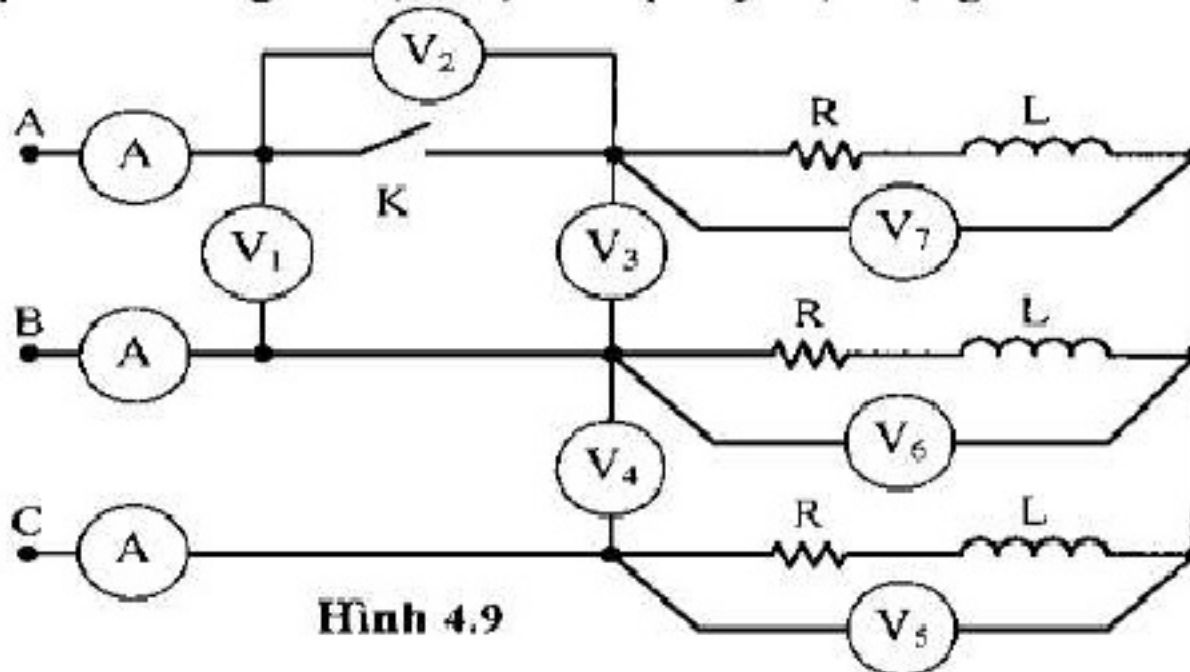


Hình 4.8

ĐS: a. $Z = 12.5 + j21.68\Omega$
c. $Z = 25\Omega$

b. $Z = 12.5 - j21.68\Omega$
d. $Z = 21.68 + j12.5\Omega$

4.9. Cho mạch ba pha như hình 4.9. Khoá K mở. Biết $R = 40\Omega$, $\omega L = 30\Omega$, nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận có áp dây hiệu dụng 380V.

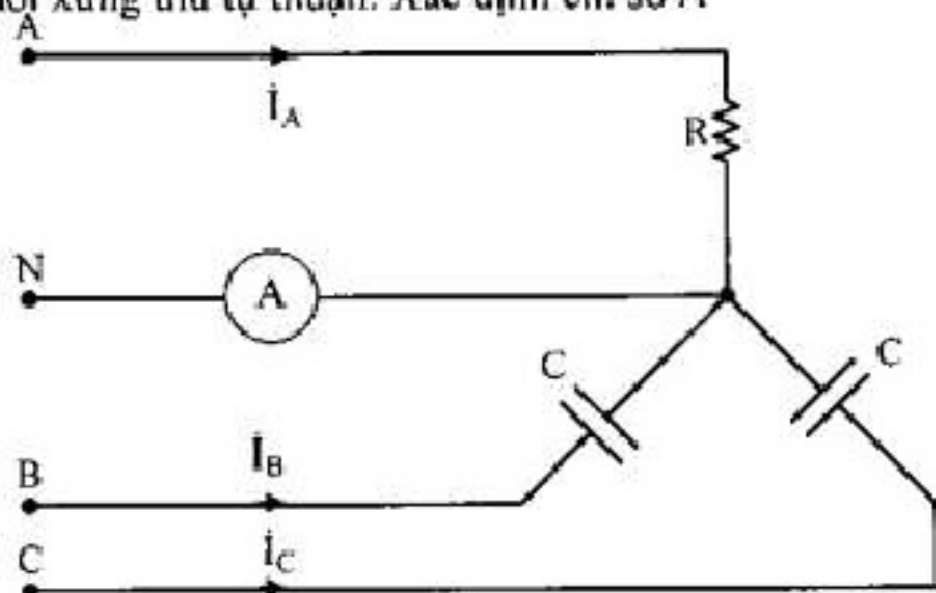


Hình 4.9

ĐS:

$$I_A = 0, I_B = I_C = 3.8A, V_1 = V_4 = 380V, V_2 = 330V \\ V_3 = V_5 = V_6 = 190V, V_7 = 0$$

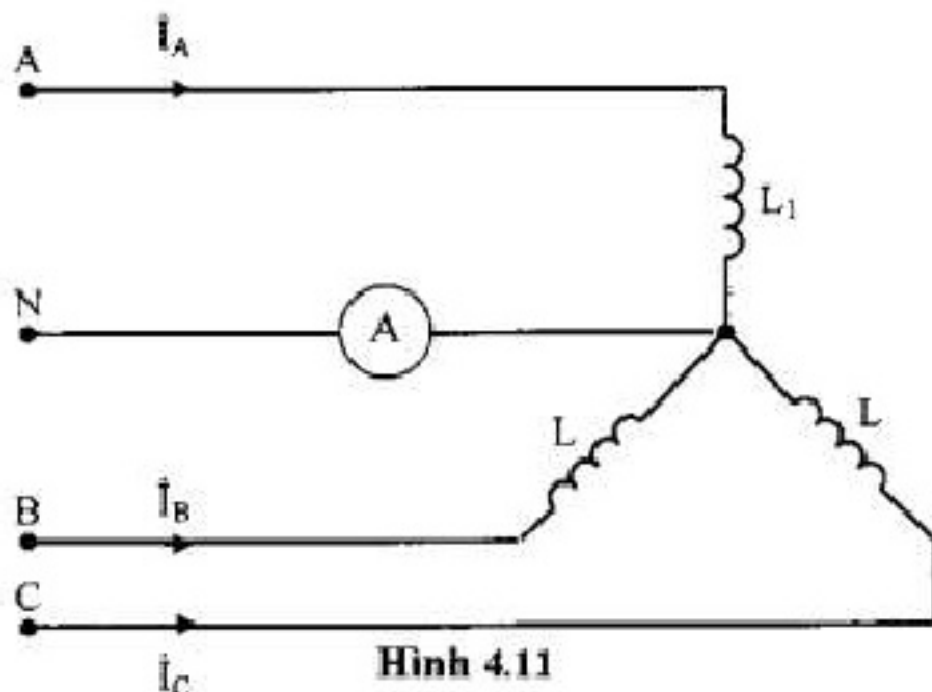
4.10. Mạch ba pha như hình 4.10 có các giá trị $I_A = 3A$, $I_B = 4A$, $I_C = 4A$. Hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận. Xác định chỉ số A



ĐS: 5A

Hình 4.10

4.11. Mạch ba pha như hình 4.10 nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận. Các giá trị $I_A = 5A$, $I_B = 2A$, $I_C = 2A$. Xác định chỉ số A



ĐS: 3A

Hình 4.11

4.12. Mạch như hình nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp pha hiệu dụng $\dot{U}_{AN} = 20\angle 0^\circ$. Biết $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 2\Omega$. Xác định các dòng điện trong mạch.

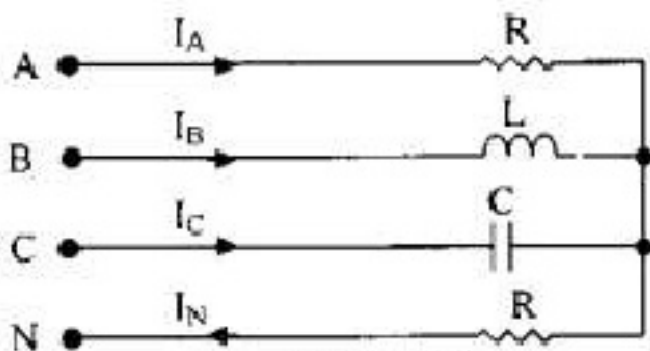
ĐS:

$$\dot{I}_A = 13.66$$

$$\dot{I}_B = 8.76\angle 171^\circ$$

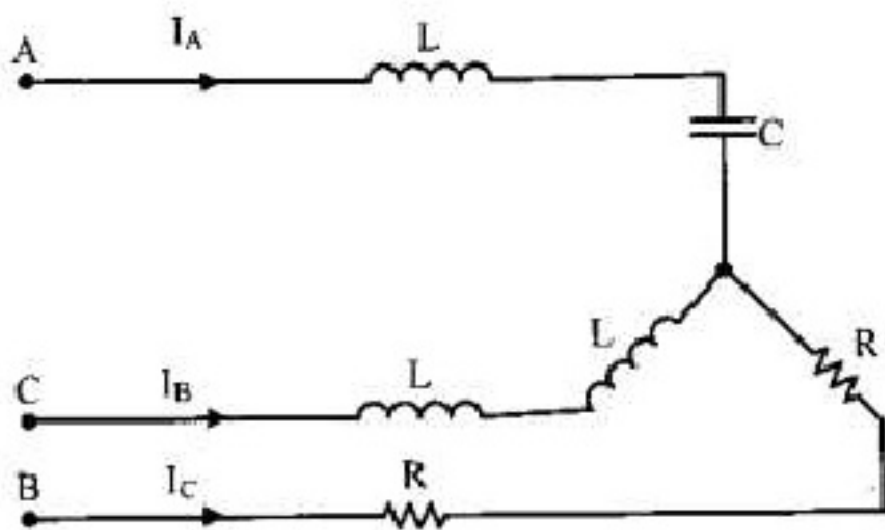
$$\dot{I}_C = 8.76\angle 189^\circ$$

$$\dot{I}_N = -3.66$$



Hình 4.12

4.13 Mạch như hình nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp pha hiệu dụng $\dot{U}_{AN} = 173\angle 0^\circ$. Biết $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 30\Omega$. Xác định các dòng điện trên các dây.

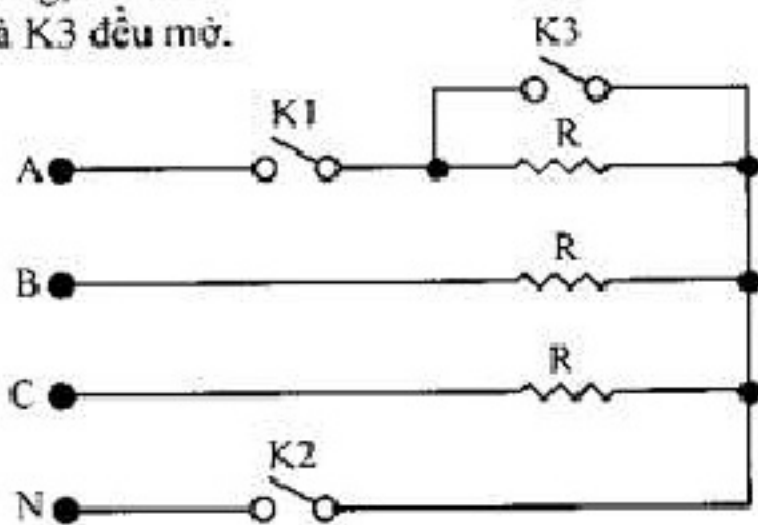


ĐS: 2.6A, 5A, 5A

Hình 4.13

4.14. Mạch như hình nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp dây hiệu dụng $100\sqrt{3}$ V. Biết $R = 10\Omega$. Xác định các dòng điện khi

- K1, K3 đóng, K2 mở
- K1, K2 và K3 đều mở.



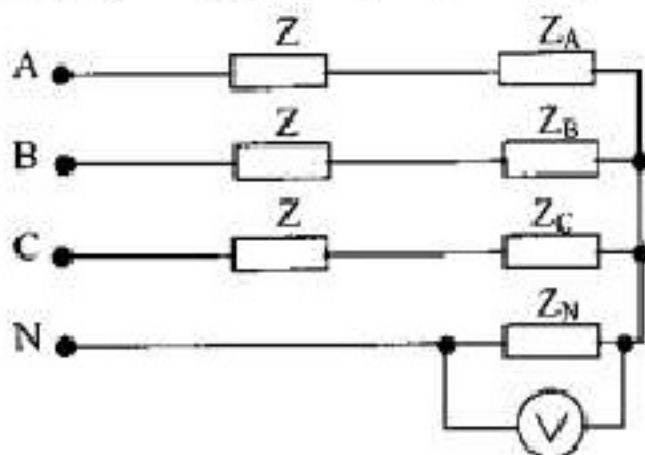
Hình 4.14

ĐS: a. 30, 17.3, 17.3, 0
b. 0, 8.66, 8.66, 0

4.15. Mạch như hình 4.15 nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp pha hiệu dụng 200V. Xác định chỉ số của V. Biết

$$Z = (0.5 + j)\Omega, Z_N = (1.2 + j1.6)\Omega$$

$$Z_A = (9.5 - j)\Omega, Z_B = (5.5 - j9)\Omega, Z_C = (5.5 + j7)\Omega$$

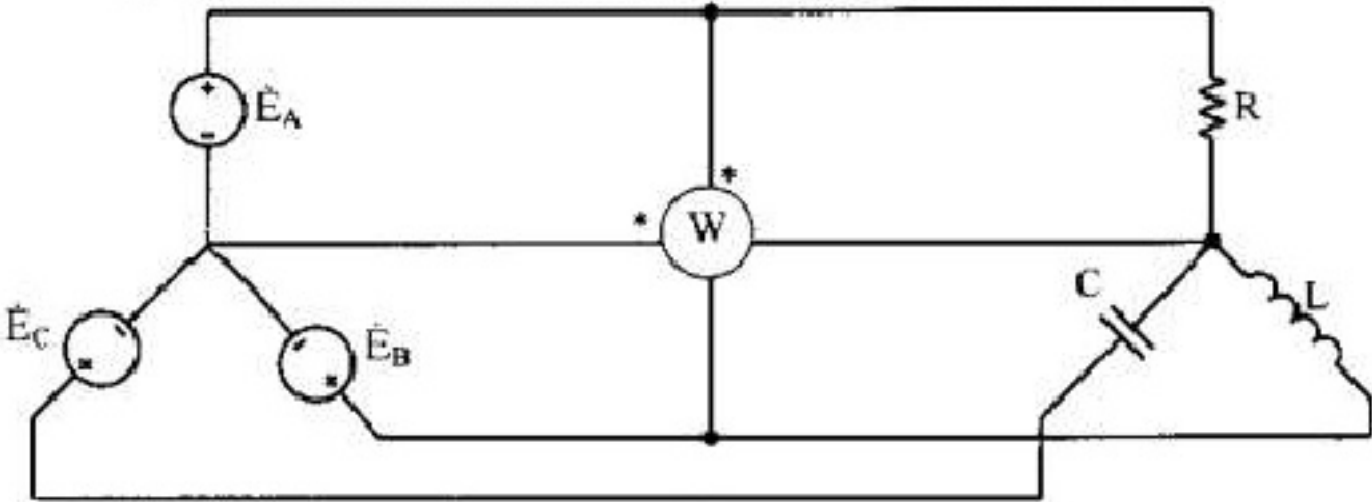


Hình 4.15

ĐS: $\dot{U} = 54.3\angle 38^\circ$
 $V = 54.3V$

4.16. a. Xác định chỉ số của Waltmet khi nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp pha hiệu dụng 100V . Biết $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 10\Omega$.

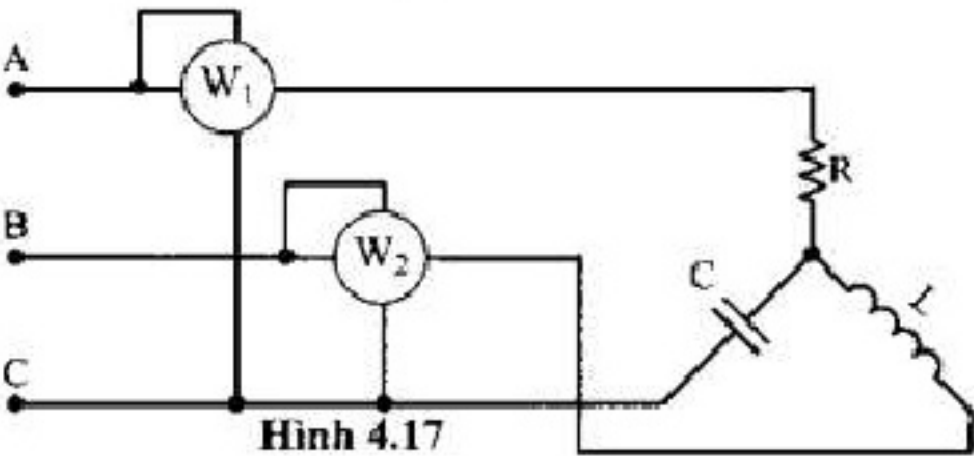
b. Giá trị của R bằng bao nhiêu để Waltmet chỉ giá trị 0.



Hình 4.16

ĐS: a. 1.098 KW b. 5.77Ω

4.17. Mạch ở hình 4.17 nối vào hệ nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp dây hiệu dụng 380V . Biết $R = \omega L = \frac{1}{\omega C} = 76\Omega$. Xác định chỉ số của Waltmet.



Hình 4.17

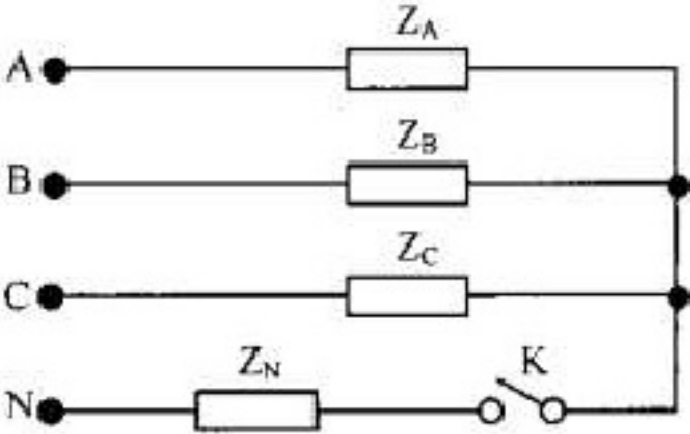
ĐS: 1645W, 255W

4.18. Cho hệ ba pha như hình 4.18, Nguồn ba pha đối xứng thứ tự thuận, có áp pha hiệu dụng 220V và các trở kháng:

$$Z_A = 5\Omega, Z_B = 3 + j\Omega, Z_C = 3 - j\Omega, Z_N = 0.149\Omega,$$

Xác định dòng và áp pha của tải trong các trường hợp

- a. Mở khoá K
- b. Đóng khoá K



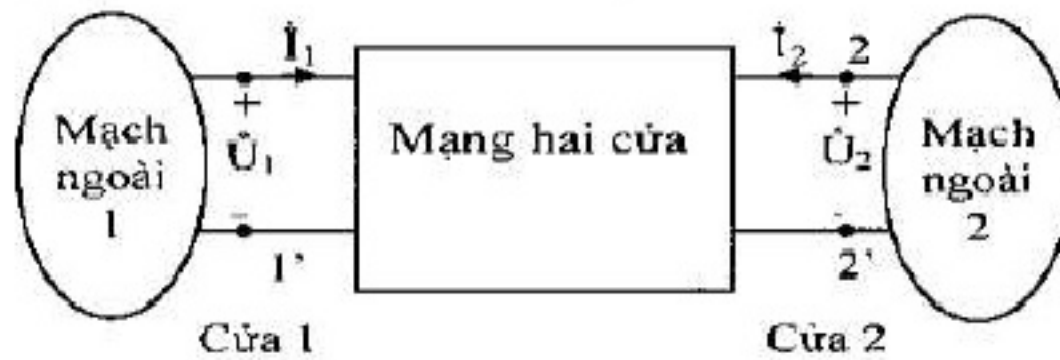
Hình 4.18

ĐS: a. $U_{AO} = 295V$, $U_{BO} = U_{CO} = 193V$, $I_A = 59A$, $I_B = I_C = 61.2A$
 b. $U_{AO} = 228V$, $U_{BO} = U_{CO} = 216.1V$, $I_A = 45.6A$, $I_B = I_C = 68.3A$

CHƯƠNG 5

MẠNG HAI CỬA

5.1. KHÁI NIỆM

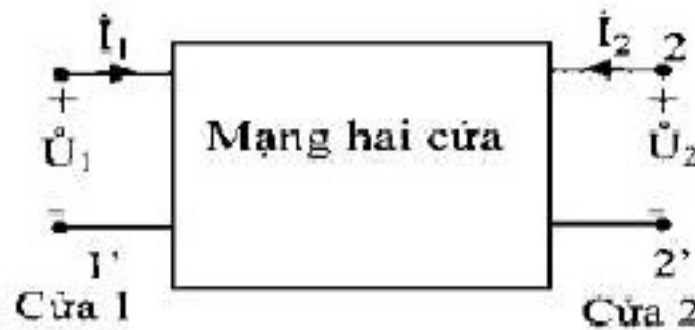


Hình 5.1 Mạng hai cửa

Mạng hai cửa là một phần mạch con liên hệ về năng lượng và tín hiệu với bên ngoài thông qua hai cửa: cửa 1 (1 – 1') và cửa 2 (2 – 2')

5.2. CÁC MA TRẬN ĐẶC TRƯNG CỦA MẠNG HAI CỬA

Các ma trận của mạng hai cửa được định nghĩa dựa trên các quan hệ bởi các cặp biến trạng thái $\dot{U}_1$, $\dot{I}_1$ và $\dot{U}_2$, $\dot{I}_2$ với chiều dòng điện và điện áp quy ước như hình 5.2



Hình 5.2

5.2.1 Ma trận Z

Biểu diễn $\dot{U}_1$ và $\dot{U}_2$ theo $\dot{I}_1$ VÀ $\dot{I}_2$

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{aligned}\tag{5.1}$$

Dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \text{ với } \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}\tag{5.2}$$

Suy ra

$$Z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2 = 0} \text{ Trờ kháng vào cửa 1 khi hở mạch cửa 2. Đơn vị } \Omega$$

$$Z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1 = 0} \text{ Trở kháng vào cửa 2 khi hở mạch cửa 1}$$

$$Z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1 = 0} \text{ Trở kháng tương hỗ cửa 1 đối với cửa 2 khi hở mạch cửa 1,}$$

$$Z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2 = 0} \text{ Trở kháng tương hỗ cửa 2 đối với cửa 1 khi hở mạch cửa 2}$$

Các thông số dạng Z gọi là các thông số trở kháng hở mạch. Z_{11} , Z_{12} , Z_{21} , Z_{22} đều có đơn vị đo là Ohm

5.2.2 Ma trận Y

Biểu diễn $\dot{I}_1$ và $\dot{I}_2$ theo $\dot{U}_1$ VÀ $\dot{U}_2$

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \quad (5.3)$$

$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$$

Dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \text{ với } Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$Y_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2 = 0} : \text{ Dẫn nạp vào cửa 1 khi ngắn mạch cửa 2}$$

$$Y_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1 = 0} : \text{ Dẫn nạp vào cửa 2 khi ngắn mạch cửa 1}$$

$$Y_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{U}_1 = 0} : \text{ Dẫn nạp tương hỗ cửa 1 đối với cửa 2 khi ngắn mạch cửa 1}$$

$$Y_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{U}_2 = 0} : \text{ Dẫn nạp tương hỗ cửa 2 đối với cửa 1 khi ngắn mạch cửa 2}$$

Các thông số dạng Y gọi là các thông số dẫn nạp ngắn mạch. Y_{11} , Y_{12} , Y_{21} , Y_{22} đều có đơn vị đo là Mho (Ω^{-1}) hay Siemen (S)

5.2.3 Ma trận H

Biểu diễn $\dot{U}_1$ và $\dot{I}_1$ theo $\dot{I}_1$ và $\dot{U}_1$

$$\dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \quad (5.5)$$

$$\dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2$$

Dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \text{ với } H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$H_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_2 = 0} = \frac{1}{Y_{11}} \text{ Trở kháng vào cửa 1 khi ngắn mạch cửa 2, đơn vị đo là } \Omega$$

$$H_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_1 = 0} \text{ Hàm truyền đạt từ cửa 2 đến cửa 1 khi hở mạch cửa 1}$$

$$H_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_2 = 0} \text{ Hàm truyền đạt từ cửa 1 đến cửa 2 khi ngắn mạch cửa 2}$$

$$H_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_1 = 0} = \frac{1}{Z_{22}} \text{ Dẫn nạp vào cửa 2 khi hở mạch cửa 1, đơn vị đo là mho}$$

Các thông số H gọi là các thông số hỗn hợp. H_{11} có đơn vị đo là Ω , H_{22} có đơn vị đo là mho, H_{12} và H_{21} không có thứ nguyên

5.2.4 Ma trận G

Biểu diễn $\dot{U}_1$ và $\dot{I}_1$ theo $\dot{U}_2$ và $\dot{I}_2$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= G_{11}\dot{U}_1 + G_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= G_{21}\dot{U}_1 + G_{22}\dot{I}_2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \text{ với } G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$G_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{I}_2 = 0} = \frac{1}{Z_{11}} \text{ Dẫn nạp cửa 1 khi hở mạch cửa 2, đơn vị mho}$$

$$G_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_1 = 0} \text{ Hàm truyền đạt dòng từ cửa 2 đến cửa 1 khi ngắn mạch cửa 1}$$

$$G_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{I}_2 = 0} \text{ Hàm truyền đạt áp từ cửa 1 đến cửa 2 khi hở mạch cửa 2}$$

$$G_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_1 = 0} = \frac{1}{Y_{22}} \text{ Trở kháng vào cửa 2 ngắn mạch cửa 1 đơn vị ohm}$$

Các thông số G gọi là các thông số hỗn hợp ngược. H_{11} có đơn vị đo là mho, H_{22} có đơn vị đo là Ω , G_{12} và G_{21} không có thứ nguyên.

5.2.5 Ma trận A

Biểu diễn $\dot{U}_1$ và $\dot{I}_1$ theo $\dot{U}_2$ và $\dot{I}_2$

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 - A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 - A_{22}\dot{I}_2\end{aligned}\quad (5.9)$$

Hoặc dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} \text{ với } A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Suy ra

$$\begin{aligned}A_{11} &= \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2 = 0} = \frac{1}{G_{21}} \\ A_{12} &= \left. \frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2 = 0} = -\frac{1}{Y_{21}} \\ A_{21} &= \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2 = 0} = \frac{1}{Z_{21}} \\ A_{22} &= \left. \frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2 = 0} = -\frac{1}{H_{21}}\end{aligned}$$

Các thông số A gọi là các thông số truyền đạt. A_{12} có đơn vị đo là Ω , A_{21} có đơn vị đo là mho, A_{11} và A_{22} không có thứ nguyên.

5.2.6 Ma trận B

Biểu diễn $\dot{U}_2$ và $\dot{I}_2$ theo $\dot{U}_1$ và $\dot{I}_1$

$$\begin{aligned}\dot{U}_2 &= B_{11}\dot{U}_1 - B_{12}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 &= B_{21}\dot{U}_1 - B_{22}\dot{I}_1\end{aligned}\quad (5.11)$$

Hoặc dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ -\dot{I}_1 \end{bmatrix} \text{ với } B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Suy ra

$$B_{11} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{I}_1 = 0} = \frac{1}{H_{12}}$$

$$B_{12} = \left. \frac{\dot{U}_2}{-\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_1 = 0} = -\frac{1}{Y_{12}}$$

$$B_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \right|_{\dot{I}_1 = 0} = \frac{1}{Z_{12}}$$

$$B_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{-\dot{I}_1} \right|_{\dot{U}_1 = 0} = -\frac{1}{G_{12}}$$

Các thông số B gọi là các thông số truyền đạt ngược. B_{12} có đơn vị đo là Ω , B_{21} có đơn vị đo là mho, B_{11} và B_{22} không có thứ nguyên.

5.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH MA TRẬN MẠNG HAI CỬA

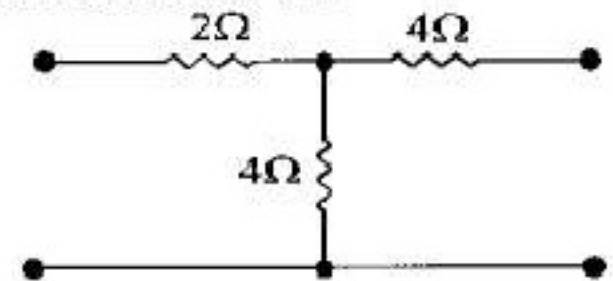
5.3.1. Phương pháp dùng định nghĩa

Ví dụ 5.1. Xác định các thông số ma trận A của mạng hai cửa hình 5.3

Giải:

Ta có phương trình ma trận A

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 - A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 - A_{22}\dot{I}_2 \end{aligned}$$



Hình 5.3

Ngắn mạch cửa 2 ($\dot{U}_2 = 0$) hình 5.4

$$A_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2 = 0} \text{ và } A_{22} = \left. \frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2} \right|_{\dot{U}_2 = 0}$$

Ta có

$$\dot{I}_2 = -\frac{\dot{I}_1}{2} \Rightarrow A_{22} = \frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2} = 2$$

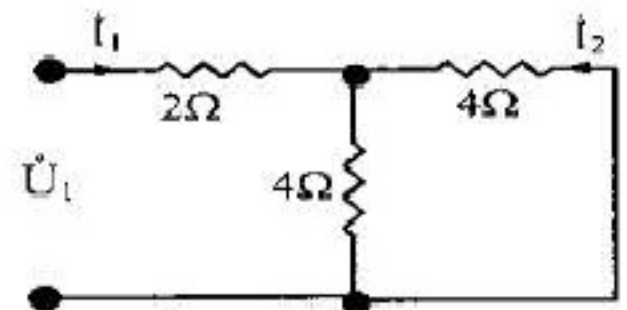
$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 (2 + 4//4) = 4\dot{I}_1 = -8\dot{I}_2$$

$$\Rightarrow A_{12} = \frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2} = 8$$

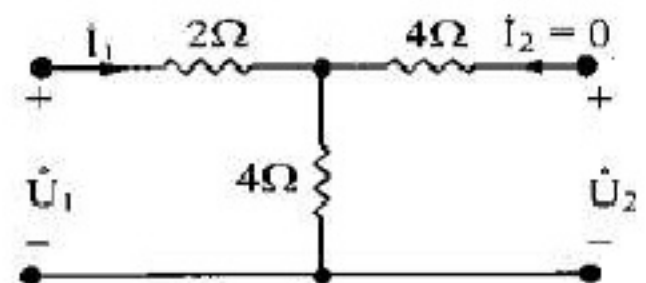
Hở mạch cửa 2 ($\dot{I}_2 = 0$) hình 5.5

$$A_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2 = 0} \quad A_{21} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}_2 = 0}$$

Ta có $\dot{U}_1 = (2 + 4)\dot{I}_1 = 6\dot{I}_1$ và $\dot{U}_2 = 4\dot{I}_1$



Hình 5.4



Hình 5.5

$$\Rightarrow A_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{ và } \Rightarrow A_{21} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = \frac{1}{4}$$

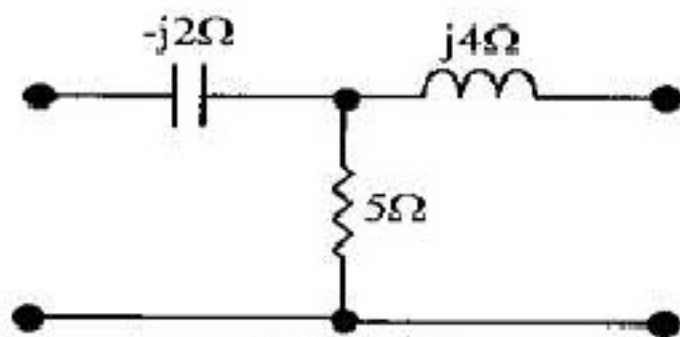
Vậy

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 8 \\ \frac{1}{4} & 2 \end{bmatrix}$$

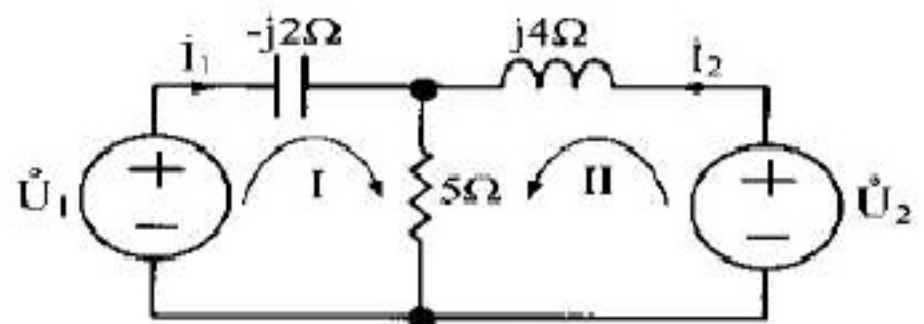
5.3.2. Phương pháp giải tích

Ta dùng các phương pháp như Kirchhoff, thế nút mắt lưới để tìm ma trận đặc trưng của mạng hai cửa

Ví dụ 5.2. Cho mạng hai cửa như hình 5.6. Tìm ma trận Z



Hình 5.6



Hình 5.7

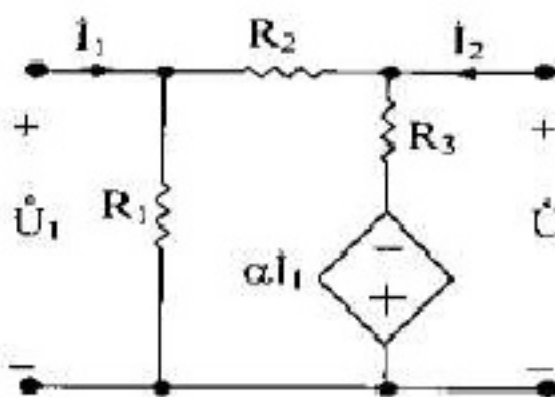
Ta sử dụng phương pháp mắt lưới, coi cửa 1 gắn nguồn áp $\dot{U}_1$, cửa 2 gắn nguồn áp $\dot{U}_2$

$$\begin{bmatrix} 2 - j2 & 2 \\ 2 & 2 + j4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

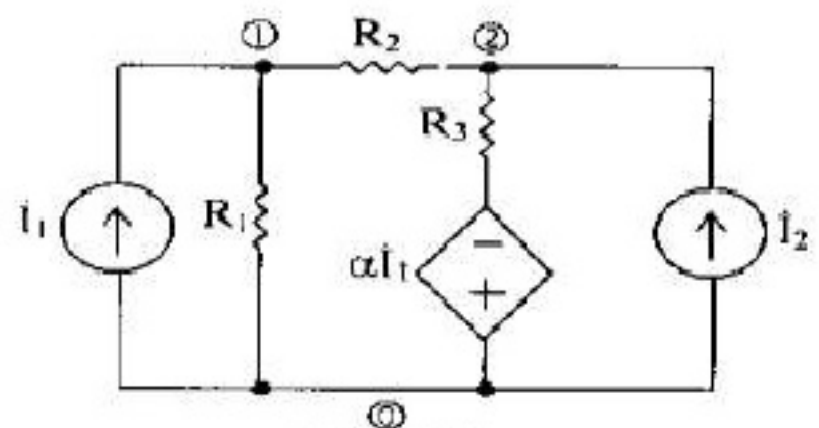
$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = (2 - j2)\dot{I}_1 + 2\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = 2\dot{I}_1 + (2 + j4)\dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z = \begin{bmatrix} (2 - j2)\Omega & 2\Omega \\ 2\Omega & (2 + j4)\Omega \end{bmatrix}$$

Ví dụ 5.3. Cho mạng hai cửa như hình 5.8. Tìm ma trận Y



Hình 5.8



Hình 5.9

Ta dùng phương pháp thế nút, ta có $\varphi_1 = \dot{U}_1$ và $\varphi_2 = \dot{U}_2$, coi $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ như hai nguồn dòng chảy vào hai nút 1 và 2 như hình 5.9.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 - \frac{\alpha \dot{U}_1}{R_3} \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_1 = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \dot{U}_1 - \frac{1}{R_2} \dot{U}_2 \quad (1)$$

$$\dot{I}_2 - \frac{\alpha \dot{U}_1}{R_3} = -\frac{1}{R_2} \dot{U}_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \dot{U}_2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow \dot{I}_2 = \left(\frac{\alpha}{R_3} - \frac{1}{R_2} \right) \dot{U}_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \dot{U}_2 \quad (3)$$

Từ (1) và (3) suy ra ma trận Y

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} \\ \frac{\alpha}{R_3} - \frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix}$$

5.3.3 Phương pháp xác định từ ma trận khác

Ví dụ 5.3. Cho mạng hai cửa có ma trận $Z = \begin{bmatrix} 2\Omega & 7\Omega \\ 2\Omega & 4\Omega \end{bmatrix}$. Hãy xác định ma trận A của mạng hai cửa.

Giải: Ta có

$$\dot{U}_1 = 2\dot{I}_1 + 7\dot{I}_2 \quad (1)$$

$$\dot{U}_2 = 2\dot{I}_1 + 4\dot{I}_2 \quad (2)$$

Từ (2) $\Rightarrow \dot{I}_1 = \frac{1}{2} \dot{U}_2 - 2\dot{I}_2$ thế vào (1) ta được

$$\dot{U}_1 = 2\left(\frac{1}{2} \dot{U}_2 - 2\dot{I}_2\right) + 7\dot{I}_2 = \dot{U}_2 + 3\dot{I}_2$$

Như vậy suy ra

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + 3\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{2} \dot{U}_2 - 2\dot{I}_2$$

Từ phương trình ma trận A

$$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 - A_{12}\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = A_{21} \dot{U}_2 - A_{22} \dot{I}_2$$

Ta có ma trận $Z = \begin{bmatrix} 1\Omega & -3\Omega \\ \frac{1}{2}\Omega & 2\Omega \end{bmatrix}$

5.4. PHÂN LOẠI MẠNG HAI CỬA

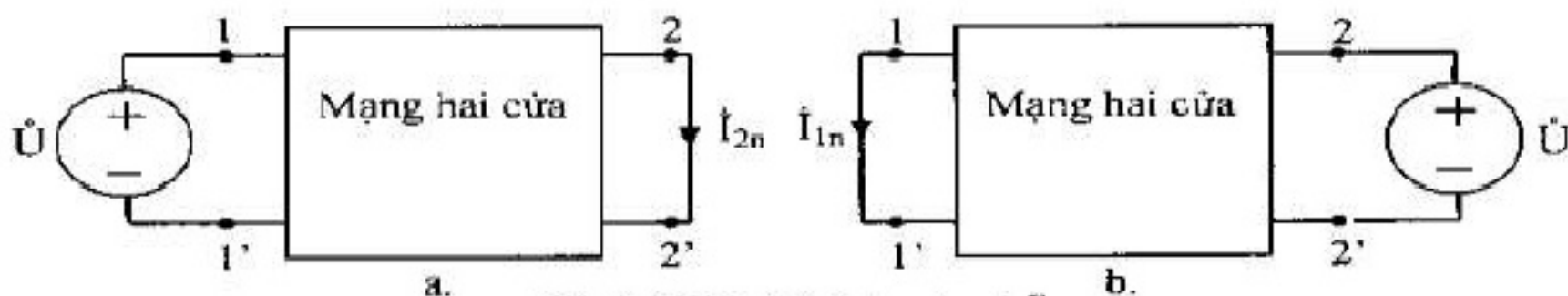
5.4.1. Mạng hai cửa thụ động và tích cực

- Mạng hai cửa thụ động là mạng hai cửa không chứa nguồn
- Mạng hai cửa tích cực là mạng hai cửa có chứa nguồn (độc lập hay phụ thuộc)

5.4.2. Mạng hai cửa tương hỗ

Nguyên lý tương hỗ: Một mạng hai cửa bất kỳ có tính chất “Dòng phát sinh tại cửa 1 khi kích thích ở cửa 2 cũng bằng dòng phát sinh tại cửa 2 khi kích thích ở cửa 1” thì được gọi là mạng có tính tương hỗ

Tính tương hỗ được kiểm chứng như sau



Hình 5.10. Tính tương hỗ

Nếu $I_{1n} = I_{2n}$ thì mạng hai cửa có tính tương hỗ

Điều kiện để mạng hai cửa có tính tương hỗ đối với các dạng ma trận có thể tra trong bảng 5.1

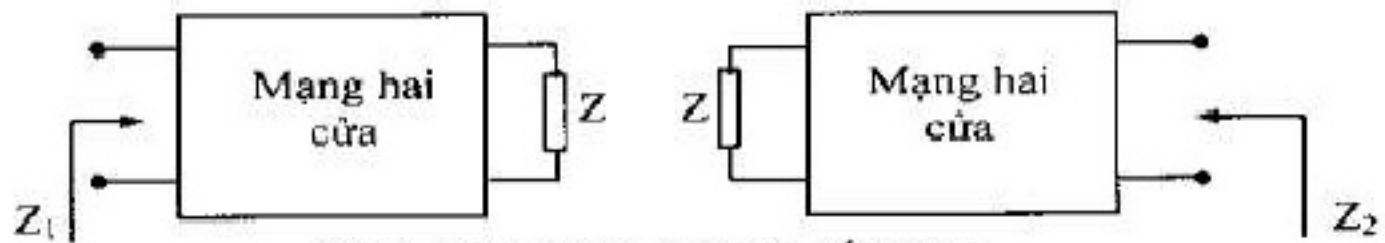
Ma trận	Z	Y	H	G
Điều kiện tương hỗ	$Z_{12} = Z_{21}$	$Y_{12} = Y_{21}$	$H_{12} = -H_{21}$	$G_{12} = -G_{21}$

Ma trận	A	B
Điều kiện tương hỗ	$\Delta A = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$	$\Delta B = B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21} = 1$

Bảng 5.1 Điều kiện để mạng hai cửa có tính tương hỗ

5.4.3. Mạng hai cửa đối xứng

Một mạng hai cửa được gọi là đối xứng nếu như ta đặt cùng một trở kháng Z ở một trong hai cửa thì trở kháng vào nhìn từ cửa còn lại là như nhau.



Hình 5.11 Mạng hai cửa đối xứng
 $Z_1 = Z_2$ thì mạng có tính đối xứng

Điều kiện để mạng hai cửa đối xứng nếu như nó thoả điều kiện tương hỗ và thoả thêm điều kiện sau

Ma trận	Z	Y	H
Điều kiện đối xứng	$Z_{11} = Z_{22}$	$Y_{11} = Y_{22}$	$\Delta H = H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21} = 1$

Ma trận	G	A	B
Điều kiện đối xứng	$\Delta G = G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21} = 1$	$A_{11} = A_{22}$	$B_{11} = B_{22}$

Bảng 5.2 Điều kiện để mạng hai cửa có tính đối xứng

5.5. CÁC THÔNG SỐ LÀM VIỆC CỦA MẠNG HAI CỬA

5.5.1. Trở kháng vào

Trong điều kiện làm việc bình thường mạng hai cửa thường được nối giữa nguồn và tải như hình 5.12. Trong đó Z_1 là trở kháng trong của nguồn áp E_1 , Z_2 là trở kháng tải. Thông thường người ta coi cửa nối với nguồn là cửa sơ cấp, cửa nối với tải là cửa thứ cấp

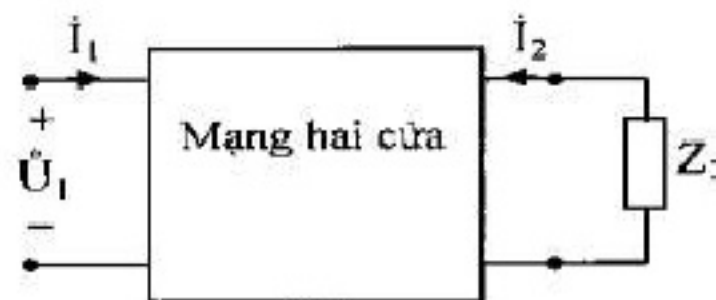


Hình 5.12

a. Trở kháng vào sơ cấp

Trở kháng vào sơ cấp bằng tỉ số giữa điện áp với dòng điện ở cửa sơ cấp mạng hai cửa khi cửa thứ cấp mắc tải Z_2 (hình 5.13)

$$Z_{v1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \quad (5.13)$$



Hình 5.13

Giả sử mạng hai cửa được mô tả bởi hệ phương trình trở kháng

$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \quad (5.14a)$$

$$\dot{U}_2 = Z_{22}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \quad (5.14b)$$

Trên tải sẽ có quan hệ dòng áp như sau:

$$\dot{U}_2 = -Z_2\dot{I}_2 \quad (5.15)$$

Thay (5.15) vào (5.14b) ta có

$$\dot{I}_2 = \frac{-Z_{21}\dot{I}_1}{Z_2 + Z_{22}} \quad (5.16)$$

Thay (5.16) vào (5.14a) vào ta được

$$Z_{v1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_2 + Z_{22}} = \frac{Z_{11}Z_2 + \Delta Z}{Z_2 + Z_{22}} \quad (5.17)$$

b. Trở kháng vào thứ cấp

Đây là trở kháng vào nhìn từ phía thứ cấp khi triệt tiêu nguồn $\dot{E}_1$ nhìn từ phía sơ cấp (cho $\dot{E}_1 = 0$) và được xác định bởi tỉ số giữa điện áp và dòng điện trên cửa thứ cấp



Ta có

$$Z_{v2} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \quad (5.8)$$

Lúc này nhìn từ phía sơ cấp ta có

$$\dot{U}_1 = -Z_1\dot{I}_1 \quad (5.19)$$

Thay (5.19) vào (5.14a) suy ra

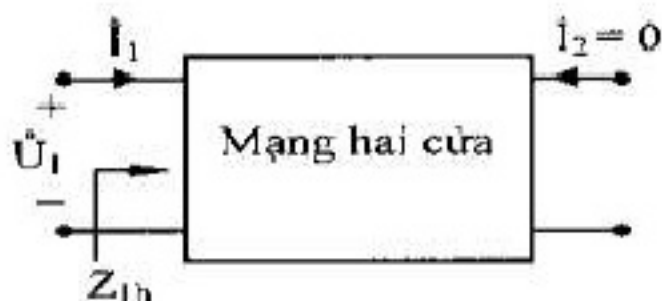
$$\dot{I}_1 = -\frac{Z_{21}\dot{I}_2}{Z_1 + Z_{11}} \quad (5.20)$$

Thay (5.20) vào (5.14b) suy ra

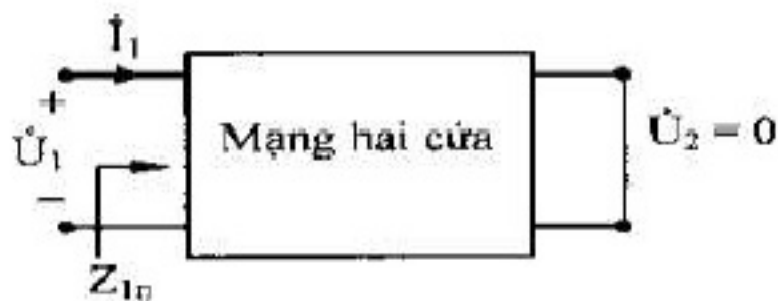
$$Z_{v2} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z_{22} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_1 + Z_{11}} = \frac{Z_{22}Z_1 + \Delta Z}{Z_1 + Z_{11}} \quad (5.21)$$

Ta có cũng có thể xác định các thông số trở kháng sơ cấp và thứ cấp từ các ma trận còn lại cũng theo cách làm như trên.

5.5.2. Trở kháng ngắn mạch và hở mạch



Hình 5.15. Trở kháng cửa 1 khi hở mạch cửa 2



Hình 5.16. Trở kháng cửa 1 khi ngắn mạch cửa 2

Theo phương trình ma trận A

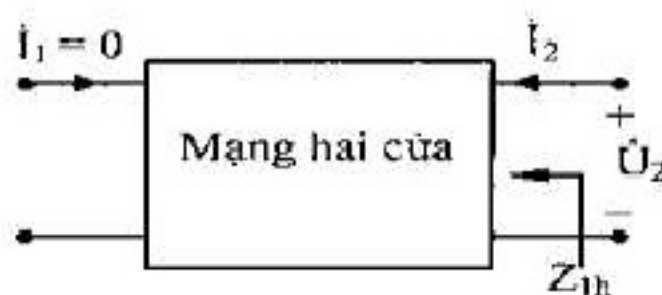
$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A_{11}\dot{U}_2 - A_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_{21}\dot{U}_2 - A_{22}\dot{I}_2 \end{aligned} \quad (5.21)$$

Trở kháng cửa 1 khi hở mạch cửa 2 ($\dot{I}_2 = 0$)

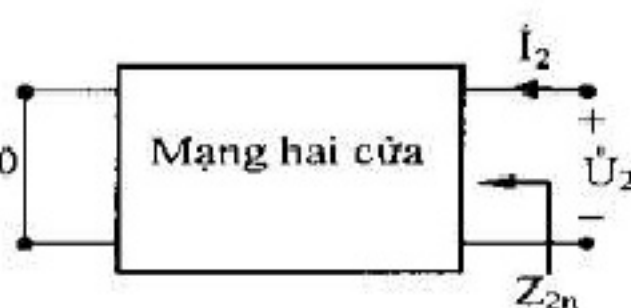
$$Z_{1h} = \frac{\dot{U}_{1h}}{\dot{I}_{1h}} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \quad (5.22)$$

Trở kháng cửa 1 khi ngắn mạch cửa 2 ($\dot{U}_2 = 0$)

$$Z_{1n} = \frac{\dot{U}_{1n}}{\dot{I}_{1n}} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \quad (5.23)$$



Hình 5.17. Trở kháng cửa 2 khi hở mạch cửa 1



Hình 5.18. Trở kháng cửa 2 khi ngắn mạch cửa 1

Trở kháng cửa 2 khi hở mạch cửa 1 ($\dot{I}_1 = 0$)

$$Z_{2h} = \frac{\dot{U}_{2h}}{\dot{I}_{2h}} = \frac{A_{22}}{A_{21}} \quad (5.24)$$

Trở kháng cửa 2 khi ngắn mạch cửa 1 ($\dot{U}_1 = 0$)

$$Z_{2n} = \frac{\dot{U}_{2n}}{\dot{I}_{2n}} = \frac{A_{12}}{A_{11}} \quad (5.25)$$

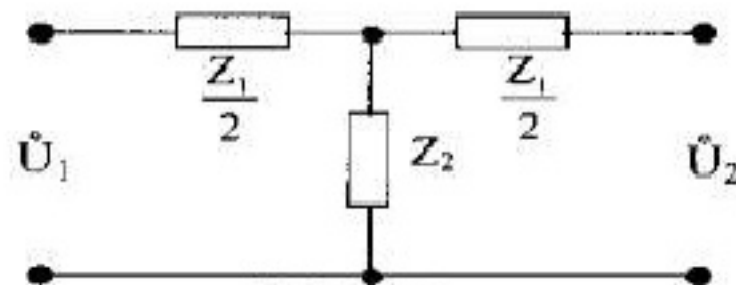
Ta có cũng có thể xác định các thông số trở kháng ngắn mạch và hở mạch từ các ma trận còn lại cũng theo cách làm như trên.

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

MẠNG HAI CỬA

5.1. a. Xác định các phần tử của các ma trận A, Z, Y, H của mạch hình sau, với $Z_1 = 10\Omega$, $Z_2 = 5\Omega$.

b. Nếu cho $Z_1 = 8K\Omega$, $Z_2 = 4K\Omega$, xác định dòng cung cấp I_1 và áp trên tải U_2 khi áp nguồn cung cấp là $U_1 = 48V$ với tải có tổng trở $R_L = \infty, 6K\Omega, 0$



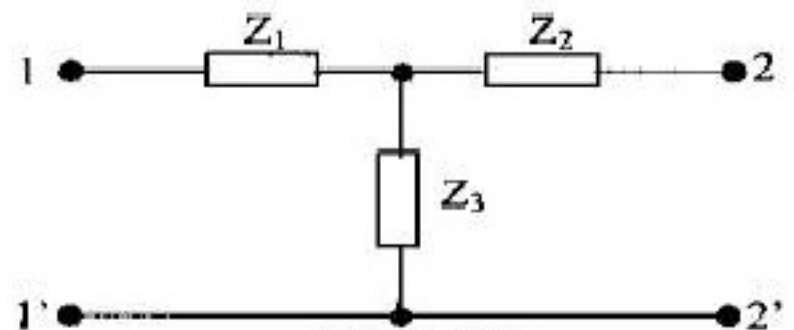
Hình 5.1

ĐS: a. $A = \begin{bmatrix} 2 & 15 \\ 0.2 & 2 \end{bmatrix}$; $Z = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$; $Y = \begin{bmatrix} \frac{2}{15} & \frac{1}{15} \\ \frac{1}{15} & \frac{2}{15} \end{bmatrix}$; $H = \begin{bmatrix} 7.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.1 \end{bmatrix}$

b. $I_1 = 6mA, U_2 = 24V$
 $I_1 = 7mA, U_2 = 12V$
 $I_1 = 8mA, U_2 = 0$

5.2. Xác định ma trận A

ĐS: $A = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_3} & \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_1 Z_3}{Z_3} \\ \frac{1}{Z_3} & 1 + \frac{Z_2}{Z_1} \end{bmatrix}$



Hình 5.2

5.3. Xác định ma trận Y và H. Nghiệm lại các điều kiện đối xứng của mạng hai cửa.

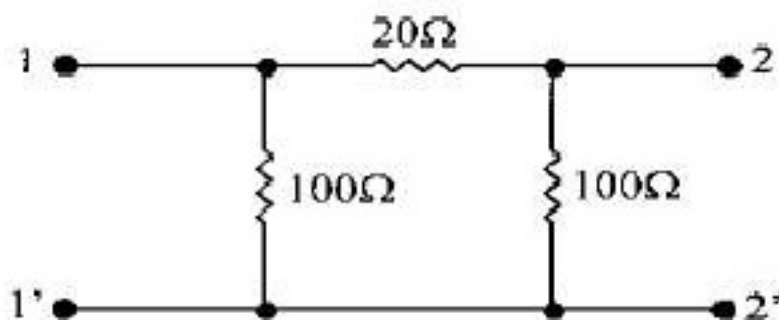
ĐS:

$$Y = \begin{bmatrix} 0.06 & -0.05 \\ -0.05 & 0.06 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 16.7 & 0.83 \\ -0.83 & 0.0183 \end{bmatrix}$$

$$Y_{11} = Y_{22}, Y_{12} = Y_{21}$$

$$H_{12} = -H_{21}, \Delta H = 1$$

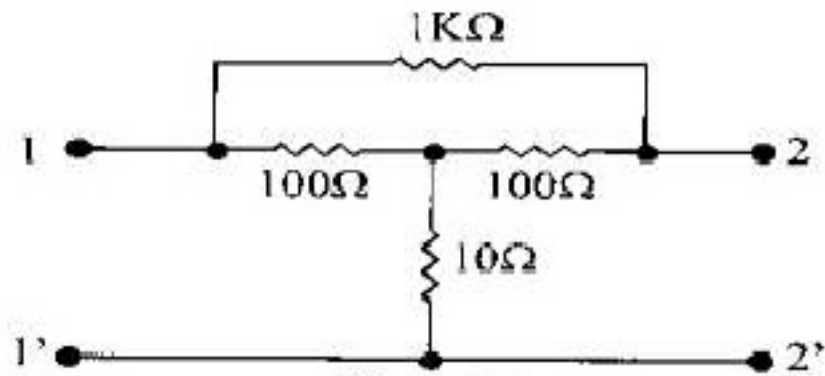


Hình 5.3

5.4 Xác định ma trận A

ĐS:

$$A = \begin{bmatrix} 5.55 & 545.45 \\ 0.0545 & 5.55 \end{bmatrix}$$



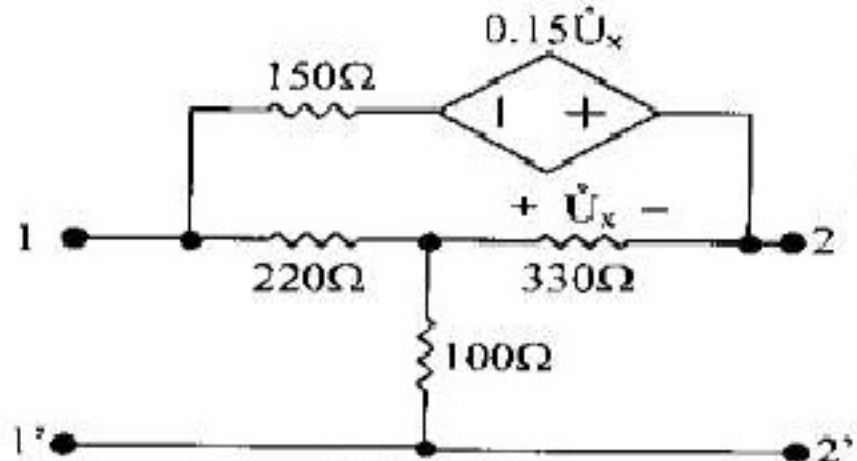
Hình 5.4

5.5 Xác định ma trận Y, A

ĐS:

$$Y = \begin{bmatrix} 0.01029 & -0.00828 \\ -0.00771 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1.297 & 129.7 \\ 0.005 & 1.335 \end{bmatrix}$$



Hình 5.5

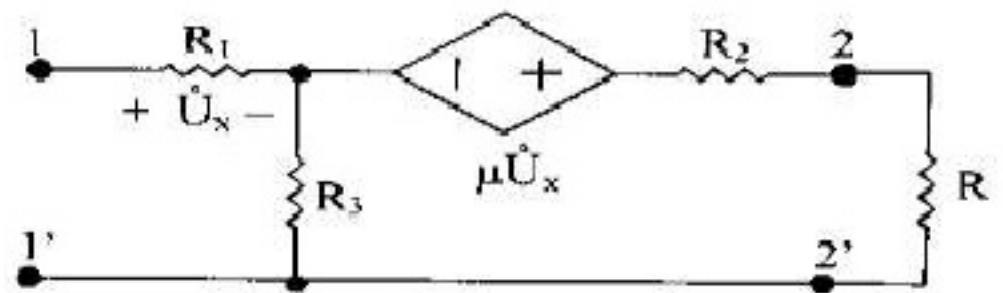
5.6. Cho mạng hai cửa như hình 5.6

- Xác định ma trận Z
- Tính trở kháng vào cửa 1 khi mắc cửa 2 một điện trở R

ĐS:

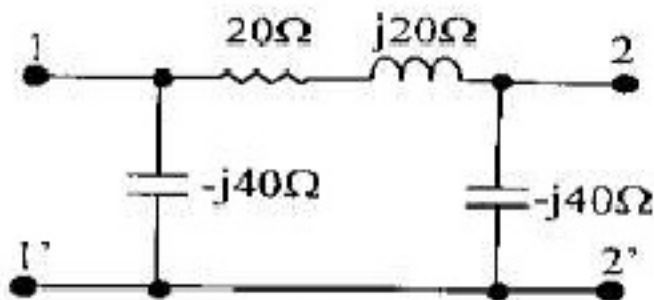
$$Z = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 - \mu R_1 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}$$

$$Z_v = Z_{11} - \frac{Z_{12} \cdot Z_{21}}{R + Z_{22}}$$

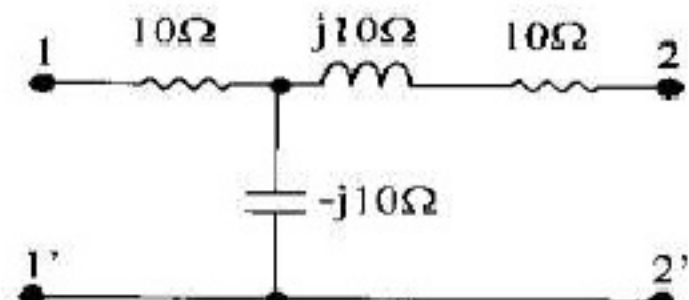


Hình 5.6

5.7. Xác định ma trận A trong mạch hình 5.7a, b



a



b

Hình 5.7

ĐS: a. $A = \begin{bmatrix} 0.5 + j0.5 & 20 + j20 \\ -0.0125 + j0.0375 & 0.5 + j0.5 \end{bmatrix}$ b. $A = \begin{bmatrix} 1 + j & 10 + j20 \\ 0.02 - j0.04 & 2 \end{bmatrix}$

5.8. Cho mạng hai cửa với $Z_1/2 = 2Z_2 = 10 + j10 \Omega$. Xác định

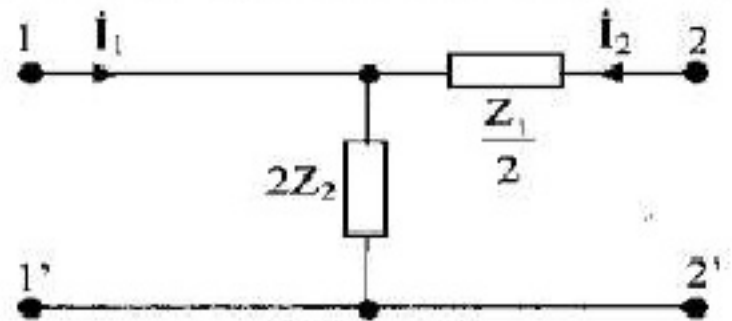
- Ma trận A
- Áp đầu vào (cửa 1-1') để cho áp đầu ra trên tải 10Ω (mắc ở cửa 2-2') là 20V
- Dòng của nguồn cung cấp khi cung cấp từ phía đầu ra (2-2') và ngắn mạch đầu vào (1-1') nếu áp nguồn cung cấp là 100mV.
- Xác định chỉ số Wattmet khi dòng vào cuộn dòng là $\hat{I}_1$ và áp hai đầu cuộn áp là $\hat{U}_2$ khi cho đầu ra hở mạch và áp tác dụng lên đầu vào là $u(t) = 80\sin(\omega t + 45^\circ)V$

ĐS:

a. $A = \begin{vmatrix} 10 & 10 + j20 \\ 0.02 - j0.04 & 2 \end{vmatrix}$

b. 56.6 V c. 4.47 mA

d. 64W

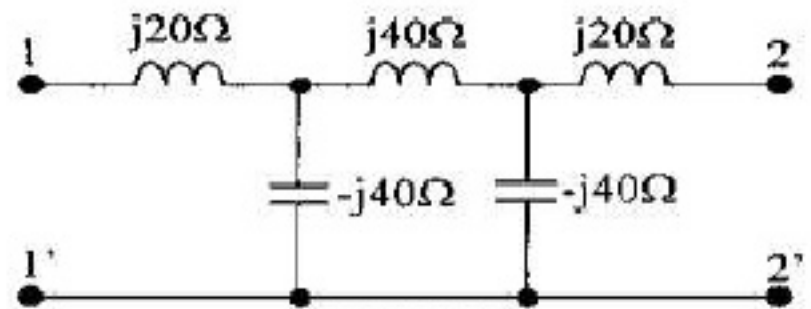


Hình 5.8

5.9. Xác định ma trận Y

ĐS:

$$Y = \begin{vmatrix} \frac{j}{60} & \frac{j}{30} \\ \frac{j}{30} & \frac{j}{60} \end{vmatrix}$$

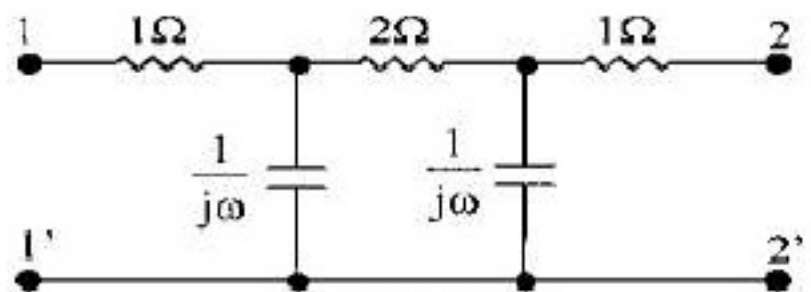


Hình 5.9

5.10. Xác định ma trận A

ĐS:

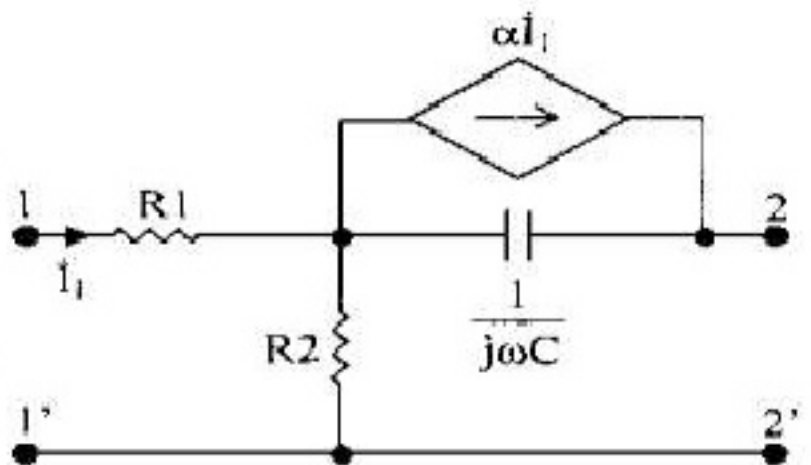
$$A = \begin{vmatrix} 1 - 2\omega^2 + j4\omega & 4 - 2\omega^2 + j6\omega \\ -2\omega^2 + j2\omega & 1 - 2\omega^2 + j4\omega \end{vmatrix}$$



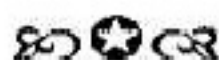
Hình 5.10

5.11. Xác định ma trận H

$$H = \begin{vmatrix} R1 + \frac{1 - \alpha}{\left(\frac{1}{R2} + j\omega C\right)} & \frac{R2}{R2 + \frac{1}{j\omega C}} \\ -\frac{(\alpha + j\omega CR2)}{1 + j\omega CR2} & \frac{1}{R2 + \frac{1}{j\omega C}} \end{vmatrix}$$



Hình 5.11



TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Phạm Thị Cư, Lê Minh Cường, Trương Trọng Tuấn Mỹ “*Mạch điện I và II (Lý thuyết và bài tập)*”, Đại học Bách Khoa TP.HCM, 2002
- [2] Nguyễn Quân “*Lý thuyết mạch (Lý thuyết và bài tập I, II, III, IV)*”, Đại học Bách Khoa TP.HCM, 1994
- [3] David E.Johnson, “*Electric Circuit Analysis*”, Prentice Hall, 1989
- [4] Nguyễn Bình Thành, “*Cơ sở lý thuyết mạch*”, NXB Giáo dục, 1992