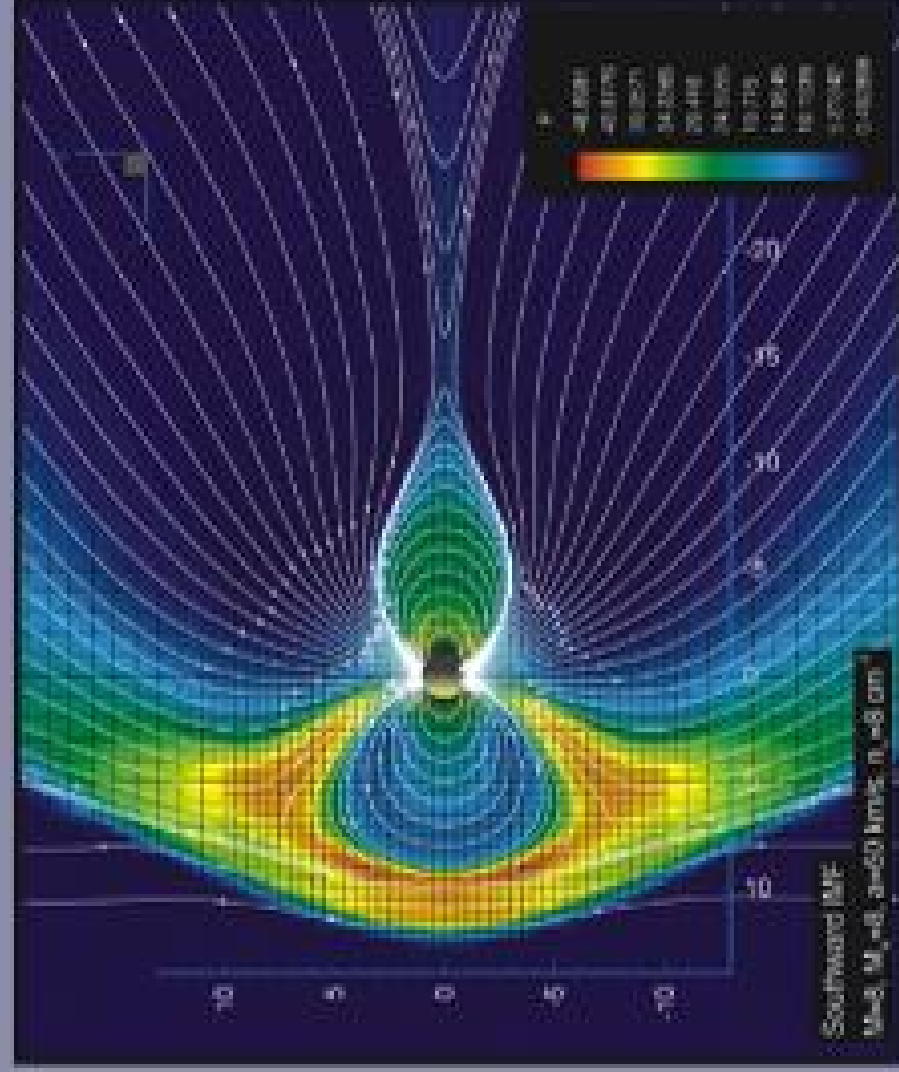


HOÀNG BÁ CHƯ

EBOOKBKMT.COM
Tài liệu kỹ thuật miễn phí

CƠ HỌC CHẤT LƯU



NHÀ XUẤT BẢN BÁCH KHOA - HÀ NỘI

MỤC LỤC

LỜI NÓI ĐẦU

TỔNG QUAN

PHẦN I THỦY TĨNH HỌC CHẤT LƯU

Chương 1 THỦY TĨNH

PHẦN II ĐỘNG LỰC HỌC DÒNG CHẤT LƯU

Chương 2 NHỮNG TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA CHẤT LƯU

Chương 3 CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN DÒNG MỘT CHIỀU

Chương 4 CHUYỂN ĐỘNG TƯƠNG ĐỐI CỦA CHẤT LƯU

Chương 5 DÒNG CHẤT LƯU THỰC QUA ỐNG VÀ KÊNH

Chương 6 ỨNG DỤNG CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CHO CHẤT

Chương 7 ỨNG DỤNG CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

TÍNH TOÁN DÒNG CHẤT KHÍ

Chương 8 DÒNG CHẤT LƯU HOÀN THIỆN TRONG MẶT PHẪNG VÀ KHÔNG GIAN

Chương 9 DÒNG THỂ LƯỢNG PHẪNG ĐẲNG ENTROPY

Chương 10 DÒNG CHẤT LƯU THỰC TRONG KHÔNG GIAN

Chương 11 LỚP BIÊN

KÝ HIỆU

TÀI LIỆU THAM KHẢO

LỜI NÓI ĐẦU

Cơ học chất lưu, một cách tổng quát, khảo sát và nghiên cứu điều kiện tồn tại cũng như cơ chế hoạt động của chất lưu trong các trạng thái: cân bằng tuyệt đối, cân bằng tương đối, chuyển động tuyệt đối và chuyển động tương đối thông qua các định luật bảo toàn (khối lượng, động lượng, năng lượng) được mô tả bằng các phương trình cơ bản: phương trình liên tục, phương trình chuyển động - động lượng, phương trình năng lượng và phương trình trạng thái.

Ngoài phần tổng quan, Cơ học chất lưu gồm hai phần chính: Thủy tĩnh học và Động lực học, được phân chia thành 11 chương.

Chương 1 đề cập đến hai trạng thái cơ bản của chất lưu là cân bằng tuyệt đối (định luật Pascal và định luật Archimed) và cân bằng tương đối (phương trình Euler thủy tĩnh); trong đó khảo sát tác động của áp suất và ảnh hưởng của trọng trường. Ngoài ra còn kể đến một số tính chất đặc trưng của chất lưu thực khi tương tác với chất khí và bề mặt chất rắn.

Chương 2 nêu những tính chất nhiệt động cơ bản của chất lưu (chủ yếu là chất khí), những tính chất nhiệt - vật lý đặc

trung có ảnh hưởng quyết định đến cơ chế động học - động lực học và sự hình thành cấu trúc dòng của chất lưu.

Chương 3 dẫn xuất các phương trình cơ bản dòng một chiều chuyển động tuyệt đối: liên tục, chuyển động - động lượng, năng lượng và trạng thái; trong đó quan trọng nhất là phương trình Bernoulli, chi phối hầu hết các hành vi tồn tại và hoạt động của chất lưu. Ở đây cũng xem xét đến chế độ tồn tại và ảnh hưởng của những thông số nhiệt - vật lý đặc trưng của chất lưu trong quá trình chuyển động; đồng thời cũng khảo sát tác động của độ nhớt (chất lưu thực) đến diễn biến các đại lượng của dòng thông qua xác định tổn thất năng lượng.

Chương 4, để làm cơ sở ứng dụng một cách dễ dàng trong tính toán thiết kế chế tạo các máy năng lượng (máy động lực và máy công tác), phần này sử dụng các định lý thay đổi động lượng, xung lượng và moment động lượng nghiên cứu và khảo sát diễn biến các thông số động học và động lực học của dòng. Phương trình moment động lượng - Phương trình Euler tuabin là cơ sở tính toán các máy động lực và công tác: tuabin (nước, khí, hơi), máy nén, bơm, quạt,...

Chương 5 mở rộng nghiên cứu dòng chất lưu nhớt chảy tầng và chảy rối qua các bộ phận và chi tiết công tác của các máy và thiết bị nhiệt - lạnh, trên cơ sở những nội dung đã trình

bày ở các chương trước.

Chương 6 ứng dụng các phương trình cơ bản để tính toán dòng chất lỏng chảy rối (thường xảy ra nhiều nhất trong thực tế) ổn định và không ổn định dưới tác động của trọng trường, nhiệt độ và ngoại lực (chuyển động cưỡng bức) trong dòng chất lưu chuyển động tuyệt đối và tương đối. Trong thiết kế chế tạo và vận hành máy công tác (bơm) cần đặc biệt lưu ý hai hiện tượng: xâm thực và va đập thủy lực.

Chương 7 là phần ứng dụng đặc biệt có ý nghĩa trong ngành nhiệt - lạnh, môi chất sử dụng chủ yếu là khí và hơi. Ống phun là phần tử cơ bản nhất cấu thành nên các chi tiết và bộ phận của thiết bị thủy khí. Phần này ứng dụng các phương trình cơ bản tính toán diễn biến các thông số trong ống phun theo các điều kiện và chế độ làm việc khác nhau. Sử dụng phương trình Bernoulli tính toán ảnh hưởng sức hút tự nhiên.

Chương 8, để có thể mở rộng quy mô và nội dung nghiên cứu dòng chất lưu sang hai và ba chiều, phần này chúng ta bắt đầu đề cập đến những vấn đề cơ bản nhất của dòng phẳng và không gian. Để đơn giản chúng ta bắt đầu từ dòng thể lượng phẳng của chất lưu hoàn thiện. Phương trình liên tục được dẫn xuất trong dạng tổng quát nhất - ba chiều - phương trình Euler. Trong mô hình động học, phương pháp được sử dụng rộng rãi

và hiệu quả nhất là hàm biến phức thông qua phương trình Laplace. Một số trường hợp cụ thể thường xảy ra trong thực tế của dòng thể lượng phẳng cũng được nêu ra. Biến hình là một giải thuật được sử dụng để giải các bài toán dòng phẳng qua các địa hình và vật cản có hình dáng phức tạp. Xem xét đến ảnh hưởng của động lực dòng, phương trình Euler thủy động được dẫn xuất làm cơ sở cho phương trình Navier - Stokes ở phần sau. Để đánh giá và phân định dòng thể lượng và dòng xoáy, lưu số tốc độ được đề cập ở đây một cách khá chi tiết; ứng dụng của nó cũng được nêu cụ thể trong định lý Stokes.

Chương 9 ứng dụng những nguyên lý và phương trình cơ bản đã đề cập để giải bài toán dòng thể lượng phẳng đẳng entropy. Chương này cũng đề cập đến ảnh hưởng của tốc độ (ảnh hưởng nén) thông qua ứng dụng các phương pháp Prandtl, Serstjuk và định lý Joukowski.

Chương 10 dẫn giải các phương trình tổng quát và phức tạp nhất của thủy - khí động lực học chất lưu trong không gian có kể đến quá trình trao đổi nhiệt và ảnh hưởng xoáy: phương trình Navier - Stokes, phương trình năng lượng và phương trình Gromjeko. Đồng dạng khí động lực - phương pháp cơ bản trong nghiên cứu thực nghiệm cũng được nêu một cách khái lược trong phần này.

Chương 11, phần cuối cùng, tổng hòa trong bức tranh về dòng chảy của chất lưu được đưa ra trong lớp biên. Đây là vấn đề rất phức tạp, nên trong khuôn khổ một giáo trình cũng chỉ nêu được những tính chất và những phương pháp cơ bản nhất.

Cơ học chất lưu là một trong những môn học cơ sở của ngành năng lượng và các ngành khác trong các trường đại học kỹ thuật. Nó giải quyết các vấn đề về cơ nhiệt - thủy khí bắt nguồn từ các hiện tượng mất cân bằng năng lượng và vật chất thường xảy ra trong đời sống và kỹ thuật.

Sách có thể dùng làm tài liệu học tập, nghiên cứu cho sinh viên, học viên cao học, nghiên cứu sinh, cán bộ nghiên cứu và thiết kế ngành máy năng lượng và thiết bị nhiệt - lạnh công tác trong các trường đại học và các viện nghiên cứu, các cán bộ quản lý, kỹ sư vận hành làm việc trong các nhà máy điện (thủy điện và nhiệt điện),... Ngoài ra, sách cũng có thể làm tài liệu tham khảo cho cán bộ kỹ thuật các ngành khác như thủy lợi, nông nghiệp, giao thông vận tải, xây dựng, mỏ địa chất,...

Trong quá trình biên soạn sách, tác giả đã cố gắng chọn lọc, kế thừa tài liệu và cập nhật thông tin từ nhiều nguồn khác nhau. Song, do hạn chế về thời gian và tài liệu tham khảo nên chắc chắn không thể tránh khỏi những thiếu sót cả về nội dung lẫn hình thức. Tác giả rất mong nhận được những ý kiến đóng góp

của đồng nghiệp và bạn bè gần xa trong và ngoài ngành để sách được hoàn thiện hơn.

Tác giả cũng xin chân thành cảm ơn GS. Phạm Lương Tuệ và PGS. Trương Ngọc Tuấn đã đọc bản thảo và cho những ý kiến xác đáng.

Tác giả

TỔNG QUAN

Cơ học nói chung là một ngành rộng bao gồm nhiều lĩnh vực. Dựa vào tính chất của vật thể, chúng ta có thể chia ra thành:

- Cơ học chất rắn, nghiên cứu sự cân bằng và chuyển động của vật chất không bị biến dạng do tác động của ngoại lực;
- Sức bền vật liệu, ngược lại chỉ nghiên cứu tác động của những lực tương tác trong vật thể;
- Cuối cùng là Cơ học chất lưu, nghiên cứu cơ chế tồn tại và chuyển động của chất lưu với giả thiết phần tử vật chất của nó vô cùng nhỏ và có thể di chuyển dễ dàng trong không gian.

Một cách tổng quát, dòng chất lưu là một thực thể tồn tại như các hiện tượng tự nhiên tuân thủ các quy luật thể hiện bản chất vật lý và toán học. Khảo sát các hiện tượng và quá trình trên đặt ra những yêu cầu rất cao cả về lý thuyết lẫn thực nghiệm.

Trước kia, khi công cụ toán học và máy tính chưa phổ biến, người ta thường đề xuất các phương pháp nghiên cứu đơn giản để giải các bài toán với độ chính xác khả dĩ có thể chấp nhận

được. Những năm gần đây, công cụ toán học và máy tính không ngừng phát triển, đặc biệt các thể hệ máy tính có công suất và tốc độ cao và siêu cao¹ đã tạo điều kiện giải các bài toán phức tạp có quy mô lớn (CFD²).

Cơ học chất lưu một cách tương đối có thể chia thành hai nhóm: Cơ học chất lỏng, nghiên cứu chất thể (nước, dầu, rượu, ...) có thể tích thay đổi rất ít khi có tác động của áp suất và nhiệt độ; Cơ học chất khí, nghiên cứu các quá trình của chất khí và hơi.

Về định lượng, thước đo của dòng là độ lớn của khối lượng chất lưu và tốc độ chuyển động của chúng. Về định tính, người ta có thể đánh giá chất lượng của dòng theo phương pháp truyền chuyển động được xác định bởi tính chất vật lý và tổ chức động học.

Trong cơ học chất lưu, sự thay đổi thể tích (khối lượng riêng hay mật độ - còn gọi là độ nén) có ảnh hưởng quyết định đến đặc trưng thủy khí động lực của quá trình.

Theo tính chất vật lý, người ta chia dòng chảy thành dòng chịu nén và không chịu nén. Nhìn chung có thể coi chất lỏng là chất lưu không nén; còn chất khí là chất lưu nén. Dòng chất lưu nén tổng quát và phức tạp hơn. Về cơ bản, độ nén phụ thuộc vào

áp suất, nhiệt độ và tốc độ của dòng chất lưu. Những ảnh hưởng này, đặc biệt là của áp suất, đối với chất khí tức thời, mạnh mẽ và rõ nét hơn chất lỏng.

Ngoài ảnh hưởng của áp suất, ảnh hưởng của nhiệt độ cũng làm thay đổi đáng kể mật độ của môi chất. Vì vậy, khi cần tính toán các bộ phận của lò hơi với độ chính xác cao, chúng ta cần phải hiệu chỉnh độ nén của chất lưu do ảnh hưởng của nhiệt độ.

Tuy nhiên, ngoài cấu trúc phân tử ra, độ nén còn phụ thuộc vào tác động của ngoại lực. Do đó, trong một số trường hợp phải kể đến khả năng nén của chất lỏng; ví dụ, trong các máy ép thủy lực siêu cao áp; ở đó tuy môi chất (chất lưu công tác trong máy) là dầu, nhưng dưới áp suất cao và siêu cao, khối lượng riêng của chúng thay đổi đáng kể. Hoặc, trong những trường hợp khác, sự thay đổi đột ngột của tốc độ môi chất gây nên nhiều áp lực (va đập thủy lực, va đập nén, sóng va đập, ...) cũng làm thay đổi khối lượng riêng chất lưu.

Như vậy, chúng ta còn có thể phân loại dòng theo tốc độ; tiêu chuẩn cơ bản để phân loại là tốc độ âm thanh. Sơ bộ, dòng có thể được chia thành: tốc độ rất thấp, thấp (dưới âm), cận âm và trên âm. Trong đó, dòng tốc độ rất thấp có thể coi là không nén; dòng tốc độ thấp và cận âm thường được hiệu chỉnh độ nén theo tốc độ (tùy thuộc vào mức độ yêu cầu chính xác của bài

toán); còn dòng trên âm phải được tính toán là dòng chịu nén.

Trong thực tế, một số máy và thiết bị năng lượng có áp suất và tốc độ thấp và rất thấp; chẳng hạn, quạt, máy xả khí, ... môi chất làm việc có thể coi là không nén; sai số gặp phải thường rất nhỏ, nằm trong phạm vi cho phép và có thể chấp nhận được.

Phương pháp phân tích và tính toán dòng chất lưu không nén về cơ bản giống nhau; mặc dù môi chất có thể là chất lỏng hay chất khí; ví dụ, bơm, quạt, máy xả khí tốc độ thấp, ... Cũng tương tự đối với chất lưu nén; chẳng hạn, máy nén, tuabin khí, tuabin hơi, ... có thể sử dụng cùng một phương pháp tính. Tuy nhiên, ở đây cũng cần lưu ý đến ảnh hưởng độ nhớt của môi chất; ở những điều kiện độ nén cao, ảnh hưởng của độ nhớt rất lớn và rõ rệt.

Một trong những tính chất quan trọng nhất của chất lưu là sự xuất hiện trở lực do dịch chuyển qua lại giữa các phần tử, mà người ta thường gọi là ma sát trong. Ma sát trong (và độ nhớt của chất lưu) là một vấn đề rất phức tạp trong nghiên cứu (cả lý thuyết và thực nghiệm) chuyển động dòng chất lưu.

Trong thực tế, để đơn giản, người ta thường giả thiết chất lưu (cả nén và không nén) không có ma sát. Như vậy, dòng chảy đã được lý tưởng hóa; mô hình toán - lý cho nó là đơn giản nhất. Ngược lại, khi kể đến ma sát trong, dòng chảy trở thành dòng

chất lưu thực; mô hình toán - lý trở nên phức tạp và phải xem xét đến những ảnh hưởng khác.

Dòng chất lưu lý tưởng - hay còn gọi là chất lưu hoàn thiện được coi là có độ nhớt bằng không, tức là không có ma sát trong; hay nói một cách khác bên trong nó không xuất hiện ứng suất trượt. Còn dòng chất lưu nhớt, hay chất lưu thực thì luôn có ma sát trong; đó là nguồn gốc và nguyên nhân gây nên tổn thất năng lượng trong dòng.

Theo tính chất động học, chúng ta phân loại dòng thành dòng ổn định và không ổn định.

Dòng ổn định là dòng mà trong mỗi điểm của nó cả thông số dòng và đại lượng trạng thái đều không thay đổi theo thời gian. Ngược lại, nếu chúng phụ thuộc vào thời gian, thì gọi là dòng không ổn định.

Một tiêu chuẩn quan trọng nữa để phân loại dòng, đó là đặc điểm chuyển động của phần tử chất lưu trong dòng. Về cơ bản, đối với chất lưu hoàn thiện có thể tồn tại hai loại dòng: Dòng thể lượng, trong đó các phần tử chất lưu chỉ thực hiện chuyển động tịnh tiến (có thể là chuyển động thẳng hoặc chuyển động cong), kể cả trường hợp bị biến dạng trượt. Còn ngược lại, trong dòng nếu xảy ra chuyển động quay của phần tử (quay quanh trục của mình) thì gọi là chuyển động xoáy - dòng xoáy.

Để hình dung bức tranh toàn cảnh của dòng chảy, người ta tổng hợp tất cả các ảnh hưởng trên thể hiện trong cấu trúc tổng thể của dòng và phân biệt chúng ra thành dòng chảy tầng và dòng chảy rối. Ranh giới phân định một cách tương đối giữa hai loại dòng chảy này là tiêu chuẩn Reynold.

Cuối cùng, theo đặc tính hình học của cấu trúc dòng, chúng ta có thể phân chúng ra thành: dòng ba chiều (dòng không gian), dòng hai chiều (dòng phẳng) và dòng một chiều (sợi dòng - tia dòng - dòng phân tử - lớp dòng). Trong đó, bài toán dòng ba chiều là phức tạp nhất; chúng ta phải khảo sát điều kiện vật lý và động học đối với từng chất điểm trong tiết diện chảy của dòng. Còn ở dòng một chiều thì đơn giản hơn, các điều kiện trên qua một tiết diện của dòng được coi như một tổng thể thống nhất. Do đó trong thực tế, người ta luôn cố gắng đưa bài toán về mô hình dòng một chiều.

Trong tự nhiên và trong kỹ thuật không những tồn tại các dòng chảy của chất lỏng, chất khí (thường gọi là chất lưu Newton - Newton Fluids) mà còn có các dòng hỗn hợp đa pha hoặc các dòng chảy trong đó có cả chất rắn. Một số luận cứ xây dựng mô hình tính toán cho dòng chất lưu cũng có thể ứng dụng (có hiệu chỉnh) cho dòng chất rắn rời gồm các vật cứng mịn như bột than, cát, bột, gạo, lúa, trấu,... Đối với dòng chất nửa lỏng

(nhựa đường, xi lông, kim loại nóng chảy,... thường được gọi là chất lưu đàn hồi nhớt - Viscoelastic Fluids - chất lưu phi Newton - Non Newton Fluids) thì phương pháp phân tích tính toán phụ thuộc vào tốc độ thay đổi của pha, bởi vì nhân tố thời gian quyết định đến việc giải bài toán theo cơ học chất lỏng hay cơ học chất đàn hồi, chất rắn.

Trong các dòng đa pha có sự biến đổi pha theo thời gian, do tác động của quá trình cơ nhiệt (va đập, kết hợp hay tách hạt, ngưng, bốc hơi, tích thoát,...) hoặc các dòng chảy có xảy ra phản ứng hóa học, thì quá trình tính toán trở nên rất phức tạp. Vấn đề này được đề cập trong những sách chuyên khảo hoặc các tài liệu chuyên môn sâu.

Phương pháp hiện thực và đơn giản nhất chúng ta có thể ứng dụng để giải các bài toán thủy động lực là tìm các giải pháp để tuyến tính hóa mô hình toán dòng chảy; trong đó sử dụng các giả thiết bỏ qua các ảnh hưởng bên ngoài để lý tưởng hóa các trạng thái tồn tại của chất lưu đang khảo sát.

Tùy thuộc vào từng loại chất lưu mà tính chất của chúng có thể khác nhau; nhưng nhìn chung cần khảo sát, phân tích và nghiên cứu các tính chất quan trọng sau đây có ảnh hưởng quyết định đến sự tồn tại và quá trình hoạt động của chất lưu:

- Ảnh hưởng của quán tính khối lượng: Nó phụ thuộc vào

trạng thái chuyển động của dòng. Dòng lưu chuyển một cách đều đặn, không đổi hướng giữ được trạng thái cân bằng - ổn định hay tăng tốc và chuyển hướng đột ngột các phân tử (hay phân tử - tập hợp các phân tử) làm thay đổi tính chất của dòng theo quy luật khó kiểm soát dẫn đến mất cân bằng và mất ổn định;

- Ảnh hưởng của độ nhớt: Ảnh hưởng này làm thay đổi tính chất dòng chảy, trước hết là profile tốc độ. Lớp chất lưu sát kề bị dính vào vách ống (kênh hoặc vật bao quanh). Tốc độ thay đổi từ không ở vách cho đến một giá trị xác định ở tâm dòng. Hệ quả này tạo nên lực tiếp tuyến giữa các lớp chất lưu chuyển động cận kề (hoặc sợi dòng). Trong dòng xuất hiện ma sát hoặc xáo trộn cơ cấu chuyển động gây nên tổn hao năng lượng. Sự giảm năng lượng được thể hiện qua giáng áp làm giảm tốc độ. Theo định luật bảo toàn năng lượng, sự suy giảm này tương đương năng lượng nhiệt phát sinh. (Khái niệm này trong một số tài liệu được gọi là tán xạ năng lượng thay cho tổn thất năng lượng);

- Một số các nhân tố khác có ảnh hưởng hoặc trực tiếp hoặc gián tiếp đến tồn tại và hoạt động của chất lưu cũng được xem xét:

- + Độ nén và giãn nở của chất lưu;

- + Hiệu ứng của sức căng bề mặt;
- + Khả năng thay đổi trạng thái (băng hóa, bốc hơi, ngưng hơi,...);
- + Quá trình giải phóng các chất khí hấp thụ;
- + Tan, lắng các tạp chất cứng.

Kết hợp tất cả các nhân tố trên, chúng ta khảo sát và nghiên cứu điều kiện tồn tại và cơ chế hoạt động của chất lưu trong các trạng thái cân bằng và chuyển động thông qua hệ các phương trình cơ bản. Mô hình toán - lý về thủy tĩnh, động học và động lực học chất lưu cơ bản được giải quyết.

PHẦN I

THỦY TĨNH HỌC CHẤT LƯU

Chương 1

THỦY TĨNH

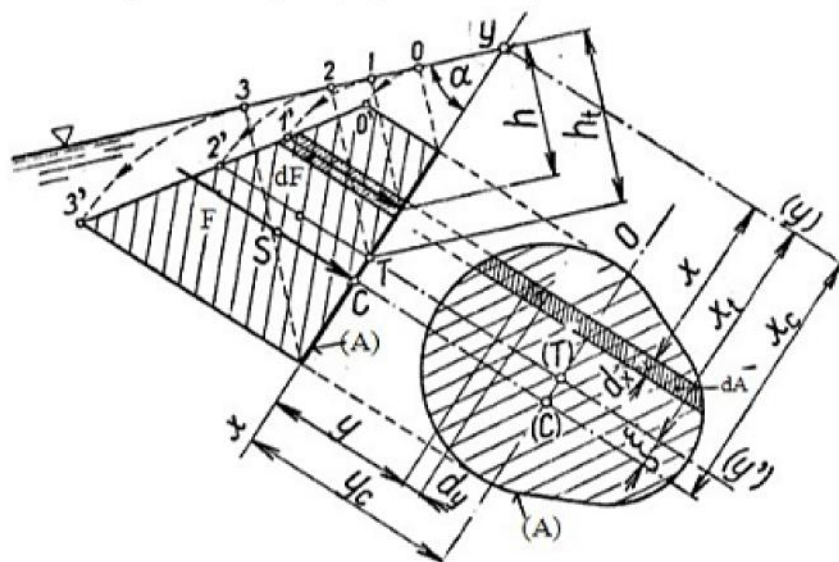
Tĩnh học nghiên cứu sự tồn tại của chất lưu trong một không gian hữu hạn không chuyển động. Trái đất được coi là không gian cơ bản; và như vậy chất lưu đứng yên so với trái đất. Một cách tổng quát ta gọi chung những trạng thái này là cân bằng tuyệt đối; và không xét đến chuyển động riêng của trái đất.

Để đơn giản ta coi chất lưu là chất lỏng lý tưởng.

Trong trường hợp cần mở rộng khả năng ứng dụng và áp dụng kết quả nghiên cứu ở quy mô rộng hơn cho chất lưu nén và nhớt, chúng ta phải đưa ra các giả thiết xác thực và phù hợp cho từng trường hợp cụ thể.

1.1. ÁP SUẤT TRONG CHẤT LƯU – ÁP SUẤT THỦY TĨNH

1.1.1. Áp suất - đại lượng vô hướng



Hình 1.1. Phân tử chất lỏng

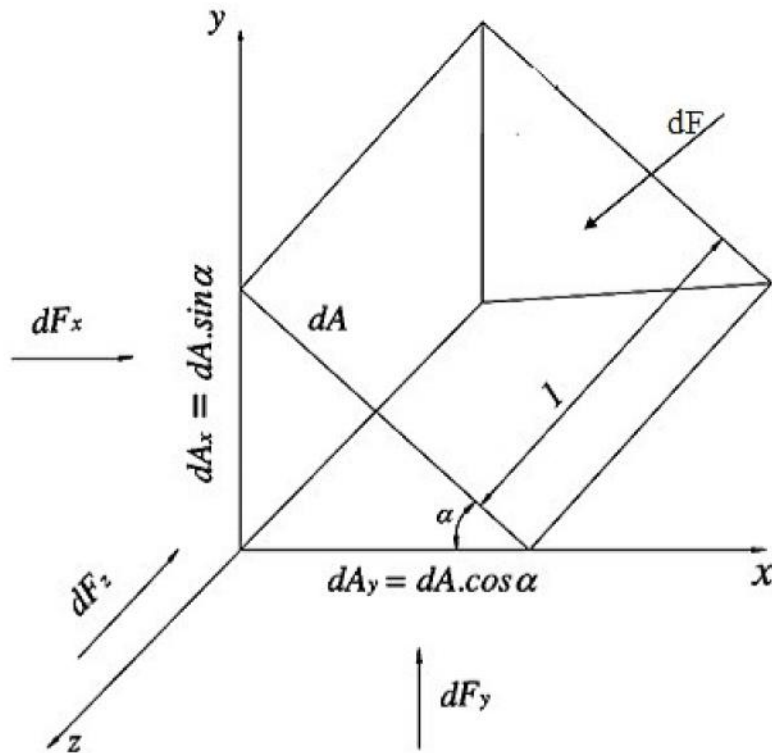
Ở trạng thái tĩnh, các phân tử của chất lỏng, kể cả các phân tử nhỏ nhất đều không có dịch chuyển qua lại (giả thiết này không loại trừ chuyển động của các phân tử trong lý thuyết nhiệt động học). Trong chất lỏng lý tưởng, các lớp dòng không

chống lại được ứng suất trượt, nên lực tiếp tuyến đóng vai trò dẫn chuyển các phân tử. Bởi vậy trong mặt cắt vuông góc với mặt chiều (hình 1.1) chỉ xuất hiện áp lực pháp tuyến.

Ta ký hiệu p là áp suất riêng ở điểm A: lực dF từ hai phía vuông góc với diện tích dA được xác định bằng biểu thức:

$$dF = p dA \quad (1.1)$$

Ta chọn hệ tọa độ x, y, z ; trong đó giá trị theo trục z ta chọn bằng 1 (hình 1.2).



Hình 1.2. Khảo sát áp suất tĩnh trong chất lỏng

Lực dF_z tác động lên hai đầu của lăng khối đương nhiên là phải giống nhau, còn đối với lực dF_x và dF_y , tác động theo hướng trục x và y, có thể diễn tả từ điều kiện cân bằng:

$$dF_x = dF \sin \alpha, dF_y = dF \cos \alpha$$

Sau khi thay từ phương trình (1.1) ta có:

$$dF_x = p dA \sin \alpha, dF_y = p dA \cos \alpha \quad (1.2)$$

Mặt khác, nếu ta ký hiệu p_x và p_y là áp suất riêng theo trục x và y, thì đồng thời có thể viết:

$$dF_x = p_x dA_x, dF_y = p_y dA_y \quad (1.3)$$

Và do hình chiếu của bề mặt dA nghiêng so với mặt phẳng (xz) dưới một góc α , nên thỏa mãn:

$$dA_x = dA \sin \alpha, dA_y = dA \cos \alpha$$

Sau khi thay thế và so sánh (1.2), (1.3), ta được:

$$p_x dA \sin \alpha = p dA \sin \alpha \text{ và } p_y dA \cos \alpha = p dA \cos \alpha$$

$$\text{hay } p_x = p \text{ và } p_y = p$$

Từ đó suy ra: độ lớn của áp suất riêng không phụ thuộc vào hướng; có nghĩa là áp suất trong chất lỏng là đại lượng vô hướng.

Tuy nhiên, cũng cần lưu ý áp suất của chất lưu trên bề mặt lại có đặc tính của vector vuông góc với bề mặt của nó.

1.1.2. Định luật Pascal

Từ định nghĩa chất lỏng lý tưởng, tức là từ điều kiện chuyển trượt hoàn hảo của các phần tử, có thể trực tiếp suy ra định luật Pascal (Blaise Pascal (1623 – 1662)):

Trong chất lỏng, áp suất truyền đi mọi hướng đều bằng nhau.

Nếu bỏ qua ảnh hưởng của chiều cao cột áp, thì ở mọi điểm trong chất lỏng, áp suất đều như nhau.

Định lý Pascal cũng có thể chứng minh được bằng định luật bảo toàn năng lượng.

Trên hình 1.3 là nguyên lý làm việc của máy ép thủy lực; chúng ta có thể diễn tả:

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \text{ hay } F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

Bằng cách chọn tỷ lệ chênh lệch giữa hai bề mặt A_2/A_1 lớn, chúng ta dễ dàng đạt được lực F_2 tác động vào pistong 2 lớn hơn nhiều lần so với lực F_1 ở pistong 1 (coi A_2/A_1 như hệ số khuếch đại lực).

Nếu bỏ qua ma sát, công giãn nở trên pistong 1 phải bằng công nhận được tại pistong 2:

$$\Delta W = \Delta W_1 = \Delta W_2$$

Như vậy, nếu chuyển động của pistong là Δl_1 và Δl_2 thì ta có đẳng thức:

$$\Delta W = F_1 \Delta l_1 = F_2 \Delta l_2$$

Giả định áp suất riêng ở vị trí của hai pistong là khác nhau p_1 và p_2 , từ phương trình trên ta có thể viết:

$$p_1 A_1 \Delta l_1 = p_2 A_2 \Delta l_2$$

Nhưng do cả hai dịch chuyển của pistong đều thỏa mãn điều kiện thể tích không đổi (bảo toàn thể tích), nên ta có thể viết:

$$\Delta V = A_1 \Delta l_1 = A_2 \Delta l_2$$

Từ đó suy ra: $p_1 = p_2 = p$

1.2. CHẤT LỎNG DƯỚI TÁC ĐỘNG CỦA TRỌNG TRƯỜNG

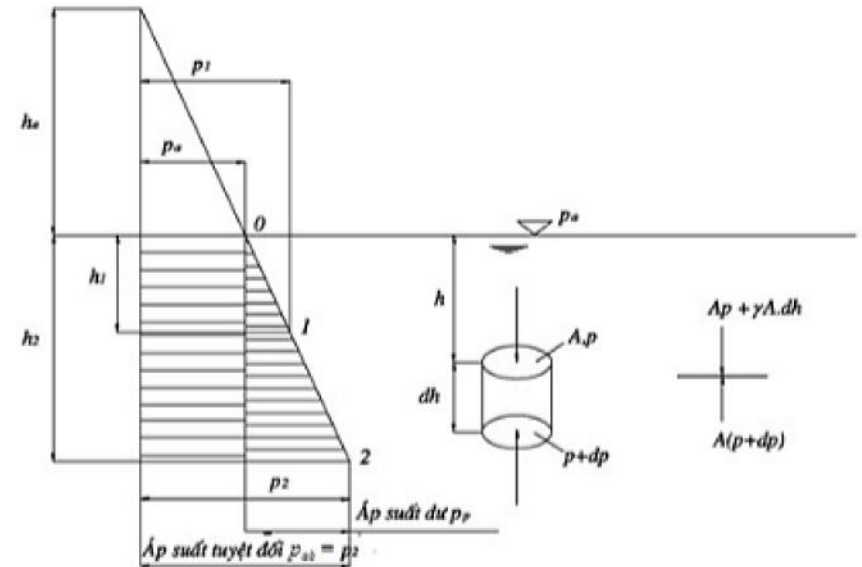
1.2.1. Gia số áp suất trong chất lỏng

Chất lỏng có trọng lượng riêng $\gamma = \rho g$ hay khối lượng riêng ρ dưới tác động của gia tốc trọng trường g và tiếp xúc với không khí tĩnh có áp suất p_a tạo thành mặt thoáng H (hình 1.4).

Ta tách một trụ nhỏ thẳng đứng có đáy là A và chiều cao là dh . Tác động ngang chung quanh chất lỏng tự triệt tiêu. Áp suất riêng ở đáy trên ở độ sâu h chính là p ; giá trị tăng lên ở đáy dưới ($p + dp$) là do tác động của trọng lượng khối trụ: $dG = \gamma A dh$;

Từ điều kiện cân bằng lực ở chiều dọc suy ra:

$$Ap + \gamma A dh - A(p + dp) = 0$$



Hình 1.4. Gia số áp suất trong chất lỏng

Như vậy độ gia tăng áp suất trong chất lỏng sẽ là:

$$dp = \gamma dh = \rho g dh \quad (1.4)$$

Với giả thiết mật độ chất lỏng không thay đổi, sau khi tích phân ta được:

$$p_2 - p_1 = \gamma (h_2 - h_1)$$

Nếu ta bắt đầu từ mặt thoáng ($h_1 = 0$) và ở đó áp suất trên

toàn bộ mặt chất lỏng bằng áp suất khí quyển, $p_1 = p_a$, ta sẽ xác định được áp suất ở một độ sâu bất kỳ h :

$$p - p_a = \gamma h$$

$$\text{hay } p = p_a + \gamma h \quad (1.5)$$

Như vậy có thể phát biểu: Áp suất trong chất lỏng tỷ lệ với độ sâu; ở cùng độ sâu, áp suất giống nhau.

Phương trình (1.4) cũng có thể sử dụng để tính cả cho trường hợp áp suất trong cột chất lỏng được hút lên từ mặt thoáng (hình 1.5).

Tại điểm N, ở độ cao h_n , áp suất p_n bằng tích phân theo quãng đường từ M_o đến N

$$\int_{M_o}^N dp = \int_{M_o}^N \gamma dh$$

$$p_n - p_a = \gamma \int_{M_o}^N dh = \gamma (h_n - h_m)$$

vì cột áp tại điểm M (giống như tại M_o) bằng h_n ; còn tại điểm N, cột áp bằng 0, nên ta có:

$$p_n = p_a + \gamma (0 - h_n)$$

$$p_n = p_a - \gamma h_n \quad (1.6)$$

Mặt khác nếu chúng ta coi ở điểm M áp suất trong chất lỏng cũng phải bằng p_a như ở điểm M_o trên bề mặt, thì biểu thức (1.6) cũng được suy ra từ điều kiện cân bằng cột chất lỏng ở độ cao h_n , bởi vì:

$$p_n + \gamma h_n = p_M = p_{M_o} = p_a$$

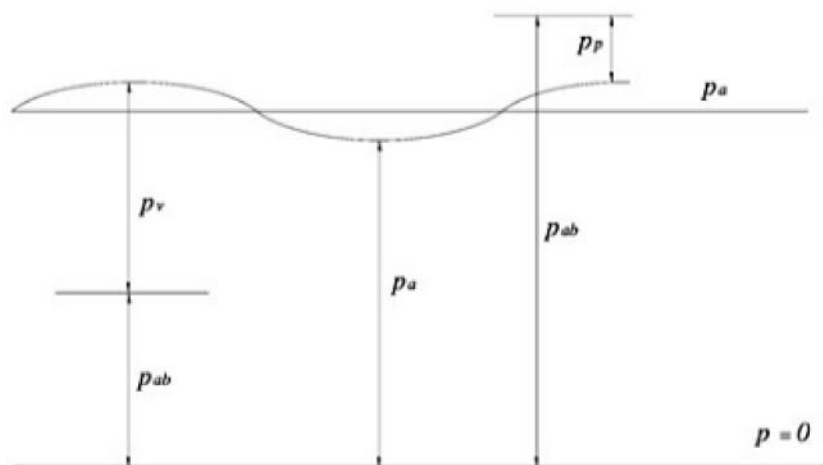
$$\text{hay } p_n = p_a - \gamma h_n$$

Áp suất của chất khí trong trường hợp $p > p_0$, được xác định bằng biểu thức:

$$p = p_a + \rho gh$$

Từ đó suy ra, áp suất toàn phần (hay áp suất tuyệt đối p_{ab}) bằng tổng áp suất khí quyển p_a và áp suất dư (số đo của đồng hồ) p_p (hình 1.6; hình 1.7a)

$$p_{ab} = p_a + p_p$$



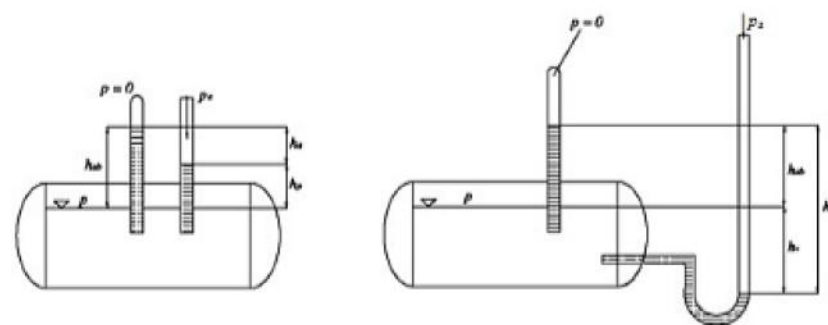
Hình 1.6. Áp suất tuyệt đối, áp suất dư và áp suất chân không

Ngược lại, nếu trong bình là áp suất âm thì áp suất tuyệt đối bằng hiệu số của áp suất khí quyển p_a và áp suất âm p_v (hình

1.6; hình 1.7b)

$$p_{ab} = p_a - p_v$$

Để đo áp suất người ta dùng các loại áp kế (nước, thủy ngân, màng, điện, số,...). Các chỉ số đo áp suất được thể hiện trên hình 1.7a,b.



a. Áp suất dương (áp suất dư) b. Áp suất âm (chân không)

Hình 1.7. Đo áp suất

Đo áp suất dư (a)

Áp suất khí quyển: $p_a = \gamma \cdot h_a$

Áp suất tuyệt đối: $p_{ab} = \gamma \cdot h_{ab} = \gamma \cdot (h_a + h_p)$

Áp suất dư $p_p = \gamma \cdot h_p = \gamma \cdot (h_{ab} - h_a)$

Đo chân không (b)

Áp suất khí quyển: $p_a = \gamma \cdot h_a$

Áp suất tuyệt đối: $p_{ab} = \gamma \cdot h_{ab} = \gamma \cdot (h_a - h_v)$

Độ chân không: $100 \frac{h_v}{h_a} \%$

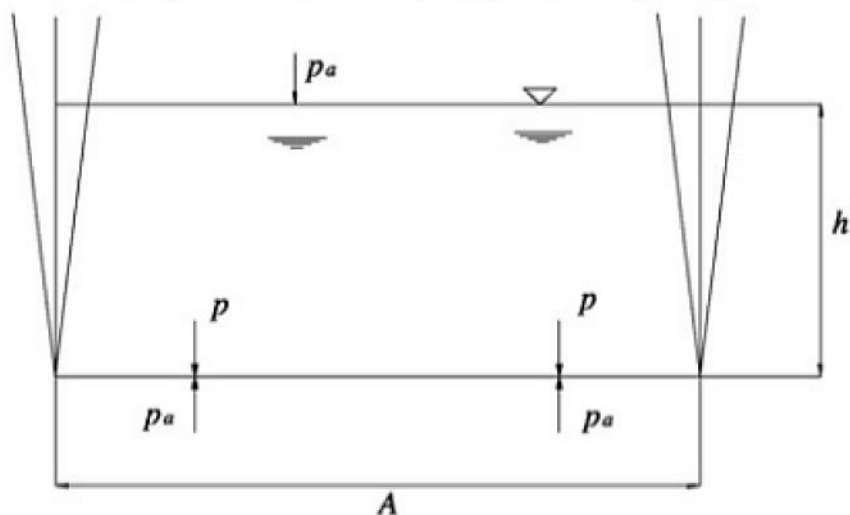
Trong trường hợp nhiệt độ của môi chất khác 0°C do giãn nở của thủy ngân, ta cần phải tính chuyển đổi cột áp thủy ngân

sang 0°C thông qua biểu thức:

$$h_a = h (1 - 0,000072.t)$$

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, áp suất ở điểm N không bao giờ được phép là chân không. Đối với chất lỏng thực áp suất ở vị trí này không được giảm tới mức để chất lỏng bị hóa hơi hoặc chất khí hấp thụ được giải phóng.

1.2.2. Áp lực lên đáy bình (Nghịch lý thủy tĩnh)



Hình 1.8. Áp lực lên đáy bình

Ta khảo sát lực tác dụng trên một đáy phẳng nằm ở độ sâu h

cách mặt thoáng (hình 1.8). Áp suất riêng cùng tác động lên khắp các vị trí của đáy là: $p = p_a + \gamma h$

Tổng hợp lực tác động lên toàn bộ diện tích đáy: $F = pA = (p_a + \gamma h).A$

Nhưng, mặt khác từ phía dưới đáy áp suất p_a cũng tác động ngược lên, nên khi tính toán ứng suất đáy, hoặc ứng suất bulông ghép thì chỉ cần kể đến tác động của áp suất dư:

$$F_p = (p - p_a)A = \gamma h.A = \gamma V = G$$

ở đây V là thể tích; G là trọng lượng chất lỏng chứa trong bình lặn khối hoặc trụ với diện tích đáy A và chiều cao h của chất lỏng.

Tuy nhiên, do có sự trượt các phân tử chất lỏng nên áp suất riêng nêu trên không phụ thuộc vào hình dáng của đáy, do vậy lực tổng hợp tác động lên đáy từ áp suất dư $p_p = \gamma h$ sẽ luôn là $F_p = \gamma h.A = G$.

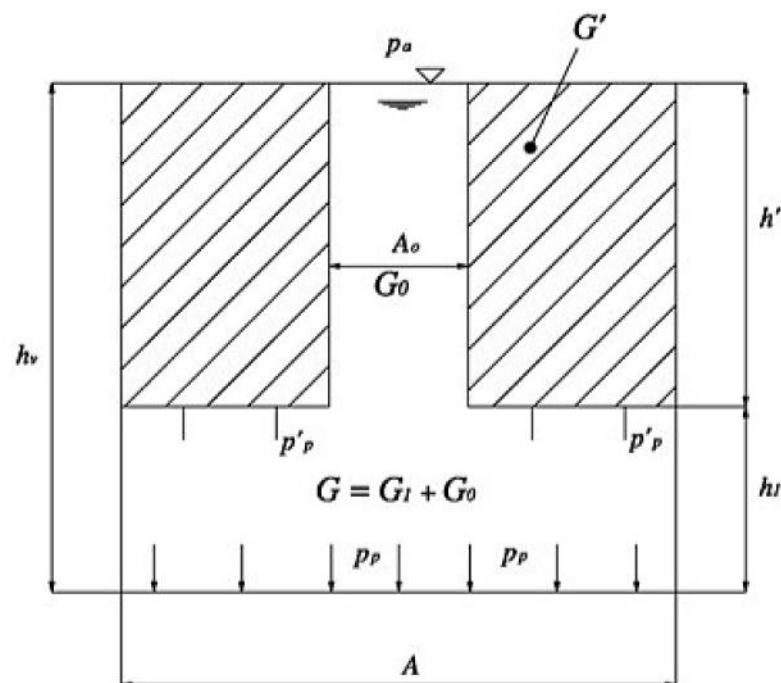
Trong trường hợp như diễn tả trên hình 1.9, lực này lớn hơn trọng lượng G của chất lỏng.

Hiện tượng trên gọi là Nghịch lý thủy tĩnh, giải thích hiện tượng này phụ thuộc vào việc chất lỏng đồng thời tác động áp

suất dư $p'_p = \gamma h'$ vào diện tích nắp bình $(A - A_o)$ theo hướng ngược lên, như vậy hiệu số giữa áp suất tác động lên đáy và trọng lượng thực tế của chất lỏng trong bình bằng trọng lượng của chất lỏng trong thể tích gạch chéo (hình 1.9).

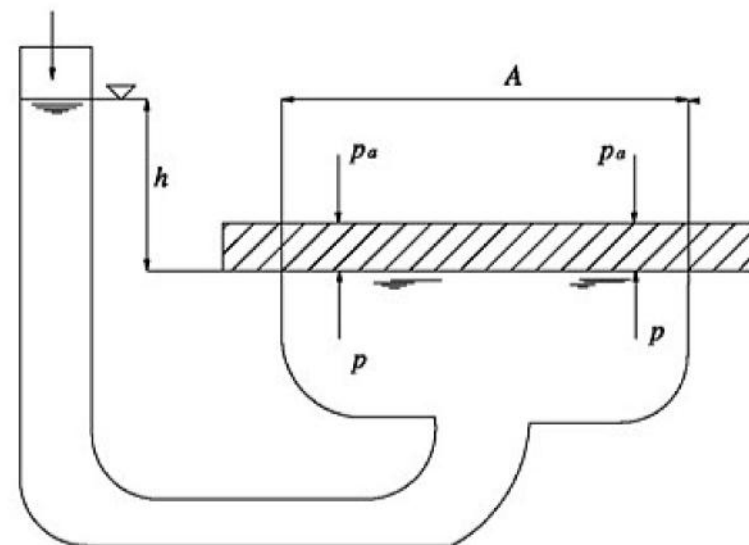
$$F_p - G = \gamma h' (A - A_o) = G'$$

$$\text{Từ đó, ta có: } F_p = G + G' \quad (1.7)$$



Hình 1.9. Hiệu ứng nghịch lý thủy tĩnh

Hiệu ứng này được sử dụng vào việc thiết kế chế tạo gọn nhẹ các cơ cấu mở nắp (hoặc điều chỉnh) bằng thủy lực (hình 1.10).



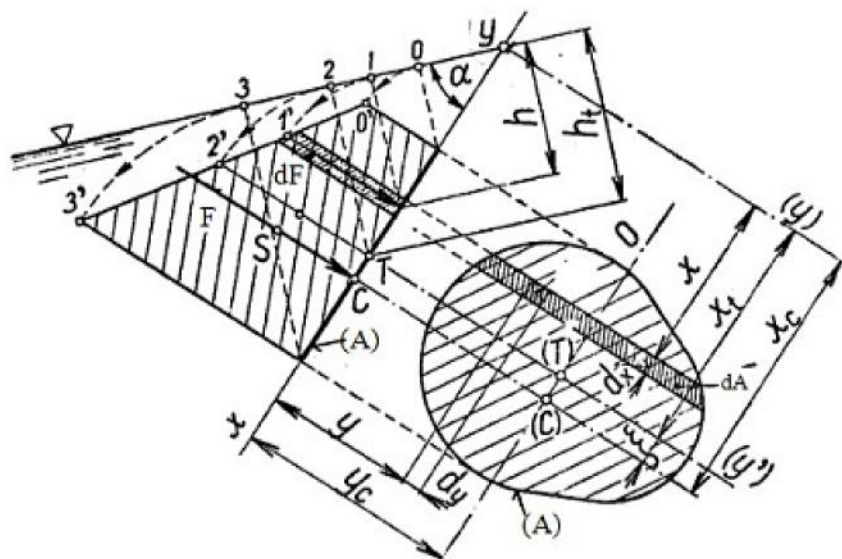
Hình 1.10. Ứng dụng nghịch lý thủy tĩnh

Trên hình 1.10, lực nâng (mở) nắp bằng $\gamma \cdot h \cdot A$ không phụ thuộc vào các kích thước khác của cơ cấu thiết bị.

1.2.3. Áp suất trên vách nghiêng

Phần trên chúng ta đã khảo sát tác động lực của cột chất lỏng lên mặt nằm ngang. Phần này chúng ta đề cập đến lực tác

động của chất lỏng lên mặt nghiêng, thường được ứng dụng khá rộng rãi trong thực tiễn (đê, hồ, đập chứa, đập chắn,...).



Hình 1.11. Áp lực lên vách nghiêng

Lực phân tố dF tạo ra do áp suất dư trong chất lỏng tác động lên bề mặt phân tố dA , theo hình 1.11:

$$dF = p dA = \gamma \cdot h \cdot dA$$

Lực này tác động vuông góc với phân tố bề mặt và bằng trọng lượng của lăng khối có đáy là dA và chiều cao h (h tạo nên do quay điểm 1 một góc α theo cung 11').

Áp suất toàn phần trên bề mặt A (có hình dáng và kích thước như đã được quay lật trên mặt chiếu quanh trục x) được xác định bằng tích phân:

$$F = \int_A p dA = \gamma \int_A h dA = \gamma V \quad (1.8)$$

Giá trị này đúng bằng trọng lượng chất lỏng của lăng khối hoặc hình trụ cắt vật được tạo ra trên đáy A sao cho trong mỗi điểm của nó tương ứng với chiều cao bằng đúng độ sâu dưới mặt thoáng của chất lỏng.

Bởi vì thể tích V của cột có thể diễn tả bằng tích của diện tích đáy A và độ sâu h_t của trọng tâm T dưới mặt thoáng, nên $F = \gamma h_t A = p_t A$.

ở đây p_t là áp suất dư trong trọng tâm của bề mặt đáy A .

Lực tổng hợp F hướng vuông góc với mặt phẳng vách, dĩ nhiên sẽ không đi qua trọng tâm T của đáy, mà qua trọng tâm S của khối vật thể. Tọa độ x_c xác định vị trí của nó có thể tính một cách rất đơn giản từ đẳng thức moment đối với trục y được tạo bởi mặt phẳng nghiêng và mặt thoáng. Điều kiện cân bằng moment thỏa mãn biểu thức:

$$x_c F = \int_A x dF$$

$$\text{Từ đó xác định được cánh tay đòn: } x_c = \frac{\int_A x dF}{F} = \frac{\int_A x' h dA}{\int_A h dA} = \frac{\int_A x' h dA}{h_t A}$$

Bởi vì $h = x \sin \alpha$ và $h_t = x_t \sin \alpha$; α là góc giữa vách và mặt thoáng nên:

$$x_c = \frac{\sin \alpha \int_A x^2 dA}{\sin \alpha \int_A x dA} = \frac{\int_A x^2 dA}{x_t A} = \frac{J_y}{I_y}$$

Vị trí điểm đặt C của áp lực tổng hợp gọi là tâm thủy tĩnh; như vậy vị trí điểm đặt được xác định bằng tỷ số giữa moment quán tính J_y và moment tĩnh I_y của bề mặt A đối với trục cắt y của mặt thoáng và mặt phẳng nghiêng.

Nếu chúng ta đưa vào biểu thức cuối cùng moment quán tính J_t của bề mặt A đối với trục y' đi qua trọng tâm T của bề mặt song song với trục y và giá trị bán kính quán tính $i^2 = \frac{J_t}{A}$, thì theo lý thuyết cơ học sẽ thỏa mãn:

$$J_y = A x_t^2 + J_t = A(x_t^2 + i^2)$$

$$I_y = A x_t$$

$$\text{Và như vậy: } x_c = \frac{J_y}{I_y} = x_t + \frac{i^2}{x_t} = x_t + \xi$$

Như vậy tâm thủy tĩnh C nằm dưới trọng tâm T của bề mặt A một khoảng cách là:

$$\xi = \frac{i^2}{x_t}$$

* Nếu bề mặt A đối xứng qua trục O, vuông góc với pháp tuyến (vết cắt) y, thì phần tử dA có thể tách ra như một dải phẳng ở độ sâu h. Như vậy, đương nhiên tâm thủy tĩnh sẽ nằm trong trục đối xứng O.

* Trong trường hợp bề mặt không đối xứng, khi tính toán áp suất toàn phần có thể tiến hành tương tự, song để tìm vị trí điểm đặt C thì phần tử bề mặt phải chọn như một đại lượng vô cùng nhỏ vì phân bậc 2, đó là $d^2A = dx dy$. Từ điều kiện moment đối với trục x suy ra tọa độ thứ hai của tâm thủy tĩnh C là y_c :

$$y_c.F = \iint_A y d^2F$$

$$y_c . \gamma . h_t . A = \iint_A y . \gamma . h d^2A$$

$$y_c x_t . \sin \alpha . A = \iint_A x . y . \sin \alpha d^2A$$

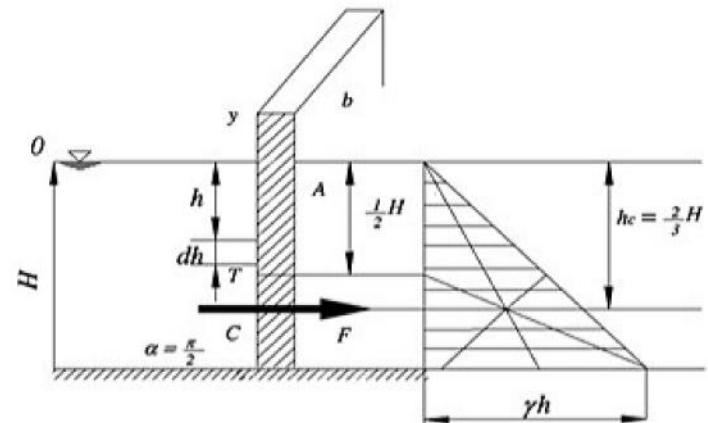
Từ đó

$$y_c = \frac{\iint_A xy dx dy}{\iint_A x dx dy} = \frac{D_{xy}}{I_y}$$

ở đây D_{xy} là moment lệch của bề mặt A với trục x và y .

Kết quả của những luận điểm trên không hề phụ thuộc vào độ nghiêng của vách. Góc α chỉ gặp trong biểu thức xác định độ sâu của điểm đặt C dưới mặt thoáng:

$$h_c = x_c$$



Hình 1.12. Áp lực lên vách thẳng đứng

T : Trọng tâm của bề mặt; C : điểm đặt của lực

Nhân đây chúng ta đề cập đến một trường hợp đặc biệt, đó là vách thẳng đứng (hình 1.12) ($\alpha = \pi/2$).

Áp suất nước lên vách có độ rộng b xác định theo (1.8) bằng biểu thức:

$$F = \int_0^H p.dA = \int_0^H \gamma . h . b dh = \frac{1}{2} \gamma . b . H^2$$

Mặt khác cũng có thể trực tiếp viết như tích số của diện tích A và áp suất riêng trong trọng tâm của nó:

$$F = b.H.\gamma. \frac{H}{2} = \frac{1}{2} \gamma b H^2$$

Điểm đặt C của áp lực F được suy ra từ tỷ số moment J_y / I_y của hình chữ nhật bH đối với trục y:

$$h_c = \frac{\frac{1}{3} b H^3}{\frac{1}{2} b H^2} = \frac{2}{3} H$$

Giá trị này dĩ nhiên cũng đồng thời là trọng tâm của tam giác diễn tả ứng suất vách. Đó cũng là biến thiên áp suất riêng phụ thuộc vào độ sâu.

1.2.4. Áp lực lên mặt cong

Để khảo sát trường hợp này, ta có thể dùng hai phương pháp:

1. Trên bề mặt cong A (hình 1.13) giữa 3 mặt phẳng tọa độ tác động từ bên ngoài vào môi trường chất lưu một áp suất riêng là p. Bởi vì lực phân tử dF tác động vuông góc vào phân tử bề mặt dA, nên ở mỗi một vị trí nó có một hướng khác nhau; do vậy cần phải tính tổng hợp lực tác động vào chất lưu bằng tích phân không gian

Chúng ta phân tích lực ra các thành phần của pháp tuyến N

theo các góc tọa độ α, β, γ .

Tích phân từng thành phần của lực phân tử, ta nhận được:

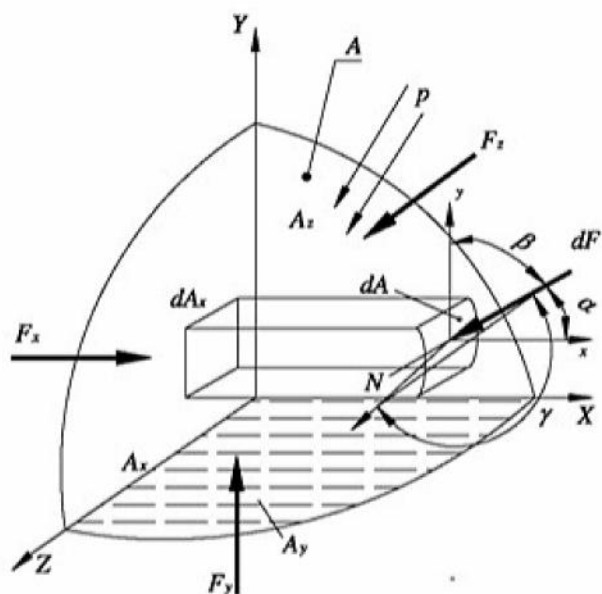
Đối với trục x:

$$F_x = \int_A dF_x = \int_A dF \cos \alpha = \int_A p dA \cos \alpha = \int_A p dA_x$$

Đối với trục y và z:

$$F_y = \int_A p dA_y \text{ và } F_z = \int_A p dA_z$$

Như vậy thành phần của áp lực tổng hợp được xác định trên mặt chiếu tương ứng của nó.



Hình 1.13. Áp lực lên mặt cong

Áp lực tổng hợp F của môi trường xung quanh lên bề mặt cong A được xác định bằng tổng hợp vector của từng thành phần:

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$$

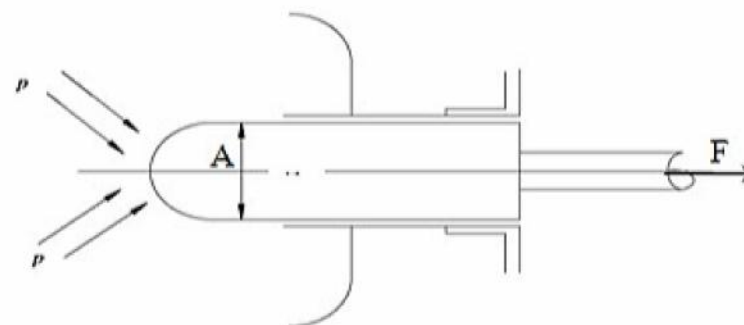
Một cách tổng quát có thể thay thế nó bằng lực và moment.

Nếu như áp suất riêng p của chất lưu trong toàn bộ bề mặt A là không đổi thì đối với thành phần của lực tổng hợp chúng ta có

biểu thức đơn giản:

$$F_x = pA_x \quad F_y = pA_y \quad F_z = pA_z$$

Ví dụ, với bơm piston như trên hình 1.14, lực tổng hợp trong piston $F = pA$ được xác định chỉ do áp suất trên tiết diện của piston trong khoang chèn, bởi vì diện tích của các mặt cắt chính là mặt chiếu của bề mặt đầu trục trong hướng đang khảo sát.

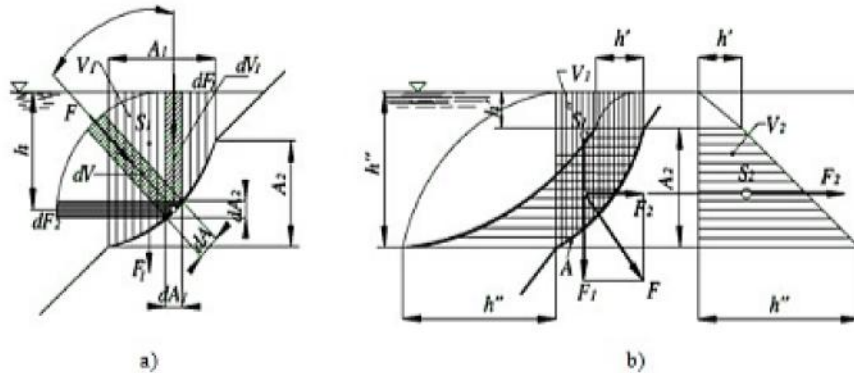


Hình 1.14. Áp lực lên đầu trục

Nếu như không thể bỏ qua được tác động của trọng trường thì đương nhiên cần phải tính thêm sự thay đổi áp suất riêng theo độ sâu của chất lỏng. Bởi vậy chúng ta phân tích lực thành các thành phần theo chiều dọc và ngang.

Lực tác động vuông góc lên bề mặt cong dA do áp suất dư (hình 1.15):

$$dF = p dA = \gamma h dA$$



Hình 1.15. Ảnh hưởng trọng trường của cột chất lỏng

Thành phần theo chiều dọc của nó là:

$$dF_1 = dF \cos \varphi = \gamma h dA \cos \varphi = \gamma h dA_1 = \gamma dV_1$$

ở đây dV_1 - thể tích phân tử của cột dọc

dA_1 - mặt chiếu của dA

Tích phân trên toàn bộ bề mặt A , với trọng lượng riêng chất lỏng không thay đổi ta nhận được:

$$F_1 = \gamma \int_A h dA_1 = \gamma V_1$$

Như vậy tác động dọc của chất lỏng lên bề mặt cong được xác định bằng trọng lượng cột dọc giữa bề mặt nén và mặt

thoảng, nó đi qua trọng tâm S_1 của cột chất lỏng (hình 1.5a,b).

Thành phần theo chiều ngang: Để dễ dàng diễn tả, chúng ta coi bề mặt A có dạng hình trụ; thành phần lực tác động ngang sẽ là:

$$dF_2 = dF \sin \varphi = \gamma h dA \sin \varphi = \gamma h dA_2$$

$$F_2 = \int_A p dA_2 = \gamma \int_A h dA_2 = \gamma V_2$$

Như vậy tác động ngang của chất lỏng lên bề mặt cong A lại xác định bằng áp lực lên hình chiếu A_2 vào mặt phẳng đứng và có giá trị bằng trọng lượng của chất lỏng ở cả hai phần gạch ngang (hình 1.15b).

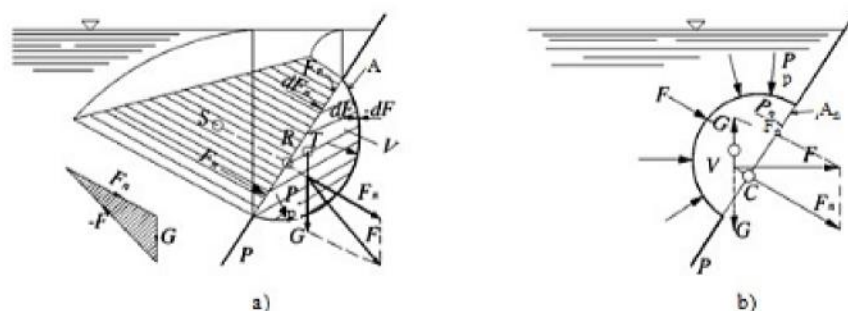
Để tính toán độ lớn của lực tác dụng và vị trí điểm đặt S_2 , chúng ta có thể sử dụng phương pháp giống như ở bề mặt phẳng (so sánh hình 1.11).

Cả hai thành phần F_1 và F_2 đi qua trọng tâm S_1 và S_2 của khối chất lỏng có thể cộng vector thành áp lực tổng hợp trên bề mặt cong:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

2. Cũng đầu bài như thế, thông thường có thể giải bằng

phương pháp đơn giản hơn - phương pháp mặt phân cách – mặt cắt ảo.



Hình 1.16. Phương pháp mặt phân cách

Chúng ta hãy hình dung rằng, lỏng vào trong chất lỏng một mặt phân chia hay còn gọi là mặt phẳng phân cách (hay mặt phẳng thay thế P – mặt cắt ảo) (hình 1.16a), tách chòm V nằm giữa bề mặt cong A và phần chất lỏng còn lại.

Áp lực tổng hợp lên mặt cong A được xác định được như sau: Chúng ta cộng vector thêm vào lực F_n do chất lỏng nén vào mặt cắt A_n từ phía bên trái, vector trọng lượng G chứa trong thể tích V:

$$\vec{F} = \vec{F}_n + \vec{G}$$

Điều này có thể chứng minh được dựa vào nguyên lý sau:

Ngoại lực tác động lên chất lỏng có thể tích V nằm giữa hai

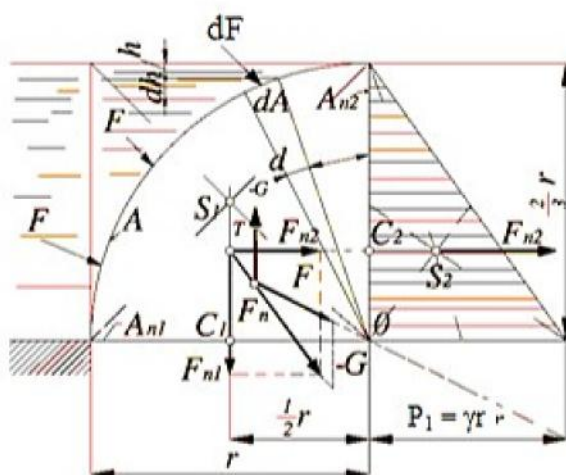
bề mặt A và A_n phải trong trạng thái cân bằng: trước hết là tổng hợp áp lực F_n ở bên trái phân ngăn cách tác động vào bề mặt A_n trong mặt phẳng phân cách, tiếp theo là trọng lượng G chất lỏng trong chòm, cuối cùng là phản lực R_s của bề mặt cong A lên chất lỏng này. Phản lực này bằng nhưng ngược chiều với áp lực tổng hợp của toàn bộ chất lỏng F lên bề mặt này.

Từ điều kiện cân bằng tam giác lực, chúng ta nhận được biểu thức:

$$\vec{F}_n + \vec{G} - \vec{F} = 0$$

Nếu mặt ngăn cách P khép không gian V mà không chứa chất lỏng (hình 1.16b), thì phải trừ phần trọng lượng $G = \gamma V$ khi phản lực F_n tác động lên mặt phân cách A_n :

$$\vec{F} = \vec{F}_n - \vec{G}$$



Hình 1.17. Mặt trụ chống tràn

Chúng ta có thể sử dụng phương pháp này với các mặt phẳng phân cách cả cho việc phân tích áp lực chất lỏng thành các thành phần.

Ví dụ, chúng ta có một mặt trụ chống tràn có bán kính r (hình 1.17) và chiều dài l .

Trong hướng thẳng đứng, lực tác động lên bề mặt phân cách ngang $A_n = r.l$ có trọng tâm S_1 một lực là:

$$F_{n1} = p_1 A_{n1} = \gamma r^2 l$$

Theo hướng ngang, lực tác động vào mặt phẳng thẳng đứng A_{n2} một lực là

$$F_{n2} = \int_{A_{n2}} p dA_{n2} = \gamma \int_0^r h l dh = \frac{1}{2} \gamma r^2 l$$

ở độ sâu $\frac{2}{3}r$, tức là đi qua trọng tâm S_2 của tam giác lực.

Từ tổng hợp của hai lực $\vec{F} = \vec{F}_{n1} + \vec{F}_{n2}$ chúng ta trừ đi giá trị vector trọng lượng nước chứa trong $\frac{1}{4}$ thể tích khối trụ $G = \frac{1}{4} \gamma \pi r^2 l$ sẽ được áp lực tổng hợp của nước trên bề mặt vách tràn:

$$\vec{F} = \vec{F}_n - \vec{G}$$

Ở đây áp lực tổng hợp phải đi qua trục 0 của khối trụ, bởi vì tổng tất cả các áp lực thành phần hướng tâm

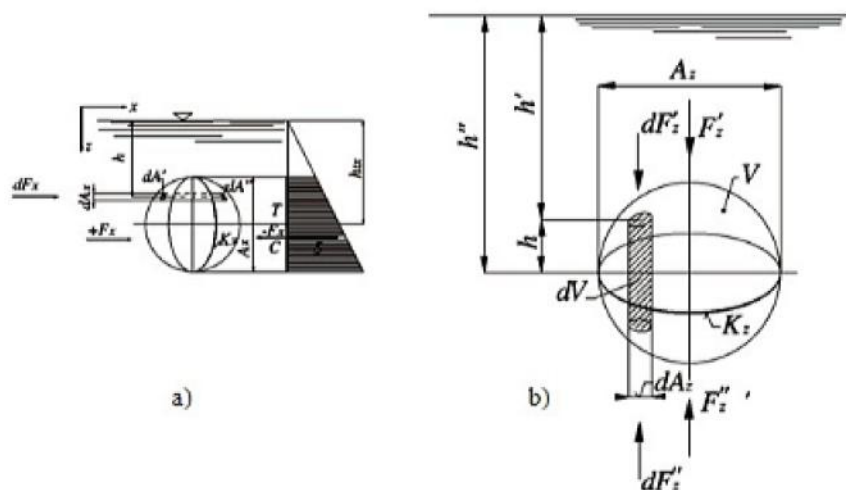
$$dF = p dA = \gamma h l r d\theta$$

luôn tác động vuông góc với bề mặt $dA = l r d\theta$

1.2.5. Lực nâng. Định luật Archimed. Vật thể bơi

Chúng ta khảo sát hành vi của chất lỏng đồng chất lên vật thể ngâm (vật thể lặn) hình 1.18. Xét tác động lực theo hai chiều

Theo chiều ngang (hình 1.18a)



Hình 1.18. Khảo sát lực nâng

Áp lực ngang tác động vào hai phía của phân tử ở cùng một độ sâu tự cân bằng nhau (vì có cùng cường độ nhưng ngược chiều). Kết luận này cũng thỏa mãn cho cả trường hợp lực tổng hợp tác động ngang trong cùng độ sâu. Một cách tổng quát có thể viết:

$$|F_x| = \gamma h_{tx} A_x$$

ở đây A_x là diện tích mặt chiếu của biên dạng K_x .

Theo chiều dọc (hình 1.18b):

Trường hợp này, tác động lên hai bề mặt phân tử có cùng hình chiếu dA_z là hai áp lực khác nhau. Lực tác động theo hướng xuống dưới:

$$dF'_z = \gamma h' dA_z \rightarrow F'_z = \int_{A_z} \gamma h' dA_z$$

nhỏ hơn theo hướng lên trên:

$$dF''_z = \gamma h'' dA_z \rightarrow F''_z = \int_{A_z} \gamma h'' dA_z$$

Hiệu số của chúng:

$$F_v = F''_z - F'_z = \int_{A_z} \gamma h dA_z = \int_V \gamma dV = G$$

chính là trọng lượng của chất lỏng trong thể tích V do vật thể choán. Nó có chiều đi lên, do đó gọi là Lực nâng (hay Lực đẩy).

Chúng ta có thể nhận được kết quả tương tự nếu hình dung rằng, không gian mà vật thể chiếm được thay thế bằng chất lỏng. Trong trạng thái tĩnh, ngoại áp lực tác động lên thể tích này phải cân bằng với lực hút của trái đất lên khối lượng chất lỏng.

Những kết quả trên là nội dung của định luật Archimed; Và nó được phát biểu như sau:

Tác động tổng hợp của áp lực (hay là Lực nâng) phải bằng trọng lượng của chất lỏng bị vật thể chiếm nhưng ngược chiều.

Định luật Archimed có thể ứng dụng để xác định trọng lượng riêng của chất rắn; Quy trình xác định như sau:

Trước hết, chúng ta cân vật thể có trọng lượng riêng γ_t chưa biết trong không khí (chính xác nhất là trong chân không) và có được trọng lượng:

$$G_1 = \gamma_t V$$

ở đây V là thể tích chưa biết (do hình thù vật thể có thể rất phức tạp)

Sau đó chúng ta cân vật thể trong nước (đã biết trọng lượng riêng γ_n) và xác định được trọng lượng của nó trong đó có xét đến lực đẩy (trọng lượng này đã kể đến ảnh hưởng của lực đẩy):

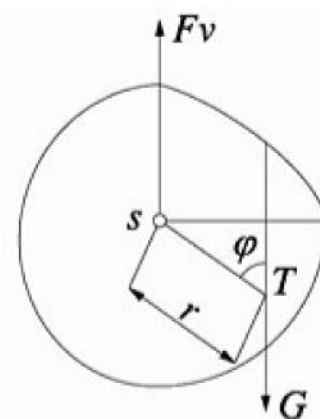
$$G_2 = (\gamma_t - \gamma_n)V$$

Từ hai phương trình trên ta tìm được trọng lượng riêng của vật thể bằng biểu thức:

$$\gamma_t = \frac{G_1}{G_1 - G_2} \gamma_n$$

Hiển nhiên, lực đẩy F_v phải tác động vào trọng tâm của vật thể ảo (thay thế bằng chất lỏng); Có nghĩa là đối với chất lỏng đồng chất, lực tác động đúng vào trọng tâm S của nó.

Điểm đặt này (S), tất nhiên cũng không nhất thiết phải trùng với trọng tâm T của vật thể, nếu khối lượng của nó phân bố không đều (hình 1.19).



Hình 1.19. Phân bố lực trong vật bơi

Một cách tổng quát, có thể phân chia thành các trường hợp sau:

- Trọng lượng vật thể đúng bằng lực đẩy:

$$G = F_v$$

Vật thể không nổi cũng không chìm, song nó dao động do ngẫu lực

$$M = G \cdot r \cdot \sin \varphi$$

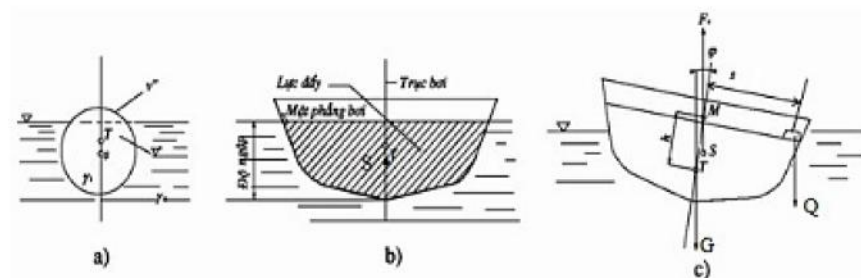
trong đó theo vector tác động có thể kết hợp cả moment lực ma sát.

Nếu như mặt phẳng của ngẫu lực tổng hợp không vuông góc với trục quán tính chính của vật thể, thì sẽ sinh ra chuyển động chao đảo.

- Nếu $G > F_v$, vật sẽ chìm theo một chuyển động phức tạp cho tới khi trọng tâm của nó chiếm được vị trí thấp nhất có thể

- Nếu $G < F_v$, vật thể sẽ nổi lên một cách từ từ (từng phần) cùng với sự giảm của lực đẩy. Quá trình này xảy ra cho tới khi lực đẩy cân bằng với trọng lượng vật thể. Sau khi đứng yên cả trọng tâm T và điểm đặt S cùng nằm trên một đường thẳng đứng (hình 1.20a).

Trong thực tế, đối với tàu thuyền tùy thuộc vào độ lớn và cách bố trí trọng tải, vị trí tương đối của T và S có thể như ở hình 1.20b, c.



Hình 1.20. Vị trí tương đối của vật thể

1.3. CÂN BẰNG TƯƠNG ĐỐI CỦA CHẤT LỎNG

Sự tồn tại của chất lỏng đứng yên trong một bình chuyển động đối với không gian tuyệt đối gọi là cân bằng tương đối.

Trong trường hợp như vậy, tác động vào chất lỏng ngoài trọng lực ra còn có các lực khối lượng khác tương ứng với gia tốc xác định theo các định luật cơ học. Như vậy chúng ta nhận được gia tốc tổng hợp R, có liên hệ với không gian mà bình chuyển động. Ở những điều kiện đặc biệt, một cách tổng quát cũng cần xem xét cả những tác động khác như từ trường, điện trường (chẳng hạn bơm điện từ vận chuyển chất lỏng nóng chảy (Na, K) trong nhà máy điện nguyên tử hoặc bảo quản khí ion hóa trong điện trường,...).

Khi khảo sát cân bằng tương đối của chất lỏng, chúng ta

thường phải xem xét và xác định các đặc điểm và thông số sau đây:

- Áp suất riêng trong một vị trí bất kỳ của chất lỏng;
- Độ lớn và điểm đặt của áp lực tổng hợp trên bề mặt liên kết;
- Hình dáng đặc trưng của mặt thoáng chất lỏng được hình thành khi tiếp xúc với môi trường.

Sau đây ta xây dựng phương trình cơ bản cho trạng thái cân bằng của chất lỏng

1.3.1. Phương trình Euler thủy tĩnh

Để xây dựng phương trình Euler thủy tĩnh, chúng ta khảo sát cân bằng tương đối của chất lỏng trong không gian 3 chiều x, y, z (hình 1.21). Gia tốc tương đối tổng hợp có thể phân tích thành 3 thành phần:

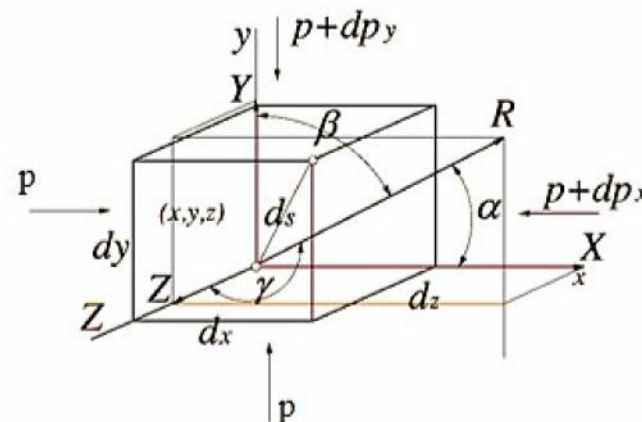
$$\vec{R} = \vec{X} + \vec{Y} + \vec{Z}$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$X = R \cos \alpha$$

$$Y = R \cos \beta$$

$$Z = R \cos \gamma$$



Hình 1.21. Xây dựng phương trình Euler thủy tĩnh

Độ gia tăng của áp suất riêng theo từng trục có thể xác định từ phương trình cân bằng khối lượng phần tử của chất lỏng:

$$dm = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

Lực tác động theo hướng x thỏa mãn:

$$p.dy.dz - (\rho + dp_x).dy.dz = X.dm = 0$$

Thay dm vào đẳng thức trên ta có:

$$dp_x = \rho \cdot X \cdot dx$$

Như vậy, áp suất riêng trong một điểm bất kỳ của chất lỏng tĩnh chỉ phụ thuộc vào vị trí của điểm khảo sát, tức là $p = f(x, y, z)$; sự thay đổi áp suất theo hướng x cũng có thể diễn tả theo vi phân riêng phần của hàm p theo x:

Từ phương trình trên ta có:

$$dp_x = \frac{\partial p}{\partial x} dx = \rho X dx \quad (1.9a)$$

Tương tự cho trục y, z:

$$dp_y = \frac{\partial p}{\partial y} dy = \rho Y dy \quad (1.9b)$$

$$dp_z = \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho Z dz \quad (1.9c)$$

Bởi vì áp suất riêng là đại lượng vô hướng, nên sự thay đổi toàn phần của áp suất trong một khoảng cách $ds = f(x, y, z)$, hay

$$\vec{ds} = \vec{dx} + \vec{dy} + \vec{dz}$$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

$$dx = ds \cos \alpha$$

$$dy = ds \cos \beta$$

$$dz = ds \cos \gamma$$

Có thể diễn tả bằng tổng các gia số thành phần

$$dp = dp_x + dp_y + dp_z = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \quad (1.10a)$$

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz) \quad (1.10b)$$

Đó là phương trình Euler thủy tĩnh. Nó được phát biểu như sau:

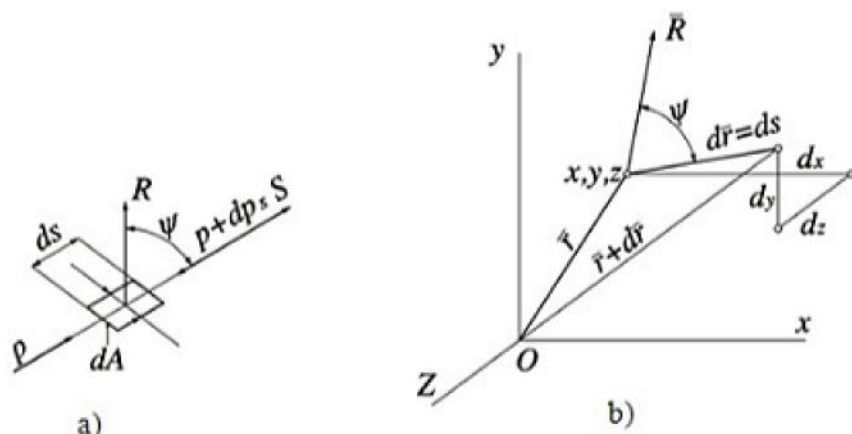
Gia số áp lực riêng trong chất lưu theo một hướng nào đó bằng tích số của khối lượng riêng, thành phần ngoại gia tốc và khoảng cách cho trước.

Biểu thức xác định gia số áp suất trong chất lỏng cũng có thể đưa ra trực tiếp từ hình 1.22a. Chúng ta viết phương trình cân bằng lực tác động vào phân tử theo hướng 1:

$$pdA + R \cos \psi . dm = (p + dp) . dA$$

Sau khi thay $dm = \rho . dA . dl$, ta có

$$dp = dp_s = \rho R \cos \psi \cdot dl$$



Hình 1.22. Gia tốc tương đối tổng hợp

Nếu như điểm x, y, z (hình 1.22b) được xác định dưới dạng vector tức là hướng và kích thước của tia $\vec{r}$ sẽ là quãng đường dl được xác định hoàn toàn bằng vi phân $\vec{dr}$, biểu thức xác định gia tăng áp suất sẽ có dạng:

$$dp = \rho \vec{R} \cdot \vec{dr} \quad (1.10c)$$

và bởi vì $R dl \cos \psi$ lại chính lại là tích vô hướng $\vec{R} \cdot \vec{dr}$, nên dp có giá trị như ở (1.10b).

1.3.2. Bề mặt thoáng – bề mặt đẳng áp

Nếu ta đặt về phải của các phương trình (1.10a), (1.10b) và

(1.10c) xác định gia số áp suất riêng trong chất lỏng bằng không, chúng ta sẽ nhận được điều kiện cần phải thỏa mãn khi áp suất p là hằng số:

$$\rho \cdot R \cos \psi \cdot ds = 0 \quad (1.11)$$

Để đạt được điều kiện (1.11), góc ψ phải có giá trị $\pi = \pi/2$ tức là thành phần khoảng cách ds phải vuông góc với gia tốc R (hình 1.23).

Đó cũng chính là điều kiện của bề mặt, trên đó giá trị áp suất luôn là hằng số:

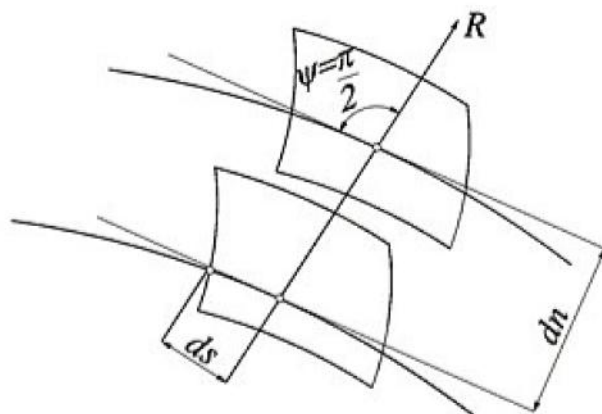
$$p = \text{const}$$

Mặt khác dưới dạng vector có thể diễn tả:

$$\rho \vec{R} \cdot \vec{dr} = 0$$

Đó chính cũng là điều kiện:

$$\vec{R} \perp d\vec{r}$$



Hình 1.23. Bề mặt thoáng

Điều đó có nghĩa là các điểm nút của tia $\vec{r}$ tạo ra mặt thoáng vuông góc với bề mặt tức thời của vector gia tốc ở mọi điểm.

Cuối cùng, chính phương trình:

$$\rho(Xdx + Ydy + Zdz) = 0$$

cũng cho thấy sự phụ thuộc vào gia số tọa độ x, y, z của những điểm nằm trên bề mặt thoáng.

Như vậy, một cách khái quát, có thể nói tất cả các biểu thức suy ra từ điều kiện $dp = 0$ đều là những phương trình vi phân của hệ bề mặt thoáng.

Trong những phương trình trên, khối lượng riêng ρ đã trở thành nhân tố tích phân; tuy nhiên thông số này cũng rất khó xác định.

Nếu chúng ta bỏ qua ảnh hưởng của nhiệt độ, thì đối với chất lỏng có thể đặt $\rho = \text{const}$ trong toàn bộ không gian, còn đối với chất khí thì mật độ không đổi trong phạm vi cùng một bề mặt thoáng, nhưng khi chuyển sang một bề mặt khác thì mật độ lại phụ thuộc vào áp suất. Giữa hai bề mặt liền kề nằm trong khoảng cách dn sẽ xuất hiện chênh lệch áp suất $dp = \rho \cdot R \cdot dn$. Với một khoảng cách hữu hạn tích phân sẽ triển khai theo gia tốc tổng hợp R .

Trong trường hợp tổng quát, chúng ta xác định gia số áp suất riêng giữa hai điểm bất kỳ 1, 2 bằng tích phân từ một trong những phương trình cơ bản (1.9; 1.10).

$$p_2 - p_1 = \int_{x_1, y_1, z_1}^{x_2, y_2, z_2} \rho(Xdx + Ydy + Zdz) = \int_1^2 \rho R \cos \psi dl = \int_{r_1}^{r_2} \rho R d\vec{r} \quad (1.12)$$

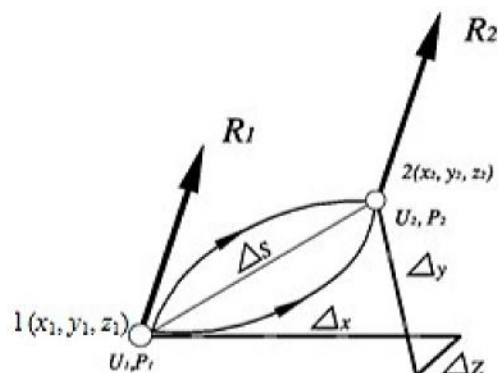
Với giới hạn dưới “1” chúng ta chọn điểm có áp suất p_1 biết trước, thông thường là điểm trên mặt thoáng.

Trước khi giải quyết một số bài toán có ý nghĩa thực tiễn, chúng ta đưa ra một số các khái niệm cơ bản quan trọng về thế lượng.

1.3.3. Thế lượng ngoại gia tốc

Trong trạng thái cân bằng, áp suất riêng trong mọi điểm của chất lưu phải có một giá trị xác định và do vậy không phụ thuộc vào quãng đường từ điểm nó đến điểm kia của không gian (hình 1.24).

Do đó gia số áp suất hay tỷ số dp/ρ phải là vi phân toàn phần của một hàm vị trí nào đấy $U(x, y, z)$ mà giá trị của nó chỉ phụ thuộc vào tọa độ của vị trí.



Hình 1.24. Thế lượng ngoại gia tốc

Quan hệ này được diễn tả bằng biểu thức:

$$\frac{dp}{\rho} = dU \quad [(1.13)]$$

Từ đó chúng ta dễ dàng đưa ra dạng đơn giản nhất của

phương trình mặt thoáng:

$$dU = 0; \quad U = \frac{p}{\rho}$$

Trong đó, mỗi một mặt thoáng tương ứng với một giá trị áp suất đã chọn p .

So sánh phương trình (1.10b) và (1.13) ta xác định được hàm số $U(x, y, z)$:

$$dU = Xdx + Ydy + Zdz \quad (1.14)$$

U gọi là thế lượng ngoại gia tốc R . Nó có các thành phần theo trục x, y, z là X, Y, Z .

Như vậy, bằng cách đưa khái niệm thế lượng vào, chúng ta đã thay hệ thống vector phải được xác định cả độ lớn và hướng trong không gian bằng hệ thống các giá trị vô hướng U .

Trường vector $\vec{R}$ diễn tả bằng biểu thức (1.14) tương ứng với trường vô hướng U , trong đó chênh lệch thế lượng giữa hai điểm

$$U_2 - U_1 = U(x_2, y_2, z_2) - U(x_1, y_1, z_1) = \int_1^2 (Xdx + Ydy + Zdz) \quad (1.15)$$

Đại lượng U có đặc trưng là công, song không bao giờ có thứ nguyên là công.

Ngược lại, nếu chúng ta muốn chuyển trường thế lượng $U(x, y, z)$ thành trường vector tương ứng, thì có thể suy ra từ thực tế dU là vi phân toàn phần của thế lượng U được xác định bằng tổng hợp các gia số thành phần của nó.

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz \quad (1.16)$$

So sánh với phương trình (1.14) ta được:

$$X = \frac{\partial U}{\partial x}; Y = \frac{\partial U}{\partial y}; Z = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (1.17)$$

Các thành phần X, Y, Z của vector có giá trị bằng sự thay đổi tương đối của thế lượng U .

Do đó, chúng ta có thể viết

$$\vec{R} = \text{grad}U \quad (1.18)$$

Vector ở bất kỳ một điểm nào trong không gian cũng đều được xác định bằng gradient (hay giáng) của thế lượng tương ứng U .

Để có thể sử dụng được các biểu thức trên, tức là để vector gia tốc $\vec{R}$ thực tế có thế lượng, thì các thành phần của nó phải thỏa mãn:

$$\frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x}; \quad \frac{\partial Y}{\partial z} = \frac{\partial Z}{\partial y}; \quad \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{\partial X}{\partial z} \quad (1.19a)$$

Chúng ta có thể kiểm chứng được sự xác thực của chúng,

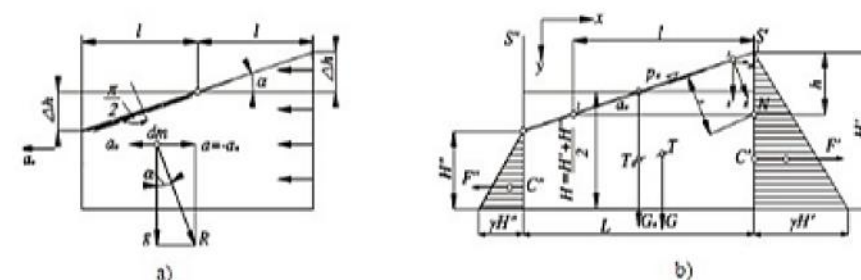
nếu thay X, Y, Z bằng các biểu thức từ phương trình (1.17), ta nhận được đẳng thức vi phân bậc hai:

$$\frac{\partial(\rho X)}{\partial y} = \frac{\partial(\rho Y)}{\partial x}; \quad \frac{\partial(\rho Y)}{\partial z} = \frac{\partial(\rho Z)}{\partial y}; \quad \frac{\partial(\rho Z)}{\partial x} = \frac{\partial(\rho X)}{\partial z} \quad (1.19b)$$

Những quy luật tổng quát vừa đưa ra được áp dụng để khảo sát cân bằng tương đối của chất lỏng trong bình chuyển động so với mặt đất.

1.3.4. Bình chuyển động tịnh tiến

Trước tiên chúng ta xác định hình dáng của mặt thoáng và tỷ số áp suất trong bình chuyển động thẳng ngang với gia tốc không đổi a (hình 1.25a) không phụ thuộc vào tốc độ chuyển động của bình.



Hình 1.25. Cân bằng tương đối của chất lỏng

Khi khảo sát sự cân bằng tương đối, theo nguyên lý d'Alembert, bình được coi như trạng thái tĩnh.

Tác động của lực quán tính do khối lượng của chất lỏng phản hồi lại gia tốc a_u , được diễn tả bằng gia tốc bổ sung $a = -a_u$, có độ lớn và hướng giống gia tốc chuyển động mang nhưng có chiều ngược lại.

Gia tốc quán tính a kết hợp với gia tốc trọng trường g , tạo thành gia tốc tổng hợp tương đối $\vec{R}$:

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{g}$$

$$\text{hay } R = \sqrt{a^2 + g^2}$$

Độ nghiêng của mặt thoáng tổng hợp so với mặt phẳng ngang sẽ là:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g}$$

Ở bình hình khối có chiều dài $2l$, độ tăng của mặt thoáng so với nó lúc đứng yên là:

$$\Delta h = l \cdot \operatorname{tg} \alpha = l \cdot \frac{a}{g} \quad (1.21)$$

Khi tính toán áp suất riêng ở một điểm bất kỳ của chất lỏng, chẳng hạn trong điểm N nằm trên vách ở độ sâu h (hình 1.25b) tốt nhất là nên bắt đầu từ mặt thoáng với áp suất của khí quyển P_a .

Gia số áp suất xác định được bằng tích phân phương trình (1.4) sẽ cho giá trị quá áp dư.

$$PPN = P_{abN} - P_a$$

PPN - áp suất dư tại điểm N

P_{abN} - áp suất tuyệt đối tại điểm N

Đơn giản nhất là tích phân theo hướng một trong các trục x , y và để tiện lợi ta chọn chiều dương của trục y theo hướng đi xuống.

Thành phần gia tốc tương đối tổng hợp sẽ là:

$$X = R \cdot \sin \alpha = a; Y = R \cdot \cos \alpha = g$$

Như vậy, có thể xác định gia số áp suất theo các cách sau đây:

1. Theo trục y khi tích phân từ điểm (1) theo hướng thẳng xuống, đương nhiên chỉ tồn tại thành phần thẳng đứng $Y = g$, nên: $dp_{PN} = \rho \cdot g \cdot dy$

$$dp_{PN} = \rho \int_0^h g \cdot dy = \rho \cdot g \cdot h = \gamma \cdot h$$

2. Theo chiều x khi tích phân từ điểm (2), ngược lại chỉ cần

xét tác động của gia tốc theo chiều ngang, nên: $dp_{PN} = \rho \cdot a \cdot d$

$$dp_{PN} = \rho \int_0^l a \cdot dx = \rho \cdot a \cdot l, \quad \text{nhưng } a = g \cdot \tan \alpha; \quad l = \frac{h}{\tan \alpha}$$

nên
$$dp_{PN} = \rho \cdot g \cdot \tan \alpha \cdot \frac{h}{\tan \alpha} = \rho \cdot g \cdot h = \gamma \cdot h$$

3. Kết quả tương tự chúng ta cũng có thể đạt được bằng cách tích phân trên đường từ điểm (3) nằm trên đường dẫn của gia tốc tổng hợp R:

$$dp_{PN} = \rho \cdot R \cdot \cos \psi \cdot ds$$

$$p_{PN} = \rho \int_0^s R \cdot \cos \theta \cdot ds = \rho \cdot R \cdot s, \quad \text{nhưng } s = h \cdot \cos \alpha; \quad R = \frac{g}{\cos \alpha}$$

do đó:
$$p_{PN} = \rho \cdot \frac{g}{\cos \alpha} \cdot h \cdot \cos \alpha = \rho \cdot g \cdot h = \gamma \cdot h$$

Bây giờ chúng ta xác định áp lực lên vách bình.

Áp lực toàn phần lên vách S' của bình có chiều rộng B theo hình 1.25b sẽ là

$$F' = B \cdot H' \cdot \frac{1}{2} \gamma H' = \frac{1}{2} \cdot B \cdot \gamma H'^2$$

Lực này có điểm đặt C' nằm ở độ sâu $\frac{2}{3} \cdot H'$ lẽ dĩ nhiên lớn hơn

ở trạng thái tĩnh.

Ngược lại áp lực toàn phần của khối chất lỏng lên vách đối diện S'' giảm xuống giá trị:

$$F'' = \frac{1}{2} \cdot B \cdot \gamma H''^2$$

Hiệu số giữa hai lực F' và F'' đúng bằng lực cần thiết để tăng tốc toàn bộ khối lượng chất lỏng m

$$F = F'' - F' = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot (H' + H'') \cdot (H' - H'')$$

Nhưng theo (1.21) độ nâng mặt thoáng:

$$\Delta H = H' - H'' = \frac{a}{g} L (= \tan \alpha \cdot L)$$

Và nếu ký hiệu:
$$H = \frac{H' + H''}{2}$$

Ta sẽ có:
$$F = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot 2H \cdot \frac{a}{g} L = a \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot L \cdot B \cdot H = m a$$

Độ lớn của áp lực toàn phần lên đáy bình ở đây bằng trọng lượng của chất lỏng là không thay đổi trong quá trình chuyển động, nhưng điểm đặt của nó thì dịch chuyển sang trọng tâm của hình thang T.

Sau đây chúng ta xem xét một vài trường hợp đặc biệt

thường xảy ra trong thực tế:

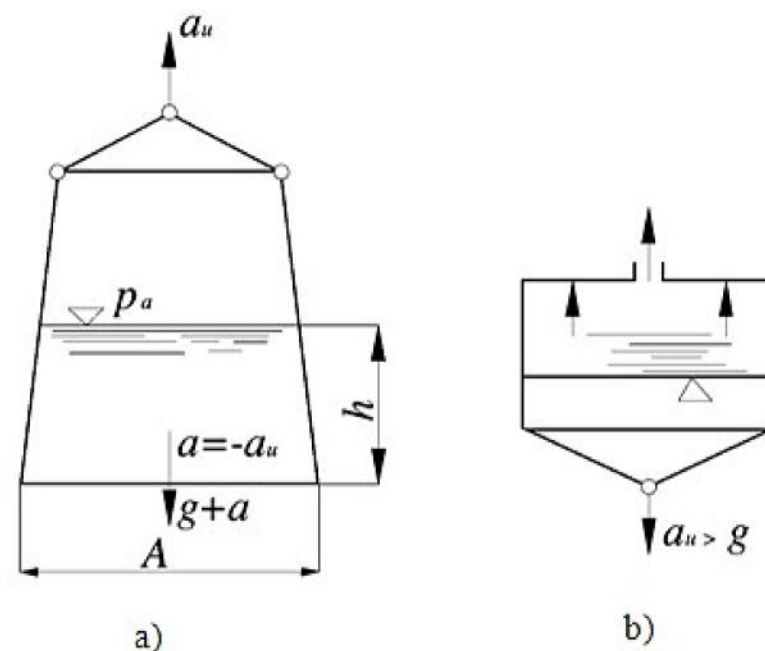
* Khi bình chuyển động tăng tốc lên phía trên thì mặt thoáng vẫn giữ nguyên nằm ngang, nhưng áp lực lên đáy thì tăng (hình 1.26a)

$$F_b = (g + a) \cdot \rho \cdot h \cdot A$$

* Ngược lại khi rơi tự do $a_u = g$; $R = 0$, trong toàn bộ thể tích cùng một áp suất của chất lỏng sẽ có

$$p = p_a$$

Và do ảnh hưởng của lực phân tử nên nó có xu hướng tạo thành giọt.



Hình 1.26. Bình tăng tốc

a. Chuyển động lên; b. Chuyển động xuống

Khi tăng tốc theo chiều thẳng đứng (rơi thẳng đứng tăng tốc) $a_u > g$, thì chất lỏng ngược lại sẽ nén lên nắp bình (hình 1.26b).

Bây giờ chúng ta xét một trường hợp tổng quát: Chuyển động của bình trên mặt phẳng nghiêng.

Phương pháp tiến hành cũng tương tự như trên. Chúng ta

[illegible]

– Nếu không xét đến ma sát, chuyển động tự do trên mặt nghiêng một góc φ sẽ có gia tốc $a_0 = g.\sin\varphi$. Như vậy gia tốc tổng hợp R sẽ vuông góc với mặt phẳng nghiêng và mặt thoáng H sẽ song song với nó. Đó là chuyển động lý tưởng không ma

– Trong trường hợp có ma sát – chuyển động bị hãm, gia tốc mang giảm đi một giá trị a_f

ở đây

- f là hệ số ma sát;

– H^0 Mặt thoáng ngang;

- H Mặt thoáng chuyển động không ma sát;

- H' Mặt thoáng chuyển động có ma sát.

Mặt thoáng H' sẽ vuông góc với gia tốc tổng hợp $\vec{R} = \vec{a} + \vec{g}$, tức là ít nghiêng hơn so với trường hợp không ma sát. Khi tính toán áp lực riêng trong một điểm bất kỳ của chất lỏng, đương nhiên phải kể đến thành phần gia tốc tổng hợp này, vì nó nằm trong quỹ đạo tích phân được chọn.

1.3.5. Bình chuyển động quay

Bình hình trụ quay chung quanh trục đứng với vận tốc góc không đổi:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}, \text{ n là số vòng quay sau 1 phút}$$

Tốc độ mang, tức là tốc độ vòng trên bán kính x là

$$u = x.\omega$$

Gia tốc hướng tâm vuông góc với trục quay:

$$a_d = x.\omega^2 = \frac{u^2}{x}$$

Khi khảo sát sự cân bằng tương đối, phần tử chất lỏng được tách ra ở điểm M. Nếu chúng ta tự cho là nó trong trạng thái hoàn toàn tĩnh, thì đương nhiên theo nguyên lý d'Alembert, phải thay thế gia tốc mang bằng gia tốc ly tâm.

$$\overline{a_c} = -\overline{a_d}$$

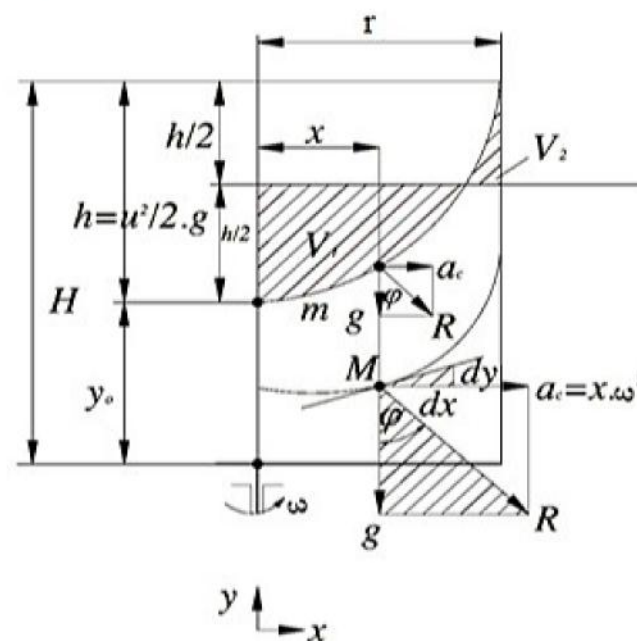
Kết hợp nó với gia tốc trọng trường, ta có gia tốc tổng hợp tương đối:

$$\overline{R} = \overline{g} + \overline{a_c}$$

$$\text{hay } R = \sqrt{g^2 + x^2.\omega^4}$$

Độ nghiêng của nó so với trục thẳng đứng được xác định bằng biểu thức:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a_c}{g} = \frac{x\omega^2}{g} \quad (1.22)$$



Hình 1.28. Bình chuyển động quay

Độ nghiêng này chỉ phụ thuộc vào bán kính x cách trục quay. Như vậy, bề mặt thoáng ở mọi chỗ đều vuông góc với nó nên đương nhiên nó phải là bề mặt quay.

Đỉnh của chúng luôn luôn nằm trên trục quay ($x = 0$), nên thỏa mãn $\tan \varphi = 0$, tức là $\varphi = 0$.

Phương trình vi phân của mặt cắt qua trục (hay là kinh tuyến m) được suy ra từ điều kiện đồng dạng của tam giác gạch chéo, sẽ là:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x\omega^2}{g} \quad \text{hay} \quad dy = \frac{\omega^2}{g} x dx$$

Sau khi tích phân, ta có nghiệm phương trình:

$$y = \frac{x^2 \cdot \omega^2}{2g} + K = \frac{u_x^2}{2g} + K$$

Đó là phương trình dạng parabol, nên bề mặt thoáng ở đây trùng với các paraboloid quay đồng trục có bề mặt được xác định bằng độ lớn của hằng số tích phân K.

Đối với mặt thoáng, hằng số này bằng chính tọa độ của điểm sâu nhất y_0 (với $x=0$).

Một cách tổng quát chúng ta tính hằng số K từ điều kiện: cùng thay đổi thể tích khối chất lỏng V_0 , V_0 trong trạng thái tĩnh. Đối với hình trụ bán kính r, thì điều đó có nghĩa là mặt thoáng ban đầu chia đôi chiều cao h giữa đáy và đỉnh parabol, bởi vì dung

tích của paraboloid quay là $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$

Độ nâng mặt thoáng h có thể xác định từ phương trình trên (với $x = r \rightarrow y = h$).

Độ nâng mặt thoáng h có thể xác định từ phương trình trên (với $x = r \rightarrow y = h$).

$$h = \frac{r^2 \cdot \omega^2}{2 \cdot g} = \frac{u^2}{2 \cdot g}$$

Còn độ nâng mặt thoáng giữa hai bán kính bất kỳ x_1 và x_2 , thì luôn thỏa mãn:

$$\Delta h = y_2 - y_1 = \frac{(x_2^2 - x_1^2) \cdot \omega^2}{2 \cdot g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2 \cdot g} \quad (1.23)$$

Biểu thức $\frac{u^2}{2 \cdot g}$ gọi là chiều cao tốc độ tương ứng với tốc độ vòng u.

Độ nghiêng của tiếp tuyến với mặt cắt kinh tuyến, theo phương trình (1.22) phụ thuộc vào bình phương tốc độ quay. Như vậy đối với bình quay nhanh, chẳng hạn máy nén ly tâm ($n = 11000$ v/p), mặt thoáng tạo được gần như mặt trụ (hình 1.29)¹.

Áp suất riêng ở một điểm M bất kỳ (hình 1.30) chúng ta lại

tính theo phương trình Euler (1.10b); Thành phần nằm ngang của gia tốc tương đối tổng hợp được thay bằng:

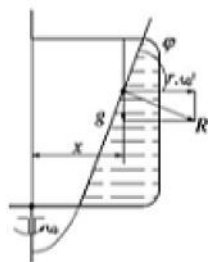
$$X = x \cdot \omega^2$$

Thành phần dọc $Y = -g$ (vì trọng trường có hướng ngược chiều dương của trục y)

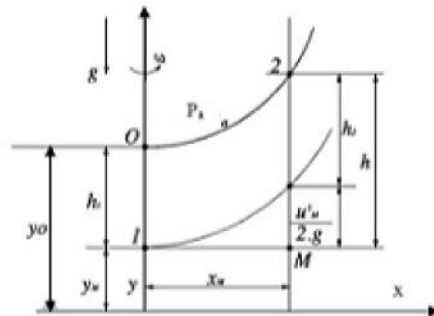
Tích phân phương trình (1.10b) theo quỹ đạo 0-1-M chúng ta có:

$$\int_{p_0}^{p_M} dp = \rho \left(\int_{y_0}^{y_M} Y \cdot dy + \int_0^{x_M} X \cdot dx \right)$$

hay
$$p_{0M} - p_0 = \rho \left(-g \cdot \int_{y_0}^{y_M} dy + \omega^2 \int_0^{x_M} x dx \right) = \rho g (y_0 - y_M) + \rho \cdot \frac{x_M^2 \cdot \omega^2}{2}$$



Hình 1.29. Bình chuyển động siêu tốc



Hình 1.30. Phân tích thành phần trong chuyển động

Như vậy áp suất dư tại điểm M sẽ là:

$$p_{pM} = p_{abM} - p_a = \gamma \cdot h_1 + \gamma \cdot \frac{u_M^2}{2 \cdot g}$$

Trong đó, thành phần đầu tiên được ký hiệu áp suất dư ở điểm 1 chỉ do tác động của trọng trường; thành phần thứ hai xác định sự tăng áp suất dư dọc theo quỹ đạo 1-M, tạo nên do tác động của lực ly tâm.

1.4. MỘT SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA CHẤT LƯU THỰC

Những phần trên chúng ta đã nghiên cứu thủy tĩnh học chất lỏng lý tưởng. Để có thể sử dụng những kết quả này khi khảo sát dòng chất lưu thực, ở đây ta đề cập đến một số tính chất đặc trưng của chất lưu thực.

1.4.1. Hấp thụ khí chất lỏng

1. Thực nghiệm đã xác định rằng nếu chất khí và chất lỏng tiếp xúc với nhau mà không xảy ra phản ứng hóa học thì thể tích chất khí V hấp thụ được cao nhất trong thể tích V_k của chất lỏng, chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ (Định luật Henry, 1803).

Tỷ lệ thể tích:

$$\alpha' = \frac{V}{V_K}$$

theo Ostwald gọi là độ hòa tan chất khí trong chất lỏng và nó không phụ thuộc vào áp suất.

Nếu chúng ta tính chuyển đổi theo Bunsen thể tích thực tế của khí hấp thụ V ở nhiệt độ bất kỳ t (T) thành thể tích ở nhiệt độ cơ bản $0^\circ\text{C} = 273\text{K}$, bằng cách sử dụng biểu thức Gay-Lussac:

$$V_z = \frac{V}{1 + \beta.t}$$

Với giá trị $\beta = \frac{1}{273}$, thì chúng ta sẽ nhận được Hệ số hấp thụ α , được định nghĩa bằng tỷ số V_z/V_K :

$$\alpha = \frac{V_z}{V_K} = \frac{\alpha'}{1 + \beta.t} = \frac{273}{T} \alpha' = \frac{273}{T} \cdot \frac{V}{V_K}$$

Đối với một số chất khí hệ số hấp thụ ở 0°C (và áp suất khí quyển) đại khái như sau:

Oxy: $\alpha_o = 0,0489$

Nitơ: $\alpha_N = 0,0231$

Oxyt cacbon: $\alpha_{CO_2} = 1,713$

Amoniac: $\alpha_{NH_3} = 0,0489$

Cùng với tăng nhiệt độ sự hấp thụ của chất khí sẽ giảm, mới đầu giảm nhanh, sau đó chậm đi một chút.

Với Oxy và Nitơ ở nhiệt độ $t = 40^\circ\text{C}$, thì hệ số hấp thụ chỉ còn $1/2$.

Chúng ta có thể giải thích định luật Henry trên cơ sở thuyết động học chất khí, dựa vào khái niệm cân bằng động lực học:

Hãy hình dung: số lượng phân tử của chất khí đi vào chất lỏng ở trạng thái n_o phải bằng số phân tử ra khỏi chất lỏng. Khi tăng áp suất môi trường, số lượng phân tử hấp thụ vào bề mặt chất lỏng cũng tăng tỷ lệ. Như vậy, nếu sự cân bằng phải được phục hồi thì trong cùng tỷ lệ phải tăng cả số lượng phân tử trong chất lỏng.

Nếu chúng ta muốn tìm trọng lượng chất khí hấp thụ G chất khí lý tưởng (và một cách gần đúng cả ở hơi), chúng ta có thể suy ra từ phương trình trạng thái $pV = rT$.

Khối lượng chất khí hấp thụ sẽ là:

$$m = \frac{p.V}{r.T} = \frac{\alpha.p}{273.r} \cdot V_K$$

Điều đó có nghĩa là ở một nhiệt độ T cho trước, trọng lượng

chất khí tỷ lệ thuận với áp suất chất khí trên mặt thoáng.

2. Hấp thụ hỗn hợp khí

Nếu như chất lỏng tiếp xúc với hỗn hợp khí thì nhân tố quyết định đến sự hấp thụ chính là áp suất riêng phần của từng thành phần hỗn hợp.

Theo định luật Dalton: Trong quá trình hấp thụ, có thể coi chất khí thành phần chiếm toàn bộ không gian trên mặt thoáng.

Nếu chúng ta ký hiệu độ lớn của không gian là V_s , khối lượng của cả hai thành phần m_1 và m_2 , chúng ta sẽ có các áp suất riêng sau đây:

$$p_1 = \frac{m_1 \cdot r_1 \cdot T}{V_s}, p_2 = \frac{m_2 \cdot r_2 \cdot T}{V_s}$$

hoặc là
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1 \cdot r_1}{m_2 \cdot r_2}$$

Nếu chúng ta lại có thể cho rằng cả hai thành phần được phân chia rõ ràng về mọi không gian, thì ở cùng áp suất và nhiệt độ T , mỗi một thành phần sẽ chiếm một thể tích:

$$V_1 = m_1 \cdot R_1 \cdot \frac{T}{p_s} \text{ và } V_2 = m_2 \cdot R_2 \cdot \frac{T}{p_s} \quad (1.24)$$

Liên kết cả hai phương trình (1.23) và (1.24) sẽ có biểu

thức:

$$\varphi = \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

Như vậy, tỷ số áp suất riêng phần cũng giống như thành phần thể tích của hỗn hợp φ .

Tuy nhiên, thành phần của hỗn hợp hấp thụ sẽ khác nhau bởi vì thể tích hấp thụ sẽ phụ thuộc vào hệ số hấp thụ α của từng thành phần, nên

$$\varphi^* = \frac{V_1^*}{V_2^*} = \frac{p_1 \cdot \alpha_1}{p_2 \cdot \alpha_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \cdot \varphi$$

Ví dụ, đối với chất khí chiếm 21% O_2 và 79% N_2 theo thể tích, tỷ số áp suất riêng phần trên bề mặt sẽ là:

$$\varphi = \frac{p_{O_2}}{p_N} = \frac{V_{O_2}}{V_N} = \frac{0,21}{0,79} = 0,265$$

Như trong nước ở nhiệt độ $0^\circ C$, cả hai chất khí trên có tỷ số thể tích:

$$\varphi^* = \frac{0,21}{0,79} \cdot \frac{0,0989}{0,0231} = 0,563$$

Như vậy khả năng hấp thụ của ôxy trong nước gấp đôi trong không khí. Trong ứng dụng kỹ thuật và sinh học, thực tế

này có một ý nghĩa rất quan trọng.

1.4.2. Sức căng bề mặt của chất lỏng. Hiện tượng mao dẫn

Hình dáng bề mặt được tạo ra do chất lỏng tiếp xúc với không khí hay một chất lưu khác do một hiệu ứng đặc biệt – gọi là sức căng bề mặt.

Do ảnh hưởng của độ căng trên bề mặt chất lỏng, mà mặt thoáng trông giống như một màng mỏng. Bởi vì về mặt kỹ thuật tính toán độ dày của màng mỏng không có ý nghĩa gì (nó khoảng 10^{-9}m), nên chúng ta đưa ra khái niệm ứng suất riêng:

$$C = \frac{dT}{dl} \text{ hay } C = \frac{T}{l}$$

ở đây T là lực phân bố theo chiều dài l . Sự xuất hiện rõ nhất của sức căng bề mặt chất lỏng là hiện tượng mao dẫn trong những ống nhỏ có đường kính rất bé. Bởi vậy sức căng bề mặt riêng C gọi là hằng số mao dẫn.

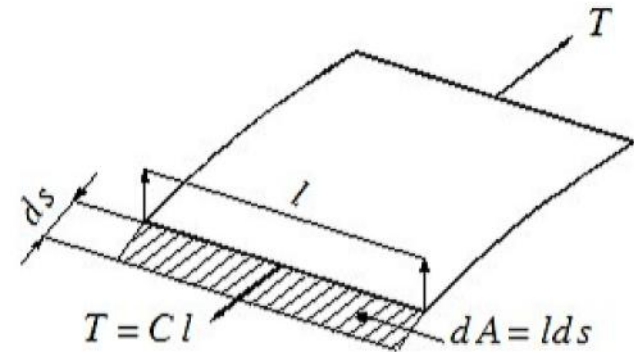
Đôi khi giá trị C cũng được diễn tả với ý nghĩa năng lượng bề mặt, trên một đơn vị bề mặt.

Lực tác dụng lên bề mặt chung quanh có chiều dài l sẽ là (hình 1.31):

$$T = C.l$$

Như vậy, nếu chúng ta tăng diện tích màng dA do trượt cạnh l đi một khoảng ds ($dA = l.ds$), năng lượng bề mặt tăng lên được một lượng:

$$dE = T.ds = C.l.ds = C.dA$$



Hình 1.31. Bề mặt cong

Và một đơn vị diện tích sẽ tiếp nhận một năng lượng: $\frac{dE}{dA} = C$

Như thế rõ ràng là hai định nghĩa hằng số mao dẫn là trùng nhau. Giá trị của nó ở nhiệt độ 20°C có thể như sau:

Nước : $73,95 \cdot 10^{-5} \text{ N/cm}$

Dầu : $(25,5 - 30,06) 10^{-5} \text{ N/cm}$

Thủy ngân : $481,44 \cdot 10^{-5} \text{ N/cm}$

Với nước hằng số mao dẫn gần như tuyến tính với tăng nhiệt độ,

Chẳng hạn: ở 100°C , $C \approx 56 \cdot 10^{-5} \text{ N/cm}$

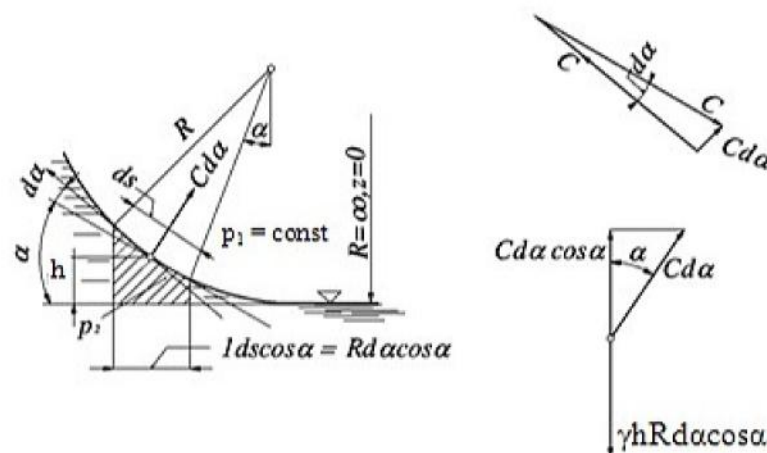
200°C , $C \approx 26 \cdot 10^{-5} \text{ N/cm}$

(C tỷ lệ nghịch với tăng nhiệt độ. Ở gần điểm tới hạn 374°C , $C \approx 0$)

Cũng cần lưu ý rằng những số liệu vừa đưa ra chỉ thỏa mãn với giả thiết rằng, bề mặt chất lỏng tiếp xúc với không khí; bởi vì như sẽ đề cập ở phần sau, ở tình huống khác hằng số mao dẫn sẽ có giá trị khác.

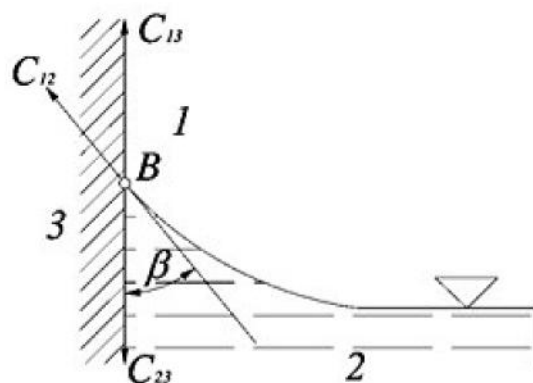
Như vậy hiệu ứng của sức căng bề mặt xuất hiện do chênh lệch áp suất ở hai phía bề mặt cong của chất lỏng. Sau đây ta phân tích một số trường hợp cụ thể:

1. Trường hợp đơn giản nhất, chúng ta khảo sát mao dẫn của chất lỏng ở tấm phẳng thẳng đứng (hình 1.32)



Hình 1.32. Sức căng bề mặt

Trên một phần tử trụ của mặt thoáng với chiều dài cung là ds và độ rộng là 1 (vuông góc với mặt chiếu bằng) tác động hai lực bằng nhau C , nghiêng với nhau một góc đa khép với cùng các bán kính tương ứng có độ cong R .



Hình 1.33. Phân tích lực căng bề mặt

Tổng hợp lực $C.da$ của nó phải cân bằng với quá áp mao dẫn Δp trên bề mặt $1.dS$, như vậy:

$$C.da = \Delta p.dS = (p_1 - p_2).ds$$

Sau khi thay $ds = R.da$, chúng ta có:

$$p_1 - p_2 = \frac{C}{R} \quad (1.25)$$

Sự chênh lệch áp suất này nâng được cột chất lỏng lên một độ cao h . Và như vậy, thỏa mãn:

$$\gamma h = p_1 - p_2 = \frac{C}{R} (\gamma.h)$$

Hiển nhiên là hệ số mao dẫn $C = C_{12}$, ở đây được hiểu là sức căng bề mặt của chất lỏng 2 đối với không khí 1 có trọng

lượng riêng trong trường hợp này được bỏ qua.

Ở vách trong điểm B (hình 1.33) tác động lẫn nhau giữa không khí 1 và vách 3 bằng sức căng bề mặt C_{23} , trong đó từ cân bằng thành phần thẳng đứng của chúng suy ra biểu thức:

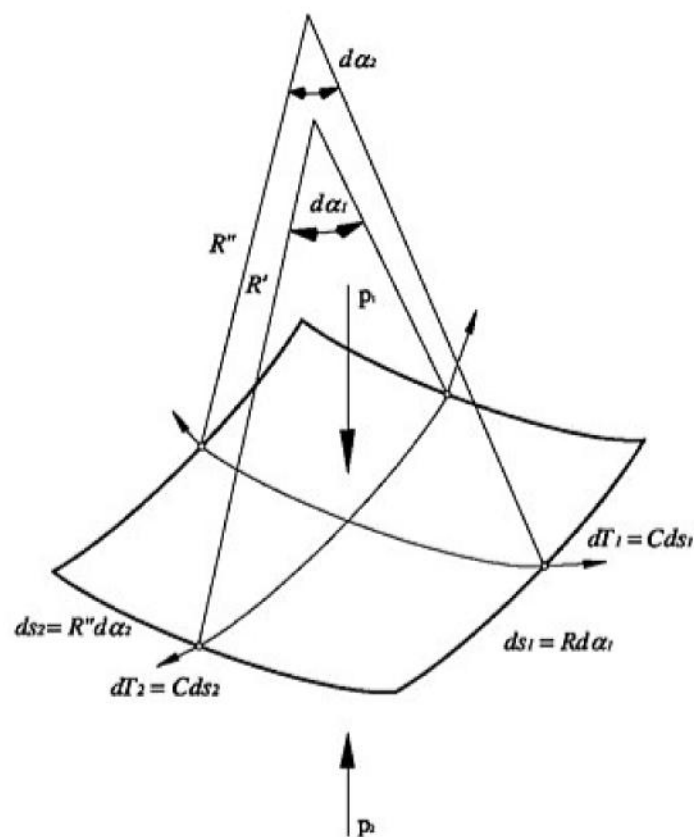
$$C_{12}.\cos\beta = C_{13} - C_{23} \quad (1.26)$$

Từ đó có thể tính toán được góc β , trong đó chứa chất lỏng kết dính với vách (đối với nước, không khí và thủy tinh trong suốt $\beta = 8^\circ$; còn thủy ngân và thủy tinh thường $\beta = -128^\circ$)

Nếu như vách được làm ẩm toàn bộ, thì vế phải của phương trình chuyển thành sức căng C_{12} , như vậy $\cos\beta = 1$; $\beta = 0$.

2. Mặt cong mao dẫn theo hai hướng vuông góc

Nếu như bề mặt của chất lỏng bị làm cong đi theo hai hướng vuông góc với nhau (hình 1.34), có bán kính cong là R' , R'' (theo Euler đối với mỗi loại mặt cắt pháp tuyến thì tổng $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} = \text{const}$),



Hình 1.34. Mặt cong mao dẫn

thì kết hợp với phương trình (1.25), sẽ xác định được quá áp (áp suất dư) trên màng bề mặt chất lỏng:

$$p_1 - p_2 = C \cdot \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} \right) \text{ (theo Laplace)}$$

Để bảo tồn hình thể, bề mặt luôn có xu hướng co lại để diện tích là tối thiểu và tiêu hao năng lượng là nhỏ nhất.

* Bong bóng hỗn hợp bột xà phòng được căng giãn thành một cầu tròn không gian khép kín (chênh áp $\Delta p = 0$); nếu bỏ qua hiệu ứng trọng trường thì nó sẽ tạo một bề mặt có độ cong toàn bộ bằng 0.

$$\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} = 0$$

Trường hợp phải kể đến chênh lệch áp suất giống nhau ở cả hai phía của màng, chúng ta sẽ có một bề mặt với diện tích bé nhất, thỏa mãn phương trình:

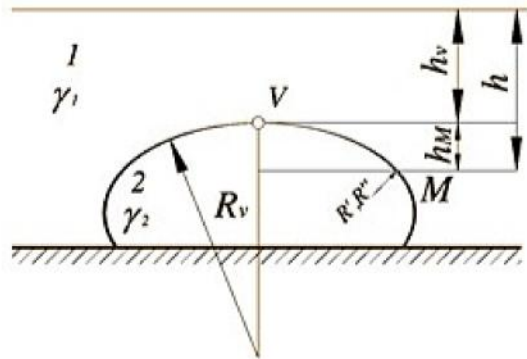
$$\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} = \frac{\Delta p}{C} = \text{const}$$

Các bề mặt này tồn tại một hình cầu đặc biệt có chênh áp:

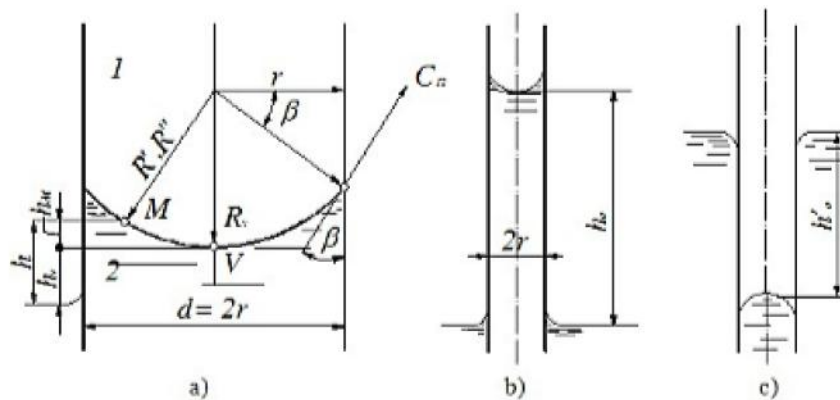
$$p_1 - p_2 = \frac{2C}{R}$$

3. Trường hợp không bỏ qua ảnh hưởng của trọng trường

Trong một số trường hợp, những giọt trong không khí và những bọt trong chất lỏng không bỏ qua được ảnh hưởng trọng trường, thì hình dạng của nó có thể xác định được bằng phương pháp sau:



Hình 1.35. Sự tồn tại của giọt



Hình 1.36. Mặt thoáng trong ống mao dẫn

Áp suất dư trong vị trí M bất kỳ trên bề mặt giọt (hình 1.35) được diễn tả một mặt như hiệu ứng của lực mao dẫn, mặt khác từ chênh lệch áp suất thủy tĩnh giữa điểm V và M:

$$\Delta p = C \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} \right) = p_v + \gamma_2 \cdot h_M - \gamma_1 \cdot h_M$$

Trong đó, áp suất dư mao dẫn ở điểm cao nhất v có giá trị:

$$p_v = \frac{2C}{R_v} = (\gamma_2 - \gamma_1) \cdot h_v$$

Nếu thay bằng chiều cao tương đương của cột chất lỏng, sẽ có giá trị:

$$\Delta p = C \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} \right) = (\gamma_2 - \gamma_1) h$$

ở đây $h = h_v + h_M$

Kết quả trên được ứng dụng trong thực tế bảo vệ và vận chuyển chất lỏng trong các bình chứa lớn. Vách bình tốt nhất là nên có dạng hình giọt (hình 1.35); vì như thế ứng suất chủ yếu chỉ là ứng suất kéo và tiêu hao vật tư chế tạo cũng tối thiểu.

4. Mặt thoáng trong ống hẹp

Tương tự như trên, có thể xác định hình dáng mặt thoáng trong ống hẹp (hình 1.36a), bởi vì đối với điểm M lại thỏa mãn:

$$h = \frac{C}{\gamma_2 - \gamma_1} \left(\frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} \right)$$

Đối với đường kính nhỏ ($d = 20$), trong đó chất lỏng 2 nhô lên khá cao, nên độ vượt z_M có thể bỏ qua so với h_v , như vậy với $h = \text{const}$, bề mặt chất lỏng sẽ có dạng hình cầu với bán kính R . Giá trị áp

được xác định:

$$\Delta p = (\gamma_2 - \gamma_1).h = \frac{2.C}{R} = \frac{2.C_{12}}{r} \cos \beta$$

Sau khi thay biểu thức (1.26), ứng dụng cho điều kiện ở vách, chúng ta có phương trình:

$$(\gamma_2 - \gamma_1).h = \frac{2}{r}(C_{13} - C_{23})$$

Trong trường hợp vách ẩm (hình 1.36b) sẽ là:

$$(\gamma_2 - \gamma_1).h_0 = \frac{2.C_{12}}{r}$$

bởi vì $\beta = 0$, chiều cao h_0 trở nên cao nhất và hằng số mao dẫn có thể xác định được:

$$C_{12} = \frac{r}{2}(\gamma_2 - \gamma_1).h_0$$

Dĩ nhiên biểu thức cuối cùng có thể nhận được trực tiếp nếu chúng ta coi sức căng bề mặt trên chu vi ống cân bằng với trọng lượng chất lỏng trong ống. Trong đó có thể bỏ qua trọng lượng

riêng của không khí, như vậy:

$$2.\pi.r.C_{12} = \pi.r^2.\gamma_2.h_0$$

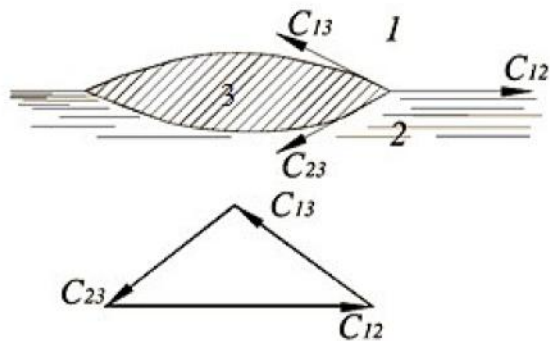
từ đó
$$h_0 = \frac{4.C_{12}}{d.\gamma_2}$$

Chiều cao h_0 gặp trong công thức trên gọi là độ dâng mao dẫn. Độ dâng chất lỏng trong các ống hẹp là rất đáng kể, ở đường kính 0,1 mm độ dâng của nước là 300 mm.

Trong các vật rỗng, xốp, đất canh tác... hiện tượng này đều xuất hiện.

Ngược lại, đối với thủy ngân, nó không dính vách ống thủy tinh mà lại có độ giảm mao dẫn, tức là giảm mặt thoáng. Điều đó đôi khi lại gây khó khăn khi đo áp suất bằng cột thủy ngân (hình 1.36c)

5. Chúng ta khảo sát thêm một trường hợp sự bảo tồn hạt 3, nằm trên mặt thoáng chất lỏng 2 (hình 1.37)



Hình 1.37. Trạng thái bảo tồn hạt

Nếu trên mặt thoáng là không khí 1, chúng ta sẽ có ba sức căng bề mặt C_{12} , C_{23} và C_{13} phải cùng trong trạng thái cân bằng với nhau.

Nếu $C_{12} < C_{13} + C_{23}$ (bảo tồn hạt) thì hạt sẽ được giữ trên bề mặt thoáng, tức là tạo thành mắt dính. Còn nếu ngược lại $C_{12} > C_{13} + C_{23}$ thì chất lỏng 3 sẽ tan ra thành một lớp mỏng trên toàn bộ mặt thoáng.

Những tính chất trên được ứng dụng khá rộng rãi trong kỹ thuật và đời sống, được đề cập trong sách chuyên khảo của các lĩnh vực tương ứng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [1], [5], [7], [8], [9], [10], [14], [16], [20].

PHẦN II ĐỘNG LỰC HỌC DÒNG CHẤT LƯU

Chương 2 NHỮNG TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA CHẤT LƯU

2.1. TÍNH CHẤT NHIỆT ĐỘNG CỦA CHẤT LƯU

2.1.1. Những tính chất cơ bản

Khí động lực học có quan hệ rất mật thiết với các quá trình nhiệt động xảy ra trong dòng chất lưu. Ở đây chúng ta nêu một số các tính chất nhiệt động cơ bản nhất của chất lưu, trong đó chủ yếu là chất khí.

a. Chất khí lý tưởng (chất lưu hoàn thiện)

Trên quan điểm thuyết động học phân tử, chất khí lý tưởng

là tập hợp các chất điểm hoàn toàn đàn hồi, có thể tích bằng không, không tác dụng lực hút (lực cổ kết) vào nhau và thường xuyên chuyển động hỗn loạn.

Chất khí lý tưởng thỏa mãn chính xác các định luật Boyle-Mariotte và Gay-Lussac và chúng có nhiệt dung riêng là hằng số.

b. Chất khí thực

Trong các chất khí thực tồn tại lực hấp dẫn giữa các phân tử và do cấu trúc hóa học mà nó không tuân thủ một cách chính xác các định luật của chất khí lý tưởng. Tuy nhiên trong một khoảng áp suất và nhiệt độ thích hợp, các chất khí thực như O_2 , N_2 , không khí vẫn thỏa mãn phương trình của chất khí lý tưởng với độ chính xác cho phép. Riêng tỷ nhiệt của chất khí thực rất phụ thuộc vào nhiệt độ nên không thể coi là hằng số. Những chất khí như vậy gọi là khí không hoàn thiện.

c. Trạng thái của chất lưu

Những đại lượng vật lý cơ bản đặc trưng cho trạng thái của chất lưu là áp suất p , nhiệt độ T và thể tích V . Nhiệt độ có thể tính theo nhiệt độ Kelvin (còn gọi là nhiệt độ tuyệt đối – ký hiệu là $T^\circ K$) hay nhiệt độ Celsia – ký hiệu là $t^\circ C$ và thỏa mãn tương quan:

$$T^\circ K = t^\circ C + 273 \quad (2.1)$$

Trong nhiều trường hợp thay vì sử dụng thể tích V chúng ta có thể sử dụng thể tích riêng $v = \frac{V}{m}$, trọng lượng G (hay khối lượng m), mật độ (hay còn gọi là khối lượng riêng) ρ .

Áp suất (hay còn gọi là áp lực riêng) trong chất lưu tĩnh được định nghĩa là tỉ số giữa lực tác dụng vuông góc dF và diện tích của phân tử tương ứng dA :

$$p = \frac{dF}{dA} \quad | \quad (2.2)$$

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, về cơ bản chất lỏng chỉ chịu ứng suất nén, còn độ bền kéo của nó thực tế là bằng 0.

Sự thay đổi thể tích khi bị nén có thể xác định từ biểu thức

$$v = v_z \{ 1 - K (p - p_z) \} \quad (2.3)$$

Trong đó K là giá trị nghịch đảo của hệ số nén C : $K = \frac{1}{C}$ được gọi là suất đàn hồi thể tích. Đối với chất khí, do được chứa trong không gian kín nên chỉ thường đề cập đến độ giãn nở.

Tương quan giữa thể tích và nhiệt độ thể hiện qua hệ số giãn nở β được diễn tả bằng biểu thức tổng quát sau:

$$v = v_z \{ 1 + \beta (T - T_z) \}$$

$$v = v_0 (1 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \dots) \quad (2.4)$$

Đối với chất khí, thỏa mãn biểu thức:

$$v = v_0 (1 + \beta t) \quad (2.5)$$

Từ đó suy ra hệ số giãn nở nhiệt:

$$\beta = \frac{1}{v_0} \frac{dv}{dt} \quad (2.6)$$

Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp, sự thay đổi trạng thái của chất lưu do tác động đồng thời của cả áp suất và nhiệt độ. Sự thay đổi này thông qua phương trình trạng thái:

$$pv = rT \quad (2.7)$$

ở đây r là hằng số chất khí

Đối với không khí $r = 287 \text{ [J/kgK]}$

Đối với hơi nước $r = 462 \text{ [J/kgK]}$

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, nếu chất khí ở trạng thái chuyển động thì thông số trạng thái của nó không những hình thành từ tính chất vật lý mà còn phụ thuộc vào đặc trưng động lực của dòng. Một cách tổng quát, những trạng thái này vừa thay đổi khi chuyển từ điểm này sang điểm khác của không gian, vừa thay đổi theo thời gian. Bởi vậy, các thông số p , v , T được coi là đại lượng vừa cục bộ vừa tức thời.

Trong mỗi một điểm của dòng khí chuyển động, thông số trạng thái phụ thuộc lẫn nhau qua phương trình trạng thái (2.7). Tuy nhiên trong thực tế, nhiều trường hợp quan hệ p , v , T phức tạp hơn nhiều.

Trường hợp tổng quát, trong dòng không ổn định thông số trạng thái phụ thuộc vào tọa độ và thời gian:

$$p = p(x, y, z, t) \quad (2.8a)$$

$$v = v(x, y, z, t) \quad (2.8b)$$

$$T = T(x, y, z, t) \quad (2.8c)$$

ở đây x , y , z tọa độ trong không gian

t thời gian.

Mặt khác, khi giải các bài toán về dòng chất lưu nén, ngoài các biểu thức (2.8) chúng ta còn phải xác định trường tốc độ dòng:

$$c_x = c_x(x, y, z, t) \quad (2.9a)$$

$$c_y = c_y(x, y, z, t) \quad (2.9b)$$

$$c_z = c_z(x, y, z, t) \quad (2.9c)$$

ở đây c_x , c_y , c_z là thành phần của vector tốc độ c trong các

trục tương ứng của tọa độ x, y, z .

Đối với chất lưu thực, ngoài những thông số trên còn kể đến một thông số rất quan trọng nữa là độ nhớt. Thông số này sẽ được đề cập đến ở phần sau.

d. Nội năng và dạng thứ nhất của định luật nhiệt động

Một cách tổng quát, nội năng được coi là tập hợp của tất cả các loại năng lượng tiềm ẩn trong một hệ nhiệt động độc lập. Nó bao gồm: nội năng, năng lượng từ và năng lượng nội lực của phân tử và nguyên tử.

Nội năng có liên quan chặt chẽ với định luật nhiệt động I. Khi xây dựng định luật này người ta coi nội năng là tổng nội động năng và nội thế năng.

Nội động năng bao gồm động năng của phân tử và nguyên tử. Đó là năng lượng của các loại chuyển động tịnh tiến, chuyển động quay, dao động và năng lượng của điện tích.

Nội động năng phụ thuộc vào trạng thái của chất lưu và nó được xác định bằng áp suất và nhiệt độ.

Nội thế năng phụ thuộc vào vị trí của chất thể. Nó được xác định bằng lực hút của phân tử và nguyên tử. Ở một nhiệt độ xác định nó phụ thuộc vào trạng thái của chất khí mà chủ yếu là thể tích riêng.

Chất lưu lý tưởng có nội thế năng bằng 0.

Nội năng được xác định bằng hàm số:

$$u = f(p, v, T) \quad (2.10)$$

Sự thay đổi nội năng của chất khí lý tưởng bằng nhiệt lượng cung cấp cho nó ở thể tích không đổi để gia nhiệt thêm một lượng $\Delta T = T_2 - T_1$. Sự thay đổi này có thể diễn tả bằng biểu thức:

$$du = c_v dT \quad (2.11)$$

Dạng thứ nhất của định luật nhiệt động I được diễn tả bằng phương trình:

$$dq = du + pdv \quad (2.12)$$

e. Enthalpy và dạng thứ hai của định luật nhiệt động I

Theo định luật của nhiệt động I, thì thông số

$$i = u + pv \quad (2.13)$$

gọi là enthalpy

Nếu như ở dạng thứ nhất của định luật nhiệt động I nội năng chỉ nói đến năng lượng tiềm ẩn trong vật chất, thì ở dạng thứ hai của định luật nhiệt động I, ngoài thuộc tính đó ra enthalpy còn thể hiện khả năng sinh công (cả công thể tích và

công kỹ thuật) của quá trình.

Từ biểu thức (2.13) có thể viết:

$$d_i = du + p dv + v dp$$

Từ dạng thứ nhất của định luật nhiệt động I (2.12) có thể suy ra dạng thứ hai:

$$dq = d_i - v dp \quad (2.14)$$

Khi $dp = 0$ thì $d_i = dq$. Từ đó có thể suy ra định nghĩa enthalpy như sau:

Sự thay đổi enthalpy của chất lưu lý tưởng bằng nhiệt lượng cung cấp cho nó khi áp suất không đổi để gia nhiệt thêm một lượng $\Delta T = T_2 - T_1$

$$d_i = c_p dT \quad (2.15)$$

f. Entropy

Như đã biết trong nhiệt động học, định luật nhiệt động I đã đưa ra hàm số trạng thái nội năng.

Định luật nhiệt động II Clausius đã đưa ra một hàm số đặc biệt, đánh giá và xác định chất lượng của các quá trình. Ông gọi nó là hàm số trạng thái entropy.

Boltzman là người đầu tiên đã vận dụng thuyết động học để

giải thích và làm sáng tỏ định luật nhiệt động II. Theo ông định luật nhiệt động II chính là định luật về xác suất thống kê. Theo quan điểm lý thuyết Nhiệt động học, mọi quá trình tự nhiên đều xuất phát từ quy luật chuyển động và sắp xếp của các phân tử. Chẳng hạn sự biến đổi cơ năng thành nhiệt năng do ma sát chính là quá trình biến chuyển động có quy luật của phân tử vật chất thành chuyển động hỗn loạn, trên quan điểm năng lượng của mọi chuyển động được phục hồi và tổ chức lại bằng độ gia tăng năng lượng của chuyển động hỗn loạn mất ổn định.

Quy luật phân bố các phân tử trong không gian xác định trạng thái vĩ mô của chúng. Trạng thái vĩ mô chỉ khác nhau ở chỗ phân tử của chúng đổi chỗ cho nhau. Song các phân tử đều rất giống nhau nên về mặt thực nghiệm không thể phân biệt sự khác nhau này. Bởi vậy sự trao đổi phân tử không hề làm thay đổi tính chất vĩ mô của chất lưu, chẳng hạn: mật độ,.... Còn trong trạng thái vĩ mô thì nó được xác định bởi xác suất phân bố của các phân tử. Khi xác suất thay đổi, trạng thái vĩ mô thay đổi và tính chất vật chất cũng thay đổi; ví dụ, thay đổi mật độ, áp suất, nhiệt độ.

Trên cơ sở lý thuyết xác suất chúng ta có thể đánh giá trạng thái của các quá trình. Khi một trạng thái cân bằng bị phá vỡ, vật chất sẽ chuyển hóa theo quy luật tự nhiên để tìm một trạng

thái cân bằng mới bằng cách phân bố lại phân tử của mình; hay nói một cách khác thay đổi trạng thái có xác suất tăng dần. Và khi đạt đến xác suất cực đại thì cũng là lúc chất thể đã đạt đến trạng thái cân bằng mới.

Tuy nhiên, khi tính toán không những chúng ta phải xem xét xác suất phân bố phân tử trong không gian mà còn phải kể đến sự phân bố tốc độ của chúng theo định luật Maxwell. Phổ của sự phân bố phân tử và tốc độ của chúng lý giải hướng tiến triển của quá trình tự nhiên và tính chất bất thuận nghịch của nó. Bởi vì ở quá trình nghịch vật chất sẽ trở lại trạng thái xác suất giảm dần. Từ phân tích trên chúng ta thấy rằng, xác suất phân bố phân tử và tốc độ của chúng quyết định đến việc hình thành trạng thái vật chất. Theo Clausius, hàm số đặc trưng cho sự biến đổi trạng thái như vậy gọi là entropy.

Boltzman đã phát triển luận điểm trên và chứng minh rằng, entropy là hàm số xác suất trạng thái của tất cả các loại vật chất.

$$S = f(P) \quad (2.16)$$

trong đó S entropy

P xác suất

Để có thể diễn tả quan hệ trên bằng toán học, chúng ta sử dụng dạng thứ nhất của định luật nhiệt động I

$$\delta Q = dU + pdV = m (du + pdv)$$

Hay sử dụng phương trình trạng thái ta có thể viết

$$\delta Q = m (c_v dT + \frac{rT}{v} dv)$$

Mặt khác, toán học đã chứng minh được rằng, đại lượng vi phân không hoàn toàn ôq có thể trở thành vi phân toàn phần nếu ta nhân nó với nhân tố tích phân. Ở đây nếu ta coi $\frac{1}{T}$ [(giá trị nghịch đảo của nhiệt độ tuyệt đối)] là nhân tố tích phân, thì ta có thể viết

$$\begin{aligned} \delta Q \frac{1}{T} &= \frac{m}{T} \left[c_v dT + \frac{rT}{v} dv \right] \\ \frac{\delta Q}{T} &= m \left[c_v \frac{dT}{T} + r \frac{dv}{v} \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

Như vậy $\frac{\delta Q}{T}$ trở thành vi phân toàn phần, ta ký hiệu là dS; nó phụ thuộc vào thông số trạng thái T, v.

Hàm số S (T, v) trong biểu thức

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \text{ hay } ds = \frac{dq}{T} \quad (2.18)$$

gọi là entropy.

2.1.2. Hệ nhiệt động

a. Hệ nhiệt động kín (HNĐK)

HNĐK là một hệ nhiệt động khép kín và không trao đổi chất với môi trường bên ngoài.

Để khảo sát HNĐK chúng ta giả thiết rằng:

- Trong hệ không xuất hiện ảnh hưởng của năng lượng dòng, năng lượng từ, năng lượng nguyên tử và năng lượng bề mặt.

- Ngoại động năng được xác định bằng tốc độ chuyển động của chất lưu. Còn ngoại thế năng phụ thuộc vào thể tích của chất lưu được bỏ qua.

- Lượng nhiệt cung cấp dq làm tăng nhiệt độ lên một lượng là dT và thể tích riêng lên một lượng là dv .

Nhiệt độ của chất khí được tăng lên là do nội động năng của phân tử. Ta ký hiệu lượng nhiệt cần để tăng nội động năng khi tăng nhiệt độ dT là du_k .

Mặt khác, để tăng thể tích dv ta phải đưa một lượng nhiệt vào trong chất khí để thực hiện một công cần thiết vượt qua được lực cố kết giữa các phân tử. Như vậy lượng nhiệt dẫn vào đã làm tăng nội thế năng. Ta ký hiệu lượng nhiệt cần để tăng nội

thế năng khi tăng thể tích dv là du_p .

Hơn thế nữa, để thay đổi thể tích của mình, chất lưu phải vượt qua được trở lực (áp lực) của môi trường. Để làm được điều đó chất lưu phải thực hiện một công gọi là công thể tích (hay còn gọi là công tuyệt đối) – Ta ký hiệu nó là dw .

Từ đó ta có phương trình toán học diễn tả định luật nhiệt động I (dạng thứ nhất) đối với hệ nhiệt động kín:

$$dq = du + dw \quad (2.19)$$

$$\text{trong đó } du = du_k + du_p$$

$$\text{và } dw = p dv$$

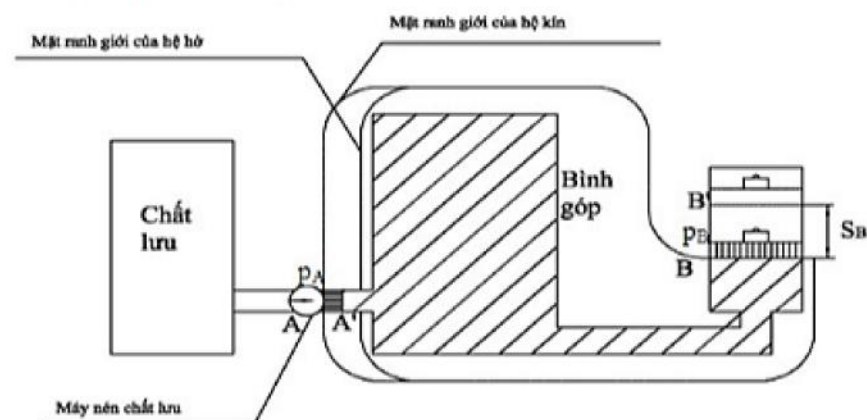
b. Hệ nhiệt động hở (HNĐH)

Phần lớn các quá trình xảy ra trong thực tế đều liên quan đến HNĐH, trong đó xảy ra trao đổi chất với môi trường bên ngoài. Chất lưu đi qua bề mặt ranh giới; nó có thể dẫn vào hoặc đưa ra khỏi hệ một năng lượng riêng. Năng lượng này thay đổi phụ thuộc vào lượng nhiệt, công và khối lượng được nạp vào hay thải ra qua bề mặt ranh giới (hình 2.1).

Năng lượng truyền qua bề mặt ranh giới bao gồm: nội năng, động năng, thế năng và năng lượng dòng.

Năng lượng dòng đôi khi còn gọi là công của dòng là năng lượng cần đẩy chất lưu qua mặt ranh giới.

Để hiểu rõ thêm bản chất của khái niệm năng lượng dòng chúng ta phân tích quá trình nhiệt – khí động trên hình 2.1.



Hình 2.1. Cân bằng năng lượng trong HNĐH

Trước hết ta xét quá trình này trong hệ nhiệt động kín (phần gạch chéo). Hệ nhiệt động kín được tách biệt khỏi chất lưu tại điểm A nhờ piston p_A . Máy nén đưa vào trong hệ một khối lượng chất lưu đúng bằng khối lượng chất lưu vào silanh B – B' để nâng đối trọng lên một quãng S_B . Chúng ta giả thiết quá trình là đẳng entropy. Trong toàn bộ quá trình, trạng thái chất lưu không thay đổi, chỉ thay đổi vị trí của chúng.

Như vậy, trên quan điểm nhiệt động học chúng ta có thể coi trong quá trình không xảy ra thay đổi nội năng và các thông số cơ bản p , v , T cũng không thay đổi tại các điểm A và B. Kết quả là công thể tích của hệ $p dv = p(v_B - v_A)$ bằng 0. Điều này cũng phù hợp với định luật nhiệt động I cho hệ kín đoạn nhiệt, không tổn thất và không thay đổi nội năng.

Bây giờ cũng quá trình trên ta mở rộng cho hệ hở: Khối lượng chất lưu qua bề mặt ranh giới ở điểm A' vào trong hệ. Hệ chỉ thực hiện công ở điểm B, ở đó mặt ranh giới chuyển động và piston B nâng lên. Vấn đề cần xác định là nguồn năng lượng nào đã tạo điều kiện sinh công. Bởi vì trạng thái chất lưu trong bình góp không thay đổi nên năng lượng sinh công chỉ có thể lấy một phần năng lượng của dòng chất lưu chảy vào trong hệ qua điểm A'. Để nhận biết dạng năng lượng mà chất lưu đã truyền cho thể tích bình góp, chúng ta sử dụng kết luận khi phân tích các quá trình nhiệt động sau đây.

Dạng năng lượng không phải nội năng khi phân tích HNĐK đã đi đến kết luận: công không có liên quan đến thay đổi nội năng. Mặt khác khi tính kiểm tra cũng cho thấy rằng, công để nâng được gia trọng lên độ cao S_B lớn hơn rất nhiều động năng của dòng tốc độ thấp. Do đó ở đây động năng cũng không phải nguồn sinh công và cuối cùng, thế năng cũng bị loại trừ trong

khả năng sinh công vì ở đây sự thay đổi thế năng vô cùng bé, đặc biệt là đối với chất lưu nén. Như vậy hiển nhiên dạng năng lượng đưa vào trong hệ có thể lấy từ bên ngoài thông qua quá trình nén để chuyển chất lưu vào trong hệ, công này thực hiện ở điểm B bằng (pv) tương ứng với công cung cấp cho HNĐK nhờ pistong p_A .

Từ phân tích ở trên cho ta thấy, tham gia vào quá trình cân bằng năng lượng gồm các thành phần sau đây: Tổng năng lượng đầu vào gồm: $\left(u, pv, \frac{c^2}{2}, gh\right)_i$ và năng lượng nhiệt dq hệ nhận được

từ bên ngoài; Tổng năng lượng đầu ra gồm: $\left(u, pv, \frac{c^2}{2}, gh\right)_e$, công của hệ dw và gia số thay đổi năng lượng bên trong hệ $\left(u, \frac{c^2}{2}, gh\right)_\alpha$

2.2. ĐẶC TÍNH ĐỘNG HỌC CỦA CHẤT LƯU

Cơ chế dòng chảy trong cơ học chất lưu rất phức tạp, nhất là trong những dòng hai hoặc ba chiều của hỗn hợp đa thành phần (chất lỏng, chất khí, chất rắn). Nó phức tạp không những

về bản chất vật lý mà còn về định lượng khi diễn tả bằng phương trình toán học.

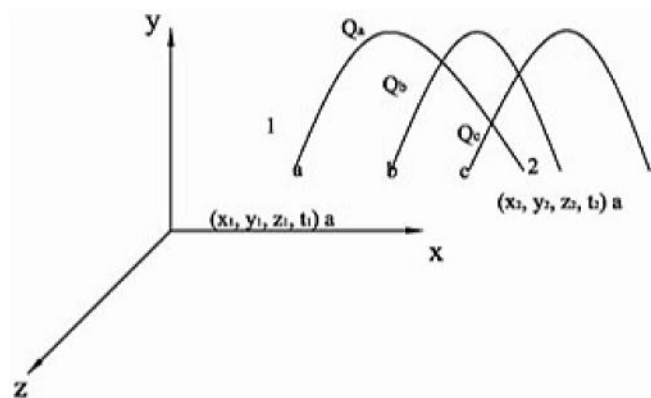
Để có thể hình dung được một cách tổng quát, ở đây chúng ta đưa ra một số khái niệm cơ bản về dòng chảy trong không gian và trong mặt phẳng.

2.2.1. Các đặc trưng cơ bản

a. Quỹ đạo chuyển động

Quỹ đạo là đường đi của phần tử chất lưu sau một khoảng thời gian. Hay một cách cụ thể hơn, quỹ đạo là hình ảnh ghi lại được chuyển động của một phần tử chất lưu sau một khoảng thời gian Δt . Nếu ta gọi quỹ đạo là Q thì có thể viết $Q = f(\Delta t)$.

Một cách tổng quát, quỹ đạo của các phần tử khác nhau thì khác nhau.



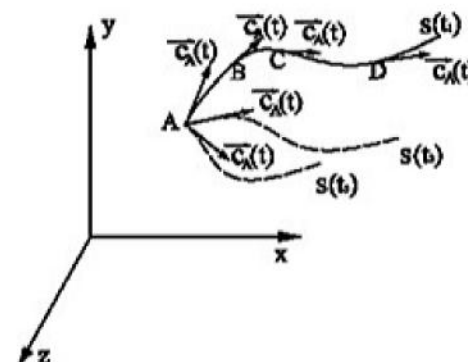
Hình 2.2. Quỹ đạo của phân tử chất lưu

b. Đường dòng

Trên quan điểm trường vector, chuyển động của các chất điểm (phân tử) là rất phức tạp, vì trong một miền khảo sát của không gian, tại một thời điểm t nhất định có vô vàn chất điểm chuyển động hỗn loạn với tốc độ và hướng khác nhau. Chúng luôn lách trong các khoảng tự do (tương đương với quãng đường tự do), va đập với các phân tử khác, tán xạ năng lượng và đổi hướng. Trong một số trường hợp chúng có thể tách ra (vỡ ra) hay kết hợp với phân tử khác thành các phân tử lớn hơn rồi tiếp tục chuyển động. Do đó ở đây chúng ta chỉ đưa ra những khái niệm cơ bản nhất nhằm định lượng chuyển động của phân tử làm cơ sở cho việc giải các bài toán về dòng chảy. Hãy hình dung, hình ảnh chúng ta đang quan sát và theo dõi là dòng chảy

liên tục của vô số các phần tử chất lưu. Trong đó chúng bắt buộc phải tuân theo những quy luật nhất định.

Một cách tổng quát, đường dòng là một đường cong tức thời (ghi nhận được tại một thời điểm xác định (t)) của các chất điểm nằm trên đường cong đó và có vector tốc độ trùng với tiếp tuyến của đường cong.



Hình 2.3. Đường dòng

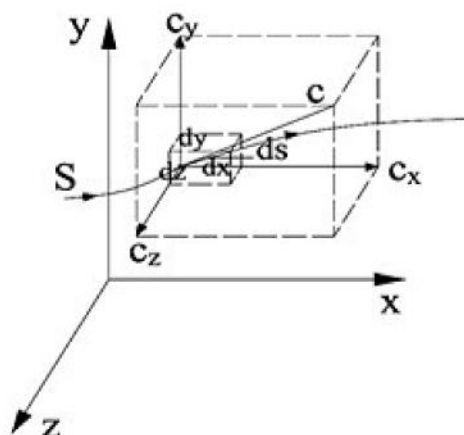
Hay nói cách khác, đường dòng là hình ảnh ghi nhận được của một chuỗi các chất điểm kề sát nhau tạo thành một đường cong cùng chuyển động và có vector tốc độ trùng với tiếp tuyến của đường cong đó ở một thời điểm xác định. Nếu gọi đường dòng là S , ta có $S = f(t)$.

Trường hợp tổng quát, đường dòng và quỹ đạo không trùng nhau. Bởi vì, ví dụ trong chuyển động không ổn định, trước khi

chất điểm chuyển động đến một vị trí mới thì vector tốc độ của nó đã thay đổi cả độ lớn lẫn hướng (hình 2.3 - đường $S(t_1)$, $S(t_2)$). Từ đó suy ra, trong chuyển động không ổn định, đường dòng thay đổi cả hình dáng lẫn vị trí trong không gian.

Trong dòng ổn định, ở bất kỳ một điểm nào trong không gian (A, B, C, D...), tốc độ chuyển động (cả độ lớn và hướng) đều không thay đổi theo thời gian. Do đó đường dòng không thay đổi cả hình dáng lẫn vị trí. Như vậy trong chuyển động ổn định $S(t_1) \equiv S(t_2) \equiv S(t)$.

Mặt khác trong dòng ổn định các thông số trạng thái (p , v , T) cũng không thay đổi theo t , nên quy luật chuyển động (quỹ đạo) của từng chất điểm cũng không thay đổi theo thời gian.



Hình 2.4. Xây dựng phương trình vi phân của đường dòng

Do vậy, trong chuyển động ổn định, quỹ đạo và đường dòng luôn luôn trùng nhau.

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, mỗi điểm trong không gian đều được xác định bằng các tọa độ (x , y , z) và nó khác chất điểm của chất lưu. Điểm không thay đổi, còn chất điểm thì di chuyển qua các điểm. Như vậy trong dòng ổn định, vector tốc độ ở các điểm trên quỹ đạo thì không thay đổi, nhưng vector tốc độ của chất điểm ở các điểm khác nhau thì có thể khác nhau. Sau đây chúng ta xây dựng phương trình chuyển động của đường dòng. Trên đường dòng S (hình 2.4) chúng ta lấy một phần tử dài ds và xác định các thành phần của nó trong các trục tọa độ x , y , z là dx , dy , dz . Bây giờ chúng ta thiết lập góc khấp giữa phần tử ds và vector tốc độ c với trục tọa độ

$$\begin{aligned}\cos(xs) &= \frac{c_x}{c} = \frac{dx}{ds} \\ \cos(ys) &= \frac{c_y}{c} = \frac{dy}{ds} \\ \cos(zs) &= \frac{c_z}{c} = \frac{dz}{ds}\end{aligned}\tag{2.20}$$

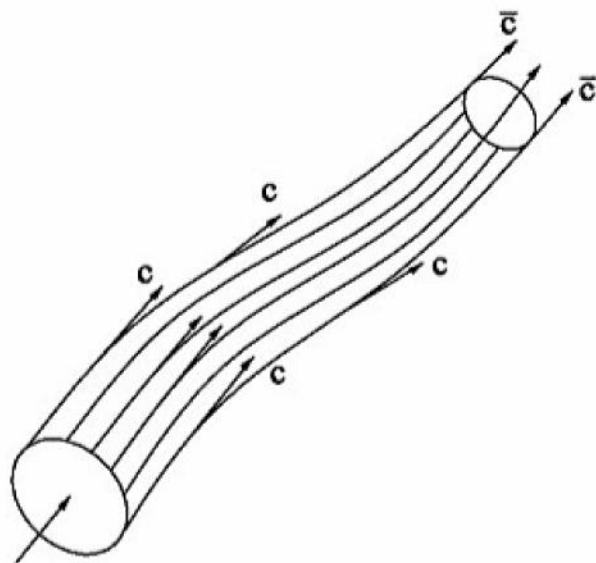
Từ đó suy ra

Như vậy phương trình vi phân của đường dòng có dạng:

$$\frac{dx}{c_x} = \frac{dy}{c_y} = \frac{dz}{c_z} \quad (2.22)$$

c. Ống dòng

Ta chọn một đường dòng trong không gian. Qua các điểm trên đường dòng ta lấy các bề mặt vô cùng nhỏ vuông góc với đường dòng chảy qua chu vi của bề mặt này tạo thành một vỏ ống. Bề mặt của vỏ ống gọi là ống dòng (hình 2.5).



Hình 2.5. Ống dòng và sợi dòng

d. Sợi dòng

Dòng chất lỏng chảy bên trong ống dòng gọi là sợi dòng.

Do kích thước của ống dòng vô cùng bé nên có thể coi sợi dòng là dòng vi lượng, có các thông số đồng nhất tuyệt đối và thỏa mãn một cách lý tưởng để khảo sát dòng một chiều. Ở trên chúng ta đã đưa ra một số định nghĩa cơ bản, chủ yếu cho dòng thể lượng (dòng không xoáy). Trong thực tế chuyển động của các phần tử chất lưu phức tạp hơn. Các phần tử không những thực hiện chuyển động tịnh tiến theo quỹ đạo mà còn quay chung quanh trục riêng và biến dạng. Ở đây chúng ta bổ sung thêm một số khái niệm cho chuyển động xoáy.

e. Vệt xoáy

Vệt xoáy là một đường cong không gian có vector tốc độ ở mỗi điểm trùng với hướng tiếp tuyến tại điểm đó.

Cần nhớ rằng, hướng vector tốc độ góc luôn vuông góc với mặt phẳng quay. Do đó vệt xoáy chính là đại diện cho trục quay tưởng tượng của các phần tử chất lưu phân bố trên vệt.

f. Ống xoáy

Ống xoáy là bề mặt được tạo thành bởi

Ống xoáy là bề mặt được tạo thành bởi các vệt xoáy đi từ một đường cong phân tổ khép kín (hình 2.6).

g. Sợi xoáy

Dòng chất lưu chảy trong ống xoáy gọi là sợi xoáy (hình 2.6).

h. Dây xoáy

Nếu ống xoáy có kích thước hữu hạn, thì những phần tử chất lưu lấp đầy và quay trong ống gọi là dây xoáy.

Thực tế cho thấy rằng, trong dòng chất lưu thực (có ma sát trong) luôn xảy ra chuyển động xoáy. Trong những trường hợp như vậy, hoặc là xoáy xảy ra trong toàn bộ trường dòng, hoặc ít nhất cũng xảy ra trong một phần của trường dòng.

Trong các miền không xoáy, tốc độ góc quay của phần tử bằng không ($\omega = 0$) trong đó chúng có thể chuyển động theo quỹ đạo tự do, có thể bị biến dạng song không quay quanh trục của mình.

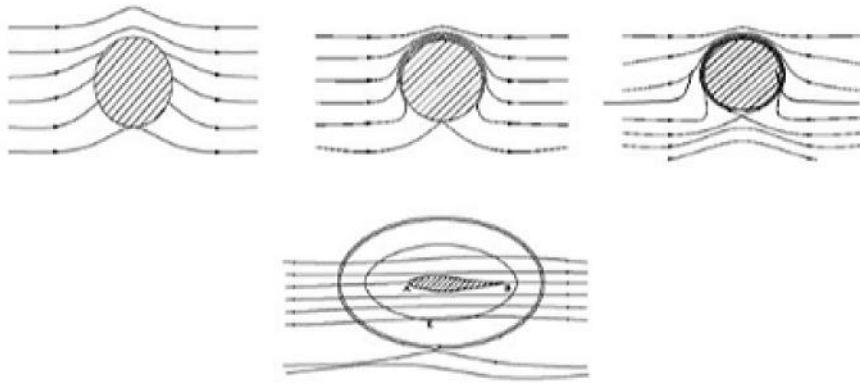
2.2.2. Chuyển động tuần hoàn

Nếu trong dòng chất lưu có vệt xoáy tạo thành một đường cong khép kín, thì chuyển động đó gọi là chuyển động tuần hoàn.

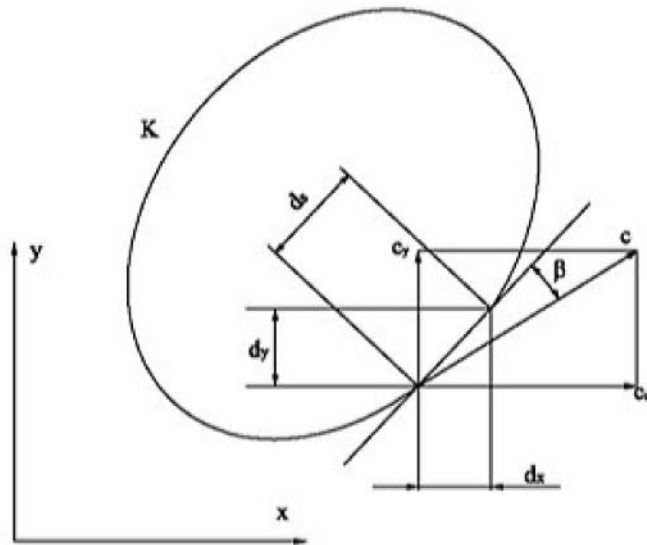
Trường hợp đặc biệt, nếu khi $\omega = 0$, mà quỹ đạo của các phân tử tạo thành một đường cong khép kín, thì đó là dạng đặc biệt của chuyển động tuần hoàn. Cần nhấn mạnh rằng, trong trường hợp như vậy phân tử chất lưu quay chung quanh trục riêng của mình. Chuyển động xoáy và chuyển động tuần hoàn có một ý nghĩa rất lớn trong cơ học chất lưu. Để làm sáng tỏ quan hệ này, chúng ta đưa thêm một khái niệm, đó là lưu số tốc độ.

2.2.3. Lưu số tốc độ

Ta lấy một trường hợp tổng quát, dòng chảy qua một vật bao quanh có profil dạng khí động (hình 2.7). Do bị cản nhiều nên đường dòng bao quanh cánh bị biến dạng. Thực nghiệm xác định được rằng, khu vực gần profil khí động, dòng chảy được tạo thành từ hai thành phần: dòng tĩnh tiến không nhiễu (như dòng cách xa profil ở vô cực) và dòng chảy theo quỹ đạo khép kín (dòng tuần hoàn). Cường độ dòng tuần hoàn phụ thuộc vào tốc độ và chu vi vòng khép kín của nó và được đặc trưng bằng lưu số tốc độ.



Hình 2.7. Dòng tuần hoàn



Hình 2.8. Xác định lưu số tốc độ

Trường hợp tổng quát, lưu số tốc độ được định nghĩa bằng

biểu thức (hình 2.8):

$$\Gamma = \int_K \vec{c} \cdot d\vec{s} = \int_K c \cdot ds \cdot \cos \beta \quad (2.23)$$

trong đó $\vec{c}$ là vector vận tốc theo hướng tích phân và $d\vec{s}$ là cung phân tố theo quỹ đạo khép kín K.

Trường hợp tổng quát không nhất thiết phải chọn đường cong K trùng với đường dòng của quỹ đạo tuần hoàn.

Như vậy chuyển động tuần hoàn có thể coi là những chuyển động có lưu số tốc độ khác 0: $\Gamma \neq 0$. Trường hợp $\Gamma = 0$, ta gọi là chuyển động không tuần hoàn. Khi tính toán lưu số tốc độ theo (2.23), trước hết cần xác định hướng tích phân. Thông lệ, người ta quy ước: hướng tích phân được coi là dương nếu vùng được đường cong khép kín nằm ở phía bên phải. Phần sau chúng ta sẽ nói kỹ hơn ý nghĩa của lưu số tốc độ và phương pháp tính cho các trường hợp cụ thể.

2.3. ĐỘ NÉN CỦA CHẤT LƯU

Mọi vật chất đều tồn tại dưới một độ nén nhất định, dù ít hay nhiều. Đặc trưng của độ nén là sự thay đổi thể tích khi có một xung nén (áp lực nén), tương ứng tác động vào. Độ nén của vật chất nói chung được định nghĩa như suất đàn hồi thể tích (hay còn gọi là modul đàn hồi thể tích) K qua biểu thức sau:

$$K = - \frac{\partial \Phi}{\partial V/V} \quad (2.24)$$

ở đây $\partial \Phi$ là độ tăng vi lượng của áp suất

δV là độ tăng vi lượng tương đương với $\partial \Phi$ của thể tích ban đầu.

Khi áp suất tăng thì thể tích giảm, nên δV luôn luôn âm. Dấu trừ trong biểu thức trên đảm bảo cho giá trị K luôn luôn dương.

Tỷ số $\delta V/V$ là đại lượng không thứ nguyên, nên K có cùng thứ nguyên như áp suất. Khi $\partial \Phi \rightarrow 0$ thì phương trình (2.24) trở thành:

$$K = -v \left(\frac{\partial \Phi}{\partial v} \right) \quad (2.25)$$

Nếu thay $s = \frac{m}{V}$, ta có thể viết (1.25) dưới dạng:

$$K = \rho \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \quad (2.26)$$

Giá trị nghịch đảo của K gọi là hệ số nén (hay còn gọi là độ nén) C :

$$C = \frac{1}{K} \quad (2.27)$$

Giá trị K phụ thuộc vào áp suất và mật độ của quá trình nén

(còn gọi là điều kiện thực hiện quá trình). Ở đây tồn tại hai điều kiện thực thi quá trình: đẳng nhiệt và đẳng entropy. Nếu quá trình nén xảy ra ở nhiệt độ không thay đổi thì giá trị K gọi là modul đàn hồi thể tích đẳng nhiệt K_{ot} . Còn nếu quá trình nén xảy ra ở điều kiện không có trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài và không có ma sát trong thì giá trị tương ứng của K gọi là modul đàn hồi thể tích đẳng entropy K_{ok} .

Tỷ số K_{ot}/K_{ok} chính là k , tỷ số giữa nhiệt dung riêng đẳng áp và nhiệt dung riêng đẳng tích.

Đối với chất lỏng $k = 1$, nên K_{ot} và K_{ok} trùng nhau.

Ngoại trừ các công trình nghiên cứu cần độ chính xác rất cao, còn nói chung người ta có thể coi modul đàn hồi thể tích của các chất lỏng là như nhau.

Mặt khác cũng cần thấy rằng, đối với chất lỏng, suất đàn hồi thể tích rất cao nên khi tăng áp suất, ngay cả áp suất lớn, mật độ thay đổi cũng rất ít. Do đó có thể coi mật độ của chất lỏng là hằng số, như vậy mọi phân tích có liên quan đến chất lỏng trở nên rất đơn giản. Tuy nhiên trong một số các trường hợp đặc biệt, khi áp suất thay đổi rất lớn hoặc đột ngột, ví dụ như trong búa máy thủy lực, thì phải kể đến độ nén của môi chất.

Khi bị nén, các phân tử chất lỏng càng “sít nhau” lại hơn, nên khi tiếp tục nén trở kháng sẽ tăng, tức là K tăng hay nói một cách khác độ nén sẽ giảm. Ví dụ, suất đàn hồi thể tích của nước sẽ tăng gấp 2 lần (tức là độ nén giảm đi 2 lần) khi áp suất nén tăng từ 1at lên đến 3500 at.

Ngoài ra, giá trị K cũng giảm khi tăng nhiệt độ. Khác với chất lỏng, chất khí dễ dàng nén hơn. Tuy nhiên thuật ngữ “modul đàn hồi thể tích” ít được dùng cho chất khí, bởi vì giá trị $\rho \left(\frac{\delta p}{\delta \rho} \right)$ thường tỷ lệ thuận với áp suất và do đó K không thể coi là hằng số, ngay cả khi tính gần đúng.

Ở những môi trường mà chất khí chỉ chịu sự thay đổi rất nhỏ của mật độ (như trong hệ thống quạt chẳng hạn) thì ảnh hưởng nén có thể bỏ qua.

Tuy nhiên, hiệu ứng này phải đặc biệt lưu ý khi tốc độ tương đối của chất khí và vật cản gần bằng tốc độ lan truyền âm thanh qua chất khí. Có thể gặp sai số nghiêm trọng, nếu sử dụng các biểu thức cho dòng không nén vào các tình huống như thế.

2.4. ĐỘ NHỚT CỦA CHẤT LƯU

2.4.1. Ma sát trong

Trong dòng chất lưu, các phân tử tập hợp thành phần tử vĩ mô hay lớp chất lưu, chúng thực hiện những chuyển động độc lập khắp mọi hướng. Khả năng này được đặc trưng bởi quãng đường tự do của phân tử, định nghĩa bằng biểu thức sau:

$$\ell = \frac{1,5\mu\sqrt{rT}}{\rho} \quad (2.28)$$

trong đó μ là độ nhớt động lực học.

Quãng đường này vô cùng nhỏ, song cũng đủ để các phân tử chui qua được các khe phân cách để đi từ lớp này sang lớp khác. Trong dòng chất lưu tập hợp vô số các phân tử nên giữa chúng thường xuyên xảy ra các va chạm.

Mặt khác nếu các lớp chất lỏng sát kề có tốc độ khác nhau, thì ngoài va đập ra, giữa chúng còn có trao đổi xung lượng. Những phân tử chui ra từ lớp có tốc độ nhanh sẽ làm tăng động năng của lớp có tốc độ chậm và ngược lại phân tử từ lớp có tốc độ chậm sẽ kìm hãm chuyển động của lớp có tốc độ nhanh. Hậu quả là giữa các lớp có tốc độ khác nhau tồn tại một ứng suất tiếp tuyến τ gây nên ma sát. Và bởi vì các phân tử không phải là chất thể hoàn toàn đàn hồi, nên khi va chạm một phần động năng của chúng bị triệt tiêu và biến thành nhiệt làm tăng nhiệt độ của chất lưu.

Như vậy trong dòng có tồn tại ma sát luôn luôn xảy ra tồn thất năng lượng. Tồn thất này có thể thể hiện qua sự giảm áp suất hoặc suy giảm tốc độ dòng.

2.4.2. Độ nhớt động lực học

Để xây dựng các biểu thức cơ bản xác định độ nhớt của chất lưu, chúng ta xét sơ đồ hình 2.9.

Giả sử đưa một dòng chất lưu nhớt vào giữa hai vách song song cách nhau một khoảng y_0 . Vách thứ nhất đứng yên, còn vách thứ hai chuyển động đều song song với nó với tốc độ c_0 . Lực cần thiết để duy trì chuyển động của vách trên ta ký hiệu là T và được diễn tả bằng biểu thức:

$$T = A\tau \quad (2.29)$$

ở đây A là diện tích bề mặt tiếp xúc của vách và chất lưu.

τ là ứng suất tiếp tuyến (tương tự như ứng suất cắt trong sức bền vật liệu).

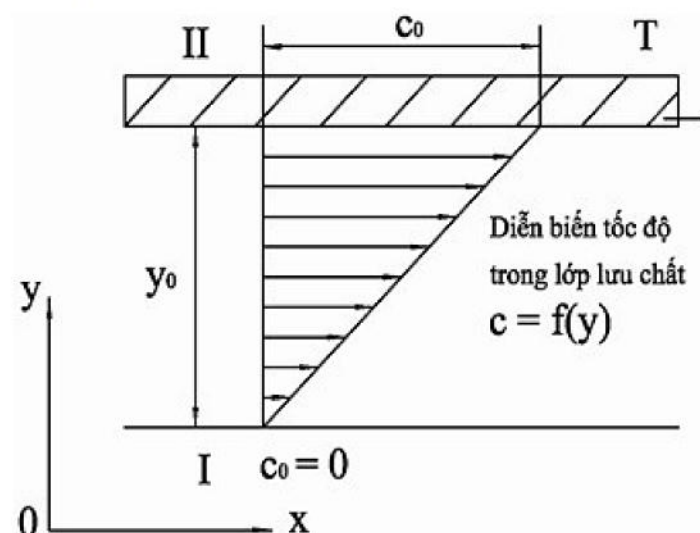
Giả thiết rằng, chất lưu dính sát vào bề mặt của cả hai vách; như vậy tốc độ của dòng bằng 0 khi $y = 0$ và tăng một cách đều đặn theo y cho đến $c = c_0$ khi $y = y_0$.

Theo định luật Newton ta có thể viết:

$$\tau = \mu \frac{c_0}{y_0} \quad (2.30)$$

$$\text{hay} \quad T = A \mu \frac{c_0}{y_0}$$

Hệ số tỷ lệ đặc trưng cho ma sát trong gọi là độ nhớt động lực học hay độ nhớt tuyệt đối (trong một tài liệu còn gọi là hệ số nhớt hay độ nhớt).



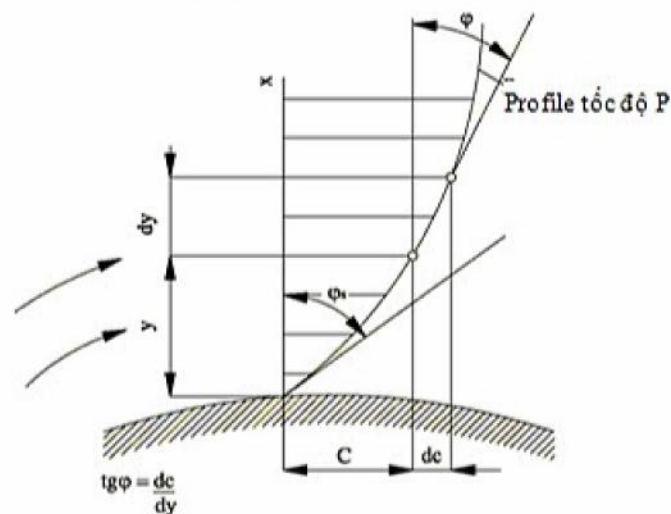
Hình 2.9. Profile tốc độ trong mặt phẳng vuông góc với dòng

Một cách tương tự có thể suy ra cho trường hợp tổng quát hơn, khi mà quan hệ giữa c và y là phi tuyến. Ví dụ, trong dòng chảy qua một vách cong (hình 2.10), điểm mút của các tốc độ

nằm trên đường cong V gọi là profile tốc độ. Trường hợp này người ta phải viết ứng suất dưới dạng:

$$\tau = \mu \frac{\partial c}{\partial y} \quad \text{hay} \quad \tau = \mu \frac{dc}{dy} \quad (2.31)$$

Như vậy không những chúng ta có thể xác định được ma sát ở vách $\tau_s = \mu \tan \phi_s$ mà còn cả ứng suất tiếp tuyến giữa hai lớp kề sát nhau bất kỳ $\tau_l = \mu \tan \phi$



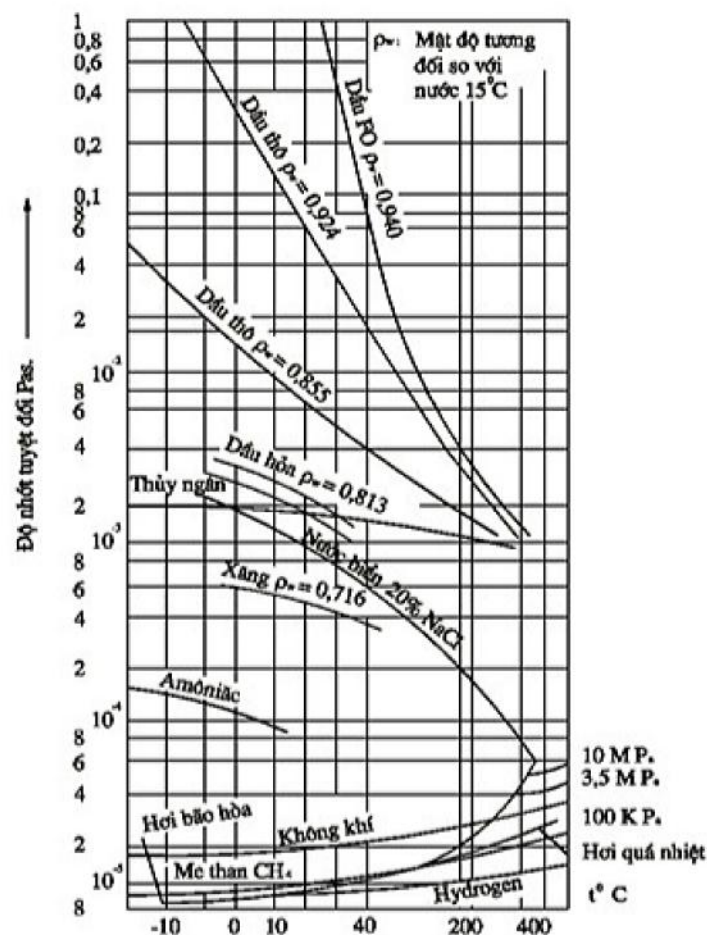
Hình 2.10. Profile tốc độ qua vách cong

Thứ nguyên của độ nhớt động lực học có thể suy ra từ phương trình (2-30) theo hệ SI:

$$[\mu] = \left[\frac{T}{A} \cdot \frac{Y_o}{Co} \right] = \left[\frac{N}{m^2} \cdot \frac{m}{ms^{-1}} \right] = \left[\frac{N \cdot s}{m^2} \right]$$

Trong hệ kỹ thuật, lực được tính bằng KG. Để dễ tính toán ta lấy diện tích là $1m^2$, khoảng cách từ vách là $1m$ và tốc độ chuyển động của dòng chất lưu là $1m^2/s$.

Trong các sổ tay vật lý thường độ nhớt tính theo hệ: g, cm, s. Và đơn vị độ nhớt động lực μ là Poise (J.L.M. Poiseuille (1799 – 1869), giáo sư vật lý trường Đại học Paris).



Hình 2.11. Độ nhớt tuyệt đối (độ nhớt động lực học của chất lưu) μ

Poise có thứ nguyên:

$$[P] = \left[\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{cm.s}^{-1}} \right] = \left[\frac{\text{dyn.s}}{\text{cm}^2} \right] = \left[\frac{\text{g}}{\text{cm.s}} \right]$$

Centipoise: $[cP] = 10^{-2} P$.

Như vậy đơn vị cơ bản của độ nhớt động lực học theo SI có thể tính chuyển đổi: $\text{Ns/m}^2 = 10P = 1/10 \text{ KG.s/m}^2$.

Độ nhớt của một số chất được nêu ở đồ thị hình 2.11. Thực tế μ không thay đổi theo áp suất, song rất phụ thuộc vào nhiệt độ.

Đối với chất lỏng, độ nhớt động lực học tăng khi nhiệt độ giảm. Còn đối với chất khí, ngược lại độ nhớt tăng cùng nhiệt độ và có giá trị nhỏ hơn của chất lỏng.

Thực tế này có thể giải thích như sau: Ở chất lỏng liên kết phân tử của chúng được nới ra khi tăng nhiệt độ và do vậy tác động tương hỗ giữa chúng giảm. Còn ở chất khí, khi nhiệt độ tăng, động lượng phân tử cũng tăng, do đó cường độ trao đổi xung mạnh mẽ hơn.

Trong một số tài liệu, để xác định độ nhớt của chất khí người ta đã đưa ra công thức Sutherland:

$$\mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \cdot \frac{1 + \frac{c}{T_0}}{1 + \frac{c}{T}} \quad (2.32)$$

ở đây đại lượng c là hàm số của nhiệt độ tuyệt đối T .

2.4.3. Độ nhớt động học

Ngoài độ nhớt động lực học, khi nghiên cứu chuyển động của chất lưu, để kể đến ảnh hưởng của các thông số trạng thái người ta còn dùng một đại lượng quan trọng nữa là độ nhớt động học:

Độ nhớt động học được định nghĩa:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.33)$$

Thứ nguyên của nó trong hệ SI:

$$[\nu] = \left[\frac{Ns / m^2}{kg / m^3} \right] = \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

Trong hệ kỹ thuật (tính theo đơn vị kỹ thuật (ĐVKT)):

$$[\nu] = \left[\frac{KG.s / m^2}{kg / m^2} \right] = \left[\frac{m^2}{s} \right]$$

Và trong hệ vật lý (tính theo đơn vị vật lý (ĐVVL)):

$$[\nu] = \left[\frac{g}{cm.s} \cdot \frac{cm^3}{g} \right] = \left[\frac{cm^2}{s} \right]$$

Như vậy $1 \text{ ĐVKT} = 10^4 \text{ ĐVVL}$.

Để kỷ niệm nhà vật lý người Anh, giáo sư trường Đại học Cambridge, Công tước George Stokes (1819 – 1903), người ta lấy tên ông đặt cho đơn vị tính độ nhớt động học theo hệ vật lý. Đơn vị này viết tắt là S (hay ST):

$$[S] = \left[\frac{cm^2}{s} \right]$$

Từ đó suy ra:

1 đơn vị kỹ thuật $\nu = 10^6 \text{ cS}$ (centiStokes)

Đối với chất lỏng, khi tăng nhiệt độ, độ nhớt động học giảm, song mức độ giảm chậm hơn so với độ nhớt động lực học. Còn đối với chất khí thì ngược lại ν tăng nhanh hơn μ (hình 2.12).

Khác với độ nhớt động lực học, độ nhớt động học của chất khí phụ thuộc rất nhiều vào áp suất. Bởi vì, $\nu = \mu/\rho$, mà ν theo phương trình trạng thái $p\nu = rT$ thì tỷ lệ nghịch với p .

Như vậy chất khí rất loãng sẽ có độ nhớt động học rất lớn.

Đối với không khí ở 0°C và áp suất 1atm ta có $10^6\nu = 13,2\text{m}^2/\text{s}$, còn áp suất 0,01atm (7,6 mmHg) thì $10^6\nu = 1330\text{m}^2/\text{s}$.

Từ đó cũng dễ dàng thấy rằng, giá trị độ nhớt động học của không khí ngay ở điều kiện áp suất khí quyển cũng lớn gấp 10 lần so với nước.

Để đo độ nhớt của chất lưu, người ta dùng các loại nhớt kế khác nhau: nhớt kế dòng, nhớt kế quay hay nhớt kế vật thể.

Đối với dầu, việc đánh giá độ nhớt cho các mục đích bôi trơn khác nhau là rất quan trọng. Thông thường người ta dùng độ nhớt gọi là độ nhớt bán thực nghiệm Engler [$^{\circ}\text{E}$]. Đơn vị này được xác định như sau: Người ta dùng thiết bị Engler để xác định thời gian chảy của t của 200cm^3 dầu (được gia nhiệt trong bình đo độ nhớt) qua một lỗ tròn có đường kính 2,8 mm và so sánh với thời gian t_0 cần thiết để chảy hết bấy nhiêu thể tích nước ở nhiệt độ 20°C .

Thường thường $t_0 = 50 \div 52$ giây.

Như vậy đơn vị Engler được tính bằng tỷ số:

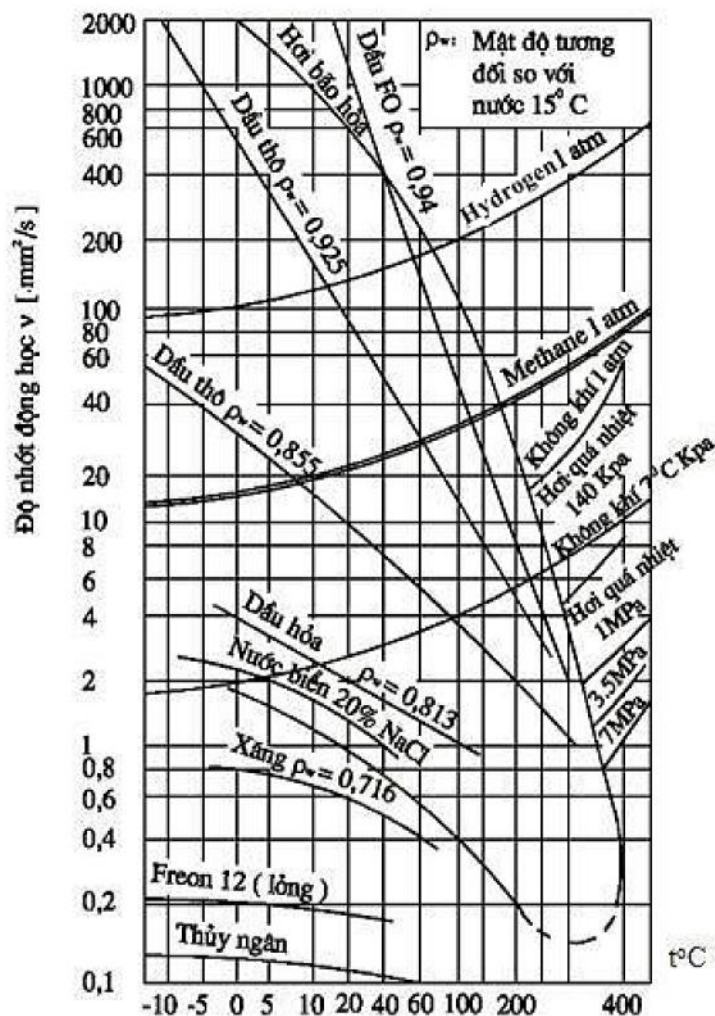
$$^{\circ}\text{E} = t / t_0$$

Để chuyển đổi nó sang đơn vị kỹ thuật người ta sử dụng

công thức:

$$10^6 \nu \text{ ĐVKT} = 7,32 \cdot 10^6 \text{ E} - \frac{6,31}{^{\circ}\text{E}}$$

(Xem thêm bảng 1 ở Phần phụ lục)



Hình 2.12. Độ nhớt động học của chất lưu

Trong một số tài liệu của Anh, Mỹ người ta sử dụng các đơn vị tính theo giây, ví dụ Redwood (R) (Anh), Saybolt (S) (Mỹ). Một cách gần đúng có thể tính chuyển đổi:

$$1^0\text{E} = 30^0\text{R} = 35^0\text{S}$$

Độ nhớt của từng loại dầu dao động trong một khoảng rộng (ví dụ, từ 2,5 – 25⁰ E ở nhiệt độ 50⁰C) và có thể chọn một cách thích hợp cho các mục đích sử dụng khác nhau.

Độ nhớt của dầu giảm đáng kể khi tăng nhiệt độ, còn khi tăng áp suất thì nó tăng không đáng kể. Ví dụ, khi tăng nhiệt độ từ 50 – 100⁰C độ nhớt thường giảm khoảng (20 – 24)%, còn khi áp suất đến 100 at, độ nhớt chỉ tăng khoảng 15%.

2.5. CƠ CHẾ CHUYỂN ĐỘNG TRONG DÒNG CHẤT LƯU NHỚT

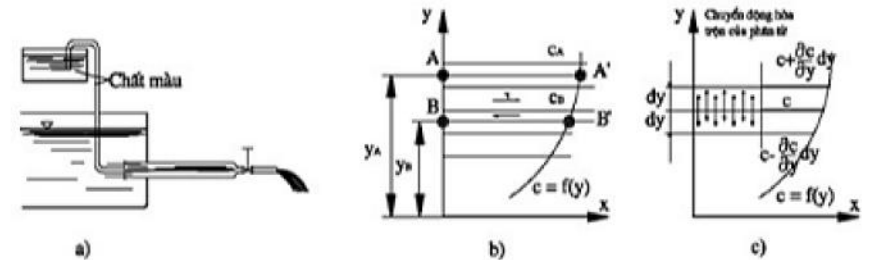
Để hình dung được chuyển động thực của một dòng nhớt, trước hết chúng ta nói về cơ cấu nội tại của nó. Theo tính chất chuyển động của phần tử, chúng ta có thể chia thành hai dòng đặc trưng: dòng chảy tầng và dòng chảy rối (hay dòng chảy cuộn).

2.5.1. Dòng chảy tầng

Trong dòng chảy tầng các phần tử của chất lưu chảy thành các lớp song song với chiều chuyển động của dòng. Phần tử của lớp này không chui vào lớp khác và ngược lại. Các lớp chất lưu chuyển động song song với nhau. Do đó, đôi khi còn gọi dòng chảy tầng là dòng chảy lớp. Nếu đưa một chất màu qua một lỗ nhỏ vào dòng chảy tầng (hình 2.13a), thì nó sẽ tạo thành một sợi màu, không hòa trộn với chất lưu chung quanh nó. Dòng chảy tầng được thể hiện trên hình 2.13b, c. Phần tử chất lưu ở vị trí A chuyển động với vận tốc CA đến A' và tương tự cho phần tử ở vị trí B. Nếu nối điểm mút vector tốc độ của tất cả các phần tử nằm trong tiết diện vuông góc với trục dòng ta sẽ được một đường cong gọi là profile tốc độ – đường cong $c = f(y)$ (hình 2.13c). Đường cong này mô tả sự phân bố tốc độ trong tiết diện kể trên.

Nếu dòng là ổn định, thì profile tốc độ của mọi tiết diện đều không phụ thuộc vào thời gian.

Dòng chảy tầng là dòng đã được lý tưởng hóa khi xét trên quan điểm vĩ mô, tức là các lớp gồm tập hợp vô số phần tử, chúng chuyển động song song với nhau và không va chạm vào nhau. Thực tế phần tử của lớp này có thể chui vào lớp kia và ngược lại.

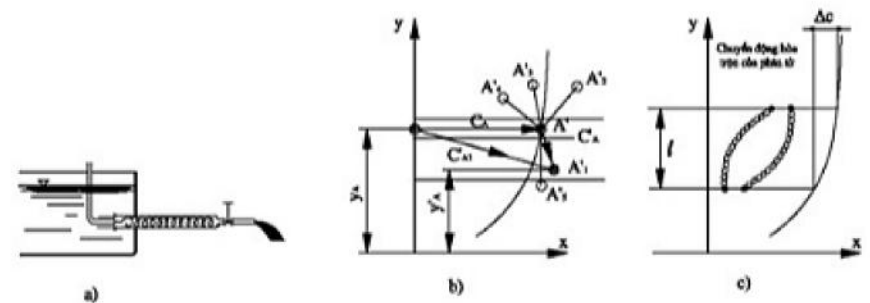


Hình 2.13. Cơ chế dòng chảy tầng

Tuy nhiên, trong thực tế dòng chảy tầng rất ít gặp, nó chỉ gặp trong một số trường hợp đặc biệt, ví dụ trong màng dầu vòng bi khi ngưỡng trượt chuyển động.

2.5.2. Dòng chảy rối (dòng chảy cuộn)

Dòng chảy rối thường xuyên gặp trong kỹ thuật và cơ chế của nó phức tạp hơn nhiều so với dòng chảy tầng (hình 2.14).



Hình 2.14. Cơ chế dòng chảy rối

Trong dòng chảy rối, không chỉ phần tử mà cả khối chất lưu chui ra từ các lớp này vào lớp khác gây nên sự hòa trộn. Trong nghĩa rộng của hiện tượng này chúng ta đề cập đến cả ảnh hưởng của ma sát. Sự trao đổi ở ạt một lượng lớn các phần tử chất lưu giữa các lớp gây nên những va đập đáng kể. Kết quả sinh ra một lượng nhiệt khá lớn và ứng suất trượt gây nên xáo trộn cũng tăng lên rõ rệt. Mặt khác sự hòa trộn phần lớn các phần tử lại làm cho chất lưu mất khả năng va đập giữa các lớp để tạo xoáy cuộn hỗn loạn.

Nếu cho chất màu tia vào trong dòng thì nó không tạo được sợi màu như trong dòng chảy tầng, mà màu bị khuếch tán ngay lập tức trong dòng (hình 2.14a).

Trên hình 2.14b, chúng ta theo dõi dòng chảy rối ổn định theo chiều trục x. Từ hình vẽ chúng ta thấy rằng, ví dụ theo tọa độ Y_A , phần tử A có tốc độ C_A^0 tương ứng với tốc độ trung bình theo thời gian quan sát. Phần tử vĩ mô ở vị trí A sau một thời gian sẽ không đến điểm A' như đã từng ở dòng chảy tầng, mà nó đến một trong những vị trí $A'_1, A'_2, A'_3 \dots$ chung quanh A'. Như vậy mỗi một phần tử, ngoài tốc độ cơ bản C_A^0 nó còn có tốc độ riêng C'_A gọi là tốc độ thứ cấp. Thành phần tốc độ C'_A có đặc trưng dao động với tần số khá cao, tức là nó thay đổi

rất nhanh cả hướng và độ lớn theo thời gian.

Tổng hợp tốc độ cơ bản C_A^0 và tốc độ thứ cấp tức thời C'_A ta được tốc độ thực tế tức thời C_A có hướng và độ lớn thay đổi theo thời gian. Sự tăng giảm của tốc độ trong từng điểm của dòng gọi là độ rối. Trên hình 2.14c cũng mô tả profile tốc độ $C = f(y)$. Đó là đường bao đầu mút của tất cả vector tốc độ cơ bản của các phần tử trên cùng một tiết diện vuông góc với tâm dòng.

Sự chuyển dịch qua lại của các phần tử từ lớp này sang lớp khác hay sự hòa trộn ở những vị trí khác nhau trong dòng đều khác nhau. Biểu thức xác định ứng suất tiếp trong dòng chảy rối phức tạp hơn rất nhiều so với dòng chảy tầng, song về mặt hình thức cũng có thể diễn tả được bằng một biểu thức tương tự như đã tính các ứng suất tiếp khác

$$\tau_t = \varepsilon \cdot \frac{dc}{dy} \quad (2.34)$$

Hệ số ma sát rối ε không phải là một hằng số vật lý mà là một hàm số phức tạp, nó phụ thuộc vào trạng thái dòng và vị trí của điểm khảo sát. Khác với độ nhớt động lực thông thường μ , ta gọi ε là hệ số ma sát cơ học hay hệ số ma sát ảo.

Trong trường hợp tổng quát, có thể coi ứng suất tiếp tuyến tổng hợp là tổng ứng suất nhớt τ_l và ứng suất rối τ_t

$$\tau = \tau_1 + \tau_t = \mu \cdot \frac{dc}{dy} + \varepsilon \cdot \frac{dc}{dy} \quad (2.35)$$

Trong trường hợp dòng rối phát triển hoàn toàn thì chuyển động hòa trộn của phân tử vĩ mô (gồm tập hợp nhiều phân tử) có ưu thế hơn hẳn chuyển động vi mô của các phân tử. Như vậy trong phương trình (2.35) thành phần thứ hai có giá trị hơn hẳn, còn thành phần thứ nhất thì có thể bỏ qua $\tau_1 = 0$; như vậy

$$\tau = \tau_t = \varepsilon \cdot \frac{dc}{dy} \quad (2.36)$$

Đó là vùng gần tâm dòng chảy, do ở xa vách nên các chuyển động hòa trộn thực hiện một cách thuận lợi.

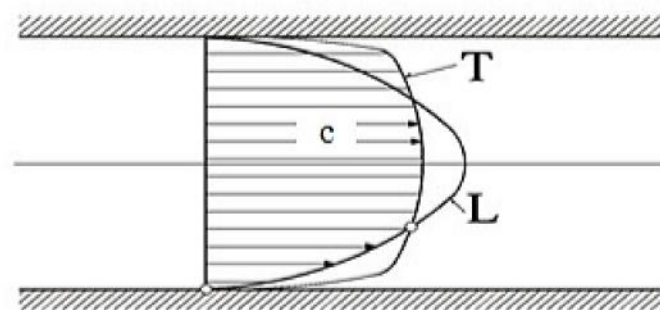
Ngược lại ở gần vách, chuyển động hòa trộn của số lượng lớn các phân tử bị hạn chế, do đó τ_1 giảm, còn ảnh hưởng của độ nhớt càng gần thành càng tỏ ra có ưu thế hơn hẳn. Cuối cùng ở ngay sát vách, ảnh hưởng hòa trộn có thể coi như mất hoàn toàn, còn lại chỉ là ảnh hưởng của độ nhớt. Do đó ta có thể coi $\varepsilon = 0$, hay:

$$\tau = \tau_1 = \mu \cdot \frac{dc}{dy} \quad (2.37)$$

Trong lớp mỏng ở sát vách, dòng luôn luôn là dòng chảy tầng.

Từ khảo sát thực tế và cũng có thể chứng minh được cả về

mặt lý thuyết phát triển tốc độ dòng trong một ống tương đối dài có tiết diện tròn và diễn ra như sau: Ở dòng chảy tầng, điểm mút của vector nằm trên bề mặt của một paraboloid... tròn xoay bậc hai có dạng theo đường cong L. Còn ở dòng chảy rối, do trao đổi xung ở vùng vách ống lớn hơn nên profile tốc độ có dạng đường cong.



Hình 2.15. Profile tốc độ dòng

Để cập đến tổn thất ma sát, khác biệt giữa hai loại này rất đáng kể (hình 2.15). Trở lực của dòng được thể hiện trong sự phụ thuộc vào tốc độ trung bình của nó.

Tốc độ thấp thì dòng vẫn là chảy tầng, trở lực theo đường L. Tốc độ tăng, dòng chuyển sang chảy rối và trở lực theo đường T, với số mũ nhỏ hơn 2 đôi chút.

Trên đây là những số liệu được công bố mang tính chất tham khảo. Tuy nhiên, trong những nghiên cứu tính toán phức

Trên đây là những số liệu được công bố mang tính chất tham khảo. Tuy nhiên, trong những nghiên cứu tính toán phức tạp yêu cầu độ chính xác cao, những vấn đề như đã nêu, luôn được tiến hành trong các hệ thống máy tính hiện đại có dung lượng, tốc độ lớn (hệ thống máy tính hiệu năng cao – CFD) và hệ thống thiết bị thí nghiệm có độ chính xác cao. Để phân định dòng chảy tầng và dòng chảy rối, người ta dùng tiêu chuẩn Reynold.

2.6. TIÊU CHUẨN ĐÁNH GIÁ CẤU TRÚC DÒNG

Trong dòng chảy, đặc biệt là dòng chảy tốc độ cao, cấu trúc bên trong của nó rất phức tạp, và những đại lượng đặc trưng phụ thuộc vào rất nhiều thông số. Để phân định được khi nào dòng chảy tầng, khi nào dòng chảy cuộn, người ta đã tiến hành rất nhiều thí nghiệm. Kết quả của nó phụ thuộc vào nhiều nhân tố, trong đó quan trọng nhất là những nhân tố sau:

- Hình dáng của kênh hay của vật bao quanh;
- Tốc độ dòng;
- Tính chất vật lý của chất lưu, mà đặc trưng là khối lượng riêng ρ và độ nhớt động lực μ .

Đối với những kênh có tiết diện không phải là tròn thì chúng ta xác định Re theo bán kính gọi là bán kính thủy lực r_h ; thông thường nó được định nghĩa như tỷ số tiết diện A của kênh và chu vi tiết diện ống P – tức là với độ dài mặt cắt mà chất lỏng tiếp xúc với vách ống.

+ Với đường ống tròn:

$$r_h = \frac{A}{P} = \frac{\frac{\pi}{4}d^2}{\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2} \quad (2.38)$$

Tức là nó chỉ bằng một nửa của bán kính thực tế r. Bởi vậy một số tác giả đã đề xuất nên thay bán kính thủy lực bằng $r_h = \frac{2A}{P}$ hoặc đưa ra khái niệm đường kính thủy lực:

$$d_h = \frac{4A}{P} \quad (2.39)$$

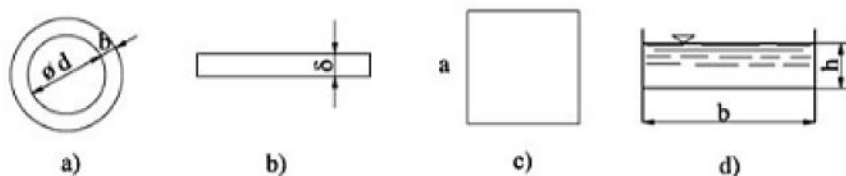
+ Đối với khuyên khe hẹp (hình 2.16a) chúng ta có:

$$d_h = \frac{4\pi d\delta}{2\pi d} = 2\delta \quad (2.40)$$

Trường hợp này cũng tương tự như kênh chữ nhật rất hẹp (hình 2.16b)

+ Đối với tiết diện vuông cạnh a (hình 2.16c):

$$d_h = \frac{a^2}{4a} = a \quad (2.41)$$



Hình 2.16. Phương pháp tính đường kính tương đương

+ Với thùng chứa hình chữ nhật hở có kích thước b, h (hình 2.16d):

$$d_h = \frac{4bh}{b+2h} \quad (2.42)$$

Như vậy, ở dòng chảy nông, bán kính thủy lực được xác định gần bằng độ sâu của dòng là h (vì $h \ll b$)

Đối với tiết diện tổng quát (nói chung) tồn tại có thể tích theo công thức

$$h_v = \sigma \frac{1}{\rho_h} \frac{c^2}{2g} l \quad (2.43)$$

ở đây $\sigma = \frac{\lambda}{4}$

Đối với vật bao quanh thì không có quy định cứng nhắc kích thước nào là đặc trưng. Tùy thuộc từng điều kiện mà có thể chọn chiều dài, chiều rộng hay độ sâu của vật làm đường kính thủy lực, miễn là kích thước đó đóng một vai trò quan trọng hơn so với những kích thước còn lại.

Tất cả những nhân tố trên chúng ta gộp vào một tiêu chuẩn

gọi là số Reynold

$$Re = \frac{cl}{\nu} \quad (2.44)$$

Trong đó ν là độ nhớt động lực học, nó quan hệ với độ nhớt động lực μ qua biểu thức $\nu = \mu/\rho$.

Số Re là một trong những tiêu chuẩn quan trọng nhất đánh giá dòng chảy.

Đối với dòng chảy trong các kênh thẳng dài thì có thể đánh giá một cách nhất quán như sau: ranh giới phân định dòng chảy tầng và dòng chảy rối là số Reynold tới hạn $Re_{cr} = 2300$. Khi $Re < 2300$ thì dòng trong kênh tạo thành dòng chảy tầng ổn định. Còn khi $Re > 2300$ thì tạo thành dòng chảy rối ổn định.

Tuy nhiên $Re_{cr} = 2300$ cũng chưa hoàn toàn chính xác vì nó chưa thể hiện hết những ảnh hưởng trong cấu trúc động học của dòng. Đặc biệt khi dòng bao quanh vật hay chảy qua một kênh ngắn thì Re_{cr} còn phụ thuộc vào hình dạng không gian vật bao quanh (tấm phẳng, cầu, profile cánh dạng giọt,...) và của kênh.

Nguyên nhân gây nên sự chuyển hóa dòng chảy tầng sang chảy rối cũng chưa xác định được một cách chính xác. Để đánh giá cường độ rối, chúng ta không thể chỉ căn cứ vào Re , mà ở đây chỉ có thể nói được rằng, đối với cùng một vật hay kênh, khi

Re cao hơn thì độ rối mạnh hơn.

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, không thể căn cứ vào số Re mà so sánh độ rối của các kênh và vật bao quanh. Cường độ rối của dòng trong cánh tuabin cao hơn nhiều so với dòng qua kênh phẳng, ngay cả khi chúng có cùng số Reynold.

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [3], [7], [10], [12], [14], [16], [19], [23].

Chương 3

CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN

DÒNG MỘT CHIỀU

Chúng ta đều biết rằng, mọi quá trình xảy ra trong thiên nhiên đều có quy luật từ dòng chảy mà cơ sở của nó là do xuất hiện sự mất cân bằng.

Nghiên cứu chuyển động của dòng chất lưu là một vấn đề rất phức tạp cả về lý thuyết lẫn thực nghiệm. Cho đến nay người ta vẫn chưa thể tìm ra một mô hình toán thể hiện được một cách đầy đủ nhất bản chất vật lý của các quá trình xảy ra trong dòng. Do đó thường phải cố gắng đưa ra một số phương pháp đã được đơn giản hóa giải các bài toán phức tạp nhưng vẫn đảm bảo được độ chính xác cho phép để kết quả của nó có thể sử dụng một cách thích hợp trong nghiên cứu và giải quyết các vấn đề thực tiễn.

Một trong những nhiệm vụ cơ bản nhất của việc nghiên cứu và giải quyết các bài toán về thủy khí động lực là xác định các trường phân bố của thông số dòng, trong đó trường tốc độ là quan trọng nhất. Mô hình đơn giản cả trong tính toán lý thuyết

lần thực nghiệm nhưng phản ánh một cách tương đối đầy đủ bản chất vật lý của quá trình là mô hình dòng một chiều. Tuy nhiên phương pháp này cũng gặp nhiều bất cập và khiếm khuyết do sử dụng những giả thiết đơn giản hóa các quá trình; đặc biệt đối với những mô hình phức tạp. Để khắc phục nhược điểm này, ngày nay với phương tiện máy tính hiện đại người ta thường sử dụng phương pháp CFD [26].

Phương pháp cơ bản nhất để giải các bài toán thủy khí động lực học là sợi dòng có kích thước ống dòng bé đến mức có thể coi quỹ đạo của tất cả các phần tử chuyển động trùng với hình dạng của nó. Với những giả thiết như vậy, thông số ở các tiết diện xác định của ống được coi là đồng nhất. Bài toán động học được giải như dòng một chiều thuần khiết. Ở các kích thước lớn hơn, người ta chia ra thành các ống có kích thước rất nhỏ và giả thiết chất lưu không bị pha trộn. Bài toán được giải với những giả thiết và điều kiện ràng buộc liên quan đến bản chất vật lý và toán học của quá trình.

Ngày nay, với việc sử dụng các công nghệ hiện đại, đặc biệt là công nghệ vật liệu, người ta có thể tạo được dòng vi lượng thuần khiết. Chẳng hạn, trong công nghệ nano, có thể chế tạo được các ống nano cacbon (carbon nanotube - CNT) một vỏ có đường kính 1,4 nm ($1,4 \cdot 10^{-9}$ m) chỉ đủ cho một phân tử chui

qua.

Tuy nhiên, trong các bài toán mà độ chính xác yêu cầu không quá khắt khe và có thể bỏ qua các ảnh hưởng phụ thì chúng ta vẫn có thể coi dòng có kích thước lớn hoặc rất lớn là dòng một chiều. Trong một số trường hợp, ở gần đúng thứ nhất có thể coi dòng như dòng một chiều và sau đó hiệu chỉnh kết quả theo dòng hai chiều hoặc ba chiều.

Bằng cách đó, thực chất toàn bộ bài toán đã được tuyến tính hóa, bởi vì dòng chất lưu có thể giải theo những nguyên lý cơ học đã biết như chuyển động của phần tử theo một quỹ đạo nhất định.

Để giải bài toán cơ học dòng chất lưu, người ta sử dụng hệ phương trình cơ bản, bao gồm: phương trình liên tục, phương trình động lượng, phương trình năng lượng và phương trình trạng thái.

Sau đây chúng ta nghiên cứu các phương trình chủ đạo nói trên.

3.1. PHƯƠNG TRÌNH LIÊN TỤC

Một cách tổng quát chúng ta xây dựng phương trình liên tục trên nguyên lý bảo toàn khối lượng cho dòng chất lưu chảy qua

$$\rho = \rho(t, s)$$

Ảnh hưởng
nén tạo nên $d_t\rho$

$$d_t\rho = \rho_t - \rho$$

làm thay đổi khối
lượng dm theo dt .

Như vậy sự
thay đổi khối
lượng dm , một
mặt do hiệu số
khối lượng chất
lưu chảy vào và
chảy ra trong thời
gian dt

$$dm = (\rho_1 A_1 c_1 - \rho_2 A_2 c_2) \cdot dt \quad (3.2)$$

mặt khác, do chất lưu trong ống có thể nén hoặc giãn tùy thuộc
vào sự thay đổi mật độ $d_t\rho$ trong khoảng thời gian dt ; nên có thể
viết phương trình cân bằng khối lượng

$$m_t = m + dm = \int_1^2 \rho_t A ds = \int_1^2 (\rho + d_t\rho) A ds = \int_1^2 \rho A ds + \int_1^2 d_t\rho A ds$$

Từ đó có thể suy ra

$$dm = \int_1^2 d_t\rho A ds$$

Sự thay đổi mật độ ρ theo thời gian hoặc do thay đổi áp suất
hoặc do thay đổi nhiệt độ, có thể diễn tả theo biểu thức

$$d_t\rho = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt$$

Như vậy, thay đổi phân tố của khối lượng trong ống giữa
các tiết diện 1,2 sau thời gian dt là

$$dm = dt \int_1^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} A ds \quad (3.3)$$

So sánh hai biểu thức xác định dm (3.2) và (3.3); sau khi rút
gọn, ta được

$$\rho_1 A_1 c_1 - \rho_2 A_2 c_2 = \int_1^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} A ds \quad (3.4)$$

Đây là phương trình liên tục tổng quát của dòng chất lưu
nén, không ổn định chảy qua ống.

Phương trình này thỏa mãn cho mỗi một thời điểm xác
định; và ứng dụng nó khi giả thiết biết được sự phụ thuộc của
tiết diện A vào khoảng cách đến điểm chọn ban đầu.

Trong dòng khí ổn định, khối lượng riêng không thay đổi

theo thời gian nên

$$\rho_1 A_1 c_1 = \rho_2 A_2 c_2 = \text{const}$$

$$\text{Từ đó suy ra } D = \rho A c = \text{const} \quad (3.5a)$$

$$\text{hay } D/A = \rho c = \text{const.} \quad (3.5b)$$

Để có thể xác định được qui luật thay đổi các thông số ở các tiết diện khác nhau, người ta thường viết dưới dạng vi phân – lôgarit hóa, sau đó đạo hàm $D = \rho A c$, ta được

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} = 0 \quad (3.6)$$

Ngược lại đối với chất lỏng, khối lượng riêng có thể giả thiết là hằng số, tức là

$$\rho_1 = \rho_2 = \text{const, ta có}$$

$$A_1 c_1 = A_2 c_2 = \text{const}$$

$$\text{hay } A \cdot c = \text{const} \quad (3.7)$$

Biểu thức trên diễn tả điều kiện không thay đổi thể tích chất lưu khi chảy qua tiết diện A_1, A_2 sau 1 giây.

Biểu thức này chỉ thỏa mãn cho chất khí trong trường hợp khối lượng riêng thay đổi không đáng kể; hay nói một cách khác khi tốc độ dòng thấp, nhỏ hơn tốc độ âm thanh rất nhiều.

3.2. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG - PHƯƠNG TRÌNH BERNOULLI; PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LƯỢNG

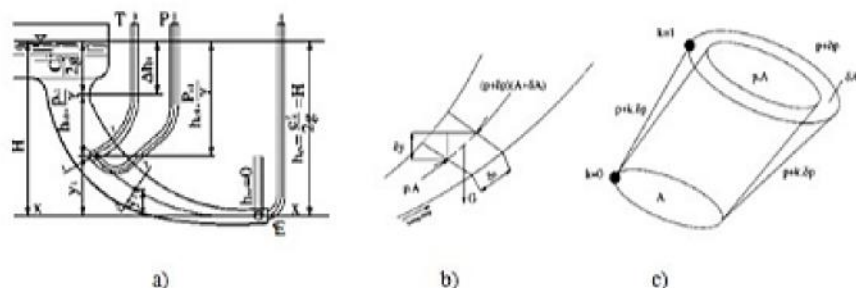
3.2.1. Dòng ổn định của chất lưu lý tưởng

Trong chuyển động tổng quát, tốc độ dòng chất lưu thay đổi từ điểm này đến điểm khác. Theo định luật I Newton, sự thay đổi tốc độ luôn liên quan đến lực tác động; do vậy, cũng dẫn đến việc thay đổi áp suất trong dòng.

Mối quan hệ giữa những sự thay đổi này được đề cập qua định luật II Newton khi nghiên cứu chuyển động của các phần tử trong dòng chất lưu.

Ta chọn một phần tử nhỏ chất lưu, và giả thiết sự thay đổi tốc độ và áp suất cũng rất nhỏ.

Tuy nhiên, dù nhỏ nhưng phần tử được cấu thành từ vô số phân tử, nên tính liên tục của dòng vẫn được đảm bảo.



Hình 3.2. Khảo sát chuyển động dòng chất lưu lý tưởng

Phân tử được chọn có các tiết diện vuông góc với trục đường dòng trung tâm.

Lực tác động vào phân tử bao gồm:

- Áp lực của chất lưu chung quanh phân tử;
- Lực trọng trường: lực khối lượng;
- Lực gia tốc chuyển động.

Đối với dòng ổn định của chất lưu lý tưởng, ta có thể sử dụng một số giả thiết bỏ qua ảnh hưởng của các nhân tố: độ nhớt, sức căng bề mặt, điện trường, từ trường, phản ứng hóa học, phản ứng hạt nhân,...

Mặc dù độ nhớt được xếp ảnh hưởng đầu tiên, nhưng trong trường hợp này có thể bỏ qua nó cũng không ảnh hưởng lắm. Nói chung các chất lưu thường gặp đều có độ nhớt thấp, trừ

trường hợp dòng xoáy cuộn làm xuất hiện lực nhớt rất gần với vật bao cứng. Như vậy, hành vi của chất lưu thực thường cũng rất giống chất lưu lý tưởng – không nhớt. Và trong trường hợp không xuất hiện lực cắt, thì mọi lực tác động đều vuông góc với bề mặt, bất luận bề mặt đó là của vật bao cứng hay của phân tử chất lưu liền kề.

Dòng chất lưu được coi là ổn định; Các thông số không phụ thuộc vào thời gian.

Phân tử có độ dài là ds , tính theo chiều chuyển động của dòng và độ dài của phân tử nhỏ đến mức có thể bỏ qua độ cong của đường dòng. Một cách tổng quát các thông số chỉ thay đổi theo quãng đường s ; Và dòng là ổn định nên các đại lượng cũng không phụ thuộc vào thời gian. Do vậy các biến số có thể được coi chỉ là hàm số của quãng đường s .

Sau đây chúng ta xét các thành phần lực tác động vào phân tử:

- Áp suất phía đầu vào phân tử là p và đầu ra là $p + \delta p$ (giá trị δp phụ thuộc vào dòng tăng tốc hay tăng áp – giãn hay nén).

Lực gây ra áp suất ở đầu vào và đầu ra phân tử

pA và $(p + \delta p)(A + \delta A)$ có chiều ngược nhau.

- Ngoại trừ phân tử là hình trụ, còn không, lực tác dụng do

áp suất gây ra ở vách luôn có thành phần theo hướng dòng. Bởi vì lực ở bất kỳ hướng nào cũng đều là tích số của áp suất với hình chiếu của diện tích vuông góc với hướng tác động, nên thành phần dọc trục gây nên do áp suất ở vách phân tố là

$$(p + k\delta p)\delta A$$

$$\text{ở đây } k \leq 1$$

- Lực trọng khối của phân tố dG có thể xác định

$$dG = \gamma dV = \rho g (A + \delta A) \delta s$$

Như vậy, tổng hợp các lực tác động vào phân tố theo hướng chuyển động của dòng (trừ ảnh hưởng của những lực khác như độ nhớt, ...)

$$F = pA - (p + \delta p)(A + \delta A) + (p + k\delta p)\delta A - \rho g (A + \delta A) \delta s \cos \alpha$$

Bỏ qua thành phần bậc hai của các đại lượng nhỏ ta thu gọn được

$$F = -A\delta p - \rho g A \delta s \cos \alpha$$

$$\text{mà } \delta s \cos \alpha = \delta y$$

y là chiều cao cách mặt chuẩn ngang

δy là gia số mức cao theo chiều dài phân tố

nên

$$F = -A\delta p - \rho g A \delta y \quad (3.8a)$$

Do khối lượng của phân tố là hằng số nên theo định luật II Newton, lực này phải bằng khối lượng m nhân với gia tốc a theo hướng tác động của lực

$$F = m a = \rho A \delta s \frac{dc}{dt} \quad (3.8b)$$

So sánh (3.8a) và (3.8b) cuối cùng ta có phương trình

$$F = -A\delta p - \rho g A \delta y = \rho A \delta s \frac{dc}{dt}$$

Chia cả hai vế cho $\rho A \delta s$ và lấy giới hạn $\delta s \rightarrow 0$, ta thu được phương trình

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} + \frac{dc}{dt} + g \frac{dy}{ds} = 0$$

Mặt khác, gia số tốc độ cũng có thể viết một cách tổng quát (hình 3.3)

$$\delta c = \frac{\partial c}{\partial s} \delta s + \frac{\partial c}{\partial t} \delta t$$

hay dưới dạng vi phân toàn phần

$$dc = \frac{\partial c}{\partial s} ds + \frac{\partial c}{\partial t} dt \quad (3.9a)$$

Như vậy, trong giới hạn khi $\delta t \rightarrow 0$, gia tốc a_s trong hướng dòng có thể viết

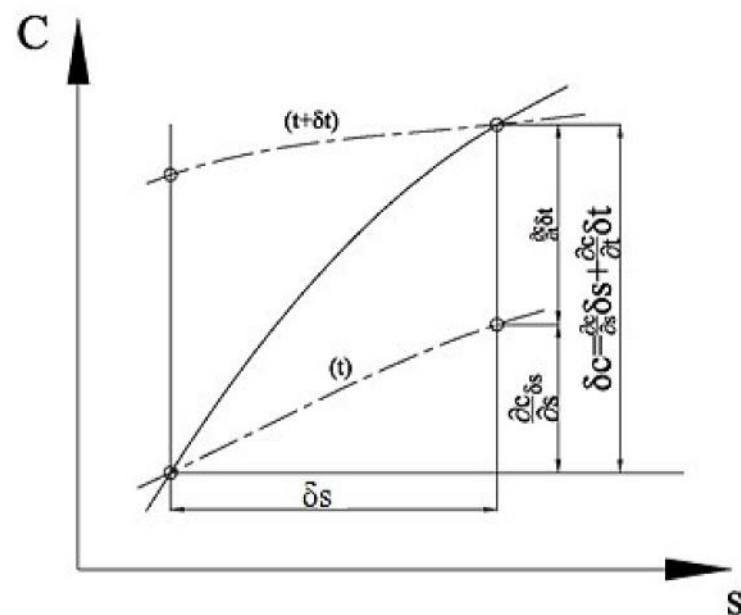
$$a_s = \frac{dc}{dt} = c \frac{\partial c}{\partial s} + \frac{\partial c}{\partial t} \quad (3.9b)$$

Đối với dòng ổn định, gia tốc cục bộ $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$, và như vậy

$$\frac{dc}{dt} = c \frac{\partial c}{\partial s} \quad (3.9c)$$

(Vi phân toàn phần thay cho riêng phần, bởi vì đối với ống dòng c chỉ là hàm số của s)

Cuối cùng ta có phương trình trong dạng vi phân



Hình 3.3. Gia số thay đổi tốc độ

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} + c \frac{dc}{ds} + g \frac{dy}{ds} = 0 \quad (3.10)$$

Phương trình này trước kia được gán cho Euler, nhà toán học Thụy Sĩ Leonhard Euler (1707 - 1783)

Phương trình này không thể tích phân một cách hoàn chỉnh khi xét đến quan hệ của các đại lượng với quãng đường s , ngoại trừ p hoặc là hằng số hoặc là một hàm số xác định của p .

Đối với chất lưu có mật độ không đổi ($\rho = \text{const}$) có thể viết

$$\frac{dp}{\rho} + cdc + gdy = 0$$

Chia cả hai vế cho g , ta được

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{dc^2}{2g} + dy = 0 \quad (3.11a)$$

hay

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + (y_2 - y_1) = 0 \quad (3.11b)$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + y_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + y_2 \quad (3.11c)$$

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} + y = \text{const} \quad (3.11d)$$

Dòng chất lỏng lý tưởng chảy qua kênh xảy ra sự trao đổi giữa năng lượng vị trí, áp lực và tốc độ. Tổng là một hằng số.

Kết quả ở những dạng trên, ngày nay thường được gọi là nguyên lý Bernoulli để vinh danh một nhà toán học Thụy Sĩ khác, Daniel Bernoulli (1700 - 1782).

Phương trình Bernoulli phát biểu: Trong chuyển động tuyệt đối của chất lỏng lý tưởng, tổng chiều cao thế năng, áp năng và động năng không thay đổi.

Để khái quát, chúng ta đưa ra những điều kiện mà phương trình Bernoulli phải thỏa mãn

- Chất lưu phải là không nhớt (không ma sát);

- Mật độ là hằng số;

- Dòng phải ổn định;

- Một cách tổng quát, các mối quan hệ chỉ được áp dụng cho đường dòng đơn.

Đối với chất lỏng, đặc biệt trong những trường hợp có mặt thoáng tự do, phương trình (3.11) được sử dụng rất thích hợp để mô tả và tính toán các quá trình.

Đối với chất khí, trong những trường hợp mật độ thay đổi không đáng kể, thì sử dụng phương trình (3.11) tỏ ra ưu việt. Và để đơn giản hóa phương trình này, với mật độ của chất khí thấp, ta có thể bỏ qua thành phần y , vì nó không đáng kể so với giá trị của đại lượng p/ρ . Sai số tính toán có thể chấp nhận được. Và phương trình có dạng

$$\frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} = \text{const} \quad (3.12a)$$

$$\text{hay} \quad p + \rho \frac{c^2}{2} = \text{const} \quad (3.12b)$$

Đây là phương trình được sử dụng nhiều nhất trong khí động lực học và được coi là một trong “Năm phương trình làm thay đổi thế giới”¹; là nguyên lý cơ bản của mọi vật bay trong không gian.

Bốn phương trình còn lại là

$$F = \frac{GMm}{a^2} \quad (\text{Issac Newton (25/12/1642 – 20/03/1727)})$$

$$\nabla E = -\frac{\partial S}{\partial t} \quad (\text{Michael Faraday (22/09/1791 – 25/08/1867)})$$

$$\Delta S_{\text{vũ trụ}} > 0 \quad (\text{Rudolf Julius Emanuel Clausius (02/01/1822–24/08/1888)})$$

$$E = mc^2 \quad (\text{Albert Einstein (14/03/1879 – 18/04/1955)})$$

Cuối cùng, chúng ta xét một trường hợp đặc biệt đơn giản (hình 3.2a) với độ cao mặt thoáng $H = h$. Áp suất mặt thoáng và áp suất đầu xả bằng áp suất khí quyển p_a .

Chúng ta xác định tốc độ thoát của chất lỏng (nước) qua lỗ E với giả thiết không biết quỹ đạo thực tế của phần tử chất lỏng, và không có tổn thất năng lượng; Năng lượng cột áp h (ở vị trí bất kỳ) biến hoàn toàn thành động năng.

Cân bằng năng lượng cho 1 kg khối lượng chất lỏng

$$1 \cdot g \cdot h = 1 \cdot \frac{c_t^2}{2}$$

Từ đó ta có công thức Toricelli

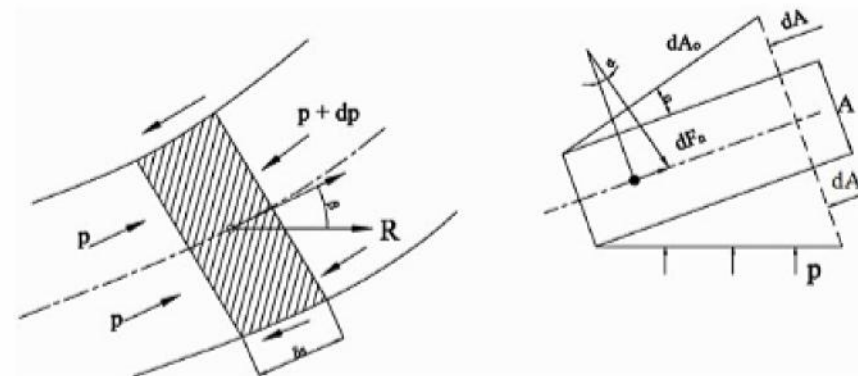
$$c_t = \sqrt{2gh} \quad (3.13)$$

c_t là tốc độ lý thuyết của dòng.

3.2.2. Dòng không ổn định của chất lưu thực

a. Phương trình chuyển động

Tương tự như phần diễn tả phương trình Bernoulli, nhưng ở đây ta tiếp cận phương trình chuyển động với một phương thức khác, đề cập một cách tổng quát đến ảnh hưởng của ma sát và tính chất không ổn định của dòng.



Hình 3.4. Khảo sát chuyển động phân tố chất lưu thực

Giả thiết ngoại giả tốc là R (gia tốc trọng trường), trong dòng tồn tại ma sát do độ nhớt chất lưu; dòng chảy không ổn định.

- Thành phần lực tạo ra do ngoại giả tốc tổng hợp theo hướng chuyển động của dòng chất lưu

$$dF_1 = dm.R.\cos\beta = \rho.A.R.\cos\beta.ds$$

- Lực tác động của chất lưu chung quanh vào hai đầu giới hạn của phân tố được thay bằng áp lực riêng p và $(p + dp)$, có hiệu số của chúng gây nên một lực tác động vào phân tố

$$dF_2 = [-(p + dp) + p]A = -A dp = -A \frac{\partial p}{\partial s} ds$$

có hướng chống lại chiều chuyển động của dòng chất lưu.

- Lực tác động khác là lực do tác động tiếp tuyến của vách ống, tức là ma sát, nó ngăn cản chuyển động, ta ký hiệu là dT .

- Tất cả những lực trên truyền cho khối lượng dm một gia tốc a ; Và theo nguyên lý d'Alembert, ta có thể viết

$$\Sigma dF - a.dm = 0$$

$$(dF_1 + dF_2 - dT) - a.dm = 0$$

Sau khi thay vào, ta được

$$\rho A.R.\cos\beta ds - A \frac{\partial p}{\partial s} ds - dT - a.\rho A ds = 0$$

Ta thay thế $\rho = \frac{\gamma}{g}$, và chia cả hai về phương trình cho $(-\gamma A)$, ta được

$$-\frac{R}{g} \cos\beta ds + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial p}{\partial s} ds + \frac{dT}{\gamma A} + \frac{1}{g} a ds = 0 \quad (3.14a)$$

Để hiểu rõ bản chất vật lý của quá trình, ta phân tích các thành phần trong phương trình trên: $\frac{a.ds}{g}$ diễn tả ảnh hưởng của lực quán tính của phân tố chất lưu.

Theo định nghĩa, gia tốc chuyển động phải thỏa mãn $a = \frac{dc}{dt}$

$$\text{Ta có thể viết} \quad \frac{a}{g} ds = \frac{1}{g} \left(\frac{\partial c}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} ds + \frac{\partial c}{\partial t} ds \right)$$

$$\text{Ta đặt} \quad \frac{ds}{dt} = c; \frac{\partial c}{\partial s} ds = d_s c; \frac{\partial c}{\partial t} = a_t, \text{ và thu được}$$

$$\frac{a}{g} ds = \frac{1}{g} (c d_s c + a_t ds) = \frac{d_s c^2}{2g} + \frac{a_t}{g} ds$$

Tương tự, ta sử dụng dạng ký hiệu như trên cho sự thay đổi áp suất theo quãng đường $\frac{\partial p}{\partial s} ds = d_s p$

Xem xét thành phần cuối cùng $\frac{dT}{\gamma A}$. Thành phần này diễn tả tác động của ma sát; nó có thứ nguyên là chiều dài $\left[\frac{N}{N.m^{-3}.m^2} = m \right]$; Và đó chính là tổn thất cột áp do ảnh hưởng của ma sát gây nên trên vách ống; ta ký hiệu là dh_z .

Thay vào (3.14a), cuối cùng ta nhận được phương trình

chuyển động

$$-\frac{R}{g} \cos \beta ds + \frac{d_s p}{\gamma} + \frac{d_s c^2}{2g} + dh_z + \frac{a_s ds}{g} = 0 \quad (3.14b)$$

Phương trình trên thỏa mãn cho thời điểm lựa chọn và tiết diện khảo sát của ống dòng.

Và nếu ta xem xét tác động của ngoại lực (lực khối lượng), ta thấy

$$R ds \cdot \cos \beta = \bar{R} \cdot d\vec{s} = Xdx + Ydy + Zdz$$

$$\text{hay} \quad -\frac{R}{g} \cos \beta ds = -\frac{1}{g} (Xdx + Ydy + Zdz) = -\frac{dU}{g} = \frac{dV}{g}$$

Như vậy ta có biểu thức cuối cùng, diễn tả phương trình chuyển động

$$\frac{dV}{g} + \frac{d_s p}{\gamma} + \frac{d_s c^2}{2g} + dh_z + \frac{a_s ds}{g} = 0 \quad (3.15)$$

Phương trình chuyển động được viết dưới dạng như trên có thể phát biểu như sau: Tổng gia số chiều cao: thế năng, áp năng, động năng, tổn thất năng lượng, năng lượng gia tốc của một chuyển động không ổn định của chất lưu trong ống dòng luôn bằng không.

Để có thể tích phân được phương trình trên, dV phải là vi phân toàn phần. Chuyển động thế lượng như vậy thường xảy ra,

chẳng hạn trong dòng chuyển động của chất lưu qua một kênh cố định trong trọng trường.

b. Phương trình Bernoulli mở rộng

Ta sử dụng phương trình chuyển động (3.14b) của dòng không ổn định có kể đến tác động của ma sát vách ống (để đơn giản và tổng quát ta bỏ chỉ số "s" và "t")

$$-\frac{R}{g} \cos \beta ds + \frac{dp}{\gamma} + \frac{dc^2}{2g} + dh_z + \frac{a}{g} ds = 0$$

Thành phần của ngoại gia tốc R (hình 3.4, hình 3.5) thỏa mãn $X = Z = 0$, $Y = -g$ hoặc $R = -g$, $ds \cos \beta = -dy$; từ đó ta có

$$\frac{dV}{g} = -\frac{R}{g} \cos \beta ds = dy$$

Phương trình chuyển động chuyển thành dạng

$$dy + \frac{dp}{\gamma} + \frac{dc^2}{2g} + dh_z + \frac{a}{g} ds = 0 \quad (3.16a)$$

Nó có dạng giống như phương trình Bernoulli (3.11) chỉ mở rộng thêm hai thành phần: ảnh hưởng của lực tăng tốc (quán tính) của chất lỏng

$$\frac{a}{g} ds = \frac{1}{g} \frac{\partial c}{\partial t} ds$$

và ảnh hưởng của trở lực do nhớt dh_z

Chúng ta có thể lý giải ý nghĩa của lực quán tính trên quan điểm “năng lượng”: đó chính là công của lực dọc theo quãng đường ds , nó có khả năng truyền cho 1 kg chất lỏng một gia tốc a .

Sau đây, chúng ta nêu một số ứng dụng của phương trình chuyển động:

Khảo sát hai trường hợp đơn giản:

– Ống có tiết diện không thay đổi (hình 3.5)

Trong trường hợp này, tốc độ và cả gia tốc tại một thời điểm lựa chọn, trong tất cả các vị trí của ống đều như nhau; như vậy tích phân phương trình chuyển động dọc theo quãng đường s giữa các điểm 1 và 2 sẽ là

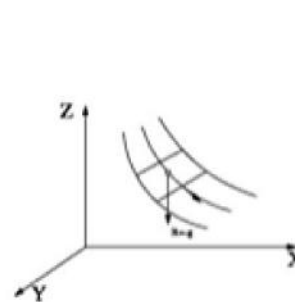
$$y_2 - y_1 + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + h_{z1,2} + \frac{a}{g}l = 0 \quad (3.16b)$$

$$-\delta y - \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + h_{z1,2} + \frac{a}{g}l = 0$$

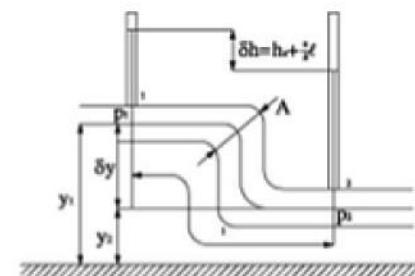
Tồn thất năng lượng thông qua tồn thất áp suất:

$$\delta h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} + h_{z1,2} + \frac{a}{g}l - \delta y$$

bỏ qua $\frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$ và δy



Hình 3.5. Ống tiết diện không đổi



Hình 3.6. Ống tiết diện thay đổi

Trong ống pitzometer, tồn thất năng lượng được thể hiện qua tồn thất áp suất trên đường ống (xem thêm phần tồn thất ma sát); cũng tương tự ở đây ta xác định tồn thất năng lượng trên đường ống có chiều dài l , tại tiết diện 2

$$\delta h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h_z + \frac{a}{g}l - \delta y$$

Vì ta coi $c_1 = c_2$ nên trong trường hợp này có thể bỏ qua δy . Như vậy, tại tiết diện 2 mặt thoáng thấp hơn tiết diện 1, một lượng δh do tồn thất đường dài.

$$\delta h = h_z + \frac{a}{g} l$$

– Trường hợp tiết diện ống thay đổi (hình 3.6)

Trường hợp này không những chỉ tốc độ mà cả gia tốc của chất lỏng cũng thỏa mãn phương trình liên tục.

Đối với chất lỏng, ở một thời điểm bất kỳ nào đó, với hai tiết diện tùy ý thỏa mãn phương trình $A_1 c_1 = A_2 c_2$; Cũng tương tự, sau một lượng thời gian δt với sự thay đổi tốc độ $c_1 + \delta c_1$ và $c_2 + \delta c_2$, phương trình liên tục sẽ là

$$A_1(c_1 + \delta c_1) = A_2(c_2 + \delta c_2), \text{ nhưng } A_1 c_1 = A_2 c_2 \text{ nên ta có}$$

$$A_1 \delta c_1 = A_2 \delta c_2$$

Chia cả 2 vế cho δt

$$A_1 \frac{\delta c_1}{\delta t} = A_2 \frac{\delta c_2}{\delta t}$$

Thay thế sai phân bằng vi phân, ta được

$$A_1 a_1 = A_2 a_2 = A \cdot a = \text{const}$$

Thay vào biểu thức (3.16a), $a = a_1 A_1 / A$, sau khi tích phân ta được

$$v_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = v_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + h_{a,2} + \frac{a_1 A_1}{g} \int_1^2 \frac{ds}{A} \quad (3.17)$$

Tương tự như phương trình chuyển động, phương trình (3.17) diễn tả tổng thế năng, áp năng, động năng ở tiết diện đầu và tiết diện cuối, mở rộng thêm công cần thiết để vượt qua trở lực và công của lực gia tốc.

Thông thường, thành phần cuối cùng được viết dưới dạng $\frac{a_1}{g} l$,

Trong đó l_r là chiều dài qui đổi của đường ống có liên hệ với tiết diện chọn khảo sát A_1

$$l_r = A_1 \int_1^2 \frac{ds}{A} = \frac{1}{a_1} \int_1^2 a ds \quad (3.18)$$

trong đó A_1, a_1 : giá trị ở tiết diện vào (khảo sát);

A, a : giá trị tương ứng trên quãng đường ds .

Phương trình Bernoulli mở rộng (3.16a, 3.16b) thỏa mãn cho mọi thời điểm tùy ý, trong đó đã hàm chứa yếu tố thời gian t

$$c = f(t) \text{ và } a = a_t = \frac{\partial c}{\partial t}$$

Đây là phương trình vi phân tổng quát được sử dụng vào việc tính toán tốc độ, lưu lượng hay áp suất trong một tiết diện nào đó của đường ống. Nó là hàm số của thời gian phụ thuộc

vào điều kiện gần đúng nhất của toàn bộ quá trình.

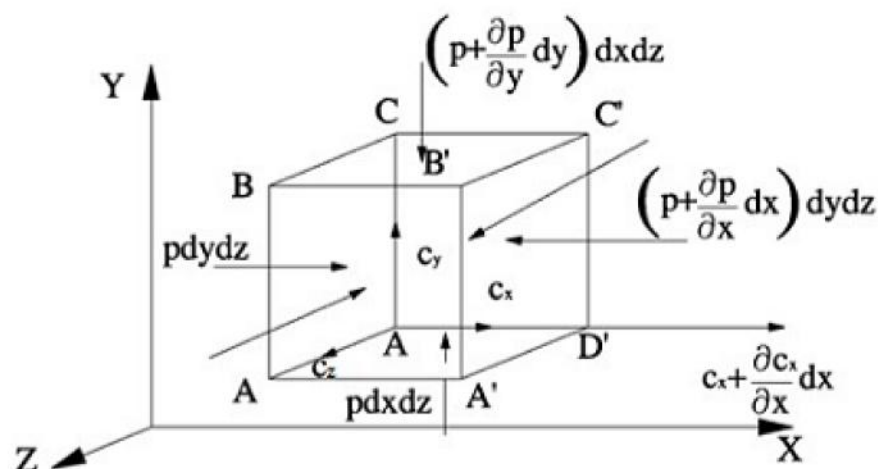
Để giải phương trình trên thường sử dụng các giả thiết đơn giản, chẳng hạn như chuyển động cưỡng bức, trong đó tốc độ và gia tốc của chất lỏng được xác định trước.

3.2.3. Phương trình động lượng

Ở những phần trên chúng ta đã đưa ra mô hình toán dòng một chiều, dòng chất lỏng lý tưởng và dòng chất lưu thực không ổn định. Để mở rộng khả năng ứng dụng khi nghiên cứu dòng nên có tốc độ cao trong các thiết bị dòng và máy năng lượng, ở đây chúng ta xây dựng phương trình động lượng cho một dòng tổng quát chịu tác động của ngoại lực, sinh công và có ma sát.

Để xây dựng phương trình cơ bản ta cắt tách một phần tử không gian của dòng chất lưu có kích thước $dx dy dz$ (hình 3.7).

Để đơn giản, ở đây kết quả xây dựng mô hình toán ta chỉ hạn chế cho dòng một chiều - chiều x .



Hình 3.7. Thiết lập phương trình động lượng

Thỏa mãn định luật II của Newton chúng ta có thể coi sự thay đổi động lượng của phần tử bằng thay đổi xung lượng của ngoại lực

$$d(mc) = F dt \quad (3.19)$$

Ở đây F là tổng các thành phần của lực tác động vào khối lượng m theo chiều trục khảo sát, c là thành phần tốc độ trên trục tương ứng và dt là thời gian tác động của lực F .

Ở trên là nguyên lý cơ bản sử dụng trong cơ học. Đối với dòng chất lưu một cách thích hợp đôi khi người ta sử dụng nguyên lý Euler trong thủy khí động lực [3]. Nguyên lý này được thể hiện như sau: Sự thay đổi động lượng của khối lượng

vật chất chứa trong phân tử sinh ra do hai nguyên nhân: thứ nhất là do mỗi phân tử chất lưu khi dịch chuyển đã đạt được một vị trí mới và tốc độ mới, thứ hai là do tốc độ ở mỗi một điểm trong không gian đều thay đổi theo thời gian.

Như vậy, hiển nhiên trong chuyển động ổn định (thông số không phụ thuộc vào thời gian) thì sự thay đổi của động lượng chỉ phụ thuộc vào sự thay đổi vị trí của phân tử chất lưu.

Theo biểu thức tổng quát (3.19) và hình 3.7, ta xây dựng phương trình diễn tả sự thay đổi động lượng và xung lượng của dòng phân tử có khối lượng $dm = \rho dx dy dz$.

Ta thiết lập phương trình theo trục x

– Sự thay đổi động lượng của khối lượng phân tử

$$dm \cdot dc_x = \rho dx dy dz dc_x$$

– Xung lượng của ngoại lực bao gồm

+ Áp lực tác dụng vào bề mặt ABCD trong thời gian dt một xung lượng $p dy dz dt$

+ Xung lượng của lực tác động vào bề mặt A'B'C'D' sau thời gian dt

$$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy dz dt$$

+ Lực khối lượng do tác động của ngoại gia tốc $R(X, Y, Z)$

$$X dm dt = X \rho dx dy dz dt$$

Cũng cần lưu ý rằng, một cách tổng quát ngoại gia tốc có thể coi là gia tốc tổng hợp của trọng trường, từ trường, điện trường v.v. Thông thường trong dòng chất lưu chỉ có nước hoặc khí, người ta bỏ qua ảnh hưởng của từ trường và điện trường. Đối với dòng khí cũng có thể bỏ qua cả ảnh hưởng của trọng trường.

+ Một cách tổng quát ta coi dòng môi chất là chất lưu nhớt có ma sát và thực hiện công. Lực tác động tương ứng của các đại lượng này là dF_f và dF_w . Ở đây cũng cần hiểu rằng nếu sinh công (tua bin chẳng hạn) thì $dF_w > 0$, còn nếu tiêu thụ công (máy nén, bơm...) thì $dF_w < 0$ tức là máy tác động vào chất lưu. Xung lượng gây nên do các lực này trong khoảng thời gian dt

$$dF_f dt, dF_w dt$$

Cân bằng sự thay đổi động lượng khối lượng và tổng xung lượng ta có phương trình động lượng theo trục x

$$p dy dz dt - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy dz dt + X \rho dx dy dz dt - dF_w dt - dF_f dt = \rho dx dy dz dc_x$$

Sau khi giản ước ta được

$$X\rho dx dy dz dt - \frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz dt - dF_w dt - dF_f dt = \rho dx dy dz dc_x$$

Chia cả hai vế của phương trình cho $dm dt = \rho dx dy dz dt$

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{dF_w}{dm dt} - \frac{dF_f}{dm dt} = \frac{dc_x}{dt} \quad (3.20)$$

Ta ký hiệu $D = \frac{dm}{dt}$ là lưu lượng phân tử

Nhân cả hai vế của phương trình (3.20) với dx và đặt $c_x = \frac{dx}{dt}$ ta được

$$X dx - \frac{dp}{\rho} - \frac{c_x dF_w}{D} - \frac{c_x dF_f}{D} = c_x dc_x \quad (3.21)$$

Đó chính là phương trình động lượng tổng quát của dòng chất lưu theo trục x .

Hoàn toàn tương tự ta có thể viết cho trục y, z với thành phần ngoại gia tốc Y, Z . Đương nhiên phải lưu ý kí hiệu và chỉ số thông số tương ứng với các trục y và z .

Thông thường với chất khí, người ta có thể giả thiết $X = Y = Z = 0$

Phương trình động lượng rút gọn thành dạng

$$c_x dc_x + \frac{dp}{\rho} = -\frac{c_x dF_w}{D} - \frac{c_x dF_f}{D} \quad (3.22a)$$

Ở đây dễ dàng nhận thấy rằng, thành phần ở vế phải của phương trình chính là công của 1kg dòng chất lưu

$$\text{Công kỹ thuật} \quad \frac{c_x}{D} dF_w = dw_{tc} \quad [\text{J/kg}]$$

$$\text{Công ma sát} \quad \frac{c_x}{D} dF_f = dw_f \quad [\text{J/kg}]$$

Từ đó hiển nhiên thấy rằng, phương trình động lượng trong ống dòng trong đó có kể đến ảnh hưởng của độ nhớt (ma sát) và bỏ qua ảnh hưởng thế năng có dạng

$$-dw_{tc} = d\left(\frac{c_x^2}{2}\right) + \frac{dp}{\rho} + dw_f \quad (3.22b)$$

Mặt khác, phương trình (3.22a) có thể viết lại dưới dạng

$$dp + \rho c_x dc_x = -\frac{c_x dF_w}{\frac{D}{\rho}} - \frac{c_x dF_f}{\frac{D}{\rho}} \quad (3.22c)$$

Ta sử dụng phương trình liên tục của dòng một chiều $D = \rho c_x A$

Thay $\frac{D}{\rho} = c_x A$ vào phương trình (3.22c) ta được

$$dp + \rho c_x dc_x = -\frac{dF_w}{A} - \frac{dF_f}{A} \quad (3.23)$$

$$\text{hay } Adp + Ddc_x = -dF_w - dF_f \quad (3.24)$$

Trường hợp dòng không có ma sát và không thực hiện công (không có lực tác dụng của dòng vào máy (bánh công tác)) thì phương trình vi phân động lượng có dạng đặc biệt đơn giản sau

$$-Adp = \rho c_x dc_x \quad (3.25a)$$

$$\text{hay } -Adp = Ddc_x \quad (3.25b)$$

Phương trình (3.25) diễn tả một tính chất quan trọng của dòng khí khi không sinh công và không tồn tại lực ma sát thì sự tăng tốc của dòng khí chỉ có thể xảy ra khi giảm áp suất tĩnh. Và ngược lại sự hãm dòng trong trường hợp này luôn làm cho áp suất tăng. Sự biến động này không phụ thuộc vào các thông số còn lại cũng như các quá trình khác đồng thời xảy ra trong dòng.

Trong trường hợp có thể bỏ qua được ảnh hưởng của độ nén (khoảng thay đổi áp suất và mật độ không lớn lắm) ta có thể tích phân phương trình (3.23)

$$\int_1^2 dp + \rho \int_1^2 c_x dc_x = -\frac{1}{A} \int_1^2 dF_w - \frac{1}{A} \int_1^2 dF_f$$

Ta đặt $\Delta F_w = F_w$ và $\Delta F_f = F_f$, phương trình động lượng tổng quát cho các chất khí có dạng

$$p_2 - p_1 + \rho \frac{c_{2x}^2 - c_{1x}^2}{2} = -\frac{F_w}{A} - \frac{F_f}{A} \quad (3.26)$$

Ta đặt $f_w = \frac{F_w}{A}$, $f_f = \frac{F_f}{A}$ là áp lực của bánh công tác và ma sát tác động lên tiết diện của dòng. Phương trình của bánh công tác (quạt)

$$p_2 - p_1 + \rho \frac{c_{2x}^2 - c_{1x}^2}{2} = -f_w - f_f \quad (3.27)$$

Nếu dòng không sinh (hay tiêu thụ) công và không có ma sát ($f_w = 0$, $f_f = 0$), ta có phương trình đơn giản

$$p_2 - p_1 + \rho \frac{c_{2x}^2 - c_{1x}^2}{2} = 0 \quad (3.28a)$$

hay có thể viết

$$p_2 + \rho \frac{c_{2x}^2}{2} = p_1 + \rho \frac{c_{1x}^2}{2} = p + \rho \frac{c^2}{2} = \text{const} \quad (3.28b)$$

Đó chính là dạng đặc biệt đơn giản của phương trình Bernoulli (3.12)

Từ biểu thức trên có thể rút ra kết luận quan trọng: áp suất trong ống dòng có thể thay đổi ngay cả trong trường hợp dòng không sinh công kỹ thuật và không có ma sát.

Đương nhiên về mặt định lượng, để sự thay đổi áp suất đủ làm thay đổi tốc độ, đôi khi phải thêm các điều kiện phụ trợ như cung cấp thêm hoặc thải bớt nhiệt. Ví dụ khi gia nhiệt, mật độ

của chất khí sẽ giảm, tốc độ sẽ tăng và áp suất giảm.

Tính chất đặc biệt quan trọng của phương trình động lượng là chỉ cần thông qua trạng thái của chất lưu trên các bề mặt phân định (được giới hạn bởi các bề mặt phân giới khi chọn phân tố để khảo sát) chúng ta có thể xác định được ảnh hưởng của lực tác động mà không cần xét đến bản chất của các quá trình xảy ra bên trong. Bởi vậy trong nhiều trường hợp phương trình động lượng cho phép tính toán một cách khá chính xác các quá trình thủy động lực phức tạp mà bản chất vật lý của nó chưa có đủ điều kiện để phân tích và tổng hợp một cách đầy đủ.

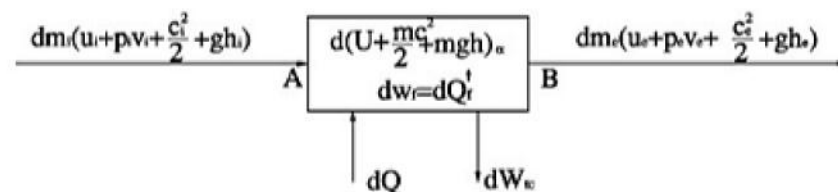
Tuy nhiên cũng cần lưu ý rằng, hiệu quả của việc sử dụng phương trình động lượng phụ thuộc rất nhiều vào việc lựa chọn các bề mặt phân giới khi thiết lập phương trình.

3.3. PHƯƠNG TRÌNH NĂNG LƯỢNG

Có thể nói hầu hết các hiện tượng xảy ra trong tự nhiên và trong kỹ thuật đều có sự tham gia đồng thời của hai quá trình khí động và nhiệt động. Quá trình phối hợp này liên quan mật thiết đến hệ nhiệt động hở, trong đó có xảy ra sự trao đổi chất với môi trường bên ngoài.

Ta xét trường hợp tổng quát - phương trình năng lượng trong hệ hở.

Ta lấy một ống dòng như hình 3.8, chất lưu chảy qua bề mặt ranh giới A, B đưa vào hoặc dẫn ra khỏi hệ một năng lượng nhất định.



Hình 3.8. Thiết lập phương trình năng lượng

Để xây dựng phương trình năng lượng một cách tổng quát, ta sử dụng định luật nhiệt động I cho hệ hở với những giả thiết sau:

Khối lượng chất lưu vào trong hệ qua bề mặt ranh giới A là dm_i và ra khỏi hệ qua B là dm_e . Lượng nhiệt trao đổi với môi trường chung quanh là dQ , hệ thực hiện một công là dW_{tc} . Công ma sát là dW_f , nhiệt do ma sát là dQ_f , tổng nhiệt lượng là $dQ_t = dQ + dQ_f$.

Năng lượng tham gia quá trình bao gồm: nội năng $U(u)$, động năng $\frac{c^2}{2}$, thế năng mgh (gh) và năng lượng dòng pv.

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, năng lượng dòng không liên

quan trực tiếp đến khối lượng chất lưu qua mặt ranh giới vào trong hệ mà nó chỉ muốn đề cập đến năng lượng để đẩy (nén hoặc bơm) chất lưu vào trong hệ. Đại lượng này đôi khi còn gọi là công của dòng.

Năng lượng toàn bộ của hệ thay đổi một lượng là

$$d(U + \frac{mc^2}{2} + mgh)_\alpha \quad (3.29)$$

trong đó m là khối lượng vật chất bên trong hệ,

α là kí hiệu điều kiện trong hệ.

Bởi vì khối lượng vào trong hệ qua ranh giới là dm_i nên năng lượng của hệ tăng thêm một lượng

$$dm_i(u_i + p_i v_i + \frac{c_i^2}{2} + gh_i) \quad (3.30)$$

Cũng tương tự ở đầu ra năng lượng của hệ giảm đi một lượng

$$dm_e(u_e + p_e v_e + \frac{c_e^2}{2} + gh_e) \quad (3.31)$$

Mặt khác cần lưu ý rằng, năng lượng toàn bộ của hệ bên trong các bề mặt ranh giới có thể thay đổi hoặc do thay đổi khối lượng, hoặc do thay đổi trạng thái chất lưu; do đó phải kể đến độ gia tăng năng lượng nội tại được xác định bởi biểu thức

$$d(U + \frac{mc^2}{2} + mgh)_\alpha = d[m_\alpha(u + \frac{c^2}{2} + gh)_\alpha] \quad (3.32)$$

Cuối cùng theo định luật bảo toàn năng lượng ta có thể viết phương trình cân bằng

$$dQ_i + dm_i(u_i + p_i v_i + c_i + gh_i) = dW_e + dm_e(u_e + p_e v_e + c_e + gh_e) + d(U + \frac{mc^2}{2} + mgh) + dW_f \quad (3.33)$$

Đó là biểu thức toán học mô tả định luật I của hệ hở.

Dương nhiên cũng cần nhấn mạnh rằng, phương trình trên sử dụng được cả cho hệ kín. Trường hợp này $dm_i = dm_e = 0$ và phương trình trên được quy về dạng quen thuộc của định luật I nhiệt động đối với hệ kín

$$dQ_i = dW_e + dU + d\left(\frac{mc^2}{2}\right) + d(mgh) + dW_f \quad (3.34)$$

Định luật I nhiệt động cũng có thể chuyển sang dạng phụ thuộc vào thời gian nếu ta chia cả hai vế của phương trình (3.33) cho dt là khoảng thời gian thực hiện quá trình. Trong đó ta kí hiệu

$\dot{Q}_t = \frac{dQ}{dt}$ là dòng nhiệt;

$\dot{W}_t = \frac{dW}{dt}$ công suất (công sau một đơn vị thời gian);

$D_i = \frac{dm_i}{dt}$ lưu lượng vào trong hệ;

$D_e = \frac{dm_e}{dt}$ lưu lượng ra khỏi hệ;

$q_t = \frac{dQ_t}{Ddt} = \frac{\dot{Q}_t}{D}$ lượng nhiệt trao đổi với một kg chất lưu;

$w_u = \frac{dW_u}{Ddt} = \frac{\dot{W}_u}{D}$ công thực hiện của 1kg chất lưu;

$w_f = \frac{dW_f}{Ddt} = \frac{\dot{W}_f}{D}$ công ma sát của 1kg chất lưu;

Phương trình (3.33) được viết lại dưới dạng

$$\dot{Q}_t + D_i \left(u_i + p_i v_i + \frac{c_i^2}{2} + gh_i \right) = \dot{W}_u + D_e \left(u_e + p_e v_e + \frac{c_e^2}{2} + gh_e \right) + \frac{d}{dt} \left(U + \frac{mc^2}{2} + mgh \right)_a + \dot{W}_f \quad (3.35)$$

Nếu thay đổi thông số nhiệt động enthalpy $i = u + pv$, ta được

$$\dot{Q}_t + D_i \left(i_i + \frac{c_i^2}{2} + gh_i \right) = \dot{W}_u + D_e \left(i_e + \frac{c_e^2}{2} + gh_e \right) + \frac{d}{dt} \left(U + \frac{mc^2}{2} + mgh \right)_a + \dot{W}_f \quad (3.36)$$

Và phương trình (3.33) cũng có thể viết dưới dạng

$$dQ_t + dm_i \left(i_i + \frac{c_i^2}{2} + gh_i \right) = dW_u + dm_e \left(i_e + \frac{c_e^2}{2} + gh_e \right) + d \left(U + \frac{mc^2}{2} + mgh \right)_a + dW_f \quad (3.37)$$

Trên đây là dạng tổng quát của phương trình năng lượng với hệ nhiệt động hở.

Thông thường khi giải các bài toán về hệ nhiệt động hở ta giả thiết quá trình là ổn định. Trong quá trình này thỏa mãn các điều kiện sau:

+ Lưu lượng vào trong hệ không thay đổi theo thời gian và bằng lưu lượng ra khỏi hệ:

$$D_i = D_e = D = \text{const}$$

+ Các đại lượng $i_i, c_i, h_i, i_e, c_e, h_e$ không phụ thuộc vào thời gian;

+ Trạng thái, tốc độ và vị trí chất lưu trong mọi điểm của hệ không phụ thuộc vào thời gian; Không xảy ra sự trao đổi năng

lượng trong hệ.

$$d\left(U + \frac{mc^2}{2} + mgh\right)_e = 0$$

Trường hợp này cũng lưu ý thêm rằng, trong chất lưu (với chất khí) có thể xảy ra các quá trình chuyển động theo chu kỳ với tốc độ tương đối nhanh; ví dụ, trong máy nén piston. Mặc dù vậy, vẫn có thể coi các quá trình này là thỏa mãn điều kiện đã nêu. Quá trình ổn định bao gồm cả các quá trình chuyển động theo chu kỳ với giả thiết các quá trình riêng phải trùng lặp nhau trong toàn chu kỳ.

+ Dòng nhiệt và công suất truyền qua bề mặt phân giới không phụ thuộc vào thời gian.

Thí dụ điển hình về quá trình ổn định trong hệ hở là tuabin hơi làm việc với phụ tải, lưu lượng hơi và tổn thất nhiệt không thay đổi.

Đối với quá trình ổn định không có trao đổi năng lượng bên trong hệ hở, phương trình (3.36) được qui về dạng

$$\dot{Q}_t + D_t \left(i_t + \frac{c_t^2}{2} + gh_t \right) = \dot{W}_e + D_e \left(i_e + \frac{c_e^2}{2} + gh_e \right) + \dot{W}_f \quad (3.38)$$

Sử dụng tiếp tục các giả thiết trên và chia cả hai vế của phương trình (3.38) cho lưu lượng D ta được phương trình năng

lượng viết cho 1kg chất lưu

$$q_t + i_t + \frac{c_t^2}{2} + gh_t = i_e + \frac{c_e^2}{2} + gh_e + w_{te} + w_f \quad (3.39)$$

Đó là một trong những phương trình quan trọng nhất ứng dụng trong kỹ thuật nhiệt lạnh.

Thông thường khi giải các bài toán trong kỹ thuật người ta hay sử dụng dạng vi phân của phương trình năng lượng đối với các quá trình ổn định trong hệ hở. Trong đó đã giả thiết rằng, sự thay đổi các thông số ở đầu vào và ra khỏi hệ là vô cùng nhỏ. Như vậy có thể viết

$$i_s = i_i + di$$

$$\frac{c_s^2}{2} = \frac{c_i^2}{2} + \frac{dc^2}{2}$$

$$gh_s = gh_i + gdh$$

Và nếu coi ở thời điểm ban đầu $t = 0$, $q_t(t = 0) = 0$ và $w_{te}(t = 0) = 0$, $w_f(t = 0) = 0$ thì có thể viết

$$q_t = dq_t$$

$$w_{te} = dw_{te}$$

Như vậy phương trình năng lượng đối với một hệ hở có quá trình ổn định viết cho lưu lượng 1kg/s có dạng

$$dq_t = di + \frac{dc^2}{2} + gdh + dw_e + dw_f \quad (3.40)$$

Thay tổng lượng nhiệt $dq_t = dq + dq_f$ trong thực tế $dq_t = dw_f$ do đó ta có

$$dq = di + \frac{dc^2}{2} + gdh + dw_e \quad (3.41)$$

So sánh phương trình trên với dạng thứ hai của định luật nhiệt động I: $dq = di - vdp$, chúng ta hiểu thêm về ý nghĩa vật lý của công kỹ thuật $dq = di + dw_{tc} = di - vdp$. Ở đây có thể định nghĩa công kỹ thuật là công thực hiện của một hệ hở trên trục máy, ví dụ (của tuabin chẳng hạn) trong quá trình ổn định và bỏ qua sự thay đổi động năng và thế năng của dòng ở đầu vào và đầu ra của hệ.

Trên đây chúng ta đã đưa ra phương trình năng lượng mô tả các quá trình thực trong một hệ hở.

Chúng ta có thể xây dựng phương trình năng lượng trên một quan điểm khác bằng cách kết hợp phương trình chuyển động (phương trình Bernoulli) và phương trình mô tả dạng thứ hai của định luật nhiệt động I.

Phương trình Bernoulli (3.12) chúng ta có thể viết trong dạng vi phân

$$-dp = \rho c dc \quad (3.42a)$$

hay

$$-vdp = c dc = d \frac{c^2}{2} \quad (3.42b)$$

Phương trình trên dp và dc là ngược dấu. Từ đó có thể suy ra rằng tốc độ của dòng chất lưu trong ống chỉ có thể tăng khi áp suất giảm và ngược lại.

Trong phương trình (3.42b) đại lượng $(-vdp)$ biểu thị công áp lực có thể biến thành động năng.

Trong trường hợp, ngoài thay đổi động năng ra, trong dòng còn có thay đổi thế năng, thực hiện công trên trục, và tổn tại ma sát trong giữa các phân tử, thì phương trình chuyển động (3.42b) có dạng

$$-vdp = d \frac{c^2}{2} + gdh + dw_e + dw_f \quad (3.42c)$$

Mặt khác từ định luật nhiệt động I ta có thể viết:

$$dq_t = dq + dq_f = di - vdp$$

Thay giá trị $(-vdp)$ từ (3.42c) vào biểu thức trên ta có phương trình năng lượng (so sánh với phương trình (3.40)).

$$dq_t = di + \frac{dc^2}{2} + gdh + dw_e + dw_f \quad (3.43)$$

Các phương trình năng lượng (3.40), (3.41) là những biểu thức toán học của định luật nhiệt động I đối với quá trình ổn định trong hệ hở.

Các phương trình trên thỏa mãn cho tất cả dòng đoạn nhiệt và dòng đẳng entropy (các đại lượng dq_f và dw_f tự triệt tiêu nhau, chứ không phải bỏ qua).

Trong thực tế, để giải các bài toán, đôi khi người ta đưa ra một số giả thiết để đơn giản hóa các quá trình. Nếu coi dòng là đoạn nhiệt, $dq = 0$, không sinh công $dw_{tc} = 0$ và bỏ qua thay đổi thế năng $gdh = 0$, thì phương trình năng lượng có dạng

$$di + d\frac{c^2}{2} = 0 \quad (3.44a)$$

Sau khi tích phân ta được

$$i_1 - i_2 = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \quad (3.44b)$$

Phương trình trên diễn tả quá trình xảy ra trong ống tăng tốc, toàn bộ năng lượng nạp vào đều biến thành động năng.

Gia số enthalpy $\Delta i = i_1 - i_2$ gọi là nhiệt giáng. Như vậy độ tăng động năng trong dòng đoạn nhiệt ổn định không sinh công, bằng nhiệt giáng của nó.

Từ biểu thức (3.44b) ta xác định được tốc độ cuối của quá

trình

$$c_2 = \sqrt{c_1^2 + 2(i_1 - i_2)} \quad (3.44c)$$

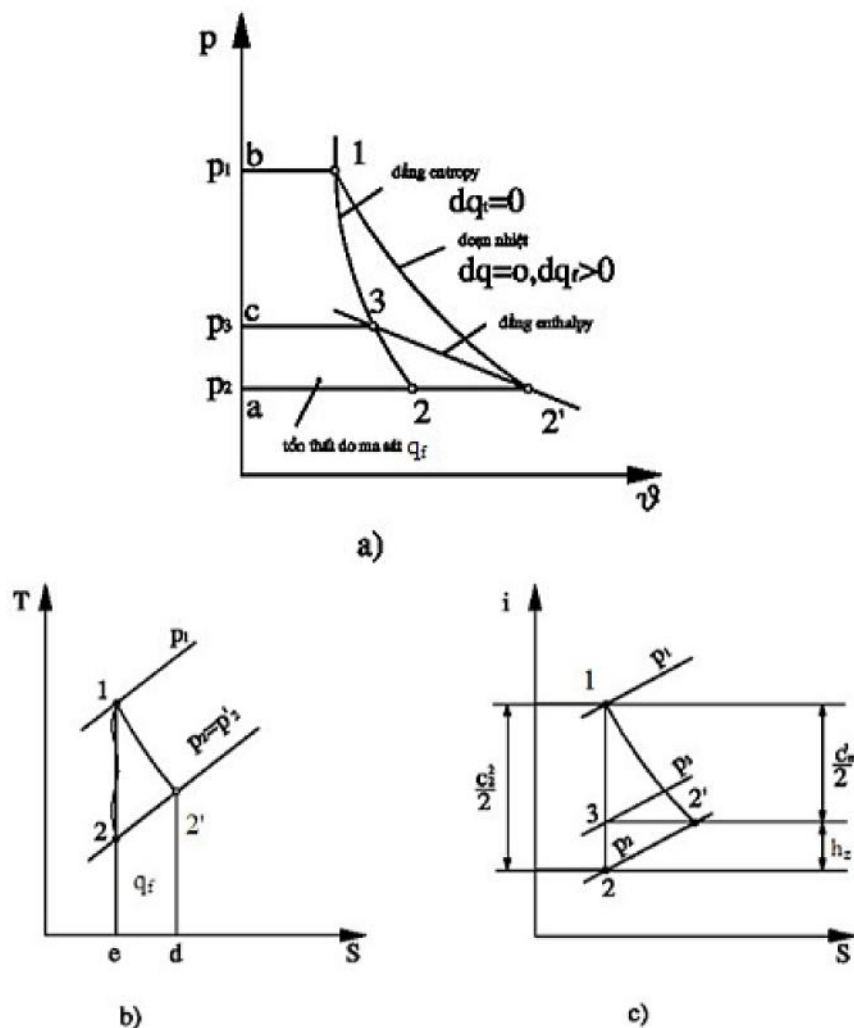
Nếu có thể bỏ qua được tốc độ ban đầu $c_1 \ll c_2$ thì tốc độ dòng khí (hơi) thoát sẽ là

$$c_2 = \sqrt{2\Delta i} \quad (3.44d)$$

Sau đây chúng ta làm sáng tỏ ý nghĩa vật lý của tổn thất ma sát trên các đồ thị $(p - v)$, $(T - s)$, $(i - s)$ hình 3.9.

Quá trình đẳng entropy là các quá trình giãn nở từ trạng thái 1 ở áp suất p_1 đến trạng thái 2 ở áp suất p_2 . Trong quá trình này (quá trình 1 - 2) entropy không thay đổi: $ds = 0$. Và như vậy theo định luật nhiệt động II

$$ds = \frac{dq_t}{T}; \quad dq_t = 0; \quad (dq=0, \quad dq_f=0)$$



Hình 3.9. Xác định tổn thất ma sát trên đồ thị

Các quá trình 1 – 2 tương ứng trên các đồ thị p – v, T – s, i – s (hình 3.9a,b,c).

Nếu giả thiết tốc độ ban đầu $c_1 = 0$, thì động năng được xác định bằng diện tích 1 – 2 – a – b – 1 dưới đường đẳng entropy 1 – 2 trong đồ thị p – v.

Đối với quá trình đoạn nhiệt, quá trình giãn nở diễn biến theo đường 1 – 2' ở áp suất p_1 đến p_2 . Điểm kết thúc của quá trình này khác với quá trình đẳng entropy. Quá trình 1 – 2' gọi là đoạn nhiệt có ma sát với entropy $ds > 0$, $dq_t > 0$, $dq = 0$, $dq_f > 0$. Quá trình 1 – 2' không phải là đa biến kỹ thuật bởi vì do ảnh hưởng của ma sát nên nó không phải quá trình thuận nghịch. Tổn thất năng lượng làm giảm tốc độ của dòng. Do đó tốc độ thực tế đạt được nhỏ hơn tốc độ lý thuyết của quá trình lý tưởng.

Nếu bỏ qua tốc độ vào $c_1 = 0$, thì tốc độ dòng thoát thực tế sẽ là

$$c_{2r} = \sqrt{2(i_1 - i_2)} \quad (3.45)$$

Do có tổn thất ma sát nên $i_2' > i_2$ và $c_{2r} < c_2$. Nếu φ là hệ số tốc độ thì quan hệ giữa tốc độ c_{2r} và c_2 thông qua biểu thức

$$c_{2r} = \varphi c_2 = \varphi \sqrt{2(i_1 - i_2)} \quad (3.46)$$

Hệ số tốc độ đối với cánh quạt tuabin được thiết kế và chế tạo với chất lượng cao $\varphi = 0,95 - 0,99$

Nếu ta gọi $h_z (\approx q_f)$ là tổn thất ma sát thì nó có thể xác định theo biểu thức:

$$h_z = \frac{c_2^2 - c_{2r}^2}{2} = i_2 - i_2 = (1 - \varphi)(i_1 - i_2) \quad (3.47)$$

Giá trị φ^2 chính là hiệu suất của dòng. Nó đặc trưng cho mức độ hoàn thiện khí – nhiệt động của quá trình. Còn h_z đại diện cho tổn thất năng lượng do ma sát. Trong đồ thị $p - v$ tổn thất này được xác định bằng diện tích 3 – 2 – a – c – 3. Điểm 3 là giao điểm của đường đẳng entropy 1 – 2 và đẳng enthalpy 2 – 3. Trên đồ thị $T - s$ nhiệt ma sát tương ứng với công ma sát (đương lượng công) cần thiết để vượt qua trở lực được xác định bằng diện tích 1 – 2' – d – e – 1. Trong đó tổn thất ma sát chiếm diện tích 2 – 2' – d – e – 2. Năng lượng còn lại tương ứng với diện tích 1 – 2' – 2 – 1 diễn tả lượng nhiệt có thể tái sử dụng để tăng động năng của dòng (biến thành động năng). Phần nhiệt ma sát tái sử dụng được gọi là hệ số tái sử dụng nhiệt – hay còn gọi là hệ số hoàn nhiệt. Hệ số này có một ý nghĩa rất lớn đối với máy nhiệt (tuabin nhiệt) nhiều tầng.

Trên cơ sở phương trình năng lượng và phân tích bản chất các quá trình, chúng ta đề cập đến mối quan hệ mật thiết giữa

các trạng thái khí động và nhiệt động trong dòng một chiều. Và từ cơ sở lý thuyết ống dòng, dòng một chiều ở đây được mở rộng cho các dạng ống phun.

3.4. CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG VÀ ĐẠI LƯỢNG KHÔNG THỨ NGUYÊN

3.4.1. Tốc độ âm thanh

Tốc độ âm thanh có một ý nghĩa đặc biệt quan trọng trong việc phân tích và đánh giá các quá trình xảy ra trong dòng chất lưu nén. Nhiều tính chất của dòng, kể cả các đặc trưng thay đổi thông số theo các dạng ống phun đều phụ thuộc rất nhiều vào tỷ số tốc độ dòng và tốc độ âm thanh.

Tốc độ âm thanh là tốc độ lan truyền chấn động nhỏ trong môi trường vật lý.

Dựa vào phương trình liên tục (3.2) mục 3.1, ta có thể viết

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} = \rho_1 A_1 c_1 - \rho_2 A_2 c_2 \quad (3.48)$$

Điều kiện bảo toàn khối lượng theo thời gian

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = 0 \quad (3.49)$$

Từ đó thiết lập được phương trình liên tục trong dạng vi

phân

$$\frac{dV}{V} + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (3.50)$$

ở đây tỷ số $\frac{dV}{V}$ ký hiệu sự thay đổi tương đối của thể tích phân tử.

Nhân phương trình (3.50) với vi phân dp và biến đổi ta được biểu thức

$$dp = -\rho \cdot \frac{dp}{\rho} \cdot \frac{dV}{V} \quad (3.51)$$

Mặt khác, từ phương trình Bernoulli (3.12) viết cho dòng một chiều ổn định ta có

$$dp = -\rho \cdot c \cdot dc \quad (3.52)$$

So sánh hai biểu thức (3.51) và (3.52) suy ra được

$$\frac{dV}{V} = \left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s \cdot \frac{dc}{c} \quad (3.53)$$

Chỉ số “s” ký hiệu quá trình đẳng entropy)

Phân tích biểu thức (3.53) ta thấy $\frac{dV}{V}$, $\frac{dc}{c}$ là các đại lượng không thứ nguyên. Như vậy để biểu thức trên có ý nghĩa vật lý, thành phần $\left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s$ phải có thứ nguyên như c^2 .

Ta kí hiệu:

$$\left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s = a^2 \quad (3.54)$$

và $a = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho} \right)_s}$ có thứ nguyên là tốc độ.

Biểu thức (3.53) chuyển thành dạng

$$\frac{dV}{V} = \frac{c^2}{a^2} \cdot \frac{dc}{c} \quad (3.55)$$

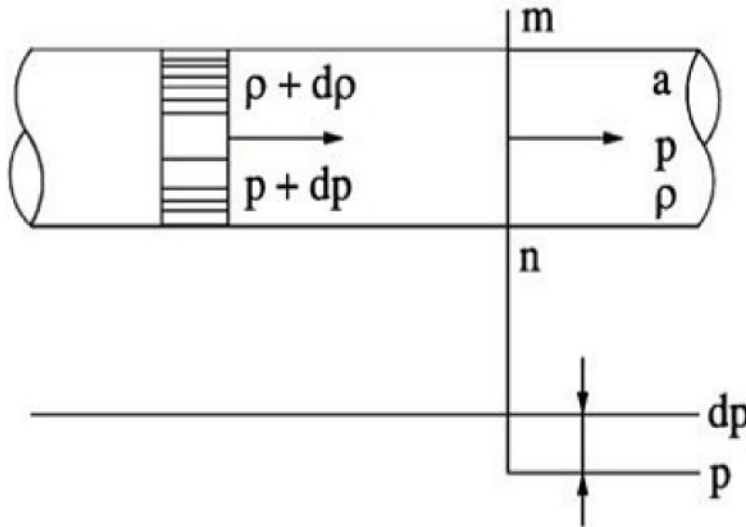
Từ đó ta thấy rằng, nếu c và a có cùng giá trị, thì sự thay đổi tương đối của thể tích $\frac{dV}{V}$ cũng có giá trị như thay đổi tốc độ $\frac{dc}{c}$. Tức là biến dạng thể tích phân tử cân bằng với thay đổi tốc độ dòng do thay đổi áp suất. Và khi đó phải kể đến ảnh hưởng của độ nén. Còn khi $c/a \ll 1$, tức là tốc độ dòng khí rất bé thì dù cho tốc độ dòng có thay đổi rất lớn cũng không làm thay đổi thể tích phân tử một cách đáng kể. Và trường hợp này có thể bỏ qua ảnh hưởng nén.

Bây giờ chúng ta làm sáng tỏ ý nghĩa vật lý của đại lượng

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho}$$

Ta khảo sát quá trình lan truyền chấn động phân tử do chuyển động của piston trong ống với một tốc độ nhỏ (hình

3.10).



Hình 3.10. Sự lan truyền chấn động

Chúng ta giả thiết rằng, chất lưu trong ống là môi chất chịu nén, do vậy chuyển động của piston không ảnh hưởng tức khắc tới toàn bộ khối lượng chất lưu ở trước piston mà nó ảnh hưởng dần dần. Mới đầu piston nén lớp chất lưu nằm sát bề mặt của nó. Sự nén được truyền sang lớp sát kề và dần dần truyền sang các lớp khác. Kết quả trong ống hình thành sóng va đập phân tử và nó tạo nên một bề mặt chuyển động (m – n) có kích thước và hình dáng bằng tiết diện của ống; Nó chia chất lưu trong ống ra làm hai vùng.

Vùng bị chấn động do chuyển động của piston và vùng không bị chấn động (không bị nhiễu). Bên phải đầu sóng (m – n) chất lưu không bị chấn động và nó ở trạng thái tĩnh lặng.

Như vậy ta có thể hình dung đầu sóng (m – n) như một piston thứ hai (ảo) đẩy dòng chất lưu về phía trước khi nó chuyển động với tốc độ a . Và khối lượng chất lưu không bị chấn động khi đầu sóng đi qua vùng yên tĩnh sau thời gian dt

$$dm = \rho a A dt \quad (3.56)$$

ở đây ρ là khối lượng riêng của dòng không nhiễu;

A là bề mặt tiết diện ống.

Ngược lại, bên trái đầu sóng (m – n) dòng bị chấn động; do bị nén, mật độ của nó tăng lên một lượng $d\rho$. Như vậy mật độ của dòng là $\rho + d\rho$. Về tốc độ, đầu sóng chuyển động với tốc độ a , nhưng do phía sau nó có piston chuyển động với tốc độ u , nên tốc độ thực tế của khối khí chuyển động bên trái đầu sóng là $(a - u)$.

Từ đó xác định được khối lượng chất lưu tăng lên sau một phân tử thời gian

$$dm = (a - u)(\rho + d\rho) A dt \quad (3.57)$$

ở đây u kí hiệu vận tốc chuyển động của phân tử vĩ mô

trong vùng không nhiễu (tốc độ chuyển động của piston), còn $(a - u)$ có thể coi như tốc độ biến dạng của khối chất lưu nằm giữa piston và đầu sóng.

Thỏa mãn điều kiện liên tục của dòng – lưu lượng không đổi, ta có thể viết

$$a\rho = (a - u)(\rho + d\rho)$$

Từ đó ta xác định được tốc độ của dòng khí ở phía bên trái đầu sóng (m – n)

$$u = \frac{a d\rho}{\rho + d\rho} \quad (3.58)$$

Do phía sau đầu sóng có piston chuyển động nên làm tăng áp suất trong vùng chấn động. Áp suất sau đầu sóng là $(p + dp)$, còn vùng trước đầu sóng chuyển động tự do nên áp suất vẫn là p .

Trên cơ sở phương trình chuyển động (mục 3.2.2 – a) ta có thể viết sự thay đổi động lượng của khối lượng dm sau thời gian dt

$$dm \cdot u = A[(p + dp) - p]dt \quad (3.59)$$

Thay (3.56) vào ta được

$$dp = a\rho u \quad (3.60)$$

Chuyển giá trị u từ (3.58) vào (3.60) thu được

$$dp = a^2 \frac{d\rho}{1 + d\rho/\rho} \quad (3.61)$$

Từ biểu thức trên ta xác định được a^2

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} \left(1 + \frac{d\rho}{\rho} \right) \quad (3.62)$$

Biểu thức trên cũng cho thấy tương quan giữa a và dp – độ gia tăng mật độ khi dòng bị chấn động.

Giả sử chấn động rất nhỏ, tức là $d\rho$ không đáng kể, nên có thể coi $\frac{d\rho}{\rho} \approx 0$ và biểu thức (3.62) trở thành đơn giản

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} \quad (3.63)$$

hay
$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

Như vậy đại lượng a đặc trưng cho sự lan truyền chấn động phân tử. Ví dụ đặc trưng nhất cho những sóng như vậy là sóng âm thanh. Âm thanh chính là chấn động phân tử của môi trường. Kết quả là các phân tử chất lưu được đưa vào chuyển động; hiệu ứng tương hỗ của chúng luân phiên tạo thành vùng có mật độ cao – thấp và cứ thế dần dần nó lan truyền ra toàn bộ thể tích chất lưu.

Đại lượng đặc trưng cho quá trình này được gọi là tốc độ âm thanh.

Trong thực tế điều quan trọng là phải tìm được quan hệ phụ thuộc giữa tốc độ âm thanh và thông số chất lưu, tức là phải biết được tính chất vật lý của quá trình truyền sóng.

Nếu sự truyền sóng xảy ra trong quá trình đẳng entropy

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const}$$

thì tốc độ âm thanh được xác định

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} = k \cdot \frac{p}{\rho} = kT \quad (3.64)$$

Từ đó ta có biểu thức Laplace

$$a = \sqrt{k \cdot \frac{p}{\rho}} = \sqrt{kT} \quad (3.65)$$

Đối với không khí $k = 1,4$ tốc độ âm thanh sẽ bằng

$$a = 20,1\sqrt{T}$$

Từ luận giải trên ta có thể suy ra rằng, trong chất khí lý tưởng, tốc độ âm thanh chỉ phụ thuộc vào tính chất vật lý và nhiệt độ tuyệt đối của nó.

Kết luận trên hoàn toàn phù hợp với cơ sở thuyết động học chất khí. Cơ chế truyền chấn động nhỏ trong môi trường được

hình thành từ các phần tử chuyển động. Theo thuyết động học phân tử, tốc độ lan truyền chấn động phụ thuộc vào tốc độ chuyển động riêng của phân tử; mà tốc độ này lại phụ thuộc vào nhiệt độ. Như vậy rõ ràng tốc độ chuyển động trung bình của các phần tử chất khí gần bằng tốc độ âm thanh.

Âm thanh được tạo nên do chấn động áp suất nhỏ và đó cũng là nguyên nhân làm thay đổi mật độ chất lưu và lan truyền âm thanh. Chấn động áp suất được coi là nhỏ nếu các đại lượng trạng thái p , v , T trong môi trường mà nó lan truyền thay đổi rất ít so với trạng thái tĩnh lặng (không bị chấn động). Như vậy tốc độ âm thanh là tốc độ nhỏ nhất của chấn động áp lực lan truyền trong môi trường tĩnh lặng (chấn động nhỏ như vậy gọi là chấn động phân tử).

Trong trường hợp chấn động áp lực lớn hơn thì thay vì sóng âm thanh sẽ xuất hiện sóng va đập lan truyền trong môi trường với tốc độ lớn hơn tốc độ âm thanh. Tốc độ sóng va đập phụ thuộc vào cường độ chấn động áp lực và nó có thể đạt tới tốc độ rất lớn. Quá trình diễn ra trong sóng va đập không phải là đẳng entropy. Ngược lại, quá trình diễn ra trong sóng âm thanh (chấn động áp lực nhỏ) được coi là đoạn nhiệt. Tuy khi nén, chất lưu có bị nóng lên và khi giãn thì lạnh đi, song quá trình nén, giãn kế tiếp nhau rất nhanh trong một thời gian ngắn nên có thể bỏ qua

sự trao đổi nhiệt với môi trường. Và cũng do thay đổi trạng thái rất ít nên ảnh hưởng của ma sát trong cũng không đáng kể. Do đó quá trình xảy ra trong sóng âm thanh có thể coi là đẳng entropy.

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, sóng âm thanh lan truyền trong chất lưu chỉ là sóng dọc; và âm thanh ở đây được hiểu không những chỉ là cảm nhận của cơ quan thính giác mà còn do nguyên nhân bên ngoài, đó là lực tương tác giữa các phân tử dao động có tổ chức. Âm thanh còn được coi là sóng phân tử. Âm thanh chỉ truyền trong vật chất, không truyền được trong chân không.

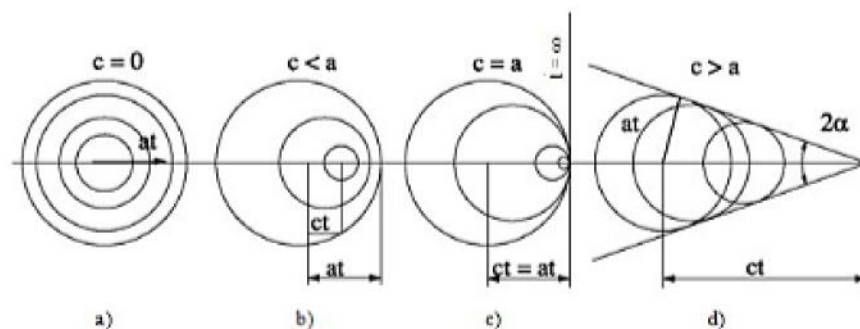
3.4.2. Góc Mach và số Mach

Ta chọn một vật thể (viên đạn, máy bay hay tên lửa...) và coi nó là nguồn phát chấn động. Nếu vật thể đứng yên trong môi trường tĩnh lặng thì chấn động phát ra từ đó (ví dụ tiếng động cơ) có tốc độ âm thanh a . Chấn động phát ra tạo thành những sóng cầu có cùng tâm là vật thể (hình 3.11a). Nếu vật thể chuyển động với tốc độ $c < a$ thì hình cầu chấn động áp lực có dạng như trên hình 3.11b. Còn nếu $c = a$ thì khi $t = \infty$ đường bao có dạng như hình 3.11c. Trường hợp vật thể chuyển động vượt âm thì đường bao có dạng hình nón với góc đỉnh 2α (hình

3.11d).

Góc α gọi là góc Mach (Ernst Mach (1838 – 1916), nhà vật lý – triết học người Áo)

$$\sin \alpha = \frac{at}{ct} = \frac{a}{c} \quad (3.66)$$



Hình 3.11. Sự lan truyền sóng âm thanh

Để xác định đặc trưng của chuyển động ta sử dụng giá trị nghịch đảo của $\sin \alpha$ hay tỷ số tốc độ dòng và tốc độ âm thanh. Giá trị này gọi là số Mach

$$Ma = \frac{c}{a} \quad (3.67)$$

Số Mach xác định tỷ số tốc độ dòng và tốc độ âm thanh tại một điểm, một bề mặt hay một vị trí xác định. Nó cho ta biết tương quan giữa tốc độ dòng và tốc độ âm thanh trong môi trường đang khảo sát.

Trên cơ sở giá trị Ma ta có thể phân loại dòng: dòng vượt âm $Ma > 1$; dòng cận âm Ma xấp xỉ 1, và dòng dưới âm $Ma < 1$.

Đối với ống phun hẹp dần, ở tiết diện ra nhỏ nhất tỷ số áp suất đạt tới hạn và tốc độ dòng đạt giá trị cực đại, bằng tốc độ âm thanh. Tại đó số $Ma = 1$. Trong trường hợp cần tăng tốc độ dòng vượt âm, cấu trúc của ống phun phải thay đổi, phần sau của ống phun được thiết kế rộng dần. Đó là ống phun Laval (De Laval – 1887).

Ở những phần sau chúng ta sẽ đề cập đến tính toán chi tiết và chế độ làm việc của các loại ống phun.

Sau đây chúng ta giới thiệu một số tính chất đặc trưng của dòng chất khí.

3.4.3. Tốc độ giới hạn và tốc độ tới hạn của dòng

Đại lượng không thứ nguyên

Để xem xét diễn biến các thông số đặc trưng của dòng khí ta khảo sát dòng đoạn nhiệt trong ống phun hẹp dần (hình 3.12). Từ phương trình (3.44b) ta có thể viết

$$i_1 + \frac{c_1^2}{2} = i_2 + \frac{c_2^2}{2} = i + \frac{c^2}{2} = \text{const.} \quad (3.68)$$

Từ đó hiển nhiên thấy rằng, nếu dòng bị hãm hoàn toàn (tức

là $c_2 \rightarrow 0$), thì enthalpy của nó sẽ đạt giá trị cực đại $i = i_{\max} = i^*$

$$i^* = i + \frac{c^2}{2} \quad (3.69)$$

Giá trị $[i^*]$ gọi là enthalpy cực đại hay toàn phần. Tương ứng với nó là nhiệt độ hãm (hay nhiệt độ toàn phần) $[T^*]$

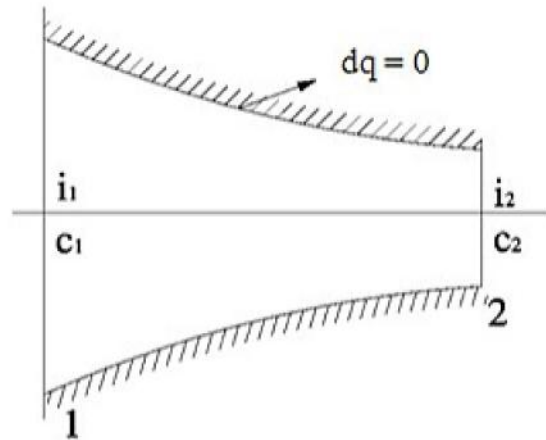
$$T^* = \frac{i^*}{c_p}$$

Từ biểu thức (3.69) cũng cho thấy rằng, tốc độ dòng c đạt giá trị cực đại khi enthalpy i của dòng bằng không, tức là enthalpy toàn phần i^* hoàn toàn biến thành động năng

$$\frac{c_{\max}^2}{2} = i^* \quad (3.70)$$

Từ đó ta xác định được giá trị tốc độ cực đại hay còn gọi là tốc độ giới hạn

$$c_{\max} = \sqrt{2i^*}$$



Hình 3.12. Ống phun hẹp dần

Đối với không khí, nhiệt dung riêng đẳng áp được lấy gần đúng $c_p \approx 1,005 \text{ kJ/kg}^\circ\text{K}$, tốc độ cực đại của dòng khí xác định theo nhiệt độ hãm

$$c_{\max} \approx 44,8 \sqrt{T^*}$$

Từ biểu thức trên ta thấy rằng, để tăng $c_{\max}$ chỉ có một cách duy nhất là tăng nhiệt độ hãm $[T^*]$ hay nói một cách khác là tăng enthalpy toàn phần $[i^*]$

Mặt khác ta biết rằng, để tạo cho chất khí đang ở trạng thái hoàn toàn yên tĩnh một tốc độ nào đấy thì phải tiêu hao một năng lượng nhất định. Năng lượng này bằng gia số enthalpy Δi

$= i^* - i$. Khi đó tốc độ dòng sẽ bằng

$$\frac{c^2}{2} = \Delta i = i^* - i \quad (3.71)$$

Chia cả hai vế của đẳng thức trên cho i^* ta được

$$\frac{i^* - i}{i^*} = \frac{c^2}{2i^*} \quad (3.72)$$

Nếu coi nhiệt dung riêng đẳng áp $c_{\max}$ là hằng số, thì biểu thức không thứ nguyên ở trên có thể viết lại dưới dạng

$$\frac{T^* - T}{T^*} = \frac{c^2}{2c_p T^*} \quad (3.73)$$

Bây giờ, ta vừa nhân và chia vế phải của đẳng thức trên cho r . Trong đó, ở tử số ta thay $r = c_p - c_v$ (từ biểu thức Mayer) và thay $k = c_p/c_v$ ta sẽ có

$$\frac{T^* - T}{T^*} = \frac{c^2}{kr T^*} \frac{k-1}{2} \quad (3.74)$$

Nhưng như đã biết, tốc độ âm thanh lan truyền trong không khí được xác định bằng biểu thức (3.63), nên ta có

$$a^* = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)} = \sqrt{k \left(\frac{p}{\rho}\right)} = \sqrt{kr T^*} \quad (3.75)$$

Và từ biểu thức (3.74) có thể viết

$$\frac{T^* - T}{T^*} = \frac{c^2}{a^{*2}} \frac{k-1}{2} \quad (3.76)$$

Biểu thức trên cho thấy rằng, mức độ sử dụng năng lượng $\Delta i = [i^*] - i = c_p([T^*] - T)$ để tạo tốc độ dòng c được thể hiện qua tỷ số tốc độ dòng khí và tốc độ âm thanh trong môi trường yên tĩnh. Tỷ số $c/[a^*]$ càng lớn, năng lượng tiêu hao Δi phải càng cao.

Từ biểu thức (3.76) ta xác định tốc độ dòng khí

$$c = a^* \sqrt{\frac{2}{k-1}} \sqrt{\frac{T^* - T}{T^*}} \quad (3.77)$$

Nếu coi $k = \text{const.}$, $[T^*]$ là giá trị giới hạn đạt được khi $i = [i^*]$, thì tương quan giữa c và $[a^*]$ phụ thuộc vào giá trị T . Tốc độ dòng đạt giá trị cực đại (tốc độ cực đại – tốc độ giới hạn) khi $T = 0$

$$c_{\max} = a^* \sqrt{\frac{2}{k-1}} \quad (3.78)$$

Đối với không khí $k = 1,4$, ta có

$$c_{\max} = 2,24.a^*$$

Như vậy, tốc độ dòng không khí không thể lớn hơn 2,24 lần tốc độ âm thanh lan truyền trong môi trường yên tĩnh.

Còn nếu $k = 1,2$ thì $c_{\max} = 3,16.a^*$

Nếu ta không chia hai vế của đẳng thức (3.71) cho i^* mà chia cho enthalpy ở một điểm bất kỳ trong dòng chảy i thì biểu

thức (3.74) trở thành

$$\frac{T^* - T}{T} = \frac{c^2}{krT} \frac{k-1}{2} \quad (3.79)$$

Như vậy, tương quan lúc này là giữa tốc độ dòng và tốc độ âm thanh trong dòng khí $a = \sqrt{krT}$

$$\frac{T^* - T}{T} = \frac{c^2}{a^2} \frac{k-1}{2} \quad (3.80)$$

Tỷ số tốc độ dòng c và tốc độ âm thanh a , theo định nghĩa (3.67) chính là số Mach $M_a = \frac{c}{a}$. Số Mach đặc trưng cho mức độ biến đổi enthalpy thành động năng. Biểu thức (3.80) có thể viết

$$\frac{T^* - T}{T} = \frac{k-1}{2} M_a^2 \quad (3.81)$$

Số Mach là một tiêu chuẩn đồng dạng cơ bản của dòng khí tốc độ cao.

Từ biểu thức (3.81), ta có thể xác định được tỷ số nhiệt độ hãm và nhiệt độ dòng là hàm số của số Mach

$$\frac{T^*}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M_a^2 \quad (3.82)$$

Rõ ràng rằng, khi $T = 0$, số Mach đạt giá trị cực đại và bằng vô cực. Và theo (3.65) tốc độ âm thanh cũng bằng không.

Mặt khác, do tốc độ dòng có thể lớn hơn, hoặc nhỏ hơn tốc độ âm thanh, nên tồn tại một chế độ mà ở đó tốc độ dòng bằng

tốc độ tới hạn. Chế độ tới hạn được ký hiệu với chỉ số “cr” .
Nhiệt độ dòng tương ứng với chế độ này là

$$T_{cr} = T^* \frac{2}{k+1} \quad (3.83)$$

Từ đó xác định được tốc độ âm thanh ở chế độ tới hạn a_{cr} .
Dĩ nhiên, tốc độ này khác tốc độ âm thanh ở trạng thái hãm a^* .
Và tỷ số giữa chúng được xác lập

$$\frac{a_{cr}}{a^*} = \sqrt{\frac{T_{cr}}{T^*}} \quad (3.84)$$

Từ đó ta có

$$a_{cr} = a^* \sqrt{\frac{2}{k+1}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1}} r T^* \quad (3.85)$$

Đối với không khí, $r = 287,3 \text{ J/kgK}$, ta xác định được

$$a^* = 20,1 \sqrt{T^*} \quad \text{và} \quad a_{cr} = 18,3 \sqrt{T^*}$$

Từ đó chúng ta có thể đánh giá mức độ biến đổi enthalpy
thành động năng qua các thông số tới hạn

$$\frac{T^* - T}{T^*} \approx \frac{i^* - i}{i_{cr}} = \frac{c^2}{a_{cr}^2} \frac{k-1}{2} \quad (3.86)$$

Kết hợp các biểu thức (3.84), (3.85), ta xác định được tỷ số
nhiệt độ trong dòng đoạn nhiệt

$$\frac{T}{T^*} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \quad (3.87)$$

trong đó

$$\lambda = \frac{c}{a_{cr}} \quad (3.88)$$

Đại lượng λ gọi là tốc độ quy dẫn. Nó được định nghĩa là
tỷ số giữa tốc độ dòng và tốc độ tới hạn. Ở chế độ tới hạn ($c = c_{cr} = a_{cr}$) tốc độ quy dẫn đạt giá trị $\lambda_{cr} = Ma_{cr} = 1$

Từ (3.87) ta xác định được

$$\lambda = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left(1 - \frac{T}{T^*} \right)} \quad (3.89)$$

Như vậy, khi $T = 0$ dòng đạt tốc độ cực đại tương ứng với
tốc độ quy dẫn cực đại

$$\lambda_{\max} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \quad (3.90)$$

Đối với không khí $k = 1,4$ ta được $\lambda_{\max} = 2,45$

$$k = 1,2 \quad \lambda_{\max} = 3,31$$

Tốc độ quy dẫn λ cũng như số Ma đều là những tiêu chuẩn
đồng dạng đặc trưng cho mức độ biến đổi enthalpy thành động
năng trong dòng.

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, về mặt hình thức λ và Ma giống
nhau và cùng là đại lượng không thứ nguyên, song về bản chất
thì khác nhau. Số Ma xác định tỷ số tốc độ dòng và tốc độ âm

thanh trên cùng một tiết diện chảy của dòng, còn λ là so sánh tốc độ ở một điểm (tiết diện) bất kỳ với tốc độ tới hạn. Chỉ ở chế độ tới hạn, khi đó $a = a_{cr}$ thì λ mới bằng Ma.

Như vậy ở cùng một tiết diện của dòng chảy ta có thể xác định đồng thời được hai đại lượng Ma và λ . Hai đại lượng này có mối liên hệ với nhau. Ta biến đổi biểu thức xác định số Mach

$$Ma^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2}{a_{cr}^2} \cdot \frac{a_{cr}^2}{a^{*2}} \cdot \frac{a^{*2}}{a^2} \quad (3.91)$$

Từ biểu thức (3.82) và (3.87) ta nhận được

$$Ma^2 = \frac{\frac{2}{k+1} \lambda^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2} \quad (3.92)$$

$$\text{hay} \quad \lambda^2 = \frac{\frac{k+1}{2} Ma^2}{1 + \frac{k-1}{2} Ma^2} \quad (3.93)$$

Trong khí động lực và lý thuyết các động cơ phản lực, người ta dùng cả hai đại lượng không thứ nguyên λ và Ma. Tuy nhiên, trong một số trường hợp sử dụng λ đơn giản hơn và thích hợp hơn, còn những trường hợp khác sử dụng Ma lại tỏ ra hiệu quả hơn. Trên Hình 3.13, quan hệ giữa $\lambda = f(Ma)$ đối với $k = 1.4$ và $k = 1.2$. Kết hợp các biểu thức (3.77) (3.78), ta có quan hệ giữa tốc độ dòng c và tốc độ cực đại c_{max}

$$\frac{T^* - T}{T^*} = \frac{c^2}{c_{max}^2} = \Lambda^2$$

Đại lượng Λ gọi là tốc độ tương đối của dòng khí. Nó được định nghĩa là tỷ số giữa tốc độ dòng (ở một vị trí bất kỳ) và tốc độ cực đại

$$\Lambda = \frac{c}{c_{max}} \quad (3.95)$$

Từ (3.94) cũng xác định được tỷ số giữa nhiệt độ dòng và nhiệt độ hãm

$$\frac{T}{T^*} = 1 - \Lambda^2 \quad (3.96)$$

Và cuối cùng chúng ta có thể thiết lập được quan hệ giữa tốc độ dòng c , tốc độ âm thanh a và tốc độ cực đại c_{max} . Từ biểu thức (3.44a, b) ta có thể viết

$$i + \frac{c^2}{2} = \text{const} \quad (3.97)$$

Song như đã nói, để đạt tốc độ cực đại $c_{\max}$ dòng khí phải giãn nở vào chân không tuyệt đối ($p = 0$, $T = 0$); tức là $i \rightarrow 0$, $c \rightarrow c_{\max}$.

Do đó suy ra

$$i + \frac{c^2}{2} = \frac{c_{\max}^2}{2}$$

Thay $i = c_p T$ và nhân cả hai vế của phương trình trên với $\frac{r}{c_v}$, ta có

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (3.103)$$

Sử dụng biểu thức Mayer $c_p = kc_v$; $r = c_p - c_v$ và biểu thức $a = \sqrt{krT}$ ta có phương trình diễn tả quan hệ giữa tốc độ dòng c , tốc độ âm thanh a và tốc độ cực đại (tốc độ giới hạn) $c_{\max}$

$$c_{\max}^2 = \frac{2}{k-1} a^2 + c^2 \quad (3.98)$$

3.5. DẠNG CƠ HỌC CỦA PHƯƠNG TRÌNH NĂNG LƯỢNG (PHƯƠNG TRÌNH BERNOULLI)

Như đã nói, hầu hết các hiện tượng xảy ra trong thiên nhiên và trong kỹ thuật đều có liên quan đến quá trình biến đổi cơ – nhiệt. Một trong những mô hình toán điển tả một cách tổng quát nhất quá trình này là phương trình năng lượng cho một hệ hở, trong đó đã đề cập đến hầu hết các dạng năng lượng có thể tồn tại trong hệ, đó là năng lượng trao đổi với môi trường bên ngoài (chủ yếu là năng lượng nhiệt), nội năng, động năng, thế năng, năng lượng sinh công, tổn thất năng lượng,....

Tuy nhiên, khi giải các bài toán cụ thể, nhiều quá trình đã được lý tưởng hóa hoặc đơn giản hóa, chẳng hạn “đoạn nhiệt hóa” một số quá trình trong các máy năng lượng. Để dễ dàng áp dụng cho các quá trình và chất lưu khác nhau, ở đây chúng ta đưa ra phương trình năng lượng tổng quát trong dạng cơ học hay còn gọi là phương trình Bernoulli; trong đó có kể đến năng lượng nhiệt toàn bộ truyền cho dòng chất lưu dq_t (gồm lượng nhiệt trao đổi với môi trường bên ngoài dq và nhiệt sinh ra do ma sát dq_f), công kỹ thuật dw_{tc} và công ma sát dw_f .

Ta sử dụng phương trình năng lượng (3.40) với giả thiết nhiệt lượng cung cấp cho 1kg chất lưu $dq_t = dq + dq_f$. Thay thế $di = d(u + pv) = du + d(pv)$ vào (3.40) ta được

$$dq_t = du + d(pv) + d\frac{c^2}{2} + gdh + dw_{tc} + dw_f$$

hay

$$dq_t - d(pv) - dw_{tc} - dw_f = du + d\frac{c^2}{2} + gdh \quad (3.99)$$

Sử dụng dạng thứ nhất của định luật nhiệt động I: Nhiệt lượng đưa vào dòng khí chỉ có thể làm tăng nội năng và công thế tích (công biến dạng)

$$dq_t = du + pdv$$

Thay vào phương trình (3.99) và ước giản ta có

$$-vd p - dw_{tc} - dw_f = d\frac{c^2}{2} + gdh \quad (3.100)$$

Sau khi đơn giản và thay $v = 1/\rho$ vào (3.100) ta được phương trình

$$-dw_{tc} = d\frac{c^2}{2} + gdh + \frac{dp}{\rho} + dw_f \quad (3.101)$$

Đó là dạng cơ học của phương trình năng lượng sợi dòng.

Sau khi tích phân ta thu được

$$-w_{tc} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + w_f \quad (3.102)$$

Phương trình trên gọi là phương trình Bernoulli tổng quát

(do Bernoulli đưa ra năm 1738). Phương trình trên cho thấy sự phụ thuộc của tốc độ vào áp suất và mật độ khi kể đến công kỹ thuật w_{tc} , sự thay đổi thế năng $g(h_2 - h_1)$ và công ma sát w_f .

Trong động lực học chất khí, người ta thường sử dụng dạng đơn giản của phương trình Bernoulli tương ứng với các chế độ: không sinh công kỹ thuật ($w_{tc} = 0$), không có tổn thất trở lực ($w_f = 0$) và tích lũy thế năng được bỏ qua ($h_2 = h_1$). Dạng đơn giản của phương trình Bernoulli

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (3.103)$$

hay trong dạng vi phân

$$\frac{dc^2}{2} + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (3.104)$$

Trong những trường hợp đặc biệt chúng ta có thể chuyển phương trình Bernoulli sang một dạng khác tiện lợi hơn cho việc sử dụng trong thực tế. Ta phân tích biểu thức $\int_1^2 \frac{dp}{\rho}$ thành

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \int_1^0 \frac{dp}{\rho} + \int_0^2 \frac{dp}{\rho} = \int_0^2 \frac{dp}{\rho} - \int_0^1 \frac{dp}{\rho} \quad (3.105)$$

Và phương trình (3.103) có thể viết

$$\frac{c_1^2}{2} + \int_0^1 \frac{dp}{\rho} = \frac{c_2^2}{2} + \int_0^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{c^2}{2} + \int_0^2 \frac{dp}{\rho} = \text{const} \quad (3.106)$$

Hằng số trên có thể xác định từ điều kiện giãn nở của chất khí vào chân không tuyệt đối $p = 0$; Khi đó tốc độ dòng đạt giá trị cực đại (xem thêm phần 3.4) và phương trình Bernoulli có dạng

$$\frac{c^2}{2} + \int_0^p \frac{dp}{\rho} = \frac{c_{\infty}^2}{2} \quad (3.107)$$

Trong trường hợp, mật độ ít thay đổi trong quá trình 1 – 2 thì tích phân có thể viết

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} \quad (3.108)$$

Phương trình Bernoulli có dạng đặc biệt đơn giản

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = 0 \quad (3.109)$$

hay

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} \quad (3.110)$$

Phương trình dạng (3.110) được sử dụng nhiều nhất trong cơ học chất lỏng lý tưởng và tính cho 1 m³ chất lỏng (không chịu nén). Phương trình (3.110) thường được viết dưới dạng

$$p_2 + \rho \frac{c_2^2}{2} = p_1 + \rho \frac{c_1^2}{2} = \text{áp suất toàn phần} \quad (3.111)$$

p_1, p_2 gọi là áp suất tĩnh (của bản thân bình chứa)

trong đó, động năng của 1m³ chất lỏng $\rho \frac{c^2}{2}$ gọi là cột áp động.

Nếu cân bằng năng lượng thiết lập cho một hệ thống thủy lực, trong đó có sinh công của tuabin nước, có trở kháng thủy lực (gồm cả cục bộ và đường dài) và có kể đến sự thay đổi thể năng thì phương trình Bernoulli cho 1kg chất lỏng sẽ là

$$-w_{tt} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + w_f \quad (3.112)$$

Trên đây là các dạng đơn giản của phương trình năng lượng viết cho chất lưu không nén ($\rho = \text{const}$). Trong trường hợp chất lưu chịu nén ($\rho = f(p, T)$), thì tích phân (3.108) phải được xác định cho các trường hợp cụ thể riêng biệt trong các quá trình nhiệt động.

Quá trình đẳng tích: kết quả tích phân giữ nguyên biểu thức (3.108):

Quá trình đẳng áp ($p = \text{const.}$), tích phân có giá trị

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (3.113)$$

Quá trình đẳng nhiệt ($T = \text{const}$) $p v = r T = \text{const.}$

$$\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} = \frac{p}{\rho} = \text{const}$$

$$\rho = \rho_1 \cdot \frac{p}{p_1} \quad (3.114)$$

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{p_1}{\rho_1} \int_1^2 \frac{dp}{p} = \frac{p_1}{\rho_1} \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Nếu quá trình là đẳng entropy, thì sự thay đổi trạng thái theo qui luật

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const}$$

$$\text{hay} \quad \rho = \rho_1 \left(\frac{p}{p_1} \right)^{1/k}$$

Và tích phân có giá trị

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{p_1^{1/k}}{\rho_1} \int_1^2 \frac{dp}{p^{1/k}} = \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (3.115)$$

Cuối cùng, quá trình là đa biến với hằng số mũ n và thay đổi trạng thái $\frac{p}{\rho^n} = \text{const}$. Ta có giá trị tích phân tương tự như biểu thức (3.115)

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{n}{n-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (3.116)$$

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, lượng nhiệt dẫn vào trong dòng

khí không thể hiện trong phương trình Bernoulli; song nó đã được tính khi tính giá trị tích phân (3.108), theo quan hệ $\rho = f(p)$. Nó là đặc trưng diễn biến của quá trình thay đổi trạng thái chất khí.

Nhân đây một lần nữa cũng cần nhắc lại rằng, trong khí động lực, quá trình có ý nghĩa nhất là quá trình đẳng entropy. Trong đó giả thiết rằng, không có trao đổi nhiệt và không có công ma sát. Do vậy, trong quá trình này entropy không thay đổi $ds = 0$; đó là một quá trình lý tưởng. Ngược lại, trong quá trình đoạn nhiệt dòng chất lưu không có trao đổi năng lượng với môi trường, song bên trong nó vẫn tồn tại ma sát. Vì thế làm tăng entropy của dòng $ds > 0$. Như vậy trong trường hợp là dòng đẳng entropy phương trình Bernoulli được kết hợp từ (3.103) và (3.115) sẽ có dạng

$$\frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = 0 \quad (3.117)$$

$$\text{hay} \quad \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$$

Nếu khảo sát dòng khí bị hãm, ta xác định được áp suất hãm. Trong trường hợp này $c_2 = 0$; Ký hiệu $c_1 = c$, $p_1 = p$ và ρ_1

= ρ , ta có

$$\frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} \left[\left(\frac{p^*}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \frac{c^2}{2} \quad (3.118)$$

Từ đó xác định được p^* – áp suất hãm từ biểu thức

$$\frac{p^*}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \frac{c^2}{k \frac{p}{\rho}} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.119)$$

Mặt khác, do $a = \sqrt{k \frac{p}{\rho}}$, nên biểu thức có thể viết

$$\frac{p^*}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.120)$$

Áp suất hãm p^* còn được gọi là áp suất toàn phần, p là áp suất tĩnh. Như vậy tỉ số áp suất toàn phần và áp suất tĩnh là hàm số của số Mach.

Tuy nhiên, cũng cần lưu ý thêm rằng, bằng một cách khác chúng ta cũng có thể xác định được biểu thức (3.120). Ta sử dụng biểu thức (3.73) và các quan hệ của quá trình đẳng entropy sau đây:

$$\frac{p^*}{p} = \left(\frac{T^*}{T} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.121a)$$

$$\frac{\rho^*}{\rho} = \left(\frac{T^*}{T} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.121b)$$

Kết hợp (3.73) và (3.121a) ta được tỉ số $\frac{p^*}{p}$ [(3.120)]. Và kết

hợp (3.73) và (3.121b) ta thiết lập được biểu thức xác định mật độ trong dòng khí lý tưởng bị hãm

$$\frac{\rho^*}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (3.121c)$$

Tiếp tục sử dụng biểu thức (3.78) kết hợp với (3.121a) ta tìm được quan hệ giữa áp suất toàn phần và tốc độ quy dẫn

$$\frac{p}{p^*} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.121d)$$

Tương ứng, ta có mật độ dòng khí lý tưởng bị hãm

$$\frac{p}{p^*} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (3.121e)$$

Ở đây cũng cần ghi nhận một thực tế là áp suất hiện hữu trong dòng hãm về cơ bản có thể khác áp suất toàn phần xác định theo biểu thức (3.120). Điều này có thể giải thích như sau: do ảnh hưởng của quá trình hãm, dòng không giữ được là đẳng

entropy, mà ít nhiều có tồn tại trở lực. Ví dụ, trong ống tăng áp, ở chế độ cận âm, khi tốc độ giảm thường kèm theo tạo xoáy gây nên trở lực rất lớn trong dòng. Hoặc, trong quá trình hãm dòng siêu tốc luôn luôn tạo nên sóng va đập và chính nó tạo nên trở lực rất lớn.

Áp suất thực tế trong dòng hãm thường nhỏ hơn áp suất tính toán.

Như vậy, việc sử dụng các công thức đã nêu cũng bị hạn chế bởi những điều kiện thực tế nhất định. Đặc biệt, phải hết sức lưu ý khi tính toán thông số dòng chảy qua các thiết bị đo dòng vượt âm. Ở các đầu đo, trở lực gây nên do sóng va đập rất đáng kể. Trong những trường hợp như vậy, các biểu thức đã nêu chỉ đạt độ chính xác khi dòng chảy là cận hoặc dưới âm. Đối với dòng trên âm phải sử dụng các biểu thức tính riêng biệt, trong đó phải hiệu chỉnh hoặc kể đến ảnh hưởng của trở lực sóng va đập.

3.6. PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI CỦA CHẤT KHÍ

3.6.1. Chất khí lý tưởng

Phương trình trạng thái của chất khí lý tưởng được

Clapeyron đưa ra năm 1834 trên cơ sở các định luật thực nghiệm của Gay-Lussac và Boyle – Marriotte. Phương trình viết cho khối lượng m kg

$$pV = mRT \quad (3.122)$$

$$\text{hay } p = \rho rT$$

trong đó $\rho = \frac{m}{V}$ là khối lượng riêng hay là mật độ của chất khí;

$$r \text{ hằng số khí, } r = \frac{p}{\rho T} = \text{const}$$

Phương trình viết cho 1kg chất khí có dạng

$$pv = rT \quad (3.123)$$

$$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

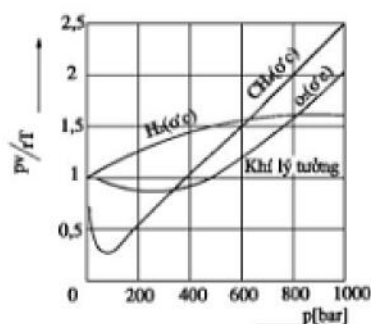
Cần lưu ý rằng, phương trình trên chỉ ứng dụng được cho chất khí lý tưởng ở trạng thái cân bằng; tức là thỏa mãn giả thiết mọi chất điểm của dòng khí có nhiệt độ như nhau và cùng một áp suất.

3.6.2. Chất khí thực

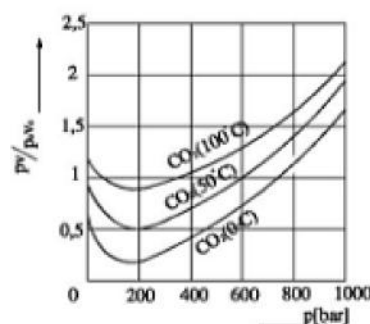
Phương trình trạng thái của chất khí thực rất khác của chất khí lý tưởng; đặc biệt là đối với những chất khí ở áp suất cao và nhiệt độ rất thấp hoặc rất cao.

Đồ thị ở các hình 3.14, 3.15 diễn tả các đường cong trạng thái của các chất khí H_2 , O_2 , C_2H_4 ở nhiệt độ $0^\circ C$ và của CO_2 ở nhiệt độ 0° , 50° và $100^\circ C$. Đường thẳng qua hoành độ bằng 1 mô tả quan hệ $pV/RT = 1$. Đó chính là phương trình trạng thái của chất khí lý tưởng.

Đối với chất khí thực, ở những áp suất khác nhau khả năng nén khác nhau. Tùy thuộc vào áp suất và loại chất khí mà khả năng nén có thể cao hơn hoặc thấp hơn chất khí lý tưởng. Điều này có thể giải thích bằng thuyết động học phân tử.



Hình 3.14. Diễn biến trạng thái của chất khí theo áp suất



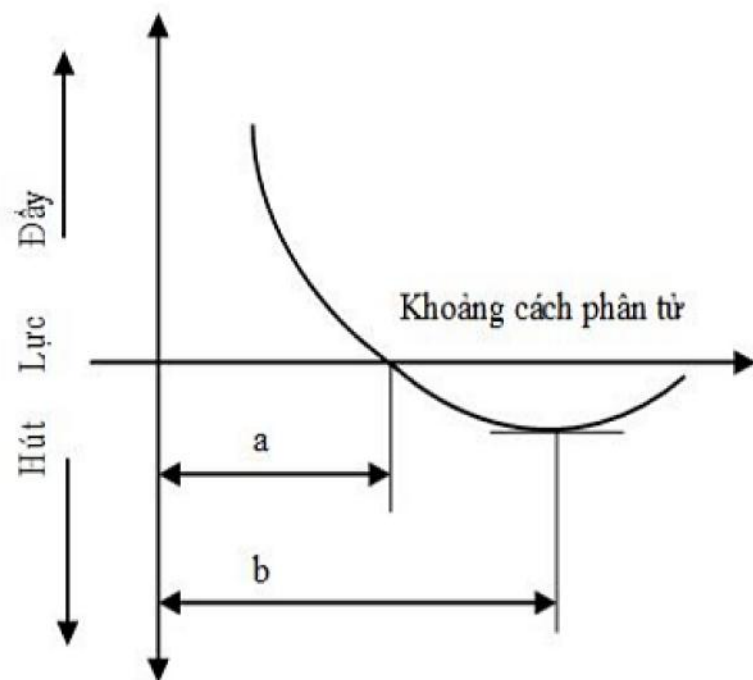
Hình 3.15. Diễn biến trạng thái của khí CO_2 theo p và t

Trong các chất khí thực, các phân tử tác động vào nhau bởi các lực hút (mà ở các chất khí lý tưởng đã bỏ qua), do đó nó dễ nén hơn là khí lý tưởng. Khi áp suất giảm ảnh hưởng này cũng giảm bởi các phân tử cách xa nhau hơn. Mặt khác, các phân tử

của chất khí thực có thể tích lớn hơn và bản thân chúng “hầu như” không chịu nén, nên chất khí thực ít bị nén hơn là chất khí lý tưởng. Ở áp suất cao, các phân tử gần nhau hơn và đến một áp suất nào đấy chúng kè sát nhau đến mức lực hấp dẫn chuyển đẩy – lực hút chuyển thành lực đẩy (hình 3.16). Lúc này có thể coi tổng thể tích của tất cả các phân tử gộp lại bằng thể tích của bình chứa chất khí. Tức là giữa các phân tử gần như không còn khoảng trống. Khoảng cách giữa chúng là tối thiểu. Độ nén có thể coi là đạt đến mức độ gần tối đa.

Để đưa ra phương trình trạng thái cho chất khí thực, Van der Waals đã giả thiết rằng, thể tích của phân tử chất khí là hữu hạn và giữa chúng tồn tại một lực gọi là lực cố kết. Trong lòng chất khí hiệu ứng cố kết bị triệt tiêu vì các phân tử tác dụng lẫn nhau và từ tất cả các hướng. Song các nguyên tử trên bề mặt của các phân tử tiếp giáp với vách bình chứa (hay thiết bị đo chẳng hạn) thì lực cố kết chỉ tác dụng theo một chiều (hướng nội) và nó giảm áp suất đi một lượng a/v^2 – gọi là áp suất cố kết. Giá trị v^2 ở mẫu số của phương trình (3.124) có thể lý giải như sau: ta coi thể tích bình chứa V là không thay đổi. Do vậy khi khối lượng m của chất khí thay đổi, thể tích riêng $v = \frac{V}{m}$ cũng thay đổi. Sự thay đổi của m cùng một lúc gây nên hai tác động: thứ nhất, nó làm thay đổi số lượng phân tử trong thể tích khí V ; thứ hai nó

làm thay đổi khoảng cách giữa các phân tử làm biến đổi áp suất của chất khí theo cùng một hướng (hoặc cùng tăng, hoặc cùng giảm).



Hình 3.16. Diễn biến lực hút và lực đẩy theo khoảng cách giữa các phân tử

Đương nhiên khi đưa vào phương trình trạng thái, người ta

phải lấy giá trị áp suất trong lòng chất khí, chứ không phải giá trị áp suất ghi nhận được trên đồng hồ đo hay ở vách bình chứa (đã bị giảm đi một lượng a/v^2). Do đó áp suất trong lòng chất khí sẽ là $(p + a/v^2)$.

Khi đưa thông số thể tích vào trong phương trình trạng thái, Vander Waals đã sử dụng thể tích tự do (thể tích khoảng không). Tức là thể tích còn lại sau khi đã trừ đi thể tích chiếm của các phân tử mà người ta thường gọi là thể tích "kim loại". Ở thể tích này các phân tử gần nhau nhất (như trong trạng thái lỏng hoặc rắn). Như vậy thể tích hoạt động của phân tử chất khí là $(v - b)$.

Phương trình trạng thái của chất khí thực theo Van der Waals

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \quad (3.124a)$$

trong đó a , b là hằng số; đối với mỗi chất khí khác nhau, các giá trị này khác nhau.

Cần lưu ý rằng, a , b trên hình 3.16 là khoảng cách giữa các phân tử, nhưng không phải tính theo đơn vị chiều dài [7, 10, 12, 19].

Phương trình (3.124) có thể giải được. Ở đây ta chỉ nêu ra kết quả (xem thêm [7, 10])

nữa; các tính chất nhiệt hóa – lý bắt đầu thay đổi. Ví dụ, ở áp suất khí quyển, khí oxy bắt đầu phản ứng phân rã ($O_2 \rightarrow 2O$) ở nhiệt độ khoảng 2000K; và phân rã hoàn toàn ở nhiệt độ khoảng 4000K. Sau nhiệt độ này phân tử nitơ bắt đầu phân rã ($N_2 \rightarrow 2N$) và nó bị phân rã hoàn toàn ở nhiệt độ khoảng 9000K. Trên 9000K, không khí bắt đầu bị ion hóa, tạo thành plasma từng phần ($N \rightarrow N^+ + e^-$ và $O \rightarrow O^+ + e^-$).

Trong thực tế, hầu hết các chất khí có xảy ra phản ứng hóa học đều có thể bỏ qua lực tương tác giữa các phân tử, nên từng loại khí riêng biệt có thể giả thiết là hoàn thiện nhiệt và thỏa mãn phương trình trạng thái của chất khí lý tưởng. Do vậy, có thể coi dòng khí có phản ứng hóa học là hỗn hợp của các chất khí hoàn thiện nhiệt. Giả thiết này được sử dụng để phân tích, đánh giá và tính toán dòng chất lưu có phản ứng hóa học.

Phương trình trạng thái của hỗn hợp chất khí hoàn thiện nhiệt có thể viết như sau:

$$p_v M = RT \quad (3.125)$$

ở đây R là hằng số vạn năng của chất khí [8314,34 J/(kg.mol.K)].

M : khối lượng phân tử của hỗn hợp.

Khối lượng phân tử có thể tính từ biểu thức

$$M = \left(\sum_{i=1}^n \frac{c_i}{M_i} \right)$$

ở đây c_i là phân khối lượng của chất khí thứ i ;

M_i là khối lượng phân tử của từng chất khí.

Thành phần khối lượng trong hỗn hợp có phản ứng hóa học của các chất khí được xác định từ phương trình liên tục của từng chất khí; Từ đó có thể xác định được phân khối lượng của mỗi chất khí (xem thêm mục 8.2.11).

3.7. TỔN THẤT NĂNG LƯỢNG

Trên cơ sở tính toán dòng chất lưu lý tưởng, chúng ta sử dụng các phương trình cơ bản – phương trình liên tục và phương trình Bernoulli để giải các bài toán dòng chất lưu thực ổn định qua kênh hoặc ống dài, trong đó có đề cập đến ảnh hưởng của độ nhớt – ma sát trong, tổn thất năng lượng.

Chúng ta biết rằng, ma sát trong của chất lỏng thực một mặt gây nên phân kỳ năng lượng, mặt khác tạo nên sự phân bố không đồng đều tốc độ (hình 3.17) trong tiết diện chảy của dòng được đặc trưng bằng profile tốc độ.

Những ảnh hưởng trên thường gây ra những sai số trong tính toán. Tuy nhiên, trong một số các bài toán thực tế không yêu cầu quá cao về độ chính xác ta vẫn có thể sử dụng mô hình sợi dòng cùng với một số giả thiết đơn giản để giải bài toán dòng chảy chất lưu thực.

Bằng cách này, bài toán coi như dòng một chiều (giả tuyến tính).

Trong những trường hợp khác, cần độ chính xác cao hơn, ta có thể sử dụng mô hình dòng phẳng hoặc không gian, hay các phương pháp gần đúng (phần tử hữu hạn, thể tích hữu hạn,...) nhờ sự trợ giúp của hệ thống máy tính hiệu năng cao CFD[26].

3.7.1. Ảnh hưởng của ma sát trong

a. Ảnh hưởng của profile tốc độ

Như chúng ta đã đề cập ở các phần trước, khi dòng chảy rối chảy qua một ống tương đối dài thì sự phân bố tốc độ tại một tiết diện tròn ở khoảng cách đủ xa đầu vào có dạng như ở hình 3.17.

Ta khảo sát một vị trí bất kỳ trên đường ống có tiết diện khuyên tròn dA và tốc độ c_x . Từ đó xác định được lưu lượng thể tích của chất lỏng

$$Q = \int_A c_x dA = 2\pi \int_0^{r=\frac{d}{2}} c_x r dr \quad (3.126)$$

Tốc độ trung bình tính theo thể tích

$$c_s = \frac{Q}{A} = \frac{\int_A c_x dA}{A} = \frac{4Q}{\pi d^2} \quad (3.127)$$

Giá trị này được sử dụng để tính toán lưu lượng thể tích trong phương trình liên tục theo định luật bảo toàn khối lượng

$$Q = c_{s1} A_1 = c_{s2} A_2 = c_s A = \text{const}$$

Tuy nhiên, trong những trường hợp cần yêu cầu độ chính xác cao, thường phải sử dụng giá trị tốc độ trung bình theo động năng c_e . Và nó được xác định theo biểu thức

$$\frac{1}{2} m c_e^2 = \frac{1}{2} \int_A c_x^2 dm$$

ở đây phân tử khối lượng là $dm = \rho c_x dA$; lưu lượng khối lượng sau một đơn vị thời gian qua toàn bộ tiết diện là $m = \rho A c_s$

Thay vào biểu thức trên, ta có

$$\rho A c_s c_e^2 = \rho \int_A c_x^3 dA$$

từ đó xác định được

$$c_s^2 = \frac{\int_A c_x^3 dA}{Ac_s^3} = \frac{\int_A c_x^3 dA}{\int_A c_x dA} \quad (3.128)$$

Và vì

$$Q = Ac_s = \int_A c_x dA$$

$$c_s = \frac{\int_A c_x dA}{A}$$

nên tỷ số bình phương của hai tốc độ trung bình – ký hiệu là có giá trị

$$\alpha = \frac{c_s^2}{c_i^2} = \frac{\int_A c_x^3 dA}{Ac_s^3} = A^2 \frac{\int_A c_x^3 dA}{\left[\int_A c_x dA \right]^3} \quad (3.129)$$

Tỷ số α cũng xác định tỷ lệ giữa giá trị chính xác của động năng dòng chất lỏng

$$E_k = \int_A \frac{c_x^2}{2} dm = \frac{\gamma}{2g} \int_A c_x^3 dA \quad (= mc_s^2)$$

và giá trị tính từ tốc độ trung bình theo thể tích c_m của nó

$$E_k = m \cdot \frac{c_s^2}{2} = \frac{\gamma}{2g} A \cdot c_s^3 \quad (3.130)$$

Tỷ lệ này gọi là hệ số động năng

$$\alpha = \frac{E_k}{E_k} = \frac{\int_A c_x^3 dA}{Ac_s^3} = \frac{2 \int_0^{d/2} c_x^3 r dr}{r^3 c_s^3} \quad (3.131)$$

Hệ số này ở ống tiết diện tròn dao động trong khoảng 1,05 - 1,1 và cần phải nhân thêm với chiều cao tốc độ trong phương trình Bernoulli.

Thông thường để đơn giản người ta bỏ chỉ số “m” và viết gọn dưới dạng

$$y_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \cdot \frac{c_1^2}{2g} = y_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \cdot \frac{c_2^2}{2g} \quad (3.132)$$

Tuy nhiên, trong một số trường hợp không cần độ chính xác quá cao, người ta có thể không cần hiệu chỉnh phương trình Bernoulli theo cách này, bởi vì ảnh hưởng của nó đôi khi còn nhỏ hơn sai số cho phép khi xác định tổn thất thủy lực.

Chỉ một số những trường hợp đặc biệt (khi tính toán, thiết kế chế tạo các loại thiết bị đo lưu lượng và tương tự (ống Venturi, ...)) thì cần phải xét đến ảnh hưởng của hệ số ở các tiết diện khảo sát.

Ở các kênh có tiết diện không tròn có thể tính toán hệ số α bằng cách xác định phân bố tốc độ theo thực nghiệm. Những đường cong nối các điểm có tốc độ giống nhau gọi là đường đẳng tốc như hình 3.18.

b. Ảnh hưởng của phân kỳ năng lượng

Những phương trình Bernoulli đã đưa ra, chỉ diễn tả sự phụ thuộc giữa năng lượng vị trí, áp lực và tốc độ, cho 1kg chất lỏng.

Trong chất lỏng thực do tổn thất thủy lực đã sinh ra nhiệt, làm tăng năng lượng (nội năng) u của chất lỏng. Do đó trong trường hợp này phải bổ sung vào phương trình

Bernoulli giá trị nội năng trong các tiết diện (1,2) đang khảo sát

$$u_1 + y_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = u_2 + y_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} \quad (3.133)$$

Hoặc nếu chúng ta đặt $u_2 - u_1 = h_{z_{12}}$ phương trình sẽ có dạng

$$y_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = y_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + h_{z_{12}} \quad (3.134)$$

Gia số nội năng (dưới dạng năng lượng nhiệt) xuất hiện ở vế phải của phương trình, như một thành phần tương đương (về mặt thứ nguyên) với các thành phần khác (các loại cột áp có thứ nguyên là $[m]$). Do vậy tổn thất năng lượng này cũng được tính như chiều cao tương đương có thứ nguyên là m .

Phương trình Bernoulli (3.134) có xét đến phần kỳ năng lượng có thể phát biểu như sau: tổng chiều cao vị trí, áp lực, tốc độ và tổn thất luôn luôn không đổi.

Đương nhiên tổn thất chiều cao h_z cần phải xác định cho mỗi trường hợp như tổng tổn thất do ma sát (hay đường dài) và tổn thất cục bộ (hay vị trí gây nên do thay đổi tiết diện, độ cong, hay do nắp đập...).

Thông thường (đặc biệt đối với dòng chảy rối) diễn tả chiều cao tổn thất như một phần chiều cao tốc độ.

$$h_z = \zeta \frac{c_1^2}{2g} \quad (3.135)$$

Hệ số tổn thất ζ được tính theo tốc độ trung bình (như một phần tổn thất động năng) của tiết diện đang khảo sát (tại đó xuất hiện tổn thất) hoặc tính chuyển đổi theo tốc độ ở một vị trí nào đó của dòng chảy; chẳng hạn tốc độ thoát.

Tổn thất được diễn tả như một phần chiều cao tốc độ trong tiết diện khảo sát

$$h_{xi} = \zeta_i \frac{c_i^2}{2g} \quad (3.136)$$

Sử dụng phương trình liên tục $c_i A_i = c_v A_v$, ta có thể viết

$$h_{xi} = \zeta_i \left(\frac{A_v}{A_i} \right)^2 \frac{c_v^2}{2g} = \zeta_i' \frac{c_v^2}{2g} \quad (3.137)$$

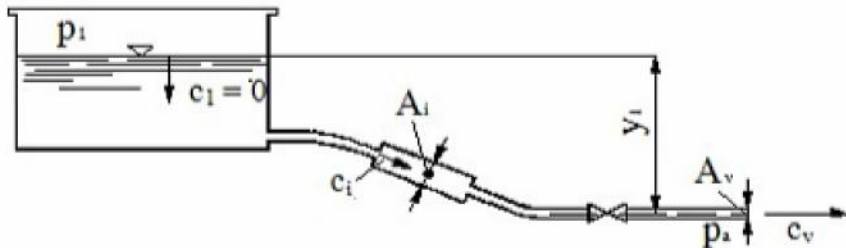
ở đây

$$\zeta_i' = \zeta_i \left(\frac{A_v}{A_i} \right)^2$$

Các biểu thức này cũng tạo điều kiện tính toán các tổn thất trong hệ thống; bởi vì từ đó có thể xác định tổng tổn thất (tổn thất toàn phần) từ các tổn thất thành phần.

Hệ số tổn thất toàn phần

$$\zeta_c = \sum \zeta_i' \quad (3.138)$$



Hình 3.19. Trở lực trong hệ thống

Để làm ví dụ, chúng ta khảo sát một trường hợp cụ thể sau đây: Dòng chảy chất lỏng qua một ống dài có tiết diện thay đổi (hình 3.19).

Trên mặt thoáng rộng chúng ta bỏ qua tốc độ c_1 ; áp suất trên mặt thoáng là p_1 , tốc độ trong trên tiết diện A_v của lỗ là c_v , áp suất khí quyển là p_a .

Phương trình Bernoulli cho hai tiết diện như sau:

$$y_1 + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_v^2}{2g} + \sum h_{xi} \quad (3.139)$$

Có thể viết lại dưới dạng

$$\frac{c_v^2}{2g} + \sum \zeta_i \frac{c_i^2}{2g} = y_1 + \frac{p_1 - p_a}{\gamma} = H$$

Hoặc cũng chính là

$$\frac{c_v^2}{2g} \left[1 + A_v^2 \sum \frac{\zeta_i}{A_i^2} \right] = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \zeta_c}} \quad (3.140)$$

Ở đây, H là chiều cao toàn phần, một mặt để tạo tốc độ thoát c_v , mặt khác để khắc phục tất cả các tổn thất $\zeta_c \frac{c_v^2}{2g}$. Và vì vậy $Q = A_v c_v$ mới chính là thể tích chất lỏng thực tế chảy qua tiết diện

của A sau một đơn vị thời gian.

So sánh phương trình (3.140) với biểu thức đã đưa ra trước kia (3.13) xác định tốc độ thoát qua lỗ, chúng ta thu được biểu thức xác định mối quan hệ giữa hệ số tổn thất toàn phần ζ_c và hệ số tốc độ φ .

$$c_v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \zeta_c}} = \varphi \sqrt{2gH}$$

Như vậy

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta_c}} \quad \text{hoặc là} \quad \zeta_c = \frac{1}{\varphi^2} - 1 \quad (3.141a)$$

(Khi $\zeta_c = \infty$ thì $\varphi = 0$, van đóng hoàn toàn)

Đối với dòng chảy qua lỗ và qua ống rất ngắn với hệ số $\varphi = 0,97$, chúng ta có $\zeta_c = \frac{1}{0,97^2} - 1 = 0,06$, hoặc là tổn thất 6% của chiều cao tốc độ thoát.

Ở những ống dài, đương nhiên tổn thất sẽ lớn hơn và hệ số

$$\zeta_c = A_v^2 \sum \frac{\zeta_l}{A_l^5} \quad (3.141b)$$

có thể không những lớn hơn 1, mà còn vượt tất cả mọi giới hạn. Và rồi, do diễn tả theo chiều cao tổn thất phụ thuộc vào tốc độ thoát thực tế (tốc độ hữu ích còn lại), mà nó có thể bị giảm cho

tới bằng không bởi tổn thất trở lực (chẳng hạn, do đóng van quá nhanh).

Như vậy, nếu hệ số ζ tiệm cận đến ∞ , thì theo định nghĩa và theo (3.141a) hệ số tốc độ φ sẽ giảm tới bằng không.

Khi tính toán thiết kế hệ thống các đường ống, do hệ số tổn thất ma sát phụ thuộc vào tốc độ dòng chảy, nên thông thường khi tính sơ bộ, trước hết người ta đưa vào công thức (3.140) giá trị dự đoán. Sau khi xác định được tốc độ trong từng tiết diện $c_i = c_v \frac{A_v}{A_i}$, chúng ta lặp lại tính toán với giá trị hiệu chỉnh.

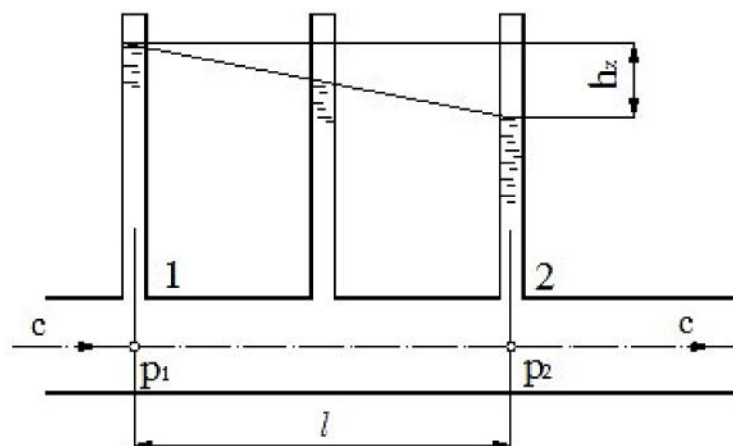
Trước khi nghiên cứu chi tiết điều kiện chảy rối qua ống, chúng ta tiếp cận sơ bộ với từng loại tổn thất.

3.7.2. Tổn thất ma sát

Tổn thất ma sát đặc biệt chiếm ưu thế và thể hiện rõ nét trong dòng chảy của chất lưu trong những ống dài. Ta khảo sát một ống dài đặt nằm ngang có tiết diện không đổi (hình 3.20)

Do phải vượt qua tổn thất trở lực ma sát nên trong dòng xuất hiện sự giảm áp lực. Giá trị này có thể xác định trực tiếp từ chênh lệch mặt thoáng trong các ống hở đo áp suất

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \gamma h_z$$



Hình 3.20. Tổn thất trở lực

Chúng ta dễ dàng xác định được rằng, ở vị trí mà dòng chảy đã phát triển hoàn toàn, tức là ở cách xa đầu vào của ống, khi đó ảnh hưởng của ma sát đã lan toả ra toàn bộ tiết diện dòng, thì chiều cao tổn thất tỷ lệ thuận với chiều dài l của ống.

Ở dòng chảy rối, tổn thất gần như phụ thuộc vào bình phương tốc độ trung bình của dòng và với ống có tiết diện hình tròn thì nó tỷ lệ nghịch với đường kính d . Và đương nhiên tổn thất này còn phụ thuộc cả vào tính chất vật lý của dòng, đặc biệt là độ nhớt.

Ở đây chúng ta đưa ra một số công thức có thể kết hợp sử

dụng nhiều kết quả thực nghiệm

$$\frac{h_z}{l} = k \frac{c^2}{d} \quad (3.142a)$$

$$\frac{h_z}{l} = k_1 \frac{c^2}{d} + k_2 \frac{c^2}{d^2} \quad (3.142b)$$

$$\frac{h_z}{l} = k \frac{c^{1.75}}{d^{1.25}} \quad (3.142c)$$

O.Reynolds (1883) đã đưa vào công thức sử dụng cho những chất lưu khác nhau, số P đặc trưng cho độ nhớt.

$$\frac{h_z}{l} = k \left(\frac{c}{d} \right)^{1.75} \frac{c^2}{d^5} \quad (3.143)$$

Còn Dancy, đối với những vách thô, đã sử dụng số mũ là 2.0 thay cho 1,723.

Ngày nay người ta thường diễn tả tổn thất ma sát trong đường ống đường kính d và chiều dài l bằng biểu thức Weisbach

$$h_z = \lambda \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g} = \zeta \frac{c^2}{2g} \quad (3.144)$$

ở đây λ là hệ số ma sát.

Hệ số ma sát λ một cách tổng quát phụ thuộc vào đường kính ống, tốc độ dòng, độ nhớt của chất lưu và độ nhám bề mặt.

Hiện nay, đôi khi người ta cũng sử dụng công thức

$$\lambda = \alpha + \frac{\beta}{cd} \quad (1870 - \text{Hagen}) \quad (3.145a)$$

$$\lambda = a + \frac{b}{\sqrt{cd}} \quad (1889, 1905 - \text{Lang}) \quad (3.145b)$$

trong đó, các hệ số a là ảnh hưởng chất lượng bề mặt;

b ảnh hưởng nhiệt độ.

Đối với chất lỏng là nước, theo chất lượng của đường ống, có thể đưa vào công thức các giá trị

$a = 0,012$ ống kéo nhẵn (mosaz);

$a = 0,02$ và cao hơn cho ống gang mặt thô;

$b = 0,0018$ ở nhiệt độ 20°C ;

$b = 0,0004$ ở nhiệt độ 100°C .

Một số các kết quả nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm khác đều dựa trên số Reynold Re .

Đối với những ống nhẵn thủy lực (tức là những ống mà dù có tăng chất lượng bề mặt cao hơn nữa thì tổn thất ma sát cũng không thể giảm được), có thể sử dụng công thức có số mũ đơn giản Blasius (1913), thích hợp với dòng chảy rối khi $Re \leq 100.000$

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} = 0,316 Re^{-0,25} \quad (3.146)$$

Hoặc gần đây, với khoảng ứng dụng rộng hơn, có thể dùng công thức

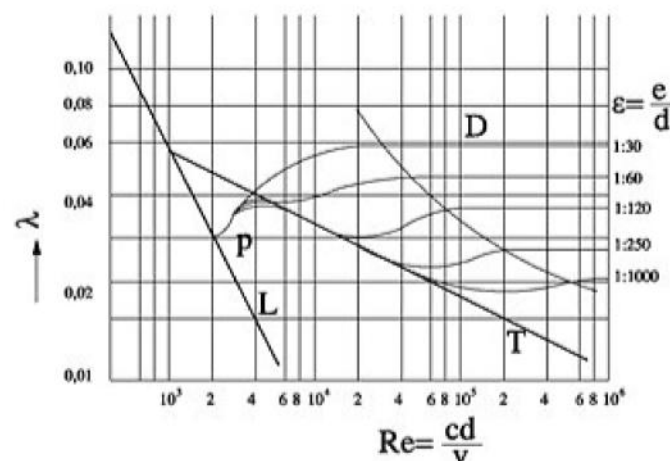
$$\lambda = 0,00714 + 0,61 Re^{-0,5} \quad (3.147)$$

Một cách gần đúng, theo Prandtl, ta có các giá trị

Với $Re = 4000 \ 12.000 \ 60.000 \ 24.000 \ 2.500.000$

$\lambda = 0,040 \ 0,030 \ 0,020 \ 0,015 \ 0,010$

Thực tế cho thấy rằng, khi tiến hành thí nghiệm, kể cả với các chủng loại chất lưu khác nhau, các kết cấu đường ống khác nhau và các phương pháp khác nhau, kết quả thu được cũng không vượt quá sai số ($\pm 2\%$) so với những kết quả tính theo các công thức và số liệu đã nêu trên.



Hình 3.21. Đồ thị Nikuradse

Trên hình 3.21 diễn tả sự phụ thuộc của hệ số ma sát λ vào Re bằng đồ thị Nikuradse trong toạ độ semilogarit. Đường cong T thoả mãn cho dòng chảy rối, có ý nghĩa thực tế với các giá trị Re từ 5.000 trở lên ($Re \geq 5.000$); bởi vì với số Re thấp hơn dòng sẽ là chảy tầng đường cong L. Đây là vấn đề rất phức tạp, phụ thuộc vào nhiều yếu tố. Các số liệu trên đồ thị chỉ có tính chất tham khảo. Một cách sơ bộ có thể coi hệ số ma sát của chất lưu trong dòng chảy tầng xác định theo biểu thức

$$\lambda_{\text{tán}} = \frac{64}{Re} \quad (3.148)$$

Những công thức mới hơn xác định thoả mãn cho cả vùng quá độ giữa hai loại dòng được đưa ra ở các tài liệu chuyên khảo [5,12,15,19].

Ở dòng chảy tầng, thực tế tổn thất ma sát là như nhau kể cả khi vách ống không nhẵn. Tuy nhiên, ở dòng chảy rối hệ số λ tăng lên do ảnh hưởng độ nhám vách; và đến một giá trị Re nhất định nó sẽ không phụ thuộc vào điều kiện này nữa.

Trên đồ thị, đường cong P thể hiện quá trình quá độ giữa chảy tầng và chảy rối còn đường cong D cho biết hệ số ma sát của các ống nhám bề mặt. Nó phụ thuộc vào độ nhấp nhô trên bề mặt vách $e(\text{mm})$ và hình dáng của nó.

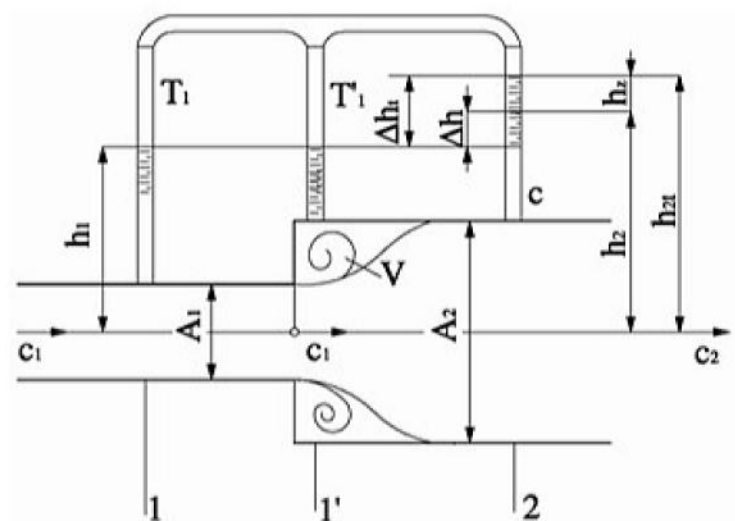
Giá trị λ cũng còn khác nhau ở chỗ là độ nhám do bề mặt xù xì sắc nhọn hay do vách lượn sóng bởi yêu cầu gia công. Với những ống mới có độ nhám xác định do gia công, các giá trị λ có thể tìm trong các tài liệu tương ứng. Còn những ống đặc chủng khác sử dụng lâu dài trong điều kiện gỉ sét và cặn cặn không được thường xuyên xử lý thì tính toán tổn thất là rất khó. Trong những trường hợp quan trọng phải tiến hành đo đạc riêng.

Trong công thức xác định số Reynold, ngoài độ nhớt động học và tốc độ c , nó còn phụ thuộc vào kích thước tiết diện đường ống. (xem mục 2.6 – Tiêu chuẩn đánh giá cấu trúc dòng)

Nội dung này sẽ được đề cập một cách cụ thể và chi tiết hơn ở chương 5 - Dòng chất lưu thực và chương 11 – Lóp biên.

3.7.3. Tổn thất cục bộ

Trong tính toán thiết kế, lắp đặt và vận hành hệ thống đường ống và thiết bị, ngoài tổn thất ma sát, tổn thất cục bộ đóng một vai trò rất quan trọng. Tổn thất này thường gặp trong các trường hợp: Thay đổi tiết diện (tăng hoặc giảm) đường ống, hoặc thay đổi hướng dòng. Sau đây ta khảo sát một số trường hợp cụ thể dòng chảy qua ống hoặc kênh.



Hình 3.22. Tổn thất cục bộ

a. Tổn thất do tăng tiết diện

Để xác định tổn thất do tăng đột ngột tiết diện, về mặt lý thuyết có thể đưa ra biểu thức khá phù hợp với thực tế dựa trên định lý thay đổi động lượng.

Nếu tăng tiết diện A_1 thành A_2 (hình 3.22), thì theo phương trình liên tục, tốc độ dòng sẽ là

$$c_2 = c_1 \frac{A_1}{A_2}$$

Nếu ta giả thiết dòng chảy không có tổn thất, phương trình Bernoulli có dạng

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g}$$

Độ gia tăng áp suất

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \gamma \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} \quad (3.149)$$

Giá trị này được xác định tương đương chênh lệch cột áp trong các ống T1, T2 (hình 3.22)

$$\Delta h_1 = h_{2t} - h_1 = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} \quad (3.150)$$

Trong thực tế do có tổn thất nên độ tăng áp suất nhỏ hơn, tức là độ tăng mặt thoáng chỉ đạt mức

$$\Delta h = h_2 - h_1 \quad (3.151)$$

Chênh lệch giữa độ tăng lý thuyết và tăng thực tế cột áp

$$h_z = \Delta h_t - \Delta h = h_{2t} - h_2 \quad (3.152)$$

Giá trị này chính là tổn thất chiều cao do thay đổi đột ngột tiết diện; Và nó được xác định thông qua tổn thất động năng c_1 , c_2 của dòng như sau:

Chúng ta giả thiết rằng, trong tiết diện 1' (nằm ngay sát miệng hẹp ở đầu ra tiết diện rộng của ống) chất lỏng vẫn giữ được tốc độ toàn phần c_1 và cả áp suất $p_1 = \gamma h_1$ cũng không đổi.

Do thay đổi tốc độ và áp suất trong đoạn ống có tiết diện A_2 , nên ở hai đầu (tiết diện 1' và 2) xuất hiện lực tác động

$$F = A_2(p_2 - p_1)$$

Lực này có hướng chống lại chiều chuyển động của dòng chất lưu, nó gây nên một xung (xung thời gian) trong lưu lượng khối lượng

$$m_s = \frac{\gamma}{g} A_1 c_1 \gamma = \frac{\gamma}{g} A_2 c_2$$

Xung này làm thay đổi động lượng do giảm tốc độ từ giá trị c_1 đến c_2 . Như vậy ta có thể viết đẳng thức

$$F = A_2 \gamma (h_2 - h_1) = m_s (c_1 - c_2) = \frac{\gamma}{g} A_2 c_2 (c_1 - c_2)$$

Từ đó suy ra, sự tăng thực tế của áp suất được diễn tả bằng chênh lệch chiều cao cột áp chất lỏng

$$\Delta h = \frac{1}{g} c_2 (c_1 - c_2)$$

Kết hợp với phương trình (3.150) diễn tả độ chênh lệch chiều cao cột áp lý thuyết Δh_1 , có thể suy ra chiều cao tổn thất

$$h_z = \Delta h_1 - \Delta h = \frac{1}{2g} [c_1^2 - c_2^2 - 2c_2(c_1 - c_2)]$$

Sau khi biến đổi ta có

$$h_z = \frac{1}{2g} (c_1 - c_2)^2 \quad (3.153)$$

Công thức (3.153) đối với tổn thất do tăng tiết diện đột ngột gọi là công thức Bord hay Carnot.

Tuy nhiên, Bord đã không lý giải được một cách đúng đắn và đầy đủ trên cơ sở thuyết động học phân tử về nguyên nhân tán xạ năng lượng do va đập không đàn hồi của các phân tử chuyển động với tốc độ c_1 vào các phân tử khác chuyển động với tốc độ c_2 . Trong thực tế, tốc độ giảm dần dần và tổn thất chủ yếu gây nên do xuất hiện xoáy trong không gian.

Trong trường hợp tăng tiết diện không đột ngột thì tổn thất tính theo công thức Bord cho kết quả khá phù hợp với thực tế.

Với sự tăng quá lớn tỷ lệ tiết diện A_1/A_2 tổn thất sẽ tăng; Trường hợp thay đổi tiết diện quá lớn và đột ngột có thể làm

triệt tiêu toàn bộ chênh lệch chiều cao tốc độ

Nếu chất lỏng chảy vào bể với tốc độ c_1 rất lớn, còn trong bể c_1 tốc độ lại không đáng kể thì có thể toàn bộ động năng $c_1^2/2g$ sẽ biến thành nhiệt.

Tổn thất do tăng đột ngột tiết diện theo công thức Bord cũng có thể diễn tả nhờ hệ số tổn thất và, hoặc theo tốc độ c_1

$$h_z = \frac{c_1^2}{2g} \left(1 - \frac{c_2}{c_1}\right)^2 = \frac{c_1^2}{2g} \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 = \zeta_1 \frac{c_1^2}{2g} \quad (3.154a)$$

hoặc theo tốc độ c_2

$$h_z = \frac{c_2^2}{2g} \left(\frac{c_1}{c_2} - 1\right)^2 = \frac{c_2^2}{2g} \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right)^2 = \zeta_2 \frac{c_2^2}{2g} \quad (3.154b)$$

Trong các trường hợp cần phải xem xét đến sự phân bố không đồng đều tốc độ trong các tiết diện A_1 và A_2 , thì theo Saint-Venant phải tăng tổn thất theo Bord lên thêm 11%; như vậy

$$h_z = 1,11 \zeta_1 \frac{c_1^2}{2g} \quad (3.155)$$

Công thức tương tự như thế có thể sử dụng cho những trường hợp phân bố tiết diện lệch, nếu quá trình tạo xoáy trong không gian V xảy ra tương tự.

Sử dụng công thức Bord có thể dễ dàng chứng minh được rằng tăng đường kính theo cấp (từng bước từ từ) có tổn thất nhỏ hơn tăng một cấp từ tốc độ c_1 đến c_1 .

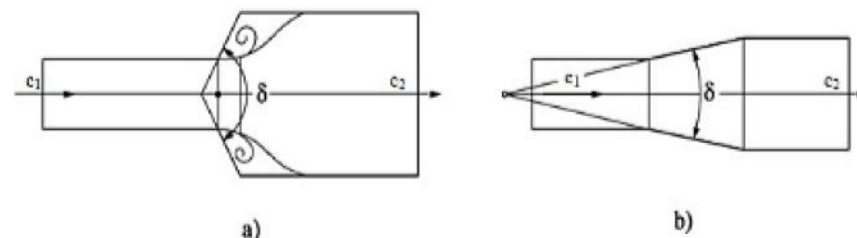
Sự tăng từ từ tiết diện phụ thuộc vào điều kiện dòng có bị đứt khỏi vách (hình 3.24a) hay có bị xoáy ở một góc đủ nhỏ hay không (hình 3.24b).

Trong trường hợp tính toán sơ bộ có thể dùng công thức Fliegner

$$h_z = \frac{1}{2g} (c_1 - c_2)^2 \sin \delta \quad \text{với } \delta < 45^\circ \quad (3.156)$$

Những kết quả nghiên cứu chính xác và sâu sắc hơn về dòng chảy qua các ống hình nón có thể tham khảo trong các tài liệu chuyên khảo.

Ở những ống nón dài có góc không nhỏ thì khi tính tổn thất mở rộng tiết diện theo (3.156) cần phải cộng thêm tổn thất ma sát theo (3.144).



Hình 3.24. Trờ lực trong ống tăng áp

Nguyên lý tăng tiết diện theo kiểu ống khuếch tán như vậy có một ý nghĩa vô vùng quan trọng đối với tính toán, thiết kế, chế tạo ống tăng áp (biến đổi động năng thành áp năng).

Để tổn thất trở lực trong ống tăng áp là tối thiểu, cần phải thoả mãn điều kiện

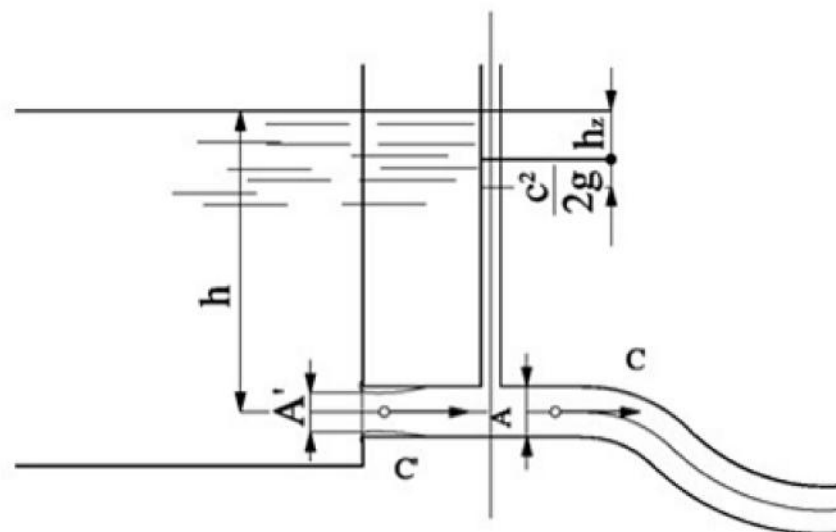
$\delta = 2\alpha < 10^\circ$ (hình 3.24) và vách kênh phải hoàn toàn trơn nhẵn.

Theo thực nghiệm ảnh hưởng của hình dáng tiết diện (tròn, vuông hay chữ nhật) không phải quá lớn, tuy vậy vẫn ưu tiên cho ống tăng áp hình tròn, với chuyển động xoáy nhẹ của chất lưu.

Tổn thất sẽ lớn hơn nhiều khi ống bị hãm (hãm tốc độ) trong các kênh cong của máy có cánh: bơm ly tâm, quạt và máy nén...

b. Tổn thất vào đầu ống

Như chúng ta đã biết, dòng chảy từ bình vào ống có tiết diện A thu lại thành A' = αA (hình 3.25). Hệ số thất dòng α càng nhỏ, ảnh hưởng tạo dáng đầu vào của dòng càng ít.



Hình 3.25. Tổn thất đầu vào ống

Chúng ta ký hiệu tốc độ ở tiết diện hẹp nhất là $c' = \varphi_1 c'_t$. Ở đây φ_1 là hệ số tốc độ tương ứng. Tổn thất chiều cao cột áp được xác định

$$h_{z1} = \frac{1}{2g} (c_t'^2 - c^2) = \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1 \right) \frac{c^2}{2g} \quad (3.157)$$

Bằng cách tính chuyển đổi tổn thất chiều cao theo tốc độ $c' = \frac{c}{\alpha}$ cho toàn bộ tiết diện ống A, chúng ta sẽ được

$$h_{z1} = \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1 \right) \frac{c^2}{2g} = \zeta_1 \frac{c^2}{2g} \quad (3.158)$$

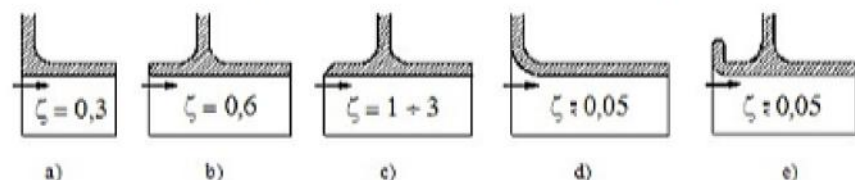
Và tương tự, chúng ta tính tổn thất sau đó theo công thức Bord

$$h_{s2} = \frac{1}{2g}(c - c')^2 = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) \frac{c^2}{2g} = \zeta_2 \frac{c^2}{2g} \quad (3.159)$$

Ở đây, hệ số tổn thất ζ_2 có thể tùy trường hợp mà tăng thêm theo Saintp-Venant; như vậy toàn bộ chiều cao mất mát khi chảy từ bình vào ống, sẽ là

$$h_z = h_{s1} + h_{s2} = (\zeta_1 + \zeta_2) \frac{c^2}{2g} = \zeta \frac{c^2}{2g} \quad (3.160)$$

Trường hợp ống tròn cạnh sắc (hình 3.26a), có thể tính được tổn thất chiều cao nếu thay $\varphi_1 = 0,98$, $\alpha = 0,63$ chúng ta được $\zeta_1 = 0,1$ và $\zeta_2 = 0,35 + 0,4$. Giá trị toàn bộ sẽ là $\zeta = 0,45 + 0,5$; Và nếu chúng ta tính chuyển đổi hệ số tổn thất đầu vào ζ thành hệ số tốc độ toàn phần φ tương ứng với tốc độ trong toàn bộ tiết diện của ống, thì sử dụng công thức (3.141a) ta có $\varphi = 0,82$, như đã đề cập đối với dòng chảy qua ống ngắn.



Hình 3.26. Ảnh hưởng đầu ống

Trong những trường hợp như vậy, phương pháp và chất

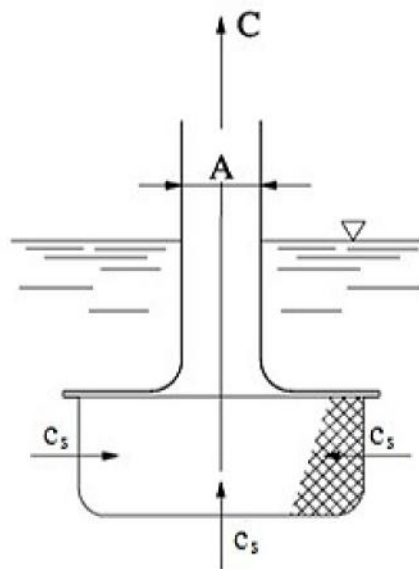
lượng gia công đầu ống rất quan trọng. Nếu đầu vào gia công chất lượng kém, tổn thất sẽ tăng lên đáng kể (hình 3.26b); còn nếu được gia công tròn nhẵn (hoặc vê tròn) thì tổn thất có thể giảm xuống dưới 10% (hình 3.26 c,d,e).

Ở những sọt lọc bảo vệ đầu vào (hình 3.27), có các lỗ với tiết diện toàn bộ là A_s , thông thường toàn bộ động năng bị triệt tiêu

$$c_s = \frac{cA}{\alpha A_s};$$

Như vậy
$$h_z = \frac{c_s^2}{2g} = \left(\frac{A}{\alpha A_s}\right)^2 \frac{c^2}{2g} = \zeta \frac{c^2}{2g}$$

Theo độ lớn và chất lượng gia công lỗ trong lưới hoặc sọt lọc, thường $\zeta \geq 1$

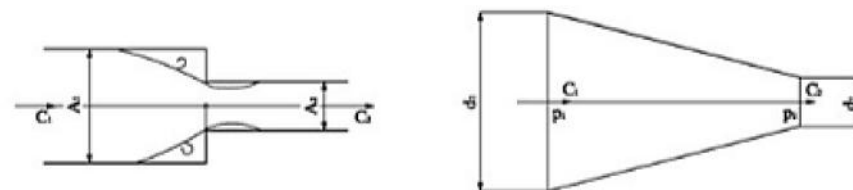


Hình 3.27 Sọt lọc

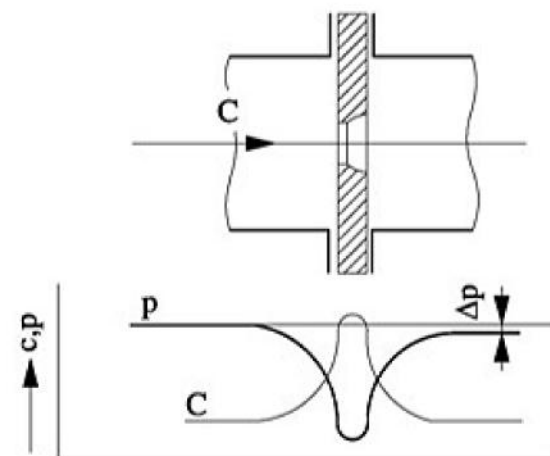
c. Tổn thất thu hẹp tiết diện

Tương tự như trên, khi giảm đột ngột tiết diện đường ống cũng xuất hiện tổn thất (hình 3.28).

Thông thường chúng ta tính toán tổn thất này trực tiếp từ hệ số tổn thất tổng hợp và đương nhiên nó phụ thuộc vào tỷ lệ tiết diện A_2/A_1 .



Hình 3.28. Trở lực đột thu



Hình 3.29. Tổn thất qua van

Trên cơ sở thực nghiệm, Weisbach đã đưa ra kết quả

$$\frac{A_2}{A_1} = 0,01 \quad 0,10 \quad 0,40 \quad 0,8 \quad (1)$$

$$\zeta = 0,50 \quad 0,47 \quad 0,33 \quad 0,15 \quad (0)$$

Ống có tiết diện giảm đều gọi là ống tăng tốc (hình 3.28), ở

đó áp suất thay đổi một cách đều đặn. Năng lượng áp lực biến thành động năng (dòng giãn nở); tổn thất được sinh ra chỉ do ma sát và có thể tính tương tự như ống hình nón.

Sự giảm quá đột ngột tiết diện dòng, tức là tăng nhanh tốc độ cục bộ luôn làm cho áp suất giảm. Người ta sử dụng nguyên lý này để thiết kế chế tạo thiết bị đo lưu lượng (ống Venturi,...)

d. Tổn thất thay đổi hướng

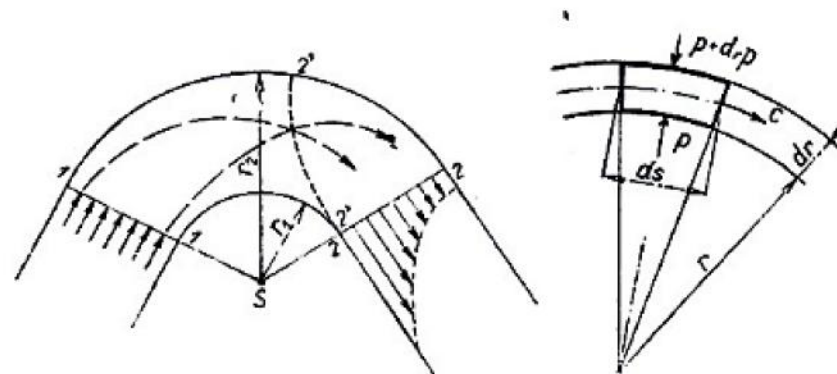
Để hình dung được tổn thất xuất hiện khi dòng chảy đổi hướng, trước hết chúng ta khảo sát về mặt lý thuyết chuyển động của dòng qua một ống uốn cong (hình 3.30).

Ta chọn hai tiết diện khảo sát 1 và 2 trên một ống cong có bán kính bên trong là r_1 nhỏ hơn bên ngoài là r_2 . Nếu các phần tử của chất lưu xuất phát cùng một thời điểm từ tiết diện 1 – 1 muốn đến tiết diện 2 – 2 vào cùng một thời điểm, thì các phần tử ngoại vi (ở vùng có bán kính r_2 lớn hơn) phải tăng tốc. Tuy nhiên theo phương trình Bernoulli, dòng tăng tốc luôn kèm theo giảm áp suất; mà điều này thì không thể xảy ra bởi vì do ảnh hưởng của lực ly tâm áp suất lại tăng từ tâm cong ra phía bên ngoài.

Đối với phần tử chất lưu có kích thước $1.ds.dn$ chảy quanh trong mặt phẳng ngang ở bán kính r (hình 3.30), thì từ điều kiện

cân bằng trong hướng kính phải thỏa mãn biểu thức

$$dm \cdot \frac{c^2}{r} = dA d_r p$$



Hình 3.30. Profile tốc độ dòng đổi hướng

ở đây $d_r p$ ký hiệu gia số áp suất theo bán kính.

Nếu

thay

chúng ta có

$$\frac{d_r p}{\gamma} = \frac{c^2}{g r} dr \quad (3.161a)$$

Nhưng đồng thời đối với những sợi dòng có bán kính khác nhau – nếu như chúng ta giả thiết rằng, tất cả đều xuất phát từ tiết diện ban đầu có cùng chiều cao cột áp và tốc độ, thì cũng

thoả mãn phương trình Bernoulli

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = \text{const}$$

Đạo hàm theo bán kính r chúng ta có

$$\frac{d_r p}{\gamma} = \frac{-cd_r c}{g} \quad (3.161b)$$

ở đây $d_r c$ diễn tả sự thay đổi tốc độ theo hướng kính.

So sánh hai biểu thức (3.161a) và (3.161b), ta suy ra

$$-\frac{c^2}{g} \frac{dr}{r} = \frac{cd_r c}{g} \quad \text{hay} \quad \frac{d_r c}{c} + \frac{dr}{r} = 0 \quad (3.161c)$$

Tích phân phương trình cuối cùng ta thu được

$$\ln c + \ln r = \ln k$$

hay có thể viết

$$cr = \text{const} \quad \text{và} \quad c = \frac{c_1 r_1}{r} \quad (3.161d)$$

Từ đó, có thể suy ra: tốc độ c giảm theo bán kính của trục hyperbola.

Sự thay đổi áp suất theo hướng kính tương ứng có thể xác định được bằng cách đưa giá trị tốc độ theo biểu thức (3.161c, d) vào biểu thức (3.161b)

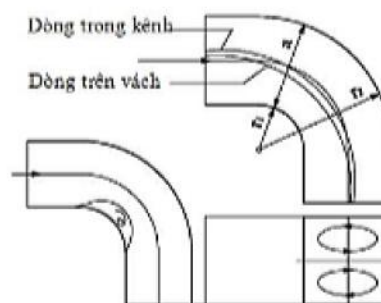
$$\frac{d_r p}{\gamma} = \frac{c^2}{g} \frac{dr}{r} = \frac{c_1^2 r_1^2}{g} \frac{dr}{r^3}$$

Và sau khi tích phân theo bán kính, ta có

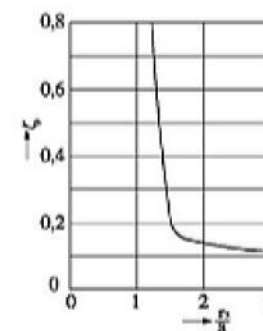
$$\frac{p - p_1}{\gamma} = \frac{c_1^2 r_1^2}{2g} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r^2} \right) \quad (3.162)$$

Rõ ràng rằng, do tất cả những điều kiện ngoại lai, không thể giữ được tiết diện dòng vẫn vuông góc với hướng tốc độ vòng; thay vì đến vị trí 2-2 thì các phần tử chỉ đến được tiết diện 2'-2.

Bởi vậy xảy ra một chuyển động phức tạp không gian, kèm theo trao đổi năng lượng. Trong đó, dòng ở vách trong của kênh bị đứt và rồi tạo thành xoáy không gian, làm thất tiết diện chảy của dòng (hình 3.31).



Hình 3.31. Cấu trúc dòng đối hướng



Hình 3.32. Hệ số tổn thất

Đương nhiên, tổn thất do mở dòng tiếp sau đó khó mà tính được, vì không biết được các điều kiện ảnh hưởng tiếp theo. Vấn đề này phải được giải quyết tùy thuộc với từng trường hợp cụ thể.

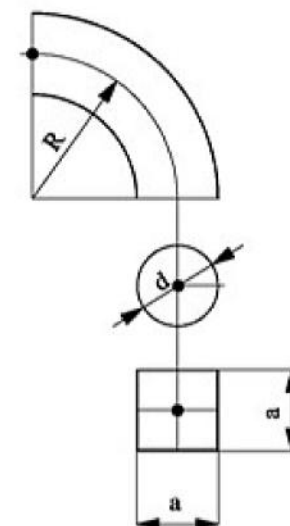
Bởi vậy chiều cao tổn thất toàn bộ thường được gộp chung và xác định bằng thực nghiệm.

Chúng ta đặt

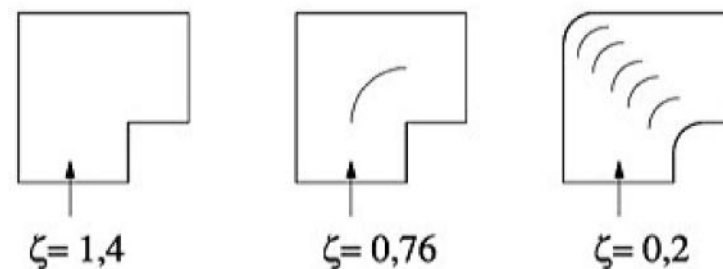
$$h_z = \zeta \frac{c^2}{2g}$$

Nếu khuỷu vuông có tiết diện tròn thì theo Weisbach

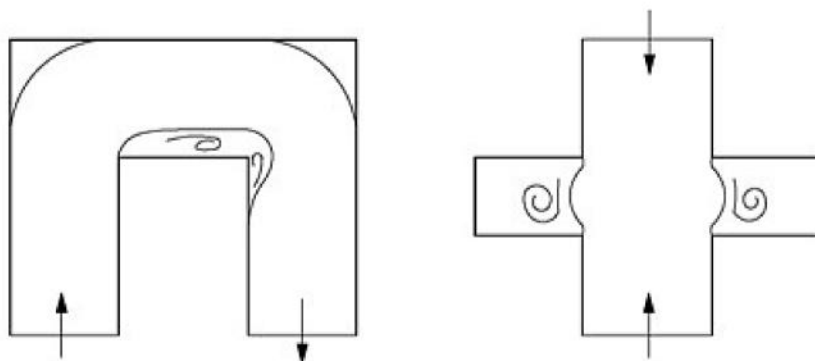
$$\zeta_0 = 0,131 + 0,16 \left(\frac{d}{R} \right)^{3,5} \quad (3.163a)$$



Hình 3.33. Khuỷu cong



Hình 3.34. Khuỷu vuông



Hình 3.35. Khuyết dạng phức tạp

Tiết diện hình chữ nhật chiều cao a (hình 3.33)

$$\zeta_o = 0,124 + 3,1 \left(\frac{a}{R} \right)^{3,5} \quad (3.163b)$$

Đối với bán kính tiêu chuẩn $\frac{d}{2R} = \frac{a}{2R} = 0,2$ thì

$$\zeta_o = 0,138 \text{ và } \zeta_o = 0,135$$

Đối với khuyết vuông gãy $\zeta = 1$;

khuyết bán kính nhỏ (khoảng 1cm) thì ζ có thể đến 1,5.

Cần lưu ý rằng tổn thất thay đổi hướng đột ngột có thể được giảm rất đáng kể, nếu đặt vào trong dòng các tấm định hướng, chẳng hạn cách quạt (hình 3.34) để ngăn ngừa thất dòng.

Trong trường hợp phải thay đổi hướng dòng liên tục, hoặc

thay đổi tiết diện liên tiếp thì tổn thất toàn bộ vẫn có thể nhỏ hơn tổng các tổn thất từng phần, nếu giữa các khuyết uốn hoặc mở rộng, dòng không chảy trực diện vào vách (hình 3.35).

e. Dòng chảy qua khe và chèn

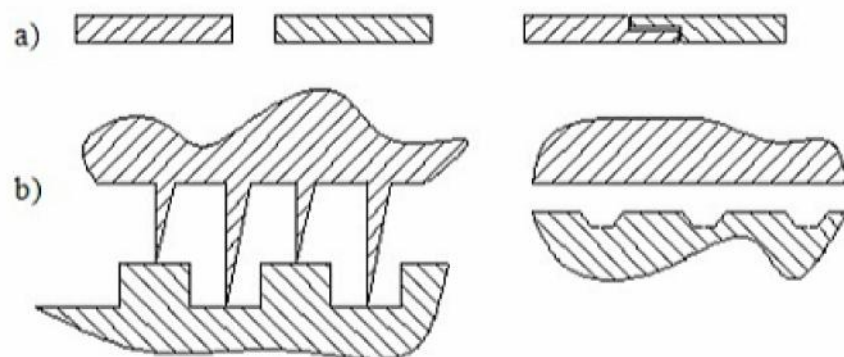
Để hạn chế lượng chất lưu rò lọt vào không gian do chênh lệch áp suất (âm hoặc dương), người ta sử dụng hệ thống chèn để tăng tối đa trở lực và giảm tốc độ của dòng.

Lượng chất lưu rò lọt được xác định thông qua kích thước của chi tiết và hệ số lưu lượng μ .

Đối với các via chèn phẳng, thường dùng cho bơm nước hoặc tuabin, $\mu = 0,5 \div 0,6$ (hình 3.36a). Đối với via gãy Ziczak, $\mu = 0,3$ (hình 3.36b).

Trong hệ thống chèn răng lược sử dụng trong các thiết bị quay, động năng của dòng gần như bị triệt tiêu hoàn toàn.

Đối với chất khí, khi có sự chênh lệch áp suất, sẽ xuất hiện sự thay đổi thể tích riêng, nên gradient áp trong các khoang chèn không giống nhau.



Hình 3.36. Dòng chất lưu qua khe chèn

Chèn các chất lưu nén trong các piston hay đầu trục chỉ hiệu quả khi nó có thể giãn nở trong không gian rộng. Còn trong hệ thống chèn các chất lưu không nén (chất lỏng), các răng chèn dễ bị mòn, hỏng do ma sát của môi chất còn lưu giữ trong khoang chèn với vách kênh quá lớn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [3], [5], [6], [7], [8], [14], [15], [16].

Chương 4

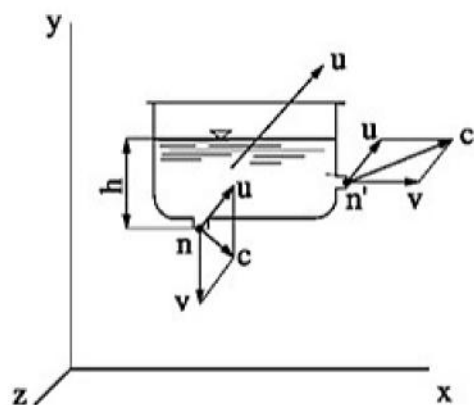
CHUYỂN ĐỘNG TƯƠNG ĐỐI CỦA CHẤT LƯU

4.1. DÒNG CHẢY TỪ BÌNH

4.1.1. Tốc độ tương đối và tuyệt đối

Ta khảo sát chuyển động của bình và chất lỏng trong hệ tọa độ x,y,z .

Bình chuyển động với tốc độ mang là u ; chất lưu chảy từ bình với tốc độ tương đối là v (hình 4.1).



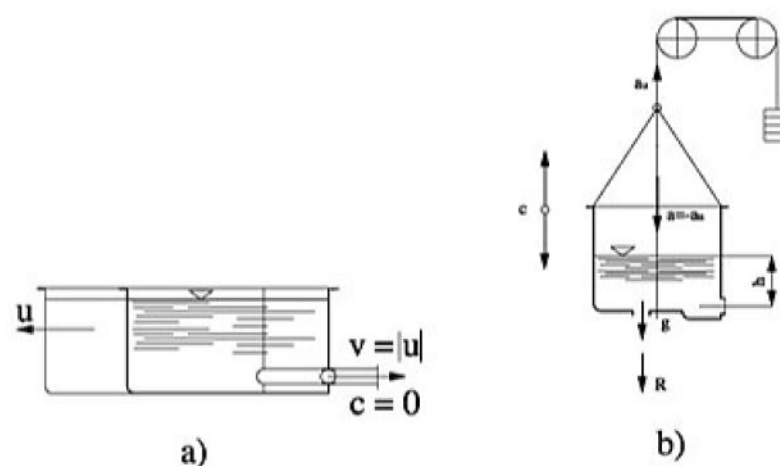
Hình 4.1. Chuyển động tương đối của chất lưu

Tốc độ tuyệt đối là tổng vector của tốc độ mang u và tốc độ tương đối v

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{v} \quad (4.1)$$

Giá trị của c phụ thuộc vào độ lớn và chiều của u và v .

Nếu chuyển động ngược chiều mà $u = v$, thì tốc độ tổng hợp sẽ bằng không, $c = 0$ (hình 4.2a)



Hình 4.2. Ảnh hưởng của gia tốc

4.1.2. Xác định tốc độ tương đối

Tốc độ tương đối có thể xác định một cách gián tiếp từ thủy tĩnh học thông qua giá trị chênh áp ôp, bằng công thức Toricelli

$$\frac{\delta p}{\gamma} = \frac{v^2}{2g} \quad (4.2a)$$

hay

$$v = \sqrt{2g \frac{\delta p}{\gamma}} \quad (4.2b)$$

Sau đây chúng ta xem xét và xác định tốc độ tương đối của

một số trường hợp cụ thể:

a. Bình chuyển động thẳng đều

Lỗ thoát của bình ở độ sâu cách mặt thoáng là h

$$v = \sqrt{2g \frac{\delta p}{\gamma}} = \sqrt{2gh} \quad (4.3)$$

b. Bình chuyển động thẳng đứng

Bình chuyển động theo hướng thẳng đứng đi lên (hình 4.2b) với gia tốc $a_u = -a$.

Gia tốc tổng hợp là $R = g - a_u = g + a$. Như vậy ở độ sâu h sinh ra một quá áp

$$\delta p = \int_0^h \rho R \cos \beta ds = \rho (g + a) \cdot h$$

bởi vì góc β giữa gia tốc R và quãng đường tích phân ds bằng không.

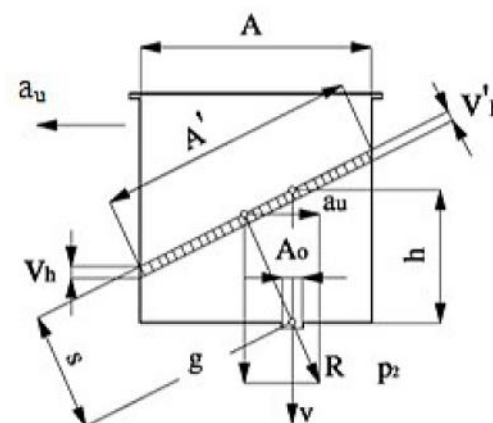
Tốc độ lý thuyết của dòng chất lưu chảy qua lỗ ở đáy hoặc ở vách nằm ở độ sâu h là

$$v = \sqrt{\frac{2g\delta p}{\gamma}} = \sqrt{2(g+a)h} \quad (4.4)$$

Trong trường hợp bình rơi tự do, tức là $a = g$, thì không có

nước chảy ra, bởi vì $R = 0$.

c. Bình kín chuyển động ngang có gia tốc (hình 4.3)



Hình 4.3. Bình chuyển động ngang

Chênh lệch áp suất được xác định

$$\delta p = p_1 + \rho R s - p_2 = \gamma h + (p_1 - p_2)$$

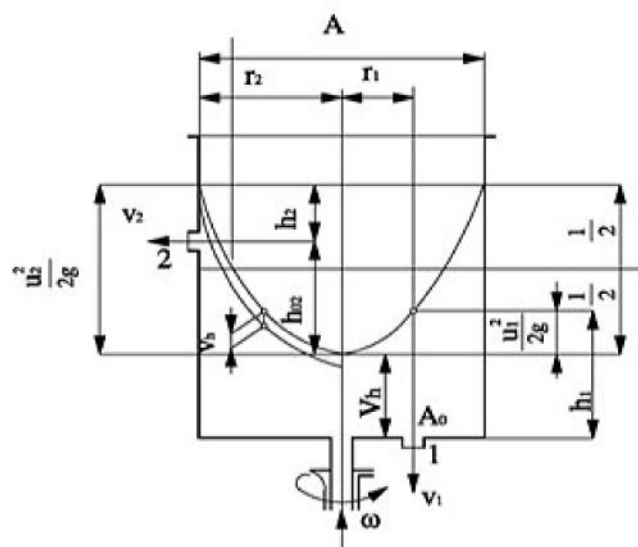
Tốc độ tương đối

$$v = \sqrt{2g \left(h + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)} \quad (4.5)$$

d. Bình quay chung quanh trục

Trường hợp bình chuyển động quay quanh trục đứng (hình 4.4) với tốc độ góc ω , chênh lệch áp suất ở vị trí 1 sẽ là

$$\delta p_1 = \gamma h_{01} + \frac{1}{2} \rho r_1^2 \omega^2 = \gamma h_{01} + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = \gamma h_1$$



Hình 4.4. Bình chuyển động quay

Tốc độ tương đối qua vị trí 1

$$v_1 = \sqrt{2g(h_{01} + \frac{u_1^2}{2g})} = \sqrt{2gh_1} \quad (4.6)$$

Tương tự cho các vị trí khác, chẳng hạn 2 ở độ sâu h_2 , $v_2 = \sqrt{2gh_2}$

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, tất cả những biểu thức vừa nêu

chỉ thỏa mãn cho các trường hợp có thể bỏ qua tốc độ tương đối của chất lưu trên mặt thoáng. Trong trường hợp ngược lại phải sử dụng phương trình liên tục để xét sự thay đổi tốc độ mặt thoáng.

$$\alpha A_0 v = A v_h = A' v'_h$$

ở đây A_0 là diện tích của lỗ thoát.

α hệ số thất dòng.

A' tiết diện ngang của bình.

v_h tốc độ giảm của mặt thoáng.

Từ phương trình Bernoulli

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{v_h^2}{2g} + \frac{\delta p}{\gamma}$$

Sau khi thay v_h và sử dụng hệ số tốc độ ϕ , ta xác định được tốc độ thoát tương đối thực tế của chất lưu:

$$v_s = \phi \sqrt{\frac{\frac{2g\delta p}{\gamma}}{1 - (\frac{\alpha A_0}{A})^2}}$$

Tốc độ trên mặt thoáng v và diện tích A xác định trên cơ sở:

tích số v.A phải là độ giảm chất lỏng trong bình sau một đơn vị thời gian.

4.2. CHUYỂN ĐỘNG TƯƠNG ĐỐI QUA KÊNH

4.2.1. Phương trình chuyển động

Khi khảo sát dòng chảy của chất lưu qua một kênh chuyển động, ta vẫn giữ nguyên giả thiết rằng, trong toàn bộ các tiết diện chảy tạo thành một sợi dòng duy nhất. Như vậy vẫn thỏa mãn phương trình chuyển động (mục 3.2.2)

$$-\frac{R}{g}\cos\beta ds + \frac{d_z p}{\gamma} + \frac{d_z v^2}{2g} + \frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}ds + dh_z = 0 \quad (4.7)$$

Trong nhiều trường hợp, để đơn giản, chuyển động được coi là ổn định nên bỏ qua thành phần $\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}ds$

Phương trình chuyển động có dạng đơn giản

$$\frac{dp}{\gamma} + \frac{dv^2}{2g} + dh_z = \frac{R}{g}\cos\beta ds = \frac{1}{g}(Xdx + Ydy + Zdz) \quad (4.8)$$

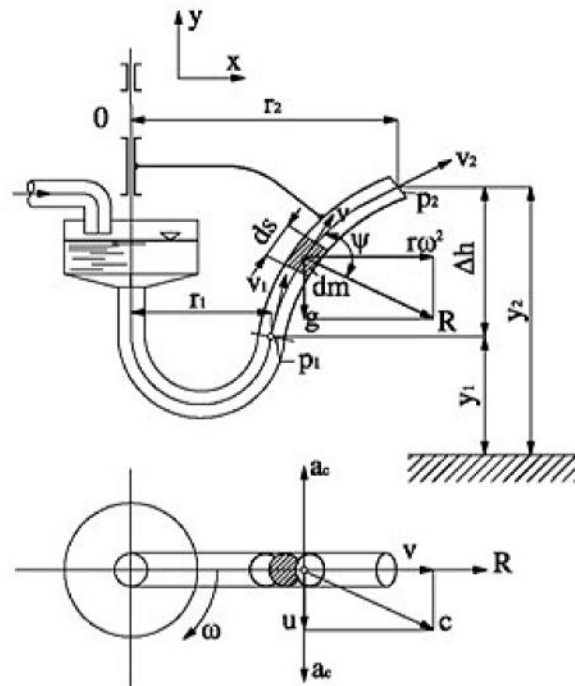
Điều kiện để có thể tích phân về phải của phương trình trên lại chính là sự tồn tại thế lượng U(V) của gia tốc tương đối tổng hợp R – tương tự như cân bằng tương đối đã đề cập ở mục 1.3.

Phương trình trên phù hợp để giải các bài toán chuyển động thẳng và chuyển động quay với gia tốc (gia tốc góc) không đổi. Trường hợp có thể bỏ qua ảnh hưởng của trọng trường thì chuyển động không phụ thuộc vào vị trí của trục quay.

Nghiên cứu chuyển động tương đối của chất lỏng qua kênh quay là cơ sở lý thuyết để tính toán bơm ly tâm, tuabin nước và các máy có cánh khác.

4.2.2 Kênh chuyển động quay

Chúng ta khảo sát chuyển động tương đối của chất lưu trong một kênh quay (hình 4.5).



Hình 4.5. Kênh chuyển động quay

Gia tốc tổng hợp là tổng vector của gia tốc trọng trường và gia tốc ly tâm

$$\vec{R} = \vec{g} + \vec{r} \cdot \omega^2 \quad (4.9)$$

Gia tốc Coriolis $a_c = 2 \omega \sin$ vuông góc với mặt phẳng tạo bởi vector tốc độ vòng ω và vector tốc độ tương đối v , được định nghĩa như tích vector $\vec{a}_c = 2[\vec{v}\vec{\omega}]$

Trong trường hợp này nó vuông góc với chiều chuyển động nên không có thành phần trong phương trình chuyển động.

Sử dụng phương trình chuyển động (4.8) với các thành phần của gia tốc tương đối $R = X + Y$ ứng với các trục tọa độ:

$$X = r \cdot \omega^2, Y = -g$$

$$\text{và các giá trị } dx = dr, dy = |dh|$$

Tích phân giữa hai tiết diện đầu vào (1) và đầu ra (2), ta thu được

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_z = \frac{\omega^2}{g} \int_1^2 r dr - \frac{g}{g} \int_1^2 dy = \frac{\omega^2}{2g} (r_2^2 - r_1^2) - \Delta h \quad (4.10a)$$

hay

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \Delta h + h_z = 0 \quad (4.10b)$$

Thông thường Δh tương đối nhỏ nên có thể bỏ qua.

Ta có thể viết phương trình trên cho cả chuyển động theo trục quay thẳng đứng và quay ngang

$$\frac{\Delta p}{\gamma} + \frac{\Delta v^2}{2g} - \frac{\Delta u^2}{2g} + h_z = 0 \quad (4.11)$$

trong đó ký hiệu $\frac{\Delta p}{\gamma}$, $\frac{\Delta v^2}{2g}$ và $\frac{\Delta u^2}{2g}$ là chiều cao áp lực và tốc độ

ở các vị trí 1 và 2.

Sử dụng kết quả thiết kế các tiết diện chảy $\psi = \frac{A_2}{A_1}$ và hệ số tổn thất năng lượng ζ , ta xác định được quan hệ giữa lưu lượng chất lưu Q (năng suất) và gia số áp suất Δp (cột áp) của các máy năng lượng tương ứng [4]

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{1}{2g} \left[\Delta u^2 - \frac{Q^2}{A^2} (1 + \zeta - \psi^2) \right] = a - bQ^2 \quad (4.12)$$

trong đó

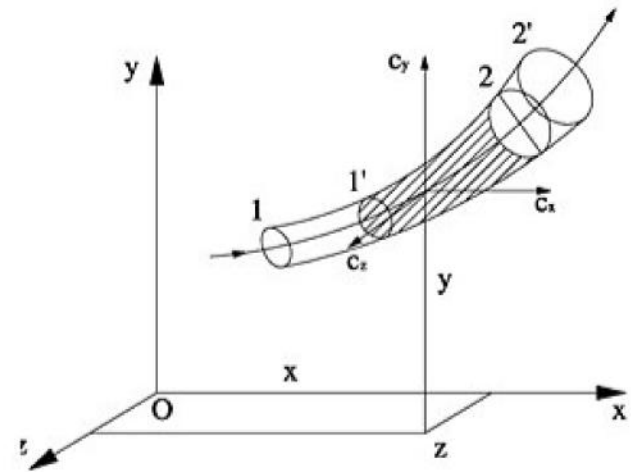
$$a = \frac{\Delta u^2}{2g}, \quad b = \frac{1}{2gA^2} (1 + \zeta - \psi^2)$$

4.3. PHƯƠNG TRÌNH MOMENT ĐỘNG LƯỢNG

Phương trình chuyển động được sử dụng rộng rãi và đa dạng nhất trong các thiết bị năng lượng. Khi khảo sát diễn biến các thông số trong các thiết bị dòng, người ta có thể sử dụng phương trình liên tục, phương trình năng lượng (dạng tổng quát hoặc dạng cơ học) hay phương trình động lượng. Tuy nhiên đối với những máy có cánh (bơm, quạt, máy nén, tuabin,...) thì thích hợp hơn cả là sử dụng phương trình moment động lượng để khảo sát tác động moment của dòng đối với trục quay.

Một cách tổng quát ta sử dụng một ống dòng với hai tiết diện chảy vào 1, chảy ra 2, đặt trong tọa độ Oxyz.

Theo nguyên lý cơ bản của cơ lý thuyết, ta có thể coi sự thay đổi các moment động lượng đối với một trục nào đấy bằng tổng moment xung lượng của tất cả các lực tác dụng vào vật thể trong cùng trục ấy (hình 4.6).



Hình 4.6. Xây dựng phương trình moment động lượng

Đối với trục y chẳng hạn, moment động lượng được xác định như sau:

$$d\Sigma m(c_x.z - c_z.x) = M_y dt \quad (4.13)$$

ở đây mc_x , mc_z là hình chiếu động lượng của khối lượng

phân tử m trên trục x và z ;

x, z tọa độ tương ứng;

$m(c_{x,z} - c_{z,x})$ moment động lượng của khối lượng phân tử m đối với trục y .

Giả thiết rằng, chuyển động của dòng chất lưu là ổn định và sau thời gian dt thể tích chất lưu từ tiết diện 1 – 2 dịch chuyển đến 1' – 2'. Vì chuyển động là ổn định nên lưu lượng $D = \frac{dm}{dt} = \text{const}$ và moment động lượng trong ống dòng 1' – 2' được coi là không đổi. Do đó sự thay đổi tổng moment động lượng của chất lưu dịch chuyển sau một khoảng thời gian dt từ thể tích 1 – 2 đến 1' – 2' chính là hiệu số moment động lượng trong thể tích phân tử 2 – 2' và 1 – 1'.

$$d\sum m(c_{x,z} - c_{z,x}) = D[(c_{2x,z_2} - c_{2z,x_2}) - (c_{1x,z_1} - c_{1z,x_1})]dt \quad (4.14)$$

Phương trình moment động lượng trong dạng thủy động lực - Phương trình Euler II (hay còn được gọi là định lý tuabin của Euler) được viết dưới dạng

$$M_y = D[(c_{2x,z_2} - c_{2z,x_2}) - (c_{1x,z_1} - c_{1z,x_1})] \quad (4.15)$$

Hoàn toàn tương tự có thể thiết lập thành phần moment động lượng đối với các trục x và z . (Ở đây, chúng ta chỉ hạn chế trong phạm vi dòng một chiều).

Trên đây là dạng cơ bản của phương trình moment động lượng tổng quát. Để có thể dễ dàng ứng dụng khi nghiên cứu các máy có cánh, ta thử nghiệm trên một ví dụ cụ thể - xác định tác động moment của dòng đối với trục quay trong bánh xe công tác của một máy ly tâm, tức là khảo sát tác động moment của dòng chất lưu qua một kênh cong.

Ta sử dụng tọa độ cực và giả thiết

$$\vec{c} = \vec{v} + \vec{u} \quad (4.16)$$

trong đó tốc độ được phân thành hai thành phần: hướng tâm (r) và vòng (u)

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \vec{c}_r + \vec{c}_u \\ \vec{v} &= \vec{v}_r + \vec{v}_u \end{aligned} \quad (4.17)$$

Dĩ nhiên, moment động lượng của thành phần hướng tâm thì bằng không.

Tác dụng của áp suất p_1, p_2 vuông góc với chu vi bánh công tác nên ảnh hưởng của nó đến moment xoắn được bỏ qua.

Đương nhiên ở đây cũng cần lưu ý rằng, do chất lưu chuyển động trong một kênh quay nên ngoài ảnh hưởng của sự thay đổi động lượng ra, khi tính toán moment xoắn phải kể đến tác động của ngoại gia tốc đến khối lượng m trên cánh quạt (kênh quay).

Trước hết ta xác định moment động lượng tương ứng với

lưu lượng D

Ở đầu vào bánh động trên bán kính r_1 , moment động lượng là: $Dv_{1u}r_1$

Ở đầu ra khỏi cánh quạt trên bán kính r_2 , ta có moment động lượng: $Dv_{2u}r_2$

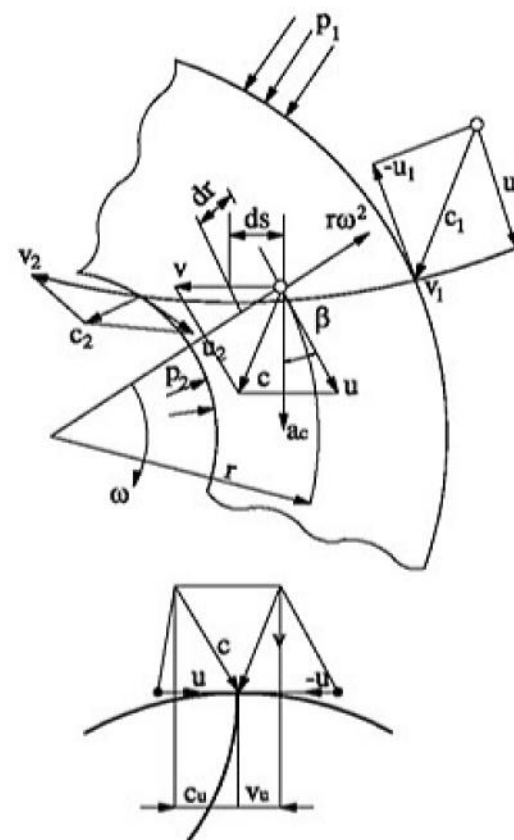
Hiệu số hai giá trị trên là sự thay đổi moment động lượng trong kênh chuyển động. Và chính nó gây nên moment xoắn

$$M_{k1} = D(v_{1u}r_1 - v_{2u}r_2) \quad (4.18)$$

trong đó $D = \text{const}$ - dòng ổn định

Sau đây ta xác định tác động của ngoại lực gia tốc. Nếu ta gọi ngoại gia tốc là R , thì moment xoắn tạo nên do ngoại lực là

$$M_{k2} = \int_a r R dm \quad (4.19)$$



Hình 4.7. Ứng dụng phương trình moment động lượng

Nếu bỏ qua ảnh hưởng của gia tốc trọng trường và giả thiết gia tốc ly tâm $r\omega^2$ đi qua trục quay, thì đại lượng R chỉ còn là giá trị gia tốc Coriolis $a_c = 2\omega v$. Trong đó ω là tốc độ góc.

Moment phân tử của lực Coriolis được xác định

$$dM_{K2} = r a_{uc} dm \quad (4.20)$$

trong đó $a_{uc} = a_c \cos \beta$ là thành phần vòng của gia tốc Coriolis;

$$dm = D dt \text{ khối lượng phân tử.}$$

Thay các giá trị tương ứng vào biểu thức (4.20) ta được

$$\begin{aligned} dM_{K2} &= r 2\omega v \cos \beta D dt \\ &= 2D\omega r \cos \beta ds = -2D\omega dr \quad (4.21) \end{aligned}$$

trong đó: $ds = v dt$ là phân tử quãng đường và thành phần của nó theo hướng ly tâm là $-dr$. Tích phân (4.21) ta được

$$\begin{aligned} M_{K2} &= -2D\omega \int_1^2 r dr = D\omega (r_1^2 - r_2^2) \\ &= D(r_1 u_1 - r_2 u_2) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Tổng hợp hai ảnh hưởng ta có moment xoắn

$$\begin{aligned} M_K &= M_{K1} + M_{K2} = D[r_1(v_{1u} + u_1) - r_2(v_{2u} + u_2)] \\ (4.23) \end{aligned}$$

Mặt khác, có thể viết tổng đại số $v_u + u = c_K$; do đó ta nhận được

$$M_K = D(r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u}) \quad (4.24)$$

Phương trình (4.24) trong một số tài liệu còn gọi là định lý tuabin của Euler.

Nhân đây cũng lưu ý rằng, khi so sánh phương trình moment động lượng qua một kênh cong (4.23) với phương trình moment động lượng tổng quát cần lưu ý mấy điểm sau đây:

Phương trình tổng quát viết cho trục y trong tọa độ ba chiều nên trong đó xuất hiện thành phần của cả hai trục x, z. Còn công thức (4.23) viết cho dòng một chiều nên trong thành phần chỉ xuất hiện ảnh hưởng của một chiều "u".

Khi xây dựng phương trình tổng quát ta lấy phân tử ống dòng có dạng như bom hoặc máy nén ly tâm, còn khi xác định ảnh hưởng moment động lượng theo (4.23) thì phân tử dòng được chọn như của tuabin. Do đó chiều chuyển động ngược nhau. Các chỉ số 1, 2 cũng đảo ngược.

Khi xây dựng phương trình tổng quát ta coi chất lưu chuyển động trong một ống dòng cố định, nên không xuất hiện gia tốc Coriolis.

Hiệu ứng của moment động lượng tính theo các công thức (4.15), (4.23) thể hiện cụ thể bằng moment xoắn làm quay trục (máy phát chẳng hạn), nên từ giá trị M_K có thể tính ra công suất

của tuabin ly tâm

$$N = M_K \omega = D(u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u})$$

Đối với máy dọc trục, ta có thể coi $r_1 = r_2 = r$ và $u_1 = u_2 = u$, nên

$$N = D(c_{1u} - c_{2u}) \cdot u \quad (4.25)$$

Như vậy chúng ta đã xây dựng được các phương trình cơ bản quan trọng nhất của dòng một chiều.

Những phần sau chúng ta ứng dụng những kết quả trên để nghiên cứu một số trường hợp tiêu biểu của dòng một chiều thường gặp trong kỹ thuật nhằm làm sáng tỏ những đặc tính động học và ảnh hưởng của nó đến đặc trưng của dòng và ứng dụng của nó trong thực tế.

4.4. NGUYÊN LÝ LÀM VIỆC CỦA MÁY LY TÂM

4.4.1. Nguyên lý làm việc của bơm ly tâm

Ta khảo sát dòng chảy của chất lưu qua kênh theo nguyên lý làm việc của một bơm ly tâm (chỉ vẽ nguyên lý) (hình 4.8).

Để đơn giản ta đặt tiết diện đầu vào của bơm vào trục quay

($u_1 = 0$); bánh công tác được coi như một ống cong có thiết diện không đổi $A = \text{const}$. Và ở đầu vào xoắn dòng được tạo nên để tốc độ tương đối v_{1u} giống như tốc độ tuyệt đối c_1 ($v_1 = c_1$). Như vậy theo nguyên lý kênh chuyển động quay (4.10), ta có thể viết

$$\frac{u_2^2}{2g} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \Delta h + h_{z12} \quad (4.26)$$

Từ biểu thức trên ta thấy, hiệu ứng tốc độ vòng (công của lực ly tâm) phải tạo được chiều cao áp lực, tăng tốc độ dòng, đưa chất lưu lên một chiều cao thế năng và cuối cùng là vượt qua trở lực.

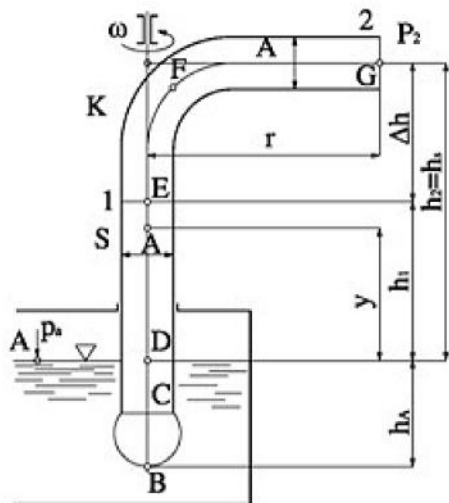
Kết hợp với phương trình Bernoulli giữa điểm A trên mặt thoáng và điểm 1 ở đầu hút

$$\frac{p_a}{\gamma} = h_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + h_{z01} \quad (4.27)$$

ta có

$$\frac{u_2^2}{2g} = h_s + \frac{p_2 - p_a}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{z02} \quad (4.28)$$

ở đây ta đặt $h_s = h_1 + \Delta h$; $h_{z02} = h_{z01} + h_{z12}$

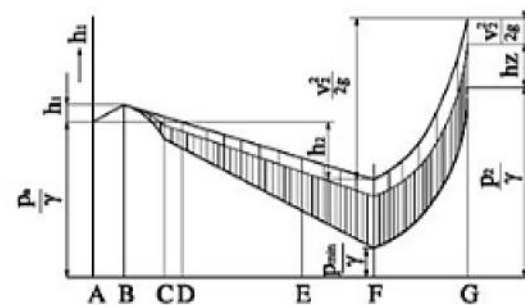


Hình 4.8. Nguyên lý làm việc bơm ly tâm

Từ biểu thức trên ta thấy rằng, hiệu ứng tốc độ vòng hoàn toàn không phụ thuộc vào vị trí của cổ hút 1, mà nó chỉ phụ thuộc vào tổng chiều cao tĩnh h_s , hiệu số tổng chiều cao áp lực $\frac{1}{\gamma}(p_2 - p_a)$, cột áp cần thiết để tạo tốc độ thoát v_s và tổng chiều cao tổn thất $h_{z02} = h_{z01} + h_{z12}$.

Bây giờ ta khảo sát diễn biến áp suất của một điểm bất kỳ nào đó trong dòng. Ta viết phương trình cho một điểm nằm giữa mặt thoáng và đầu ra

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} - \frac{v^2(c^2)}{2g} - y - h_z \quad (4.29)$$



Hình 4.9. Diễn biến chiều cao áp lực

Từ đó ta sẽ được diễn biến chiều cao áp lực dọc theo toàn bộ quỹ đạo của chất lưu từ A ÷ G.

Từ đồ thị trên ta có nhận xét:

Áp suất nhỏ nhất là ở điểm cao nhất F, tại đây vẫn chưa xuất hiện ảnh hưởng của lực ly tâm. Ở những điểm cao hơn trong ống hút chất lưu có thể bị đứt dòng. Áp suất lớn nhất đạt được ở đầu ra p_2 . Giá trị này cũng cho biết độ lớn hiệu áp suất bơm phải tạo được trong quá trình làm việc để đạt được những thông số như trên hình 4.9.

Phương trình (4.28) cũng cho thấy thêm một điều, áp suất p_2 còn phụ thuộc ngay cả tốc độ ra v_2 , mà giá trị của nó lại có thể giảm bằng cách gia công ống thoát theo một hình dáng thích

Figure 1.10 consists of two diagrams, (a) and (b), illustrating the flow field around a curved blade. Diagram (a) shows the blade profile with flow parameters at inlet (A2) and outlet (A3). The inlet flow is characterized by velocity v_2 , pressure p_2 , and density ρ_2 . The outlet flow is characterized by velocity v_3 , pressure p_3 , and density ρ_3 . The blade chord is c and the radius of curvature is r_2 . Diagram (b) shows the blade profile with flow parameters at inlet (A2) and outlet (A3), including the angle of attack α and the angle of the blade chord δ . The inlet flow is characterized by velocity v_2 , pressure p_2 , and density ρ_2 . The outlet flow is characterized by velocity v_3 , pressure p_3 , and density ρ_3 . The blade chord is c and the radius of curvature is r_2 .

a. Kiểu đông. b. Kiểu tĩnh

Giá trị tăng áp suất tương ứng (độ tăng áp) từ p_2 đến p_3 được xác định từ phương trình Bernoulli:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + \Delta h_{\text{loss}} \quad (4.30)$$

Ở đây tổn thất năng lượng (chiều cao tổn thất) Δh_{ta} bao gồm cả tổn thất riêng trong hộp tăng áp lẫn tổn thất sinh ra khi chất lưu chảy ngang qua khe hở ổ. Trong đó chúng ta cũng giả thiết rằng áp suất p_2 trong khe bằng áp suất ở đầu ra khỏi bánh công tác và đầu vào hộp tăng áp.

Tốc độ c_3 và áp suất p_3 có thể xác định trên cơ sở tính toán thiết bị hướng dòng.

Trong một số bơm có tốc độ ra tương đối nhỏ, thì có thể không cần có cánh tăng áp, và luôn luôn phải tạo hình thân bơm sao cho gia số thay đổi động năng $\frac{1}{2g}(c_2^2 - c_3^2)$ chuyển thành áp suất mức cao nhất.

Độ lớn của tốc độ tuyệt đối c_2 và áp suất p_2 có thể thay đổi bằng cách chọn góc ra của chất lưu khỏi bánh công tác.

4.4.2. Nguyên lý làm việc của tuabin nước

Chúng ta có thể sử dụng các biểu thức tính toán dòng chảy

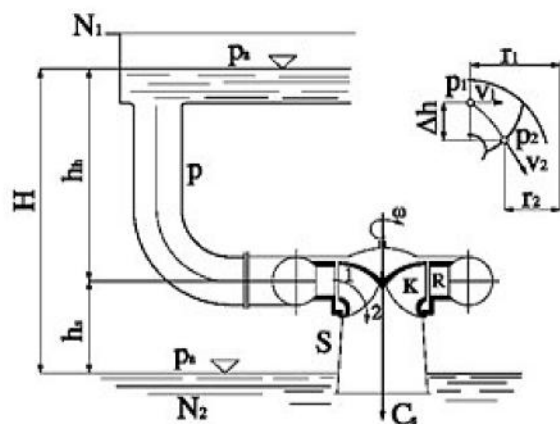
qua bơm cho tuabin nước.

a. Tuabin phân lực

Chúng ta đưa ra mẫu đơn giản – Tuabin Francis (hình 4.11).

Sử dụng biểu thức (4.10), chúng ta có thể viết phương trình Bernoulli

$$\Delta h + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_{zs} \quad (4.31)$$



Hình 4.11. Nguyên lý tuabin Francis

R – cánh hướng, K – bánh động; S – ống xả

Phương trình trên cho thấy, tổng chiều cao cột áp Δh , giáng áp $\frac{\Delta p}{\gamma}$ và hiệu ứng lực ly tâm $\frac{\Delta u^2}{2g}$ làm tăng tốc độ tương đối v và

khắc phục trở lực h_{zk} .

Trong trường hợp này dòng chảy của chất lỏng ngược với chiều lực ly tâm nên giá trị $\frac{1}{2g}(u_2^2 - u_1^2)$ là âm.

Sử dụng phương trình Bernoulli, chúng ta viết được các biểu thức sau:

Dòng chảy giữa mặt thoát trên và đầu ra của cánh hướng

$$\frac{p_a}{\gamma} + h_h = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + h_{zh} \quad (4.32)$$

Dòng chảy qua ống xả

$$\frac{p_2}{\gamma} + h_z + \frac{c_2^2}{2g} = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{c_s^2}{2g} + h_{zs} \quad (4.33)$$

Và cuối cùng, chênh lệch hai mặt thoát (trên và dưới)

$$H = h_h + h_s \quad (4.34)$$

Kết hợp ba phương trình (4.32, 4.33, 4.34), chúng ta có phương trình tuabin nước

$$H = \frac{1}{2g}[(v_2^2 - v_1^2) - (u_2^2 - u_1^2) - (c_2^2 - c_1^2) + c_s^2] + h_{zh} + h_{zs} + h_{zs} \quad (4.35)$$

Phương trình này có dạng giống như phương trình của các máy ly tâm (xem thêm các mục 4.2.2., 4.4.1.).

Kết hợp các tổn thất năng lượng có kể đến tổn thất đường ống h_{zp} , ta được phương trình

$$H - h_{zp} - H_{st} - \frac{1}{2g}(\Delta v^2 - \Delta u^2 - \Delta c^2) + h_{st} \quad (4.36)$$

Đặt

$$H_t = \frac{1}{2g}(\Delta v^2 - \Delta u^2 - \Delta c^2)$$

và hiệu suất thủy lực của tuabin

$$\eta_h = \frac{H_t}{H_{st}} \quad (4.37)$$

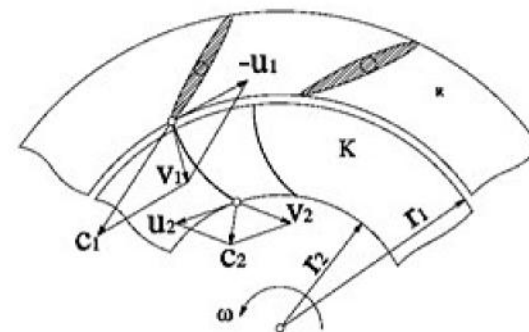
Như vậy, $h_{zt} = (1 - \eta_h)H_{st}$ (4.38)

Cuối cùng chúng ta có biểu thức:

$$H_{st} = \frac{1}{2g\eta_h}(\Delta v^2 - \Delta u^2 - \Delta c^2) \quad (4.39)$$

Biểu thức trên diễn tả sự biến đổi năng lượng trong thiết bị tuabin.

Để có thể diễn giải bài toán động học dòng qua tuabin, chúng ta sử dụng tam giác tốc độ (hình 4.12).



Hình 4.12. Tam giác tốc độ

Cuối cùng chúng ta có phương trình công tác của tuabin

$$H_{st} = \frac{1}{g\eta_h}(u_1.c_1.\cos\alpha_1 - u_2.c_2.\cos\alpha_2) = \frac{1}{g\eta_h}(u_1.c_{1u} - u_2.c_{2u}) \quad (4.40)$$

b. Tuabin xung lực

Chúng ta đưa ra mẫu tuabin xung lực kiểu Pelton, có áp suất trước và sau bánh công tác giống nhau, tức là áp suất khí quyển. Nếu bỏ qua các tổn thất, thì toàn bộ giáng áp trong kênh phân phối đều biến thành động năng $c^2_t / 2$; từ đó có thể xác định được công w_t của tuabin:

$$H = \frac{c_t^2}{2g} = w_t \quad (4.41)$$

4.5. NGUYÊN LÝ LÀM VIỆC CỦA MÁY ĐỌC TRỤC

4.5.1. Tuabin nhiệt

Sử dụng công nghệ cao, kể cả phương pháp tính (CFD), công nghệ vật liệu và chế tạo máy, từ những tuabin có thông số và công suất rất thấp (chỉ một vài MPa và MW), ngày nay người ta đã chế tạo được những tuabin có thông số cao tới cực siêu tới hạn (USC – ultra-supercritical) với áp suất 31MPa, nhiệt độ 600 – 610°C và công suất có thể đạt tới 1600MW [13]. Tất cả tuabin nhiệt ngày nay đều sử dụng hệ thống cánh dọc trục, được lắp trên các thân liền kề nối tiếp nhau.

Khi tính toán tuabin nhiệt, cũng tương tự như các máy năng lượng khác, chúng ta sử dụng hệ phương trình cơ bản:

Phương trình liên tục (3.5a,b);

Phương trình năng lượng (3.40, 3.44a,b);

Phương trình trạng thái (3.123);

Phương trình Euler tuabin (4.24, 4.25).

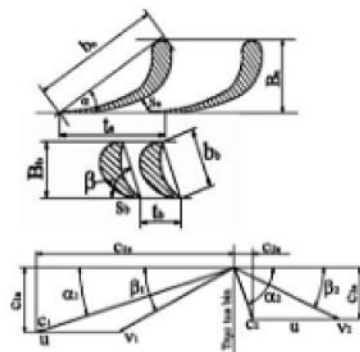
Và các biểu thức liên quan đến cân bằng năng lượng, xác định tổn thất, quá trình động học trong mạng cánh,...

Khi sử dụng các biểu thức trên cũng cần lưu ý tính chất đặc thù của từng loại máy năng lượng (máy động lực, máy công tác, máy ly tâm, máy dọc trục); tính chất của chất lưu (độ nén và tính chất nhiệt – vật lý);... Bởi vì những tính chất trên có ảnh hưởng quyết định đến giá trị của từng thông số trong hệ phương trình trên (chẳng hạn: trong phương trình (4.25) giá trị của thành phần tốc độ c_{2u} có thể “+” hoặc “-” tùy thuộc vào tam giác tốc độ trong kênh của tầng cánh tương ứng).

Để minh họa ứng dụng, ở đây chúng ta chỉ đề cập đến hệ thống cánh dọc trục. Trong các loại máy năng lượng có cánh, tùy theo đặc tính người ta có thể sử dụng hệ thống mạng cánh xung lực, phản lực hoặc hỗn hợp cả hai. Ở đây chỉ nêu trường hợp thông dụng – cánh phản lực.

a. Tuabin hơi

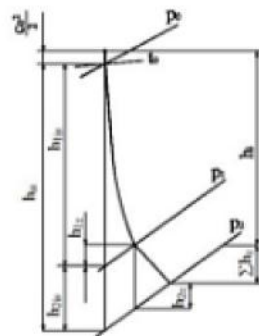
Dòng hơi ra khỏi ống phun (cánh tĩnh) đi vào cánh động (hình 4.13) với tốc độ c . Trong dãy cánh động dòng hơi chuyển động tương đối, giãn nở, tăng tốc và sinh công. Tốc độ tương đối trong cánh động thay đổi từ v đến v ; tốc độ tuyệt đối từ c đến c và tốc độ vòng u phụ thuộc vào đường kính tầng và số vòng quay của tuabin. Quá trình giãn nở và sinh công được thể hiện trên hình 4.14.



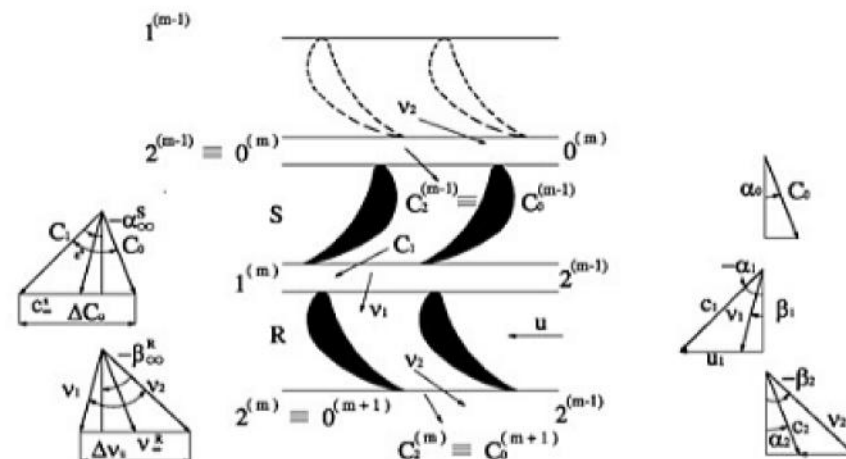
Hình 4.13. Profile cánh và tam giác tốc độ

b. Tuabin khí

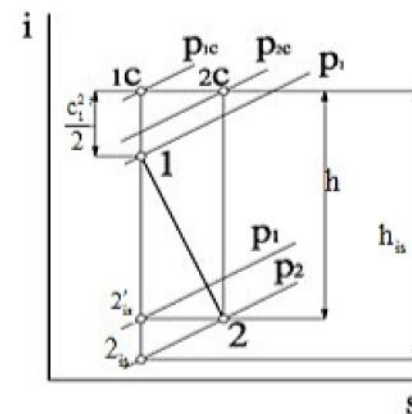
Quá trình tương tự như tuabin hơi; chỉ khác các thông số nhiệt động và tính chất nhiệt vật lý của chất lưu. Diễn biến động học thể hiện trên hình 4.15; quá trình giãn nở và sinh công (hình 4.16).



Hình 4.14. Quá trình giãn nở



Hình 4.15. Profile cánh và tam giác tốc độ

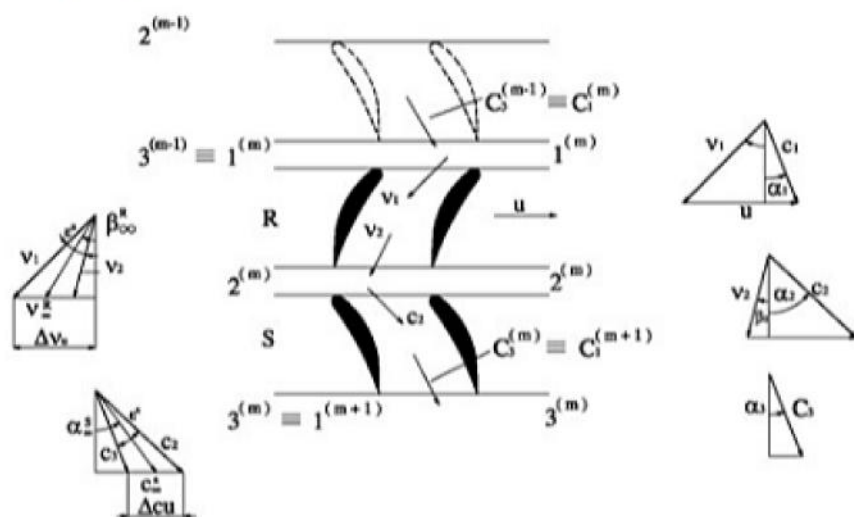


Hình 4.16. Quá trình giãn nở

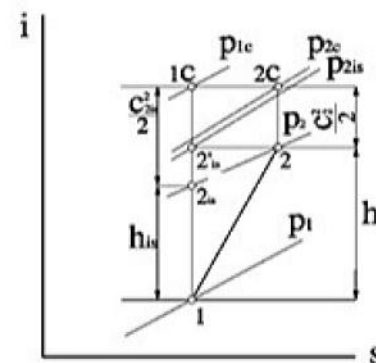
4.5.2. Máy nén

Nguyên lý làm việc của máy nén ngược lại của tuabin. Trong mạng cánh động (hình 4.17), chất lưu thực hiện chuyển động tương đối, tiêu thụ công từ động cơ điện (hoặc máy động lực), bị nén và giảm tốc độ. Quá trình nén thể hiện trên hình 4.18.

Trên đây là những kiến thức sử dụng các phương trình cơ bản để tính toán sơ bộ các máy năng lượng. Tính toán cụ thể và chi tiết có thể tham khảo trong các sách chuyên đề của lĩnh vực tương ứng.



Hình 4.17. Profile cánh và tam giác tốc độ



Hình 4.18. Quá trình nén

4.6. NGUYÊN LÝ HOẠT ĐỘNG CỦA TÊN LỬA

Những kết quả tính toán liên quan đến tác động của chất lưu vào bề mặt hoặc kênh (đứng yên hoặc chuyển động) có thể sử dụng để tính toán các quá trình trong tên lửa (hình 4.19).

Do áp suất trong khoang đốt rất lớn tạo nên một chênh áp ($p - p_a$) gây nên tốc độ tương đối v phụt ra khỏi ống phun sinh ra một phản lực của khối lượng chất lưu tạo nên lực đẩy F .

Đây là bài toán vô cùng phức tạp, phần này chúng ta chỉ nên sơ bộ nguyên lý cơ bản để tham khảo.

Phương pháp tính đơn giản

Sử dụng định lý về xung lực, chúng ta có thể viết phương trình:

$$dF = -\frac{dv}{dt} dm \quad (4.42)$$

ở đây chúng ta bỏ qua ảnh hưởng của ngoại gia tốc R ; dm ký hiệu khối lượng ra khỏi tên lửa sau thời gian dt . Tích phân phương trình này chúng ta có lực gia tốc của tên lửa

$$F = -\frac{dm}{dt} \int_0^v dv = -m_s v \quad (4.43)$$

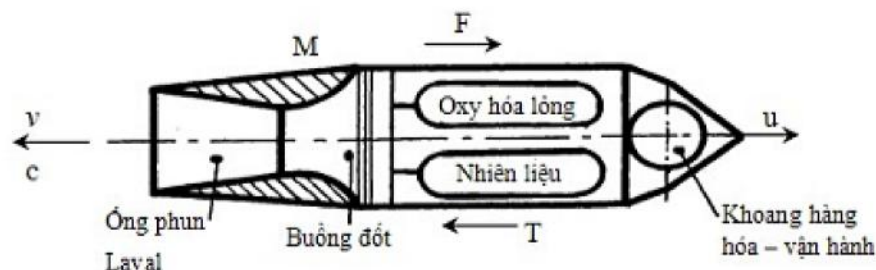
Bởi vì tốc độ tương đối của khối lượng phụt ra tăng từ 0 đến v .

Nếu như bỏ qua cả sức hút của trái đất và trở lực của môi trường chống lại chuyển động của tên lửa thì

$$F = M.a \quad (4.44)$$

ở đây M là tổng khối lượng

$$a = \frac{du}{dt} \text{ là gia tốc của tên lửa}$$



Hình 4.19. Nguyên lý hoạt động của tên lửa

Từ đó có thể suy ra

$$M \cdot \frac{du}{dt} = -m_s v \quad (4.45)$$

Dấu trừ cho thấy tốc độ tương đối v ngược chiều với gia số tốc độ mang u .

Tích phân trong khoảng thời gian từ 0 đến t và tốc độ tên lửa tăng từ u_0 đến u , chúng ta thu được:

$$M(u - u_0) = m_s \cdot v \cdot t \quad (4.46)$$

Nếu như kể đến ảnh hưởng của sức hút trái đất (tên lửa phải thắng cả trọng lượng của nó $G = m \cdot g$) và sức cản của môi trường T , thì phải viết:

$$F = |m_s v| = M \cdot a + G + T \quad (4.47)$$

Trong chuyển động ổn định, khi $a = 0$, thì toàn bộ lực đẩy

của nó dùng để đẩy tên lửa và thắng trở lực.

Chúng ta cũng cần nhớ rằng, phương trình (4.42) có thể viết dưới dạng

$$F \cdot dt = -v \cdot dm \quad (4.48)$$

Như vậy, khi $G = 0$ và $T = 0$, sau khi thay $F = M \frac{du}{dt}$ chúng ta sẽ có

$$Mdu = -v \cdot dm \quad (4.49a)$$

hoặc

$$Mdu + v \cdot dm = 0 \quad (4.49b)$$

Đó chỉ là cách diễn tả khác của định luật bảo toàn động lượng đối với toàn bộ hệ thống chuyển động của tên lửa (cả khối lượng tên lửa và chất công tác).

Phương pháp tính chính xác

Khi tính toán chính xác cho những tên lửa tầm xa cần phải xem xét sự giảm khối lượng tổng của tên lửa M khi chất lưu công tác m phụt ra.

Quá trình tính toán cần dựa vào các phương trình sau:

$d(M \cdot u) = c \cdot dm$, đó là định luật bảo toàn động lượng đối với không gian tuyệt đối, trong đó chất công tác có tốc độ c ;

$dM = -dm$, định luật bảo toàn khối lượng của toàn hệ.

$c = v - u$, biểu thức đại số giữa ba tốc độ.

Thay các giá trị vào phương trình thứ nhất, ta có:

$$udM + Mdu = (v - u)(-dM) = -vdM + udM \quad (4.50)$$

$$Mdu = -v \cdot dM$$

hay

$$\frac{dM}{M} = -\frac{du}{v}$$

sau khi phân tích ta có phương trình tổng quát cho chuyển động của tên lửa

$$\frac{M}{M_0} = e^{-\frac{u}{v}} \quad (4.51)$$

Phương trình trên thỏa mãn cho trường hợp, khi bắt đầu chuyển động tên lửa có khối lượng M_0 và tốc độ $u_0 = 0$

Khi cần tính toán lực đẩy (động lực) của tên lửa cho các chuyển bay đến các hành tinh có sử dụng năng lượng hạt nhân, thì tốc độ v , u và c phải đạt đến giá trị theo thuyết tương đối.

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [5], [10], [15], [16], [17], [24]

Chương 5

DÒNG CHẤT LƯU THỰC QUA ỐNG VÀ KÊNH

Để đánh giá được chất lượng dòng chảy, một trong những nhiệm vụ quan trọng là phải xác định được trở lực của nó. Khi khảo sát dòng chất lưu lý tưởng, chúng ta đã bỏ qua ảnh hưởng của độ nhớt (ma sát trong). Song, đối với dòng chất lưu thực thì độ nhớt có ý nghĩa quyết định trong việc xác định trở lực và hình thái động lực học của dòng. Bản chất của độ nhớt chúng ta sẽ đề cập ở phần 2.4. Trong chương này, chúng ta đi sâu nghiên cứu dòng chảy tầng, dòng chảy rối và ứng dụng của chúng trong kỹ thuật.

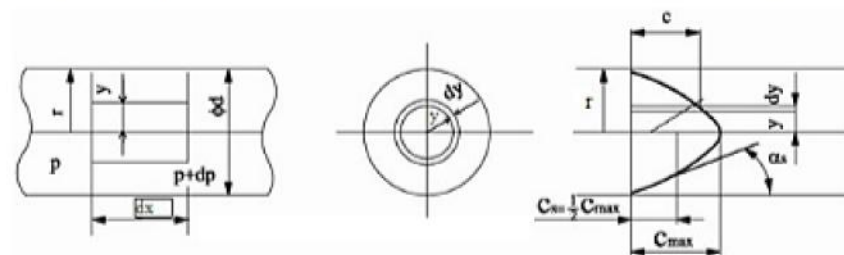
5.1. DÒNG CHẢY TẦNG CỦA CHẤT LƯU NHỚT

5.1.1. Dòng ổn định qua ống. Định lý Haghen – Poiseuill (định lý H-P)

a. Profile tốc độ

Để đơn giản ta xét dòng chảy của chất lưu không nén – chất lỏng, $\rho = \text{const.}$

Khảo sát chuyển động của dòng chất lỏng nhớt có tốc độ thấp chảy qua một ống thẳng dài đường kính bé (hình 5.1).



Hình 5.1. Dòng chảy tầng qua ống thẳng

Lấy một phân tử chất lưu hình trụ có kích thước $(\phi 2y - dx)$.

Nếu coi dòng chảy là ổn định, tức là không có lực gia tốc, thì ở khoảng cách dx tồn tại một áp lực dp tác động vào đầu phân tử hình trụ; đó chính là chênh áp giữa khoảng cách dx , và nó phải cân bằng với ứng suất tiếp tuyến τ trên bề mặt phân tử trong chuyển động ổn định. Phương trình cân bằng có dạng

$$\pi y^2 dp + 2\pi y \tau dx = 0 \quad (5.1a)$$

Như vậy

$$\tau = -\frac{1}{2} \frac{dp}{dx} y = -\frac{1}{2} \delta p y \quad (5.1b)$$

ở đây $\delta p = \frac{dp}{dx}$ chính là gradient áp cần thiết để vượt qua trở lực xuất hiện do độ nhớt. Dấu trừ có nghĩa là áp suất giảm theo chiều dương – chiều chuyển động của dòng.

Ứng suất trượt do chênh lệch tốc độ xuất hiện trong các lớp hình xuyên sát kề trong dòng chảy tầng (hình 5.1), được xác định theo biểu thức Newton (2.31)

$$\tau = \mu \frac{dc}{dy}$$

Thay τ vào biểu thức (5.1b), sau khi biến đổi ta có

$$dc = -\frac{\delta p}{2\mu} y dy$$

Và sau khi tích phân ta được biểu thức

$$c = -\frac{\delta p}{4\mu} y^2 + K \quad (5.2)$$

Hằng số tích phân K được xác định từ điều kiện: trên vách khi $y = r$, chất lỏng dính vào vách nên $c = 0$; từ đó xác định được K

$$K = \frac{\delta p}{4\mu} r^2$$

Thay hằng số tích phân vào (5.2) ta xác định được tốc độ dòng chảy tầng ở một bán kính y bất kỳ

$$c = \frac{\delta p}{4\mu} (r^2 - y^2) \quad (5.3)$$

Phương trình trên có dạng parabolic. Đỉnh của khối parabol nằm ở trục ống ($y = 0$). Ở đó, tốc độ đạt giá trị cực đại

$$c_{\max} = \frac{\delta p}{4\mu} r^2 = \frac{\delta p}{16\mu} d^2$$

Ở đỉnh khối parabol tạo thành một miền hẹp có tốc độ bằng không, $dc/dy = 0$. Tại đó độ nghiêng của tiếp tuyến profile tốc độ lớn nhất. Tại vách độ nghiêng này là nhỏ nhất.

$$\operatorname{tg} \alpha_s = \frac{dc}{dy} = -\frac{\delta p}{2\mu} r$$

Ứng suất tiếp tuyến tương ứng ở đó đạt giá trị cực đại

$$\tau_s = \mu \operatorname{tg} \alpha_s = -\frac{\delta p}{2} r \quad (5.4)$$

Lưu lượng thể tích chảy qua toàn bộ tiết diện hình xuyên được xác định bằng tích phân

$$\begin{aligned} Q &= \int c dA = 2\pi \int_0^r c y dy = \frac{\pi \delta p}{2\mu} \int_0^r (r^2 y - y^3) dy \\ Q &= \frac{\pi \delta p}{8\mu} r^4 = \frac{\pi \delta p}{128\mu} d^4 \end{aligned} \quad (5.5)$$

Biểu thức trên đã được Poiseuille, Hagen và Reynold kiểm chứng bằng thí nghiệm với sai số 1%. Nó được sử dụng để tính toán thiết bị đo độ nhớt trên nguyên lý ống mao dẫn.

Tốc độ trung bình trong ống suy ra từ biểu thức

$$c_s = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{\delta p}{8\mu} r^2 = \frac{\delta p}{32\mu} d^2 \quad (5.6a)$$

Hiển nhiên, tốc độ này bằng một nửa tốc độ cực đại ở tâm dòng

$$c_s = \frac{1}{2} c_{\max} \quad (5.6b)$$

b. Tổn thất thủy lực

Từ các phương trình (5.5) và (5.6a), chúng ta cũng có thể tính được giáng áp

$$\delta p = \frac{dp}{dx} = \frac{8\mu}{\pi r^4} Q = \frac{8\mu}{r^2} c_s$$

Giáng áp ôp tỉ lệ với lưu lượng thể tích Q và tốc độ trung bình c_s

Đối với ống có chiều dài l chúng ta có hiệu áp giữa các tiết diện vào và ra khỏi ống là

$$\Delta p = \delta p l = p_1 - p_2 = \frac{8\mu}{r^2} l c_s \quad (5.7)$$

Và từ đó xác định được tổn thất chiều cao thủy lực

$$h_z = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{8}{gr^2} \frac{\mu}{\rho} l c_s = 32 \frac{\nu}{gd^2} l c_s$$

Nếu đưa vào biểu thức trên chiều cao tốc độ $c^2/2g$, ta có thể viết

$$h_z = 64 \frac{\nu}{c_s d} \frac{lc_s^2}{d2g} = 64 \frac{1}{Re} \frac{1}{d} \frac{c_s^2}{2g} \quad (5.8)$$

trong đó đã thay $c_s d/\nu = Re$

Mặt khác, tổn thất đường dài (tổn thất ma sát) theo Weisbach có thể xác định theo biểu thức [8, 16]

$$h_z = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{c_s^2}{2g} \quad (5.9)$$

Trong đó, hệ số λ phụ thuộc vào đường kính ống, tốc độ dòng, độ nhớt chất lưu và cả độ nhám bề mặt vách (xem phần 3.7.2).

So sánh hai biểu thức (5.8) và (5.9) ta có thể rút ra hệ số ma sát trong dòng chảy tầng

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (5.10)$$

Lực kéo toàn bộ gây nên do ứng suất tiếp tuyến của dòng tác động vào ống có chiều dài l là

$$T = 2\pi r l \tau_s \quad (5.11)$$

ở đây, ứng suất ở vách có thể xác định từ các phương trình (5.4) và (5.7)

$$|\tau_s| = \frac{\delta p}{2} r = \frac{4\mu}{r} c_s$$

Thay vào biểu thức (5.11), xác định được lực kéo

$$T = 8\pi\mu l c_s$$

Tác động này của ma sát đương nhiên phải cân bằng với hiệu áp tác động lên hai đầu của cột chất lỏng theo biểu thức (5.7)

$$T = \pi r^2 \Delta p = \pi r^2 \frac{8\mu}{r^2} l c_s = 8\pi\mu l c_s$$

Từ đó có thể xác định được công suất mất mát của dòng khi chảy qua ống có độ dài l . Đại lượng này có thể xác định như công tiêu hao do ma sát sau một đơn vị thời gian trong toàn bộ tiết diện. Nó được tính bằng tích phân của tích số gia số lực dF tác động lên phân tử chất lưu và quãng đường của nó sau một giây (hay chính là tốc độ c).

$$N = \int_0^l c \cdot dF = 2\pi \int_0^l c \cdot \Delta p \cdot y \cdot dy \quad (5.12a)$$

Thay $\Delta p = \delta p \cdot l$ và c từ biểu thức (5.3), ta có

$$N = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\delta p^2}{\mu} l \int_0^l (r^2 - y^2) y \cdot dy = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{\delta p^2}{\mu} l r^4 = \pi \delta p l r^2 c_s \quad (5.12b)$$

hay, có thể viết

$$N = \pi r^2 c_s \Delta p = Q \Delta p = Q \rho g h_z = G_t h_z$$

ở đây G_t là lưu lượng trọng lượng

h_z là tổn thất chiều cao cột áp do ma sát.

c. Dòng chảy qua khe hình xoắn

Định lý Haghen – Poiseuill cũng có thể đưa ra từ cân bằng áp lực và lực ma sát trên một phân tử trụ rỗng. Song, ở đây chỉ sử dụng hiệu số lực ma sát tác động vào cả hai bề mặt đồng trục của phân tử, nên phương trình (5.1) có dạng

$$2\pi y dy dp + 2\pi d(y\tau) dx = 0$$

Thay $\tau = \mu \frac{dc}{dy}$, ta có

$$2\pi y dy dp + 2\pi dx \mu d\left(y \frac{dc}{dy}\right) = 0$$

Rút gọn và biến đổi, ta được

$$\frac{dp}{dx} y dy = -\mu d\left(y \frac{dc}{dy}\right) = \delta p y dy$$

Tích phân lần thứ nhất

$$\frac{1}{2} \delta p y^2 = -\mu y \frac{dc}{dy} + K_1$$

Từ đó

$$dc = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{1}{2} \delta p y + \frac{K_1}{y} \right) dy$$

Và tích phân lần thứ hai

$$c = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{1}{4} \delta p y^2 + K_1 \ln y \right) + K_2 \quad (5.13b)$$

Hằng số tích phân K_1, K_2 sẽ khác nhau ở chỗ, dòng chảy qua toàn bộ tiết diện ống hay chỉ chảy qua vành xuyên với bán kính r_1 và r_2 .

Trường hợp dòng lấp đầy ống $r_1 = 0$, ở tâm dòng $y = 0$ và

$$\left(\frac{dc}{dy} \right)_{y=0} = 0, \text{ ta có}$$

$$K_1 = 0$$

Ở vách ống $y = r_2 = r_1$, ta có $c = 0$; do đó

$$0 = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{1}{4} \delta p r^2 + 0 \right) + K_2$$

$$K_2 = \frac{1}{4\mu} \delta p r^2$$

Thay K_1, K_2 vào (5.13a), ta xác định được tốc độ

$$c = -\frac{1}{4\mu} \delta p y^2 + \frac{1}{4\mu} \delta p r^2$$

$$c = \frac{\delta p}{4\mu} (r^2 - y^2)$$

Đó chính là biểu thức (5.3) xác định tốc độ qua ống dài.

Trường hợp dòng chảy qua khe hình xuyên (ví dụ, qua chèn đầu trục...), chúng ta xác định hằng số tích phân từ điều kiện khi $y = r_1$ và $y = r_2$, thì $c_1 = c_2 = 0$.

Khi $y = r_1$; $c_1 = 0$

$$\frac{1}{\mu} \left(-\frac{1}{4} \delta p r_1^2 + K_1 \ln r_1 \right) + K_2 = 0$$

Khi $y = r_2$; $c_2 = 0$

$$\frac{1}{\mu} \left(-\frac{1}{4} \delta p r_2^2 + K_1 \ln r_2 \right) + K_2 = 0$$

Giải hai phương trình trên để tìm K_1 và K_2

$$K_1 = \frac{1}{4} \delta p \frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$$K_2 = \frac{1}{4\mu} \delta p r_1^2 - \frac{1}{4\mu} \delta p_1^2 \frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1$$

Thay K_1, K_2 vào (5.13a) ta xác định được tốc độ dòng chảy qua khe hình xoắn

$$c = \frac{1}{\mu} \left(\frac{-1}{4} \delta p y^2 + \frac{1}{4} \delta p \frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln y \right) + \frac{1}{4\mu} \delta p r_1^2 - \frac{1}{4\mu} \delta p \frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln r_1$$

$$c = \frac{\delta p}{4\mu} \left(\frac{r_2^2 - r_1^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{y}{r_1} + r_1^2 - y^2 \right) \quad (5.14)$$

Cũng đạt được kết quả khá chính xác như đã nêu, bằng cách trải tiết diện hình xoắn ra thành một hình chữ nhật, có diện tích $2\pi r_s \Delta r$ ($\Delta r = r_1 - r_2$). Phương pháp tính được tiến hành như giới thiệu ở phần tiếp sau.

5.1.2. Dòng chảy tầng giữa hai vách song song

Lấy một phân tử chất lưu có kích thước $l dy dx$, chảy trong ống chữ nhật chiều cao h . Tác động vào phân tử này gồm có áp lực dF và trở lực ma sát dT_f

Áp lực sinh ra do hiệu số áp suất dp là $dF = dy \cdot dp$

Trở lực ma sát được xác định $dT_f = d\tau dy dx$

Trong dòng ổn định hai lực này cân bằng với nhau (hình 5.2)

$$dF + dT_f = 0 \quad (5.15)$$

Xác định gia số ứng suất trượt

$$\tau = \mu \frac{dc}{dy} \quad d\tau = \mu \frac{d^2c}{dy^2} dy$$

Thay $d\tau$ vào phương trình cân bằng lực (5.15), ta có

$$dy dp + \mu \frac{d^2c}{dy^2} dy dx = 0 \quad (5.16a)$$

Từ đó

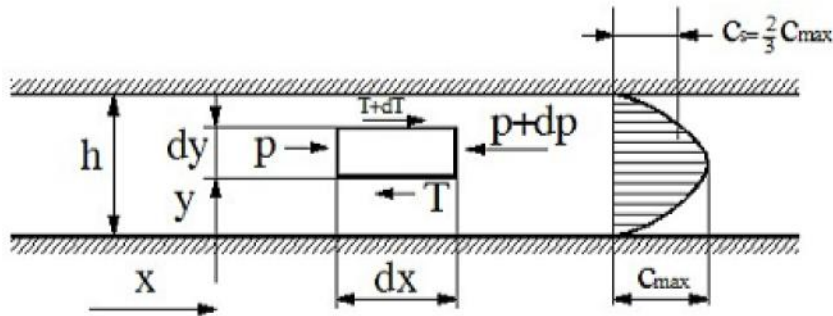
$$\frac{dp}{dx} = \delta p = -\mu \frac{d^2c}{dy^2} = -\mu c'' \quad (5.16b)$$

hay

$$c'' = \frac{dc'}{dy} = -\frac{\delta p}{\mu}$$

Hai lần tích phân liên tiếp, chúng ta xác định được tốc độ dòng

$$c = -\frac{\delta p}{2\mu} y^2 + K_1 y + K_2 \quad (5.17a)$$



Hình 5.2. Dòng chảy tầng qua hai vách song song

Khi $y = 0$, $c = 0$, $K_2 = 0$

$$y = h, c = 0, K_1 = \frac{\delta p h}{2\mu} y$$

Thay các giá trị hằng số tích phân K_1 , K_2 vào (5.17a), ta xác định được tốc độ dòng chảy trong tiết diện chữ nhật $l \cdot dy$

$$c = -\frac{\delta p}{2\mu} y^2 + \frac{\delta p h}{2\mu} y$$

hay

$$c = \frac{\delta p}{2\mu} (hy - y^2) \quad (5.17b)$$

Đó chính là phương trình dạng parabolic

Từ đó có thể xác định được tốc độ cực đại của dòng chảy tại tâm dòng $y = h/2$

$$c_{\max} = \frac{\delta p}{8\mu} h^2$$

Và tốc độ trung bình

$$c_s = \frac{2}{3} c_{\max} = \frac{\delta p}{12\mu} h^2$$

được suy ra từ tương đương hóa diện tích phần parabol và diện tích hình chữ nhật.

Lưu lượng thể tích chảy qua khe rộng l đơn vị là

$$Q = h c_s = \frac{\delta p}{12\mu} h^3 \quad (5.18)$$

Hiệu số áp suất giữa hai đầu ống chiều dài l được diễn tả: hoặc qua tốc độ trung bình c_s theo (5.17b), hoặc phụ thuộc vào lưu lượng thể tích xác định từ phương trình (5.18)

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \delta p l = \frac{12\mu}{h^3} c_s l = \frac{12\mu}{h^3} Q l \quad (5.19)$$

Kết quả trên được ứng dụng vào thiết kế hệ thống chèn, khi muốn tách hai vùng ra bằng những áp suất khác nhau; ví dụ

chèn răng lược...

Từ các công thức (5.18) và (5.19) hiển nhiên thấy rằng, khi giảm chiều cao khe chèn h , ta có thể giảm rất đáng kể lưu lượng rò Q và chèn được áp suất dư Δp cao hơn.

Ngược lại, nếu giả thử tăng khoảng cách h giữa hai tấm đến vô cùng, thì bài toán trở về trường hợp dòng bao quanh một vách phẳng duy nhất. Và nếu mở rộng cho cả trường hợp khi triệt tiêu cả giáng áp ôp, thì phương trình (5.17b) cũng không có thành phần y^2 nữa; và diễn biến của tốc độ – chỉ ít ở gần thành vách, cũng trở thành tuyến tính. Nó gần giống như trường hợp mô tả ở hình 2.9; nhưng, đương nhiên thỏa mãn cho chuyển động qua lại của hai vách song song.

5.1.3. Dòng chảy tầng trong khe hình nêm

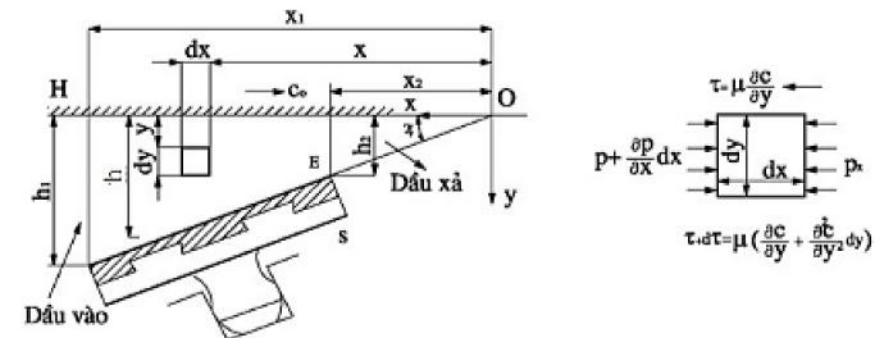
Chúng ta trình bày một loại dòng chảy tầng ứng dụng rất có ý nghĩa trong kỹ thuật bôi trơn đó là chuyển động của dòng dầu trong khe hình nêm của các ổ đỡ.

Khi bôi trơn trong các ổ đỡ, lớp dầu chuyển động trong khe hình nêm giữa hai vách kim loại, một vách tĩnh (lớp ba-bit nằm trong thân ổ đỡ) và vách động (chuyển động theo trục quay – đó là ngõng trục, chẳng hạn). Hình 5.3 mô tả một trường hợp đơn

giản của ổ đỡ đỡ kiểu Michell.

Để đơn giản, chúng ta hình dung phần trên đại diện cho ngõng trục là tấm H chuyển động với tốc độ c_0 , phần dưới là segment tự lựa S .

Bây giờ, ta viết phương trình cân bằng cho một phân tử dầu có kích thước $lxdy$.



Hình 5.3. Dòng chảy tầng qua khe hình nêm

Bởi vì độ dày của khe dầu (và cả độ nghiêng của vách tĩnh) thay đổi từ h_1 (đối với x_1) đến h_2 (x_2) là rất nhỏ, do đó chuyển động của phân tử dầu theo chiều y có thể bỏ qua. Và từ đó, cũng giả thiết thêm rằng, áp lực riêng của dầu p_x ở mọi tiết diện trong toàn bộ lớp dầu h_x đều không thay đổi. Như vậy, nó chỉ thay đổi theo chiều x .

Để tính toán được đơn giản, chúng ta giả thiết: sự thay đổi độ nhớt theo áp suất và nhiệt độ là không đáng kể và không có lượng dầu rò rỉ.

Phương trình chuyển động của phân tử dầu theo trục x có dạng

$$l dy dp + l dx d\tau = a dm \quad (5.20)$$

ở đây gia tốc a và khối lượng phân tử dm có thể viết dưới dạng

$$a = \frac{dc}{dt} = \frac{1}{dt} \left(\frac{\partial c}{\partial x} dx + \frac{\partial c}{\partial t} dt \right), \text{ và } dm = \rho dx dy$$

Xem xét thực tế chuyển động của ngỗng trục trong ổ đỡ, ta có thể giả thiết tiếp:

- Chuyển động là ổn định; do đó có thể coi $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$;
- Bỏ qua thay đổi tốc độ theo khoảng cách $\frac{\partial c}{\partial x}$, vì ở ngỗng trục H, tốc độ c luôn luôn bằng c_0 ; còn ở segment S thì $c = 0$. Do vậy, lực quán tính $\rho c \frac{\partial c}{\partial x} dx dy$ so với lực ma sát và áp lực là không đáng kể.

Với những giả thiết trên, vế phải của phương trình (5.20) có

thể coi bằng không.

Thay gia số áp lực riêng dp và sự thay đổi ứng suất trượt dt bằng các biểu thức

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

$$d\tau = \frac{\partial \tau}{\partial y} dy = \mu \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} dy$$

vào phương trình (5.20), chúng ta có phương trình vi phân bậc hai

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\mu \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad (5.21)$$

Ký hiệu, $p'_x = \frac{\partial p}{\partial x}$, và với khoảng cách $x = \text{const}$, ta có giá trị p'_x không đổi.

Mặt khác, ta có thể coi

$$\frac{\partial^2 c}{\partial y^2} = \frac{dc'}{dy}$$

Phương trình (5.21) có dạng

$$p'_x = -\mu \frac{dc'}{dy}$$

$$\text{hay} \quad dc' = -\frac{p'_x}{\mu} dy$$

Tích phân theo y

$$c' = -\int \frac{p'_x}{\mu} dy = -\frac{p'_x}{\mu} y + K_1$$

Và như vậy

$$c = \int \left(-\frac{p'_x}{\mu} y + K_1 \right) dy = -\frac{p'_x}{2\mu} y^2 + K_1 y + K_2 \quad (5.22)$$

Bây giờ, chúng ta xác định hằng số tích phân K_1 , K_2 từ điều kiện biên:

$$y = 0, \text{ ta có } c = c_0$$

$$y = h_x \text{ c } = 0$$

Thay các giá trị trên vào phương trình tổng quát (5.22), xác định K_1 , K_2

$$K_2 = c_0, \text{ và } K_1 = \frac{p'_x}{2\mu} h_x - \frac{c_0}{h_x}$$

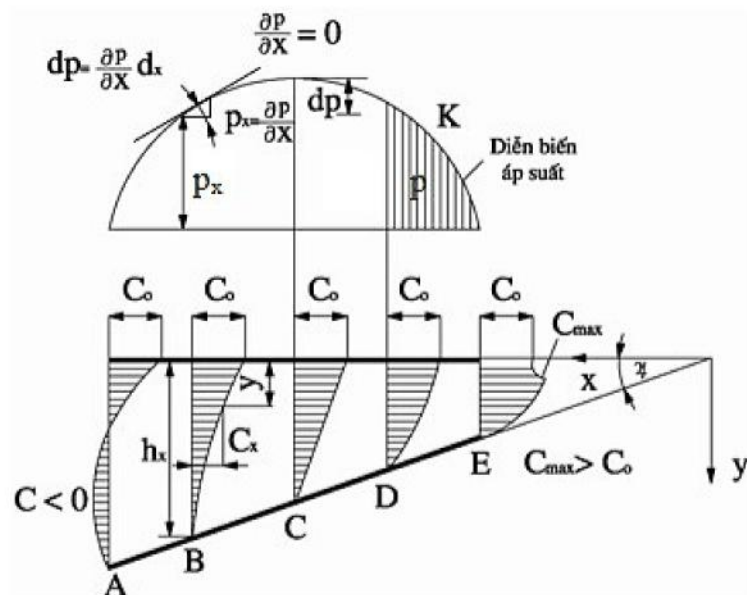
Sau khi đơn giản, ta xác định được tốc độ trong tiết diện x

$$c_x = c_0 + \left(\frac{p'_x}{2\mu} h_x - \frac{c_0}{h_x} \right) y - \frac{p'_x}{2\mu} y^2 \quad (5.23)$$

Biểu thức này một lần nữa minh chứng cho đặc tính parabolic của profile tốc độ trong khe. Hình dáng của nó thay đổi không chỉ theo độ rộng khe dầu $h_x = \frac{h_1}{x_1} x = \Psi x$, mà còn theo cả độ

lớn của gradient áp $p'_x = \frac{\partial p}{\partial x}$.

Tuy nhiên, vì áp suất dầu đưa vào và dầu chảy ra không khác áp suất khí quyển nhiều lắm, nên đường cong mô tả sự thay đổi áp suất dầu trong khe hình nêm phải đi qua điểm cực đại, ở đó $p'_x = \frac{\partial p}{\partial x} = 0$. Tại điểm này, trong phương trình (5.22) sẽ triệt tiêu thành phần bình phương và đường parabolic chuyển thành đường thẳng (mặt cắt C). Ngược lại ở mép vào A còn xuất hiện dòng hồi lưu và ở mép ra E tốc độ đạt cực đại $c_{\max}$, nên đôi khi tốc độ dầu lại vượt cả tốc độ ngỗng trục c_0 .



Hình 5.4. Profile tốc độ trong khe

Trên cơ sở xác định được tốc độ, chúng ta xác định lưu lượng dầu chảy trong khe và áp lực riêng trong một điểm bất kỳ của dòng.

Nếu coi độ rộng $b = 1$, thì theo phương trình liên tục, thể tích dầu chảy qua mọi tiết diện đều không đổi Q

$$Q = \int_0^{h_x} c_x dy = \frac{c_0}{2} h_x + \frac{p'_x}{12\mu} h_x^3 \quad (5.24)$$

Từ đó, suy ra được biểu thức xác định diễn biến áp suất

$$p'_x = \frac{12\mu}{h_x^3} \left(Q - \frac{c_0}{2} h_x \right) \quad (5.25)$$

Nếu nêm có cạnh phẳng, thì thỏa mãn $h_x = \psi_x$

Mặt khác, do áp suất ở hai mép vào và ra bằng nhau, nên $p_A - p_E = 0$

Tích phân phương trình (5.25) bằng cách thay $p'_x = \frac{\partial p}{\partial x}$

$$\int_A^E \partial p = \int_A^E \frac{12\mu}{h_x^3} \left(Q - \frac{c_0}{2} h_x \right) dx \quad (5.26)$$

$$p_A - p_E = \frac{12\mu}{\psi^3} \int_A^E \left(\frac{Q}{x^3} - \frac{\psi c_0}{2x^2} \right) dx = \frac{12\mu}{\psi^3} \left[-\frac{Q}{2x^2} + \frac{\psi c_0}{2x} \right]_{x_1}^{x_2} = 0$$

Từ đó, suy ra được

$$Q = \psi c_0 \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \quad (5.27)$$

Như vậy rõ ràng, lưu lượng dầu Q tỷ lệ với góc nghiêng của nêm và tốc độ của ngỗng trục c_0 .

Trên cơ sở xác định lưu lượng Q chúng ta có thể xác định được áp suất dư ở một điểm bất kỳ nào đó bằng cách tích phân (5.25) khi thay Q từ (5.27)

$$p_{px} = p_x - p_A = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

Sau khi đơn giản ta nhận được

$$p_{ps} = \frac{6\mu c_0}{\Psi^2} \left[\frac{(x_1 - x)(x - x_2)}{x^2(x_1 + x_2)} \right] \quad (5.28)$$

Bây giờ, chúng ta tính ứng lực của ổ đỡ có độ rộng b

$$F = F_1 \cdot b \quad (5.29a)$$

Trong đó, F_1 có thể xác định từ đường cong diễn biến áp lực riêng trên hình 5.4 bằng cách tính toán bề mặt dưới đường cong K theo tích phân

$$F = \int_{x_1}^{x_2} p_{ps} dx \quad (5.29b)$$

$$F = \frac{6\mu c_0 b}{\Psi^2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{(x_1 - x)(x - x_2)}{x^2(x_1 + x_2)} dx$$

$$F = \frac{6\mu c_0}{\Psi^2} \left(\ln \frac{x_1}{x_2} - 2 \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_2} \right) b$$

Từ đó, tính được áp suất dư trung bình trên toàn bộ bề mặt của ổ đỡ

$$A = b(x_1 - x_2)$$

$$p_{ps} = \frac{F}{A} = \frac{6\mu c_0}{\Psi^2} \left(\frac{\ln \frac{x_1}{x_2}}{x_1 - x_2} - \frac{2}{x_1 + x_2} \right) \quad (5.30)$$

Từ các biểu thức (5.23), (5.25) và (5.27) chúng ta có thể

xác định được profile tốc độ trong ngỗng trục c_x

Trở lực trượt toàn bộ được xác định bằng biểu thức

$$T = b \cdot \int_{x_1}^{x_2} \tau_s dx \quad (5.31)$$

Ứng suất trượt

$$\tau_s = \mu \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)_{y=0}$$

tác động ngược chiều chuyển động.

Và cuối cùng, ta xác định công suất tiêu hao do ma sát

$$N_f = T_f c_0 \quad (5.32)$$

Hệ số ma sát của ổ đỡ f được xác định từ biểu thức

$$f = \frac{T_f}{F} \quad (5.33)$$

Giả thử, toàn bộ công ma sát đều biến thành nhiệt làm nóng dầu với lưu lượng Q [m³/s], chúng ta có thể xác định được gia số nhiệt độ dầu tăng lên do ma sát

$$\Delta t(^{\circ}\text{C}) = \frac{N_f}{\rho Q c_p} \quad (5.34)$$

Trên đây là phương pháp cơ bản tính dòng chảy của dầu trong ổ đỡ. Việc tính toán và thiết kế chi tiết có thể tìm trong các

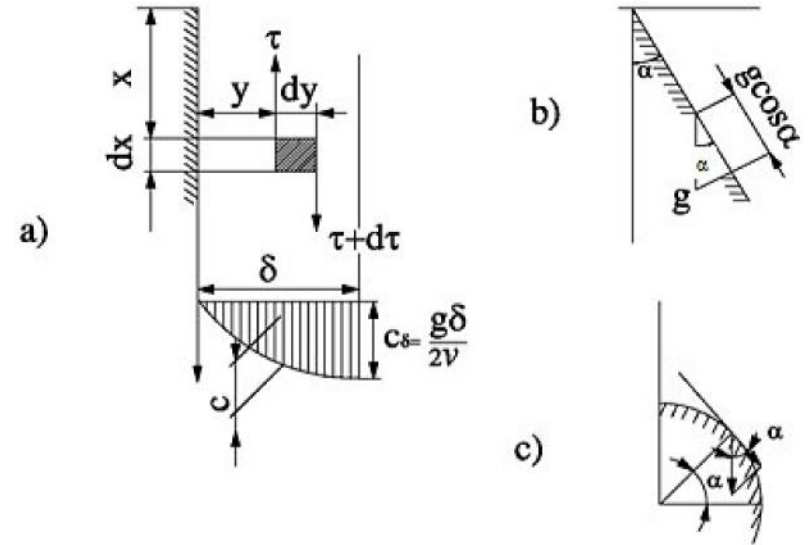
sách chuyên khảo của Michell, Kingsburr, Sommerfeld, Rumpf,...

5.1.4. Dòng chảy tầng qua một vách đứng

Ta đề cập đến một trường hợp ứng dụng khá có ý nghĩa trong kỹ thuật nữa là dòng chảy tầng qua một vách nghiêng hoặc thẳng đứng. Trường hợp này gặp khi ngưng hơi trên một bề mặt lạnh, khi thải xỉ lỏng trong buồng đốt lò hơi, v.v.

Ta khảo sát một vách chuyển động ổn định dọc theo vách có độ rộng $b = 1$ (hình 5.5) của một phân tử chất lỏng ở độ sâu x và cách vách một khoảng y .

Lực tác động vào phân tử gồm có: trọng lực và gia số lực trượt.



Hình 5.5. Dòng chảy tầng qua vách đứng

Phương trình cân bằng lực

$$\zeta_0 = \left(\frac{2 \cdot c_i}{c_p} \right)^2 - 1 = 3$$

Thay đại lượng $d\tau$ – sự thay đổi ứng suất trượt

$$d\tau = \frac{\partial \tau}{\partial y} dy = \mu \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} dy$$

Và $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, ta thu được

$$\frac{\partial^2 c}{\partial y^2} = -\frac{\gamma}{\mu} = -\frac{g}{\nu}$$

Chúng ta giả thiết rằng, khi dòng đã phát triển hoàn toàn thì tốc độ c chỉ phụ thuộc vào khoảng cách y ; và như vậy, vi phân riêng phần có thể thay bằng

$$c' = \frac{d^2 c}{dy^2} = -\frac{g}{\nu} \quad (5.36)$$

Tích phân hai lần khi $x = \text{const.}$, ta được

$$c' = -\frac{g}{\nu} y + K_1 \quad \text{và} \quad c = -\frac{g}{2\nu} y^2 + K_1 y + K_2$$

Xác định hằng số tích phân bằng các điều kiện biên: Vì chất lỏng nhớt dính vào vách, nên khi $y = 0$, thì $c = 0$. Mặt khác, chúng ta giả thiết rằng, trên bề mặt lớp dày δ không tác động bất kỳ một lực cắt nào, do đó $y = \delta$, $y = \delta$, $c' = \left(\frac{dc}{dy}\right) = 0$

Thay điều kiện biên vào ta xác định được hằng số tích phân

Và từ đó xác định được tốc độ

$$c = \frac{g}{\nu} \left(\delta y - \frac{1}{2} y^2 \right)$$

Biểu thức trên cho thấy rằng, profile tốc độ cũng có dạng parabola, nên ta dễ dàng tính được tốc độ trên bề mặt lớp

$$c_\delta = \frac{g}{\nu} \left(\delta \delta - \frac{1}{2} \delta^2 \right) = \frac{g \delta^2}{2\nu} \quad (5.37)$$

Cuối cùng, ta xác định được lưu lượng thể tích của chất lỏng

$$Q = \int_0^\delta c dy = \frac{g}{\nu} \int_0^\delta \left(\delta y - \frac{y^2}{2} \right) dy = \frac{g}{3\nu} \delta^3 \quad (5.38)$$

Ngược lại, nếu biết được lưu lượng thể tích Q , ta xác định được độ dày của lớp

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot \nu \cdot Q}{g}} \quad (5.39)$$

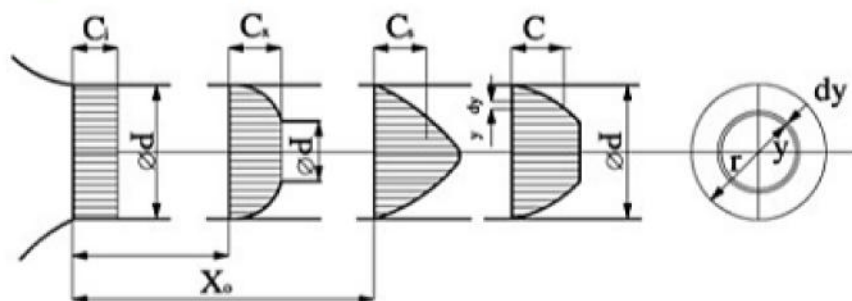
Đối với vách nghiêng một góc α so với chiều thẳng đứng, thì thay cho gia tốc trọng trường g phải là thành phần $g \cos \alpha$.

Trường hợp dòng chảy qua bề mặt của một ống thẳng đứng thì các biểu thức tương ứng có thể xác định bằng tích phân theo chu vi của nó.

5.1.5 Sự hình thành dòng chảy tầng trong ống

Ở các phần trên khi nghiên cứu dòng chảy tầng trong ống trụ hoặc giữa hai vách song song chúng ta đã giả thiết rằng, ở một khoảng cách đủ dài, profile tốc độ trong tiết diện của kênh đã hoàn toàn ổn định. Đối với khe hình nêm ngắn thì điều kiện dòng chảy đã khác lý thuyết, profile tốc độ không còn có dạng parabolic, đặc biệt ở đầu vào, khi mép khe bắt đầu có ảnh hưởng đến dòng chảy.

Để làm sáng tỏ vấn đề này chúng ta theo dõi sự biến đổi profile tốc độ khi chất lỏng chảy vào ống. Hiện tượng này gọi là sự phát triển dòng chảy tầng.



Hình 5.6. Sự hình thành profile tốc độ trong ống

Ở đầu vào ống đường kính d , chất lỏng có cùng một tốc độ trong toàn bộ tiết diện chảy (hình 5.6). Sau đó do ảnh hưởng của ma sát mà trên vách ống bắt đầu tạo lớp, làm cho

chất lỏng bị hãm lại. Và bởi vì trên vách ống chất lỏng bị dính, nên trên bề mặt nó tốc độ bằng không. Tuy nhiên, theo phương trình liên tục, lưu lượng thể tích $Q = \frac{\pi d^2}{4} c_i$ luôn không đổi trong mọi tiết diện, nên ở tâm dòng tốc độ phải tăng để sao cho

$$Q = 2\pi \int_0^r c y dy \quad (5.40)$$

Sự tăng tốc độ đến giá trị c_x tại tâm dòng ở khoảng x cách đầu vào ống đương nhiên có liên quan đến sự giảm áp suất p_x . Trong đó, chúng ta giả thiết áp suất p_x là hằng số trong toàn bộ tiết diện ống. Ở những sợi dòng, vùng tâm ống có thể bỏ qua ma sát, do đó có thể sử dụng phương trình Bernoulli (3.12)

$$\frac{p_i}{\rho} + \frac{c_i^2}{2} = \frac{p_x}{\rho} + \frac{c_x^2}{2}$$

Sử dụng phương trình Bernoulli, phương trình liên tục và phương trình động lượng có kể đến ảnh hưởng của ma sát, chúng ta thiết lập được điều kiện dòng chảy trong vùng phát triển dòng chảy tầng. Từ đó, chúng ta có thể tính được khoảng cách x_0 như một điều kiện tạo nên profile tốc độ có dạng parabolic đầy đủ theo phương trình Hagen – Poiseuille.

Boussinesq cho rằng, dòng chảy tầng phát triển hoàn toàn

trong khoảng $x_0 \geq 0,065 R_{ed}$; còn Schiller thì xác định được $x \geq 0,025 R_{ed}$, với giả thiết hơi khác là số Reynol tính theo tốc độ chảy trung bình $c_x = c_i$.

Trên hình 5.6 vẽ profile tốc độ phụ thuộc vào khoảng cách x , cách mép vào của ống.

Lấy một ví dụ, đối với dầu gia nhiệt có độ nhớt $\nu = 10.10^{-6}$ đơn vị kỹ thuật, dòng chảy qua ống đường kính $\Phi_d = 10$ mm, tốc độ $c = 2$ m/s, $Re = \frac{2.0.01}{10.10^{-6}} = 2000$, sẽ tạo được profile tốc độ đầy đủ ở khoảng cách

$$x_0 = 0,065.2000d = 130d = 1,3 \text{ m}$$

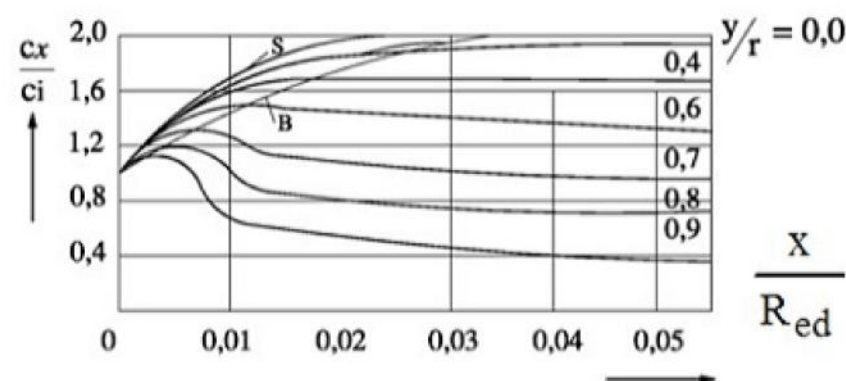
Rõ ràng thấy rằng, để tạo được profile tốc độ ổn định, tức là dòng chảy tầng phát triển hoàn toàn hay profile tốc độ có dạng parabolic đầy đủ, dòng chảy phải cách đầu vào ống một khoảng khá xa. Và như vậy, hiển nhiên, ở những ống ngắn, định lý Haghen - Poiseuill không áp dụng được.

Độ suy giảm áp suất ở đoạn khởi động (đoạn đầu vào) của ống được tính theo phương trình Bernoulli

$$\frac{\Delta p_x}{\rho} = \frac{p_i - p_x}{\rho} = \frac{c_i^2 - c_x^2}{2} = \left(\frac{c_x^2}{c_i^2} - 1 \right) \frac{c_i^2}{2} = \zeta \frac{c_i^2}{2}$$

ở đây $c_i = c_s$.

Tương tự, chúng ta có thể tính được Δp_x ở mọi khoảng cách x , nếu ta xác định được c_x , ví dụ theo hình 5.7.



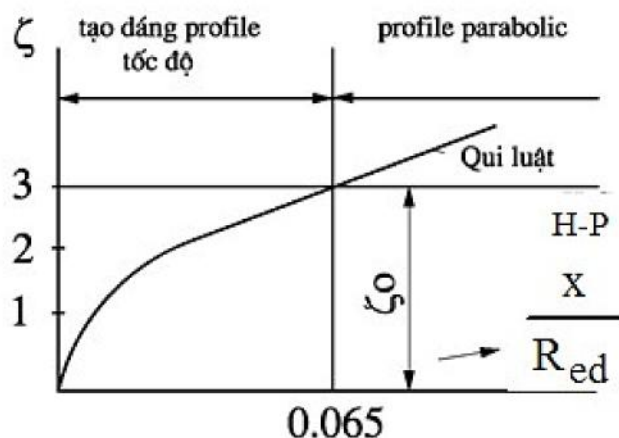
Hình 5.7. Quan hệ động học của dòng chảy tầng trong ống

Hệ số tổn thất ζ theo đồ thị hình 5.8 ở khoảng cách x_0 , khi $c_{x0} = 2.c_i$, đạt được giá trị. Và chỉ ở đoạn ống tiếp theo (sau x_0) mới xuất hiện sự phụ thuộc tuyến tính của trở lực vào tốc độ dòng trung bình $c_0 = c_i$ theo biểu thức (5.6b). Đương nhiên, ở những ống ngắn sẽ gặp sai số, vì tổn thất của nó thực tế lớn hơn và phụ thuộc vào bình phương lưu lượng. Ngoài ra còn phải kể đến sự giảm áp suất do hình thành tốc độ đầu vào ống.

Ảnh hưởng của sự phát triển không hoàn toàn dòng chảy

tầng ở đầu vào ống phải được kể đến khi tính toán hệ số trao đổi nhiệt trong dòng, đặc biệt đối với bình làm mát dầu.

Ở trên đã đưa ra những kết quả đối với dòng chảy tầng trong ống có tiết diện không đổi. Đối với những ống thu dần có độ côn không đáng kể thì parabola Haghen – Poiseuill diễn tả profile tốc độ có dạng đầy đặn hơn; còn ở ống rộng dần thì có profile nhọn hơn.



Hình 5.8. Diễn biến tổn thất. Quan hệ $\zeta = f(X/Red)$

Cũng như sự thay đổi tốc độ trung bình của dòng chất lỏng, sự gia nhiệt hay làm lạnh vách ống cũng có ảnh hưởng đáng kể đến chất lượng dòng chảy. Ống thu dần hay ống gia nhiệt có ảnh hưởng thuận lợi cho việc duy trì dòng chảy tầng. Dòng chảy tầng chỉ chuyển sang dòng chảy rối ở hệ số Re rất cao. Còn ở

ống rộng dần hay làm lạnh thì dòng chảy tầng dễ chuyển sang chảy rối từng phần.

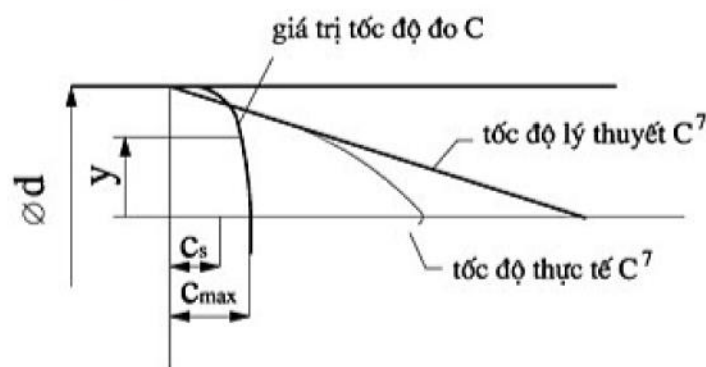
5.2. DÒNG CHẢY RỐI QUA ỐNG

Ở trên, chúng ta đã nêu một số phương pháp đơn giản sử dụng để phân tích dòng chảy tầng. Tuy nhiên, trong thực tế, đặc biệt là trong kỹ thuật, phần lớn các chuyển động của chất lưu đều mang tính chất chảy rối (có thể một phần hay toàn phần). Sử dụng phương pháp nghiên cứu dòng chảy tầng, chúng ta phân tích dòng chảy rối và sau đó đề cập đến một số trường hợp cụ thể trong thực tế.

5.2.1. Profile tốc độ, ứng suất cắt ảo

Như đã nói ở các phần trước, trong dòng chảy rối, giữa các lớp sát kề (hay các ống dòng sát kề), các phần tử chất lưu có kích thước lớn (dạng vĩ mô) hoặc kích thước bé (dạng vi mô), thường xuyên trao đổi với nhau. Lớp có tốc độ cao làm tăng tốc lớp có tốc độ thấp. Ở sát vách do ma sát nên dòng bị kìm hãm nhiều nhất, tức là có tốc độ thấp nhất. Động năng (tốc độ) giữa các lớp càng chênh lệch thì sự trao đổi càng mãnh liệt. Nên ở vách ống sự trao đổi và hòa trộn là rõ nét nhất. Bởi vậy, profile tốc độ dòng chảy rối đều đặn hơn so với dòng chảy tầng. Theo

kết quả đo trong ống tròn, hình dạng profile tốc độ dòng chảy rối được diễn tả như ở hình 5.9. Ở đây giả thiết rằng, chất lưu bị dính vào vách ($c_{st} = 0$), song ở lớp kề sát vách thì tốc tăng rất nhanh; tức là gradient tốc độ rất lớn.



Hình 5.9. Các dạng profile tốc độ

Từ phương trình liên tục, xác định được tốc độ trung bình của dòng

$$Q = Ac_s = \pi r^2 c_s = 2\pi \int_0^r c y dy \quad (5.41)$$

$$c_s = \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{2}{r^2} \int_0^r c y dy \quad (5.42)$$

Nếu là ống tròn, thì tốc độ cực đại trong tâm ống c_{max} có thể xác định bằng công thức bán thực nghiệm Stanton

$$c_{max} = (1,22 - 1,25) c_s$$

Mặt khác, do trao đổi xung lượng giữa các phần tử qua lại giữa hai lớp sát kề nên ma sát trong tăng lên; do vậy tổn thất áp lực cũng tăng lên.

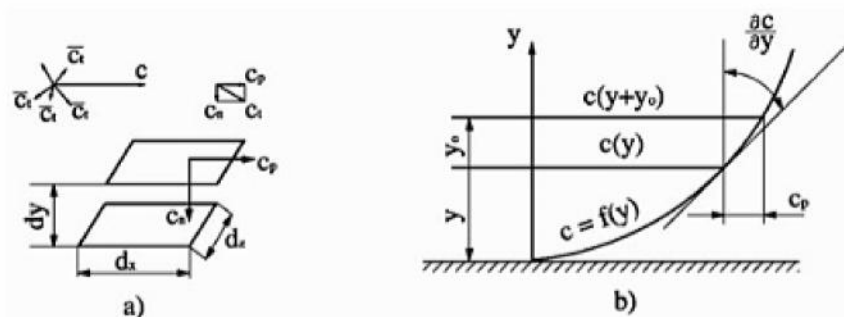
Chuyển động của các phần tử chất lưu trong dòng chảy rối rất phức tạp, song có thể qui về hai loại chuyển động sau: Một là chuyển động tịnh tiến, là chuyển động cơ bản của phần tử với tốc độ c , có thể đo được, ví dụ bằng ống Pitot; Hai là chuyển động thứ cấp có tốc độ được diễn tả bằng vector c_{max} , thường xuyên thay đổi cả độ lớn và hướng (hình 5.10a).

Nếu phân tích tốc độ c_t thành hai thành phần: song song (c_p) và vuông góc (c_n) với chuyển động chính

$$c_t = c_p + c_n \quad (5.43)$$

thì lượng chất lưu đi qua một bề mặt nào đấy $dx dz$ (hình 5.10a) sau một đơn vị thời gian dt để sang lớp sát kề sẽ là

$$dm = \rho dx \cdot dz c_n \cdot dt$$



Hình 5.10. Chuyển động thứ cấp

Động lượng của khối lượng dm với tốc độ theo chiều chuyển động của dòng

$$dJ = dm \cdot c_p = \rho dx \cdot dz \cdot c_n \cdot c_p dt \quad (5.44)$$

Do hai lớp sát kề nhau nên toàn bộ động lượng dJ của lớp này được truyền sang lớp kia.

Động năng dJ phải tương đương với xung lượng $F' dt$ của lực F' gây nên ứng suất cắt của dòng rối τ_K

Sử dụng giá trị trung bình theo thời gian, ta có

$$F' = \frac{1}{t} \int_0^t \rho dx dz c_n c_p dt = -T' = -\tau_K dx dz$$

Như vậy

$$\tau_K = -\frac{\rho}{t} \int_0^t c_n c_p dt = -\rho [c_n c_p]_t$$

ở đây dấu trừ có nghĩa là ứng suất cắt τ_K tác động ngược lại chiều chuyển động.

Bây giờ chúng ta đánh giá các thành phần tốc độ c_n và c_p . Như đã nói, tốc độ c_t luôn thay đổi cả độ lớn lẫn hướng. Trong một khoảng thời gian đủ dài nào đó giá trị trung bình của hai thành phần c_n , c_p có thể bằng không, song giá trị trung bình tích

$$[c_n c_p]_t \text{ của chúng có thể khác không.}$$

Trên hình 5.10b, đường cong R ký hiệu profile tốc độ và giá trị y_0 gọi là quãng đường hỗn hợp, tức là quãng đường xác suất của chuyển động thứ cấp của phần tử chất lưu ở cách vách một khoảng y .

Thành phần c_p có thể diễn tả bằng biểu thức

$$c_p = y_0 \frac{\partial c}{\partial y}$$

Thành phần c_n có thể xác định từ điều kiện liên tục. Một cách gần đúng, có thể coi giá trị của nó bằng c_p .

Ứng suất cắt ảo được diễn tả bằng phương trình (bỏ qua dấu trừ, vì quan niệm bản chất của nó là chống lại chuyển động)

$$\tau_k = \rho y_0^2 \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)^2 = M_f \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)^2 \quad (5.45)$$

trong đó $M_f = \rho y_0^2$ gọi là “giá trị trao đổi” và $f_M = \frac{M_f}{\rho}$ là hệ số ma sát ảo.

Giá trị M_f và f_M không những là hàm số của tính chất vật lý của chất lưu như độ nhớt, chẳng hạn, mà nó còn phụ thuộc vào tốc độ dòng, khoảng cách từ vách ống và cường độ rối.

Kết hợp hai ứng suất: ứng suất ảo τ_K và ứng suất τ_1 , ta được ứng suất cắt toàn bộ trong dòng chảy rối

$$\tau_t = \tau_1 + \tau_K = \mu \frac{\partial c}{\partial y} + M_f \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)^2 \quad (5.46)$$

Từ biểu thức trên, chúng ta thấy rằng, ở sát vách thì thành phần τ_t quyết định hơn, vì sự thay đổi tốc độ $\frac{\partial c}{\partial y}$ ở đó là lớn nhất; còn ở vùng xa vách thì ảnh hưởng của độ rối rõ nét hơn – bởi vì quãng đường hòa trộn y_0 có thể phát triển hơn. Và ảnh hưởng này càng lớn nếu y_0 và ρ càng lớn, hay số $R_s = \frac{c d \rho}{\mu}$ càng lớn.

Từ những kết quả trên, chúng ta có thể xác định được

profile tốc độ dòng chảy rối.

Xác định profile tốc độ dòng chảy rối bằng giải tích là một việc rất phức tạp, hiện nay tồn tại nhiều phương pháp. Ở đây chúng ta giới thiệu hai phương pháp gần đúng được sử dụng nhiều nhất.

a. Quy luật logarit

Giả thiết rằng, quãng đường hòa trộn y_0 tỷ lệ với khoảng cách y , hay $y_0 = \chi y$; χ là hệ số tỷ lệ.

Ứng suất cắt chảy rối τ_K được viết dưới dạng

$$\tau_k = \rho [c_n c_p]_* = \rho c_*^2 \quad (5.47)$$

ở đây c_* là đại lượng phụ trợ có thứ nguyên tốc độ.

So sánh

$$\tau_k = \rho c_*^2 = \rho \chi^2 y^2 \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)^2$$

ta được

$$c_* = \chi y \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)$$

Hay có thể viết

$$dc = \frac{c_*}{\chi} \cdot \frac{dy}{y}$$

Sau khi tích phân

$$c = c_* \left(\frac{1}{\chi} \ln y \right) + K \quad (5.48)$$

Vì lý do cân bằng thứ nguyên vật lý, nên nếu c_* có thứ nguyên tốc độ thì biểu thức trong ngoặc đơn của phương trình (5.48) phải là đại lượng không thứ nguyên. Chúng ta giả thiết hằng số tích phân K có dạng

$$K = \frac{1}{\chi} \ln \frac{c_s}{v} + K'$$

ở đây c_s là đại lượng đặc trưng, ví dụ, là tốc độ trung bình chẳng hạn.

Thay vào (5.48) ta được

$$c = c_* \left(\frac{1}{\chi} \ln \frac{y C_s}{v} + K' \right)$$

hay

$$\frac{c}{c_*} = \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{y C_s}{v} + \chi K' \right)$$

Trong biểu thức trên, ta thấy $\left(\frac{y C_s}{v} \right)$ chính là số Reynold; nên cuối cùng có thể viết

$$\frac{c}{c_*} = \frac{1}{\chi} \ln Re \quad (5.49)$$

Để xác định được tốc độ theo biểu thức trên, khi tính toán phải thử các giá trị χ .

b. Quy luật lũy thừa

Chúng ta giới thiệu thêm một phương pháp xác định hình dạng profile tốc độ bằng hàm số mũ. Phương pháp tiến hành như sau: Giả thiết rằng, thỏa mãn biểu thức

$$c = K \cdot y^n \quad (5.50)$$

ở đây K là hệ số; y là khoảng cách từ vách ống.

Khi $y = 0$, thì $c = 0$ (chất lưu dính vào vách). Tốc độ trong sợi dòng ở tâm ống đạt giá trị cực đại (ở vùng đỉnh parabola) $c_{\max}$

Nếu giả thiết trên cũng thỏa mãn cho khoảng cách lớn nhất $y = r$, thì ta có thể đặt

$$c_{\max} = K \cdot r^n \quad (5.51)$$

So sánh (5.50) và (5.51), ta được

$$\frac{c}{c_{\max}} = \left(\frac{y}{r}\right)^n \quad \text{hay} \quad c_{\max} = \frac{c}{\left(\frac{y}{r}\right)^n}$$

Bởi vì, theo Stanton, $c_s = \frac{c_{\max}}{1,24} = K_1 c_{\max}$, nên có thể viết

$$c_s = K_1 \frac{c}{\left(\frac{y}{r}\right)^n} = K_1 c y^{-n} r^n \quad (5.52)$$

Những biểu thức trên mô tả hình dáng profile tốc độ trong dòng chảy rối, trong đó giá trị số mũ n đóng vai trò rất quan trọng. Mặt khác, hình dạng của profile tốc độ còn do tính chất vật lý trong cơ cấu của dòng quyết định. Ảnh hưởng rõ nét nhất ở đây là tổn thất ma sát.

Chúng ta sử dụng biểu thức thực nghiệm xác định tổn thất ma sát trong dòng chảy rối theo Blasius

$$\Delta h_z = \frac{\Delta p}{\gamma} = \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{c_s^2}{2g} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} \cdot \frac{1}{2r} \cdot \frac{c_s^2}{2g}$$

Độ chênh lệch áp suất ở hai đầu phân tổ chất lưu có dạng hình trụ chiều dài l trong ống có đường kính trong $\Phi d = 2r$, phải cân bằng với lực ma sát tác động vào vỏ hình trụ. Như vậy

$$|\pi r^2 \Delta p| = |2 \pi r l \tau_w|$$

ở đây τ_w là ứng suất cắt ở vách

Từ đó suy ra

$$\frac{\Delta p}{l} = \frac{2 \tau_w}{r}$$

Rút ra giá trị $\frac{\Delta p}{l}$ từ biểu thức Blasius và so sánh với biểu thức trên ta được

$$\frac{2 \tau_w}{r} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} \cdot \frac{1}{2r} \cdot \frac{c_s^2}{2} \cdot \rho$$

$$\text{Như vậy} \quad \tau_w = \frac{0,316}{8} \rho Re^{-1/4} c_s^2 = K_2 \rho Re^{-1/4} C_s$$

Thay

$$Re = \frac{c_s d}{\nu} = \frac{2 c_s r}{\nu}$$

$$\text{ta được} \quad \tau_w = K_3 \rho \nu^{1/4} r^{-1/4} c_s^{7/4}$$

Và thay giá trị c_s từ biểu thức (5.52), sau khi đơn giản ta có

$$\tau_w = K_3 \rho \nu^{1/4} r^{1/4} y^{-(n-1)/4} c_s^{7/4} \quad (5.53)$$

Thực tế cho thấy rằng ở vách ống cả hình dạng profile tốc độ lẫn ứng suất cắt τ_w đều không phụ thuộc vào bán kính ống r .

Như vậy để triệt tiêu ảnh hưởng của bán kính r trong biểu thức (5.53) thì số mũ của nó phải bằng không ($r^0 = 1$). Do đó

$$\frac{1}{4}(7n - 1) = 0$$

Ta có
$$n = \frac{1}{7}$$

Thay giá trị n vào biểu thức xác định tốc độ c

$$c = c_{\max} \left(\frac{y}{r} \right)^{1/7}$$

hay

$$c^7 = c_{\max}^7 \frac{y}{r} \quad (5.54)$$

Biểu thức (5.54) gọi là định luật lũy thừa $1/7$.

Chúng ta có thể kiểm chứng độ chính xác của phương pháp trên bằng thực nghiệm (hình 5.9).

Nếu sử dụng các biểu thức khác để tính tổn thất ma sát thì chúng ta sẽ có các số mũ khác nhau; Ví dụ, với số Reynold cao hơn $Re \geq 4 \cdot 10^5$, $n = 1/8$, $Re = 4 \cdot 10^6$, $n = 1/10$

5.2.2. Sự hình thành profile tốc độ dòng chảy rối trong ống

So với dòng chảy tầng thì dòng chảy rối khi vào ống hình thành profile tốc độ sớm hơn nhiều, bởi vì sự truyền ứng suất cắt (ứng suất tiếp tuyến) từ lớp này sang lớp khác của nó mãnh liệt hơn.

Nếu như dòng chảy tầng phải đạt được một khoảng cách tối thiểu nhất định, ví dụ, theo Boussinesq, $x_0 \geq 0,065 Re \cdot d$ ($Re = 2000$, $x_0 \geq 0,065 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot d = 130 \cdot d$), profile tốc độ mới phát triển hoàn toàn, thì ở dòng chảy rối theo kết quả thực nghiệm của Nikuradse và Kirsten, giá trị x nhỏ hơn; theo hình 5.11, $x = (2,5 + 20) \cdot d$. Độ giảm áp suất tương ứng theo thực nghiệm vào khoảng $0,09 \frac{c_s^2}{2} \rho$; tức là tổn thất áp lực (cột áp) chiếm khoảng 9% động năng của dòng. Còn ở dòng chảy tầng thì khoảng 300%.

Như vậy, tổng năng lượng tiêu thụ thực tế để dòng phát triển hoàn toàn, tức là để tạo được profile tốc độ ban đầu $c_p = c_s$; gồm: động năng $\rho \frac{c_s^2}{2}$, năng lượng tương đương tổn hao áp suất do trở lực $\zeta \rho \frac{c_s^2}{2}$ và tổn thất đầu vào (nếu như đầu vào ống có

thích hợp có trở lực thấp, ống có độ nhẵn cao, thì ngay cả khi Re cao, ví dụ, có thể đến $Re = 80.000$ hoặc cao hơn, dòng chảy vẫn là chảy tầng.

Chúng ta đều biết rằng, tổn thất năng lượng phụ thuộc rất nhiều vào loại dòng chảy và nó được thể hiện qua độ lớn của vận tốc. Đối với dòng chảy tầng quan hệ đó là tuyến tính, còn ở dòng chảy rối thì gần như là bậc hai.

Dòng chảy tầng

$$h_z = 32 \frac{v}{g d^2} l c \quad (5.58)$$

Dòng chảy rối

$$h_z = \zeta \frac{c^2}{2g} \quad (5.59)$$

Hai biểu thức trên có thể thay bằng biểu thức tổng quát

$$h_z = \lambda \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g} \quad (5.60)$$

ở đây λ là hàm số của Re, $\lambda = f(Re)$.

Đối với dòng chảy tầng $\lambda = 64/Re$; còn đối với dòng chảy rối thì λ có thể tính theo Blasius, chẳng hạn $\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}$. Hàm số $\lambda = f(Re)$ được diễn tả trên hình 5.12 trong tọa độ logarit cho cả hai chế độ dòng chảy (chảy tầng L, và chảy rối T). Vùng P là vùng

quá độ.

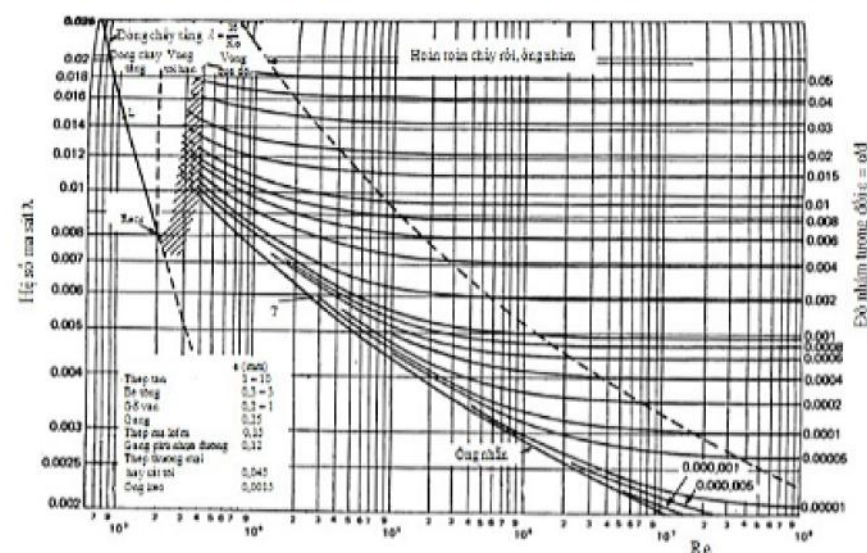
Nếu điều kiện dòng chảy ở Re tới hạn, thì đôi khi xảy ra giảm lưu lượng. Tốc độ tăng một cách ngẫu nhiên khiến cho dòng chuyển từ chảy tầng sang chảy rối, làm cho trở lực tăng và tốc độ lại giảm. Kết quả là tổn thất trở lực giảm, tốc độ lại tăng. Cứ như thế quá trình lặp đi lặp lại như những dao động chu kỳ. Nguyên nhân giảm lưu lượng dòng không những do thay đổi chiều cao đáy hay đóng mở van trên đường ống, mà còn do thay đổi độ nhớt gây nên bởi thay đổi nhiệt độ của dòng chất lưu; ví dụ, được gia nhiệt hay làm mát.

Đồ thị hình 5.12 còn diễn tả ảnh hưởng độ nhẵn bề mặt ống. Ảnh hưởng này được thể hiện bởi các đường gần song song D. Độ nhẵn tương đối của bề mặt được xác định bằng tỷ số $\varepsilon = e/d$; e là độ nhấp nhô của bề mặt.

Từ đồ thị hình 5.12 chúng ta thấy rằng, đối với dòng chảy tầng, ảnh hưởng của độ nhấp nhô bề mặt gần như không xuất hiện; còn ở vùng chảy rối, thì ảnh hưởng của nó thể hiện rõ nét: số Re càng cao ảnh hưởng của độ nhấp nhô càng sớm (khi Re cao, thì ngay ở giá trị $\varepsilon = 1/1000$, đã xuất hiện ảnh hưởng của độ nhấp nhô).

Ở những bề mặt xù xì (ε cao), thì ảnh hưởng của Re đến ma sát sớm bị triệt tiêu, và hệ số tổn thất thủy lực λ chỉ còn phụ

thuộc vào kích thước tương đối và hình dáng đầu vào của ống.



Hình 5.12. Đồ thị Nicuradse $\lambda = f(Re, \epsilon)$

Luận giải những hiện tượng trên, cũng giống như khảo sát dòng chảy ở phần đầu vào ống, phụ thuộc vào tính chất của lớp biên.

Tính chất của lớp biên hình thành do ảnh hưởng trực tiếp của vách bao quanh khác xa tính chất của dòng ngoại vi (ngoài lớp biên). Đối với ống tròn, ở phần đầu ống, lớp biên có dạng hình trụ rỗng, độ dày của nó tăng dần theo khoảng cách từ mép vào đầu ống. Độ dày lớp biên cứ tăng cho đến khi điền đầy tiết

diện ống. Ngay trong lớp biên, dòng có thể chảy tầng hoặc chảy rối. Một số trường hợp có thể xảy ra quay dòng, tức là chuyển thành chuyển động xoáy. Đôi khi có thể xảy ra đứt lớp biên do xoáy mãnh liệt làm cho tổn thất trở lực tăng đáng kể (ví dụ, trong ống tăng áp).

Nghiên cứu lớp biên là một vấn đề phức tạp, chúng ta sẽ đề cập ở Chương 11 - Lớp biên.

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [3], [5], [11], [16], [27].

Chương 6

ỨNG DỤNG CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN CHO CHẤT LỎNG

6.1. DÒNG CHẢY ỔN ĐỊNH CỦA CHẤT LỎNG LÝ TƯỜNG

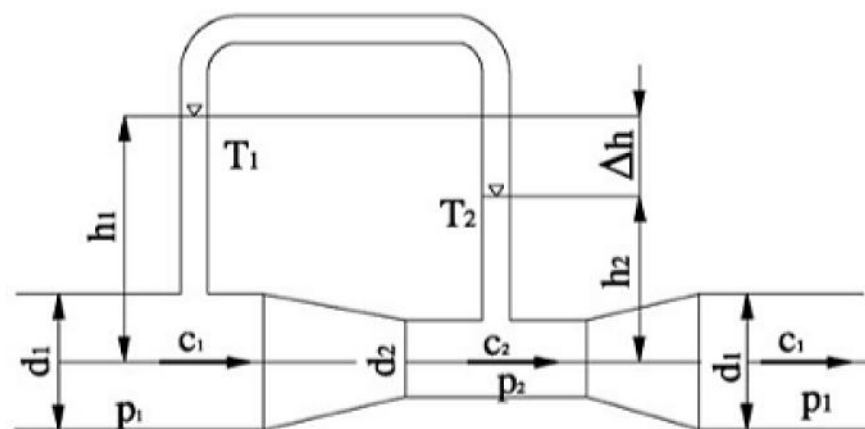
Từ hai phương trình cơ bản: phương trình liên tục và phương trình Bernoulli, chúng ta có thể giải các bài toán động học về dòng chảy ổn định của chất lỏng lý tưởng qua ống hoặc kênh. Sau đây chúng ta nêu một số ứng dụng cụ thể.

6.1.1. Ống Venturi

Ống Venturi dùng để đo lưu lượng chất lỏng chảy qua ống tròn có đường kính d .

Để đảm bảo tính liên tục của dòng, tốc độ qua phần hẹp dần có đường kính d_2 tăng từ c_1 đến c_2 .

Sự tăng động năng tương ứng của dòng do giảm áp lực $\Delta p = \gamma \Delta h$, được xác định bằng hai ống piezometric T_1 và T_2



Hình 6.1. Ống Venturi

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} \quad (6.1)$$

Nếu chênh lệch chiều cao áp suất được thay bằng chênh lệch cột áp h_1 và h_2 , thì phương trình có dạng

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = h_1 - h_2 = \Delta h \quad (6.2)$$

Thay từ phương trình liên tục $c_2 = c_1 \frac{A_1}{A_2} = c_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2$, ta có

$$\frac{c_1^2}{2g} \left[\left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 - 1 \right] = \Delta h \quad (6.3)$$

Từ đó, xác định được tốc độ dòng chất lưu

$$c_1 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1}} \quad (6.4)$$

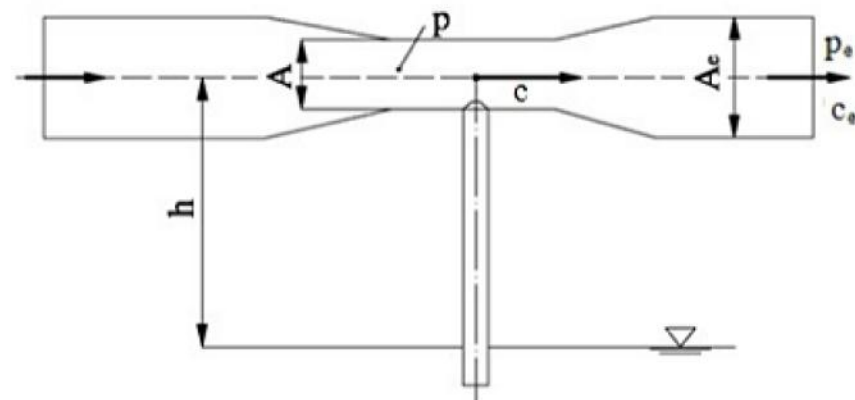
Lưu lượng thể tích chất lỏng đo được bằng ống Venturi

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} c_1 \quad (6.5)$$

6.1.2. Sự xuất hiện áp suất âm (chân không)

Những kết quả tính toán vừa qua không phụ thuộc vào độ lớn tuyệt đối của áp suất trong ống, bởi vì chúng ta chỉ đề cập đến hiệu số của chúng.

Tuy nhiên, nếu cách đặt ống như ở hình 6.2, thì tại vị trí thắt, sẽ tạo chân không do hiệu ứng tăng tốc của dòng. Do vậy tốt hơn là nên tính với áp suất tuyệt đối, tức là với áp suất p_{ab} trong tiết diện thoát A_e và áp suất p trong cổ thắt A. Nếu chúng ta ký hiệu tốc độ tương ứng là c_e và c , phương trình Bernoulli sẽ có dạng



Hình 6.2. Xuất hiện áp suất âm

$$\frac{p_e}{\gamma} + \frac{c_e^2}{2g} = \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} \quad (6.6)$$

Sử dụng phương trình liên tục, $c = c_e \frac{A_e}{A}$, ta có

$$p = p_e - \left[\left(\frac{A_e}{A} \right)^2 - 1 \right] \frac{c_e^2}{2g} \gamma \quad (6.7)$$

Chênh lệch chiều cao áp lực

$$h = \frac{p_e - p}{\gamma} = \left(\frac{A_e^2}{A^2} - 1 \right) \frac{c_e^2}{2g} = \left[\left(\frac{A_e}{A} \right)^2 - 1 \right] \frac{c_e^2}{2g} \quad (6.8)$$

Giá trị h cũng chính là chiều sâu lý thuyết mà thiết bị có thể hút được nhờ khả năng tạo chân không trong buồng thắt do hiệu ứng tăng tốc của dòng. Phương pháp tạo chân không theo

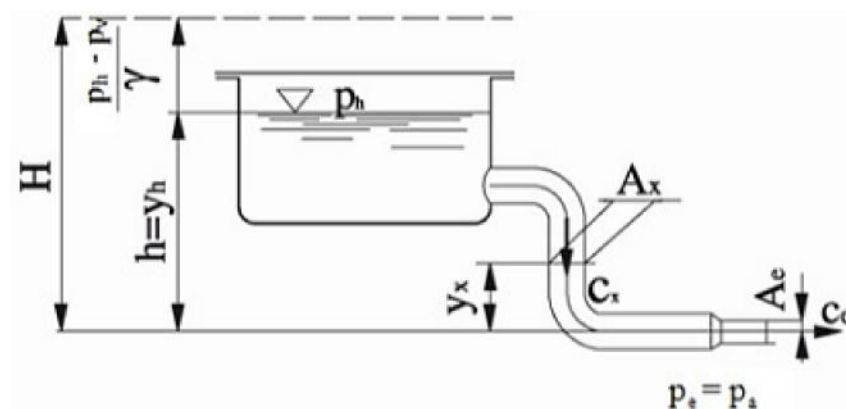
nguyên lý trên được sử dụng để chế tạo các loại máy hút đẩy và bơm dòng (ejector, injector,...).

6.1.3. Xác định thông số dòng

Như đã đề cập từ các phần trước, khi muốn sử dụng phương trình Bernoulli để xác định áp suất và tốc độ ở một tiết diện bất kỳ nào đó, điều đầu tiên là phải xác định mặt cơ bản (mặt nền) (tại đó các thông số dòng đã được xác định).

Một cách tổng quát ta khảo sát dòng chảy của chất lỏng từ một bể kín qua ống có tiết diện thay đổi. Trên mặt thoáng rộng ở chiều cao $y_h = h$ cách ống thoát, chất lỏng có tốc độ $c_h = 0$ và áp suất môi trường không khí là $p_e = p_a$

Ta lấy mặt cơ bản đi qua tâm trục ống thoát. Trong tiết diện A_e có tốc độ c_e và áp suất khí quyển p_a , như vậy phương trình Bernoulli có dạng



Hình 6.3. Xác định thông số dòng

$$h + \frac{p_h}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} + \frac{c_e^2}{2g} \quad (6.9)$$

Từ đó xác định được tốc độ thoát

$$c_e = \sqrt{2g \left(h + \frac{p_h - p_a}{\gamma} \right)} = \sqrt{2gH} \quad (6.10)$$

ở đây $H = h + \frac{\Delta p}{\gamma}$ là tổng chiều cao cột áp và chênh lệch cột áp tĩnh.

Bây giờ ta xác định thông số dòng ở một vị trí bất kỳ trong hệ thống (chẳng hạn tại tiết diện x)

Sử dụng phương trình liên tục để xác định tốc độ dòng

$$Q = A_e \cdot c_e = A_x \cdot c_x$$

Tốc độ dòng ở tiết diện x

$$c_x = \frac{Q}{A_x} = c_e \frac{A_e}{A_x} \quad (6.11)$$

Thông qua phương trình Bernoulli

$$h + \frac{p_h}{\gamma} = y_x + \frac{p_x}{\gamma} + \frac{c_x^2}{2g} \quad \text{bỏ qua } c_h (c_h = 0) \quad (6.12)$$

ta xác định được áp suất tại tiết diện x

$$p_x = p_h + \left[h - y_x - \frac{c_x^2}{2g} \right] \gamma \quad (6.13)$$

Như vậy, bằng các cách lựa chọn mặt cơ bản khác nhau, ta có thể tìm được các thông số của dòng ở mọi điểm trong hệ thống.

6.2. DÒNG CHẢY RỐI ỔN ĐỊNH

6.2.1. Dòng chảy từ bình

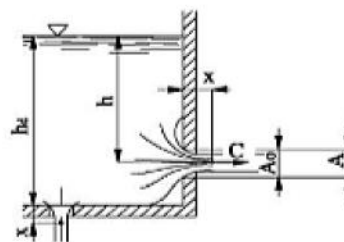
6.2.1.1. Dòng chất lỏng chảy qua lỗ và ống thoát

Khi nghiên cứu dòng chất lưu thực, phải đề cập đến một số ảnh hưởng do tính chất của chất lưu và kết cấu của đường dòng. Ở đây chúng ta xem xét một số nhân tố ảnh hưởng cơ bản:

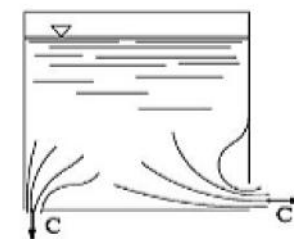
a. Hệ số thất dòng

Thông thường dòng chất lỏng không lấp đầy toàn bộ miệng lỗ, bởi vì dòng không thể đáp ứng sự thay đổi đột ngột của tiết diện; Sự thất dòng ở miệng lỗ có tiết diện A có thể diễn tả thông qua hệ số thất dòng

$$\alpha = \frac{A_0}{A} \quad (6.14)$$



Hình 6.4 Ảnh hưởng hình dáng cạnh vào



Hình 6.5 Lỗ sát vách

ở đây A_0 là tiết diện thực tế;

A tiết diện lý thuyết theo kết cấu.

Hệ số này phụ thuộc vào độ nhớt và chủ yếu vào hình dáng của cạnh vào của (hình 6.4).

Nếu nước chảy vào lỗ với tốc độ rất nhỏ thì hệ số thất là lớn nhất hay còn gọi độ thất là hoàn hảo.

Còn nếu xảy ra thất trên toàn bộ chu vi của lỗ thì gọi là thất

hoàn toàn. Nếu lỗ sát vách bình (hình 6.5), sẽ xuất hiện thất không hoàn toàn, lưu lượng thoát lớn hơn một chút.

Mức độ thất dòng sẽ nhỏ hơn, trong những trường hợp sau: như diễn tả trên hình 6.6a, hoặc vách cong (hình 6.6b), và những trường hợp áp suất chất lỏng trước lỗ không đáng kể.

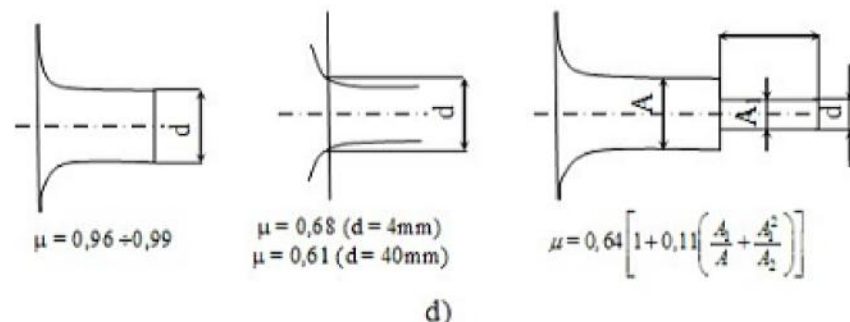
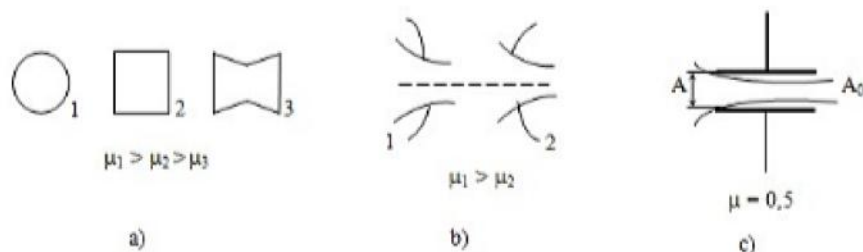
Một cách tổng quát có thể nói rằng, hệ số α phụ thuộc vào khả năng tạo đường dòng vào. Như vậy trường hợp không thuận lợi nhất xuất hiện ở ống gọi là ống kiểu Bord (hình 6.6c).

b. Hệ số tốc độ

Trong thực tế, do phân kỳ năng lượng, nên tốc độ dòng chất lỏng chảy ra khỏi lỗ thoát luôn nhỏ hơn giá trị lý thuyết. Thông thường, nó được xác định từ phương trình Toricelli

$$c = \varphi c_t = \varphi \sqrt{2gh} \quad (6.15)$$

$$\varphi = \frac{c}{c_t} \quad (6.16)$$



Hình 6.6. Ảnh hưởng của hình dáng lỗ thoát

ở đây φ là hệ số tốc độ, Theo Weisbach, $\varphi = 0,96 \div 0,995$

Giá trị này phụ thuộc vào chiều cao cột áp h , nếu chiều cao thay đổi trong một giới hạn đáng kể (chẳng hạn từ vài cm đến hàng chục mét).

Tuy nhiên, ở những lỗ lớn hơn, giá trị này có thể lớn hơn 1 (và đến 1,04 theo Bazin), vì ở tâm dòng áp suất trong chất lỏng có thể giảm xuống thấp hơn áp suất môi trường.

Ngoài ra, trong những trường hợp đặc biệt cũng cần xem xét một thực tế là, tốc độ toàn phần (lý thuyết) luôn luôn xảy ra ở một khoảng cách nhất định sau lỗ, và như vậy khi chảy qua lỗ ở đáy bình, giá trị chiều cao h trong công thức (6.15), lớn hơn một chút so với độ sâu thực tế của lỗ dưới mặt thoáng (hình 6.4).

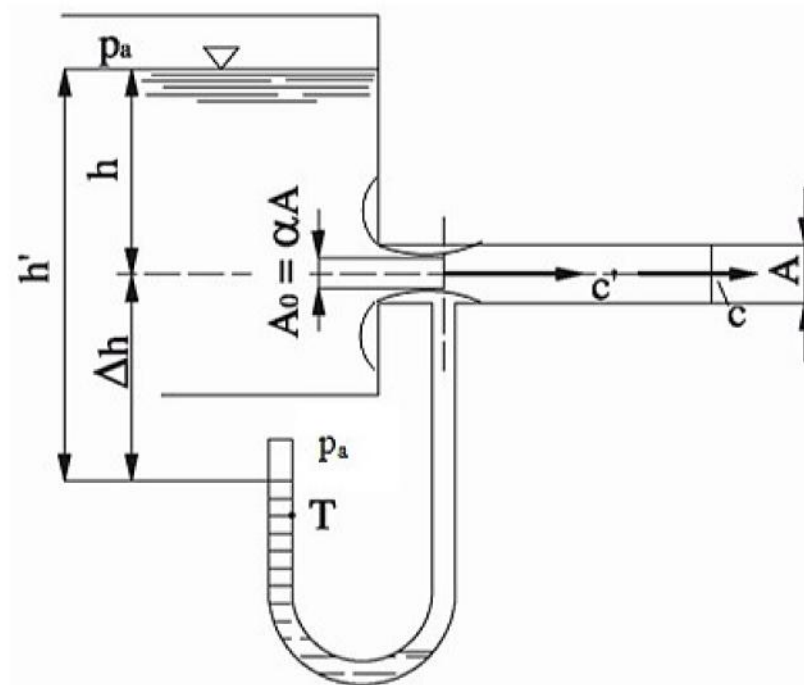
Thông thường gộp cả hai hệ số α và φ vào chung một hệ số gọi là *hệ số thoát* μ (hay còn gọi là *hệ số lưu lượng*). Như vậy lưu lượng thể tích thực tế chảy qua lỗ tiết diện A sau một đơn vị thời gian là:

$$Q = A_0 \cdot c = \alpha A \varphi c_1 = \alpha A \varphi \sqrt{2gh} = \mu A \sqrt{2gh} \quad (6.17)$$

Giá trị cụ thể của μ được xác định trên hình 6.6d.

Nếu sử dụng ống (ống phun) theo thiết kế mẫu với giá trị μ xác định chính xác theo thực nghiệm, thì lưu lượng xác định theo công thức (6.17) cho những kết quả khả quan hơn.

Khi chất lỏng chảy qua một ống trụ ngắn, diễn biến của dòng sẽ phức tạp hơn. Tiết diện dòng đầu tiên bị hẹp lại, rồi sau đó được lấp đầy chất lỏng trong toàn bộ lỗ ống (hình 6.7).



Hình 6.7. Xả qua ống trụ ngắn

Giá trị hệ số tốc độ trong trường hợp này ta ký hiệu là φ' , và lẽ dĩ nhiên nó nhỏ hơn những trường hợp trước. Ta xác định được tốc độ

$$c = \varphi' \sqrt{2gh}$$

$$\text{và lưu lượng thoát } Q = \varphi' A \sqrt{2gh}$$

$$\text{Tốc độ } c' \text{ trong chỗ hẹp nhất của dòng có tiết diện } A_0 = \alpha A$$

được tính từ phương trình liên tục

$$c' = \frac{1}{\alpha} c = \frac{\varphi'}{\alpha} \sqrt{2gh}$$

Để tạo được tốc độ c' cần phải mất một giáng áp, tương đương cột áp

$$h' = \frac{c'^2}{2g} = \frac{\varphi'^2}{\alpha^2} h$$

Và như vậy nó lớn hơn cột áp h của lỗ dưới mặt thoáng.

Theo thực nghiệm, những trường hợp trên có thể sử dụng các giá trị

$$\alpha = 0,63; \varphi' = 0,82$$

Và ta có được $h' = 1,68h$

Như vậy, ở chỗ hẹp nhất của dòng xảy ra áp suất âm, giá trị này được thể hiện bằng sự giảm mặt thoáng trong ống nổi.

Ở những cột áp h tương đối cao, áp suất tuyệt đối có thể là

$$p' = p_a - \gamma(h' - h)$$

Ở những trường hợp đặc biệt, giá trị này có thể giảm xuống bằng áp suất hơi bão hòa.

Khi đó có thể xảy ra hóa hơi chất lỏng. Lưu lượng chảy

giảm rất đáng kể, vì chất lỏng không lấp đầy được lỗ thoát (gọi là hiện tượng Bord).

Sau đây, chúng ta đề cập một số trường hợp ứng dụng trong thực tiễn.

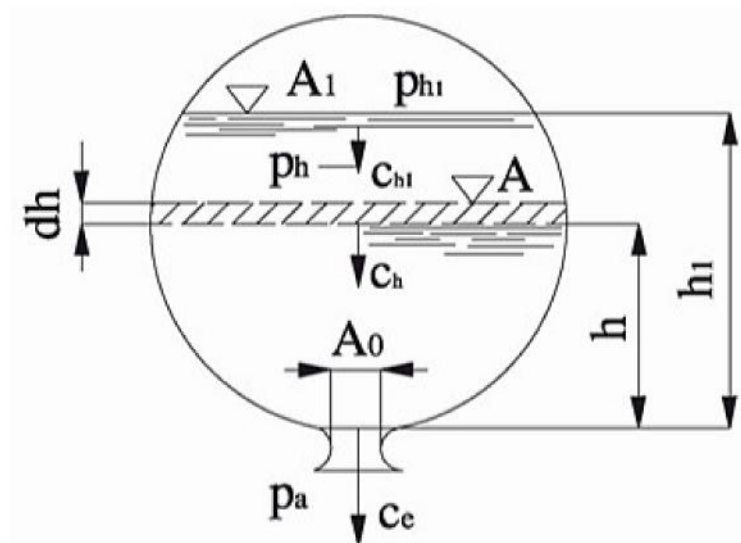
6.2.1.2. Tháo bể (Tháo chất lỏng trong bình)

Phần này, chúng ta sử dụng hai phương trình cơ bản – phương trình liên tục và phương trình Bernoulli để khảo sát một số trường hợp cụ thể

a. Bình kín

Chưa xét đến yếu tố thời gian

Ta xét một trường hợp tổng quát (hình 6.8), áp suất trên mặt thoáng của bình là p_h ; Chưa xét đến sự thay đổi chiều cao mặt thoáng theo thời gian và bỏ qua tốc độ dịch chuyển mặt thoáng ($c_h = 0$).



Hình 6.8. Tháo chất lỏng trong bình

Mặt thoáng có tiết diện ban đầu A_1 ; tiết diện ở thời điểm đang khảo sát ta ký hiệu là A , chiều cao h và lớp phân tử dh ; tiết diện ống thoát A_0 , áp suất môi trường bên ngoài p_a .

Ta chọn mặt cơ bản đi qua tiết diện A_0 , phương trình Bernoulli có dạng

$$h + \frac{p_h}{\gamma} + \frac{c_h^2}{2g} = 0 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{c_e^2}{2g}$$

Ta đặt

$$H = \frac{c_e^2 - c_h^2}{2g} = \frac{\Delta c^2}{2g} = h + \frac{p_h - p_a}{\gamma} \quad (6.18)$$

là tổng chiều cao cột áp, trong đó đã bao gồm cả độ cao chênh lệch áp suất:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{p_h - p_a}{\gamma}$$

Sử dụng phương trình liên tục, với giả thiết $\varphi = 1$

$$A \cdot c_h = A_0 c_e$$

ta có được

$$\frac{c_e^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{A_0}{A} \right)^2 \right] = h + \frac{\Delta p}{\gamma} = H \quad (6.19a)$$

Như vậy, tốc độ thoát lý thuyết là

$$c_e = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \left(\frac{A_0}{A} \right)^2}} = \sqrt{2gH} = \sqrt{2g \left(h + \frac{\Delta p}{\gamma} \right)} \quad (6.19b)$$

Biểu thức đơn giản này thoả mãn cho những trường hợp tỷ lệ A_0/A nhỏ, và tốc độ giảm mặt thoáng rất chậm. Nếu A lớn hơn 10 lần A_0 thì sai số tính toán nhỏ hơn 0,5%.

Giá trị của hệ số tốc độ φ được xét đến trong những trường hợp cụ thể; và kết quả tính toán sẽ chính xác hơn.

Xét đến sự thay đổi của thời gian

Để theo dõi toàn bộ quá trình xả bình, chúng ta xem xét sự thay đổi chiều cao và áp suất của mặt thoáng theo thời gian.

Tất cả những giá trị liên quan đến trạng thái ban đầu, chúng ta ký hiệu bằng chỉ số “1”; còn giá trị ở một thời điểm bất kỳ, tức là sau một quãng thời gian t thì không có chỉ số.

Như vậy sau quãng thời gian t , chiều cao ban đầu h_1 của mặt thoáng giảm xuống còn h ; áp suất thay đổi từ p_{h1} xuống p_h và tốc độ xả tức thời thực tế là

$$c_e = \varphi \sqrt{2g \left(h + \frac{p_h - p_a}{\gamma} \right)} \quad (6.20)$$

Lưu lượng thể tích chảy qua lỗ A_o sau thời gian dt

$$dQ_o = \alpha A_o c_e dt = \mu A_o \sqrt{2g \left(h + \frac{p_h - p_a}{\gamma} \right)} dt \quad (6.21)$$

Lưu lượng trong bình cũng giảm đi một lượng tương ứng do giảm chiều cao mặt thoáng một lượng dh

$$dQ_h = -Adh \quad (6.22)$$

So sánh hai biểu thức có cùng giá trị $dQ_o = dQ_h$, ta xác định được sự thay đổi thời gian dt

$$dt = - \frac{Adh}{\mu A_o \sqrt{2g \left(h + \frac{p_h - p_a}{\gamma} \right)}} \quad (6.23)$$

Để có thể tích phân được biểu thức trên, chúng ta cần phải biết mối quan hệ phụ thuộc của các đại lượng A , h và p_h .

Giả thiết không gian trên mặt thoáng của bình là chất khí giãn nở đẳng nhiệt (theo định luật Boyle – Mariotte), ta có thể viết được phương trình

$$p_h V = p_{h1} V_1$$

trong đó, V_1 là thể tích ban đầu của chất khí ở chiều cao h_1 .

Sau một thời gian t thể tích tăng một lượng

$$V = V_1 + \int_h^{h_1} Adh \quad (6.24)$$

Từ đó ta xác định được áp suất trên mặt thoáng:

$$p_h = \frac{p_{h1} V_1}{V_1 + \int_h^{h_1} Adh} \quad (6.25)$$

Thay giá trị p_h vào công thức (6.23), chúng ta có thể tích phân được.

b. Bình hở

cao h_k , xác định bằng phương trình

$$Q_p = Q_e = \mu A_o \sqrt{2gh_k} \quad (6.29)$$

Thời gian cần thiết để đạt được trạng thái này về mặt lý thuyết là vô cùng dài, theo tính toán sau đây (từ $h \rightarrow h_k$):

Ở một thời điểm t nào đấy, sự khác nhau (chênh lệch) lưu lượng phân tố giữa lượng cấp vào và xả ra sau thời gian dt làm tăng mặt thoáng một lượng dh , được tính theo phương trình

$$\Delta Q = dQ_p - dQ_e = Q_p dt - \mu A_o \sqrt{2gh} dt = Adh \quad (6.30)$$

Như vậy

$$dt = \frac{Adh}{Q_p - \mu A_o \sqrt{2gh}} \quad (6.31)$$

Nếu tích phân cấp vào Q_p tính theo biểu thức (6.29) thông qua chiều cao h_k , thì với bình là lỗng khối ($A = \text{const}$), chúng ta sẽ có giá trị t theo tích phân.

$$t = \frac{A}{\mu A_o \sqrt{2g}} \int_{h_1}^h \frac{dh}{\sqrt{h_k} - \sqrt{h}} \quad (6.32)$$

ở đây giới hạn dưới h_1 , ký hiệu chiều cao ban đầu ($t = 0$).

Sau khi tích phân và biến đổi, ta xác định được thời gian cần thiết để giữ ổn định mức mặt thoáng trong bình h_k

$$t = \frac{2A}{\mu A_o \sqrt{2g}} \left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h} + \sqrt{h_k} \ln \frac{\sqrt{h_1} - \sqrt{h_k}}{\sqrt{h} - \sqrt{h_k}} \right) \quad (6.33)$$

Từ đó, hiển nhiên thấy rằng, khi $h \rightarrow h_k$, giá trị phân số trong biểu thức (6.33) tăng, giá trị logarit của nó cũng tăng, và $t \rightarrow \infty$; Tức là mặt thoáng của bình tiệm cận với trạng thái ổn định của nó.

6.2.1.3. Dòng chảy qua lỗ dưới mặt thoáng

Phần này chúng ta đưa ra một số trường hợp cụ thể thường được sử dụng trong thực tế.

a. Trong một bình kín mặt thoáng A là áp suất p_1

Chất lỏng chảy qua lỗ nhỏ A_o sang một bình khác 2, cùng chất lỏng, trên mặt thoáng có áp suất khí quyển p_a . Cạnh lỗ thoát bên ngoài trong không gian 2 có áp suất $p_{A_o} = p_2 + \gamma h_2$; Như vậy ở miệng lỗ, chênh lệch áp suất là

$$\Delta p = p_1 + \gamma h_1 - p_{A_o} = p_1 - p_2 + \gamma(h_1 - h_2) \quad (6.34)$$

Với tỷ lệ A_o/A nhỏ tốc độ thoát lý thuyết sẽ là

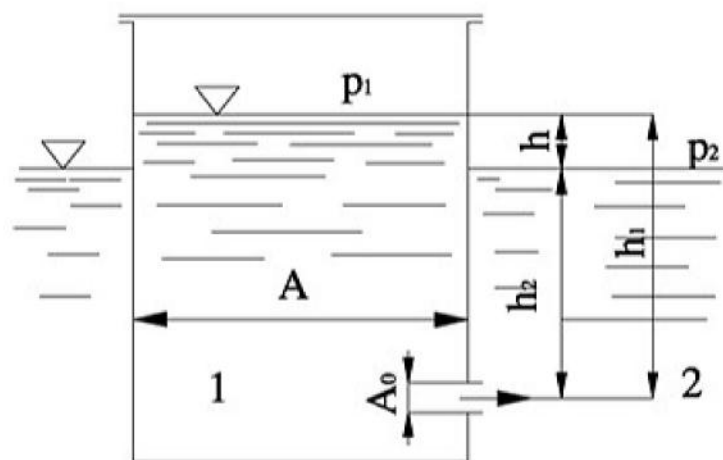
$$c_t = \sqrt{2g \frac{\Delta p}{\gamma}} = \sqrt{2g \left(h_1 - h_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)} = \sqrt{2gH} \quad (6.35)$$

ở đây
$$H = (h_1 - h_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

Nếu áp suất tác động lên cả hai mặt thoáng là như nhau ($p_1 = p_2$) thì chiều cao toàn bộ h chuyển thành chênh lệch chiều cao mặt thoáng $h = h_1 - h_2$, và như vậy

$$c_t = \sqrt{2gh}$$

Biểu thức trùng với công thức Toricelli (3.13), nhưng h ở đây, trong tất cả các trường hợp tương tự lại ký hiệu là hiệu số chiều cao của hai mặt thoáng.



Hình 6.10. Dòng chảy dưới mặt thoáng

Thể tích chảy qua lỗ A_0 sau một đơn vị thời gian

$$Q = \mu A_0 \sqrt{2gh}$$

Trong đó, hệ số lưu lượng nhỏ hơn so với trường hợp chảy tự do vào không khí một giá trị dao động trong khoảng (1-1,5)%.

Chúng ta cũng có thể đạt được kết quả tương tự, nếu giả thiết rằng, tốc độ chất lỏng chảy qua lỗ bị triệt tiêu sau khi chảy vào bể số 2 có diện tích mặt thoáng rất lớn. Và như vậy, có thể viết phương trình Bernoulli trực tiếp cho trạng thái chất lỏng ở cả hai mặt thoáng. Tuy nhiên, ở đây cần phải đưa thêm vào về phía của phương trình chiều cao tốc độ tương ứng với tổn thất động năng xác định từ cân bằng năng lượng.

Như vậy, về mặt lý thuyết

$$h_1 + \frac{p_1}{\gamma} = h_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_t^2}{2g}$$

Từ đó, suy ra

$$c_t = \sqrt{2g \left(h_1 - h_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)} = \sqrt{2gH} \quad (6.36)$$

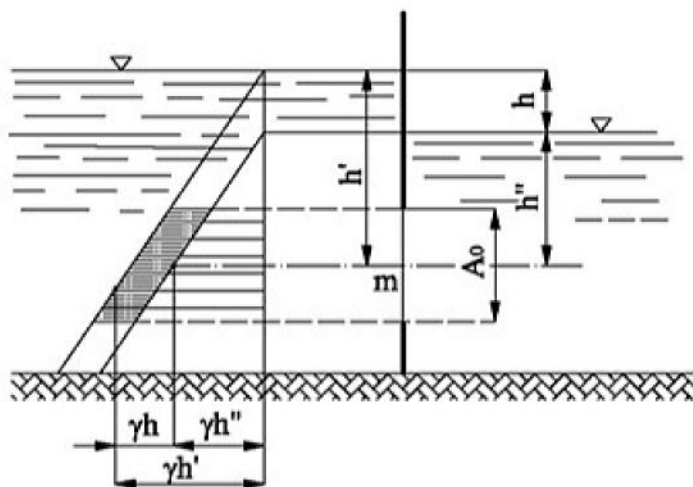
$$H = h_1 - h_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

Nếu như không bỏ qua được tốc độ trên mặt thoáng trong bình 1, thì phải đưa vào điều kiện liên tục của dòng và viết theo

phương trình (6.19) cho tốc độ thoát thực tế

$$c = \varphi \sqrt{\frac{2gH}{1 - \left(\frac{\alpha A_0}{A}\right)^2}} \quad (6.37)$$

b. Tất cả các công thức đã đưa ra, chúng ta có thể sử dụng cho cả các dòng chảy qua lỗ có kích thước lớn nếu như nó hoàn toàn nằm dưới cả hai mặt thoáng (hình 6.11)



Hình 6.11. Xô dưới hai mặt thoáng

Giả thiết rằng, chênh lệch áp suất tĩnh ở một điểm m nào đấy của lỗ A_0 là không đổi, kể cả khi dòng đang lưu thông, thì tốc độ thoát được xác định cũng chỉ bằng hiệu số chiều cao: $h =$

$h' - h''$; tức là tốc độ trong toàn bộ tiết diện lỗ giống nhau.

Điều đó có thể lý giải như sau, năng lượng mà các phần tử chất lưu có được nhờ cột áp h' , phải tiêu thụ một phần để nâng mặt thoáng ở bể thứ hai lên chiều cao h''

Nếu chúng ta có thể bỏ qua tốc độ vào của chất lỏng ở cả hai bình, thì lưu lượng chảy qua lỗ A_0 lại là

$$Q = \mu A_0 \sqrt{2gh}$$

ở đây h là chênh lệch mặt thoáng.

c. San bằng mặt thoáng trong bình thông nhau

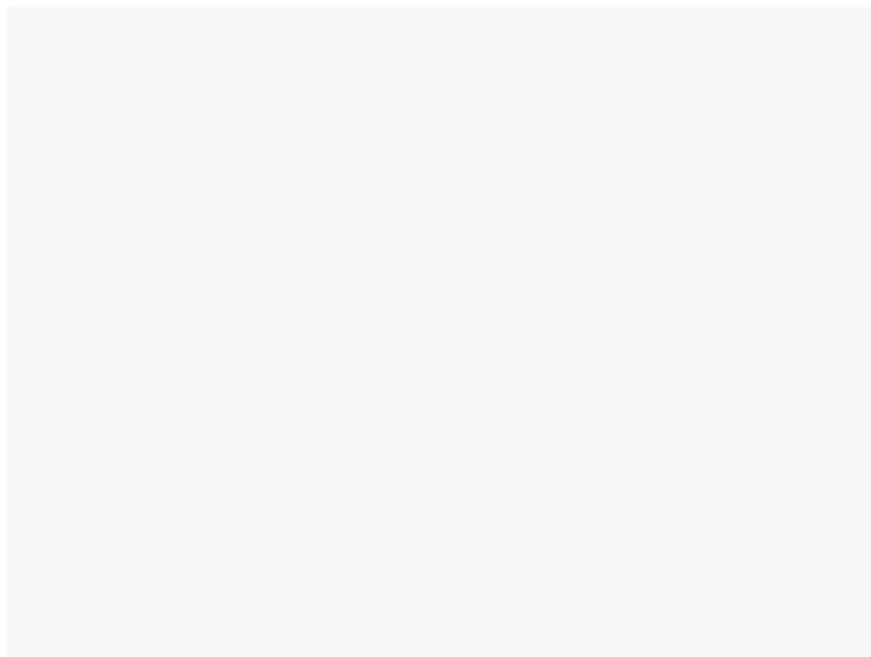
Ở thời điểm bất kỳ, mặt thoáng trong hai bình hồ N1 và N2 (hình 6.12), có chiều cao h_1, h_2 . Từ đẳng thức xác định thể tích lưu lượng sau thời gian dt , ta có thể viết

$$dQ = \mu A_0 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} dt = -A_1 dh_1 = A_2 dh_2 \quad (6.38)$$

Giải phương trình vi phân này trở nên rất đơn giản nếu bình cũng là lặn khối, với diện tích mặt thoáng A_1 và A_2 là hằng số.

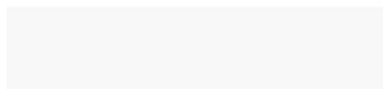
Ta ký hiệu chênh lệch chiều cao của hai mặt thoáng $h = h_1 - h_2$, và nếu coi sự thay đổi theo thời gian như tổng đại số của các thay đổi chiều cao (thành phần) phân tố dh_1 và dh_2 , thì giá trị h cũng có thể xác định từ phương trình (6.38).

Như vậy



Hình 6.12. San bằng mặt thoáng

Sau khi tích phân, ta có



Thời gian toàn bộ t_0 cần để san bằng chênh lệch mặt thoáng ban đầu $h_0 = h_{10} - h_{20}$

Như vậy, với $A_0 = A_2 = A$, sau biến đổi chúng ta có

Nếu tiết diện ống nối A_0 mà lớn thì không thể bỏ qua tốc độ dịch chuyển của cột chất lỏng trong cả hai bình; Và do ảnh hưởng của lực quán tính khối lượng, trong hai bình xảy ra dao động lắc.

6.2.2. Dòng chảy rối ổn định trong ống

Chúng ta trình bày một số trường hợp quan trọng nhất thường gặp trong kỹ thuật và đời sống của dòng chảy rối qua ống. Ở đây cũng cần lưu ý rằng, những trường hợp này thường gặp ở chất lỏng hơn là chất khí.

6.2.2.1. Ống trọng trường

Hai bể chứa có mặt thoáng cách nhau một khoảng là h . Chất lỏng chảy từ bể trên xuống bể dưới (hình 6.13), qua một đường ống có đường kính d , dài l . Các bể đều lớn và hở nên không cần xét đến áp suất khí quyển và tốc độ dòng chảy trong bể. Để

- Dòng chảy tự do giữa hai bể chứa không sinh công nên $w_{tc} = 0$;

- Hai bể hở và mặt thoáng rất rộng nên bỏ qua tốc độ $c_1 = c_2 = 0$;

- Tốc độ dòng chảy của ống trong tiết diện chảy vào bể là c . Do diện tích bể so với tiết diện ống quá lớn nên động năng dòng ra $c^2/2$ coi như mất hoàn toàn và được gộp vào tổn thất cục bộ;

- Chất lỏng không nén, $\rho = \text{const.}$

- Do bể chứa có mặt thoáng hở nên $p_1 = p_2 = p_a$. Vì vậy,

Hình 6.13. Ống trọng trường nghiêng

- Thành phần w_f đối với chất lỏng trên một ống dài được hiểu theo nghĩa rộng là tổn thất năng lượng và ký hiệu là W_{ls} . Đại lượng W_{ls} bao gồm tổn thất ma sát hay còn gọi là tổn thất đường dài, tương đương với mất mát chiều cao thủy lực h_{zf} và tổn thất cục bộ Σh_{z1} (gồm cả tổn thất tốc độ ra $c^2/2 \cdot g$). Như vậy

- Cuối cùng, là chênh lệch cột áp, $h_2 - h_1 = -h$.

Sử dụng các giả thiết trên, phương trình Bernoulli cho chất lỏng có dạng

hay

Trong đó tổn thất ma sát thường được tính theo biểu thức Weisbach

Tổn thất cục bộ thường được tính theo biểu thức

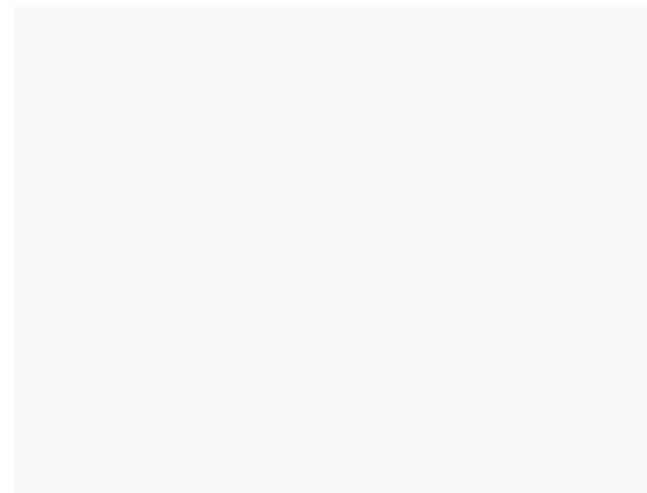
trong đó ζ_i hệ số tổn thất, $h_{\text{tổn}}$ tổn thất tốc độ ra

Phương trình Bernoulli được viết dưới dạng đơn giản

Biểu thức trên diễn tả một thực tế là chênh áp (chênh lệch cột áp) cần thiết để tạo được tốc độ dòng c , thắng trở lực ma sát h_{zf} và vượt qua trở lực cục bộ h_{zt} .

Đối với ống dài, trở lực ma sát chiếm ưu thế hơn hai thành phần còn lại. Vì thực tế, tốc độ rất thấp, còn trở lực cục bộ thì chủ yếu ở hai van V_1 và V_2 khi đóng; do đó, khi tính toán ống trọng trường, có thể sử dụng biểu thức đơn giản sau

hay



Hình 6.14. Ống có độ nghiêng không đổi

Trường hợp đặc biệt của dòng chảy do ảnh hưởng của trọng trường là ống có độ nghiêng không đổi (hình 6.14). Trong trạng thái ổn định, hiệu số chiều cao thế năng h bằng chiều cao tổn thất ma sát h_z . Như vậy đối với mỗi đoạn ống sẽ thỏa mãn

Từ đó, xác định được tổn thất tương đối trên mỗi đơn vị dài của đường ống

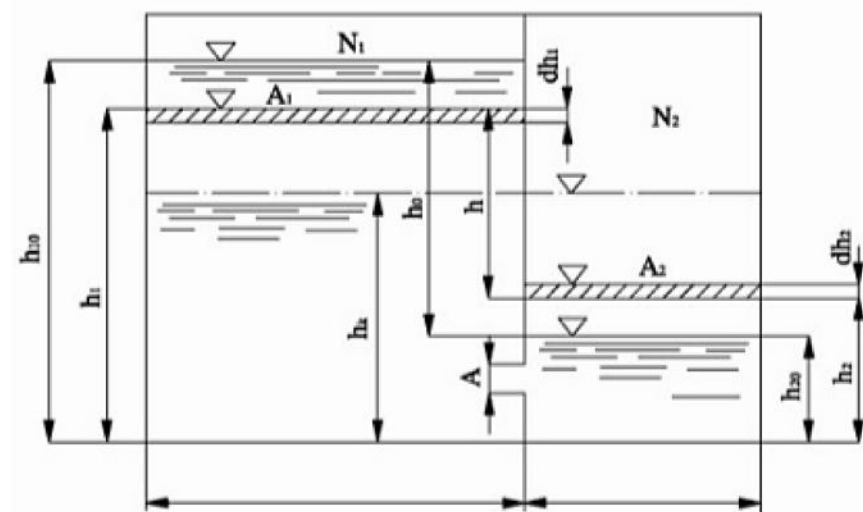
– h_2 , và nếu coi sự thay đổi theo thời gian như tổng đại số của các thay đổi chiều cao (thành phần) phân tố dh_1 và dh_2 , thì giá trị h cũng có thể xác định từ phương trình (6.38).

Khi h_1 giảm và h_2 tăng thì kết quả sự thay đổi cột áp sẽ có giá trị âm, và được xác định bằng biểu thức

$$-dh = -dh_1 + dh_2 = \left(\frac{\mu A_o}{A_1} + \frac{\mu A_o}{A_2} \right) \sqrt{2gh} dt \quad (6.39)$$

Như vậy

$$-\int_h^0 \frac{dh}{\sqrt{h}} = \mu A_o \sqrt{2g} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \int_0^t dt$$



Hình 6.12. San bằng mặt thoáng

Sau khi tích phân, ta có

$$2\sqrt{h} = \mu A_o \sqrt{2g} \frac{A_1 + A_2}{A_1 A_2} t$$

Thời gian toàn bộ t_o cần để san bằng chênh lệch mặt thoáng ban đầu $h_o = h_{10} - h_{20}$

$$t_o = \frac{2}{\mu A_o \sqrt{2g}} \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} \sqrt{h_{10} - h_{20}} \quad (6.40)$$

Như vậy, với $A_o = A_2 = A$, sau biến đổi chúng ta có

$$t_o = \frac{Ah_o}{\mu A_o \sqrt{2gh_o}} \quad (6.41)$$

Nếu tiết diện ống nối A_o mà lớn thì không thể bỏ qua tốc độ dịch chuyển của cột chất lỏng trong cả hai bình; Và do ảnh hưởng của lực quán tính khối lượng, trong hai bình xảy ra dao động lắc.

6.2.2. Dòng chảy rối ổn định trong ống

Chúng ta trình bày một số trường hợp quan trọng nhất thường gặp trong kỹ thuật và đời sống của dòng chảy rối qua ống. Ở đây cũng cần lưu ý rằng, những trường hợp này thường gặp ở chất lỏng hơn là chất khí.

6.2.2.1. Ống trọng trường

Hai bể chứa có mặt thoáng cách nhau một khoảng là h . Chất lỏng chảy từ bể trên xuống bể dưới (hình 6.13), qua một đường ống có đường kính d , dài l . Các bể đều lớn và hờ nên không cần xét đến áp suất khí quyển và tốc độ dòng chảy trong bể. Để khảo sát trường hợp này chúng ta sử dụng phương trình Bernoulli dạng cơ học tổng quát (3.102) (xem thêm phần 3.5).

$$w_e = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + w_f \quad (6.42)$$

Trong đó chúng ta giả thiết:

- Dòng chảy tự do giữa hai bể chứa không sinh công nên $w_{tc} = 0$;

- Hai bể hờ và mặt thoáng rất rộng nên bỏ qua tốc độ $c_1 = c_2 = 0$;

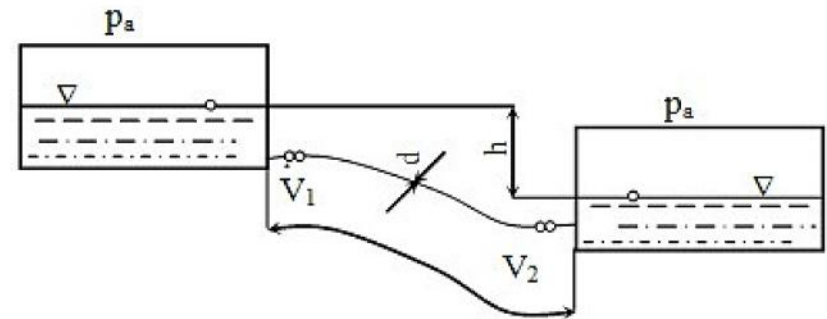
- Tốc độ dòng chảy của ống trong tiết diện chảy vào bể là c . Do diện tích bể so với tiết diện ống quá lớn nên động năng dòng ra $c^2/2$ coi như mất hoàn toàn và được gộp vào tổn thất cục bộ;

- Chất lỏng không nén, $\rho = \text{const.}$

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) \quad (6.43)$$

- Do bể chứa có mặt thoáng hờ nên $p_1 = p_2 = p_a$. Vì vậy,

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (6.44)$$



Hình 6.13. Ống trọng trường nghiêng

- Thành phần w_f đối với chất lỏng trên một ống dài được hiểu theo nghĩa rộng là tổn thất năng lượng và ký hiệu là W_{ls} . Đại lượng W_{ls} bao gồm tổn thất ma sát hay còn gọi là tổn thất đường dài, tương đương với mất mát chiều cao thủy lực h_{zf} và tổn thất cục bộ $\sum h_{z1}$ (gồm cả tổn thất tốc độ ra $c^2/2.g$). Như vậy

$$w_{ls} = g(h_{zf} + \sum h_{z1}) \quad (6.45)$$

- Cuối cùng, là chênh lệch cột áp, $h_2 - h_1 = -h$.

Sử dụng các giả thiết trên, phương trình Bernoulli cho chất lỏng có dạng

$$-gh + g(h_{zf} + \sum h_{z1}) = 0$$

hay

$$h = h_{zf} + \sum h_{z1} \quad (6.46)$$

Trong đó tổn thất ma sát thường được tính theo biểu thức

Weisbach

$$h_{sf} = \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} \quad (6.47)$$

Tổn thất cục bộ thường được tính theo biểu thức

$$\sum h_s = \sum \zeta_i \frac{c^2}{2g} + \frac{c^2}{2g} \quad (6.48)$$

trong đó ζ_i hệ số tổn thất, $\frac{c^2}{2g}$ tổn thất tốc độ ra

Phương trình Bernoulli được viết dưới dạng đơn giản

$$h = \frac{c^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{1}{d} + \sum \zeta_i \right) \quad (6.49)$$

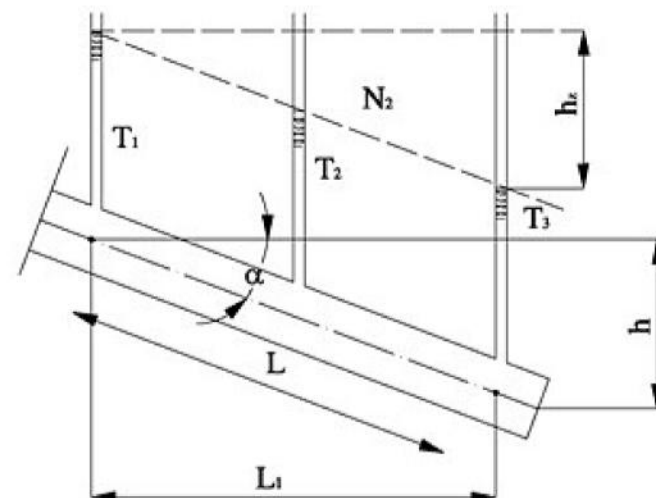
Biểu thức trên diễn tả một thực tế là chênh áp (chênh lệch cột áp) h cần thiết để tạo được tốc độ dòng c , thắng trở lực ma sát h_{zf} và vượt qua trở lực cục bộ $h_{z\zeta}$.

Đối với ống dài, trở lực ma sát chiếm ưu thế hơn hai thành phần còn lại. Vì thực tế, tốc độ rất thấp, còn trở lực cục bộ thì chủ yếu ở hai van V_1 và V_2 khi đóng; do đó, khi tính toán ống trọng trường, có thể sử dụng biểu thức đơn giản sau

$$h = \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} \quad (6.50)$$

hay

$$c = \sqrt{\frac{2ghd}{\lambda l}} \quad (6.51)$$



Hình 6.14. Ống có độ nghiêng không đổi

Trường hợp đặc biệt của dòng chảy do ảnh hưởng của trọng trường là ống có độ nghiêng không đổi (hình 6.14). Trong trạng thái ổn định, hiệu số chiều cao thế năng h bằng chiều cao tổn thất ma sát h_z . Như vậy đối với mỗi đoạn ống sẽ thỏa mãn

$$\Delta h = \Delta h_z = \lambda \frac{\Delta l}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

Từ đó, xác định được tổn thất tương đối trên mỗi đơn vị dài của đường ống

$$\delta_z = \frac{\Delta h_z}{\Delta l} = \frac{h_z}{l} = \sin \alpha = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} \quad (6.52)$$

Giá trị trên là đại lượng không đổi và gần bằng giá trị áp thực

của ống , bởi vì chiều dài l_t thực tế có thể coi bằng chiều dài l của ống. Từ phương trình (6.52) đối với ống có đường kính d và giáng áp δ_z , ta có thể xác định được tốc độ chảy

$$c = \sqrt{\frac{2gd\delta_z}{\lambda}} \quad (6.53)$$

Và từ đó tính được lưu lượng thể tích

$$Q = A c = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2gd\delta_z}{\lambda}} = K \sqrt{\frac{d^5 \delta_z}{\lambda}} \quad (6.54)$$

ở đây

$$K = \frac{\pi}{4} \sqrt{2g}$$

Biểu thức (6.54) cho thấy rằng, lưu lượng Q phụ thuộc bậc 2,5 vào đường kính d ($\sqrt{d^5} = d^{2,5}$) và phụ thuộc căn bậc hai của giáng áp $\sqrt{\delta_z}$.

Ở những đường ống cũ, nếu tăng hệ số trở lực λ lên hai lần giá trị ban đầu, thì lưu lượng giảm $\sqrt{2}$ lần, vào khoảng 30%.

Mặt khác nếu biết được lưu lượng ta có thể tính được đường kính ống

$$d = \sqrt[5]{\frac{8\lambda Q^2}{\pi^2 g \delta_z}} = \sqrt[5]{\frac{\lambda Q^2}{K^2 \delta_z}} \quad (6.55a)$$

Hoặc, nếu biết được lưu lượng, thì đường kính ta có thể tính

được giáng áp cần thiết

$$\delta_z = \frac{8\lambda Q^2}{\pi^2 g d^5} \quad (6.55b)$$

Từ các biểu thức trên, ta cũng có thể suy dẫn được quan hệ khác giữa Q , d , δ_z và c .

Bởi vì λ phụ thuộc cả vào đường kính d và tốc độ c , nên trước hết chúng ta phải chọn giá trị của nó cho gần đúng nhất để xác định d và c . Sau đó tính chính xác nó theo biểu thức sau:

Theo Lang [12] $\lambda = a + \frac{b}{\sqrt{cd}}$. Đối với chất lưu là nước, tùy theo chất lượng bề mặt có thể chọn theo Lang các giá trị sau:

$a = 0,012$ đối với ống kéo nhẵn (đồng thau, gồm hỗn hợp Cu, Zn, Sn).

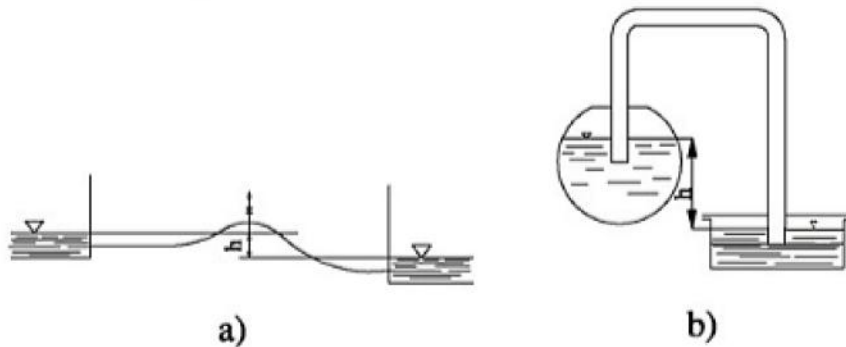
$a = 0,02$ và cao hơn đối với gang thô nhám.

$b = 0,0018$ với nước ở nhiệt độ 20°C .

$b = 0,0004$ với nước ở nhiệt độ 100°C .

Đối với những ống nhẵn có trở kháng thủy lực nhỏ hoặc ống có chất lượng bề mặt tốt, hệ số λ có thể tính bằng biểu thức đơn giản theo Blasius. Biểu thức này thỏa mãn cho dòng chảy rối ở $Re \leq 100.000$

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} = 0,316 Re^{-0,25}$$



Hình 6.15. Ống dạng xi-phông

Đối với giá trị Re trong khoảng rộng hơn, có thể sử dụng biểu thức sau:

$$\lambda = 0,00714 + 0,62.Re^{-0,25} \quad (6.56)$$

Ngoài ra, cũng có thể tiến hành bằng cách đơn giản hơn là xác định λ từ đồ thị Nikuradse sau khi tính sơ bộ Re theo λ chọn theo giá trị gần đúng thứ nhất.

Sau khi đã xác định chính xác được λ , chúng ta lặp lại quá trình để xác định các đại lượng Q , d , c , δ_z .

Khi tính hệ thống cấp nước thành phố chúng ta có thể lấy giá trị gần đúng theo Dupuitse $\lambda = 0,03$.

$$Q = 20\sqrt{d^5 \delta_z}, \quad d = 0,3\sqrt{\frac{Q^2}{\delta_z}}, \quad \delta_z = 0,0025 \frac{Q^2}{d^5}$$

Đối với các ống có độ nghiêng thay đổi và dạng xi-phông, chúng ta cũng có thể sử dụng công thức (6.54) để tính. Trong đó, thay cho giá trị δ_z , chúng ta sử dụng giá trị trung bình $\delta_{zs} = \frac{h}{\ell}$; ở đây h là chênh lệch chiều cao của hai mặt thoáng, và ℓ là chiều dài ống.

Đối với loại ống đặc biệt này, khi sử dụng cần lưu ý xả lượng không khí đọng lại trong đoạn ống cong. Khi muốn chuyển chất lỏng từ bể này sang bể khác, trước hết, bằng cách nào đó (có thể dùng một van xả khí (xả air) đặt ở vị trí cao nhất) phải xả hết không khí trong quá trình vận chuyển chất lỏng (bằng bơm chẳng hạn). Dòng chất lỏng chỉ có thể chảy liên tục không bị đứt; hay nói một cách khác, bơm chỉ có thể làm việc được khi xả hết không khí ở đoạn ống cong.

Trường hợp ống cong xuống thì vấn đề trở nên đơn giản, không phải dùng van xả khí, vì chính chất lỏng sẽ đẩy không khí thoát ra. Còn trường hợp ống cong lên (hình 6.16) do khí nhẹ hơn nên luôn tụ lại ở điểm cao nhất – điểm N, và làm cho dòng không liên tục.

Để khắc phục tình trạng trên, người ta có thể đặt van xả khí, hay đặt một bình góp ở vùng cong cao nhất trên đường ống.

Tuy nhiên trường hợp dùng bình góp thì chức năng các đường ống đã khác, đoạn chảy lên có chức năng như ống đẩy (xem phần tiếp theo), còn đoạn chảy xuống là ống trọng trường.

6.2.2.2. Ống đẩy

Ta khảo sát một dòng ổn định trong ống đẩy (sau bơm) có đường kính d , chiều dài l , chuyển chất lỏng từ bơm P lên bể chứa C.

Để tính toán trường hợp này, chúng ta sử dụng lại phương trình Bernoulli tổng quát (3.102)

$$w_w = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g \cdot (h_2 - h_1) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + w_s \quad (6.57)$$

(trong đó đã thay $w_f = w_{1s}$)

Chất lưu sử dụng là chất lỏng không nén nên có thể coi $\rho = \text{const.}$, và tích phân có thể viết

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{\rho} \int_1^2 dp = \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1)$$

Phương trình Bernoulli có dạng

$$w_w + gh_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} = gh_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} + w_s \quad (6.58)$$

Tương tự như phần trước chúng ta giả thiết:

- Trong ống đẩy, dòng không sinh công $w_{tc} = 0$;

Ở đầu đẩy bơm áp suất là p , $p_1 = p_p$

Chênh lệch cột áp giữa mặt thoáng bình góp C và đầu đẩy của bơm là

$$h_2 - h_1 = h$$

Tốc độ đầu đẩy của bơm là c , $c_1 = c$;

Tốc độ đầu thoát của ống đẩy $c_2 = 0$, vì bề mặt bể được coi

là rất lớn;

Áp suất trên mặt thoáng bình chứa là p_c , $p_2 = p_c$;

Tổn thất w_{ls} được coi là tổng tổn thất đường dài và cục bộ $h_{zf} + \Sigma h_{z\zeta}$

Phương trình (6.58) viết dưới dạng

$$\frac{p_p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = h + \frac{p_c}{\gamma} + h_{zf} + \Sigma h_{z\zeta} \quad (6.59)$$

Ở đây, áp suất p_p và p_c có thể cùng lấy giá trị là áp suất tuyệt đối, hay áp suất dư

Ở phương trình trên cần lưu ý, tổn thất cục bộ $\Sigma h_{z\zeta}$ bao gồm:

- Tổn thất dòng qua cút cong (đại diện là ζ_c);
- Tổn thất do thay đổi tiết diện trên đường ống (giới hạn trong chiều dài l) (ζ_p);
- Tổn thất qua các van cửa (ζ_v);

- Và tổn thất tốc độ ra; đó là tổn thất hoàn toàn động năng $\frac{c^2}{2g}$ khi chảy từ ống dẫn vào bể chứa. Tổn thất này giống như tổn thất qua ống đột mở (trường hợp này mở quá rộng nên coi như mất hoàn toàn), nên được gộp vào tổn thất cục bộ.

Trong trường hợp diễn tả riêng biệt tổn thất cục bộ và tổn thất tốc độ ra, ta có thể viết phương trình Bernoulli dưới dạng sau:

$$\frac{p_p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = h + \frac{p_c}{\gamma} + \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{c^2}{2g} + (\zeta_c + \zeta_p + \zeta_v) \cdot \frac{c^2}{2g} + \frac{c^2}{2g} \quad (6.60)$$

Như vậy xác định được áp suất cần thiết ở đầu đẩy của bơm để tạo được cột áp h , tạo được áp suất trong bể chứa p_c và thắng được trở lực đường dài và cục bộ $h_{z\zeta}$ và h_{zf} (ở đây $h_{z\zeta}$ không bao gồm tổn thất tốc độ ra $\frac{c^2}{2g}$).

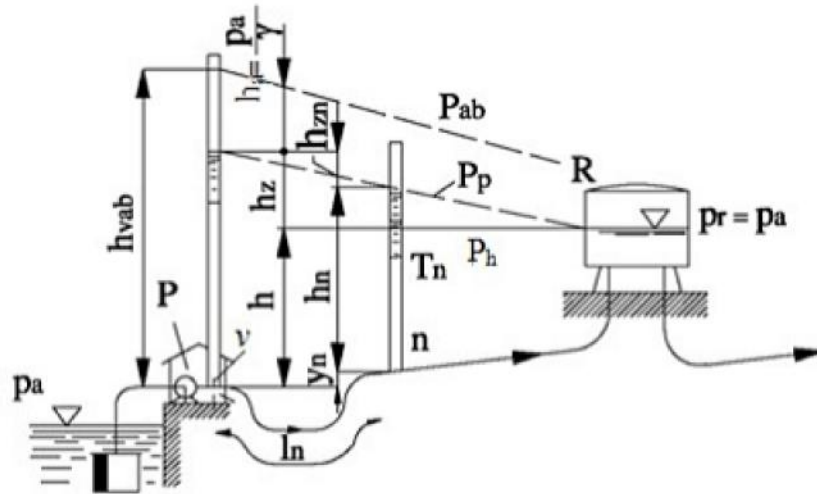
$$\frac{p_p}{\gamma} = h + \frac{p_c}{\gamma} + \left(\lambda \frac{1}{d} + \zeta_t \right) \cdot \frac{c^2}{2g} = H + h_z \quad (6.61)$$

trong đó

$$\zeta_t = \zeta_c + \zeta_p + \zeta_v$$

$$H = h + \frac{p_f}{\gamma}$$

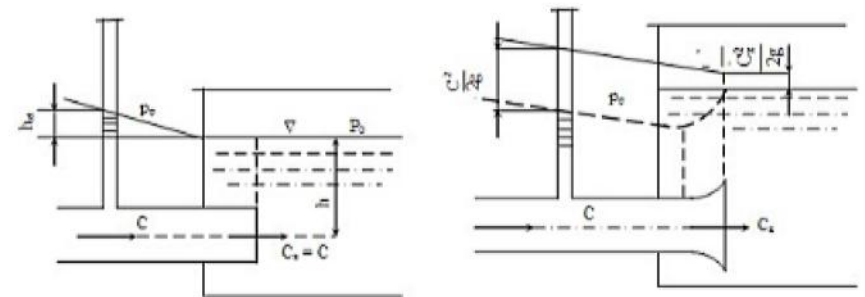
$$h_z = \left(\lambda \frac{l}{d} + \zeta_t \right) \frac{c^2}{2g}$$



Hình 6.17. Ống đẩy

Tùy từng trường hợp cụ thể mà ảnh hưởng của các thành phần trong phương trình (6.61) có khác nhau; Có thể cột áp tĩnh h chiếm ưu thế, hoặc áp suất trong bình chứa p_r đối với bơm đẩy chiếm ưu thế. Ngược lại, trong trường hợp đường ống rất dài thì tổn thất ma sát lại chiếm ưu thế. Đối với bơm hút, thường cột áp

tĩnh rất nhỏ, nhưng lưu lượng rất lớn nên tốc độ trong ống đẩy cao khá cao ($3 \div 4$ m/s). Trường hợp này, tổn thất tốc độ ra có giá trị đáng kể ($\frac{c^2}{2g} = 0,45 - 0,8$ mm). Để giảm tổn thất này thường người ta thiết kế miệng ra có dạng ống khuếch tán (hình 6.18).



Hình 6.18. Miệng ống dạng khuếch tán

Trên hình 6.17, tại các điểm v và n chỉ thị các cột áp h , h_z , h_n đại diện cho trạng thái ở các điểm v, n trên ống đẩy. Nếu viết phương trình Bernoulli tại các điểm này, sẽ có dạng

$$\frac{p_v}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = y_n + \frac{p_n}{\gamma} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum_v \zeta_i + 1 \right) \frac{c^2}{2g} \quad (6.62)$$

Từ đó, xác định được áp suất ở vị trí n trên ống đẩy

$$\frac{p_n}{\gamma} = \frac{p_v}{\gamma} - y_n - \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum_v \zeta_i + 1 \right) \frac{c^2}{2g} \quad (6.63)$$

ở đây l_n kí hiệu chiều dài ống giữa đầu đẩy của bơm và tiết diện khảo sát n, cao hơn đầu đẩy bơm y_n .

$\sum_v^n \zeta_i$ tổng trở lực cục bộ trên đoạn ống từ đầu đẩy bơm tới vị trí n.

Nếu tính toán theo áp suất dư (áp suất chỉ trên đồng hồ chỉ thị), thì có thể thay chiều cao áp lực p_n/γ bằng h_n trong ống hở T_n . Điểm nút của tất cả các chiều cao này tạo thành đường áp suất dư p_p ; còn đường P_{ab} nằm trên P_p một khoảng

$h_0 = p_a/\gamma$ tương đương áp suất khí quyển, thì đại diện cho đường áp suất tuyệt đối.

Khi ngừng bơm thì mặt thoáng trong các đường ống có thể ở mức P_h .

6.2.2.3. Sự đứt dòng

Như đã nói, trở lực trong hệ thống bao gồm trở lực đường dài và trở lực cục bộ. Trong các hệ thống công nghiệp (nhà máy hóa chất, xí nghiệp thực phẩm, nhà máy nhiệt điện, v.v...) đường ống cung cấp nước thường ngắn, song do bố trí mặt bằng và nhu cầu của các hộ tiêu thụ rất đa dạng và phức tạp nên trở lực cục bộ thường rất lớn. Sau đây chúng ta nêu một số trường hợp điển hình cần lưu ý trong tính toán và thiết kế.

a. Bố trí đường ống theo hình 6.19

Để khảo sát điều kiện dòng chảy, trường hợp này, ta sử dụng phương trình Bernoulli. Trong đó, giả thiết rằng, dòng chảy không sinh công $w_{tc} = 0$, ở đầu ra không xả vào bể có diện tích

lớn nên động năng được bảo toàn $\frac{c_e^2}{2.g}$. Phương trình Bernoulli (6.58) có dạng

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + g(h_2 - h_1) + \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) + w_{ls} = 0 \quad (6.64)$$

Thay các giá trị thực tế vào phương trình trên:

Tốc độ ở đầu ra $c_2 = c_e$

Tốc độ vào $c_1 = 0$, vì mặt thoáng bể rất lớn;

Cột áp $h_2 - h_1 = -h$;

$p_1 = p$, $p_2 = p_a$ (trong đó coi $\rho = \text{const}$ trong tích phân);

Tổn thất năng lượng w_{ls} gồm tổn thất ma sát và cục bộ. Song, do đường ống ngắn và tổn thất cục bộ quá lớn nên bỏ qua tổn thất ma sát đường dài

$$w_{ls} = g \cdot \sum h_z$$

Phương trình (6.64) có dạng

$$\frac{c_e^2}{2.g} - h + \frac{1}{\gamma} \cdot (p_a - p) + \sum h_z = 0 \quad (6.65)$$

hay

$$h + \frac{p - p_a}{\gamma} = H_p = \frac{c_s^2}{2g} + \sum \zeta_i, \frac{c_s^2}{2g} = (1 + \sum \zeta_i) \cdot \frac{c_s^2}{2g} \quad (6.66)$$

ở đây kí hiệu H_p tổng chiều cao cột áp;

$\sum \zeta_i$ hệ số tổng trở lực cục bộ (đầu vào, đột mở, đột thu, van, T, cút).

Trong những mặt bằng có chiều dài đáng kể, thì phải tính cả trở lực đường dài.

Muốn khảo sát điều kiện dòng chảy ở một vị trí x bất kỳ, phương trình Bernoulli được viết lại dưới dạng

$$\frac{c_x^2}{2g} + (y_x - h) + \frac{1}{\gamma}(p_x - p) + \sum h_{zx} = 0 \quad (6.67)$$

Sử dụng giá trị áp suất dư p_{xp} , p_p , ta có $p_x = p_a + p_{xp}$; $p = p_a + p_p$

$$\frac{(p_a + p_{xp}) - (p_a + p_p)}{\gamma} = h - y - \frac{c_x^2}{2g} - \sum h_{zx}$$

$$\frac{p_{xp}}{\gamma} = h + \frac{p_p}{\gamma} - y_x - \frac{c_x^2}{2g} - \sum h_{zx} \quad (6.68)$$

hay

$$\frac{p_{xp}}{\gamma} = h_{xp} = H_p - y_x - \frac{c_x^2}{2g} - \sum h_{zx}$$

Trong đó, các giá trị ở vị trí x gồm:

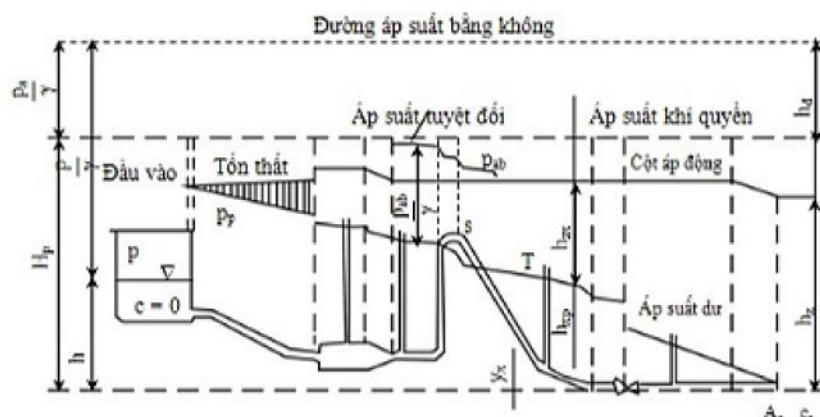
y_x cột áp tĩnh ;

$\frac{c_x^2}{2g}$ cột áp động .

Giá trị c_x xác định từ phương trình liên tục $c_x = c_a \cdot \frac{A_a}{A_x}$

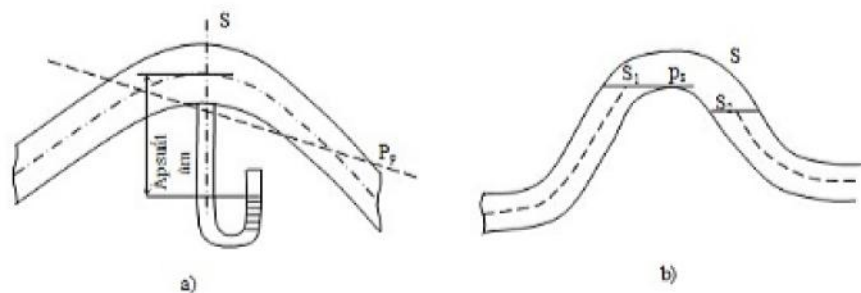
$\sum h_{zx}$ tổn thất cột áp trên đường từ mặt thoáng bể đến điểm x.

Bằng cách trên ta thiết lập được đường áp suất dư p_p tại điểm x trùng với giá trị áp suất dư h_{xp} . Ở những nơi mà profile đường ống cắt p_p (khu vực quanh điểm S), thì xuất hiện vùng áp suất âm (hình 6.18). Còn ở đoạn cắt nhau với đường áp suất tuyệt đối p_a , sẽ xuất hiện ứng suất kéo trong chất lỏng.



Hình 6.19. Bố trí hệ thống cung cấp nước

Trong thực tế, áp suất chỉ cần giảm đến giá trị áp suất hơi bão hòa cũng đủ làm cho dòng bị đứt (hình 6.20). Hiện tượng này, đôi khi còn gọi là đứt dòng. Và dòng chảy cần khảo sát như hai dòng độc lập: một dòng từ mặt thoáng đến điểm s_1 , một dòng từ điểm s_2 đến đầu ra. Còn áp suất trong vùng bị đứt thì được xác định bởi nhiệt độ chất lỏng $p_s = f(t)$ không phụ thuộc vào điều kiện dòng chảy.



Hình 6.20. Hiện tượng đứt dòng

b. Dòng chảy qua ống thẳng đứng

Khảo sát dòng chảy qua ống ngắn thẳng đứng (hình 6.21a), chúng ta thấy hiện tượng tương tự cũng xảy ra như phần trên. Trong trường hợp này, phương trình Bernoulli có thể viết đối với tiết diện A' như sau:

$$\frac{p'}{\gamma} = \frac{p_s}{\gamma} + h - \frac{c'^2}{2g} \quad (6.69)$$

Trong đó vẫn sử dụng những giả thiết của những phần

trước. Tổn thất năng lượng được gộp vào động năng $c'^2/2g$ khi tính tốc độ thực tế qua tiết diện A' bằng phương trình liên tục

$$c' = c_e \cdot \frac{A_e}{A'}$$

ở đây c_e là tốc độ ra khỏi miệng ống có thể xác định bằng công thức

$$c_e = \varphi \cdot \sqrt{2gH} = \sqrt{2g \cdot (H - h_z)}$$

φ là hệ số tốc độ bao gộp tất cả tổn thất h_z giữa bề mặt và miệng ống A_v . Tiết diện nhỏ nhất $A' = \alpha \cdot A$

$$c' = \frac{\varphi \cdot A_e}{\alpha \cdot A} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

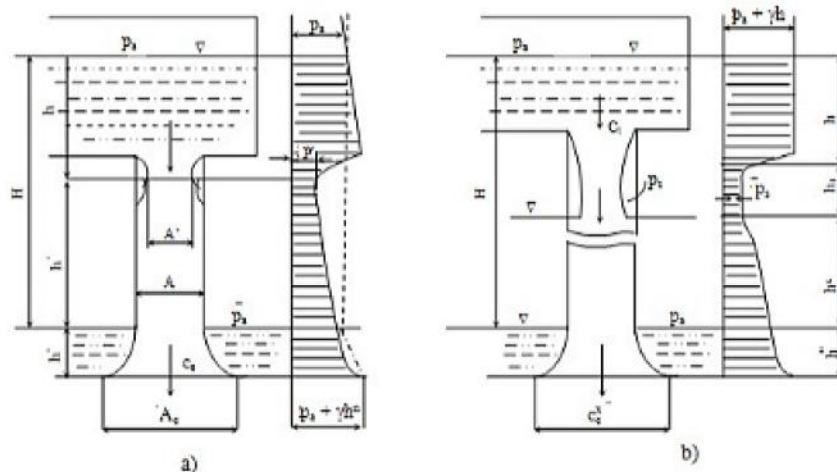
Như vậy, áp suất ở tiết diện nhỏ nhất được xác định

$$\frac{p'}{\gamma} = \frac{p_s}{\gamma} + H - h' - \left(\frac{\varphi \cdot A_e}{\alpha \cdot A} \right)^2 \cdot H = \frac{p_s}{\gamma} - h' - H \cdot \left[\left(\frac{\varphi \cdot A_e}{\alpha \cdot A} \right)^2 - 1 \right] \quad (6.70)$$

Đối với những ống dài (hình 6.21b), thì áp suất p' có thể giảm xuống đến áp suất bão hòa p_s . Dòng chảy từ đáy bể qua tiết diện nhỏ nhất không dính vào thành ống mà tạo thành một mặt thoáng mới nằm ở chiều cao $h^* < p_a/\gamma$ tức là nhỏ hơn áp suất tương ứng với áp suất khí quyển p_a . Lúc này tốc độ c_1 chảy ra khỏi bể nói chung không phụ thuộc vào chiều cao toàn phần H , mà chỉ phụ thuộc vào chiều cao nước trong bể h và áp suất

bảo hòa p_s theo phương trình

$$c_1 = \varphi_1 \sqrt{2g \left(h + \frac{p_s - p_s}{\gamma} \right)}$$



Hình 6.21. Ống thẳng đứng

ở đây hệ số φ_1 chỉ đại diện cho tổn thất dòng chảy qua lỗ trong đáy bể.

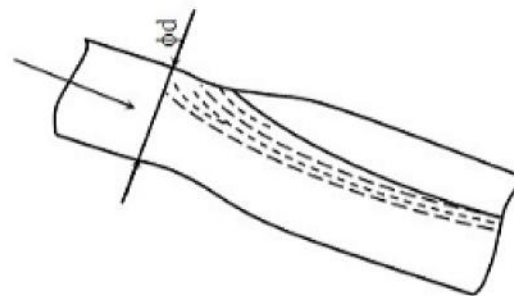
Tốc độ này tăng dần lên do rơi tự do; và như vậy, nếu bỏ qua tổn thất khi rơi đến mặt thoáng mới, thì tốc độ có thể đạt tới giá trị c_2 theo biểu thức

$$\frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} = h_1$$

Tuy nhiên, nơi sử dụng được một phần động năng lại chính là nơi mất mát một phần do va đập.

Nếu ta gọi $\varepsilon \frac{c_2^2}{2g}$ là phần động năng sử dụng lại được thì phương trình Bernoulli viết lại cho tiết diện của ống sẽ có dạng

$$\frac{p_s}{\gamma} + h^* + \varepsilon \frac{c_2^2}{2g} = \frac{p_s}{\gamma} + \frac{c_e^2}{2g} + h_z^* \quad (6.71)$$



Hình 6.22. Ống lọt khí

Trong đó, h_z^* tổn thất năng lượng bao gồm cả tổn thất trong ống tăng áp; còn $\frac{c_e^2}{2g}$ là tổn thất tốc độ ra.

Kết hợp với phương trình liên tục

$$\alpha A_1 c_1 = c_e^* A_e$$

Chúng ta xác định được hai ẩn số, đó là tốc độ thoát c_e^* và chiều cao của mặt thoáng mới h^* .

Một trường hợp khác, dòng chảy có thể không liên tục nếu không khí lọt vào ống qua lỗ ra (hình 6.22). Ở phần đầu rộng dần, chất lỏng không lấp đầy và chảy qua ống như qua một van hở.

6.2.2.4. Ống phân nhánh

Trong thực tế có thể xảy ra những trường hợp đặc biệt do mục đích sử dụng mà dòng chia ra nhiều nhánh, hoặc ngược lại, cũng có thể hợp lưu thành một dòng.

Phương pháp tính dựa trên cơ sở sử dụng liên tiếp phương trình Bernoulli và phương trình bảo toàn lưu lượng thiết lập nên một hệ phương trình. Trong trường hợp phức tạp có thể giải bằng cách thử.

a. Dòng phân nhánh đơn giản

Ta khảo sát một trường hợp đơn giản (hình 6.23), ống có tiết diện không đổi A_0 đi từ bể N với áp suất p , phân thành hai nhánh A_1 và A_2 chảy vào hai không gian có áp suất p_1 và p_2 .

Giả thiết rằng, toàn bộ mạng ống được đặt nằm ngang, do đó trong phương trình Bernoulli viết cho từng nhánh riêng biệt không tồn tại chiều cao thế năng.

Nếu gọi áp suất trước điểm phân nhánh R là p_r , thì trong đoạn ống chung, phương trình Bernoulli có dạng

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_r}{\gamma} + \frac{c_0^2}{2g} + h_{z0} \quad (6.72)$$

ở đây c_0 là tốc độ chất lỏng, h_{z0} bao gồm tất cả các tổn thất $\left(\zeta_0 \frac{c_0^2}{2g} \right)$ trong ống nhánh chính cho đến chỗ rẽ nhánh.

Đối với nhánh I, phương trình Bernoulli có dạng

$$\frac{p_r}{\gamma} + \frac{c_0^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + h_{z1} + h_{r1} \quad (6.73)$$

ở đây $h_{z1} = \zeta_1 \frac{c_1^2}{2g}$ là tổn thất ma sát và cục bộ trong toàn bộ nhánh.

h_{r1} tổn thất ở chỗ phân nhánh.

Tương tự đối với nhánh II

$$\frac{p_r}{\gamma} + \frac{c_0^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + h_{z2} + h_{r2} \quad (6.74)$$

Sử dụng phương trình liên tục để khép kín hệ

$$Q_0 = Q_1 + Q_2$$

$$\text{hay } A_0 \cdot c_0 = A_1 \cdot c_1 + A_2 \cdot c_2 \quad (6.75)$$

Chúng ta có hệ bốn phương trình (6.72, 6.73, 6.74, 6.75) gồm bốn ẩn số p_a, c_0, c_1, c_2 .

Cộng các vế tương ứng của hai phương trình (6.72), (6.73), chúng ta được

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + h_{z1} + h_{r1} + h_{s0} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + H_{z1} \quad (6.76)$$

Biểu thức trên chính là phương trình Bernoulli viết cho dòng chảy của môi chất lỏng từ bể N cho đến khi ra khỏi nhánh I. Trong đó, H_{z1} là tổng chiều cao tổn thất, bao gồm cả tổn thất phân dòng h_{r1} . Tổn thất h_{r1} có thể tính như tổng tổn thất do thay đổi tốc độ h'_{r1} và tổn thất thay đổi hướng h''_{r1} .

Nếu tốc độ dòng trong nhánh nhỏ hơn trong ống chính, thì tổn thất do tăng tiết diện có thể tính từ công thức Bord $h'_{r1} = \frac{1}{2g}(c_0 - c_1)^2$. Trường hợp ngược lại chúng ta bỏ qua tổn thất này.

Tổn thất thay đổi dòng có thể tính theo công thức $h''_{r1} = \zeta_1' \frac{c_1^2}{2g}$, trong đó hệ số ζ_1'' được chọn gần đúng.

Trong trường hợp phân nhánh đối xứng như ở hình 6.24a, tổn thất phân dòng là tối thiểu.

Trường hợp phức tạp hơn (hình 6.24b), thì tốt nhất là phác thảo đường dòng tương tự rồi căn cứ vào đó để tính sơ bộ.

Từ phương trình (6.76) nếu chúng ta biết tổng tổn thất

$$H_{z1} = h_{s0} + h_{z1} + h'_{r1} + h''_{r1} = \frac{1}{2g} [\zeta_0 c_0^2 + \zeta_1 c_1^2 + (c_0 - c_1)^2 + \zeta_1' c_1^2] \quad (6.77)$$

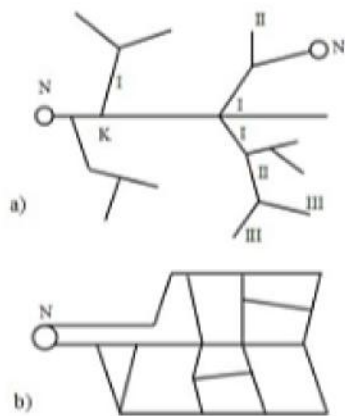
thì chúng ta có thể sử dụng phương trình Bernoulli cả cho trường hợp lưu lượng dòng giữa tiết diện đầu và cuối thay đổi do phân dòng hay hợp lưu.

b. Mạng nước thành phố

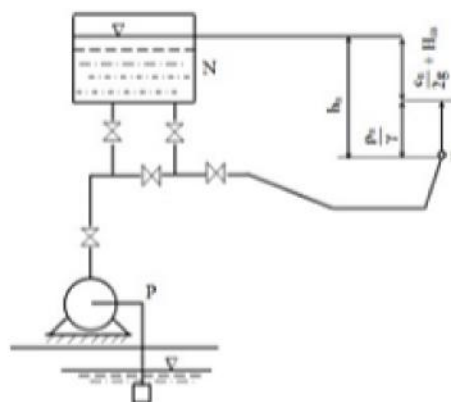
Mạng nước thành phố được lựa chọn xây dựng theo hai khả năng sau đây: mạng nhánh (hình 6.25a), hoặc mạng vòng (hình 6.25b). Đối với kỹ thuật, đây là ứng dụng quan trọng nhất.

Trong mạng vòng, không có đầu ống hở; còn nước thì được cấp từ hai phía. Hệ thống kiểu này thường giá thành đắt hơn.

Mạng nhánh gồm ống chính (ống nguồn) K cấp nước từ bể N hay từ bơm P (hình 6.26). Toàn bộ hệ thống được xây dựng từ các cấp nhánh khác nhau. Thông thường phải đạt yêu cầu sao cho ở cuối các nhánh phải đảm bảo được lưu lượng và áp suất cho các hộ tiêu thụ; đặc biệt đối với các chung cư cao tầng, hoặc cho các hệ thống cứu hỏa. Tiêu thụ nước trung bình đầu người/ngày, khoảng 50 + 200 l. Ở các thành phố công nghiệp lớn sức tiêu thụ có thể cao hơn.



Hình 6.25. Mạng nước thành phố



Hình 6.26. Trạm bơm cấp nước

Ta khảo sát dòng chảy qua một nhánh n, sử dụng phương trình Bernoulli (viết cho áp suất dư) và giả thiết ở đầu cuối (vào hộ tiêu thụ) của ống, tốc độ chỉ còn c_n

$$\frac{p_a}{\gamma} + h_a = \frac{p_n}{\gamma} + \frac{p_n}{\gamma} + \frac{c_n^2}{2g} + H_{zn} \quad (6.78)$$

hay

$$h_n = \frac{p_n}{\gamma} + \frac{c_n^2}{2g} + H_{zn}$$

ở đây h_n là chiều cao từ mặt thoáng của bể đến điểm khảo sát của nhánh n;

H_{zn} là tổng tổn thất, thay đổi theo lưu lượng trong từng nhánh riêng biệt.

Nếu tốc độ c_n giảm tới không (tức là tốc độ trung bình trong một nhánh nào đó bằng không), thì tổng tổn thất tương ứng H_{zn0} sẽ lớn hơn chiều cao nén h_n , và nhánh này sẽ không có nước chảy ra.

Khi tính toán mạng đường ống phải căn cứ vào yêu cầu thiết kế, vốn đầu tư, vận hành và các yêu cầu kỹ thuật khác, để hệ thống hoạt động an toàn, kinh tế và ổn định.

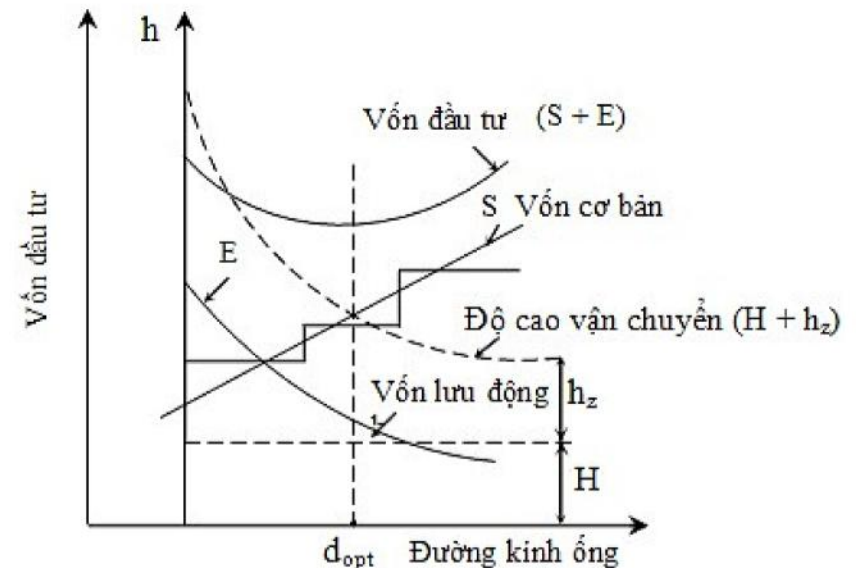
Sau đây chúng ta giới thiệu một phương pháp tính đường ống kinh tế (chỉ để tham khảo, minh họa).

6.2.2.5. Đường kính tối ưu của ống

Chọn đường kính ống tối ưu là một trong những khâu quan trọng nhất trong thiết kế mạng cấp nước. Nó vừa có ý nghĩa kỹ thuật lại vừa có ý nghĩa kinh tế. Đối với ống trọng trường, đường kính ống xác định trực tiếp được lưu lượng cực đại Q (6.54). Đối với mạng cấp nước lưu lượng được xác định bởi công suất trạm bơm thì đường kính quyết định tốc độ chảy c_0 (thông thường trong khoảng 1 – 3 m/s) và tổn thất thủy lực h_z :

$$h_z = \frac{8\lambda}{\pi^2 g} \cdot \frac{Q^2}{d^5} \ell \quad (6.79)$$

Từ biểu thức trên ta thấy, đường kính tăng thì tổn thất giảm và tổng chiều cao đẩy $H_v = H + h_z$ cũng giảm. Điều đó làm giảm tiêu hao điện, một nhân tố quan trọng trong chi phí hàng năm của trạm. Tuy nhiên đường kính tăng làm cho vốn đầu tư tăng, chi phí vận chuyển, lắp đặt cũng tăng. Do vậy phải tiêu chuẩn hóa đường kính ống như thế nào đó để vốn đầu tư, khấu hao hàng năm, các chỉ tiêu kỹ thuật là tối ưu nhất.



Hình 6.27. Đường ống tối ưu

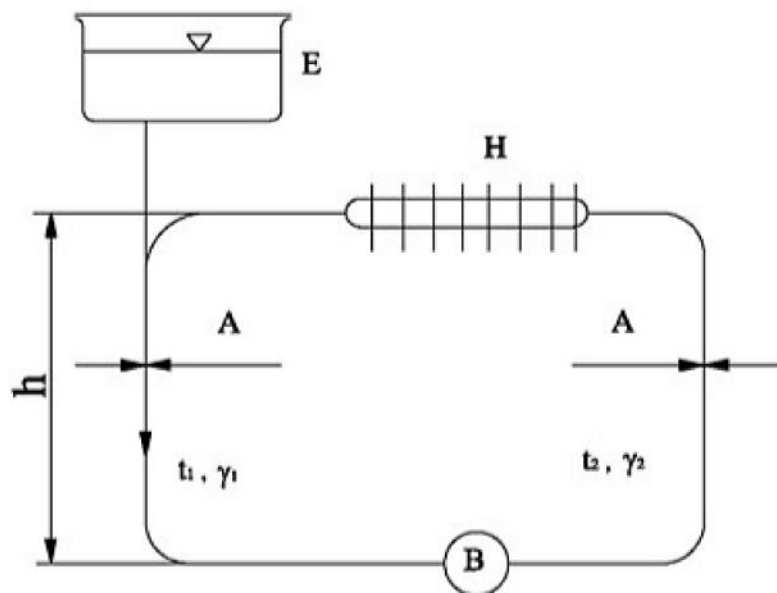
Khi thiết kế mạng ống cấp nước còn phải tính đến khả năng bám cặn trên đường ống làm thay đổi các chỉ tiêu kỹ thuật (giảm đường kính d , tăng hệ số λ); hơn nữa cũng phải kể đến xu hướng tăng mức tiêu thụ của hệ thống, mở rộng theo quy hoạch phát triển của địa bàn; đặc biệt là cung cấp nước cứu hỏa cho chung cư cao tầng,....

Khi thiết kế hệ thống ống dẫn đường dài như ống dẫn dầu, dẫn nước nóng từ các trung tâm nhiệt điện cũng phải lưu tâm đến những yêu cầu kỹ thuật và tính kinh tế nói trên.

6.2.2.6. Dòng chảy do tác động của chênh lệch nhiệt độ

Như vậy, chúng ta đã nghiên cứu dòng chảy do chênh lệch chiều cao thế năng, do chênh lệch áp suất, hoặc do động lực của bơm. Trong tự nhiên, dòng chảy còn có thể hình thành do chênh lệch trọng lượng riêng của chất lưu chảy qua hai ống đứng có cùng độ cao.

Sự chênh lệch trọng lượng riêng có thể gây nên do bọt khí, hoặc do bọt hơi phân bố trong chất lỏng (ví dụ: trong lò hơi với tuần hoàn tự nhiên) hoặc do chênh lệch nhiệt độ.



Hình 6.28. Hiệu ứng chênh lệch nhiệt độ

Phương pháp tính toán được làm sáng tỏ trong vòng tuần hoàn của nước nóng trên hình 6.28. Nước được đun nóng trong

nồi hơi B đến nhiệt độ t_2 rồi đưa đến lò sưởi H, ở đó nó được làm lạnh đến nhiệt độ t_1 rồi quay lại nồi hơi. Do chênh lệch trọng lượng riêng γ_1 và γ_2 mà xuất hiện chênh cột áp h một áp suất dư là

$$\Delta p = (\gamma_1 - \gamma_2)h$$

Giá trị áp suất dư này cần để vượt qua được tổn thất trong toàn bộ vòng tuần hoàn. Và như vậy, nếu ta lấy giá trị trung bình của trọng lượng riêng $\gamma_s = \frac{1}{2}(\gamma_1 + \gamma_2)$ để tính thì phương trình Bernoulli có thể viết

$$\frac{\Delta p}{\gamma_s} = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_s} h = \frac{c^2}{2g} (\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta'_B + \zeta''_B) \quad (6.80)$$

Ở đây, hệ số ζ_1 và ζ_2 diễn tả trực tiếp tổn thất ma sát và cục bộ trong cả hai ống tiết diện A; còn hệ số ζ'_B và ζ''_B , thì diễn tả tổn thất trong nồi hơi và lò sưởi, được tính chuyển đổi sang động năng (tốc độ) trong ống.

Khi tính toán thay đổi trọng lượng riêng, chỉ cần giả thiết giãn nở của nước là tuyến tính theo nhiệt độ $\gamma_2 = (1 - \beta \Delta t) \gamma_1$; $\Delta t = t_2 - t_1$ và trong khoảng thay đổi nhiệt độ thường gặp $\beta = 0,00018 \text{ } 1/^\circ\text{C}$. Nếu đặt $\gamma_s = \gamma_1$, thì phương trình (6.80) chuyển sang dạng

Chiều cao tổn thất h_z bao gồm:

- Tổn thất đầu vào tại điểm 1, ζ_v

- Tổn thất ma sát trên toàn bộ chiều dài 1, $\varepsilon_t = \lambda \frac{l}{d}$;

- Tổn thất trong khuỷu, ζ_k

Các tổn thất được diễn tả như một phần chiều cao, nên ta có thể viết

$$h_z = (\zeta_v + \zeta_t + \zeta_k) \frac{c_p^2}{2g} = \zeta \frac{c_p^2}{2g}$$

Khi tích phân, thành phần cuối cùng của phương trình (6.82a), chúng ta đã bỏ qua gia tốc của chất lỏng giữa hai điểm 0 và 1, mặc dù về mặt lý thuyết cũng cần xét đến sự tăng tốc độ chất lỏng trước đầu vào ống hút, chẳng hạn cộng thêm một chiều cao giả định y' .

Như vậy, từ phương trình (6.82b), với các giá trị c_p và a_p đã biết cho các vị trí lựa chọn của piston x , ta có thể tính được áp suất p_p chất lỏng tác động vào piston

$$\frac{p_p}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} - y - (1 + \zeta) \frac{c_p^2}{2g} - \frac{a_p}{g} (y' + y_0 + y + x) \quad (6.83)$$

Để không bị đứt dòng chất lỏng khỏi piston, áp suất p_p phải lớn hơn áp suất hơi bão hòa p_s được xác định bằng nhiệt độ

của chất lỏng. Nếu chúng ta giả thiết, chẳng hạn, chuyển động của piston thực hiện với gia tốc là hằng số $a_p = \text{const.}$ và ở thời điểm $t = 0$, $x = x_0$ và $c_p = 0$; Và như vậy, sau thời gian t , tốc độ của cả piston và chất lỏng

$$c_p = a_p t$$

Hành trình piston

$$x = x_0 + \frac{a}{2} t^2$$

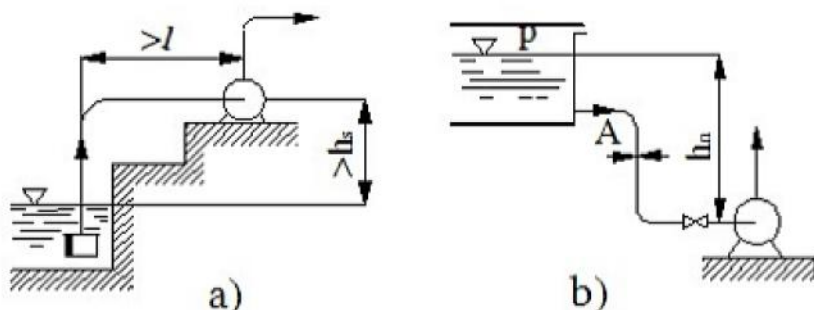
Từ phương trình

$$p_p = p_0 - \gamma y - \frac{\gamma}{g} \left[\frac{1 + \zeta}{2} a_p^2 t^2 + a_p (y' + y_0 + y + x_0 + \frac{a_p}{2} t^2) \right] = p_s \quad (6.84)$$

có thể xác định được thời điểm t chất lỏng ở đầu piston bắt đầu bốc hơi và xảy ra đứt dòng.

6.3.2. Bơm quay

Trên hình 6.30 chúng ta khảo sát quá trình làm việc của bơm quay.



Hình 6.30. Bơm quay

Trong ống hút, cả tốc độ và gia tốc của cột chất lỏng không giảm theo chu kỳ mà phụ thuộc vào sự thay đổi lưu lượng Q (chẳng hạn khi khởi động máy). Khi cấp nhanh, gia tốc tăng rất mạnh $a \approx \frac{dQ}{dt}$, theo phương trình (3.83, 3.84), dẫn đến có thể giảm áp suất đến giới hạn nguy hiểm ở đầu vào bánh xe công tác.

Với máy bơm hút nước lạnh, chiều cao hút h_s rất lớn, và do vậy, tổng chiều dài quy dẫn của đường ống cũng rất lớn; Do đó, cả tốc độ và gia tốc đều phải hạn chế tối đa (hình 6.30a).

Trường hợp bơm cấp làm việc với nước nóng cần phải chọn chiều cao đầu hút lớn và có giá trị âm h_m ; đường ống phải ngắn và thiết kế phải hợp lý (hình 6.30b); Bởi vì, điều kiện làm việc ổn định và an toàn của hệ thống phụ thuộc rất nhiều vào nhiệt độ của môi chất. Ví dụ, nước nóng ở nhiệt độ 80°C , áp suất hơi bão hòa là 0,48 ata, nhưng ở áp suất 200°C , thì phải là 15,85

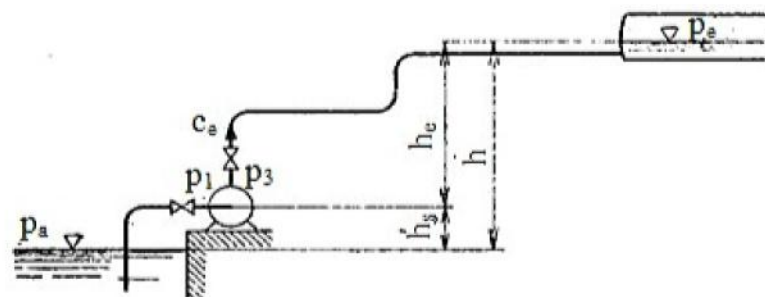
ata.

Đặc biệt lưu tâm khi tính toán bơm ngưng, hút nước nóng từ chân không; Còn ngược lại với bơm hút nước khoáng có thể hút nước có bọt khí lẫn một cách an toàn.

6.4. DÒNG CHẤT LỎNG CHUYỂN ĐỘNG TƯƠNG ĐỐI – BƠM LY TÂM

Bơm ly tâm là loại máy thủy lực công tác được sử dụng rộng rãi nhất trong hầu hết các ngành công nghiệp và các lĩnh vực của đời sống.

Ta khảo sát quá trình làm việc của bơm trong hệ thống (trạm bơm) trên hình (hình 6.31).



Hình 6.31. Bơm ly tâm làm việc trong hệ thống

Sử dụng phương trình Bernoulli cho từng công đoạn sau:

- Ở đầu hút

$$\frac{p_2}{\gamma} = h_z + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{c_1^2}{2g} + h_{zs} \quad (6.85a)$$

- Ở đầu vào bánh công tác

$$\overline{c_1} = \overline{v_1} + \overline{u_1} \quad (6.85b)$$

- Dòng chất lưu qua bánh công tác

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - \Delta h_{zt} \quad (6.85c)$$

- Ở đầu ra bánh công tác

$$\overline{c_2} = \overline{v_2} + \overline{u_2} \quad (6.85d)$$

- Ống tăng áp

$$\frac{p_3 - p_2}{\gamma} = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - h_{zs} \quad (6.85e)$$

- Ở ống thoát dòng

$$\frac{p_3}{\gamma} + \frac{c_3^2}{2g} = h_s + \frac{p_s}{\gamma} + h_{zs} \quad (6.85g)$$

trong đó, tổn thất đầu xả h_{ze} đã bao gồm cả mất mát tốc độ ra

$$\frac{c_s^2}{2g}$$

Từ sáu phương trình trên, sau một số biến đổi, ta xác định được cột áp lý thuyết toàn phần

$$H_n = h_z + h_s + \frac{p_s - p_a}{\gamma} + h_{zs} + h_{zs} + h_{zt} + h_{zd} \quad (6.86)$$

$$H_n = \frac{1}{2g} [c_2^2 - c_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) + u_2^2 - u_1^2] \quad (6.87)$$

Đây lại chính là biểu thức (4.26), chúng ta đã đưa ra ở phần 4.4.

Trong công thức trên, cột áp toàn phần $h_t = h_s + h_e$ về nguyên tắc không phụ thuộc vào chiều cao vị trí đặt bơm [2, 4, 11, 16].

Tổn thất năng lượng có thể chia ra thành hai nhóm: Nhóm thứ nhất là những tổn thất liên quan trực tiếp đến bơm, $h_b = h_{zk} + h_{zd}$. Nhóm thứ hai là những tổn thất trong hệ thống đường ống hút và đẩy, $h_{zp} = h_{zs} + h_{ze}$

Từ đó ta xác định được cột áp hiệu dụng

$$H_d = h + \frac{p_s - p_a}{\gamma} + h_{zp} = \frac{1}{2g} (\Delta c^2 - \Delta v^2 + \Delta u^2) - h_b = H_n - h_b \quad (6.88)$$

Nếu gọi hiệu suất thủy lực η_h là tỷ số giữa cột áp hiệu dụng và cột áp lý thuyết toàn phần

$$\eta_h = \frac{H_d}{H_n} \quad (6.89)$$

thì tổn thất trong bơm được xác định bằng biểu thức

$$h_b = (1 - \eta_h) H_{th} \quad (6.90)$$

Và cột áp hiệu dụng (cột áp thực tế) sẽ là

$$H_{st} = \eta_h H_{th} = \frac{\eta_h}{2g} (\Delta c^2 - \Delta v^2 + \Delta u^2) \quad (6.91)$$

Biểu thức này có thể so sánh với biểu thức (4.11), và viết lại dưới dạng

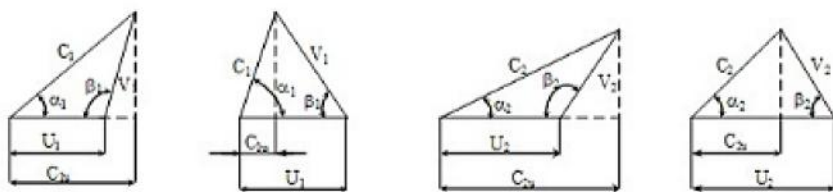
$$H_{st} = \frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{1}{2g} (\Delta u^2 - \Delta v^2) - h_z = \frac{\eta_h}{2g} (\Delta u^2 - \Delta v^2) \quad (6.92)$$

Từ đó, chúng ta thấy rằng, nếu kể đến cả điều kiện ở đầu vào và đầu ra của bánh công tác, thì sẽ tận dụng được một lượng công tương đương gia số động năng tốc độ tuyệt đối:

$$\frac{1}{2g} (c_2^2 - c_1^2) = \frac{1}{2g} \Delta c^2$$

Sử dụng các biểu thức tam giác tốc độ đầu vào và đầu ra bánh công tác (H.6.32) để biến đổi công thức (6.91)

$$v_{1,2}^2 = c_{1,2}^2 + u_{1,2}^2 - 2c_{1,2} u_{1,2} \cos \alpha_{1,2}$$



Hình 6.32. Tam giác tốc độ

Cuối cùng chúng ta có phương trình Euler cột áp (Phương trình công tác của bơm)

$$H_{st} = \frac{\eta_h}{g} (c_2 u_2 \cos \alpha_2 - c_1 u_1 \cos \alpha_1) - \frac{\eta_h}{g} (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) \quad (6.93)$$

Phương trình trên có dạng đơn giản nhất trong trường hợp lưu lượng tiến tới không, tức là tốc độ v_1, v_2 gần tới không. Hay theo tam giác tốc độ, cũng có nghĩa là $c_{u1} \rightarrow u_1$ và $c_{u2} \rightarrow u_2$.

Từ đó ta có

$$H_{st} = \frac{\eta_h}{g} (u_2^2 - u_1^2) \quad (6.94)$$

Nếu như chúng ta lại bỏ qua cả tốc độ vòng u_1 ở đầu vào bánh công tác – tác nhân mà chất lưu có được ít nhất là một phần do ma sát trong ở đầu vào của bơm, thì cột áp lý thuyết toàn phần khi lưu lượng giảm tới không lại sẽ là

$$H_b = \frac{u_2^2}{g} \quad (6.95)$$

Cột áp thực tế không tuân thủ theo biểu thức trên. Điều thú vị ở đây, chính là biểu thức $\frac{u_2^2}{g}$ lại đại diện cho năng lượng riêng của chất lưu khi chuyển động trong thùng quay (hình 1.30). Độ dâng mặt thoáng của nó ở ngoại vi hay thế năng (và động năng) được xác định bằng tốc độ vòng u .

6.5. HIỆN TƯỢNG XÂM THỰC – CỘT ÁP CHO PHÉP Ở ĐẦU HÚT BƠM

Bơm ly tâm có thể thay đổi năng suất và cột áp trong một

khoảng rộng. Quan hệ giữa các thông số của loại bơm này rất đa dạng. Tuy nhiên, điều kiện làm việc ở đầu hút của nó lại yêu cầu đặc biệt khắt khe. Một hiện tượng khá phổ biến thường xảy ra nếu như điều kiện làm việc không tuân thủ những yêu cầu của chế độ vận hành, đó là hiện tượng xâm thực. Nó xuất hiện ở những vùng nhạy cảm, đặc biệt ở đầu hút của bơm.

Hiện tượng xâm thực liên quan đến việc hình thành sự đứt quãng (tạo khoảng trống rỗng) trong dòng chất lỏng; tại đó, áp suất giảm đến áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ cho trước. Và do vậy, chất lỏng sôi rất nhanh; Song, do áp suất trong dòng chất lỏng luôn luôn thay đổi, nên những bọt hơi trôi đi theo dòng và đến vùng áp suất cao nó lại bị vỡ do ngưng tụ. Số lượng hạt sinh ra trong dòng vô cùng lớn, nhưng tuổi thọ của chúng lại rất ngắn. Theo thực nghiệm, sự tồn tại của bọt (từ lúc sinh ra đến lúc nổ xẹp) chỉ khoảng $(0,3 - 1) \text{ s}$. Vô số hạt được sinh ra rồi lại nổ xẹp liên tục, và di chuyển không ngừng trên bề mặt cánh (trong kênh dây cánh), nên sinh ra hiệu ứng pin nhiệt điện làm nhanh chóng phá hủy bề mặt kim loại.

Đối với các bơm áp suất thấp, có cánh đúc bằng gang, bề mặt bị xâm thực trở nên rỗ, xốp, lỗ chỗ không đều và ăn sâu dưới các bề mặt kim loại của các chi tiết; Còn với các bơm áp suất cao có kết cấu bằng thép (phần lớn là hợp kim), thì sự phá hủy bề mặt do xâm thực và xói mòn xảy ra rất đa dạng và kỳ thú; đôi khi, tạo thành các lỗ hổng, khe nứt bóng như tiện hoặc

mài trên bề mặt.

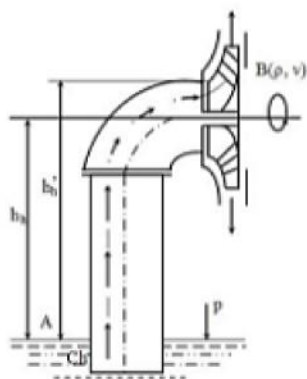
Hiện tượng xâm thực không những làm hỏng bề mặt kim loại, giảm độ bền và tuổi thọ chi tiết, mà còn làm giảm đáng kể hiệu suất của máy.

Máy làm việc trong điều kiện xâm thực luôn kèm theo tiếng động, va đập và rung, ồn.

Hiện tượng xâm thực thường xuất hiện ở đầu hút của bơm. Tuy nhiên, đôi khi cũng có thể sinh ra ở đầu đẩy do dòng bị tách ra khỏi bề mặt của cánh và bộ phận điều chỉnh (van cửa, van tiết lưu...). Thông thường nhất là xảy ra ở phía lõm đầu vào cánh, ở các khoang chèn hoặc chỗ ngoặt đột ngột; ở những vị trí này, hay xảy ra tách dòng khỏi bề mặt.

Bơm có thể làm việc trong điều kiện xâm thực dài hay ngắn là tùy thuộc vào mức độ sử dụng các chi tiết được chế tạo từ các vật liệu chịu xâm thực - các loại hợp kim. Thông thường người ta hay sử dụng thép hợp kim chứa thành phần nickel, đặc biệt là crom. Tuy nhiên, cũng cần phải hiểu rằng, không có một loại vật liệu nào chịu nổi xâm thực, cho dù vật liệu đó có tốt đến mấy, không sớm thì muộn cũng bị phá hủy.

Về mặt thiết kế, có thể hạn chế được xâm thực bằng cách: tạo dòng chảy thuận lợi, tạo hình profile cánh thích hợp, và hạn chế tốc độ trong các phần chảy của dòng.



Hình 6.33. Ống hút của bơm

Biện pháp chủ yếu áp dụng để ngăn ngừa khả năng xâm thực trong bơm, đảm bảo cho nó vận hành bình thường, là duy trì được một áp suất thích hợp ở đầu hút.

Hiện tượng xâm thực ảnh hưởng đáng kể đến thay đổi đặc tính của bơm, trước hết là giảm rõ rệt cột áp và hiệu suất.

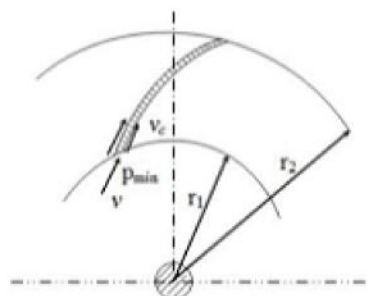
Ta viết phương trình Bernoulli cho dòng chất lỏng A – B (hình 6.33) chuyển động từ mặt thoáng A vào ống hút, vào rãnh cánh động

$$\frac{p_h}{\rho} + \frac{c_h^2}{2} = \frac{p}{\rho} + gh'_h + \frac{c^2}{2} + gh_{th} \quad (6.96)$$

trong đó là trở lực thủy lực ở đầu hút.

Từ đó, ta xác định được áp suất p ở đầu vào kênh động

$$p = p_h - \rho gh'_{th} - \rho \frac{c^2}{2} - \rho gh_{th} \quad (6.97)$$



Hình 6.34. Xác định áp suất tối thiểu ở cánh bơm

Bây giờ, từ phương trình năng lượng của chuyển động tương đối ta xác định áp suất tối thiểu vào cánh động (bỏ qua chiều cao cột áp và trở lực)

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \frac{p_{min}}{\rho} + \frac{v_c^2}{2} \quad (6.98a)$$

hay

$$p = p_h - \rho gh'_{th} - \rho \frac{c^2}{2} - \rho gh_{th} \quad (6.98b)$$

Ký hiệu $\lambda = \left[\left(\frac{v_c^2}{v^2} \right) - 1 \right]$ là hệ số xâm thực, ta có

$$\frac{p_{min}}{\rho} = \frac{p}{\rho} - \lambda \frac{v^2}{2} \quad (6.99)$$

Các bơm đồng dạng về mặt hình học vận hành trong cùng một điều kiện, thì có cùng tỷ số $\frac{v_c}{v}$, và hệ số xâm thực.

Theo các số liệu thực nghiệm và tính toán thiết kế, $\lambda = 0,3 \div 0,4$.

Từ phương trình (6.97) và (6.99) ta có

$$\left(\frac{p_h}{\rho} - \frac{p_{min}}{\rho} \right) - g(h'_{th} + h_{th}) = \frac{c^2}{2} + \lambda \frac{v^2}{2} \quad (6.100)$$

Điều kiện khởi phát hiện tượng xâm thực xảy ra khi, $p_{min} = p_{bh}$ (ở đây, p_{bh} là áp suất hơi bão hòa ở nhiệt độ cho trước).

Độ nâng tối thiểu của điểm B ở đầu vào kênh động – nơi

bắt đầu xảy ra xâm thực, được coi như giá trị tới hạn, hay còn gọi là cột áp hình học đầu hút $h'_{sh.cr}$. Thông số này có thể xác định được từ phương trình

$$\left(\frac{p_h}{\rho} - \frac{p_{bh}}{\rho} \right) - g(h'_{sh} + h_{zh}) = \frac{c^2}{2} + \lambda \frac{v^2}{2} \quad (6.101)$$

Ở đầu hút, ta coi tổng cột áp hình học và trở lực như cột áp toàn phần

$$H_h = h'_{sh} + h_{zh} \quad (6.102a)$$

Và cột áp toàn phần tới hạn là

$$H_{h.cr} = h'_{sh.cr} + h_{zh} \quad (6.102b)$$

Thay các giá trị trên vào phương trình (6.101), ta được

$$\frac{p_h}{\rho} - \frac{p_{bh}}{\rho} = gH_{h.cr} + \frac{c^2}{2} + \lambda \frac{v^2}{2} \quad (6.103)$$

Vì, p_h là áp suất ở mức thấp, nên thành phần $\frac{p_h - p_{bh}}{\rho}$ có thể coi là điều kiện xâm thực ở mức độ thấp của chất lỏng. Ta ký hiệu

$$gH_{xt} = \frac{p_h - p_{bh}}{\rho} \quad (6.104)$$

Cuối cùng, phương trình xâm thực có dạng

$$H_{xt} - H_{h.cr} = \frac{c^2}{2g} + \lambda \frac{v^2}{2g} \quad (6.105)$$

Phương trình này có một ý nghĩa rất quan trọng trong khảo

sát và tính toán điều kiện làm việc của bơm.

Thực tế cho thấy rằng, giá trị $H_{h.cr}$ cũng không đảm bảo tuyệt đối để bơm tránh được xâm thực. Bởi vì chỉ cần giảm một lượng rất nhỏ áp suất của dòng cũng có thể tạo nguy cơ xuất hiện xâm thực và phá vỡ điều kiện vận hành bình thường của bơm. Vì vậy, vận hành bình thường của bơm chỉ có thể đảm bảo ở cột áp đầu hút cho phép phải là

$$H_{h.cp} < H_{h.cr} \quad (6.106)$$

Để đảm bảo tin cậy tuyệt đối điều kiện vận hành của bơm, thường người ta xác định cột áp đầu hút cho phép thông qua giới hạn an toàn chống khởi phát xâm thực; độ dự phòng này nằm trong khoảng 0,25 ($H_{xt} - H_{h.cr}$).

$$H_{h.cp} = H_{h.cr} - 0,25(H_{xt} - H_{h.cr}) \quad (6.107)$$

Phương trình (6.107) cho thấy hiển nhiên, cột áp đầu vào cho phép phụ thuộc rất đáng kể vào nhiệt độ của chất lỏng.

Tăng nhiệt độ chất lỏng ở đầu hút rõ ràng làm giảm cột áp tới hạn và cột áp đầu vào cho phép.

Ở nhiệt độ cao, giá trị cột áp đầu vào cho phép có thể âm. Điều đó có nghĩa là mặt thoáng của mức chất lỏng phải nằm trên đường trục bơm. Phương pháp đặt bơm của hai trường hợp này được thể hiện trên hình 6.35.

Hình 6.35a đặc trưng cho cách đặt bơm chất lỏng nhiệt độ thấp; còn hình 6.35b là đại diện cho loại bơm chất lỏng nhiệt độ cao; loại này được sử dụng nhiều nhất trong nhà máy điện: bơm cấp nước cho lò hơi, hoặc bơm nước ngưng gia nhiệt hồi nhiệt.

Với những bơm nước nóng, bể cấp phải đặt cao hơn bơm. Độ cao theo tính toán lý thuyết trong những trường hợp này thường là khó đạt được do điều kiện lắp đặt thực tế. Do vậy, có thể giảm chiều cao này bằng cách giảm cả tốc độ nước vào lẫn trở lực đầu hút. Để đảm bảo hơn, cần tăng đường kính và giảm chiều dài ống hút. Đồng thời phải thiết kế hợp lý đường kính và chiều dài các chi tiết để giảm trở lực ma sát và cục bộ.

Trong một số trường hợp, cột áp đầu vào cho phép có thể giảm bằng cách tăng áp suất trong bể cấp.

Sau đây ta giới thiệu một số biện pháp giảm và chống xâm thực.

Ảnh hưởng quyết định đến sự xuất hiện xâm thực trong máy bơm là các điều kiện ở đầu vào bánh công tác. Máy bơm

phải được thiết kế sao cho tốc độ ở đầu vào (đặc biệt là tốc độ tương đối v_1) là nhỏ, trường tốc độ và áp suất trên cùng một tiết diện phải đồng đều.

Để tạo điều kiện tốt nhất cho chất lỏng vào bánh công tác, tất cả các chi tiết và thông số đầu vào bơm phải có hình dạng khí động và giá trị tối ưu: đường kính d_0 , độ rộng kênh b_1 và góc β_1 . Thực tế cho thấy góc càng nhỏ, khả năng chống xâm thực càng tốt.

Để giảm và chống xâm thực người ta thường sử dụng các biện pháp sau đây:

1. Tác động đến hệ thống làm việc: Để giảm chiều cao hình học đầu hút, giảm nhiệt độ chất lỏng, giảm tổn thất năng lượng đầu hút, tăng áp suất trước đầu vào bánh công tác, người ta xả một phần chất lỏng ở đầu đẩy cho quay về đầu hút (tái tuần hoàn - biện pháp cho bơm ngưng) hoặc đặt ejector ở đầu hút.

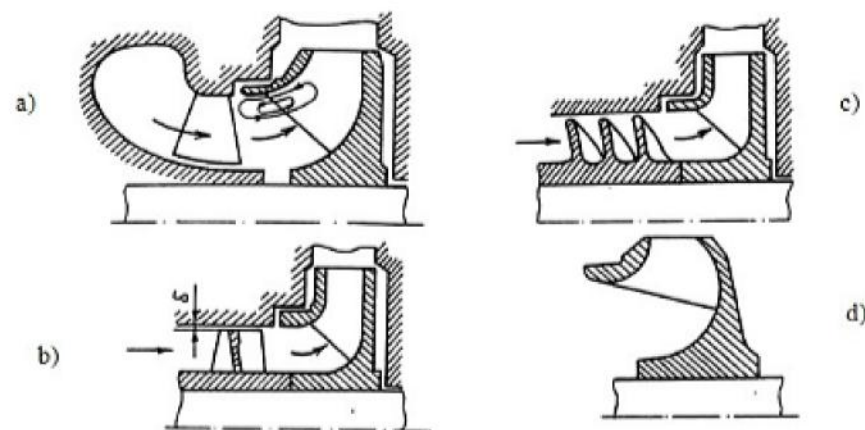
2. Làm giảm hiện tượng xâm thực bằng cách thay đổi hình dạng một vài chi tiết trong cấu tạo của bơm: Sử dụng bánh công tác đầu tiên có vòng quay n_s [4] cao hơn các bánh công tác còn lại; Sử dụng mép biên vào các bánh động dày hơn, nhọn và đặt nghiêng với trục của bánh động. Ngoài ra có thể đặt thêm các thiết bị phụ trên trục bơm trước tầng đầu tiên như: bánh dọc trục, guồng xoắn để đạt được hệ số Rudnev cao [4], $C = 2500 + 5000$, hoặc cao hơn; hoặc sử dụng các máy bơm phụ; sử dụng

profile chống xâm thực trong các bánh động cho phép tăng số vòng quay mà không làm xấu đi đường đặc tính năng lượng; Đặt trong ống hút bộ san bù (tấm hướng kính mỏng từ vách tới trục ống hút); Đặt các cánh ở đầu vào bánh động làm giảm độ xoắn dòng (xem các hình 6.36)

3. Làm giảm và loại bỏ hiện tượng xâm thực bằng cách thay đổi các thông số làm việc của bơm: Giảm lưu lượng Q ở số vòng quay không đổi, biện pháp này có thể thực thi trong trường hợp máy bơm có năng suất định mức $(120 \div 140)\%$ so với yêu cầu tiêu thụ; Giảm số vòng quay so với tính toán.

4. Sử dụng các loại thép hợp kim cao cấp để chế tạo các chi tiết của bơm, đặc biệt là bánh động. Thông thường người ta hay sử dụng các hợp kim có thành phần như sau:

$(13 \div 15)\% \text{ Cr} ; (0,5 \div 0,8)\% \text{ Ni} ; (0,2 \div 0,25)\% \text{ C}$



Hình 6.36. Các giải pháp kết cấu giảm xâm thực

a. Đặt cánh tĩnh hướng vào đầu bơm; b. Đặt thêm bánh dọc trục;

c. Đặt thêm guồng xoắn; d. Nới rộng đầu vào bánh động.

Trong đó đặc biệt lưu ý thép 13% Cr có cơ tính chống biến dạng môi.

Thông thường các chi tiết được chế tạo bằng phương pháp đúc chất lượng cao (dưới áp lực, ly tâm) sau đó gia công cơ khí.

6.6. VA ĐẬP THỦY LỰC

Như chúng ta đã đề cập, khi thay đổi lưu lượng đột ngột, sẽ xuất hiện sự thay đổi áp suất rất lớn trong đường ống; có thể đe dọa thậm chí đến cả an toàn của toàn bộ hệ thống thiết bị.

Khi khảo sát các trường hợp như vậy, cần phải xem xét đến độ nén của chất lưu; Và trong những trường hợp cần thiết, cần phải tính toán kiểm tra cả độ đàn hồi của vách ống.

Những hiện tượng như vậy gọi là va đập thủy lực hay va đập nước.

Hiện tượng này đã được nhiều nhà khoa học nghiên cứu; đặc biệt là Joukowski và Alliévy;

Trong phần này, chúng ta chỉ đề cập đến những vấn đề cơ bản nhất có liên quan đến các hiện tượng thường xảy ra trong

các lĩnh vực kỹ thuật và đời sống.

Dấu hiệu cơ bản nhất của mọi môi trường đàn hồi là trong đó lan truyền các chấn động áp suất nhỏ với tốc độ âm thanh a_s .

Trong vật lý, chúng ta đã biết rằng, tốc độ âm thanh phụ thuộc vào độ nén của chất lưu theo biểu thức tổng quát (xem thêm phần 3.4)

$$a_s = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = v \sqrt{-\frac{dp}{dv}} \quad (6.108)$$

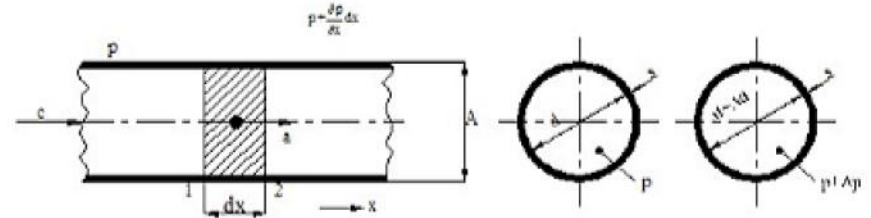
ở đây p là áp suất riêng, $\rho = \frac{1}{v}$ là mật độ (khối lượng riêng), v là thể tích riêng của chất lưu.

Bởi vì biểu thức $C = -v \frac{dp}{dv}$, đại diện cho hệ số nén thể tích (hay còn gọi là modul thể tích - xem phần 2.1) của chất lưu, có độ lớn bằng giá trị thay đổi áp suất Δp .

Như vậy, để thể tích của chất lưu thay đổi 100% (tức là $\Delta v = v$), chúng ta có thể viết

$$a_s = \sqrt{vC} = \sqrt{\frac{C}{\rho}} \quad (6.109)$$

Nếu giả thiết, sự lan truyền chấn động áp lực là quá trình đẳng entropy, thì tốc độ âm thanh được xác định bằng biểu thức Laplace (3.65) (xem phần 3.4.1)



Hình 6.37. Chuyển động của chất lưu trong ống đàn hồi

Bây giờ, chúng ta viết phương trình chuyển động cho dòng không ổn định của chất lưu nén qua một ống đàn hồi đặt nằm ngang (hình 6.37).

Cột áp tĩnh (chiều cao tĩnh) có thể bỏ qua so với các thành phần khác.

Phương trình cân bằng phân tử chất lưu nằm giữa hai tiết diện 1 – 2, có diện tích A và độ dày dx là

$$\rho A dx a = A \frac{\partial p}{\partial x} dx \quad (6.110)$$

hay

$$a = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6.111)$$

ở đây a là gia tốc chuyển động của chất lưu.

ρ khối lượng riêng.

Tốc độ $c = \frac{dx}{dt}$ phụ thuộc vào cả khoảng cách và thời gian, nên có thể viết

$$dc = \frac{\partial c}{\partial x} dx + \frac{\partial c}{\partial t} dt \quad (6.112)$$

Sau khi thay vào (6.111), ta được

$$a = \frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x}$$

Cuối cùng, ta có phương trình

$$\frac{c \partial c}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6.113)$$

Đối với phương trình liên tục, ở đây có thể viết trong dạng tổng quát

$$\frac{\partial}{\partial x} (m_c dt) dx = \frac{\partial}{\partial t} (dm) dt \quad (6.114)$$

hay

$$\frac{\partial}{\partial x} (Ac \rho dt) dx = \frac{\partial}{\partial t} (A \rho dx) dt$$

Các biểu thức trên cho thấy, gia số giữa khối lượng chảy vào tiết diện 1 và chảy ra khỏi tiết diện 2 sau một thời gian dt làm xuất hiện sự thay đổi khối lượng chứa trong thể tích $A dx$.

Chúng ta đơn giản phương trình bằng cách bỏ qua sự thay đổi khối lượng riêng ρ cũng như sự thay đổi tiết diện A theo khoảng cách x , và nhận được

$$A \rho \frac{\partial c}{\partial x} = A \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial A}{\partial t} \quad (6.115a)$$

hay

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial t} \quad (6.115b)$$

Tuy nhiên, sự thay đổi tiết diện của ống đàn hồi và cả khối lượng riêng trong thời gian khảo sát lại chỉ bị tác động trên cơ sở của sự thay đổi áp suất riêng p ; như vậy

$$dA = \frac{\partial A}{\partial p} dp \quad \text{và} \quad d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial p} dp$$

hay, sau khi thay các giá trị trên vào (6.115b), ta có

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial p} \right) \cdot \frac{dp}{dt} \quad (6.116)$$

Giá trị thay đổi toàn phần của áp suất dp được viết dưới dạng

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial t} dt$$

hay

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial x} c + \frac{\partial p}{\partial t}$$

Cuối cùng ta có biểu thức

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial p} \right) \left(c \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right) \quad (6.117)$$

Cả hai phương trình vi phân (6.113) và (6.117) đều định nghĩa sự tồn tại của chất lưu nén trong ống đàn hồi.

Nếu kết hợp phương trình thay đổi trạng thái $[\rho = f_1(p)]$ và phương trình có kể đến thay đổi tiết diện ống theo thay đổi áp suất $[A = f_2(p)]$, chúng ta có thể xác định được tốc độ, áp suất ở mỗi tiết diện và ở mọi thời điểm

$$c = \varphi(x,t) \text{ và } p = \psi(x,t)$$

Tuy nhiên, giải các phương trình này khá phức tạp, nên chúng ta thay bằng cách sau đây:

Xuất phát từ phương trình (6.117), trong đó chúng ta giả thiết rằng, tiết diện A và cả mật độ ρ thay đổi tỷ lệ thuận với áp suất. Như vậy, đạo hàm của chúng theo p sẽ là những hằng số và chúng ta có thể đặt toàn bộ biểu thức trong ngoặc đơn thứ nhất là hằng số K . Về đặc tính của đại lượng này chúng ta có thể hình dung được khi xem xét ý nghĩa của biểu thức (6.108); giá trị tỷ số $\frac{\partial p}{\partial \rho}$ bằng bình phương của tốc độ âm thanh a_s .

Như vậy, chúng ta có thể thay $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \rho}$ bằng $\frac{1}{\rho} a_s^2$, còn thành phần thứ hai $\frac{1}{A} \cdot \frac{dA}{dp}$ liên quan đến sự thay đổi tiết diện ống chúng ta có thể coi là giá trị hiệu chỉnh tốc độ lan truyền chấn động áp suất (nhiều áp suất) trong ống đàn hồi. Nếu chúng ta ký hiệu nó là tốc độ sóng va đập c_w , thì có thể viết

$$K = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \rho} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dp} = \frac{1}{\rho_1 c_w^2} \quad (6.118)$$

Như vậy

$$c_w = \left[\rho_1 \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \rho} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dp} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.119)$$

Trong công thức này, giá trị p_s có thể thay gần đúng bằng giá trị trung bình của khối lượng riêng chất lưu trong phạm vi cột chất lưu được khảo sát.

Đại lượng đầu tiên trong ngoặc đơn có thể thay bằng modul thể tích của chất lưu $C = \rho \frac{\partial p}{\partial \rho}$; như vậy

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{1}{C} \quad (6.120)$$

Thành phần hiệu chỉnh thứ hai $\frac{1}{A} \frac{dA}{dp}$ chúng ta tính toán cho ống có đường kính d và chiều dày s như sau:

Ứng suất trong vách sinh ra do tăng áp suất bên trong Δp sẽ là

$$\sigma = \frac{d}{2s} \Delta p \quad (6.121)$$

Ở chu vi $P = \pi d$, theo định luật Hook chúng ta có độ giãn tương đối

$$\lambda = \frac{\sigma}{E}$$

ở đây E là modul đàn hồi vật liệu sản xuất ống.

Độ tăng toàn bộ của đường kính có độ giãn tương đối giống như độ giãn tương đối của chu vi

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta P}{P} = \lambda \quad (6.122)$$

nên có thể viết

$$\Delta d = \lambda d = \frac{\sigma}{E} d = \frac{d^2}{2sE} \Delta p$$

Sự thay đổi tương ứng của tiết diện

$$\Delta A = \pi d \frac{\Delta d}{2} = \frac{\pi d^3}{4sE} \Delta p$$

$$\text{Từ đó, ta có } \frac{\Delta A}{\Delta p} = \frac{\pi d^3}{4sE}$$

$$\text{và } \frac{1}{A} \frac{dA}{dp} = \frac{4}{\pi d^2} \frac{\pi d^3}{4sE} = \frac{d}{sE}$$

Như vậy, tốc độ sóng va đập có thể viết

$$c_w = \frac{1}{\sqrt{\rho_s \left(\frac{1}{C} + \frac{d}{sE} \right)}} = \sqrt{\frac{C}{\rho}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{dC}{sE}}} = a_s \kappa \quad (6.123)$$

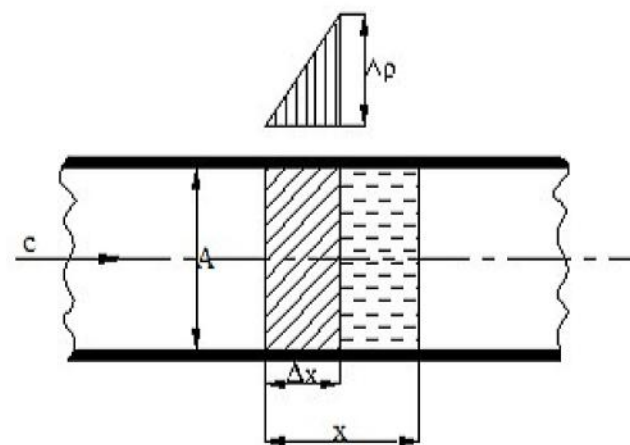
ở đây a_s tốc độ âm thanh trong dòng chất lưu;

hệ số $\kappa = \left(1 + \frac{dC}{sE} \right)^{-\frac{1}{2}}$ xác định tốc độ âm thanh do ảnh hưởng đàn hồi của ống.

Ở những ống mỏng, đường kính lớn sản xuất từ vật liệu đàn hồi có độ giảm tốc độ khá lớn, chẳng hạn có thể đến 30 - 40%; Còn ngược lại, những ống cứng, không đàn hồi thì tốc độ lan truyền chấn động áp lực bằng tốc độ âm thanh trong chất lưu.

Trong trường hợp cực đoan này, chúng ta cũng dễ dàng tính được độ tăng áp suất sinh ra do hãm dòng đột ngột; hiện tượng này gọi là va đập toàn phần (va đập hoàn toàn).

Nếu như đóng tức thời toàn bộ tiết diện của đường ống đang có tốc độ dòng chảy là c , thì va đập xảy ra trước hết ở lớp đầu tiên của độ dày x (hình 6.38). Động năng của lớp có khối lượng nén chất lỏng một khoảng Δx cần một công biến dạng để nâng áp suất lên một giá trị Δp .



Hình 6.38. Va đập nén tức thời

Với giả thiết, áp suất được nâng lên theo chiều tỷ lệ thuận,

chúng ta có thể viết đẳng thức

$$m \frac{c^2}{2} = -\frac{1}{2} F \Delta x$$

hay
$$A x \rho \frac{c^2}{2} = -\frac{1}{2} A \Delta p \Delta x$$

Như vậy

$$\Delta p = -\rho c^2 \frac{x}{\Delta x} \quad (6.124)$$

Tuy nhiên, độ nén dài tương đối $\frac{\Delta x}{x}$ lại có thể thay bằng sự thay đổi tương đối của thể tích riêng, bởi vì $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta v}{v}$, và kết hợp với định nghĩa hệ số nén thể tích $C = -v \frac{\Delta p}{\Delta v}$.

Sau khi điền các giá trị trên vào (6.124), chúng ta có

$$(\Delta p)^2 = \rho c^2 C \quad (6.125a)$$

$$\text{hay } \Delta p = c \sqrt{\rho C} = \rho c a_s \quad (6.125b)$$

Trong trường hợp xảy ra va đập toàn phần mà có xuất hiện biến dạng ống, thì độ tăng áp suất có thể xác định từ biểu thức tổng quát sau đây:

$$\Delta p = \rho c c_w \quad (6.125c)$$

Để có thể định lượng được bằng số, chúng ta đưa ra giá trị modul nén của nước

$$C = 2,1 \cdot 10^4 \text{ kG/cm}^2 = 2,1 \cdot 10^9 \text{ (N/m}^2\text{)}$$

Như vậy, tốc độ âm thanh trong nước sẽ là

$$a_s = \sqrt{\frac{C}{\rho}} = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^9}{10^3}} = 1.435 \text{ (m/s)}$$

Và độ tăng áp suất, có thể tính được, chẳng hạn từ tốc độ sóng áp lực

$$\Delta p = \frac{10^3}{g} 10^3 c = 10^5 c \text{ (kG/cm}^2\text{)} \quad \text{hay} \quad \Delta p = 10^6 c \text{ (N/m}^2\text{)}$$

ở đây c là tốc độ ban đầu của nước trong ống (m/s).

Lẽ dĩ nhiên, trong nước độ tăng áp suất có thể sẽ vô cùng lớn, nên trong một số tài liệu người ta rất quan tâm đến lý thuyết sóng va đập và các biện pháp ngăn ngừa nó.

Ngược lại trong chất khí và hơi sự tăng áp suất là tương đối nhỏ, bởi vì ở đây khối lượng riêng của chất khí và cả tốc độ âm thanh đều nhỏ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [3], [4], [6], [16], [17], [24].

Chương 7

ỨNG DỤNG CÁC PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN TÍNH TOÁN DÒNG CHẤT KHÍ

7.1. HOẠT ĐỘNG CỦA ỚNG PHUN HẸP DẴN

7.1.1. Dòng đẳng entropy của chất khí lý tưởng

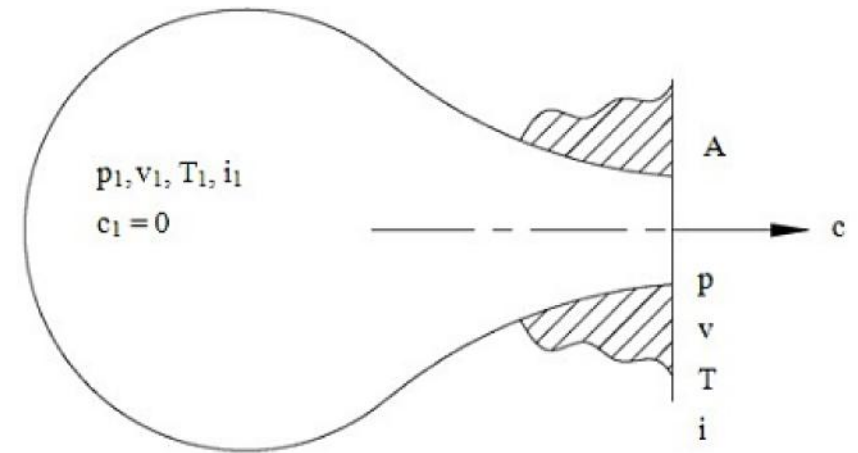
Để khảo sát hoạt động của ống phun hẹp dẫn, ta lấy một bình góp có thông số ban đầu không đổi (p_1, v_1, T_1). Dòng khí lý tưởng chảy qua một ống phun hẹp dẫn có tiết diện A ra bên ngoài môi trường có áp suất p (hình 7.1).

Với giả thiết $c_1 = 0$, từ phương trình năng lượng (3.40, 44) ta xác định được tốc độ dòng khí ra khỏi bình

$$\frac{c^2}{2} = i_1 - i \quad (7.1)$$

Đối với chất khí lý tưởng ta có thể viết

$$i_1 - i = c_p(T_1 - T) = c_p T_1 \left(1 - \frac{T}{T_1}\right) \quad (7.2)$$



Hình 7.1. Hoạt động của ống phun hẹp dẫn

Thay giá trị trên vào phương trình năng lượng để xác định tốc độ

$$c = \sqrt{2(i_1 - i)} = \sqrt{2c_p T_1 \left(1 - \frac{T}{T_1}\right)}$$

Mặt khác, từ phương trình đẳng entropy, phương trình trạng thái và biểu thức Mayer, có thể viết

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}; \quad T_1 = \frac{p_1 v_1}{r}; \quad \frac{c_p}{r} = \frac{k}{k-1}$$

Từ đó xác định được tốc độ dòng khí

$$c = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (7.3)$$

Trên cơ sở phương trình liên tục tìm được biểu thức tính toán lưu lượng khí ra khỏi ống phun

$$D = \rho c A = \frac{cA}{v}$$

$$D = \frac{A}{v} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (7.4a)$$

Từ phương trình đẳng entropy ta suy ra

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_1} \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}}$$

Thay $\frac{1}{v}$ vào (7.4a)

$$D = A \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \sqrt{2 \frac{p_1}{v_1}} \quad (7.4b)$$

Ký hiệu

$$B = \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}$$

$$= \sqrt{\frac{k}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}}} = f \left(k, \frac{p}{p_1} \right) \quad (7.5)$$

và $\varepsilon = \frac{p}{p_1}$ là tỷ số áp suất. Ta xây dựng quan hệ $B = f(k, \varepsilon)$. Đại

lượng B cho ta quan hệ giữa lưu lượng và k, ε . Trên hình 7.2 cho thấy sự phụ thuộc của B vào ε với các giá trị khác nhau. Hàm số B bằng không ở các tỉ số áp suất: $\varepsilon = 0$ và $\varepsilon = 1$. Giữa hai tỷ số này là những giá trị B dương và nó đạt cực đại ở một tỷ số nhất định. Giá trị này được gọi là tỷ số áp suất tới hạn; ký

$$\text{hiệu là } \varepsilon_{cr} = \left(\frac{p}{p_1} \right)_{cr}$$

Như vậy lưu lượng qua miệng ống phun tiết diện A đạt giá trị cực đại khi

$$\left(\frac{\partial B}{\partial \varepsilon} \right)_k = 0$$

Từ điều kiện trên xác định tỷ số áp suất tới hạn ε_{cr}

$$\left(\frac{\partial B}{\partial \varepsilon} \right)_k = \frac{1}{2} \frac{\frac{k}{k-1} \left(\frac{2}{k} \varepsilon^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k} \varepsilon^{\frac{1}{k}} \right)}{\sqrt{\frac{k}{k-1} \left(\varepsilon^{\frac{2}{k}} - \varepsilon^{\frac{k+1}{k}} \right)}} = 0$$

Giá trị của biểu thức bằng không, do đó có thể viết

$$2\varepsilon^{\frac{2-k}{k}} - (k+1)\varepsilon^{\frac{1}{k}} = 0$$

Giải phương trình trên ta được tỷ số áp suất tới hạn

$$\varepsilon_{cr} = \left(\frac{p}{p_1} \right)_{cr} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = f(k) \quad (7.6)$$

Như vậy khi $\varepsilon = \varepsilon_{cr}$ thì $B = B_{max}$ và $D = D_{max}$. Thay giá trị ε_{cr} vào biểu thức (7.5) ta xác định được

$$B_{max} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{k}{k+1}} = f(k) \quad (7.7)$$

Mặt khác từ phương trình (7-4a,b) chúng ta thấy rằng, với một tỷ số áp suất nhất định $\varepsilon = \frac{p}{p_1}$ và ở cùng tiết diện chảy A, lưu lượng D của một chất khí chỉ phụ thuộc vào trạng thái ban đầu p_1, v_1 .

Từ phương trình trạng thái ta xác định $v_1 = r \frac{T_1}{p_1}$ và thay vào phương trình (7-4b)

$$D = A.B.p_1 \sqrt{\frac{2}{rT_1}} \quad (7.8)$$

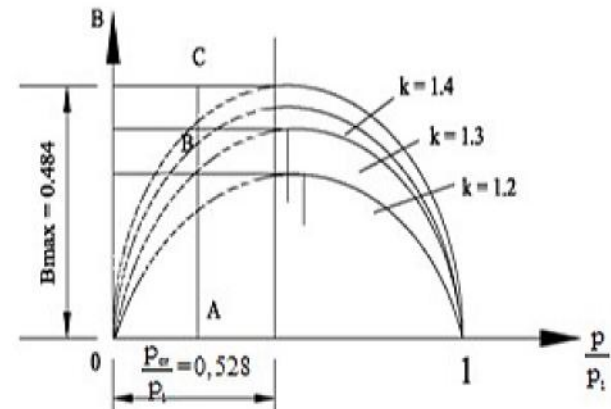
Nếu dòng ổn định và điều kiện trong bình không đổi (tức là p_1, v_1, T_1 không đổi) thì lưu lượng qua mọi tiết diện đều là hằng số. Do đó thỏa mãn điều kiện

$$A.B = \text{const} \quad (7.9)$$

Như vậy, với ống phun có tiết diện hẹp dần (tức là A giảm liên tục theo chiều chuyển động của dòng) thì B phải tăng dần, đồng thời áp suất giảm.

Trên hình 7.2, đại lượng B tăng và đạt giá trị cực đại ở tỷ số $\varepsilon_{cr} = \left(\frac{p}{p_1} \right)_{cr}$. Và sau đó, theo lý thuyết - từ biểu thức (7.5), giá trị B giảm xuống bằng không, khi $\varepsilon = \frac{p}{p_1} = 0$.

Như vậy theo (7.4) lưu lượng cũng giảm xuống bằng không. Điều này nghịch lý so với thực tế bởi vì lưu lượng dòng dẫn nỏ vào chân không tuyệt đối không thể bằng không, do đó nếu tiếp tục giảm $\varepsilon < \varepsilon_{cr}$ thì lưu lượng của dòng chảy qua một tiết diện cho trước đạt giá trị cực đại và không thay đổi. Tại tiết diện $A = A_{min}$, giá trị B theo biểu thức (7.7) sẽ đạt giá trị cực đại B_{max} . Lưu lượng qua tiết diện nhỏ nhất của ống phun đạt giá trị cực đại với mọi giá trị $\varepsilon \leq \varepsilon_{cr}$.



Hình 7.2. Quan hệ $B = f(\varepsilon)$

Tại tiết diện nhỏ nhất dòng chảy đạt tốc độ tới hạn c_{cr} tương ứng với tỷ số áp suất tới hạn ε_{cr}

Thay

$$D_{max} = A_{min} \cdot B_{max} \cdot p_1 \sqrt{\frac{2}{\gamma T_1}} \quad (7.10)$$

vào (7.3) ta được:

$$\begin{aligned} c_{cr} &= \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right]} \\ &= \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \gamma T_1} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Nếu thay đổi các giá trị ban đầu p_1, v_1, T_1 bằng các giá trị tới hạn p_{cr}, v_{cr}, T_{cr} của quá trình đẳng entropy.

$$p_1 v_1 = p_{cr} v_{cr} \left(\frac{p_1}{p_{cr}} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{k+1}{2} p_{cr} v_{cr}$$

thì ta có biểu thức xác định tốc độ tới hạn

$$c_{cr} = \sqrt{k p_{cr} v_{cr}} = \sqrt{k \gamma T_{cr}} \quad (7.12)$$

Song, theo biểu thức Laplace (3.65) thì c_{cr} chính là tốc độ âm thanh tại tiết diện tới hạn có thông số p_{cr}, v_{cr}, T_{cr} .

Như vậy, nếu áp suất đầu xả của ống phun hẹp dần nhỏ hơn

hoặc bằng áp suất tới hạn thì dòng đạt tốc độ âm thanh cực bộ ở tiết diện nhỏ nhất.

$$\text{Tóm lại, nếu } p_a \leq p_{cr} \text{ thì } c = c_{cr} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1}$$

Và lưu lượng cực đại sẽ là

$$\begin{aligned} D_{max} &= A_{min} \cdot B_{max} \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \\ &= A_{cr} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{k}{k+1}} \sqrt{2 \frac{p_1}{v_1}} \end{aligned} \quad (7.13)$$

Tiết diện nhỏ nhất A_{min} gọi là tiết diện tới hạn A_{cr}

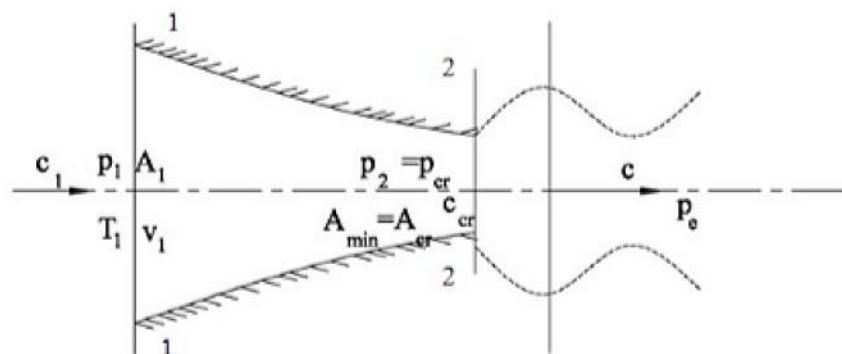
Ở trên chúng ta đã bỏ qua tốc độ c_1 , nếu ở đầu vào ống phun có tốc độ đáng kể $c_1 \neq 0$ thì tốc độ dòng sẽ là

$$c = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + c_1^2} \quad (7.14)$$

7.1.2. Ống phun hẹp dần làm việc ở chế độ thay đổi

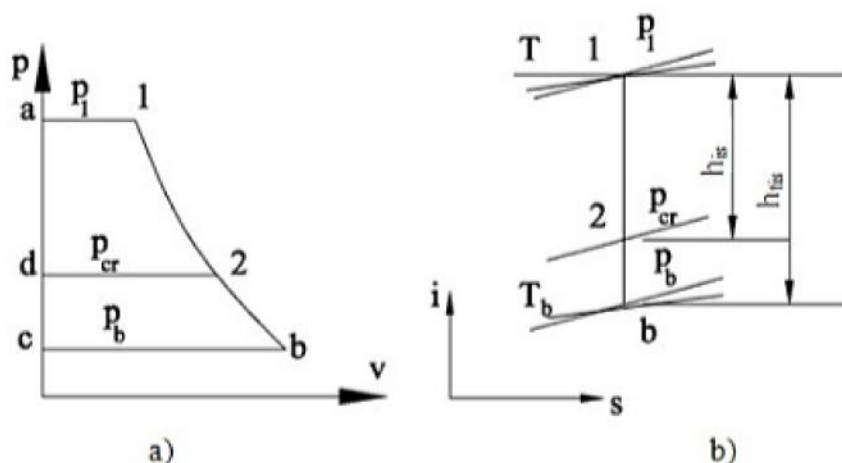
Ta lấy một ống phun hẹp dần có dòng khí lý tưởng đi qua (hình 7.3).

7.1.2.1. Chế độ làm việc của ống phun khi đối áp pe thay đổi và các thông số đầu vào không đổi



Hình 7.3. Ống phun hẹp dần ở chế độ thay đổi

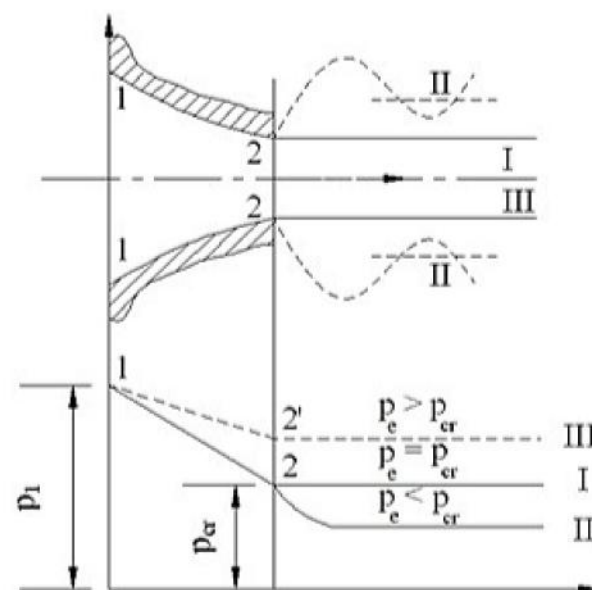
Khi p_1 không đổi và p_e giảm dần thì $\varepsilon = \frac{p_2}{p_1}$ giảm, lưu lượng tăng cho đến $\varepsilon = \varepsilon_{cr}$, lưu lượng đạt cực đại. Tốc độ ở tiết diện 2-2 đạt giá trị lớn nhất và bằng tốc độ âm thanh cục bộ.



Hình 7.4. Quá trình giãn nở

Nếu tiếp tục giảm $p_e < p_{cr}$ thì tốc độ dòng tăng thêm, song phần giãn nở phụ nằm ngoài ống phun sau tiết diện $A_{min} = A_{cr}$.

Khả năng sinh công chỉ tương đương diện tích 12da1 nhỏ hơn diện tích 12bca1 tương ứng với khả năng lớn nhất có thể sinh công (hình 7.4a). Tương tự ta thấy trên hình 7.4b nhiệt giáng sử dụng h_{is} nhỏ hơn nhiệt giáng toàn bộ h_{tis} .



Hình 7.5. Đối áp thay đổi

Tốc độ dòng do giãn nở phụ ngoài ống phun có thể xác định theo phương trình xung lượng dòng (3.25b) cho lưu lượng D (Xem thêm phần 3.2.3)

$$A_{\min}(p_{cr} - p_e) = D(c - c_{cr})$$

và từ đó xác định được tốc độ c

$$c = c_{cr} + \frac{A_{\min}(p_{cr} - p_e)}{D} \quad (7.15)$$

Cơ chế của dòng ngoài ống phun phụ thuộc vào tương quan của đối áp p_e và áp suất p_{cr} .

Khi $p_e \leq p_{cr}$ diễn biến áp suất trong ống phun như đường 1.2. Còn ở ngoài ống phun nếu $p_e = p_{cr}$ diễn biến của dòng như đường I, nếu $p_e < p_{cr}$ diễn biến như đường II. Trường hợp $p_e < p_{cr}$ do không có phần rộng dần như ống phun Laval (xem phần sau) nên dòng tự tạo phần rộng dần như ống Laval ảo, và vận tốc của nó tiếp tục tăng lớn hơn tốc độ âm thanh ngay sát đầu thoát của ống phun - Dòng tạo nên giãn nở phụ (đường II).

Khi $p_e > p_{cr}$ lưu lượng dòng giảm. Diễn biến của dòng theo III – không có giãn nở phụ.

7.1.2.2. Ellipse lưu lượng Bendenman

Phần trước chúng ta xác định lưu lượng

$$D = A.B \sqrt{2 \frac{p_1}{v_1}}$$

Trong đó đại lượng B diễn tả đường cong có dạng gần

giống ellipse

$$B = \sqrt{\frac{k}{k-1}} \sqrt{e^{\frac{2}{k}} - e^{\frac{k+1}{k}}} \quad (7.16)$$

Trong tính toán, do số mũ của ε lẻ, nên để đơn giản người ta đã thay hình dạng thực của đường cong B bằng một đường ellipse thỏa mãn phương trình

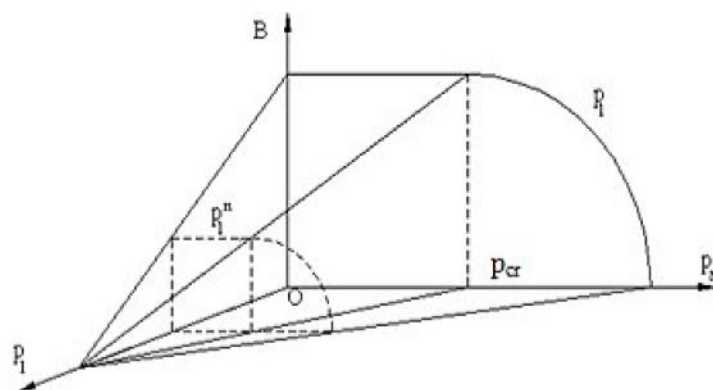
$$\frac{(\varepsilon - \varepsilon_{cr})^2}{(1 - \varepsilon_{cr})^2} + \frac{B^2}{B_{\max}^2} = 1 \quad (7.17)$$

Từ đó xác định được B một cách gần đúng

$$B = B_{\max} \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_{cr}}{1 - \varepsilon_{cr}} \right)^2} \quad (7.18)$$

Ellipse này gọi là Ellipse Bendenman.

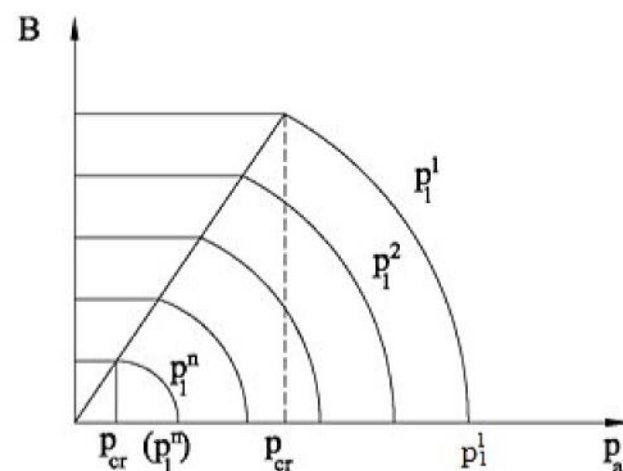
7.1.2.3. Chế độ làm việc của ống phun hẹp dần khi đối áp và áp suất đầu vào cùng thay đổi



Hình 7.6. Đồ thị lưu lượng trong không gian

Tương quan giữa lưu lượng D , đối áp p_e và áp suất p_1 được diễn tả bằng hình nón lưu lượng (hình 7.6).

Ta khảo sát hoạt động của ống phun hẹp dần (hình 7.3) khi p_e và p_1 thay đổi. Ví dụ điển hình trong trường hợp này là sự làm việc của ống phun tăng điều chỉnh tuabin hơi khi phụ tải thay đổi.



Hình 7.7. Đồ thị mạng lưu lượng

Các mặt cắt vuông góc với trục p_1 (song song với mặt phẳng (B, p_e)) tại các giá trị p_1 khác nhau cho ta các ellipse lưu lượng khác nhau xác định quan hệ giữa B , p_e và p_1 . Để đơn giản cho việc sử dụng các mặt cắt này thường được chiếu tập trung vào mặt phẳng (B, p_e) – (hình 7.7). Đồ thị này gọi là mạng lưu lượng.

Bằng cách này ta có thể xác định được giá trị B theo p_e và p_1 . Từ đó xác định được lưu lượng qua ống phun khi đối áp và áp suất đầu vào thay đổi.

7.2 ỐNG PHUN LAVAL

7.2.1 Tính toán ống phun Laval

Như phần trước đã nói, ở ống phun hẹp dần, khi $p_e < p_{cr}$ tức là tỷ số áp suất dưới tỷ số áp suất tới hạn ε_{cr} thì ta chỉ sử dụng được một phần động năng tương đương với nhiệt giáng từ p_1 đến p_{cr} (xem hình 7.4), phần còn lại không sử dụng được và trở thành tổn thất năng lượng mất ra ngoài. Năm 1887 de Laval đã chứng minh được rằng chúng ta có thể sử dụng được toàn bộ nhiệt giáng, nếu ta thiết kế ống phun như hình 7.8 gồm hai phần: phần hẹp dần và phần rộng dần.

Nếu trong ống phun áp suất giảm một cách đều đặn và liên tục từ p_1 đến p_2 (p_e) thì ở phần hẹp dần tốc độ tăng dần từ c_1 đến tốc độ tới hạn c_{cr} (tốc độ âm thanh cục bộ tại tiết diện nhỏ nhất) và sau đó ở vùng rộng dần tốc độ vượt âm thanh và tăng dần cho đến $c_2 > a$. Ống phun có tính chất như vậy gọi là ống phun Laval. Nó thỏa mãn phương trình liên tục dòng một chiều (3.6)

$$\frac{dA}{A} = \frac{dv}{v} - \frac{dc}{c}$$

Biểu thức trên mô tả quan hệ giữa tốc độ tăng tương đối của tiết diện chảy và độ gia tăng tương đối của thể tích riêng và tốc độ.

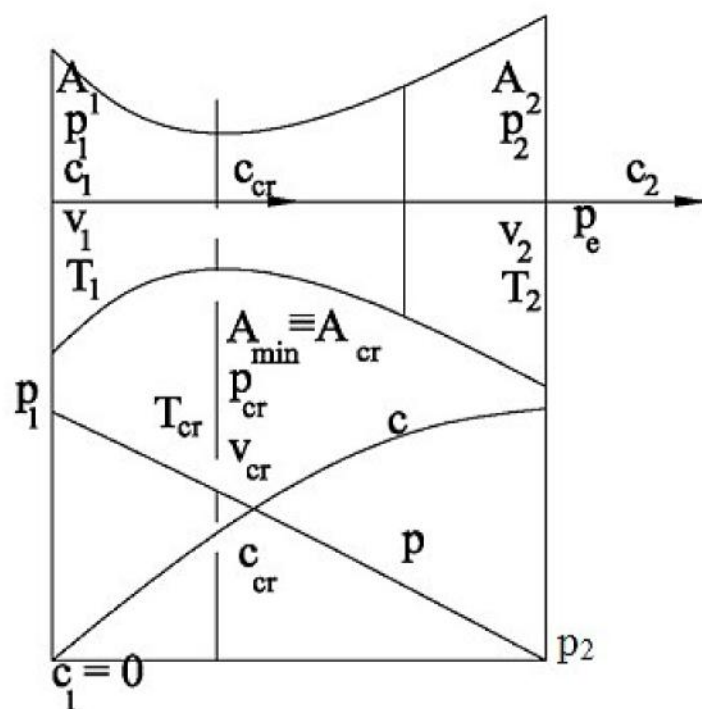
Nếu dòng là đẳng entropy thì có thể xảy ra các trường hợp

sau:

– Độ gia tăng của tốc độ lớn hơn độ gia tăng của thể tích riêng $\frac{dc}{c} > \frac{dv}{v}$. Khi đó $\frac{dA}{A} < 0$ và như vậy tiết diện phải giảm dần, vì thể tích riêng tăng chậm hơn tốc độ. Đó là phần cổ của ống phun Laval.

– Độ gia tăng của tốc độ bằng của thể tích riêng $\frac{dc}{c} = \frac{dv}{v}$. Khi đó $\frac{dA}{A} = 0$. Tiết diện chảy không thay đổi. Đó là tiết diện nhỏ nhất của ống phun Laval.

– Độ gia tăng thể tích riêng lớn hơn độ gia tăng tốc độ $\frac{dv}{v} > \frac{dc}{c}$. Khi đó $\frac{dA}{A} > 0$. Trường hợp này tiết diện chảy phải tăng dần, thể tích riêng tương đối tăng nhanh hơn gia số tương đối của tốc độ. Đó là phần rộng dần của ống phun Laval.



Hình 7.8. Ống phun Laval

Sử dụng phương trình năng lượng, phương trình xung lượng, phương trình liên tục ta có thể thiết lập diễn biến các thông số trong ống phun Laval (hình 7.9).

Trước hết ta thiết lập sự thay đổi thể tích riêng v theo các giá trị đối áp khác nhau p_e – thông số ban đầu p_1, v_1 được xác định. Diễn biến của v được xác định theo phương trình đẳng entropy $p_1 v_1^k = p v^k$ (hình 7.9).

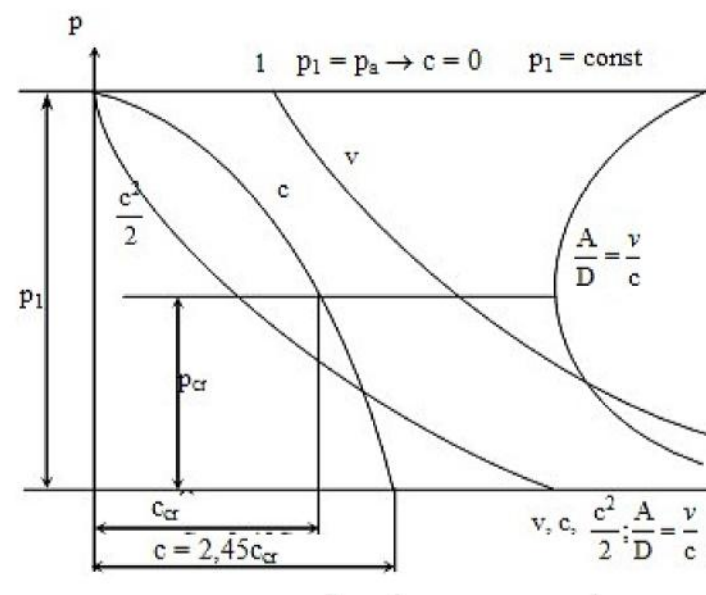
Diễn biến tốc độ c có thể xác định từ phương trình năng lượng

$$\frac{c^2}{2} = i_1 - i = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

hay bằng phương pháp họa đồ, qua diện tích bề mặt dưới đường cong v

$$\frac{c^2}{2} = - \int_{p_1}^p v dp$$

với những giá trị đối áp p (p_e) khác nhau.



Hình 7.9. Diễn biến các thông số

Sau đó, với giả thiết dòng chảy ổn định (thỏa mãn phương trình liên tục) ta xác định được diễn biến thay đổi tiết diện

$$\frac{A}{D} = \frac{v}{c}$$

Đường cong A/D chính là giá trị chia tương ứng của đường cong v cho c tại các điểm xác định. Từ đó ta cũng thấy rằng, khi $D = \text{const}$ thì A có giá trị cực tiểu $A_{\min}$ và giá trị $A_{\min}$ tương ứng với áp suất tới hạn p_{cr} .

Mặt khác theo đồ thị hàm số B (hình 7.2), chúng ta thấy rằng trong ống phun hẹp dần, khi ε giảm, giá trị B tăng, và từ sau ε_{cr} thì giữ nguyên là hằng số cho đến $\varepsilon = 0$. Song ở ống phun Laval sau giá trị ε_{cr} , tiết diện A tăng nên theo biểu thức (7.9), B phải giảm. Và cũng từ phương trình (7.10) ta suy ra tỷ số

$$\frac{A}{A_{\min}} = \frac{B_{\max}}{B} = \frac{AC}{AB}$$

(Các đoạn AB, AC xem ở hình 7.2).

Từ tỷ lệ trên và hàm số B chúng ta có thể xác định được tiết diện của ống phun Laval. Độ rộng dần của ống phun phải đều đặn và từ từ, nếu không sẽ xảy ra đứt dòng ở vách và kèm theo xoáy cuộn (ống phun có thể chỉ làm việc như thuần túy hẹp dần).

Nếu ký hiệu ở tiết diện đầu ra với chỉ số “2” và thay ở tiết diện nhỏ nhất $A_{\min}$ giá trị $B_{\max}$, ta có

$$\begin{aligned} \frac{A_{\min}}{A_2} = \frac{B_2}{B_{\max}} &= \frac{\sqrt{\frac{k}{k-1}} \sqrt{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}}}{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{k}{k+1}}} \\ &= \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \end{aligned} \quad (7.19)$$

Do k là hằng số, nên độ rộng dần $\frac{A_{\min}}{A_2}$ chỉ phụ thuộc vào tỷ số áp suất.

Sử dụng các biểu thức (7.3), (7.11) ta thiết lập được tỷ số tốc độ

$$\frac{c_2}{c_{cr}} = \frac{\sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}}{\sqrt{2 \frac{k}{k+1} p_1 v_1}} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad (7.20)$$

7.2.2. Hoạt động của ống phun Laval ở điều kiện thay đổi

Sau đây ta xét hoạt động của ống phun Laval ở các điều kiện đầu vào khác nhau và áp suất đầu ra (đối áp) thay đổi.

7.2.2.1. Điều kiện làm việc ở đầu vào thay đổi

Chúng ta sử dụng lại các phương trình cơ bản.

Phương trình liên tục (3.5)

$$\frac{dA}{A} = \frac{dv}{v} - \frac{dc}{c} \quad (7.21)$$

Phương trình chuyển động (3.12)

$$-v dp = \frac{dc^2}{2} = c dc \quad \text{hay} \quad -\frac{dc}{c} = \frac{v dp}{c^2} \quad (7.22)$$

trong đó sự thay đổi tốc độ và áp suất luôn ngược nhau.

Phương trình đẳng entropy

$$pv^k = \text{const} \quad \text{hay} \quad \frac{dv}{v} = -\frac{dp}{kp} \quad (7.23)$$

thay giá trị $\frac{dc}{c}$ và $\frac{dv}{v}$ từ (7.22) và (7.23) vào phương trình (7.21), sau đó biến đổi ta có biểu thức

$$\frac{dA}{A} = \left(\frac{v}{c^2} - \frac{1}{kp} \right) dp = \frac{kpv - c^2}{kpc^2} dp = \frac{a^2 - c^2}{kpc^2} dp$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{1 - M_a^2}{kM_a^2} \frac{dp}{p} \quad (7.24)$$

Từ phương trình trên chúng ta thấy rằng, dấu của dA và dp phụ thuộc vào giá trị của số Mach.

Bây giờ chúng ta khảo sát một số trường hợp cụ thể:

– Trường hợp thứ nhất: khi $Ma < 1$ ($c < a$) dấu của dA và dp

giống nhau. Như vậy

trong phần hẹp dần $dA < 0$, $dp < 0$, áp suất giảm do đó tốc độ tăng $dc > 0$. Ở phần rộng dần $dA > 0$ nên $dp > 0$, tức là áp suất tăng nên $dc < 0$, tốc độ giảm.

– Trường hợp thứ hai: khi $Ma > 1$. Dấu của dA và dp ngược chiều nhau. Trong phần hẹp dần $dA < 0$ nên $dp > 0$ và $dc < 0$, tốc độ giảm. Trong phần rộng dần $dA > 0$ nên $dp < 0$, do đó $dc > 0$, tốc độ dòng tăng.

Như vậy, sự thay đổi tiết diện của kênh có thể gây nên hiệu ứng khác nhau tùy thuộc vào tương quan giữa tốc độ và tốc độ âm thanh (thông qua số Ma). Để làm rõ vấn đề này ta diễn tả sự thay đổi áp suất và tốc độ dọc theo ống phun hình 7.10. Và dấu của dA và dp phụ thuộc vào Ma thể hiện qua bảng sau:

$\begin{matrix} dA \\ Ma \end{matrix}$	$dA < 0$	$dA > 0$
$\begin{matrix} Ma < 1 \\ c < a \end{matrix}$	$\begin{matrix} dp < 0 \\ dc > 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} dp > 0 \\ dc < 0 \end{matrix}$
$\begin{matrix} Ma > 1 \\ c > a \end{matrix}$	$\begin{matrix} dp > 0 \\ dc < 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} dp < 0 \\ dc > 0 \end{matrix}$

Trên đồ thị hình 7.10, ta ký hiệu c_1 – tốc độ vào ống phun.

c_{nz} tốc độ ở tiết diện nhỏ nhất của ống phun, a_1 tốc độ âm thanh ở đầu vào, và a_{nz} tốc độ âm thanh cục bộ ở tiết diện nhỏ nhất.

Xét tương quan giữa tốc độ dòng và tốc độ âm thanh, có thể xảy ra các trường hợp sau đây:

$$a. c_1 < a_1; c_{nz} < a_{nz}$$

Tốc độ dòng tăng đến tiết diện tới hạn và sau đó giảm. Áp suất thì ngược lại. Do ảnh hưởng của ma sát cũng như đứt dòng khỏi vách nên áp suất đầu ra thấp hơn áp suất đầu vào.

$$b. c_1 < a_1; c_{nz} = a_{nz}$$

Áp suất giảm đến tiết diện nhỏ nhất, còn tốc độ tăng. Sau đó tốc độ tiếp tục tăng và áp suất giảm. Sẽ duy trì dòng giãn nở đoạn nhiệt và nếu như bỏ qua tổn thất thì có thể coi giáng áp toàn phần biến thành tốc độ.

$$c. c_1 > a_1; c_{nz} > a_{nz}$$

Dòng khí chảy vào phần hẹp dần với tốc độ vượt âm do đó tốc độ của nó giảm và áp suất tăng. Nếu ở tiết diện nhỏ nhất mà tốc độ dòng vẫn lớn hơn âm thanh thì ở phần rộng dần tốc độ tiếp tục tăng và áp suất giảm.

$$d. c_1 > a_1; c_{nz} = a_{nz}$$

Ở phần hẹp dần diễn biến của dòng như trường hợp c),

nhưng ở tiết diện nhỏ nhất tốc độ giảm cho đến tốc độ âm thanh cục bộ. Trong phần rộng dần tốc độ tiếp tục giảm và áp suất tăng. Ở đây xảy ra quá trình nén động lực, trong đó tương tự như trường hợp a), ở phần rộng dần sinh ra tổn thất áp lực rất lớn do đứt dòng.

Hình 7.10. Diễn biến các thông số trong ống phun Laval

7.2.2.2. Ảnh hưởng của đối áp đến dòng chảy qua ống phun Laval

Ta lấy một ống phun Laval có trạng thái ban đầu không đổi ($p_1, T_1, c_1 = 0$), lưu lượng cực đại $D_{\max}$ và áp suất ở tiết diện ra theo tính toán p_2 . Áp suất môi trường ở đầu ra p_e gọi là đối áp $p_e = p_2$. Đó là điều kiện tối ưu - điều kiện định mức, ống phun làm việc thuận lợi nhất. Mọi thông số dòng diễn biến theo tính toán thiết kế.

Tuy nhiên trong thực tế điều kiện làm việc luôn thay đổi. Phần trước ta đã xét đến quá trình làm việc của ống phun khi thay đổi thông số đầu vào. Phần này ta khảo sát ảnh hưởng của sự thay đổi đối áp đến chất lượng dòng chảy qua ống phun (hình 7.11) bằng cách thay đổi áp suất từ $p_e = p_1$ đến $p_e < p_2$. Hoạt động của ống phun được chia thành các trường hợp sau đây:

a. Trường hợp 1

$p_e = p_1$ (đường cong 1); lưu lượng $D = 0$

b. Trường hợp 2

$p_1 > p_e > p_B$ (đường cong 2); $D < D_{\max}$.

Ống phun Laval làm việc như ống Venturi. Dòng chảy dưới

tốc độ âm thanh, áp suất luôn cao hơn áp suất tới hạn. Lưu lượng nhỏ hơn lưu lượng cực đại, $D < D_{\max}$. Ống phun làm việc với hiệu suất khá tốt bởi vì tốc độ tương đối thấp nên không xảy ra sóng va đập.

Sự giảm áp suất ở tiết diện cực tiểu (tức là khả năng tạo chân không) được sử dụng trong kỹ thuật để hút, vận chuyển hay nén chất lỏng trong các thiết bị dòng hút đẩy (cấp nước cho lò hơi công suất nhỏ dùng injector) hoặc trong các ejector để hút không khí ra khỏi bình ngưng tụ. Ngoài ra còn dùng trong thiết bị hòa trộn (máy hóa), phun tia (trong carbulator của động cơ) v.v...

c. Trường hợp 3

$p_1 > p_e = p_B$ (đường cong 3); Lưu lượng $D = D_{\max}$

Tùy thuộc vào hình dạng ống phun, giá trị áp suất này ($p_e = p_B$) là hoàn toàn xác định. Dòng dưới âm giãn nở một cách bình thường đến tiết diện cực tiểu; ở đó đạt trạng thái tới hạn, trong phần rộng dần dòng nén dưới âm thanh, và chất lưu đạt áp suất p_B ở tiết diện ra. Lưu lượng đạt giá trị cực đại, $D = D_{\max}$, và giữ nguyên không đổi kể cả khi áp suất p_e tiếp tục giảm.

d. Trường hợp 4

$p_B > p_e > p_c$ (đường cong 4); $D = D_{\max}$.

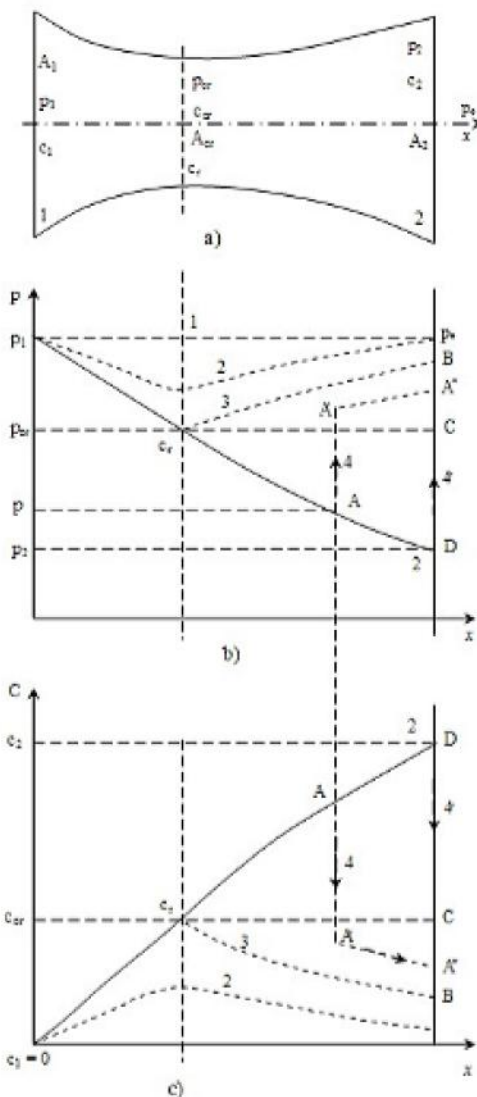
Dòng chảy giãn nở ổn định đến áp suất p_A , ở đó xuất hiện sóng va đập đứng, chất khí bị nén đến áp suất $p > p_{cr}$, và tốc độ giảm xuống $c < c_{cr}$. Đó là quá trình nén không thuận nghịch ($A'A''$), bởi vì phần rộng dần của ống phun làm việc như ống tăng áp ở tốc độ $c < a$.

Khi đối áp p_e giảm, vị trí của sóng va đập nén dịch chuyển về phía đầu ra, và nó kết thúc ở điểm C; tại đó đối áp đạt đến một giá trị nhất định $p_2 = p_c$. Tại đây chỉ thuần túy tồn tại sóng va đập đứng (đường 2C). Trong khoảng khắc này dòng chảy qua phần rộng dần của ống phun đạt tốc độ vượt âm (đường 4' $\equiv$ 2C). Riêng tiết diện sát kề miệng ra chỉ đạt tốc độ dưới âm c_c tương ứng áp suất $p_c > p_{cr}$

e. Trường hợp 5

$$p_c > p_e > p_3; D = D_{\max}$$

Toàn bộ dòng chảy qua phần rộng dần đạt tốc độ vượt âm. Ở đầu ra ống phun đạt áp suất tính toán p_2 . Va đập nén từ áp suất p_2 đến p_e diễn ra ngay sát miệng ống phun. Đây là một quá trình nén, giãn kế tiếp nhau, do đó gọi là dao động dọc theo trục dòng chảy.



Hình 7.11. Ảnh hưởng của sự thay đổi đối áp

g. Trường hợp 6

$$p_e = p_2; D = D_{\max}$$

Đó là điều kiện tính toán của ống phun Laval. Quá trình giãn nở diễn ra liên tục và đều đặn theo đường cong 12.

h. Trường hợp 7

$$p_e < p_2; D = D_{\max}$$

Quá trình giãn nở trong ống phun xảy ra giống trường hợp 6, từ áp suất p_1 đến áp suất p_2 . Sau tiết diện ra, dòng tiếp tục giãn nở tự do đến áp suất p_e một cách không qui luật. Đó là hậu quả của quá trình giãn nén kế tiếp nhau có kèm theo tổn thất năng lượng. Song tổn thất này đôi khi lại thấp hơn so với ống được kéo dài thêm ra (kéo dài thêm phần loe) để tận dụng hết giáng áp cho đến tận áp suất $p_e < p_2$.

Nhân đây cũng lưu ý thêm rằng, khi phân tích sóng va đập chúng ta đã bỏ qua ảnh hưởng của độ nhớt và độ dẫn nhiệt của dòng khí. Thực tế sóng va đập có độ dày hữu hạn. Tuy nhiên bằng cách phân tích trên đã cho ta một bức tranh khá sinh động có thể hình dung được dòng chảy qua ống phun Laval khi áp suất thay đổi.

7.2.3. Lưu lượng qua ống phun Laval

Ở những phần trước chúng ta đã chỉ ra rằng, trong ống phun hẹp dần, dòng khí không thể làm việc với giáng áp lớn hơn giáng áp tương ứng với $\varepsilon_{cr} = \frac{p_{cr}}{p_1}$. Trong một số trường hợp, đặc biệt trong kỹ thuật máy bay và tên lửa, các động cơ siêu tốc người ta yêu cầu phải thiết kế ống phun làm việc với $\varepsilon < \varepsilon_{cr}$ tức là giáng áp lớn và siêu lớn. Những trường hợp này phải dùng ống phun Laval (hình 7.10,11) có tiết diện thay đổi đều đặn từ A_1, A_{cr}, A_2 . Tỷ số thay đổi tiết diện phụ thuộc vào số mũ k và tỷ số áp suất $\varepsilon = p_2/p_1$ như ở biểu thức (7.19).

Ảnh hưởng của thay đổi áp suất p_e đến các thông số p và c trong ống phun vừa được mô tả ở phần trên.

Ống phun Laval cũng thỏa mãn các biểu thức tính toán cho ống phun hẹp dần, song ở đây cần lưu ý đến tầm quan trọng của hai tiết diện $A_{\min}$ và A_2 .

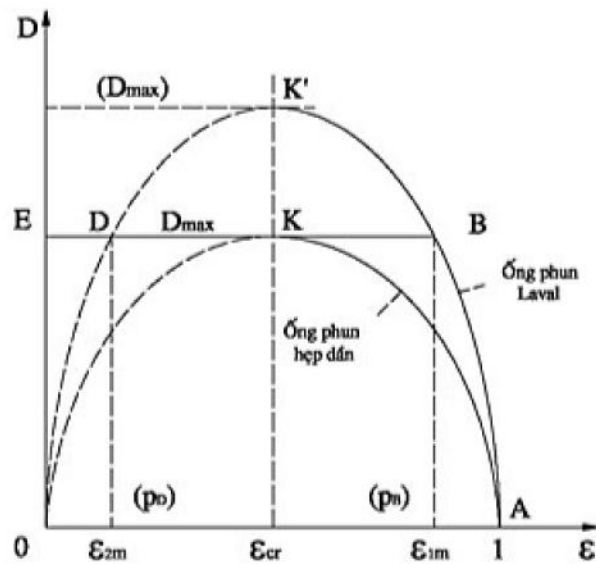
Nếu ống phun làm việc với giáng áp cao ($\varepsilon < \varepsilon_{cr}$), thì đối với dòng lý tưởng không có tổn thất (dòng đẳng entropy) trạng thái tới hạn sẽ được xác lập ở tiết diện cực tiểu. Còn với dòng có tổn thất (dòng thực) thì trạng thái này xảy ra chậm hơn một chút, nó nằm sau tiết diện tới hạn và rơi vào phần rộng dần. Trường hợp này $A_{cr} \neq A_{\min}$

$$\frac{A_{\min}}{A_{cr}} = \frac{k-1}{m-1} \left(\frac{m+1}{k+1} \right)^{\frac{m+1}{k+1}} < 1$$

Tỷ số $\frac{A_{\min}}{A_2}$ có thể xác định theo (7.19).

Ở đây cần lưu ý rằng, quá trình lý tưởng sử dụng số mũ k , còn quá trình thực thì sử dụng số mũ đa biến m .

Sự thay đổi lưu lượng qua ống phun Laval được khảo sát trên hình 7.12.

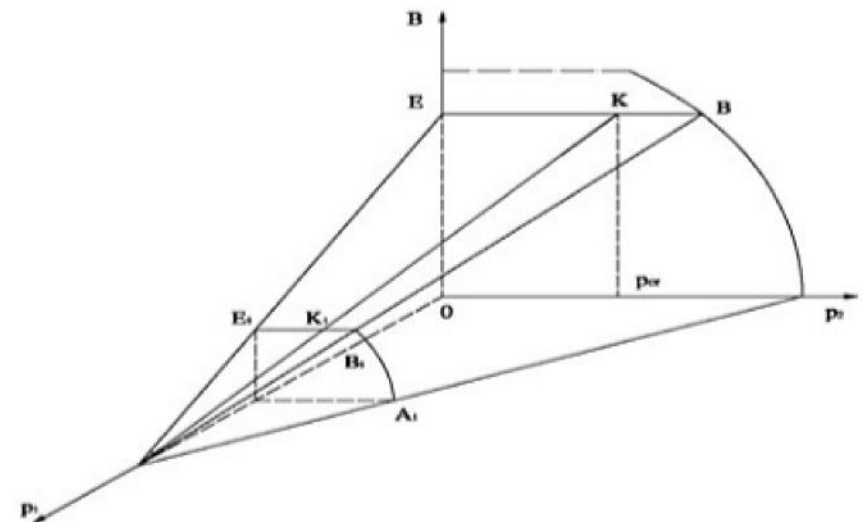


Hình 7.12. Lưu lượng hơi qua ống phun Laval

Sử dụng ống phun Laval trên hình 7.11a để khảo sát diễn biến các thông số trên hình 7.11b,c.

Giả thiết các thông số đầu vào của ống phun không thay đổi. Ta giảm dần áp suất p_e (đối áp) từ $p_e = p_1$ đến $p_e = 0$

Ta hãy hình dung tiết diện A_2 là tiết diện nhỏ nhất ở đầu ra của một ống phun hẹp dần (tuồng tuồng). Lưu lượng chảy qua nó diễn biến theo đường ABKD với lưu lượng cực đại ($D_{\max}$). Và ống phun Laval thực tế trên hình 7.11a chỉ khảo sát phần hẹp dần đến tiết diện $A_{\min}$. Lưu lượng của ống phun này diễn biến theo đường cong AKD.



Hình 7.13. Đồ thị lưu lượng của ống phun Laval $D = f(p_1, p_2)$

Khi p_e bắt đầu giảm, lưu lượng qua hai ống phun nói trên bắt

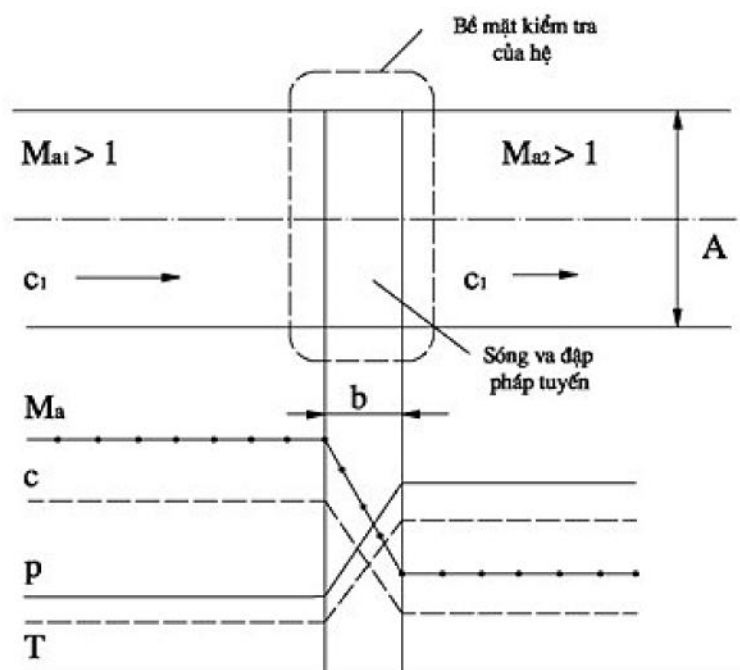
đầu tăng. Nhưng mức độ tăng khác nhau vì tỷ số áp suất của chúng khác nhau (đối với ống phun có tiết diện ra là A_2 thì ε giảm chậm hơn, còn đối với ống phun có tiết diện ra là $A_{\min}$ thì tỷ số ε giảm nhanh hơn (xem đường cong 2) và tiết diện cũng khác nhau ($A_2 \neq A_{\min}$). Trong khoảng $p_B < p_e < p_1$ (hay $\varepsilon_{1m} < \varepsilon_{cr} < 1$) thì với cùng một tỷ số ε , lưu lượng qua ống A_2 lớn hơn qua $A_{\min}$. Khi $p_e = p_B$ (tức là $\varepsilon < \varepsilon_{1m}$) lúc đó ở $A_{\min}$ dòng đạt trạng thái tới hạn (đường cong 3), lưu lượng đạt cực đại $D_{\max}$. Khi đó ở ống phun A_2 áp suất khí thoát đạt p_B . Thỏa mãn phương trình liên tục, nên lưu lượng tại B cũng đạt $D_{\max}$. Sau đó tỷ số áp suất dù có giảm lưu lượng cũng không tăng nữa.

Như vậy ống phun Laval có lưu lượng thay đổi phụ thuộc vào tỷ số ε theo đường ABKD. Trong đó ở phần rộng dần của nó chế độ thay đổi theo các điều kiện sau đây: $\varepsilon_{1m} < \varepsilon < 1$ (đoạn AB) làm việc như ống tăng áp; $\varepsilon_{cr} < \varepsilon < \varepsilon_{1m}$ trong phần rộng dần xảy ra va đập nén; khi $\varepsilon < \varepsilon_{cr}$ sau ống phun xảy ra nén giãn kế tiếp nhau.

Ở trên ta mới xét đến thay đổi đối áp p_e . Nếu áp suất trước ống phun Laval cũng thay đổi thì lưu lượng có dạng không gian $D = f(p_1, p_e)$ (hình 7.13).

7.3. NÉN VA ĐẬP

Như đã đề cập ở các phần trước, trong những điều kiện nhất định dòng vượt âm có thể tạo nên sóng va đập. Sóng va đập là một vùng hẹp trong đó xảy ra quá trình nén đột ngột làm cho các thông số của dòng (p, v, T, c) thay đổi theo cấp. Trong kỹ thuật người ta quan tâm nhất đến sóng va đập trong các đường ống gọi là sóng va đập vuông góc (hay pháp tuyến). Nó được hình thành trong mặt phẳng vuông góc với chiều chuyển động của dòng. Ngoài ra còn tồn tại một loại khác, đó là sóng va đập nghiêng: ví dụ, nó sinh ra khi dòng siêu tốc chảy bao quanh một vật nào đó.



Hình 7.14. Sự hình thành sóng va đập

Trên hình 7.14, mô tả diễn biến của các thông số dòng khí đi qua sóng va đập. Thực tế độ dày sóng va đập vô cùng bé, ví dụ của dòng khí thực (nhớt) chỉ bằng vài lần quãng đường tự do của phân tử. Đối với chất khí lý tưởng thì độ dày sóng va đập có thể coi bằng không.

Trên quan điểm nhiệt động, nén và đập là một quá trình đoạn nhiệt không thuận nghịch kèm theo độ gia tăng entropy của dòng chất lưu. Tổn thất sinh ra của quá trình 1-2 được tạo thành hoặc là do tăng entropy $\Delta s = s_2 - s_1$, hoặc là do giảm áp

suất toàn phần $\Delta p = p_{t1} - p_{t2}$ (hình 7.15).

Giả thiết rằng dòng ổn định và hoàn toàn cách nhiệt, quá trình nén và đập trong ống trụ có tiết diện A thỏa mãn các phương trình:

– Phương trình năng lượng

$$i_1' - i_1 + \frac{c_1^2}{2} = i_2' + \frac{c_2^2}{2} - i_2' \quad (7.25)$$

– Phương trình liên tục

$$\frac{D}{A} = \rho_1 c_1 = \rho_2 c_2 \quad (7.26)$$

– Phương trình thay đổi động lượng

$$A(p_1 - p_2) = D(c_2 - c_1) \quad (7.27)$$

– Phương trình entropy (định luật nhiệt động II) đối với quá trình đoạn nhiệt ổn định không thuận nghịch

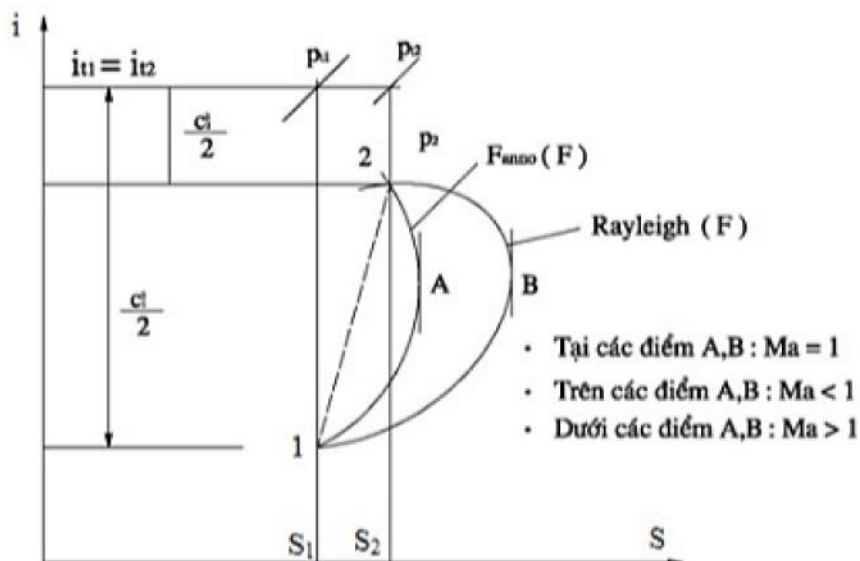
$$\Delta S = S_2 - S_1 > 0, \text{ hay } S_2 > S_1 \quad (7.28)$$

Kết hợp phương trình năng lượng và phương trình liên tục ta được biểu thức diễn tả đường cong trong đồ thị (i – s) gọi là đường cong Fanno (F). Cũng tương tự kết hợp phương trình liên tục và phương trình thay đổi động lượng ta được đường cong Rayleigh (R).

Trên cả hai đường cong F và R tại các điểm A, B, các quá trình 1 – 2 đạt giá trị entropy cực đại. Tại A và B số $Ma = 1$.

Phần dưới của các đường cong (1A, 1B) tương ứng tốc độ trên âm. Phần trên (A_2 , B_1) tương ứng với tốc độ dưới âm. Tại các điểm 1 – 2 thỏa mãn cho cả ba phương trình (năng lượng, liên tục và xung lượng) trong đó trạng thái 1 đạt tốc độ vượt âm, trạng thái 2 đạt tốc độ dưới âm.

Bởi vì theo định luật Nhiệt động II, quá trình không thuận nghịch phải thỏa mãn điều kiện $S_2 > S_1$, do đó sóng va đập chỉ có thể diễn trình theo hướng từ trạng thái (1) đến (2). Điều đó có nghĩa là tốc độ chỉ có thể thay đổi từ vượt âm ($Ma > 1$) trước sóng va đập đến dưới âm ($Ma < 1$) sau sóng va đập.



Hình 7.15. Xây dựng đường cong F, R

Sau đây chúng ta xây dựng phương trình sóng và đặc pháp tuyến trong dòng khí lý tưởng.

Bởi vì nhiệt dung riêng của chất khí lý tưởng là hằng số nên từ phương trình năng lượng suy ra nhiệt độ toàn phần trước và sau sóng va đập bằng nhau

$$T_1'' = T_3'' \quad (7.29)$$

Sử dụng biểu thức (7.29) và biểu thức nhiệt độ không thứ nguyên (3-82) ta xác định được

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{k-1}{2} Ma_2^2}{1 + \frac{k-1}{2} Ma_1^2} \quad (7.30)$$

Lần lượt thay phương trình trạng thái của chất khí lý tưởng $\rho_i = \frac{p_i}{RT_i}$, biểu thức xác định tốc độ âm thanh $a_i = kT_i$, số Mach $Ma_i = \frac{c_i}{a_i}$ [(chỉ số $i = 1, 2$)] vào phương trình liên tục (7.57) ta được

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 c_2}{p_1 c_1} = \frac{p_2 M a_2 a_2}{p_1 M a_1 a_1} = \frac{p_2 M a_2 \sqrt{T_2}}{p_1 M a_1 \sqrt{T_1}}$$

Và sau khi biến đổi

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \left(\frac{Ma_2}{Ma_1}\right)^2 \quad (7.31)$$

Kết hợp các biểu thức (7.30, 7.31) trong đó đã hàm chứa phương trình liên tục và phương trình năng lượng ta được biểu

thức diễn tả đường cong Fanno

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{Ma_1 \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} Ma_1^2}}{Ma_2 \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} Ma_2^2}} \quad (7.32)$$

Ở đây cũng lưu ý rằng, phương trình đường cong Fanno cũng có thể xác định được trong một dạng khác bằng cách trực tiếp suy ra từ các phương trình (7.25, 7.26)

$$i + \left(\frac{D}{A}\right)^2 \frac{1}{2\rho^2} = \text{const} \quad (7.33)$$

Cũng tương tự ta có thể xây dựng phương trình của đường cong Rayleigh bằng cách kết hợp các phương trình liên tục và phương trình động lượng (7.26, 7.27)

$$p_1 - p_2 = \rho_2 c_2^2 - \rho_1 c_1^2$$

từ đó

$$p_1 + \rho_1 Ma_1^2 a_1^2 = p_2 + \rho_2 Ma_2^2 a_2^2$$

hay

$$p_1 + \frac{p_1 Ma_1^2}{r T_1} k r T_1 = p_2 + \frac{p_2 Ma_2^2}{r T_2} k r T_2$$

Do đó

$$p_1 + (1 + k Ma_1^2) = p_2 + (1 + k Ma_2^2)$$

Và phương trình diễn tả đường cong Rayleigh có dạng

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + k Ma_1^2}{1 + k Ma_2^2} \quad (7.34)$$

Cũng có thể xây dựng đường cong Rayleigh trực tiếp từ hai phương trình (7.26, 7.27)

$$p + \left(\frac{D}{A}\right)^2 \frac{1}{\rho} = \text{const}$$

So sánh hai phương trình (7.61), (7.63) ta được quan hệ giữa Ma_1 và Ma_2

$$Ma_2^2 = \frac{Ma_1^2 + \frac{2}{k-1}}{\frac{2k}{k-1} Ma_1^2 - 1} \quad (7.35)$$

Thay các biểu thức xác định quan hệ giữa Ma và λ (3.92, 93) vào phương trình (7.35), sau khi biến đổi ta được phương trình rất quan trọng đó là phương trình Prandl diễn tả dòng va đập nén

$$\lambda_1 \lambda_2 = 1 \quad (7.36)$$

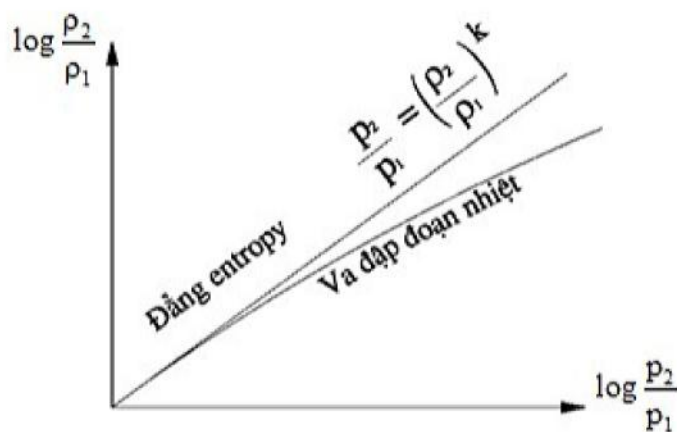
Từ phương trình trên, một lần nữa nhắc lại kết luận quan trọng, đó là: Nếu trước sóng va đập là dòng trên âm ($\lambda_1 > 1$) thì sau sóng va đập chỉ có thể là dưới âm ($\lambda_2 < 1$); tốc độ sau sóng va đập càng nhỏ bao nhiêu thì trước sóng va đập tốc độ vượt âm càng cao bấy nhiêu.

Khi tính toán sóng va đập nén người ta thường lập bảng các giá trị. Từ đó xác định được áp suất tĩnh, mật độ, nhiệt độ và áp suất từng phần trong mặt cắt ngang của sóng va đập như hàm số phụ thuộc của số Ma_1 .

Quan hệ giữa các thông số nhiệt động trước và sau sóng va đập cũng có thể xác định được bằng phương pháp khác; Ví dụ, nếu thay biểu thức

$$i = c_p T = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho}$$

vào phương trình năng lượng (7.25) và nếu rút c_1 , c_2 từ phương trình (7.25), (7.27), sau khi biến đổi biểu thức giữa tỷ số áp suất và tỷ số mật độ ta sẽ được phương trình gọi là phương trình sóng va đập đoạn nhiệt hay còn gọi là phương trình Hugoniot (hình 7.16)



Hình 7.16. Xây dựng phương trình Hugoniot

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{\rho_2}{\rho_1} - \frac{k-1}{k+1}}{1 - \frac{k-1}{k+1} \frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (7.37)$$

Sau khi thay mật độ từ phương trình trạng thái của chất khí lý tưởng ta được biểu thức xác định quan hệ giữa nhiệt độ và áp suất.

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{1 + \frac{k-1}{k+1} \frac{p_2}{p_1}}{\frac{k-1}{k+1} + \frac{p_2}{p_1}} \quad (7.38)$$

Ở đây đặc biệt phải hết sức lưu ý khi tính toán thông số dòng chảy qua các thiết bị đo dòng vượt âm. Ở các đầu đo, trở lực gây nên do sóng va đập rất đáng kể.

7.4. DÒNG ĐOẠN NHIỆT CỦA CHẤT KHÍ THỰC

Ở trên chúng ta đã nghiên cứu những tính chất và ứng dụng các phương trình cơ bản để tính toán dòng khí lý tưởng. Trên cơ sở đó, phần này mở rộng nghiên cứu cho trường hợp đơn giản p – dòng chảy của chất khí thực trong ống có tiết diện không đổi, có ma sát trong và không trao đổi nhiệt với môi trường xung quanh (dòng đoạn nhiệt có ma sát trong)

Sử dụng các phương trình cơ bản:

– Phương trình liên tục trong dạng vi phân (3.6)

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dc}{c} + \frac{dA}{A} = 0$$

Ống có tiết diện không đổi nên $\frac{dA}{A} = 0$ do đó phương trình liên tục có dạng

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{dc}{c} \quad (7.39)$$

– Phương trình trạng thái

$$pv = rT \text{ hay } p = r\rho T$$

Tích phân cả hai vế của phương trình trên với giả thiết $r = \text{const}$

$$dp = r(\rho dT + T d\rho) \quad (7.40)$$

Kết hợp (7.39) và (7.40) ta có

$$\frac{dp}{\rho} = r dT - rT \frac{dc}{c} \quad (7.41)$$

– Sử dụng dạng cơ học của phương trình năng lượng – phương trình Bernoulli (3.101)

$$-dw_{tc} = d\frac{c^2}{2} + gdh + \frac{dp}{\rho} + dw_f$$

Giả thiết rằng dòng không sinh công và bỏ qua thế năng

$$\frac{dp}{\rho} + cdc + dw_f = 0$$

hay

$$\frac{dp}{\rho} + c^2 \frac{dc}{c} + dw_f = 0 \quad (7.42)$$

Liên hệ với biểu thức xác định tốc độ âm thanh $a^2 = krT$ và thay $\frac{dp}{\rho}$ từ biểu thức (7.41) vào (7.42) ta được phương trình

$$r dT + (c^2 - \frac{a^2}{k}) \frac{dc}{c} + dw_f = 0 \quad (7.43)$$

Sử dụng biểu thức (3.69) ở phần 3.4.3

$$i^* = i + \frac{c^2}{2}$$

Thay $i = c_p T$; $i^* = c_p T^*$ và sau đó đạo hàm biểu thức trên

$$dT^* = dT + \frac{c}{c_p} dc$$

hay

$$dT^* = dT + \frac{c^2}{c_p} \frac{dc}{c} \quad (7.44)$$

Trong quá trình đoạn nhiệt, dòng được ngăn cách nhiệt với bên ngoài nên có thể coi nhiệt độ hãm dọc theo ống là không thay đổi

$$T^* = \text{const và } dT^* = 0$$

$$dT^* = dT + \frac{c^2}{c_p} \frac{dc}{c} = 0 \quad (7.45)$$

Sử dụng biểu thức Mayer: $r = c_p - c_v$; $c_p = kc_v$, ta có

$$rdT = -\frac{k-1}{k}c^2 \frac{dc}{c}$$

Thay (7.44) vào (7.43) và sử dụng $M_a = \frac{c}{a}$ ta sẽ có biểu thức xác định mối quan hệ giữa sự thay đổi tốc độ dọc theo ống và công ma sát

$$(M_a^2 - 1) \frac{dc}{c} = -\frac{k}{a^2} dw_f \quad (7.46)$$

Về cơ bản, ma sát chỉ có tác động đơn chiều; công của lực ma sát luôn luôn dương ($dw_f > 0$); do đó chúng ta có thể biến đổi

$$\frac{dc}{c} = \frac{k}{a^2} \frac{dw_f}{1 - M_a^2} \quad (7.47)$$

Từ (7.47) hiển nhiên thấy rằng, dưới ảnh hưởng của ma sát dòng dưới âm ($Ma < 1$) sẽ tăng tốc ($dc > 0$) và ngược lại dòng trên âm ($Ma > 1$) sẽ giảm tốc ($dc < 0$).

Ở đây cũng cần lưu ý đến bản chất vật lý là sự chuyển hóa liên tục tốc độ dòng qua giá trị tốc độ âm thanh dưới tác động thuần túy của ma sát là không thể thực hiện được. Về mặt toán học biểu thức (7.47) cũng thể hiện rõ điều đó, $Ma \neq 1$ do đó $c \neq a$.

Bây giờ chúng ta xây dựng các biểu thức xác định sự thay đổi các thông số của dòng chất lưu dọc theo ống cách nhiệt có

tồn tại ma sát trong.

Như đã nói, dòng được cách nhiệt nên có thể coi nhiệt độ hãm không thay đổi

$$T_1^* = T_2^* = \text{const} \quad (7.48)$$

Từ biểu thức (3.87) phần 3.4.3, ta có thể viết

$$T = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right) T^*$$

Sử dụng điều kiện (7.48) ta được

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_2^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2} \quad (7.49)$$

Như vậy tỷ số nhiệt độ nhiệt động phụ thuộc vào bậc hai của tốc độ quy ước.

Mặt khác nhiệt độ hãm không thay đổi cũng làm cho tốc độ tới hạn không thay đổi (xem biểu thức (3.84) phần 3.4.3). Từ đó suy ra: tỷ số tốc độ quy dẫn bằng tỷ số tốc độ dòng (3.88). Và trên cơ sở phương trình liên tục (3.5b) khi $A = \text{const}$, ta có thể viết

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (7.50)$$

Như vậy mật độ tỷ lệ nghịch với tốc độ quy dẫn và tốc độ dòng. Thay các đẳng thức (7.49) và (7.56) vào phương trình trạng thái $p = \rho r T$ (với $r = \text{const}$), ta xác lập được sự phụ thuộc

của áp suất vào tốc độ quy dẫn

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_2^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2} \quad (7.51)$$

Cũng chính do nhiệt độ hãm là hằng số mà theo phương trình liên tục ta có thể viết

$$\frac{p_2^*}{p_1^*} = \frac{\rho_2^*}{\rho_1^*}$$

Kết hợp với phương trình diễn tả quá trình đoạn nhiệt, ta có biểu thức

$$\frac{p_2^*}{p_1^*} = \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (7.52)$$

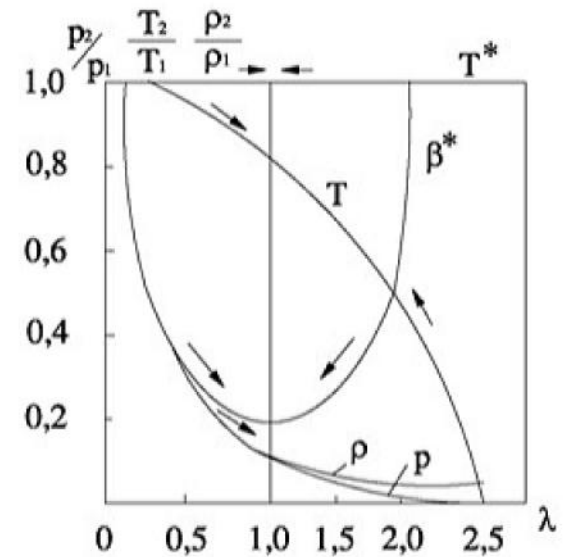
Thay $\frac{T_1}{T_2}$ từ biểu thức (7.49) ta có

$$\frac{p_2^*}{p_1^*} = \frac{\rho_2^*}{\rho_1^*} = \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_2^2} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (7.53)$$

Sử dụng biểu thức (7.51) ta xác định được tỷ số $\frac{p_2^*}{p_1^*}$ và $\frac{\rho_2^*}{\rho_1^*}$

Từ biểu thức trên ta thấy rằng, thay λ_1 bằng những hằng số và coi λ_2 là biến số, thì các thông số $T_2, \rho_2, p_2, p_2^*, \rho_2^*$ sẽ là hàm số của λ_2 .

Mặt khác như đã nêu trên, ma sát làm tăng tốc độ dòng dưới âm và giảm tốc dòng trên âm. Như vậy một cách logic có thể coi λ_2 tăng trong dòng dưới âm và giảm trong dòng trên âm. Từ đó có thể suy ra từ các biểu thức (7.49, 7.50, 7.51): Do ảnh hưởng của ma sát nên nhiệt độ, mật độ và áp suất tĩnh dọc theo ống cách nhiệt sẽ giảm ở vùng dưới âm và tăng ở vùng trên âm.



Hình 7.17. Sự phụ thuộc của các thông số nhiệt động vào λ

Từ biểu thức (7.53) cũng cho thấy, ở tiết diện tới hạn khi $\lambda_2 = 1$ thì áp suất toàn phần có giá trị tối thiểu. Nhưng theo tính chất định luật Nhiệt động II [6], [8] ở tiết diện này entropy của dòng lại đạt giá trị cực đại. Song điều đó lại gây ra sự rối loạn dòng chảy làm cho nó không thể chuyển hóa liên tục qua tốc độ

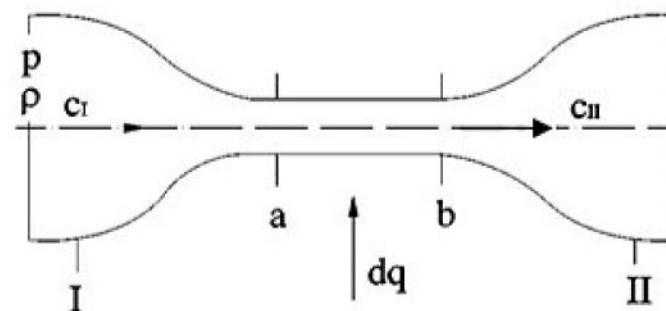
âm thanh. Nghịch lý này khiến entropy phải giảm, mà điều đó thì không thỏa mãn định luật Nhiệt động II. Trên hình 7.17 diễn tả các đường cong nhiệt độ, mật độ, áp suất, nhiệt độ hãm và áp suất toàn phần phụ thuộc vào tốc độ quy dẫn λ_2 ở các giá trị $\lambda_1 = 0,1$ đối với dòng dưới âm và $\lambda_2 = 2,3$ với dòng trên âm, trong đó $k = 1,4$. Mũi tên trên hình vẽ thể hiện hướng tiến triển của quá trình.

Ở đây cũng cần nhấn mạnh rằng, tăng tốc dòng dưới âm hoặc hãm dòng trên âm do tác động của ma sát một cách đáng kể đều kèm theo tổn thất áp suất toàn phần rất lớn.

7.5. CHUYỂN ĐỘNG CỦA DÒNG KHÍ ĐƯỢC GIA NHIỆT TRONG ỐNG CÓ TIẾT DIỆN KHÔNG ĐỔI

Ở trên chúng ta đã nghiên cứu dòng đoạn nhiệt của chất khí thực. Phần này chúng ta xét đến ảnh hưởng của quá trình trao đổi nhiệt đến diễn biến các thông số của dòng chất lưu mà chủ yếu là trở lực. Dòng khí được gia nhiệt luôn kèm theo sự suy giảm áp suất toàn phần.

Khảo sát chuyển động của dòng khí như ở hình 7.18.



Hình 7.18. Ống được gia nhiệt

Ta ký hiệu λ_a, λ_b là tốc độ quy dẫn trong các tiết diện tương ứng.

Giả thiết rằng tốc độ trong ống là nhỏ nên: $\lambda_a \ll 1$ và $\lambda_b \ll 1$.

1. Và mô hình dòng chảy được lý tưởng hóa như sau: Từ một kênh có tiết diện ngang rất lớn I dòng khí chảy vào đoạn ống a – b. Ở đoạn I – a dòng chảy không có ma sát, không trao đổi nhiệt với môi trường. Sự trao đổi nhiệt chỉ thực hiện trong đoạn ống trụ a-b. Và sau đó dòng không có tổn thất và không trao đổi nhiệt tiếp tục chảy trong kênh rộng II.

Bây giờ chúng ta chứng minh, mặc dù tốc độ trong các kênh I, II rất nhỏ và trở lực được bỏ qua, nhưng do ảnh hưởng của gia nhiệt, áp suất trong kênh II giảm so với I.

Lấy một tiết diện 1 cách xa a trong ống vào I, để ở đó tốc độ $c_1 = c_1^* = 0$ (dòng hãm hoàn toàn) và áp suất $p_1 = p_1^*$ là áp suất toàn phần. Theo Bernoulli (3.111), ta có thể xác định áp

suất tĩnh

$$p_a = p_1^* - \rho_a \frac{c_a^2}{2} \quad (7.54)$$

Hoàn toàn tương tự cho đoạn b-2. Tiết diện 2 lấy cách rất xa b, để có $c_2 = c_2^* = 0$, dòng hầm hoàn toàn và $p_2 = p_2^*$

$$p_b = p_2^* - \rho_b \frac{c_b^2}{2}$$

Từ đó xác định được sự thay đổi áp suất toàn phần

$$p_1^* - p_2^* = (p_a - p_b) + \left(\rho_a \frac{c_a^2}{2} - \rho_b \frac{c_b^2}{2} \right) \quad (7.55)$$

Từ phương trình liên tục (3.5b) suy ra rằng, nếu do gia nhiệt mà mật độ dòng giảm, thì tốc độ của nó tăng và hiển nhiên áp suất động tăng, áp suất tĩnh giảm.

Nhưng như đã nói ở phần 3.2.3 và 3.3, nếu sự thay đổi của các thông số nằm trong một khoảng hẹp thì có thể giả thiết

$$\rho_a = \rho_b = \rho \text{ và } c_a = c_b = c$$

nên từ phương trình động lượng (3.28a) ta có thể viết

$$p_a - p_b = \rho_a c_a (c_b - c_a)$$

hay

$$p_a - p_b = 2 \left(\rho_b \frac{c_b^2}{2} - \rho_a \frac{c_a^2}{2} \right)$$

Thay hiệu số $(p_a - p_b)$ vào phương trình (7.55) ta có

$$p_1^* - p_2^* = \rho_b \frac{c_b^2}{2} - \rho_a \frac{c_a^2}{2} \quad (7.56)$$

Trên cơ sở phương trình liên tục (3.5b) ta có thể thay $\rho_b c_b = \rho_a c_a$ và phương trình (7.56) có thể viết

$$\Delta p^* = p_1^* - p_2^* = \frac{\rho_a c_a}{2} (c_a - c_b) \quad (7.57)$$

Giá trị Δp^* được coi như trở lực của dòng. Từ biểu thức trên ta thấy rằng, đối với dòng tốc độ thấp, quá trình gia nhiệt ít ảnh hưởng đến tổn thất trở lực. Song ngược lại, đối với dòng tốc độ cao, thì ảnh hưởng này rất rõ nét và không thể bỏ qua.

7.6. SỰ THAY ĐỔI TỐC ĐỘ, MẬT ĐỘ KHÔNG THỨ NGUYÊN

Ta lấy mô hình dòng một chiều (trục x) và khảo sát sự diễn biến tốc độ theo trục x của dòng.

Từ phương trình động lượng dòng thuận nghịch (dòng không có ma sát) (3.25 phần 3.2.3) có thể viết

$$c_x dc_x = - \frac{dp}{\rho}$$

Hay, để đơn giản hơn ta ký hiệu $c_x = c$, ta có

$$cd c + \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (7.58)$$

Kết hợp với dạng vi phân của phương trình liên tục (3-6), ta được

$$c dc - \frac{dp}{\rho} \left(\frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} \right) = 0 \quad (7.59)$$

Song, như đã chứng minh $a^2 = \frac{dp}{d\rho}$; Biến đổi phương trình (7.59) thành dạng

$$c^2 \frac{dc}{c} - a^2 \frac{dA}{A} - a^2 \frac{dc}{c} = 0$$

Từ đó ta có

$$(c^2 - a^2) \frac{dc}{c} = a^2 \frac{dA}{A} \quad (7.60)$$

Chia cả hai vế của phương trình trên cho tích số $a^2 dx$

$$\left(\frac{c^2}{a^2} \frac{1}{dx} - \frac{1}{dx} \right) \frac{dc}{c} = \frac{dA}{A dx}$$

hay

$$\begin{aligned} (Ma^2 - 1) \frac{1}{c} \frac{dc}{dx} &= \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \\ \frac{1}{c} \frac{dc}{dx} &= \frac{\frac{1}{A} \frac{dA}{dx}}{(Ma^2 - 1)} \end{aligned} \quad (7.61)$$

Mặt khác, theo (3.92) phần 3.4.3 ta có thể viết

$$Ma^2 - 1 = \frac{\lambda^2 - 1}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2} \quad (7.62)$$

Và vì $\lambda = \frac{c}{a_{cr}}$ nên $dc = a_{cr} d\lambda$; Ta chia hai vế tương ứng của biểu thức này cho đẳng thức

$$c dx = \lambda a_{cr} dx$$

ta được

$$\frac{1}{c} \frac{dc}{dx} = \frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dx} \quad (7.63)$$

Thay (7.63) vào (7.61) kết hợp với (7.62) ta có biểu thức sau

$$\frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dx} = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2}{\lambda^2 - 1} \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \quad (7.64)$$

Các phương trình (7.61) và (7.64) là những phương trình vi phân diễn tả sự thay đổi tốc độ theo trục dòng. Nếu biết được hàm số phụ thuộc $A(x)$, chúng ta sẽ tích phân được các phương trình trên.

Từ phương trình (7.64) suy ra các trường hợp $\frac{d\lambda}{dx} = 0$ sau đây:

$\lambda = 0$. Tương ứng dòng khí không chuyển động. Trường hợp này không xét.

$\lambda = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} = \lambda_m$. Đây là trường hợp dòng đạt tốc độ giới hạn. Ý nghĩa vật lý của nó rất rõ ràng là khi $\lambda = \lambda_m$ dòng không thể tăng tốc độ được nữa.

Cuối cùng là trường hợp $\frac{d\lambda}{dx} = 0$ khi .

Tương ứng với trường hợp này, biểu thức (7.64) chỉ có nghĩa khi $\lambda \neq 1$. Và rõ ràng rằng, để $\frac{dA}{dx} = 0$, hàm số $A(x)$ phải đạt giá trị cực đại, cực tiểu hay điểm uốn tại $x = x^*$. Trong các tiết diện của ống dòng tương ứng với $A(x)$ tốc độ cũng đạt cực trị.

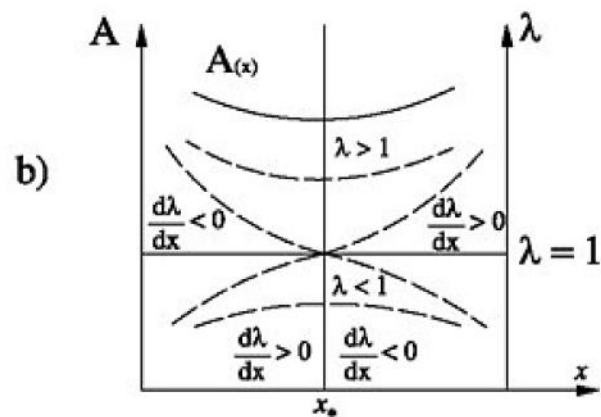
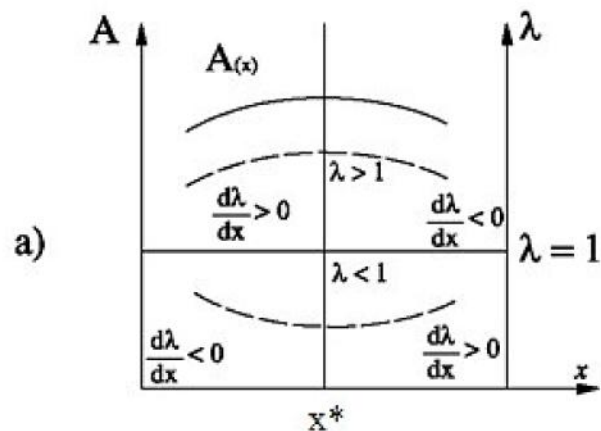
Từ phương trình trên cũng đi đến kết luận rằng, đạo hàm tốc độ $\frac{d\lambda}{dx} = \infty$ khi $\lambda = 1$ và $\frac{dA}{dx} \neq 0$. Kết quả này dẫn đến việc tốc độ phải thay đổi theo cấp; song, về góc độ vật lý điều này không thể xảy ra (theo giả thiết chúng ta chỉ xét đến chất khí chuyển động liên tục).

Để làm sáng tỏ thêm vấn đề trên, chúng ta nghiên cứu sự thay đổi chất của đặc tính dòng một chiều có tiết diện cực đại hoặc cực tiểu ở vị trí $x = x^*$ (hình 7.19)

Giả sử hàm số $A(x)$ có tại điểm $x = x^*$ giá trị cực đại $A_{\max}$ (hình 7.19a). Và giả thiết thêm rằng, phía bên trái của $A_{\max}$ dòng đạt tốc độ $\lambda < 1$. Như vậy từ phương trình (7.64) suy ra rằng, nếu $\frac{dA}{dx} > 0$, thì $\frac{d\lambda}{dx} < 0$, tức là tốc độ dòng càng gần $A_{\max}$, càng giảm. Còn ở phía phải của $A_{\max}$ thì $\frac{dA}{dx} < 0$ và $\frac{d\lambda}{dx} > 0$ – Tức là tốc độ dòng tăng.

Tương tự khi $\lambda > 1$, phía trái của $A_{\max}$ sẽ có và ngược lại ở phía phải $\frac{d\lambda}{dx} < 0$

Nếu hàm số $A(x)$ có giá trị cực tiểu $A_{\min}$ tại $x = x^*$ (hình 7.19b) thì ở bên trái $A(x) = A_{\min}$. Khi $\lambda < 1$ và dòng sẽ tăng tốc bởi vì khi đó . Còn khi $\lambda > 1$ thì ở bên trái $A_{\min}$ giá trị $\frac{dA}{dx} < 0$ và bên phải $\frac{d\lambda}{dx} > 0$



Hình 7.19. Diễn biến của tốc độ không thứ nguyên

Bằng cách phân tích trên, chúng ta đã chứng minh được rằng, trong tiết diện cực đại, dòng dưới âm đạt tốc độ cực tiểu, còn dòng trên âm đạt tốc độ cực đại. Ở phần rộng dần, tốc độ của dòng dưới âm bị giảm xuống, còn tốc độ dòng trên âm thì tăng lên.

Dòng trên âm tăng tốc trong phần ống rộng dần và giảm tốc trong phần ống hẹp dần.

Như vậy với mọi giá trị của λ ở đầu vào, đường cong tốc độ của dòng cũng đều đạt cực trị $A(x) = A_{\max}$.

Từ đó rút ra một kết luận quan trọng là đặc trưng diễn biến tốc độ theo trục dòng của dòng dưới âm và dòng trên âm là hoàn toàn khác nhau: Đối với dòng dưới âm, trên quan điểm định tính có thể coi diễn biến của dòng khí như dòng chất lưu không nén (chất lỏng). Đối với dòng trên âm, đường cong tốc độ $\lambda(x)$ có thể diễn biến tương tự như sự thay đổi tiết diện $A(x)$.

Ở đây cũng rút ra được một kết luận quan trọng nữa: Trong một ống dòng có tiết diện cực đại nằm giữa đầu vào và đầu ra thì không thể xảy ra sự chuyển hóa từ vùng tốc độ dưới âm sang vùng tốc độ trên âm và ngược lại. Còn trong ống dòng có tiết diện cực tiểu nằm giữa hai đầu thì cả dòng trên âm và dưới âm ở tiết diện tối thiểu đều có tốc độ tiến gần đến $\lambda = 1$. Và nếu ở tiết diện tối thiểu mà tốc độ dòng đạt $\lambda = 1$ khi $d\lambda \neq 0$, thì rõ ràng là đã xảy ra sự chuyển hóa qua tốc độ tới hạn.

Như vậy chúng ta đã khảo sát được diễn biến của tốc độ - thông số quan trọng nhất trong dòng một chiều. Trên cơ sở đó ta nghiên cứu sự thay đổi các thông số còn lại dọc theo trục dòng: Đó là: áp suất, nhiệt độ và mật độ.

Từ những biểu thức thiết lập dòng một chiều, chúng ta suy

ra rằng, ở vùng tăng tốc (dòng giãn nở) nhiệt độ, mật độ và áp suất trong dòng đẳng entropy đều giảm xuống và ngược lại.

Ví dụ, trong ống hẹp dần, nếu dòng có tốc độ dưới âm nó sẽ được tăng tốc, tức là tiếp tục giãn nở nên các thông số T , ρ , p đều giảm. Ngược lại nếu dòng có tốc độ trên âm, nó sẽ bị giảm tốc độ, tức là bị nén nên các thông số T , ρ , p sẽ tăng lên.

Trong ống rộng dần quá trình lại hoàn toàn ngược lại.

Để tính toán nhanh và dễ dàng ta xây dựng bảng áp suất và nhiệt độ tương đối của dòng khí ở một tiết diện bất kỳ phụ thuộc vào các tốc độ không thứ nguyên Ma , λ và Λ .

Biểu thức suy dẫn được chọn là (3.87), (3.94)

$$\frac{T}{T^*} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 = 1 - \Lambda^2 \quad (7.65)$$

và biểu thức (3.82)

$$\frac{T^*}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} Ma^2$$

Dòng đẳng entropy thỏa mãn

$$\frac{T}{T^*} = \left(\frac{p}{p^*} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{\rho}{\rho^*} \right)^{k-1}$$

Từ các biểu thức trên ta xây dựng Bảng 1

Tỷ số áp suất	Tỷ số khối lượng riêng (mật độ)
$\frac{p}{p^*} = \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$	$\frac{\rho}{\rho^*} = \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$
$\frac{p}{p^*} = \left(1 + \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$	$\frac{\rho}{\rho^*} = \left(1 + \frac{k-1}{k+1} \lambda^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$
$\frac{p}{p^*} = (1 - \Lambda^2)^{\frac{k}{k-1}}$	$\frac{\rho}{\rho^*} = (1 - \Lambda^2)^{\frac{1}{k-1}}$
$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{1 + \frac{k-1}{2} Ma_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} Ma_2^2} \right)^{\frac{k}{k-1}}$	$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{1 + \frac{k-1}{2} Ma_1^2}{1 + \frac{k-1}{2} Ma_2^2} \right)^{\frac{1}{k-1}}$
$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{1 + \frac{k-1}{k+1} \lambda_2^2}{1 + \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2} \right)^{\frac{k}{k-1}}$	$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{1 + \frac{k-1}{k+1} \lambda_2^2}{1 + \frac{k-1}{k+1} \lambda_1^2} \right)^{\frac{1}{k-1}}$
$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{1 - \Lambda_1^2}{1 - \Lambda_2^2} \right)^{\frac{k}{k-1}}$	$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{1 - \Lambda_1^2}{1 - \Lambda_2^2} \right)^{\frac{1}{k-1}}$

Từ đó chúng ta có thể định nghĩa và xác định thông số giới hạn. Thông số tương ứng với tiết diện của dòng khí $\lambda = 1$ gọi là thông số giới hạn.

Từ các biểu thức trên dễ dàng xác định được thông số tới hạn khi thay $\lambda = 1$

$$T_{cr} = \frac{2}{k+1} T^* \quad (7.66)$$

$$p_{cr} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} p^* \quad (7.67)$$

$$\rho_{cr} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \rho^* \quad (7.68)$$

Các quan hệ trên đồng thời cũng cho thấy rằng, thông số tới

hạn phụ thuộc vào tính chất vật lý của chất khí (hệ số k) và thông số hãm toàn phần của dòng.

Sau đây chúng ta đề cập đến khái niệm mật độ dòng và đại lượng không thứ nguyên của nó.

Ở trên chúng ta đã sử dụng biểu thức (3.5b) diễn tả tính bất biến của mật độ dòng.

Sử dụng phương trình

$$\frac{\rho}{\rho^*} = \left(1 + \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

chúng ta xác định được mật độ dòng bằng biểu thức

$$\bar{D} = \frac{D}{A} = \rho c = \rho^* a_{cr} \lambda \left(1 + \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (7.69)$$

Biểu thức trên cho thấy rằng lưu lượng D chảy qua tiết diện bất kỳ sau 1 giây là hằng số. Giá trị thay đổi của mật độ và tốc độ ở vùng trên và dưới âm là khác nhau: Trong vùng dưới âm, độ giảm của mật độ chậm hơn so với tăng tốc độ, nên tích số ρc tăng, và như vậy tiết diện A phải giảm. Trong vùng trên âm thì ngược lại, độ giảm mật độ mạnh hơn sự tăng tốc độ nên ρc giảm. Do đó tiết diện phải tăng.

Từ biểu thức (7.69) ta thấy rằng, mật độ dòng $\bar{D}(\lambda) = 0$ ở hai

giá trị của λ : hoặc $\lambda = 0$, hoặc $\lambda = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}$. Như vậy hàm số

$\bar{D}(\lambda)$ sẽ có cực trị ở một giá trị nào đó của λ . Để xác định giá trị này của λ ta đạo hàm phương trình (7.69)

$$\frac{d\bar{D}}{d\lambda} = \frac{d(\rho c)}{d\lambda} = \rho^* a_{cr} \left(1 + \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}} (1 - \lambda^2) \quad (7.70)$$

Loại trừ giá trị không có ý nghĩa vật lý $\lambda = -1$ chúng ta xác định được giá trị cực đại của mật độ dòng tương ứng $\lambda = 1$, đó chính là tốc độ tới hạn.

$$\bar{D}_{max} = \rho^* a_{cr} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \rho_{cr} a_{cr} \quad (7.71)$$

tỷ số

$$D^0 = \frac{\bar{D}}{\bar{D}_{max}} = \frac{\rho c}{\rho_{cr} a_{cr}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (7.72)$$

gọi là mật độ không thứ nguyên của dòng.

Từ các biểu thức trên chúng ta có thể xác lập được diễn biến của các đại lượng $\frac{p}{p^*}$, $\frac{\rho}{\rho^*}$, $\frac{T}{T^*}$ và D^0 theo λ thay vì cho trục dòng x . Đó cũng là ý nghĩa của đại lượng không thứ nguyên λ .

Trên đây là những biểu thức giải tích xác định diễn biến các thông số cơ bản của dòng theo λ (hoặc x). Để làm sáng tỏ ý nghĩa sử dụng chúng trong thực tế chúng ta nêu một số tính chất đặc biệt của nó trong tính toán các máy năng lượng sử dụng chất

Từ điểm 1 ta vạch một đường song song với trục i cắt đường đẳng áp p tại 1. Qua điểm 1 ta xác định được các thông số còn lại i, v, T . Từ điểm * ta xác định được enthalpy toàn phần i^* . Như vậy xác định được hiệu số $H_{is}^* = i^* - i$, trên cơ sở đó xác định được tốc độ của dòng tại điểm 1.

Đại lượng H_{is}^* gọi là nhiệt giáng đẳng entropy.

Đồ thị nhiệt cũng có thể sử dụng để tính các quá trình không thuận nghịch. Đương nhiên trong những trường hợp như thế, ba thông số trạng thái không đủ điều kiện để xác định tốc độ, mà cần phải có những điều kiện phụ trợ khác. Vấn đề này đã được trình bày rõ ràng và đầy đủ trong các giáo trình nhiệt động học.

Nếu muốn khảo sát dòng đẳng entropy của chất khí chuyển động trong ống có tiết diện thay đổi bằng đồ thị $(i - s)$, chúng ta xác định được mật độ dòng trong những tiết diện khác nhau $\bar{D} = \frac{c}{v}$ và thiết lập được diễn biến của đại lượng này tương tự như các thông số khác – phụ thuộc vào tốc độ (hình 7.20a). Mật độ cực đại của dòng tương ứng với tiết diện tới hạn được xác định từ phương trình

$$\frac{A}{A_{cr}} = \frac{\left(\frac{c}{v}\right)_{max}}{\frac{c}{v}} \quad (7.74)$$

Thông số tới hạn có thể tìm được nhờ điều kiện $c = a$.

Để xác định điểm tới hạn chúng ta thiết lập diễn biến tốc độ âm thanh và tốc độ dòng theo enthalpy $a(i)$ và $c(i)$. Giao điểm của hai đường cong $a(i)$ và $c(i)$ cho ta giá trị a_{cr} và i_{cr} trong tiết diện tới hạn. Đưa giá trị này vào trong đồ thị $(i - s)$ ta tìm được các thông số còn lại của dòng trong tiết diện tới hạn như ở hình 7.20b

7.8. ẢNH HƯỞNG SỨC HÚT TỰ NHIÊN

Để đánh giá tác động của sự thay đổi trạng thái chất lưu chúng ta sử dụng phương trình cơ bản – phương trình Bernoulli, để khảo sát ảnh hưởng của sức hút tự nhiên. Ta giả định trong hệ thống làm việc, quạt vận chuyển chất lưu từ buồng 1 đến buồng 2 (hình 7.21).

Ta giả thiết: Ở buồng 1 và 2 có áp suất dư là p_1, p_2 ;

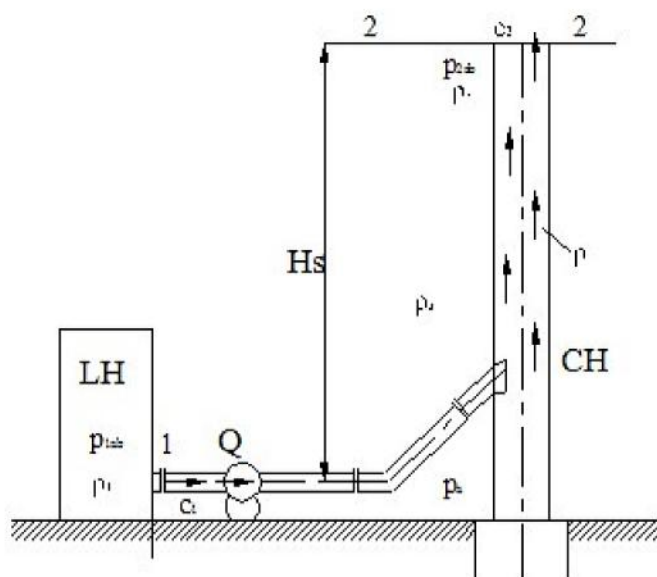
Không thể bỏ qua chênh lệch chiều cao giữa đầu hút và đầu đẩy $H_s = h_2 - h_1$;

Tiết diện đo áp suất 1 – 1 cách xa đầu hút của quạt để áp suất p_1 đo được chính xác, không bị ảnh hưởng của sức hút;

Mật độ chất lưu khác mật độ khí quyển $\rho \neq \rho_a$;

Suất năng lượng cung cấp cho quạt là $-w_{tc} = gH$ (từ động cơ);

Tổng tổn thất trở lực trên đường ống là $w_f = gh_z$.



Hình 7.21. Sức hút tự nhiên: LH – lò hơi; Q – quạt; CH - ống khói

Sử dụng phương trình Bernoulli tổng quát (3.102) tính toán cho dòng khí

$$gH = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(h_2 - h_1) + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + gh_z \quad (7.75)$$

Bỏ qua tốc độ đầu vào vào hệ thống đường ống hút $c_1 \approx 0$, ta có

$$gH = \frac{1}{\rho}(p_{2ab} - p_{1ab}) + gH_s + \frac{c_2^2}{2} + gh_z \quad (7.76)$$

Áp suất tuyệt đối ở đầu hút $p_{1ab} = p_a + p_1$.

Áp suất tuyệt đối ở đầu đẩy xét đến ảnh hưởng riêng của độ cao ống khói H_s

$$p_{2ab} = p_2 + p_2 - \rho_a gH_s.$$

Phương trình trên được viết dưới dạng

$$\rho gH + (\rho_a - \rho)gH_s = p_2 - p_1 + \rho \frac{c_2^2}{2} + \rho gh_z \quad (7.77)$$

Ở đây, ta nhận thấy vế trái của phương trình xuất hiện thành phần $(\rho_a - \rho)gH_s$. Hiệu số $(\rho_a - \rho)$ chính là sự chênh lệch mật độ của môi trường và chất lưu.

Biểu thức $(\rho_a - \rho)gH_s$ gọi là sức hút tự nhiên. Với $H_s > 0$, ở đây có thể xảy ra ba trường hợp sau:

$$a. \rho = \rho_a; (\rho_a - \rho)gH_s = 0$$

Phương trình có dạng

$$\rho gH = p_2 - p_1 + \rho \frac{c_2^2}{2} + \rho gh_z \quad (7.78)$$

Trường hợp này sức hút tự nhiên không ảnh hưởng đến quá trình làm việc của quạt. Suất năng lượng gH bánh công tác nhận được từ trục động cơ dùng để tạo chênh lệch áp suất tĩnh ở hai đầu, tạo tốc độ đầu đẩy c_2 và thắng toàn bộ trở lực của hệ thống.

$$b. \rho > \rho_a$$

Phương trình có dạng

$$\rho gH = p_2 - p_1 + (\rho - \rho_a)gH_1 + \rho \frac{c_1^2}{2} + \rho gh_2 \quad (7.79)$$

Trường hợp này sức hút tự nhiên làm cản trở quá trình làm việc của quạt. Suất năng lượng nhận được ρgH , ngoài việc để tạo được chênh lệch áp suất tĩnh $(p_2 - p_1)$, tạo tốc độ đầu đẩy c_2 , vượt trở lực ρgh_2 , còn phải khắc phục sự chênh lệch mật độ của chất lưu và môi trường $(\rho - \rho_a)$. Năng lượng mất mát để khắc phục gia số mật độ này là $(\rho - \rho_a)gH_2$.

$$c. \rho < \rho_a$$

Mật độ không khí ngoài trời lớn hơn mật độ chất lưu chuyển động trong hệ thống. Phương trình Bernoulli có dạng

$$\rho gH + (\rho_a - \rho)gH_1 = p_2 - p_1 + \rho \frac{c_1^2}{2} + \rho gh_2 \quad (7.80)$$

Để tạo chênh lệch áp suất tĩnh $(p_2 - p_1)$, tạo động năng $\frac{c_1^2}{2}$ và thắng trở lực đường ống, ngoài áp suất năng lượng ρgH còn có thêm giá trị $(\rho_a - \rho)gH_1$ tạo nên do chênh lệch mật độ. Trường hợp này sức hút tự nhiên giúp cho quá trình làm việc của quạt tốt hơn.

Ở đây, cũng cần lưu ý, các biểu thức trên tính toán cho dòng hỗn hợp khí; nếu các giá trị H , h_2 được đo bằng chiều cao cột nước, thì khi tính toán phải quy đổi H , h_2 theo khối lượng riêng ρ_w của nước.

Trong công nghiệp đặc biệt là trong các ngành sử dụng năng lượng, khi tính toán thiết kế chế tạo quạt, ống khói, ống hút, ống xả cần xem xét đến ảnh hưởng của sức hút tự nhiên. Tuy nhiên khi thiết kế chiều cao ống khói cần phải xem xét đến chiều cao bóng rợp khí động và các điều kiện kinh tế, kỹ thuật khác.

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [1], [2], [4], [6], [7], [9], [13], [15], [19], [22], [25], [26].

Chương 8

DÒNG CHẤT LƯU HOÀN THIỆN TRONG MẶT PHẪNG VÀ KHÔNG GIAN

Trên đây, chúng ta đã nghiên cứu chuyển động của dòng chất lưu lý tưởng qua một ống dòng và kết quả của nó được mở rộng để tính toán dòng một chiều có kích thước lớn hơn. Trong thực tế, dòng chảy của chất lưu qua các thiết bị năng lượng (bơm, quạt, máy nén, các động cơ đốt trong, tuabin hơi, tuabin khí, ejector, ...) phức tạp hơn nhiều. Một mặt, do chất lưu công tác có tính chất vật lý (chủ yếu là độ nhớt) rất khác nhau; mặt khác, do kết cấu đa dạng của thiết bị, nên dòng chảy chịu nhiều tác động ngoại lai như: ảnh hưởng hai hoặc ba chiều, trong dòng chảy xảy ra các sóng và đập, xuất hiện các thành phần mới do phản ứng hóa – nhiệt...

Để có thể tiếp cận được mô hình hoàn thiện, phản ánh đầy đủ các ảnh hưởng, phần này chúng ta đề cập đến dòng chảy trong mặt phẳng và không gian.

8.1. NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Trước hết, chúng ta làm sáng tỏ một số khái niệm và phương pháp nghiên cứu dòng phẳng và không gian; đồng thời đề cập đến tương quan của nó với động lực học ống dòng mà ta đã nghiên cứu.

Ta lấy một không gian có chất lưu lấp đầy và chảy liên tục. Như vậy tính chất vật lý đã xác định, tính liên tục được bảo toàn và chúng ta có đầy đủ điều kiện để phân tích và thiết lập mô hình toán.

Về cơ bản có hai phương pháp xây dựng mô hình chuyển động trong không gian được xác định bằng tọa độ ba chiều.

8.1.1. Phương pháp thứ nhất

Chúng ta chọn một phần tử a (chất điểm a) có tọa độ x_1, y_1, z_1 tại thời điểm $t_1 = 0$. Sau thời gian t vị trí mới của nó được xác định bằng biểu thức:

$$(x, y, z) = f(x_1, y_1, z_1, t) \quad (8.1)$$

ở đây tọa độ x, y, z gọi là biểu thức Lagrange.

Quãng đường đi của phần tử theo thời gian gọi là quỹ đạo của nó (hình 8.1)

Nội dung của phương pháp trên là theo dõi chuyển động của phần tử trong không gian, hay nói cách khác là nghiên cứu quỹ đạo chuyển động của nó sau một khoảng thời gian.

8.1.2. Phương pháp thứ hai

Lấy một điểm A trong một không gian; vị trí của nó được xác định bằng tọa độ x, y, z. Tại thời điểm t, phần tử chất lưu đi qua điểm A với tốc độ $c = c_x + c_y + c_z$. Như vậy

$$c_x + c_y + c_z = f(x, y, z, t) \quad (8.2)$$

ở đây $c_x + c_y + c_z$ gọi là biến Euler.

Khác với phương pháp trên - theo dõi vị trí của phần tử (chất điểm) di động theo thời gian, phương pháp này khảo sát diễn biến tốc độ của dòng qua một điểm xác định trong không gian.

Như vậy ở cùng một thời điểm t, trong không gian xuất hiện một trường tốc độ được xác định bởi vector tốc độ của các điểm riêng biệt.

Đường bao của các vector tốc độ c gọi là đường dòng (xem định nghĩa đường dòng ở phần 2.2.2).

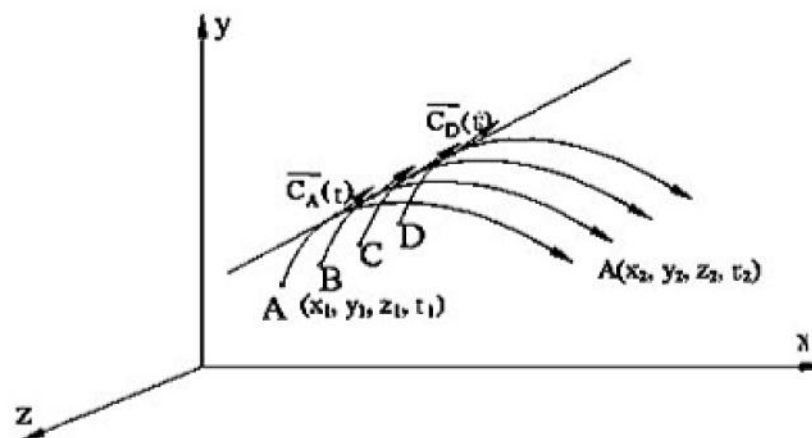
Như vậy, ở đây ta có thể đưa thêm một định nghĩa mới về đường dòng: Đường dòng là đường cong tạo bởi các điểm kề sát có cùng vector tốc độ tương ứng.

Thành phần tốc độ được xác định bằng biểu thức

$$c_x = \frac{dx}{dt}, \quad c_y = \frac{dy}{dt}, \quad c_z = \frac{dz}{dt} \quad (8.3)$$

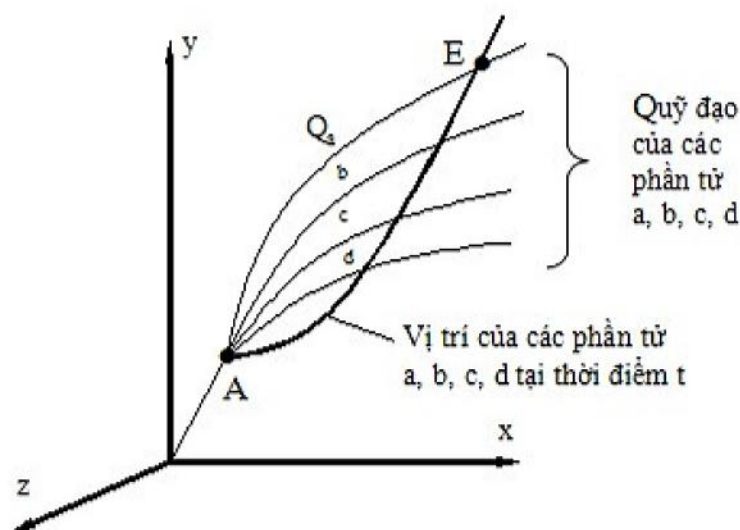
ở đây dx, dy, dz là thành phần của phân tố đường dòng ds.

Cũng cần nhắc lại rằng, trường hợp tổng quát, quỹ đạo và đường dòng là khác nhau, chúng chỉ trùng nhau trong chuyển động ổn định (hình 8.1).



Hình 8.1. Quỹ đạo và đường dòng

Ngoài hai hệ đường cong xây dựng trên quan điểm vừa nêu, chúng ta giới thiệu thêm một hệ đường cong thứ 3 gọi là vệt tia (hình 8.2).



Hình 8.2. Quỹ đạo và vệt tia

Cơ sở xây dựng đường cong này như sau: trong không gian x, y, z ta lấy một điểm A. Trường hợp tổng quát, trong các thời điểm $t_1, t_2, \dots$ có các phần tử $a, b, c, \dots$ đi qua điểm A. Và mỗi phần tử vạch ra một quỹ đạo riêng sau một khoảng thời gian t nào đấy.

Vị trí tức thời ở một thời điểm xác định của các phần tử $a, b, c, \dots$ gọi là đường vệt tia.

Trong chuyển động không ổn định diễn biến của các hệ đường cong rất phức tạp và khó theo dõi; Còn chuyển động ổn định thì rất đơn giản: quỹ đạo, đường dòng và vệt tia trùng nhau.

Để xác định hình dạng của đường dòng trong chuyển động thể lượng người ta thường dựa vào tính chất động học của các quá trình. Bằng diễn tả toán học thích hợp các quá trình liên tục, chúng ta có phương trình tương ứng Cauchy-Riemann và Laplace. Ngược lại, dựa vào động lực học dòng không gian và từ điều kiện cân bằng lực của khối lượng phân tử chất lưu, chúng ta có phương trình Euler.

Lẽ dĩ nhiên, nếu biết được dạng của đường dòng, chúng ta có thể chuyển bài toán không gian sang dòng chảy qua ống dòng; tức là trường hợp giả tuyến tính mà ta đã sử dụng khi xây dựng phương trình Bernoulli.

Đối với chất lưu lý tưởng, chuyển động xoáy của nó được mô tả bằng các định đề Stokes và Helmholtz. Và kết quả tính toán có thể sử dụng để phân tích và làm sáng tỏ nhiều hiện tượng trong thủy động học chất lưu thực.

Đối với chất lưu thực, ảnh hưởng của độ nhớt làm mô hình phức tạp lên rất nhiều. Phương trình chuyển động Navier-Stokes giải quyết một cách tổng quát vấn đề này, song nó chỉ có thể giải được khi chấp nhận một loạt các giả thiết được đơn giản hóa. Tuy thế vấn đề quả thật không đơn giản, một số trường hợp khả dĩ có thể coi như chuyển động trong ống dòng, còn những trường hợp khác phải kể đến va đập xoáy. Song cũng không thể đồng nhất những trường hợp đầu với chuyển động thể lượng và những trường hợp sau với chuyển động xoáy của chất

lưu lý tưởng.

Như đã biết, trong dòng nhớt phải chia chuyển động thành hai loại: dòng chảy tầng và dòng chảy rối. Trong dòng chảy tầng chúng ta có thể coi các sợi dòng riêng biệt dịch chuyển theo nhau mà không hòa trộn, song khi xét áp lực pháp tuyến giữa các sợi dòng phải kể đến tác động của lực tiếp tuyến. Ảnh hưởng này càng lớn nếu chênh lệch tốc độ giữa các sợi dòng càng lớn. Còn trong dòng chảy rối thì giữa các sợi dòng không những xảy ra trao đổi chất mà còn cả trao đổi xung lượng. Điều đó càng làm hiệu ứng tiếp tuyến tăng lên đáng kể. Mặc dù trong trường hợp này khái niệm ống dòng không còn phù hợp với định nghĩa ban đầu của nó, song đôi khi trong ứng dụng thực tế chúng ta vẫn phải chấp nhận điều đó. Và do vậy, khi khảo sát dòng chảy tầng và chảy rối chúng ta thường tiến hành bằng cùng một phương pháp, trong đó các phương trình cơ bản thủy động lực sợi dòng vẫn thỏa mãn khá đầy đủ các điều kiện.

8.2. ĐỘNG HỌC DÒNG THỂ LƯỢNG PHẪNG

8.2.1. Những tính chất cơ bản và các phương trình

8.2.1.1. Phương trình liên tục – Phương trình Euler

Ta cắt tách một thể tích phân tố có dạng lăng khối trong dòng chất lưu và thiết lập điều kiện khối lượng không đổi theo thời gian của phân tố đó. Điều kiện này được thể hiện qua định luật bảo toàn khối lượng được viết dưới dạng (xem thêm phần 3.1 chương 3)

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = 0 \quad (8.4)$$

ở đây V thể tích phân tố: $V = dx dy dz$

ρ khối lượng riêng trung bình của nó

Ta coi V và ρ là biến số. Đạo hàm biểu thức (8.4) ta được

$$V \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dV}{dt} = 0$$

Chia cả hai vế của phương trình trên cho $\rho \Delta V$, ta có phương trình liên tục trong dạng

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = 0 \quad (8.5)$$

Trong biểu thức trên, đạo hàm $\frac{dV}{dt}$ có ý nghĩa như sự thay đổi thể tích theo thời gian, hay đó chính là tốc độ biến dạng của phân tố chất lỏng. Thành phần $\frac{1}{V} \frac{dV}{dt}$ đại diện cho tốc độ biến dạng tương đối của thể tích.

Trường hợp đặc biệt, nếu chất lưu không nén thì $\rho = 0$ và $\frac{d\rho}{dt} = 0$

, phương trình trên có dạng đơn giản

$$\frac{dV}{dt} = 0 \quad (8.6)$$

Biểu thức trên diễn tả điều kiện không thay đổi của thể tích phân tử. Tốc độ biến dạng thể tích phân tử bằng không. Từ đó suy ra rằng, phân tử chất lưu không biến dạng trong quá trình chuyển động theo phương thức thể tích không đổi.

Ta thiết lập phương trình liên tục trong dạng vi phân cho trường hợp tổng quát: chất lưu nén.

Trước hết xác định tốc độ biến dạng tương đối của thể tích phân tử (hình 8.3) theo các thành phần tốc độ tương ứng c_x , c_y , c_z .

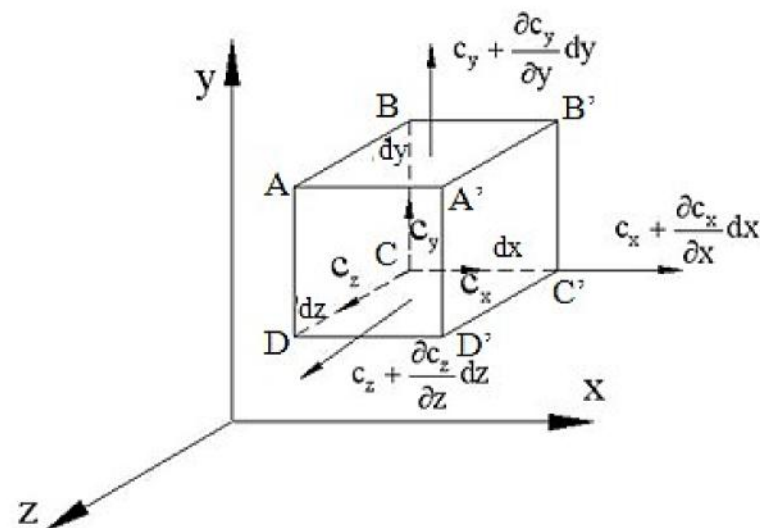
Ta xét biến dạng dài của phân tử theo trục x. Sự biến dạng này sinh ra do sự khác biệt tốc độ giữa mặt ABCD và A'B'C'D'.

Nếu tốc độ của mặt bên trái là c_x thì của mặt bên phải (đối diện với nó) là

$$c_x + \frac{\partial c_x}{\partial x} dx \quad (8.7)$$

Chúng ta có thể giả thiết rằng, tốc độ chung quanh bề mặt khảo sát là ổn định. Như vậy sau một phân tử thời gian dt , mặt bên trái ABCD dịch chuyển một quãng sang phải là $c_x dt$. Cùng thời gian và cùng hướng ấy mặt phải dịch chuyển một quãng

$$\left[c_x + \frac{\partial c_x}{\partial x} dx \right] dt$$



Hình 8.3. Phân tử chất lưu

Từ đó suy ra rằng, sự thay đổi thể tích của phân tử phụ thuộc vào sự chênh lệch tốc độ của cả hai mặt. Nếu xét sự thay đổi tuyệt đối của thể tích phân tử theo trục x, ta có

$$\left(c_x + \frac{\partial c_x}{\partial x} dx \right) dy dz dt - c_x dy dz dt = \frac{\partial c_x}{\partial x} dx dy dz dt \quad (8.8)$$

Cũng tương tự, giả sử thay đổi thể tích của phân tử đối với hai cặp bề mặt theo hướng trục y và z

$$\frac{\partial c_y}{\partial y} dx dy dz dt$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial z} dx dy dz dt$$

Sự thay đổi toàn bộ thể tích theo các trục x, y, z

$$\begin{aligned} dV &= \frac{\partial c_x}{\partial x} dx dy dz dt + \frac{\partial c_y}{\partial y} dx dy dz dt + \frac{\partial c_z}{\partial z} dx dy dz dt \\ &= \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) dx dy dz dt \end{aligned} \quad (8.9)$$

Chia cả hai vế của đẳng thức trên cho $V dt = dx dy dz dt$

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \quad (8.10)$$

Thay (8.10) vào (8.5), ta được phương trình liên tục trong dạng tổng quát

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) = 0 \quad (8.11)$$

Cần lưu ý rằng, đạo hàm riêng phần $\frac{\partial c_x}{\partial x}$, $\frac{\partial c_y}{\partial y}$, $\frac{\partial c_z}{\partial z}$ trong phương trình (8.10) mang một ý nghĩa vật lý cụ thể. Chúng đại diện cho tốc độ biến dạng trượt của bề mặt lãg khối. Ví dụ, xét chuyển dịch của bề mặt DCD'C' theo chiều trục x ta nhận thấy: do chênh lệch tốc độ của cạnh CD là c_x và C'D' là $c_x + \frac{\partial c_x}{\partial x} dx$, nên độ giãn dài của bề mặt theo hướng trục x sẽ là

$$\left(c_x + \frac{\partial c_x}{\partial x} dx \right) dt - c_x dt = \frac{\partial c_x}{\partial x} dx dt \quad (8.12)$$

Như vậy độ giãn dài tương đối của nó là $\frac{\partial c_x}{\partial x} dx$ và tốc độ $\frac{\partial c_x}{\partial x}$.

Ta tiếp tục biến đổi phương trình liên tục (8.11).

Một cách tổng quát, đối với chất lưu nén ta coi mật độ là hàm số của x, y, z và t: $\rho = \rho(x, y, z, t)$. Và vi phân toàn phần của nó có dạng

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (8.13)$$

Thay các thành phần tốc độ

$$\frac{dx}{dt} = c_x; \quad \frac{dy}{dt} = c_y; \quad \frac{dz}{dt} = c_z$$

vào (8.13) ta được

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial x} c_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} c_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} c_z + \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (8.14)$$

Chuyển giá trị $\frac{d\rho}{dt}$ từ (8.13) vào (8.11), ta có phương trình

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} c_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} c_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} c_z + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) = 0$$

hay

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} c_x + \rho \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial y} c_y + \rho \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho}{\partial z} c_z + \rho \frac{\partial c_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Từ đó ta có phương trình liên tục Euler dạng vi phân tổng quát mô tả chuyển động của chất lưu trong không gian

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho c_z)}{\partial z} = 0 \quad (8.15)$$

Đối với dòng ổn định, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, nên

$$\frac{\partial(\rho c_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho c_z)}{\partial z} = 0 \quad (8.16)$$

Phương trình liên tục của dòng ổn định của chất lưu không nén $\rho = \text{const}$

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = 0 \quad (8.17)$$

Để gọn hơn ta sử dụng phân kỳ vector tốc độ $\text{div} \vec{c}$. Các phương trình (8.15), (8.16), (8.17) được viết dưới dạng

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{c}) = 0; \quad \text{hay} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho c) = 0 \quad (8.18)$$

$$\text{div}(\rho \vec{c}) = 0; \quad \nabla(\rho c) = 0 \quad (8.19)$$

$$\text{div} \vec{c} = 0; \quad \nabla c = 0 \quad (8.20)$$

Như vậy trong chuyển động ổn định, phân kỳ của vector tốc độ (hay của tích số mật độ và vector tốc độ) luôn bằng không.

Phương trình (8.15) là phương trình liên tục trong dạng vi phân của dòng khí. Phương trình này do Euler đưa ra năm 1775, nó diễn tả sự phụ thuộc của thay đổi khối lượng riêng vào các thành phần tốc độ c_x, c_y, c_z .

Xét đến ý nghĩa vật lý của vi phân riêng phần $\frac{\partial c_x}{\partial x}, \frac{\partial c_y}{\partial y}, \frac{\partial c_z}{\partial z}$ diễn tả tốc độ biến dạng dài tương đối của phân tử chất lưu theo các hướng trục x, y, z dựa vào phương trình liên tục chúng ta có thể kết luận rằng, biến dạng của phân tử tuân theo một quy luật nhất định và nó không thể thay đổi tùy tiện. Còn từ phương trình (8.17) đối với chất lưu không nén có thể suy ra rằng, trong quá trình chuyển động, phân tử chất lưu chỉ bị biến dạng mà không thay đổi thể tích.

Trên đây chúng ta đã xây dựng phương trình liên tục trong hệ tọa độ vuông. Khi nghiên cứu các quá trình xảy ra trong các thiết bị quay tốt hơn nên sử dụng hệ tọa độ trụ.

Ta thiết lập phương trình liên tục trong hệ tọa độ trụ.

Sự thay đổi thể tích phân tử theo hướng bán kính r sau thời gian dt có thể diễn tả

$$\left[\left(c_r + \frac{\partial c_r}{\partial r} dr \right) (r + dr) d\vartheta - c_r r d\vartheta \right] dz dt = \left(\frac{c_r}{r} + \frac{\partial c_r}{\partial r} \right) r dr dz d\vartheta dt \quad (8.21)$$

Sự thay đổi thể tích theo hướng vuông góc với bán kính r

$$\left[\left(c_\vartheta + \frac{\partial c_\vartheta}{r \partial \vartheta} d\vartheta \right) - c_\vartheta \right] dz dr dt = \frac{1}{r} \frac{\partial c_\vartheta}{\partial \vartheta} dr dz d\vartheta dt \quad (8.22)$$

Và theo hướng trục z , thể tích thay đổi một lượng

$$\left[\left(c_z + \frac{\partial c_z}{\partial z} dz \right) - c_z \right] r d\vartheta dr dt = \frac{\partial c_z}{\partial z} r dr dz d\vartheta dt \quad (8.23)$$

Sự thay đổi toàn bộ thể tích sau thời gian dt

$$d\Delta V = \left(\frac{c_r}{r} + \frac{\partial c_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial c_\theta}{\partial \theta} + \frac{dc_z}{\partial z} \right) r dz dr d\theta dt \quad (8.24a)$$

Từ đó xác định được tốc độ thay đổi tương đối của thể tích

$$\frac{1}{\Delta V} \frac{d\Delta V}{dt} = \frac{c_r}{r} + \frac{\partial c_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial c_\theta}{\partial \theta} + \frac{dc_z}{\partial z} \quad (8.24b)$$

Thay (8.24b) vào (8.5) ta được phương trình liên tục tổng quát trong hệ tọa độ trụ

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = 0 \quad (8.17)$$

Nhân đây cũng lưu ý thêm rằng, biểu thức (8.15) là dạng vi phân tổng quát của phương trình liên tục trong tọa độ ba chiều x, y, z. Đối với dòng một chiều ổn định của chất lưu không nén (chất lỏng) thỏa mãn biểu thức

$$c_x = c; \quad c_y = c_z = 0; \quad \rho = \text{const}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

và $\frac{\partial c_x}{\partial x} \approx \frac{dc_x}{dx}$, ta có phương trình liên tục trong dạng đơn giản

$$\frac{\rho dc}{dx} = 0$$

Nhân cả hai vế của đẳng thức trên với thể tích phân tố dV và đặt

$$A = \frac{dV}{dx} \text{ ta được phương trình}$$

$$\rho A dc = 0$$

$$\text{hay } \rho A c = \text{const}$$

Đó chính là phương trình liên tục dòng một chiều (3.5).

Trường hợp dòng hỗn hợp i-chất khí có phản ứng hóa học. phương trình liên tục của từng chất khí có dạng

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho_i (\vec{c} + \vec{u}_i)] = \omega_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (8.26)$$

ở đây ρ_i là mật độ

$\vec{c}$ vector tốc độ

$\vec{u}_i$ tốc độ khuếch tán.

ω_i tỷ lệ của thành phần thứ i tạo nên do phản ứng hóa học.

Khảo sát bức tranh động học của những quá trình này là khá phức tạp, nó liên quan đến các quá trình hóa-nhiệt bất thuận nghịch và mất cân bằng. Những tính toán cụ thể có thể tham khảo trong các tài liệu chuyên môn và sách chuyên khảo.

8.2.1.2. Thế lượng tốc độ

Tương tự như phần 1.3.3 – thế lượng ngoại gia tốc, người ta đã thay trường vector ngoại gia tốc $\vec{R}$ bằng trường vô hướng thế lượng U; Ở đây, trường vector độ $\vec{c}$ có thể thay bằng một trường có đại lượng vô hướng Φ là thế lượng tốc độ.

Như vậy, trong trường hợp tổng quát ta có thể viết

$$d\Phi = c_x dx + c_y dy + c_z dz \quad (8.27)$$

Đồng thời sự thay đổi toàn bộ của thế lượng tốc độ cũng phải được xác định như một vi phân toàn phần. Do đó, một cách tổng quát đối với dòng ba chiều không ổn định, ta có thể diễn tả như sau:

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \Phi}{\partial z} dz + \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt \quad (8.28)$$

Từ (8.27) và (8.28) suy ra

$$c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}; \quad c_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (8.29)$$

Ba thành phần đầu vế phải (8.28) diễn tả sự thay đổi thế lượng theo quãng đường $ds = dx + dy + dz$; còn thành phần cuối cùng là thay đổi theo thời gian t ; do đó có thể viết gọn hơn

$$d\Phi = d_s \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt \quad (8.30)$$

Ở đây, để đơn giản, ta chỉ giới hạn vấn đề trong phạm vi dòng phẳng – dòng hai chiều và ổn định. Như vậy chúng ta có thể viết

$$d\Phi = c_x dx + c_y dy \quad (8.31)$$

và

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy \quad (8.32)$$

Nếu chia phương trình (8.31) cho phân tử thời gian dt , ta sẽ

có

$$\frac{d\Phi}{dt} = c_x \frac{dx}{dt} + c_y \frac{dy}{dt} = c_x^2 + c_y^2 = c^2$$

Mặt khác ta có thể viết: $c^2 = c \frac{ds}{dt}$; nên có thể viết

$$d\Phi = cds$$

hay

$$c = \frac{d\Phi}{ds} \quad (8.33)$$

Như phần trước đã đề cập, để mô hình toán có thể giải được một cách chính xác và phản ánh được đầy đủ bản chất vật lý và khí động của dòng, chúng ta đã sử dụng khái niệm sợi dòng – dòng vi lượng. Trong đó có thể giả thiết rằng, trường tốc độ và các thông số nhiệt động là hoàn toàn giống nhau trong toàn bộ tiết diện vuông góc với trục dòng.

Những giả thiết về sợi dòng chỉ hoàn toàn đúng trong trường hợp dòng chảy là dòng thế lượng – tức là các phần tử của chất lưu không thực hiện chuyển động quay – trong dòng không tồn tại xoáy.

Sau đây chúng ta nêu một số tính chất cơ bản của dòng thế lượng.

Đến đây rõ ràng nhận thấy rằng, từ việc thay thế trường vector $\vec{c}$ bằng một trường vô hướng Φ , chúng ta nhận được quan hệ

giữa giá trị c và Φ qua (8.33). Như vậy, trong một điểm bất kỳ của dòng ổn định, tốc độ được xác định bằng đạo hàm của thế lượng tốc độ Φ theo quãng đường s của phần tử chất lưu.

Phương trình (8.33) có thể viết dưới dạng toán tử Hamilton

$$\vec{c} = \text{grad}\Phi = \nabla\Phi \quad (8.34)$$

hay

$$\vec{c} = \vec{i} \frac{\partial\Phi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial\Phi}{\partial y} \quad (8.35)$$

Đối với dòng chảy trong không gian ta có

$$\vec{c} = \vec{i} \frac{\partial\Phi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial\Phi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial\Phi}{\partial z} \quad (8.36)$$

Từ biểu thức (8.33) hiển nhiên thấy rằng, nếu theo một hướng nào đó của mặt phẳng mà thế lượng không thay đổi, $\Phi = \text{const}$, thì tốc độ theo hướng đó sẽ bằng không, $c = 0$. Và bởi vì, sự thay đổi của tốc độ chỉ xảy ra do thay đổi áp suất, nên trong trường hợp này áp suất cũng không thay đổi $p = \text{const}$. Những vị trí mà tại đó $\Phi = \text{const}$, ta gọi là mặt phẳng thế lượng.

Quan hệ giữa c và Φ có thể làm sáng tỏ bằng cách sau đây:

Ta chọn một đường dòng tùy ý 0-1-2 (hình 8.4a) và quy dẫn tiết diện của nó bằng độ rộng A trên hình vẽ. Tốc độ ở một điểm bất kỳ được xác định từ phương trình liên tục $Ac = \text{const}$. Độ lớn của tốc độ từ gốc tọa độ phụ thuộc vào chiều dài của sợi dòng trung bình s đo từ gốc tọa độ 0 được diễn tả trên hình 8.4b,

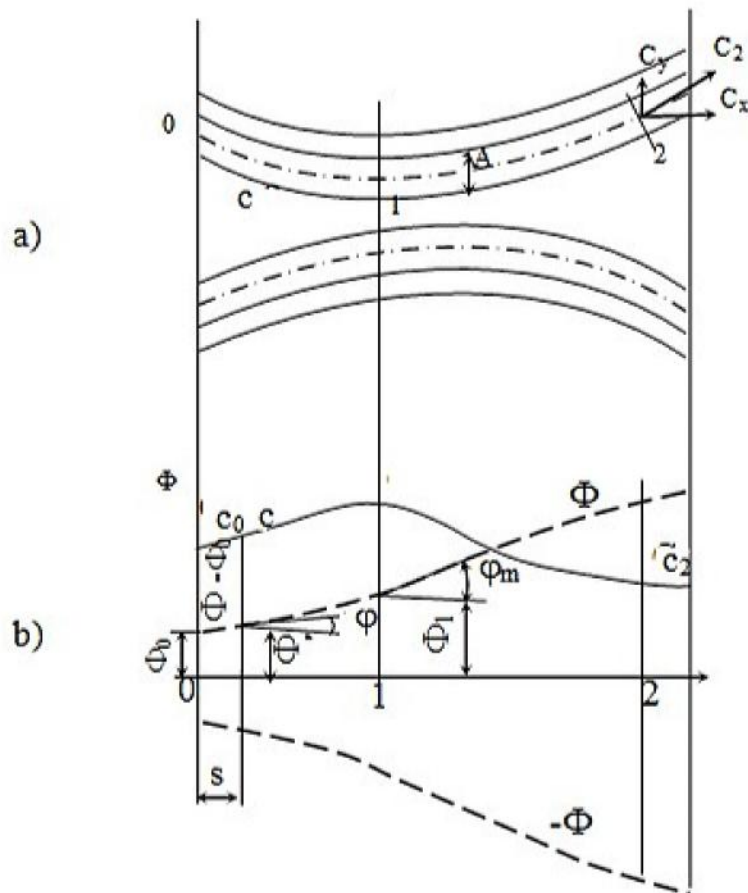
$$c = f(s).$$

Mặt khác, từ biểu thức (8.33) chúng ta có thể xác định

$$\Phi - \Phi_0 = \int_0^s c ds \quad (8.37)$$

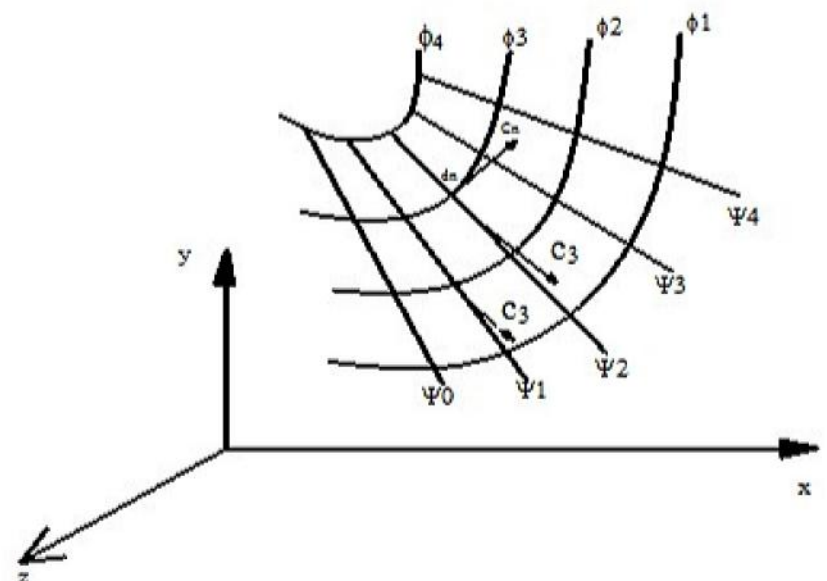
Từ đó ta có thể vẽ được đường cong $\Phi = f(s)$. Và lẽ dĩ nhiên, tốc độ c được xác định bằng hệ số góc của tiếp tuyến ($\text{tg}\varphi$) với đường cong Φ .

Tuy nhiên, để dễ hình dung hơn theo đúng nghĩa của thuật ngữ “gradient” (độ nghiêng, chênh lệch giá trị, độ giáng) người ta thường thay Φ bằng ảnh của nó là $-\Phi$ (hình 8.4).



Hình 8.4. Thế lượng tốc độ

Nếu ta vẽ các giá trị Φ vuông góc với mặt phẳng xy , tức là coi nó như tọa độ nằm trên mỗi điểm của trường dòng, ta sẽ nhận được toàn bộ bề mặt thế lượng $\Phi(x, y)$ (hình 8.5).



Hình 8.5. Bề mặt thế lượng

Những mặt phẳng song song đi qua các độ cao khác nhau trên mặt phẳng dòng, cắt bề mặt thế lượng và tạo thành các vệt có hình chiếu trên mặt phẳng xy , gọi là những đường đẳng thế lượng, $\Phi = \text{const}$.

Bất kỳ điểm nào nằm trên đường đẳng thế lượng cũng đều có thế lượng không thay đổi; như vậy thành phần tốc độ c_n theo hướng n là bằng không, vì $c_n = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$. Còn các thành phần tốc độ c_x và c_y thì được xác định bằng hệ số góc của tiếp tuyến với vệt cong được tạo ra bởi mặt cắt của Φ với các mặt phẳng

vuông góc với trục y hay x , bởi vì $c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$ và $c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}$. Độ lớn của tốc độ c trong hướng dòng luôn được xác định bằng độ chênh lệch lớn nhất của bề mặt Φ trong miền khảo sát.

8.2.1.3. Hàm dòng

Vạch các đường vuông góc tại các điểm trên vật đẳng thế lượng $\Phi_1, \Phi_2 \dots \Phi_n$ ta được một hệ thống các quỹ đạo trực giao. Những đường này gọi là đường dòng ψ (hình 8.5, 8.6).

Bởi vì các vật đẳng thế lượng có thể diễn tả trong dạng vi phân

$$d\Phi = c_x dx + c_y dy = 0 \quad (8.38)$$

nên ta xác định được hệ số góc của tiếp tuyến

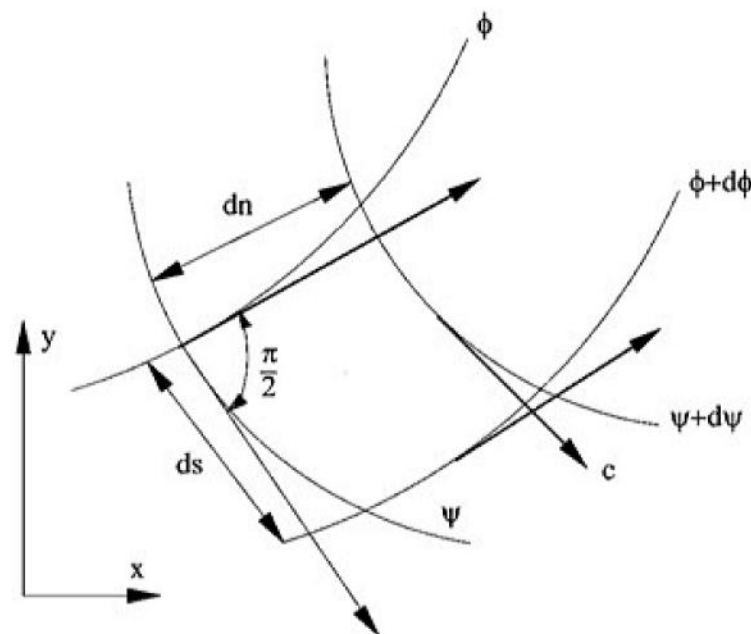
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx} = -\frac{c_x}{c_y} \quad (8.39)$$

Từ đó suy ra hệ số góc của đường trực giao

$$\operatorname{tg} \psi = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{c_y}{c_x} = \frac{dy}{dx} \quad (8.40)$$

Như vậy phương trình vi phân của đường dòng đối với $\psi = \text{const}$, hay $d\psi = 0$ sẽ là

$$d\psi = c_x dy - c_y dx = 0 \quad (8.41a)$$



Hình 8.6. Tính toán hàm dòng

$$\text{hay } d\psi = c_y dx - c_x dy = 0 \quad (8.41b)$$

Mặt khác, vi phân toàn phần của đường dòng còn có thể viết

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy \quad (8.42)$$

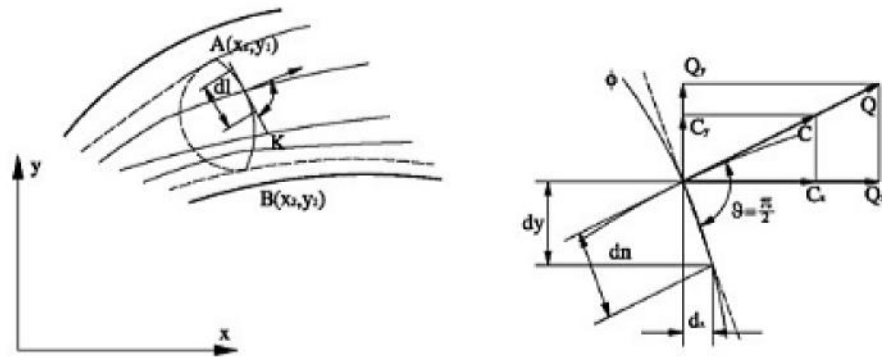
Tương đồng các đẳng thức, ta nhận được hoặc

$$c_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{và} \quad c_y = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8.43)$$

hoặc dấu ngược lại.

Khái niệm hàm dòng ψ còn có thể trực tiếp xác định từ lưu lượng dòng. Nếu trong trường phẳng chúng ta lấy hai điểm $A(x_1, y_1)$ và $B(x_2, y_2)$, thì lưu lượng chảy qua đường cong bất kỳ K nối hai điểm A và B được xác định bằng tổng lưu lượng phân tố (hình 8.5; hình 8.6)

$$Q_{1,2} = \int_1^2 c \sin \vartheta dl \quad (8.44)$$



Hình 8.7. Quan hệ giữa hàm dòng và lưu lượng

Do tính chất liên tục của dòng, nên giá trị tích phân không phụ thuộc vào hình dạng của đường cong K , bởi vì lưu lượng chảy qua giữa các điểm A và B luôn luôn là hằng số và chỉ phụ thuộc vào vị trí của chúng.

Do vậy, chúng ta cũng có thể viết

$$Q_{1,2} = \psi(x_1 y_1, x_2 y_2)$$

$$\text{hay } Q_{1,2} = \psi(x_2 y_2) - \psi(x_1 y_1) \quad (8.45)$$

Nếu chúng ta dịch chuyển điểm B sao cho lưu lượng giảm xuống bằng không, chúng ta sẽ có

$$\psi_1 - \psi_2 = 0, \text{ hay } \psi_1 = \psi_2 = \psi = \text{const.}$$

Đó là phương trình của vệt nằm trong hướng dòng, hay chính là phương trình của hệ thống các đường dòng.

Xem xét các phương trình (8.45) và hình 8.7, chúng ta có thể viết biểu thức xác định lưu lượng phân tố dQ chảy qua phần tử dn vuông góc với đường dòng $\psi(\vartheta = \frac{\pi}{2})$, tức là chảy qua phần tử của vệt đẳng thế Φ

$$dQ_n = d\psi = c dn \quad (8.46)$$

Nếu như lưu lượng này được phân tích ra các thành phần lên cả hai hướng trục x, y và đồng thời diễn tả sự thay đổi của hàm dòng $d\psi$ như vi phân toàn phần thì chúng ta có

$$dQ_n = dQ_x + dQ_y = -c_x dy + c_y dx \quad (8.47)$$

và

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy \quad (8.48)$$

So sánh $dQ_n = d\psi$, ta lại có phương trình (8.43)

8.2.1.4. Phương trình Laplace. Hàm biến phức

So sánh các biểu thức (8.29) và (8.43), ta có phương trình Cauchy-Rieman

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{và} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8.49)$$

Đạo hàm bậc hai ta được

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad \text{và} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial x} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

So sánh từng cặp tương ứng ta có phương trình

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad \text{hay} \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (8.50a)$$

Kết hợp phương trình (8.29) và phương trình liên tục (8.17), ta cũng có biểu thức tương tự

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (8.50b)$$

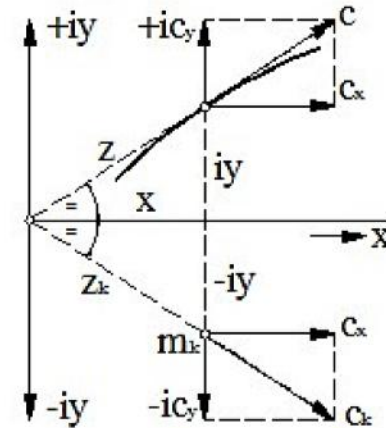
Đó là phương trình Laplace; Có thể viết gọn lại dưới dạng toán tử (Hamiton hoặc Laplace)

$$\Delta \Phi = 0 \quad \text{hay} \quad \Delta^2 \Phi = 0$$

$$\text{và} \quad \Delta \psi = 0 \quad \text{hay} \quad \Delta^2 \psi = 0$$

Sử dụng phương trình Laplace chúng ta có thể dễ dàng giải các bài toán động học dòng phẳng. Mỗi một hàm giải tích đều thỏa mãn hàm biến phức $z = x + iy$. Số phức z có thể coi là ảnh của điểm trong mặt phẳng x, iy có một trục ảo. Mặt phẳng này

gọi là mặt phẳng Gauss (hình 8.8).



Hình 8.8. Mặt phẳng Gauss

Để chứng minh quan hệ này ta chọn một hàm giải tích $F(z)$ như một hàm tương hợp.

Trước hết ta đạo hàm theo x

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial z}, \quad \text{vì} \quad \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial (x + iy)}{\partial x} = 1$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \quad (8.51)$$

bởi vì

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 = 1 \quad \text{và} \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$$

Tương tự theo trục y

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (8.52)$$

Kết hợp (8.51) và (8.52), ta được

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0$$

$$\text{hay } \Delta F(z) = 0$$

Nếu phân tích được hàm biến phức ra thành phần thực và phần ảo, ta có thể viết

$$F(z) = \Phi + i\psi \quad (8.53)$$

ở đây $\Phi(x,y)$ và $\psi(x,y)$ là những hàm thực của biến số x, y ; tức là tọa độ của các điểm trong mặt phẳng thực xy

Đạo hàm bậc hai của hàm $F(z)$ (8.53) theo x, y , ta có

$$\Delta F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + i \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) = 0$$

Bởi vì đẳng thức thỏa mãn riêng cho từng phần ảo và thực, nên thỏa mãn

$$\Delta \Phi = 0 \text{ và } \Delta \psi = 0$$

Đó cũng chính là phương trình Laplace (8.50a,b).

Từ đó có thể suy ra rằng, phần thực của hàm $F(z)$ đại diện cho hệ các đường đẳng thế Φ , còn phần ảo thì đại diện cho hệ các đường dòng ψ .

Hàm biến phức z gọi là hàm thế phức hay còn gọi là hàm dòng phức – Và như vậy nó là ảnh của dòng thế lượng phẳng.

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, sự chuyển đổi từ mặt phẳng thực x, y trong đó xảy ra dòng chảy sang mặt phẳng ảo Gauss hoàn toàn không làm mất đi bản chất thực của cả hai hệ thống đường trực giao Φ và ψ đặc trưng cho toàn bộ dòng chảy.

8.2.1.5. Một số tính chất khác của hàm biến phức

Chúng ta đề cập đến một số tính chất khác của số phức ứng dụng khi khảo sát dòng thế lượng phẳng.

a. Tốc độ tương hợp

Tốc độ c không những có thể diễn tả trong mặt phẳng thực như là tổng vector $\vec{c} = \vec{c}_x + \vec{c}_y$, mà trong mặt phẳng Gauss còn có thể diễn tả như một hàm phức (hình 8.8).

$$c = c_x + ic_y$$

Chúng ta định nghĩa ảnh của tốc độ c là tốc độ tương hợp

$$c_k = c_x - ic_y$$

Nhưng, theo (8.29) và (8.43)

$$c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \text{ và } c_y = -\frac{\partial \psi}{\partial y},$$

như vậy

$$c_k = \frac{\partial \phi}{\partial x} + i \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial (\phi + i\psi)}{\partial x} = \frac{\partial F(x)}{\partial x} = \frac{\partial F(z)}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{dF(z)}{dz} \quad (8.54)$$

Tốc độ tương hợp c_k về độ lớn giống như tốc độ thực của dòng c nên chúng ta có thể xác định dễ dàng như là đạo hàm của hàm phức $F(z)$ theo z . Dĩ nhiên, khi tính đạo hàm chúng ta phải thay tọa độ phức z của một điểm bất kỳ bằng $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ để có được độ lớn của tốc độ c là giá trị thực.

b. Hàm $iF(z)$

Nếu chúng ta nhân hàm phức với một đơn vị ảo i , chúng ta sẽ có một hàm khác $F^*(z)$, trong đó thỏa mãn

$$F(z) = \Phi + i\psi \text{ và } F^*(z) = iF(z) = i\Phi - \psi$$

Nhưng đồng thời $F^*(z) = \phi^* + i\psi^*$

Điều đó có nghĩa là, chúng ta có thể coi hàm $F^*(z)$ cũng là ảnh của một thế lượng phẳng nào đó của dòng chảy được xác định bằng hàm số gốc $F(z)$; tương quan này có thể mô tả thông qua các biểu thức

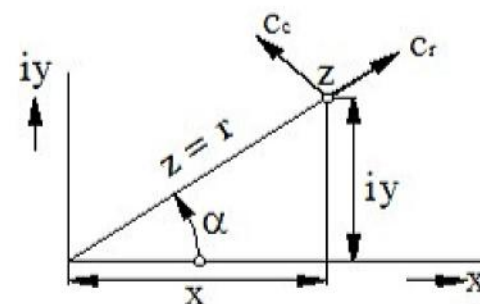
$$\phi^* = |\psi| \quad \text{và} \quad \psi^* = \phi$$

Nếu như không xét đến dấu của thế lượng, thì có thể coi hai hệ thống đường (đường thế và đường dòng) thay vị trí cho nhau; tức là đường đẳng thế trở thành đường dòng và ngược lại.

c. Tọa độ cực

Trong nhiều trường hợp, khi giải bài toán động học dòng thế lượng phẳng, sử dụng tọa độ cực tỏ ra thích hợp và hữu hiệu hơn (hình 8.9).

Những khái niệm vừa nêu trên là công cụ hữu hiệu giải các bài toán dòng thế lượng phẳng.



Hình 8.9. Tọa độ cực

Chúng ta đặt

$$x = r \cos \alpha \text{ và } y = r \sin \alpha \quad (8.55)$$

và sử dụng công thức Euler

$$z = x + iy = r(\cos \alpha + i \sin \alpha) = r e^{i\alpha} \quad (8.56)$$

Tốc độ dòng ở một điểm bất kỳ nào đó đều có thể xác định từ thành phần tốc độ theo hướng bán kính c_r và thành phần theo hướng chu vi c_θ .

Tương tự như xác định các thành phần c_x, c_y , ta có thể viết

$$c_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad \text{và} \quad c_\alpha = \frac{\partial \phi}{\partial B} = \frac{\partial \phi}{r \partial \alpha} \quad (8.57)$$

ở đây: Φ là hàm thế được phân tích từ $F(z)$

$dB = r d\alpha$ là cung phân tử bán kính r

Tương tự, có thể xác định được tốc độ tương hợp

$$c_k = \frac{dF(z)}{dz}$$

8.2.2. Dòng thế lượng phẳng

Để làm sáng tỏ các khái niệm và nội dung vừa nêu, chúng ta đưa ra một số trường hợp cụ thể được ứng dụng trong thực tế.

8.2.2.1. Dòng chảy song song

Chúng ta có một hàm biến phức đơn giản nhất

$$F(z) = az$$

Sau khi phân tích, có thể viết

$$F(z) = a(x + iy) = ax + iay$$

Đồng thời nó cũng thỏa mãn

$$F(z) = \Phi + i\psi$$

Do đó có thể suy ra

$$\Phi = ax \quad \text{và} \quad \psi = ay$$

Nếu đặt các thông số có giá trị là hằng số k thay cho cả Φ và ψ , chúng ta sẽ có hai hệ thống các đường mặt thế lượng và đường dòng.

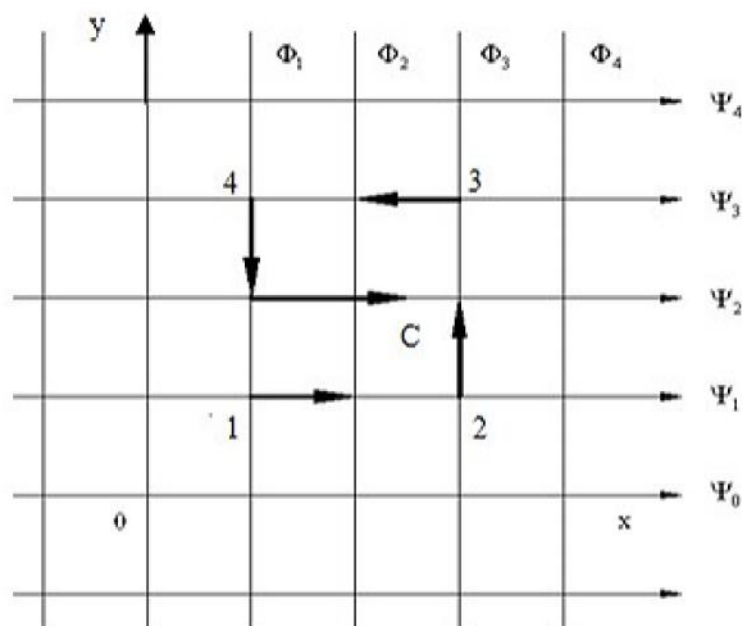
Từ đó suy ra phương trình đường thế Φ

$$\phi = k_1, k_2; \quad x = \frac{k_1}{a}, \frac{k_2}{a}, \dots$$

và tương tự

$$\psi = k_1, k_2 \quad y = \frac{k_1}{a}, \frac{k_2}{a}, \dots$$

Đó là phương trình của những đường song song với trục x và y (hình 8.10)



Hình 8.10. Dòng chảy song song

Tốc độ dòng c được xác định bằng grad thế lượng; đương nhiên chỉ có thành phần tốc độ theo hướng trục x , bởi vì

$$c_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = a \quad \text{và} \quad c_y = \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$$

Như vậy, trường hợp này, dòng chảy có tốc độ không đổi a và song song với trục x .

Đồng thời, tốc độ dòng cũng có thể tính bằng tốc độ tương hợp (8.54), nên ta cũng thu được

$$c_K = \frac{dF(z)}{dz} = \frac{d(az)}{dz} = a$$

Mặt khác, xét theo tính chất của hàm $iF(z)$ còn có thể viết

$$F^*(z) = iF(z) = iaz = iax - ay = \phi^* + i\psi^*$$

ở đây $\phi^* = -ay \quad \psi^* = ax$

Và cũng có được kết quả tương tự; đương nhiên nó sẽ đại diện cho dòng theo trục y với tọa độ $-a$, bởi vì

$$c_y^* = \frac{\partial \phi^*}{\partial y} = -a$$

còn

$$c_x^* = \frac{\partial \phi^*}{\partial x} = 0.$$

8.2.2.2. Dòng bao quanh thành góc

Cho một hàm

$$F(z) = az^2$$

Thay $z = x + iy$, ta có

$$F(z) = az^2 = a(x + iy)^2 = a(x^2 - y^2) - i2axy$$

như vậy

$$\Phi = a(x^2 - y^2)$$

$$\text{và } \psi = 2axy$$

Ta đặt

$$\Phi = a(x^2 - y^2) = p$$

hay

$$x^2 - y^2 = \frac{p}{a}; y^2 = x^2 - \frac{p}{a}$$

$$\text{Từ đó ta có } y = \sqrt{x^2 - \frac{p}{a}}$$

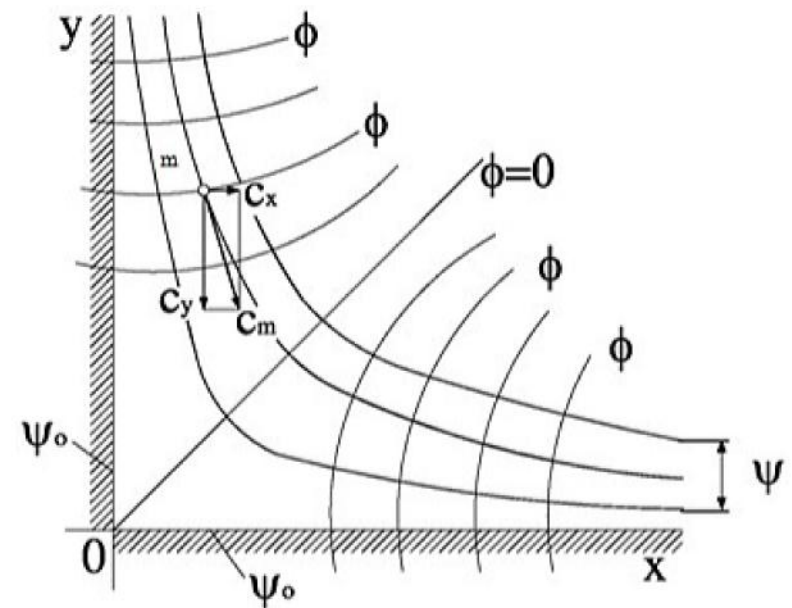
là phương trình dạng hyperbolic của đường thế lượng Φ .

Cũng tương tự, ta đặt

$$\psi = 2axy = p \quad \text{hay} \quad y = \frac{p}{2a} \frac{1}{x} = \frac{K}{x}$$

là phương trình hyperbolic của đường dòng ψ .

Cả hai phương trình trên tạo một hệ đường trực giao của các đường thế và đường dòng (hình 8.11).



Hình 8.11. Dòng bao quanh thành góc

Nếu như chúng ta muốn xác định đường dòng số không thì trong biểu thức ψ chúng ta đặt $p = 0$.

$$2axy = 0, \text{ hay } x = 0 \text{ và } y = 0$$

Như vậy đường dòng $\psi = 0$ trùng với hai trục x, y ; chính vì vậy hàm $F(z) = az^2$ là dòng bao quanh thành góc vuông.

Bây giờ chúng ta tìm tốc độ dòng trong vị trí m bất kỳ. Thành phần tốc độ theo các trục x, y được xác định bằng các phương trình vi phân riêng phần:

$$c_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial [a(x^2 - y^2)]}{\partial x} = 2ax$$

$$c_y = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial [a(x^2 - y^2)]}{\partial y} = -2ay$$

Dĩ nhiên, thay cho x và y chúng ta phải thay tọa độ điểm m, như vậy:

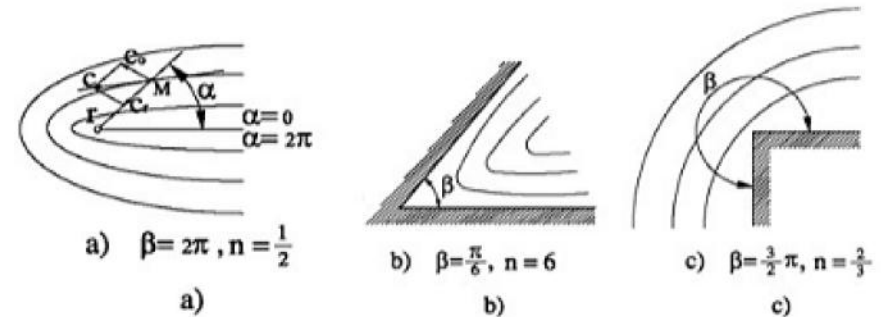
$$c_m = \sqrt{c_{xm}^2 + c_{ym}^2} = 2a\sqrt{x_m^2 + y_m^2}$$

Cũng cùng giá trị trên, chúng ta có thể có được bằng cách sử dụng tốc độ tương hợp:

$$c_k = \frac{dF(z)}{dz} = \frac{d(az^2)}{dz} = 2az = 2a\sqrt{x^2 + y^2}$$

Để sử dụng tọa độ cực, chúng ta nêu trường hợp tổng quát, $n = \pi/\beta$, đại diện cho dòng chảy qua hai vách khép với nhau một góc β (hình 8.12a,b,c).

$$F(z) = az^n$$



Hình 8.12. Dòng bao quanh các thành góc khác nhau

Ta chọn trường hợp như diễn tả trên hình 8.12a, $n = 1/2$

$$F(z) = az^{1/2}$$

Xác định các thành phần tốc độ (8.57)

$$c_r = \frac{\partial \left(ar^{\frac{1}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{\partial r} = \frac{a}{2} r^{-\frac{1}{2}} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$c_\theta = \frac{\partial \left(ar^{\frac{1}{2}} \cos \frac{\alpha}{2} \right)}{r \partial \alpha} = -\frac{a}{2} r^{-\frac{1}{2}} \sin \frac{\alpha}{2}$$

Như vậy

$$c = \sqrt{c_r^2 + c_\theta^2} = \frac{a}{2\sqrt{r}} \sqrt{\cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{a}{2\sqrt{r}}$$

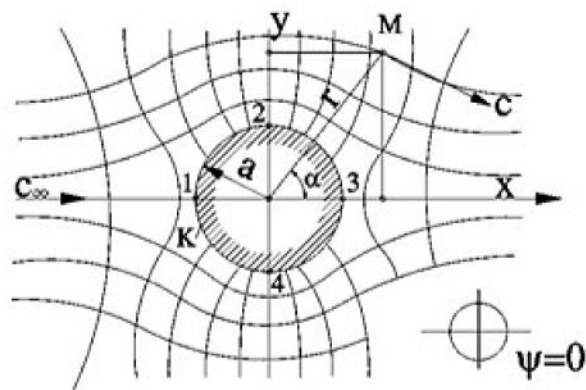
Và với tốc độ tương hợp, kết quả cũng tương tự

$$c_k = \frac{dF(z)}{dz} = \frac{d(az^{\frac{1}{2}})}{dz} = \frac{a}{2} z^{-\frac{1}{2}} = \frac{a}{2\sqrt{z}} = \frac{a}{2\sqrt{r}}, \quad \text{vì } z = r.$$

Các trường hợp tương tự $n = 6, 2/3$ được diễn tả trên các hình tương ứng hình 8.12b,c.

8.2.2.3. Dòng bao quanh thân trụ

Ta khảo sát một dòng chảy qua thân trụ (hình 8.13) bằng các phương pháp tiếp cận khác nhau.



Hình 8.13. Dòng bao quanh thân trụ

a. Trong tọa độ vuông

Cho một hàm

$$F(z) = K \left(z + \frac{a^2}{z} \right) = K \left(x + iy + \frac{a^2}{x + iy} \right)$$

Phân tích và biến đổi

$$F(z) = k \left[x + iy + \frac{a^2(x - iy)}{(x + iy)(x - iy)} \right] = k \left[x + iy + \frac{a^2x}{x^2 + y^2} - \frac{a^2iy}{x^2 + y^2} \right]$$

$$F(z) = k \left[\left(x + \frac{a^2x}{x^2 + y^2} \right) + i \left(y - \frac{a^2y}{x^2 + y^2} \right) \right]$$

Hay có thể viết

$$\phi = kx \left(1 + \frac{a^2}{x^2 + y^2} \right); \quad \psi = ky \left(1 - \frac{a^2}{x^2 + y^2} \right) \quad (8.58a)$$

Từ đó, ta xác định đường dòng ψ

Từ điều kiện $\psi = 0$, ta có $y = 0$; đó chính là trục x

và $\left(1 + \frac{a^2}{x^2 + y^2} \right) = 0 \rightarrow x^2 + y^2 = a^2$; đó là phương trình đường tròn.

Như vậy đường dòng số không chính là trục x và đường tròn K có đường kính $2a$.

Trường hợp này cũng là dòng bao quanh một trụ dài vô hạn, có tiết diện tròn; trục của nó đi qua gốc tọa độ, vuông góc với mặt phẳng xy (hình 8.13)

b. Trong tọa độ cực

$$F(z) = k \left(re^{i\alpha} + \frac{a^2}{re^{i\alpha}} \right) = k \left(re^{i\alpha} + \frac{a^2}{r} e^{-i\alpha} \right)$$

Sau khi phân tích

$$F(z) = k \left[r (\cos \alpha + i \sin \alpha) + \frac{a^2}{r} (\cos \alpha - i \sin \alpha) \right]$$

ta có

$$\phi = k \left(r + \frac{a^2}{r} \right) \cos \alpha \quad \text{và} \quad \psi = k \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \alpha \quad (8.58b)$$

$\psi = 0 \rightarrow \sin \alpha = 0, \rightarrow \alpha = 0, \pi, \dots$; chính lại là trục x

$\rightarrow r - \frac{a^2}{r} = 0, r = a$; chính là đường tròn K

Từ các điều kiện trên ta xác định các thông số cơ bản của dòng:

- Xác định tốc độ

Tốc độ trong điểm M bất kỳ của dòng có tọa độ x_m, y_m (hay r_m, α_m) có thể xác định từ các thành phần c_x, c_y (hay c_r, c_θ).

Thông thường người ta hay quan tâm đến tốc độ trên bề mặt trụ. Đại lượng này có thể tính toán như thành phần tốc độ vòng c_θ trên bán kính $r = a$;

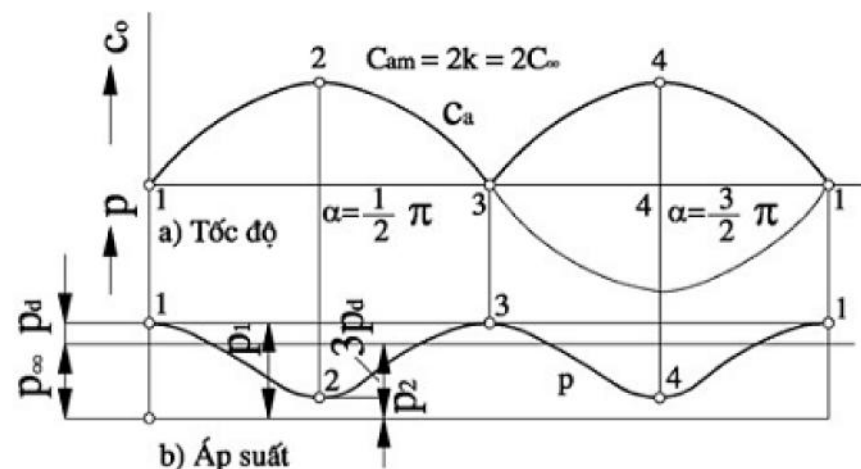
Bởi vì

$$c_\theta = \frac{\partial \phi}{r \partial \alpha} = -k \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \sin \alpha$$

với $r = a$, ta có

$$c_{\theta a} = c_a = -2k \sin \alpha$$

Tốc độ trên bề mặt trụ phải có diễn biến hình sin (hình 8.14a)



Hình 8.14. Diễn biến các thông số

a. Tốc độ; b. Áp suất

Trong các điểm 1,3 tốc độ có giá trị bằng 0

Còn ở các điểm 2,4 ở đó

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$$

thì tốc độ đạt giá trị cực đại

$$c_{am} = 2k$$

Hằng số k có ý nghĩa là dòng chảy đều trụ song song với trục x .

Điều này có thể dễ dàng chứng minh; ví dụ, chúng ta tính thành phần tốc độ hướng kính c_r đối với điểm chuyển dòng của trục x

$$c_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = k \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \alpha; \quad \text{với } \alpha = 0 \quad \text{và} \quad r = \infty, \text{ thì } c_\infty = k$$

Kết quả này cũng có thể đạt được một cách dễ dàng, nếu ta coi trong hàm $k \left(z + \frac{a^2}{z} \right)$ có thể bỏ qua thành phần thứ hai trong vùng có khoảng cách đủ xa đến đường tròn bao, tức là $z = \infty$.

– Xác định phân bố áp suất

Một thông số rất quan trọng cần xác định ở đây, chính là áp suất riêng trên bề mặt trụ ($r = a$).

Chúng ta có thể suy ra từ phương trình Bernoulli của sợi dòng $\psi = 0$ với giả thiết dòng không bị rối, ở đó tốc độ $c = c_\infty = k$ và áp suất môi trường p_∞ cho trước.

Phương trình Bernoulli cho dòng chất lỏng hoàn thiện trong mặt phẳng ngang

$$\frac{p_\infty}{\gamma} + \frac{c_\infty^2}{2g} = \frac{p}{\gamma} + \frac{c_a^2}{2g}$$

trong đó, tốc độ trên bề mặt trụ, theo như phần trên là $|c_a| = 2k \sin \alpha$. Tại các điểm 1 và 3, ở đó $c_a = 0$, áp suất sẽ có giá trị cực đại

$$p_{1,3} = p_\infty + \frac{k^2}{2g} \gamma = p_\infty + p_d$$

bởi vì, toàn bộ tốc độ c_∞ sẽ biến thành áp suất động p_d .

Trong các điểm 2 và 4, ở đó tốc độ cực đại nên xuất hiện áp suất âm

$$p_{2,4} = p_\infty - \frac{3k^2}{2g} \gamma = p_\infty - 3p_d$$

Diễn biến của áp suất dọc chu vi, thể hiện trên hình 8.14b.

8.2.2.4. Nguồn và miệng hút

Cho một hàm $F(z) = k \ln z$ trong đó, biến phức z được diễn tả trong hệ tọa độ cực: $z = re^{i\alpha}$.

Từ đó ta có

$$F(z) = k \ln re^{i\alpha} = k \ln r + k \ln e^{i\alpha} = k \ln r + ik \alpha$$

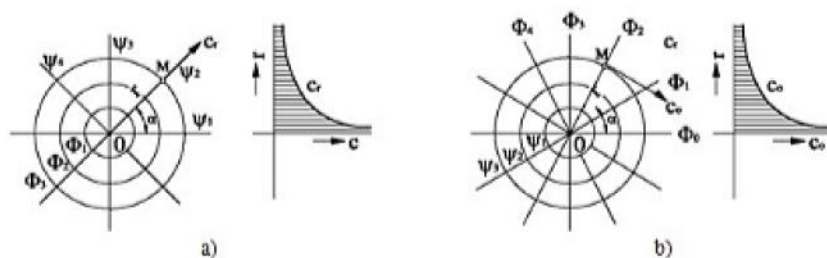
Như vậy

$$\Phi = k \ln r \quad \text{và} \quad \psi = k \alpha$$

Ở đây, ta nhận thấy rằng, đường thế lượng là những đường tròn đồng tâm được xác định bằng phương trình

$$k \ln r = \text{const} \text{ hay } r = r_1, r_2, r_3, \dots$$

Và đường dòng $k\alpha = \text{const}$, vuông góc với các đường tròn đồng tâm và tạo thành một chùm tia đi qua gốc tọa độ dưới góc $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ (hình 8.15a).



Hình 8.15. Nguồn và miệt hút

Dòng hướng kính xuất phát từ gốc tọa độ và chảy ra bên ngoài ta gọi là nguồn; còn ngược lại từ nguồn đổ tập trung vào gốc tọa độ thì ta gọi là miệt hút.

Tốc độ dòng ở đây chỉ có thành phần hướng kính

$$c = c_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{k}{r}, \quad \text{nghĩa vậy } cr = \text{const}$$

Biểu thức trên có dạng hyperbolic. Ở gốc tọa độ ($r = 0$) chúng ta có thể đạt tốc độ c cực đại (hình 8.15b).

Ở đây chúng ta đưa thêm khái niệm lưu tích. Lưu tích là thể

tích chất lưu chảy qua tiết diện có chu vi $2\pi r$ và chiều cao một đơn vị.

Lưu tích được xác định

$$V = 2\pi rc = 2\pi k$$

Ngược lại, nếu chúng ta biết được lưu tích của nguồn hoặc của miệt hút ta có thể xác định được hằng số k .

$$k = \pm \frac{V}{2\pi};$$

$$\text{Và như vậy } F(z) = \pm \frac{V}{2\pi} \ln z$$

Nhân đây cũng đề cập đến một trường hợp đặc biệt – tạo xoáy thế lượng (nội dung này sẽ trình bày kỹ ở phần 8.4.2 – xoáy thế lượng).

Nếu nhân hàm số nguồn với một đơn vị ảo, chúng ta sẽ có

$$F(z) = ik \ln z = k \ln re^{i\alpha} = k \ln r - k\alpha$$

Từ đó xác định được $\Phi = -k\alpha$ và $\psi = k \ln r$

Ta nhận thấy như có vẻ ngược lại với phần trước: Vết thế lượng có hình tia tập trung vào gốc tọa độ; còn đường dòng lại là các đường tròn đồng tâm. Vì ở đây cũng xảy ra hệ hai quỹ đạo trực giao (hình 8.14a, b).

Tốc độ dòng chính là thành phần tốc độ vòng

$$c = |c_o| = \frac{\partial \phi}{r \partial \alpha} = \frac{k}{r}$$

Và nó cũng có dạng hyperbolic, hiện tượng này gọi là xoáy thể lượng.

8.2.2.5. Lưu số tốc độ

Trường hợp tổng quát, chúng ta định nghĩa lưu số của dòng bằng biểu thức:

$$\Gamma = \oint_K \bar{c} d\bar{s} = \oint_K c d s \cos \vartheta \quad (8.59a)$$

Đó là tích phân vòng của một tích vô hướng gồm tốc độ $\bar{c}(c_x, c_y)$ và cung phân tố $d\bar{s}(dx, dy)$ theo đường tròn K khép kín (hình 8.16).

$$\bar{c} d\bar{s} = c_x dx + c_y dy$$

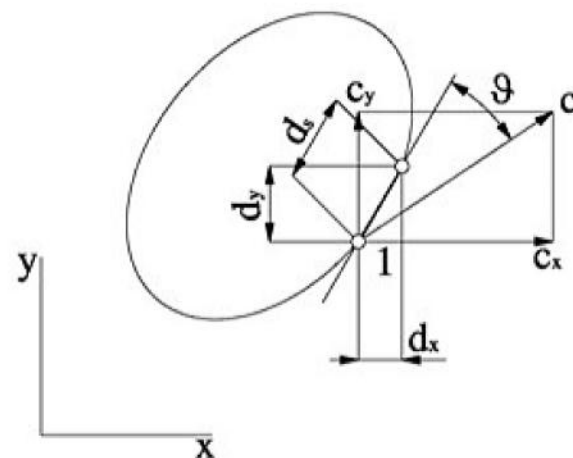
Nhưng như đã biết, biểu thức trên lại chính là vi phân của thế lượng tốc độ, $d\Phi$ nên có thể viết:

$$\Gamma = \oint_K (c_x dx + c_y dy) = \oint_K d\Phi \quad (8.59b)$$

Tuy nhiên, trong chuyển động thể lượng, mỗi một điểm trong mặt phẳng hoàn toàn tương ứng với một giá trị thế lượng nhất định, giá trị này không phụ thuộc vào quãng đường tích phân

Như vậy

$$\oint d\Phi = \Phi_1 - \Phi_1 = 0$$



Hình 8.16. Diễn tả lưu số tốc độ

Điều đó có nghĩa là trong trường tốc độ có tồn tại thế lượng, thì lưu số $\Gamma = 0$

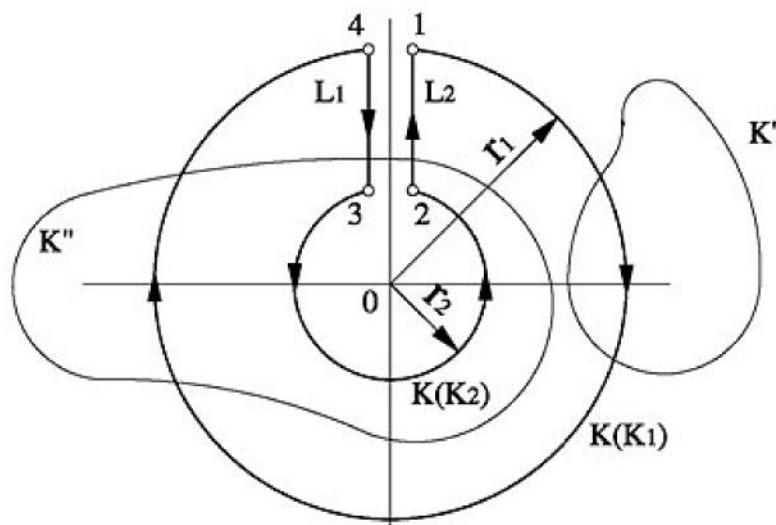
Một cách logic có thể suy ra: Dòng thể lượng phẳng có trường tốc độ trong đường cong K không chứa các điểm đơn điệu (tức là những điểm không thỏa mãn biểu thức $\Delta F(z) = 0$), thì luôn thỏa mãn hàm biến phức $F(z)$.

Trong trường hợp xoáy thể lượng, thì lưu số $\Gamma \neq 0 = 2\pi k$, bởi vì giá trị tích phân theo đường tròn có chứa gốc tọa độ, nên hàm $F(z)$ không còn là giải tích nữa (xem thêm mục 8.4.2).

Ở đây chúng ta có thể chứng minh, xoáy thể lượng không

bao gốc tạo độ (vật cứng nằm trong miền khảo sát) thì Γ luôn luôn bằng không; còn ngược lại bao gốc tọa độ thì luôn khác không. Trong trường hợp này phải sử dụng định lý Stokes (nội dung này sẽ được đề cập kỹ hơn ở Phần 8.4.1.2).

Chứng minh: Loại trừ 0 bằng cách vẽ như trên hình 8.17.



Hình 8.17. Ảnh hưởng gốc tọa độ đến lưu số

Lưu số dọc theo k_1 và k_2 là bằng nhau nhưng ngược chiều

$$\Gamma_{k1} = 2\pi r_1 c_1 = 2\pi k$$

$$\Gamma_{k2} = 2\pi r_2 c_2 = -2\pi k$$

Mặt khác

$$\Gamma_{L1} = \int_1^2 \bar{c} d\bar{s} = \int_1^2 c ds \cos \vartheta = \int_1^2 c ds$$

$$\Gamma_{L2} = \int_3^4 \bar{c} d\bar{s} = \int_3^4 c ds \cos \vartheta = -\int_1^2 c ds$$

Như vậy

$$\Gamma_k = \Gamma_{k1} + \Gamma_{k2} + \Gamma_{L1} + \Gamma_{L2} = 0$$

Từ các luận điểm trên ta có thể trực tiếp suy ra, lưu số theo K' là bằng không, còn theo K'' có chứa tâm (tâm xoáy) thì sẽ có giá trị $\Gamma = 2\pi k$, mà không cần xem xét đến hình dạng đường cong.

Từ những luận cứ trên, chúng ta có thể khái quát thành định lý phát biểu như sau: Sự tồn tại thế lượng luôn loại trừ lưu số.

Để minh họa cho nội dung của định lý trên về mối quan hệ giữa lưu số và thế lượng, chúng ta sử dụng lại một ví dụ đơn giản về dòng chuyển động song song (hình 8.10 phần 8.2.2.1).

Ta chọn đường cong khép kín K là hình chữ nhật 1234. Lưu số được xác định:

$$\Gamma = \Gamma_{12} + \Gamma_{23} + \Gamma_{34} + \Gamma_{41}$$

$$\text{hay } \Gamma = \int_1^2 c ds + \int_2^3 c ds + \int_3^4 c ds + \int_4^1 c ds$$

Ở đây, chúng ta thấy rằng,

$$\int_1^2 cds = -\int_3^4 cds$$

Vì cùng giá trị nhưng ngược chiều nhau;

$$\text{và } \int_2^3 cds = \int_4^1 cds = 0$$

vì, chúng cùng nằm trên đường đẳng thế lượng Φ_3, Φ_1 , nên

$$\Phi_2 = \Phi_3; \Phi_1 = \Phi_4$$

Từ đó suy ra $\Gamma = 0$

Như vậy, trong dòng thế lượng chảy song song không tồn tại lưu số tốc độ.

Phần trên chúng ta mới đề cập một cách sơ bộ đến khái niệm lưu số tốc độ, quan hệ giữa thế lượng và lưu số tốc độ. Phần 8.4 – chuyển động xoáy, chúng ta sẽ nói kỹ đến bản chất vật lý và phương pháp tính lưu số tốc độ trong những trường hợp phức tạp cho cả dòng phẳng và không gian.

8.2.3. Biến hình dòng thế lượng

Trong thực tế, một số trường hợp phức tạp của dòng phẳng có một ý nghĩa rất lớn cả về lý thuyết lẫn thực tiễn. Để giải các bài toán trên người ta đã sử dụng phương pháp biến hình như

một công cụ nhằm đơn giản hóa các quá trình mà vẫn đảm bảo độ tin cậy và tính phù hợp.

Sự biến hình này phụ thuộc vào các điều kiện sau đây:

- Trượt và quay dòng;
- Kết hợp trượt và quay;
- Hoặc là biến hình bảo giác hàm biến phức.

Sau đây chúng ta xem xét từng trường hợp cụ thể.

8.2.3.1. Trượt và quay dòng

Trong nhiều trường hợp đề bài toán cơ học chất lưu có thể giải một cách đơn giản, tiết kiệm thời gian và kinh phí (những bài toán phức tạp cần nhiều thời gian và bộ nhớ của máy tính hiệu năng cao) người ta phải tìm ra các giải pháp đơn giản hiệu quả và phù hợp. Sau đây ta giới thiệu một số phương pháp:

Trượt tọa độ x, y đến vị trí mới ξ, η một khoảng cách tương ứng a, b (hình 8.18), ta có

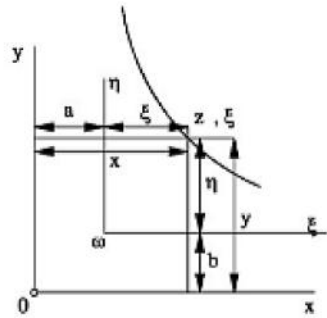
$$x = \xi + a$$

$$y = \eta + b$$

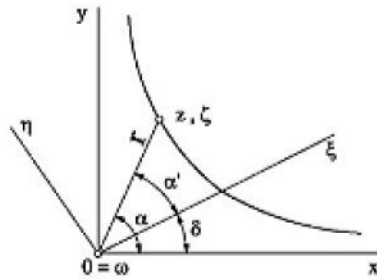
$$\text{tức là } z = x + iy = \xi + a + i(\eta + b) = \xi + i\eta + a + ib$$

$$z = \zeta + a + ib$$

ở đây $\zeta = \xi + i\eta$



Hình 8.18. Trượt dòng

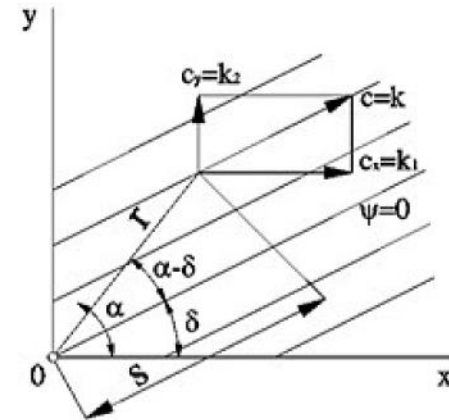


Hình 8.19. Quay dòng

Quay tọa độ một góc δ (hình 8.19).

Cách đơn giản và dễ dàng nhất là chúng ta quay hệ tọa độ một góc trong tọa độ cực bằng cách đưa ra một góc mới α' , và như vậy $\zeta = \rho e^{i\alpha'} = r e^{i(\alpha - \delta)}$

Ta xét một trường hợp chung vừa quay vừa tịnh tiến: Chúng ta diễn tả một dòng song song nghiêng với trục x một góc δ trong hệ tọa độ x, y hay r, α (hình 8.20).



Hình 8.20. Quay dòng chuyển động song song

Tương tự như phần trước, chúng ta có thể viết cho dòng song song theo trục mới (thay trục z)

$$F(z) = (az) = k\zeta = k r e^{i(\alpha - \delta)}$$

ở đây: k là tốc độ dòng

Kết quả trên có thể chứng minh được bằng cách sau đây:

Phân tích

$$F(z) = kr[\cos(\alpha - \delta) + i\sin(\alpha - \delta)]$$

chúng ta có

$$\Phi = kr\cos(\alpha - \delta) \text{ và } \psi = kr\sin(\alpha - \delta)$$

Đường dòng số không sẽ là

$$\psi = 0 \rightarrow \sin(\alpha - \delta) = 0 \rightarrow \alpha - \delta = 0 \rightarrow \alpha = \delta$$

Mặt khác, trong biểu thức chúng ta thấy

$$r\cos(\alpha - \delta) = s$$

nên có thể viết

$$\Phi = ks, \text{ s là hướng của đường dòng } \psi \text{ (hay dòng)}$$

Và như vậy tốc độ dòng là

$$c = \frac{d\phi}{ds} = \frac{dks}{ds} = k$$

Điều đặc biệt ở đây chúng ta nhận thấy rằng, tốc độ c có thể coi là tổng hình học của các thành phần theo chiều trục, $\bar{k} = \bar{k}_1 + \bar{k}_2$.

Hay nói một cách khác, toàn bộ dòng có thể coi là kết hợp từ hai dòng song song theo các hướng tốc độ c_x và c_y .

Kết quả trên được khái quát hóa trong các trường hợp sau - Sự chồng chập dòng.

8.2.3.2. Sự chồng chập dòng

Chúng ta có hai hàm biến phức z , chẳng hạn

$$F_1(z) = \Phi_1 + i\psi_1 \text{ và } F_2(z) = \Phi_2 + i\psi_2$$

Đồng thời cũng thỏa mãn:

$$F(z) = F_1 + F_2 = \Phi_1 + \Phi_2 + i(\psi_1 + \psi_2) = \Phi + i\psi$$

Hàm thế Φ của dòng chồng chập là tổng đại số của hàm thế Φ_1 và Φ_2 của hai dòng thành phần, $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$

Và cũng tương tự cho hàm dòng, $\psi = \psi_1 + \psi_2$

a. Chồng chập hai dòng chảy song song (hình 8.20) cùng hai trục x và y

Dòng chảy tốc độ k_1 theo hướng trục x : $F_1(x) = k_1z$;

Và dòng tốc độ k_2 chảy theo hướng trục y : $F_2(y) = -ik_2z$.

Tổng hợp chuyển động sẽ là

$$F(z) = F_1 + F_2 = (k_1 - ik_2)z = k_1(x + iy) - ik_2(x + iy)$$

$$= k_1x + k_2y + i(k_1y - k_2x) = \Phi + i\psi$$

Từ biểu thức $\Phi = k_1x + k_2y$, tốc độ theo các hướng trục

$$c_1 = c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = k_1 ; \quad c_2 = c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = k_2$$

Góc của tốc độ tổng hợp $\bar{c} = \bar{c}_1 + \bar{c}_2$ theo trục x , ta có

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{c_y}{c_x} = \frac{k_2}{k_1}$$

Phương trình đường dòng – hệ các đường thẳng song song

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{y}{x} = \frac{k_2}{k_1}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{y}{x} = \frac{k_2}{k_1}$$

Ta có: - dòng song song $F_1(z) = k_1 z$

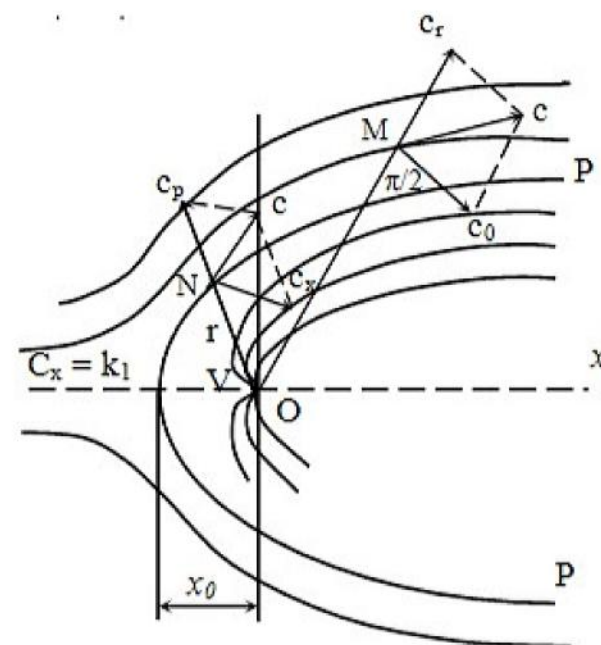
Chúng ta cộng hàm số của hai dòng này và diễn tả trong tọa độ cực (hình 8.21).

$$F(z) = F_1 + F_2 = k_1 z + k_2 \ln z = k r e^{i\alpha} + k_2 \ln r e^{i\alpha}$$

$$= k_1 r(\cos\alpha + i\sin\alpha) + k_3(\ln r + i\alpha)$$

$$= k_1 r \cos \alpha + k_2 \ln r + i[k_1 r \sin \alpha + k_2 \alpha]$$

$$F(z) = \Phi + i\psi$$



Hình 8.21. Chồng chap dòng song song và nguồn

Bây giờ chúng ta xác định đường dòng số không

$$\psi = k_1 r \sin \alpha + k_2 \alpha = 0 \quad (8.60)$$

Đường dòng số không là đường có biên dạng hình bao P và nó được diễn tả bằng phương trình (8.60).

P là đường tiếp giáp sát kề giữa của đường biên trong của dòng song song và đường biên ngoài của nguồn. Nên điểm N là điểm chung của dòng song song và nguồn.

Bây giờ chúng ta xác định tốc độ ở một điểm bất kỳ M

trong dòng, hoặc trên bề mặt của biên dạng N. Có hai cách xác định:

– Kết hợp tốc độ không đổi của dòng song song $c_x = k_1$ và tốc độ hướng kính của nguồn theo bán kính r: $c_p = k_2$.

– Từ các thành phần hướng kính c_o và c_p .

Các cách trên được tiến hành từ phương pháp đã biết – tức là xác định tốc độ từ thế lượng tổng hợp Φ .

Ở đỉnh V của profil P cả hai thành phần tốc độ c_x và c_p đều triệt tiêu nhau. Và như vậy tọa độ của nó suy ra từ điều kiện:

$$c_x = k_1 \quad \text{và} \quad c_p = \frac{k_2}{r} \quad \text{hay} \quad |k_1| = \frac{k_2}{x_0} \quad \text{và} \quad x_0 = \frac{k_2}{k_1}$$

8.2.3.3. Biến hình bảo giác

Nội dung của phương pháp này là chuyển các dòng bao quanh có hình thái phức tạp về các dạng đơn giản quen thuộc có thể giải được bằng các phương pháp thích hợp; hoặc sử dụng các giả thuật phù hợp để tạo hình các chi tiết và vật thể.

Ta kết nối dòng chất lưu trong mặt phẳng vào dòng thế lượng $G(\zeta)$ nằm trong mặt phẳng $\zeta = \xi + i\eta$ bằng cách đặt $\zeta = f(z)$. Và nếu f là hàm giải tích thì đương nhiên hàm $G(\zeta) = F[f(\zeta)]$ cũng đại diện cho một trường thế lượng.

Như vậy chúng ta có thể tìm được trong hai mặt phẳng tương hợp z và ζ phương trình của các đường thế và đường dòng bằng cách phân tích các hàm $F(z)$ và thành dạng

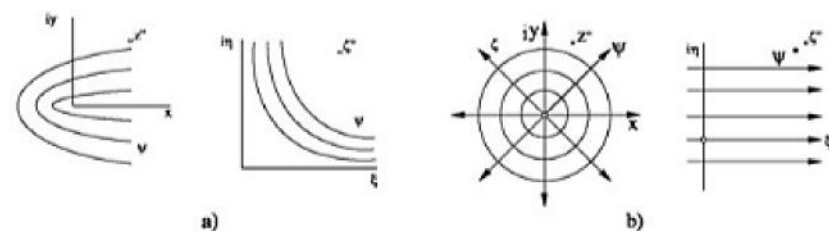
$$F(z) = \Phi(x,y) + i\psi(x,y) \quad (8.61a)$$

$$\text{và } G(\zeta) = \Phi^*(x,y) + i\psi(x,y) \quad (8.61b)$$

Bởi vì đường thế và đường dòng luôn luôn vuông góc với nhau trong các hệ thống tương ứng ($\phi \perp \psi$ và $\phi^* \perp \psi^*$); do đó, không cần phải chứng minh, chúng ta cũng có thể khẳng định các góc trong các điểm cắt của hệ thống các đường Φ và ψ là luôn không thay đổi trong quá trình biến hình.

Chúng ta gọi phương pháp này là biến hình bảo giác.

Để làm sáng tỏ vấn đề này, chúng ta nêu một số ví dụ đơn giản (hình 8.22).



Hình 8.22. Biến hình bảo giác

a. Giữa hàm $F(z) = z^{\frac{1}{2}}$ đặc trưng cho dòng bao quanh tâm phẳng và hàm $G(\zeta) = \zeta^2$ là dòng bao quanh góc, thỏa mãn biểu

thức $z = f(\zeta) = \zeta^4$. Cả hai dòng này có quan hệ qua lại như diễn tả ở hình 8.22a.

b. Nếu nguồn $F(z) = \ln z$ đưa vào mặt phẳng ζ bằng phương pháp biến hình $z = e^{\zeta}$, thì $G(\zeta) = \ln e^{\zeta} = \zeta$, lại chính là dòng song song với trục ζ (hình 8.22b)

c. Nếu ta coi $F(z) = \Phi + i\psi = w$, thì mỗi một dòng trong mặt phẳng z chúng ta đều có thể chuyển thành dòng song song trong mặt phẳng w xác định bằng các trục Φ và $i\psi$.

Trong đó, $F(z) = w(\Phi, \psi)$, hay $z = f^*(w)$

ở đây f^* là nghịch hàm của F

d. Bởi vì tốc độ tương hợp $c_k = c_x - ic_y$, cũng là biểu thức phức, nên hoàn toàn có thể sử dụng phương pháp biến hình để chuyển một dòng chất lưu bất kỳ vào mặt phẳng có trục c_x và c_y . Trong nhiều trường hợp đem lại kết quả rất thú vị.

8.2.3.4. Biến hình Joukowski

Joukowski (1847 – 1921), cha đẻ của Ngành Hàng không – Vũ trụ Liên Xô, là người đầu tiên đã đề xuất phương pháp nghiên cứu lý thuyết khí động lực dòng bao quanh profile cánh. Chúng ta giới thiệu vắn tắt nội dung cơ bản của phương pháp này.

Chúng ta chọn hàm $F(z) = k \left(z + \frac{a^2}{z} \right)$, thỏa mãn dòng bao quanh trụ (hình 8.13).

Để biến đổi trong mặt phẳng ζ ta đặt

$$\zeta = z + \frac{a^2}{z} \quad (8.62)$$

Bằng cách này, sẽ xuất hiện dòng song song $G(\zeta) = k\zeta$ trong mặt phẳng $(\zeta, i\eta)$; Trong đó, đường tròn bao quanh K có bán kính a sẽ chuyển thành đoạn thẳng có chiều dài $4a$, theo như cách lập luận sau đây:

Đối với những điểm trên đường tròn (hình 8.23) luôn luôn thỏa mãn $z = ae^{i\alpha}$; nên theo biểu thức biến hình (8.62), ta có thể viết

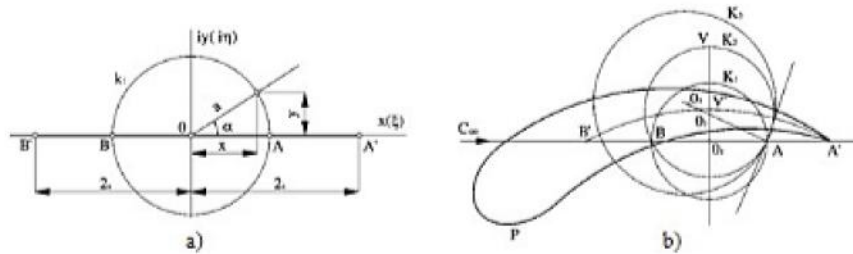
$$\zeta = ae^{i\alpha} + \frac{a^2}{a} e^{-i\alpha} = a(\cos\alpha + i\sin\alpha + \cos\alpha - i\sin\alpha) = 2a\cos\alpha = 2x$$

Như vậy điểm $A(x = a)$ chuyển thành điểm $A'(\zeta = 2a)$, bởi vì

$$\zeta = \zeta + i\eta = 2x$$

do vậy, $\zeta = 2x$ và $\eta = 0$.

Tương tự, $B(x = -a)$ chuyển thành $B'(-2a)$.



Hình 8.23. Biến hình Joukowski

Bây giờ, chúng ta thay đường tròn K_1 tâm O_1 (hình 8.23b) (giống như tâm O trên hình 8.23a) bằng đường tròn K_2 có tâm là O_2 nằm trên trục y cũng đi qua điểm A và B ; Sau khi thực hiện biến hình ta sẽ được một cung tròn kép $A'V'B'V'A'$.

Hoàn toàn tương tự cho đường tròn K_3 có tâm dịch chuyển đến điểm O_3 , tiếp tuyến tại điểm A của nó vẫn giữ là tiếp tuyến chung với đường tròn K_2 . Kết quả, bằng phương pháp biến hình, chúng ta đã chuyển đường tròn K thành profile Joukowski P .

Bằng cách này, chúng ta có thể tạo được các dạng profile khác nhau; còn ở điểm A' vẫn luôn là đầu nhọn.

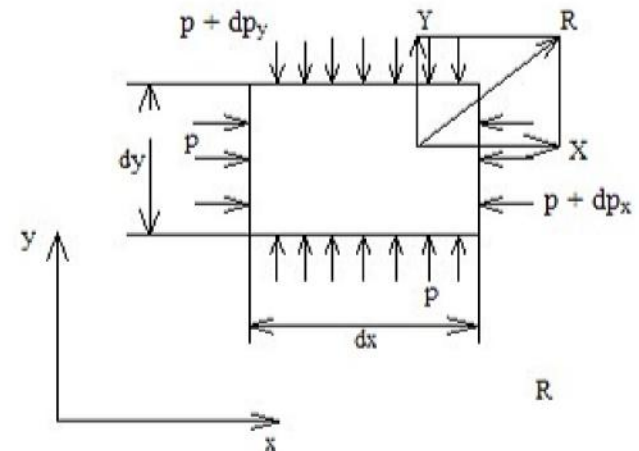
Như vậy, bằng phương pháp biến hình bảo giác, các đường đẳng thế Φ và đường dòng ψ chảy bao trụ k_3 trong mặt phẳng “ z ” có thể chuyển thành hệ các đường Φ và ψ trong một mặt phẳng “ ζ ” của chất lỏng lý tưởng bao quanh profile P hoặc bằng

lý thuyết hoặc bằng đồ thị.

8.3. ĐỘNG LỰC HỌC DÒNG THỂ LƯỢNG – PHƯƠNG TRÌNH EULER THỦY ĐỘNG

Phản trước, chúng ta đã xây dựng phương trình Euler trong trạng thái tĩnh và đưa ra bức tranh động học mô tả các quá trình của chất lỏng. Để làm cơ sở cho việc xây dựng các phương trình chuyển động phức tạp và hình dung rõ ràng hơn điều kiện động lực học, chúng ta xây dựng phương trình Euler thủy động tổng quát cho chuyển động thể lượng của chất lưu lý tưởng.

Ta xét một chuyển động thể lượng phẳng trong mặt phẳng xy (hình 8.24) bằng cách tách một phân tử chất lưu lý tưởng có kích thước $1.dx.dy$, khối lượng riêng ρ , khối lượng dm , ngoại gia tốc $R(X, Y)$ và gia tốc chuyển động $a(a_x, a_y)$.



Hình 8.24. Thiết lập phương trình Euler thủy động

Theo định luật II Newton, chúng ta viết phương trình chuyển động cho phân tử theo hướng x

$$Xdm + 1.dy - 1.dy(p + dp_x) = a_x dm \quad (8.63)$$

$$\text{Thay } dp_x = \frac{\partial p}{\partial x} dx \text{ và } dm = 1.dx.dy.\rho$$

Chúng ta xác định được gia tốc chuyển động của phân tử

$$a_x = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8.64a)$$

Mặt khác chúng ta cũng có thể viết

$$a_x = \frac{dc_x}{dt} = \frac{1}{dt} \left[\frac{\partial c_x}{\partial x} dx + \frac{\partial c_x}{\partial y} dy + \frac{\partial c_x}{\partial t} dt \right] \quad (8.64b)$$

Bởi vì sự thay đổi của thành phần tốc độ c_x có thể diễn tả như vi phân toàn phần theo thay đổi vị trí x, y và thời gian t

Biểu thức (8.64b) còn có thể diễn tả dưới dạng

$$a_x = \frac{\partial c_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial c_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial c_x}{\partial t} \quad (8.65)$$

Song, $\frac{dx}{dt}$ và $\frac{dy}{dt}$ chính là tốc độ chuyển động của dòng theo x, y, nên biểu thức (8.64a) có thể viết lại dưới dạng

$$c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + \frac{\partial c_x}{\partial t} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8.66)$$

Một cách tương tự có thể viết phương trình chuyển động

của chất lưu theo trục y

$$c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_y}{\partial t} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (8.67)$$

Sử dụng gradient (grad) viết dưới dạng toán tử Hamilton ∇ trong mặt phẳng

$$\nabla = \text{grad} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} \quad (8.68)$$

Phương trình Euler thủy động có thể viết dưới dạng vector tổng quát sau đây

$$\vec{c} \text{grad} \vec{c} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \vec{R} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p \quad (8.69)$$

Phương trình trên chủ yếu sử dụng trong cơ học chất lỏng (dòng chất lưu lý tưởng và không nén) và một cách tổng quát cho dòng một, hai hoặc ba chiều. Trong một số tài liệu còn gọi phương trình (8.69) là phương trình động lượng.

8.4. CHUYỂN ĐỘNG XOÁY CỦA CHẤT LƯU LÝ TƯỞNG

Như đã đề cập ở các phần trước, lưu số tốc độ là một thông số đặc trưng quan trọng xác định quan hệ giữ chuyển động xoáy và chuyển động tuần hoàn. Trong đó, đặc trưng của chuyển động xoáy là rotor (thuật ngữ rotor hầu như đã được quốc tế hóa, nên ở đây chúng tôi giữ nguyên và không chuyển sang tiếng Việt. Rotor nghĩa là sự quay).

8.4.1 Rotor và lưu số tốc độ

8.4.1.1. Rotor

Để đơn giản, ở đây chúng ta chỉ khảo sát những tính chất quan trọng nhất của chuyển động xoáy trong dòng phẳng – dòng hai chiều.

Ta lấy một phần tử m có tọa độ dx, dy , cách gốc tọa độ O một khoảng dr và quay chung quanh O với một tốc độ góc không đổi là ω . Như vậy tốc độ vòng của nó là

$$dc = \omega dr \text{ (hình 8.25a).}$$

Từ hình vẽ chúng ta thấy rằng, các thành phần tốc độ dc trên trục tọa độ

$$dc_x = -dc \cdot \sin \alpha = -dc \frac{dy}{dr} = -\omega dy$$

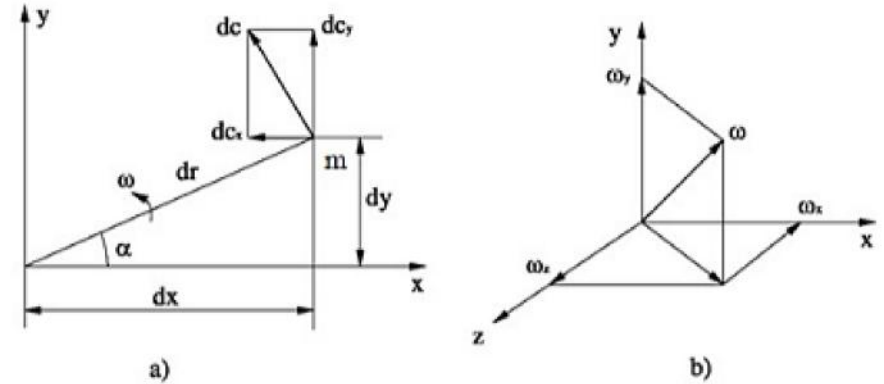
và

$$dc_y = dc \cdot \cos \alpha = dc \frac{dx}{dr} = \omega dx$$

Hay, chúng ta có thể viết

$$\omega = -\frac{dc_x}{dy} = \frac{dc_y}{dx}$$

Một cách chính xác và tổng quát hơn, nên viết dưới dạng vi phân riêng phần



Hình 8.25. Xác định rot

$$\omega = -\frac{\partial c_x}{\partial y} \text{ và tương tự } \omega = \frac{\partial c_y}{\partial x}$$

Cộng hai vế tương ứng của hai biểu thức trên, ta suy ra được tốc độ góc

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c_y}{\partial x} - \frac{\partial c_x}{\partial y} \right) \quad (8.70)$$

Biểu thức trong ngoặc được ký hiệu là rotor của tốc độ $\vec{c}$ và phương trình (8.70) viết dưới dạng vector là

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot } \vec{c} \quad (8.71)$$

Hay, theo Maxwell có thể viết

$$\vec{\omega} = \frac{1}{2} \text{curl } \vec{c} \quad (8.72)$$

Hoàn toàn tương tự, ta có thể xác định $\vec{\omega}$ cho dòng không gian (hình 8.25b) dòng ba chiều.

Như vậy điều kiện của chuyển động xoáy là tồn tại rotor tốc độ. Cũng như trong dòng thế lượng, đó là sự tồn tại thế lượng tốc độ Φ . Chúng ta có thể dễ dàng chứng minh sự loại trừ lẫn nhau của hai điều kiện này.

Đối với chuyển động thế lượng, chúng ta dễ dàng chứng minh được rằng, thành phần tốc độ được xác định bằng vi phân riêng của hàm thế lượng $\Phi(x, y)$ (biểu thức (8.29) mục 8.2.1.2).

$$c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}.$$

Nếu thay các biểu thức này vào phương trình (8.70) để xác định tốc độ góc ta có

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y \partial x} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right) = 0 \quad (8.73)$$

Như vậy rõ ràng là, trong dòng thế lượng thì $\omega = 0$, còn ngược lại muốn có $\omega \neq 0$ (một giá trị hữu hạn) thì hàm Φ không thể tồn tại và dòng cũng không thể là dòng thế lượng.

Sau đây chúng ta đề cập đến quan hệ định lượng giữa lưu số tốc độ, dòng thế lượng và dòng xoáy.

8.4.1.2. Lưu số tốc độ - ý nghĩa vật lý và phương pháp tính

Trước hết chúng ta hãy xét xem, lưu số tốc độ Γ có một ý nghĩa như thế nào trong dòng xoáy. Từ những biểu thức đã xác định được ở những phần trước (8.59a,b) ta có thể viết

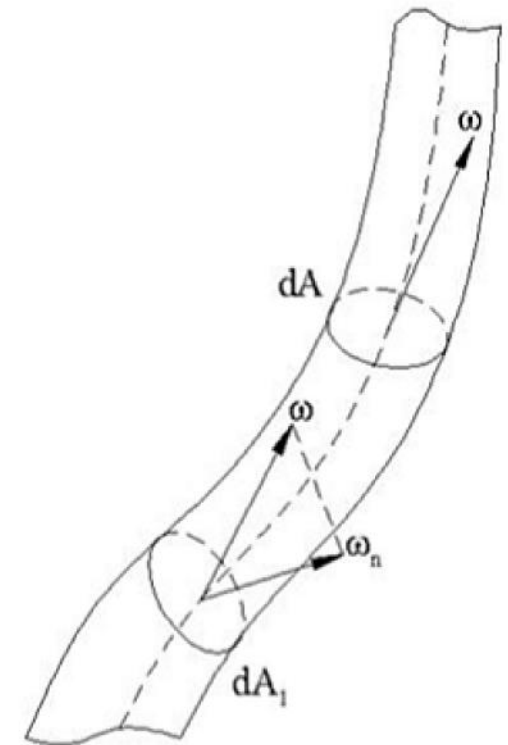
$$\Gamma = \oint_k \vec{c} d\vec{s} = \oint_k (c_x dx + c_y dy) = \oint_k d\Phi \quad (8.74)$$

Như vậy, ta thấy cùng một công thức, song có thể xác định lưu số tốc độ Γ , mà cũng có thể xác định sự thay đổi toàn bộ của thế lượng Φ . Kết quả và ý nghĩa của nó khác nhau ở chỗ là dòng thế lượng hay là dòng xoáy. Ở trường hợp thứ nhất, chúng ta chứng minh được

$$\Gamma = \oint_k d\Phi = 0$$

trong dòng thế lượng. Còn

trường hợp thứ hai, trong dòng xoáy Γ có một giá trị hữu hạn và giá trị này coi là thước đo cường độ xoáy của trường dòng. Sau đây chúng ta làm sáng tỏ thêm ý nghĩa vật lý và phương pháp



Hình 8.26. Sợi xoáy

chúng ta làm sáng tỏ thêm ý nghĩa vật lý và phương pháp tính lưu số tốc độ Γ trong dòng xoáy.

Cường độ xoáy hay còn gọi là ứng suất của sợi xoáy (hình 8.26) được xác định bằng hai lần tích số của vector tốc độ góc và diện tích mặt cắt của sợi xoáy dA .

Nếu gọi I là cường độ xoáy ta sẽ có

$$dI = 2\omega dA \quad (8.75)$$

Trong trường hợp tổng quát, mặt cắt của sợi dòng có thể nằm nghiêng một góc nào đó và cường độ dI sẽ được xác định theo biểu thức sau:

$$dI = 2\omega_n dA_1$$

ở đây ω_n là thành phần vector tốc độ góc vào hướng trục của sợi xoáy.

$$\omega_n = \omega \cdot \cos\varphi$$

Như vậy

$$dI = 2\omega dA_1 \cos\varphi \quad (8.76)$$

Trong lý thuyết dòng xoáy, lưu số tốc độ thể hiện độ lớn của cường độ xoáy, nên ta có thể viết

$$\Gamma = dI = 2\omega_n dA_1 \quad (8.77)$$

Đối với vật khép kín quanh dây xoáy có tiết diện hữu hạn

và tạo thành từ vô số các sợi xoáy thì lưu số tốc độ được xác định bằng tích phân vòng sau đây

$$d\Gamma = dI = 2\omega_n dA_1 \quad (8.78)$$

Biểu thức này do Stokes [Huân tước George Stokes, Giáo sư Vật lý Cambridge (1819 – 1930)] đưa ra và là một trong những định lý cơ bản nhất của dòng xoáy. Định lý Stokes phát biểu như sau: Lưu số tốc độ của một vật khép kín nào đó nằm trong dòng chất lưu có giá trị bằng tổng cường độ của các xoáy trong miền khảo sát (miền khảo sát được giới hạn bởi vật khép kín) với giả thiết rằng, miền khảo sát có thể giảm liên tục tới không (hay nói một cách khác vật khép kín có thể thu về một điểm) mà không có một phần nào của nó phải nằm ra ngoài chất lưu.

Để làm sáng tỏ vấn đề này ta lấy một ví dụ phản chứng: Giả sử bên trong vật khép kín K có một vật cứng (vật bao quanh hay một profile cánh) (miền khảo sát nằm bên trong vật K). Do có vật cứng bên trong, nên nếu lấy vật là một đường cong khép kín bao bọc vật cứng thì nó không thể thu về một điểm (miền khảo sát không thể giảm về không). Do đó trường hợp này không thể sử dụng định lý Stokes như thông lệ.

Để ứng dụng được định lý Stokes, ta phải sử dụng giải pháp “loại trừ” vật cứng bằng cách tạo vật kín như ở hình 8.27. Bằng cách này ta có thể vẽ được đường cong khép kín (tức là tạo

được miền liên tục ABCDA) và có thể sử dụng định lý Stokes để tính lưu số tốc độ

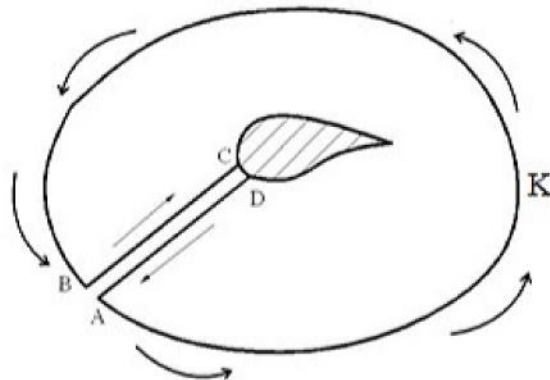
$$\Gamma_{ABCD A} = \Gamma_{AB} + \Gamma_{BC} + \Gamma_{CD} + \Gamma_{DA}$$

bởi

vì

$$\Gamma_{BC} = -\Gamma_{DA}, \text{ và } \Gamma_{AB} = 2 \oint_K \omega_n dA - \Gamma_{CD}$$

$$\text{do đó } \Gamma_{ABCD A} = 2 \oint_K \omega_n dA$$



Hình 8.27. Xác định lưu số tốc độ

Như vậy, bằng giải pháp “loại trừ” vật cứng ta có thể ứng dụng định lý Stokes cho mọi trường hợp. Tuy nhiên ở đây cũng cần lưu ý rằng, giá trị $\Gamma_{ABCD A}$ xác định theo công thức (8.78) sẽ khác $\Gamma = 2 \oint_K \omega_n dA$ trong trường hợp không bao vật cứng, bởi vì mặt cắt dA khác nhau.

Biểu thức Stokes đưa ra kết luận rằng, nhân xoáy đứng có tiết diện không đổi quay tương tự như một vật cứng với tốc độ góc là hằng số.

Trên cơ sở định lý Stokes chúng ta có thể chứng minh rằng đối với một xoáy thẳng dài vô hạn lưu số tốc độ theo đường cong xung quanh xoáy sẽ bằng

$$\Gamma = 2\omega A = \text{const} \quad (8.80)$$

vì khi $A = \text{const}$, thì ở mọi điểm trong nhân xoáy (hình 8.28) tốc độ góc đều không thay đổi $\omega = \text{const}$.

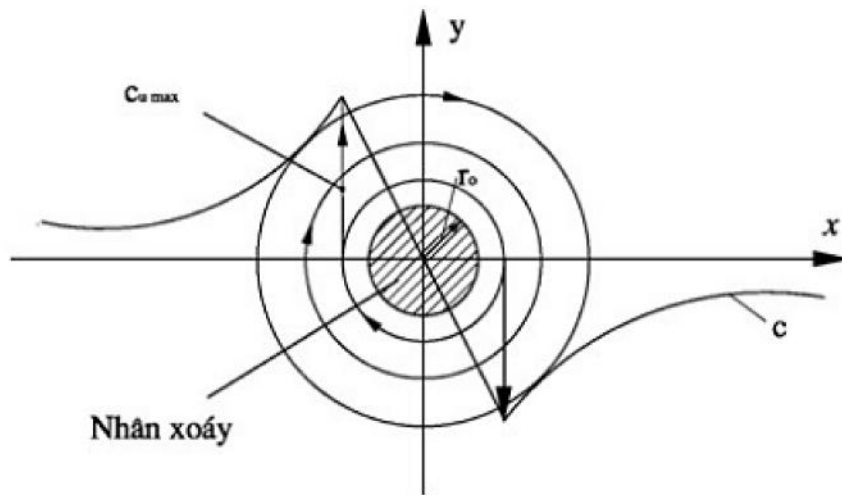
Tốc độ vòng tại các điểm trong nhân xoáy được xác định

$$c_u = \omega r$$

ở đây r là khoảng cách của các điểm đến tâm xoáy. Như vậy với $\omega = \text{const}$, thì trường tốc độ trong nhân xoáy là tuyến tính và ở khoảng cách r_0 (trên bề mặt nhân xoáy), tốc độ vòng đạt cực đại

$$c_{u\text{max}} = \omega r_0$$

ở đây r_0 là bán kính nhân xoáy.



Hình 8.28. Nhân xoáy

Trong thủy động học, Thompson đã chứng minh tính bất biến theo thời gian của lưu số tốc độ đối với chất lưu lý tưởng không nhớt.

Theo Thompson, lưu số tương ứng với đường cong khép kín bất kỳ chung quanh xoáy trong chất lưu lý tưởng luôn luôn có độ lớn không đổi. Còn trong dòng tuần hoàn bên ngoài xoáy thẳng dài vô hạn, thì trường tốc độ có dạng hyperbolic. Bởi vì, theo công thức (8.77) ta có

$$\Gamma = 2\pi\omega r^2 = 2\pi c_u \cdot r \quad (8.81a)$$

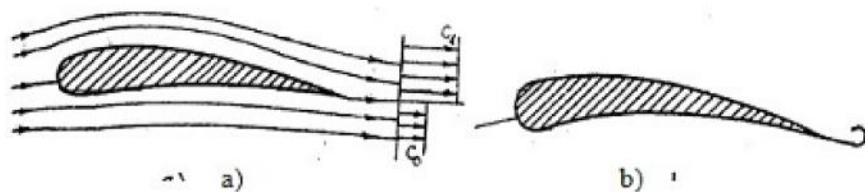
hay

$$c_u = \frac{c_{u\max} r_0}{r} = \frac{\Gamma}{2\pi r} = f\left(\frac{1}{r}\right) \quad (8.81b)$$

Như vậy rõ ràng rằng, phù hợp với định đề Thompson, trong dòng chất lưu lý tưởng, chuyển động xoáy không thể tự sinh ra mà cũng không thể tự mất đi.

Kết luận trên có một ý nghĩa vật lý rất quan trọng, bởi vì trong dòng chất lưu lý tưởng không hề có nhân tố tạo và truyền chuyển động xoáy và ma sát. Dựa trên các tài liệu nghiên cứu về chất lưu nhớt thực, chúng ta có thể đưa ra rất nhiều ví dụ về sự xuất hiện và triệt tiêu xoáy. Lẽ dĩ nhiên, trong những trường hợp đó, lưu số tốc độ không giữ nguyên là hằng số mà thay đổi theo thời gian.

Sự khác nhau về tính chất của chất lưu thực và chất lưu lý tưởng có thể giải thích trên cơ sở phân tích profile tốc độ qua một vật bao quanh không đối xứng (hình 8.29). Nếu mép ra của vật là nhọn sắc (ví dụ như profile cánh) thì khi dòng chất lưu lý tưởng chảy qua đó, do không có tác nhân tạo và truyền xoáy nên profile tốc độ của nó thành cấp (hình 29a) với hai profile tốc độ khác biệt nhau. Nếu profile cánh cong lên phía trên thì ở phần lưng cánh dòng có xu thế giãn nở mạnh hơn, nên tốc độ lớn hơn. Còn phần bụng cánh, dòng có xu hướng bị nén nên tốc độ bé hơn; kết quả là sau mép ra của cánh tạo thành xoáy (hình 8.29b).



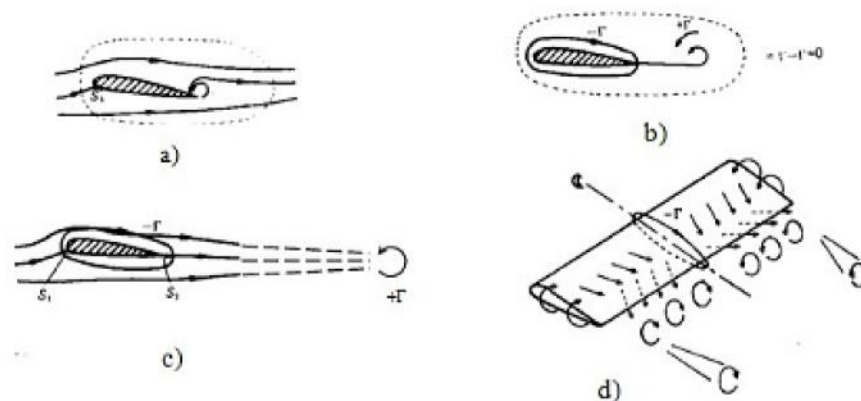
Hình 8.29. Sự hình thành xoáy sau profile cánh

Như vậy việc xuất hiện xoáy và tuần hoàn quanh profile cánh có thể giải thích bằng hiệu ứng độ nhớt. Mới đầu, dòng chảy chung quanh cánh không có tuần hoàn. Sau đó, ở mép ra của cánh xuất hiện những xoáy đầu tiên do tác động của độ nhớt và chính nó là nhân tố làm xuất hiện tuần hoàn.

Thí nghiệm khí động học cho thấy, ở những profile có độ không đối xứng vừa phải thì xoáy thường xuất hiện ở mép ra của cánh. Joukowski và Chaplign đã đưa ra định lý về vấn đề này đối với dòng chất lưu lý tưởng. Định lý phát biểu: Khi dòng chất lưu lý tưởng chảy bao quanh một profile không đối xứng thì nhất thiết phải tồn tại chung quanh nó vòng tuần hoàn đủ lớn để tựa dòng nằm ở cạnh ra của nó (hình 8.29b).

Định lý trên tạo điều kiện để tính lưu số Γ và lực nâng cánh quạt.

Đối với những vật bay trong không gian, tùy thuộc vào tốc độ của nó và điều kiện của môi trường, sự hình thành và tồn tại của tuần hoàn trở lên đa dạng và phức tạp hơn (hình 8.30)



Hình 8.30. Sự hình thành tuần hoàn trong không gian

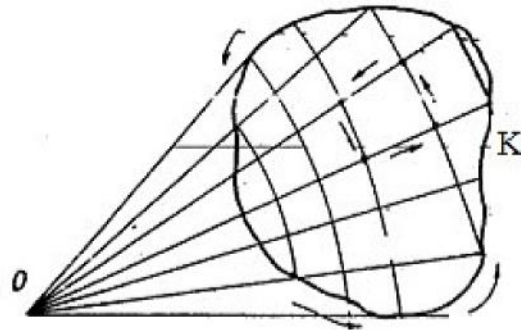
a. xuất hiện xoáy; b. mạng lưới tuần hoàn

c. xoáy rút lại hạ lưu; d. xoáy xuất hiện và rút lại

Nhân đây, chúng ta mở rộng phạm vi ứng dụng khảo sát xoáy trong trường dòng phức tạp - mạng xoáy.

Ở trên, chúng ta đã giới thiệu phương pháp xác định lưu số cho một số trường hợp đơn giản. Trong thực tế có thể gặp những trường hợp phức tạp hơn khi mà bên trong vòng tuần hoàn K còn chứa những vòng nhỏ khác. Trong những trường hợp như vậy ta có thể phân miền khép kín K thành mạng lưới các vòng tròn nhỏ (hình 8.31). Và lưu số được xác định như tổng các lưu số

$$\Gamma_K = \sum d\Gamma_i = \sum 2\omega_i dA_i \quad (8.82)$$



Hình 8.31. Phương pháp xác định mạng vòng tuần hoàn

Nếu chuyển Σ thành tích phân ta có

$$\Gamma = \oint_K c_r dr + c_v r d\varphi = 2 \int_{(A)} \omega dA \quad (8.83a)$$

Nếu cường độ dòng xoáy không thay đổi trong toàn bộ miền khảo sát thì $\omega = \omega_0 A = \text{const}$. Biểu thức (8.83a) sẽ có dạng như (8.80)

$$\Gamma = 2\omega_0 A \quad (8.83b)$$

Nhân đây cũng lưu ý thêm rằng, biểu thức (8.81a) còn cho thấy lưu số tốc độ về mặt định lượng là tích số của chu vi đường tròn khép kín và tốc độ chuyển động của nó. Trên quan điểm cơ học, đó chính là công của vector tốc độ chuyển động của phân tử chất lưu.

Sau đây ta nêu một ví dụ làm sáng tỏ ý nghĩa vật lý của khái niệm xoáy và tuần hoàn. Lấy một trường hợp trong đó chất lưu chuyển động quay như một vật cứng.

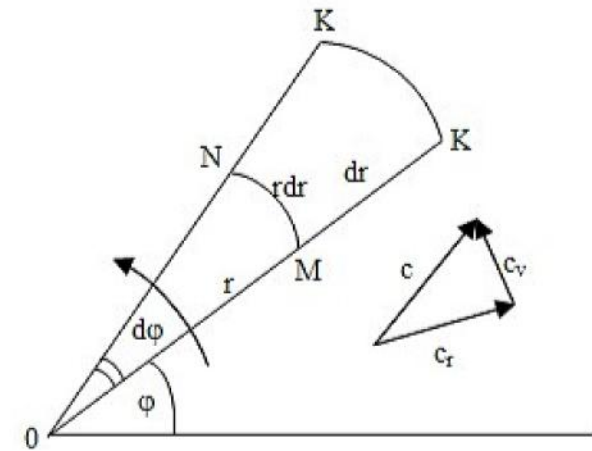
Giả sử chất lưu chuyển động như một vật cứng chung quanh gốc tọa độ với tốc độ góc không đổi $\overline{\omega}$ (hình 8.32). Ta xác định thành phần tốc độ vòng và hướng kinh

$$c_r = 0 \quad \text{và} \quad c_v = c = \overline{\omega} r \quad (8.84)$$

ở đây: r là bán kính của chất điểm quay cách gốc tọa độ.

Ta sử dụng biểu thức xác định tốc độ góc trong tọa độ cực

$$\omega = \frac{1}{2r} \left[\frac{\partial(r c_v)}{\partial r} - \frac{\partial c_r}{\partial \varphi} \right] \quad (8.85)$$



Hình 8.32. Xác định lưu số tốc độ trong tọa độ cực

Thay các giá trị (8.84) vào và đạo hàm ta được

$$\omega = \frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \omega) = \omega$$

Như vậy, giá trị độ xoáy (tốc độ xoáy) trong tất cả các điểm đúng bằng tốc độ góc của phần tử chất lưu.

Bây giờ chúng ta xác định lưu số tốc độ của vật khép kín quanh gốc tọa độ. Đường viền này chúng ta lấy với bán kính r . Từ biểu thức (8.84) ta có

$$\Gamma = \oint_C (c_r dr + c_\varphi r d\varphi) = \int_0^{2\pi} \omega r r d\varphi = 2\pi\omega r^2 \quad (8.86)$$

Giá trị lưu số tốc độ tỷ lệ với bình phương bán kính.

Nếu chia giá trị Γ cho diện tích vòng tròn A ta nhận được

$$\frac{\Gamma}{A} = \frac{2\pi\omega r^2}{\pi r^2} = 2\omega$$

$$\text{hay } \Gamma = 2\omega A$$

Giá trị của đẳng thức trên minh họa cho định lý Stokes (8.78). Trong trường hợp này đại lượng lưu số tốc độ theo đường viền khép kín bằng hai lần tích của độ xoáy ω và diện tích mặt cắt A .

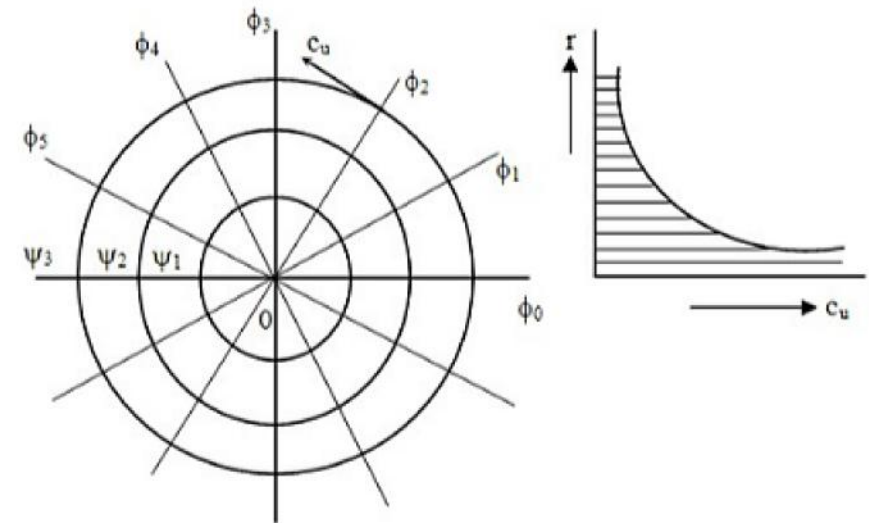
8.4.2. Xoáy thế lượng

Ta xét một trường hợp đặc biệt của dòng phẳng, phân tử chất lưu chuyển động xung quanh gốc tọa độ với tốc độ tỷ lệ nghịch với khoảng cách từ chất điểm đến gốc tọa độ $c = \frac{k}{r}, k = \text{const}$ (xem thêm phần 8.2.2.4).

Trường hợp này đường thế lượng như một chùm tia hội tụ tại gốc tọa độ, còn đường dòng thì như những vòng tròn đồng tâm (hình 8.33).

Như vậy tốc độ dòng thỏa mãn quan hệ hyperbolic $cr = k$. Và thành phần tốc độ của nó là

$$c_r = 0, c_\varphi = c = \frac{k}{r}$$



Hình 8.33. Xoáy thế lượng

Bây giờ ta xác định độ xoáy theo (8.85)

$$\omega = \frac{1}{2r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rc_\varphi) - \frac{\partial c_r}{\partial \varphi} \right] = \frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r, \frac{k}{r} \right) = 0 \quad (8.87)$$

Như vậy, ngoại trừ gốc tọa độ, còn lại tất cả các điểm đều có tốc độ xoáy bằng không. Ở gốc tọa độ ($r = 0$) tốc độ bằng vô cực; điều đó có nghĩa là về mặt toán học gốc tọa độ là một điểm. Song, về ý nghĩa vật lý thì một chuyển động như vậy chỉ có thể

thực hiện ngoài nhân xoáy có bán kính hữu hạn

Sau đây, ta xác định lưu số của đường tròn có độ cong r và tâm ở gốc tọa độ

$$\Gamma = \int_0^{2\pi} \frac{k}{r} r d\varphi = 2\pi k = \text{const} \quad (8.88a)$$

Rõ ràng rằng, lưu số tốc độ của bất kỳ đường tròn nào cũng là một hằng số $2\pi k$ và không phụ thuộc vào bán kính tạo nên đường dòng.

Nếu thay $k = c \cdot r$, ta có biểu thức

$$\Gamma = 2\pi r c \quad (8.88b)$$

Và trên bề mặt nhân ta có $r = r_0$, $c = c_0$; thay các giá trị này vào (8.88b) sẽ được

$$\Gamma = 2\pi r c = 2\pi r_0 c_0 = \text{const}$$

Như vậy, ngoài nhân xoáy ra, tốc độ ở mọi điểm của dòng đều được xác định bằng biểu thức

$$c = \frac{r_0 c_0}{r} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (8.89)$$

Dòng chuyển động có những tính chất như trên gọi là xoáy thể lượng (hay chuyển động tuần hoàn không xoáy). Trường tốc độ tương ứng với nó gọi là trường tốc độ phẳng của xoáy tách biệt.

Theo định luật Bernoulli, đối với chất lưu không nén chúng

ta có thể xác định áp suất

$$p = \text{const} - \frac{\rho c^2}{2} = \text{const} - \rho \frac{r_0^2 c_0^2}{2r^2} \quad (8.90)$$

Như vậy, áp suất giảm khi giảm khoảng cách đến gốc tọa độ, tức là giảm khoảng cách đến tâm xoáy.

Khi $r_0 \rightarrow 0$, nhân xoáy thu về một điểm. Điểm này gọi là điểm đơn điệu (hay điểm xoáy tách biệt).

Đến đây có thể kết luận: Theo tốc độ xoáy ω và lưu số tốc độ Γ ta có thể phân thành ba loại dòng:

Dòng thể lượng: phân tử chất lưu chỉ thực hiện chuyển động tịnh tiến (có thể biến dạng) mà không chuyển động quay, $\Gamma = 0$ và $\omega = 0$.

Dòng xoáy: phân tử chất lưu đồng thời thực hiện cả chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay quanh trục của nó. Trường hợp phân tử quay quanh trục riêng của mình mà không tạo thành đường tròn khép kín thì $\Gamma = 0$ và $\omega \neq 0$. Trường hợp phân tử vừa quay chung quanh trục vừa khép thành một vòng kín thì $\Gamma = 0$ và $\omega \neq 0$.

Trường hợp đặc biệt – dòng xoáy thể lượng: phân tử chất lưu quay quanh một trục (hay một điểm) nào đó ngoài quỹ đạo và tạo thành một vệt khép kín, song không quay quanh trục riêng của mình thì $\Gamma = 2\pi k = \text{const}$ và $\omega \neq 0$. Tốc độ tại nhân xoáy ($r = r_0$) $c = c_0$; còn ngoài nhân xoáy thì diễn biến theo

hyperbola. Tại tâm nhân xoáy $r = 0$, do đó $c = \infty$; Song le, chất lưu không thể đạt tốc độ vô cực, nên quanh điểm gốc chỉ có thể, hoặc tạo thành nhân quay như một khối thống nhất (như vật cứng), hoặc toàn bộ tâm xoáy bị mất hút và lấp đầy bằng không khí (đối với dòng chất lỏng).

8.4.3. Định lý Thompson

Như ở trên đã nói, tùy theo tính chất chuyển động mà $\Gamma \geq 0$ Để xác định sự thay đổi của lưu số theo thời gian, ta thiết lập biểu thức $\frac{d\Gamma}{dt}$

Từ biểu thức tổng quát ta có thể viết

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint (c_x dx + c_y dy) = \oint \frac{d(c_x dx + c_y dy)}{dt} \quad (8.91)$$

trong đó

$$\frac{d(c_x dx)}{dt} = \frac{dc_x}{dt} dx + c_x d\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

Thành phần thứ nhất của vế phải $\frac{dc_x}{dt} = a_x$ chính là gia tốc của chuyển động theo hướng trục x. Còn thành phần thứ hai có thể chuyển thành $c_x dc_x = d\frac{c_x^2}{2}$.

Mặt khác, khi khảo sát chất lưu trong trạng thái thủy động lực, ta có thể sử dụng phương trình Euler thủy động trong dạng

(8.64a) (Ở phần 8.3).

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = a_x \quad (8.92)$$

Trong đó, thành phần ngoại gia tốc X, tiêu hao một phần để làm thay đổi áp suất $\frac{\partial p}{\partial x}$, phần còn lại để tạo nên gia tốc chuyển động của chất lưu a_x .

Tương tự ta có

$$Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = a_y$$

Thay các giá trị trên vào biểu thức (8.91) và sau khi rút gọn ta nhận được

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \oint \left[(Xdx + Ydy) - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) + \frac{1}{2} d(c_x^2 + c_y^2) \right] \quad (8.93a)$$

Nếu ngoại gia tốc $\vec{R} = \vec{X} + \vec{Y}$ có thế lượng U thì tất cả các thành phần trong ngoặc vuông đều không phụ thuộc vào quãng đường tích phân; do đó ta có thể viết

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \oint \left[dU - \frac{1}{\rho} dp + \frac{dc^2}{2} \right] = \left[U - \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} \right]_1^l = 0 \quad (8.93b)$$

Định lý Thomson phát biểu:

Trong trường thế lượng (kể cả xoáy thế lượng $\Gamma = \text{const}$) sự thay đổi lưu số tốc độ theo thời gian là bằng không.

Từ đó suy ra rằng, trong trọng trường lưu số tốc độ của chất

lưu lý tưởng không thể thay đổi, hay ngay trong dòng thế lượng $\Gamma = 0$ cũng vậy; nó không thể tự biến thành dòng xoáy. Ngược lại dòng xoáy do bị một kích động (nhân tố ngoại lai làm cho dòng bị xoáy) thì nó giữ nguyên cường độ. Cường độ này được thể hiện bằng lưu số tốc độ Γ và luôn luôn không đổi.

8.4.4. Định lý Stokes

Một cách tổng quát, lưu số tốc độ được xác định bằng tích phân vòng sau đây:

$$\Gamma = \oint_K c ds = \oint_K c ds \cos \delta$$

Các thông số được diễn tả trên hình 8.34.

Mặt khác, có thể diễn tả

$$dA = \frac{1}{2} r dl = \frac{1}{2} r ds \cos \delta$$

Suy ra

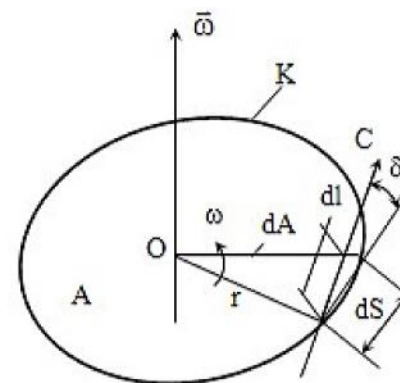
$$ds \cos \delta = 2 \frac{dA}{r}$$

Tốc độ c được xác định theo biểu thức:

$$c = r\omega$$

Thay vào biểu thức xác định Γ , ta nhận được

$$\Gamma = 2 \int_A \omega dA \quad (8.94a)$$



Hình 8.34. Xác định lưu số tốc độ theo Stokes

Như vậy, rõ ràng là trong chuyển động phẳng, lưu số tốc độ được xác định bởi vết khép kín K, có thể diễn tả bằng diện tích A do tia r tạo nên trong vết K. Trong đó, tích phân vòng đã được thay thế bằng tích phân bề mặt.

Nếu chuyển động quay có tốc độ không đổi $\omega = \text{const}$, thì với đường tròn bán kính r , ta có

$$\Gamma = 2\omega\pi r^2 = 2\pi r^2\omega = 2A\omega \quad (8.94b)$$

ở đây A là diện tích vòng tròn.

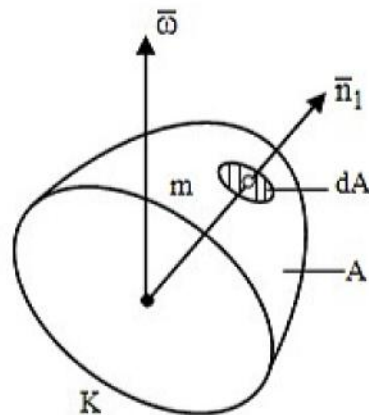
Hoàn toàn tương tự, định lý Stokes có thể viết cho chuyển động xoáy trong không gian

$$\Gamma = \oint_K c ds = 2 \iint_A \omega d^2A = 2 \iint_A \omega n_1 d^2A \quad (8.95)$$

Trong đó, tích phân kép thứ nhất có liên hệ với đường cong

không gian khép kín K (hình 8.35) nằm trong bề mặt A .

Tích phân kép thứ hai có phân tử vector của bề mặt dA được thay bằng tích $n_n dA$; Ở đây, n_n là vector đơn vị pháp tuyến trong vị trí khảo sát m của bề mặt A . Định lý Stokes có thể sử dụng để chứng minh những quy luật khác phản ánh tính chất của sợi xoáy.



Hình 8.35. Lưu số tốc độ trong xoáy không gian

8.4.5. Sợi xoáy – định lý Helmholtz

8.4.5.1. Lưu số của sợi xoáy

Trong chuyển động xoáy, các phần tử chất lưu quay liên tục, sẽ tạo thành sợi xoáy có trục được xác định bằng vị trí tức thời của vector tốc độ góc ω .

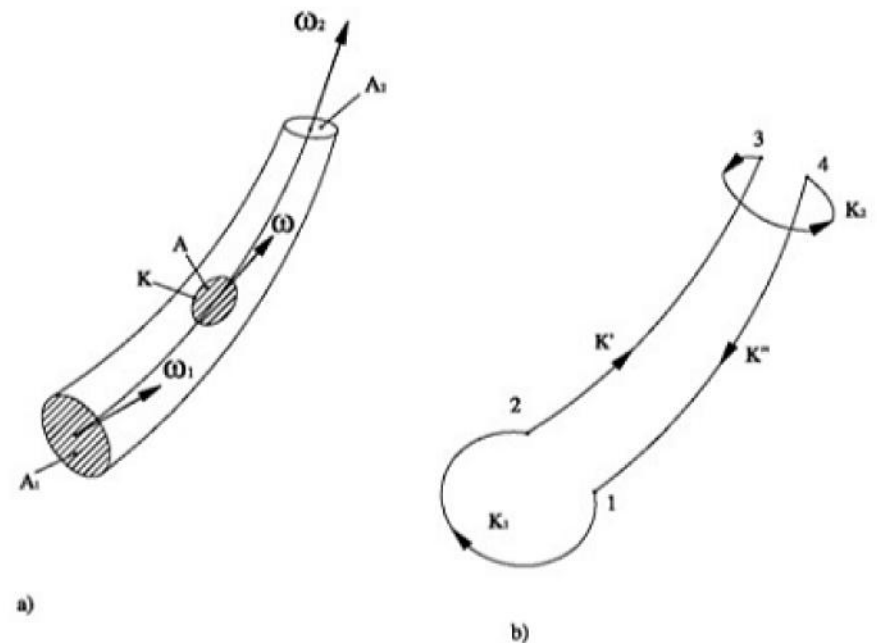
a. Định lý 1

Xét đường cong khép kín K trên hình 8.36a.

Theo định lý Stokes ta có

$$\Gamma = \oint_K \mathbf{c} d\mathbf{s} = \iint_A \omega d^2A = \iint_A \omega n_1 \cos \delta d^2A \quad (8.96)$$

Bởi vì, pháp tuyến n ở mỗi một điểm trên mặt trụ của sợi xoáy đều vuông góc với trục của nó, nên góc $\delta = \frac{\pi}{2}$ và $\cos \delta = 0$. Kết quả là $\Gamma = 0$



Hình 8.36. Lưu số của sợi xoáy

Định lý 1 phát biểu như sau: Lưu số tốc độ theo một vệt khép kín tùy ý K nằm trên bề mặt sợi xoáy luôn bằng không.

b. Định lý 2

Hệ quả của định lý 1 có thể mở rộng cho trường hợp tổng quát hơn, đường cong K chứa đựng hai đáy của sợi xoáy và các đường liên kết chúng (hình 8.36b).

Từ kết luận của định lý 1, có thể trực tiếp suy ra

$$\Gamma_k = \oint c ds = \int_1^2 c ds + \int_2^3 c ds + \int_3^4 c ds + \int_4^1 c ds = 0$$

$$\text{hay } \Gamma_k = \Gamma_{k1} + \Gamma_{k'} + \Gamma_{k2} + \Gamma_{k''} = 0$$

Trong đó $\Gamma_{k'}$ và $\Gamma_{k''}$ khử lẫn nhau. Như vậy còn lại

$$\Gamma_{k1} + \Gamma_{k2} = 0$$

$$\text{do đó } \Gamma_{k1} = -\Gamma_{k2}$$

Đó là trường hợp K_1 và K_2 ngược chiều nhau (hình 8.35b). Nếu các đường cong khép kín K_1 , K_2 nằm ở các mặt cắt có cùng chiều quay thì

$$\Gamma_{k1} = \Gamma_{k2} = \Gamma \quad (8.97)$$

Định lý 2 phát biểu: Tuần hoàn Γ trong tất cả các mặt cắt của sợi xoáy có độ lớn như nhau.

c. Định lý 3

Cũng từ định lý Stokes, đồng thời chúng ta suy ra

$$\Gamma = 2\omega_1 A_1 = 2\omega_2 A_2 \quad (8.98)$$

$$\text{hay } M = \omega A = \text{const}$$

Tích số ωA , trong đó A là diện tích mặt cắt ngang của sợi xoáy, gọi là moment xoáy M .

Định lý 3 phát biểu: Moment xoáy trong toàn bộ sợi xoáy đều như nhau.

d. Định lý 4

Từ định lý Thompson và định lý 3 có thể suy ra

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 2 \frac{dM}{dt} = 0 \quad (8.99)$$

Đó là nội dung định lý 4.

Định lý 4 phát biểu: Moment xoáy không thay đổi theo thời gian; hay nói một cách khác, trong chất lưu lý tưởng xoáy không tự mất đi.

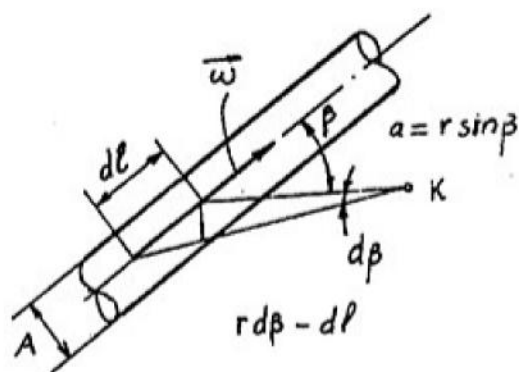
Tất cả bốn định lý (1 – 4), gọi là các định lý Helmholtz.

Nhân đây, cũng cần nói thêm về một thực tế trong môi trường ổn định, ngay đối với chất lưu thực, xoáy cũng rất khó tự triệt tiêu; chẳng hạn, khói thuốc lá. Đó là chất khí thực. Năng lượng của sợi xoáy khói thuốc dần dần bị tiêu hao do ma sát

trong môi trường khí quyển. Song, thực tế ta thấy rằng, hình dạng của sợi xoáy gần như rất ổn định. Mặc dù, năng lượng ban đầu rất bé, song, trong môi trường không khí tĩnh lặng, các sợi xoáy khép kín lẫn nhau và giữ được chuyển động xoáy rất lâu, mặc dù hình dáng và độ lớn của chúng có thay đổi chút ít và chậm.

8.4.5.2. Sợi xoáy thẳng

Sợi xoáy thẳng còn gọi là thanh xoáy. Từ trường hợp đơn giản này chúng ta có thể đưa ra biểu thức diễn tả tác động của thanh xoáy đến chất lưu chung quanh.



Hình 8.37. Sợi xoáy thẳng

Để khảo sát trường hợp này, chúng ta tách một phân tố dài dl của thanh xoáy có moment $M = \omega F = \frac{1}{2} \Gamma$ (hình 8.37).

Phân tố thanh xoáy dl có lưu số tương ứng $d\Gamma = \Gamma dl = 2\omega F dl$ tạo nên cho khối chất lưu bao quanh nó có dạng hình cầu bán kính r một tốc độ phân tố là dc .

Theo định lý Stokes, tốc độ phân tố dc được qui dẫn trên bề mặt cầu có diện tích A bằng biểu thức sau đây

$$\Gamma dl = A dc = 4\pi r^2 dc \quad (8.100)$$

Ta lấy một điểm K bất kỳ trên mặt cầu có tia dẫn khép với trục sợi xoáy một góc β ; Sử dụng hệ thức lượng với thành phần $\sin \beta$ và $r = \frac{a}{\sin \beta}$ ta xác định được dc

$$dc = \frac{\Gamma dl}{4\pi r^2} \sin \beta = \frac{\Gamma}{4\pi r} d\beta$$

hay

$$dc = \frac{\Gamma}{4\pi a} \sin \beta d\beta$$

Để có thể xác định tác động của sợi xoáy có chiều dài vô tận đến chất lưu chung quanh điểm K , chúng ta phải tích phân biểu thức trên trong khoảng $\beta = 0 + \pi$

$$c = \frac{\Gamma}{4\pi a} \int_0^\pi \sin \beta d\beta = \frac{\Gamma}{2\pi a} \quad (8.101)$$

Như vậy cũng thỏa mãn biểu thức $\Gamma = \oint \vec{c} d\vec{s} = 2\pi ac$ cho những chuyển động chung quanh đường tròn có bán kính a .

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [5], [15], [16], [21], [26].

Chương 9

DÒNG THỂ LƯỢNG PHẪNG ĐẲNG ENTROPY

Ở phần mở đầu và chương 8 chúng ta đã giới thiệu sơ lược về đặc điểm và tính chất của dòng thể lượng. Ở phần này, vận dụng những kiến thức đã biết chúng ta giải các bài toán về dòng thể lượng hai chiều (dòng phẳng).

9.1. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG

Phương trình Euler thủy động tổng quát (8.69) diễn tả chuyển động của dòng chất lưu lý tưởng, không ổn định, chịu nén trong một không gian ba chiều.

Để đơn giản, chúng ta sử dụng các giả thiết sau đây:

- Dòng chảy là dòng hai chiều x,y
- Dòng ổn định $\frac{\partial c_x}{\partial t} = \frac{\partial c_y}{\partial t} = \frac{\partial c_z}{\partial t} = 0$
 - Dòng chất khí nên bỏ qua lực khối lượng (bỏ qua thể lượng ngoại gia tốc U , tức là $X = Y = Z = 0$)
 - Không có trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài

- Không có trao đổi nhiệt bên trong
- Không có ma sát, dòng khí lý tưởng $\mu = 0$
- Dòng thể lượng không xoáy $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0 (\Gamma = 0)$

Với những giả thiết trên, phương trình Euler mô tả thể lượng tốc độ

$$\begin{aligned} c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \quad (9.1)$$

Phương trình liên tục có dạng

$$\frac{\partial(\rho c_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial y} = 0 \quad (9.2)$$

Gradient áp suất $\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}$ có thể diễn tả như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = a^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) \frac{\partial \rho}{\partial y} = a^2 \frac{\partial \rho}{\partial y} \end{aligned} \quad (9.3)$$

Từ phương trình liên tục, sau khi đạo hàm ta có

$$c_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + c_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + \rho \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} \right) = 0 \quad (9.4)$$

Thay (9.3) vào (9.1) và biến đổi

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\rho}{a^2} \left(c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\rho}{a^2} \left(c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial y} \right)$$

Thay các giá trị $\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}$ vào (9.4), ta được phương trình dòng

thể lượng phẳng chịu nén

$$\left(1 - \frac{c_x^2}{a^2}\right) \frac{\partial c_x}{\partial x} + \left(1 - \frac{c_y^2}{a^2}\right) \frac{\partial c_y}{\partial y} - \frac{c_x c_y}{a^2} \left(\frac{\partial c_x}{\partial y} + \frac{\partial c_y}{\partial x} \right) = 0 \quad (9.5)$$

Mặt khác, theo (8.29) phần 8.2.1.2, chúng ta có

$$c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (9.6)$$

Thay các giá trị trên vào (9.5), ta được phương trình

$$\left(1 - \frac{c_x^2}{a^2}\right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \left(1 - \frac{c_y^2}{a^2}\right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \frac{2c_x c_y}{a^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = 0 \quad (9.7)$$

Phương trình (9.7) là phương trình vi phân phi tuyến của thể lượng tốc độ với đạo hàm riêng bậc hai.

Như vậy rõ ràng thấy rằng, khi đưa thể lượng tốc độ vào, chúng ta đã chuyển hệ ba phương trình (9.1); (9.2) với sáu ẩn số thành một phương trình duy nhất năm ẩn số và chỉ chứa các thông số động học.

Nếu trong trường dòng biết được thể lượng tốc độ $\Phi(x, y)$,

thì ở những điều kiện biên xác định có thể tìm được tất cả các thông số của dòng. Thể lượng tốc độ tạo điều kiện xác định được tốc độ dòng c_x, c_y theo các biểu thức (9.6). Và sau đó nhờ phương trình năng lượng và phương trình thay đổi trạng thái đẳng entropy ta có thể dễ dàng xác định được những thông số cơ bản của dòng.

Như vậy, nhiệm vụ cơ bản của bài toán khảo sát dòng thể lượng là xác định thể lượng tốc độ $\Phi(x, y)$ của chuyển động; tức là tìm tích phân của phương trình (9.7).

Nếu tìm được hàm thể lượng $\Phi(x, y)$ thì coi như phần động học của bài toán đã được giải quyết. Sau đó có thể tiến hành giải phần động lực của bài toán một cách dễ dàng.

Tuy nhiên phương trình (9.7) chưa thể giải được trong dạng tổng quát bởi vì hệ số của nó là những hàm phụ thuộc. Để giải được phải đưa ra các giả thiết đơn giản xác định điều kiện ban đầu và điều kiện biên.

Trước hết, hàm thể lượng phải thỏa mãn điều kiện ban đầu và điều kiện biên của từng bài toán cụ thể. Điều kiện động học ban đầu phải được xác định bởi các thông số ở miền vô cực của dòng, đồng thời cũng phải biết được điều kiện trên bề mặt của vật bao quanh. Khi giải các trường hợp cụ thể, thông thường người ta cho trước các thông số của dòng chưa bị nhiễu (trong miền đầu tiên) ở vô cực. Đó là điều kiện ban đầu. Còn điều kiện

biên là thành phần tốc độ vuông góc với bề mặt vật thể (cản hoặc bao quanh) thì bằng không.

Ví dụ, một dòng phẳng chảy song song với trục x ở vô cực, thể lượng phải thỏa mãn các điều kiện

$$c_{x\infty} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_{\infty} = 0$$

$$c_{y\infty} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_{\infty} = 0$$

trong đó, dĩ nhiên phải biết các thông số p_{∞} , ρ_{∞} và T_{∞} .

Về điều kiện trên bề mặt vật bao quanh, thì chủ yếu là phân bố tốc độ được xác định bằng điều kiện vật lý của dòng. Giả sử dòng bao quanh không bị đứt thì thành phần tốc độ vuông góc với bề mặt vật thể phải bằng không; tức là

$$c_{yi} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_i = 0$$

Mặt khác, như đã giả thiết, dòng chất lưu là lý tưởng (không nhớt), nên các phần tử của nó chỉ trượt trên bề mặt vật thể và do vậy thành phần tiếp tuyến của tốc độ sẽ là

$$c_{xi} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_i = c_i$$

(trong đó chúng ta đã chấp nhận giả thiết rằng, hệ tọa độ

được xác định sao cho tiếp tuyến ở tất cả các điểm trên bề mặt vật thể luôn trùng với hướng tức thời của trục x , còn trục y thì vuông góc với bề mặt vật thể, tức là cũng vuông góc với đường dòng).

Như vậy chúng ta đã giải quyết được điều kiện biên và điều kiện ban đầu.

Tiếp tục phân tích phương trình (9.7) chúng ta thấy rằng khi xác định hàm thế lượng $\Phi(x, y)$, các tỷ số c_x/a và c_y/a đóng một vai trò rất quan trọng. Tùy thuộc vào đó mà phương trình (9.7) có những tính chất khác nhau. Ví thử, khi tốc độ dòng rất bé so với tốc độ âm thanh $c_x \ll a$; $c_y \ll a$, thì tỷ số $\frac{c_x^2}{a^2}$, $\frac{c_y^2}{a^2}$ và $\frac{c_x c_y}{a^2}$ có thể bỏ qua vì không đáng kể. Phương trình (9.7) trở thành dạng rất đơn giản

$$\frac{\partial^2 \Phi_{li}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_{li}}{\partial y^2} = 0 \quad (9.8)$$

Phương trình (9.8) đặc trưng cho dòng thế lượng phẳng của chất lưu không nén.

Khi tốc độ c_x và c_y tăng lên nhưng còn dưới âm ($c_x < a$; $c_y < a$), thì vẫn phải xét đến ảnh hưởng của độ nén và phương trình vi phân phi tuyến (9.7) chỉ có thể được đơn giản khi nó là dòng bị nhiễu yếu (vấn đề này sẽ nói sau ở phần 9.3).

Trong trường hợp dòng khí ổn định - phẳng và đối xứng

qua một trục nào đó, thì phương trình chuyển động có thể đơn giản bằng cách đưa ra một hàm số mới, đó là hàm dòng Ψ (xem phần 8.2.1.3).

Từ phương trình liên tục chúng ta thấy rằng, điều kiện trên vẫn thỏa mãn nếu đặt:

$$\begin{aligned}\rho c_x &= \frac{\partial \Psi'}{\partial y} & \frac{\partial(\rho c_x)}{\partial x} &= \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial x \partial y} \\ \rho c_y &= \frac{-\partial \Psi'}{\partial x} & \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial y} &= \frac{-\partial^2 \Psi'}{\partial x \partial y}\end{aligned}$$

Từ đó ta có

$$\frac{\partial(\rho c_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial y} = \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \Psi'}{\partial x \partial y} = 0$$

hay có thể viết

$$\begin{aligned}c_x &= \frac{\partial \Psi'}{\rho \partial y} \\ c_y &= \frac{\partial \Psi'}{\rho \partial x}\end{aligned}$$

Ở đây ta nhận thấy rằng, để hàm dòng và thế lượng tốc độ có cùng thứ nguyên, cần phải biến đổi để hệ số ở các đạo hàm trong dạng không thứ nguyên. Ta đặt

$$\Psi' = \rho_* \Psi$$

Từ đó suy ra

$$\frac{\partial \Psi'}{\partial y} = \rho_* \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad \text{và} \quad \frac{\partial \Psi'}{\partial x} = \rho_* \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

và các thành phần c_x, c_y diễn tả phương trình dòng thể

$$\begin{aligned}c_x &= \frac{\rho_*}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ c_y &= -\frac{\rho_*}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial y}\end{aligned} \tag{9.9}$$

trong đó ρ_* là mật độ trong trạng thái hãm.

Nếu dòng chất lưu là không nén thì ta có thể coi $\rho^* = \rho = \text{const}$, và $\rho_*/\rho = 1$. Phương trình (9.9) có thể viết

$$\begin{aligned}c_x &= \frac{\partial \psi_{in}}{\partial y} \\ c_y &= \frac{\partial \psi_{in}}{\partial x}\end{aligned} \tag{9.10}$$

Sử dụng phương trình (9.5) của dòng thể lượng trong đó ta thay đạo hàm các thành phần tốc độ c_x, c_y theo $\psi_{in}(x,y)$

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial x \partial y} \quad \frac{\partial c_y}{\partial y} = \frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial x \partial y}$$

Thay các giá trị trên vào phương trình (9.5) ta được

$$\left(1 - \frac{c_x^2}{a^2}\right) \frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial x \partial y} - \left(1 - \frac{c_y^2}{a^2}\right) \frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial x \partial y} - \frac{c_x c_y}{a^2} \left(\frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial x^2}\right) = 0 \tag{9.11}$$

Nếu thỏa mãn $c_x \ll a$; $c_y \ll a$, thì $\frac{c_x c_y}{a^2} = 0$; $\frac{c_x^2}{a^2} = 0$; $\frac{c_y^2}{a^2} = 0$

Phương trình trên có dạng đơn giản

$$\frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial y^2} = 0 \quad (9.12a)$$

hay

$$\frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \psi_{in}}{\partial y^2} \quad (9.12b)$$

Ở đây cần lưu ý một điều quan trọng là, những phương trình trên chỉ sử dụng cho chất lưu không nén, tức là chất lỏng hoặc chất khí có tốc độ rất bé. Khi đó ta có thể coi trong toàn bộ miền khảo sát $\rho^*/\rho = \text{const}$. Khả năng bỏ qua ảnh hưởng của độ nén phụ thuộc rất nhiều vào quan hệ giữa mật độ ρ và số Mach Ma, bởi vì tương tự như (3.121c)

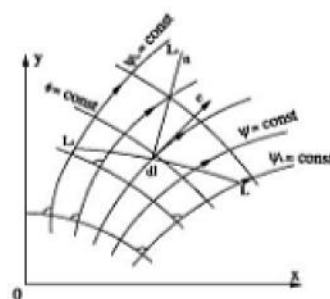
$$\frac{\rho^*}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M_i^2\right)^{\frac{1}{k-1}} = 1 + \frac{1}{2} M_i^2 + \frac{2-k}{8} M_i^4 + \dots \quad (9.13)$$

Đề sự khác nhau giữa ρ^* và ρ không vượt quá 2%, số Ma không được lớn hơn 0,20; tức là tốc độ dòng chảy phải rất nhỏ.

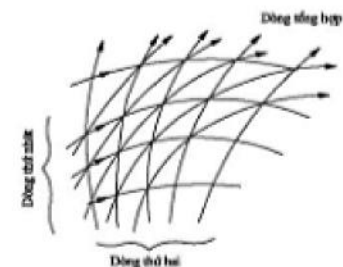
Để làm sáng tỏ ý nghĩa vật lý của hàm dòng ψ , chúng ta khảo sát một phân tử chất lưu chuyển động trong mặt phẳng. Hàm dòng phụ thuộc vào vị trí nên có thể viết $\psi = \psi(x, y)$; Vì phân toàn phần của nó có dạng (xem (8.42))

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy$$

Trong mặt phẳng xy ta vạch các đường thế lượng $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi$. Các đường trực giao với nó là đường dòng $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi$, ψ_1 (hình 9.1). Ta vạch một đường bất kỳ LL_1 giữa hai đường dòng ψ_{L1} và ψ_L . Chọn một phân tử dài trên LL_1 , vẽ pháp tuyến n vuông góc với dl.



Hình 9.1. Đường thế lượng và đường dòng



Hình 9.2. Tổng hợp chuyển động

Bây giờ ta tính thể tích chất lưu chảy qua LL_1 sau một giây (hãy quan niệm chiều cao của phân tử dl vuông góc với mặt phẳng xy là một đơn vị)

Thể tích phân tử của chất lưu là

$$dV = c_n \cdot l \cdot dl = c_n dl \quad (9.14a)$$

$$V = \int_L^{L_1} c_n dl \quad (9.14b)$$

Ta gọi góc khấp giữa pháp tuyến và trục x là (x, n) và với trục y là (y, n) . Tốc độ c_n được xác định

$$c_n = c_x \cos(x, n) + c_y \cos(y, n)$$

$$\text{hay } c_n dl = c_x dl \cos(x, n) + c_y dl \cos(y, n)$$

$$\text{mà } dl \cos(x, n) = dy$$

$$dl \cos(y, n) = -dx$$

do đó

$$V = \int_L^U (c_x dy - c_y dx) \quad (9.15)$$

Thay c_x, c_y từ (9.10) vào (9.15), ta sẽ có

$$V = \int_L^U \left(\frac{\partial \psi_{II}}{\partial y} dy + \frac{\partial \psi_{II}}{\partial x} dx \right) = \int_L^U d\psi = \psi_U - \psi_L \quad (9.16)$$

Dòng chất lưu bị giới hạn bởi các đường dòng $\psi_L = \text{const}$ và $\psi_{LI} = \text{const}$ có thể hình dung như một ống dòng. Từ đó suy ra rằng, hiệu số hàm dòng $(\psi_{LI} - \psi_L)$ bằng lưu lượng thể tích chảy qua tiết diện của ống dòng giới hạn bởi các đường dòng đi qua các điểm L_1 và L .

Như ở phần 8.2.1 đã nói, nếu trong mặt phẳng thế lượng ta chia ϕ cho các hằng số khác nhau, ta sẽ được một hệ thống các đường đẳng thế. Hệ thống trục giao với các đường đẳng thế là

các đường dòng ψ .

Hệ thống các đường dòng ϕ và ψ tạo thành một mạng lưới đường thế lượng và đường dòng mô tả chuyển động thế lượng của dòng chất lưu trong mặt phẳng.

Trong dòng chất lưu không nén, dựa vào các phương trình thế lượng tốc độ người ta đã đưa ra phương pháp tổng hợp dòng thế lượng.

Từ lý thuyết phương trình vi phân dạng elliptic đã cho thấy, nếu các hàm $\phi_1, \phi_2, \dots$ là nghiệm riêng của phương trình, thì tổng $\phi = \phi_1 + \phi_2 + \dots$ cũng là nghiệm của phương trình đó. Từ đó suy ra, bằng cách cộng các hàm thế lượng tốc độ ϕ và hàm dòng ψ của các dòng đơn chúng ta có thể xác lập được đặc tính của các dòng phức tạp hơn; trong đó, thế lượng tốc độ và hàm dòng thì cộng đại số, còn vector tốc độ thì cộng hình học (hình 9.2).

Như vậy, ở những điều kiện nhất định, phương pháp tổng hợp dòng thế lượng có thể sử dụng để giải các bài toán phức tạp hơn về dòng chất lưu nén.

9.2. HỆ SỐ ÁP LỰC

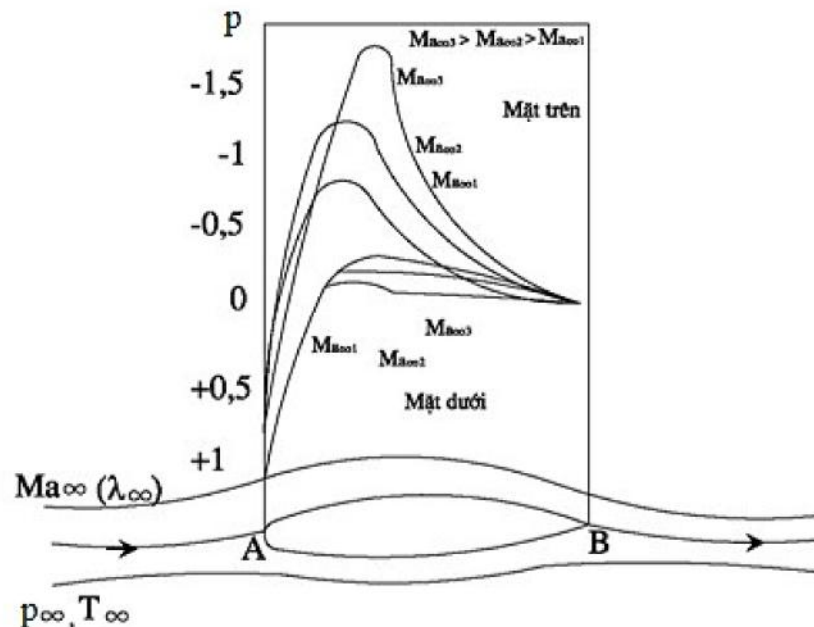
Một trong những mục tiêu cơ bản của nghiên cứu động lực học dòng chất lưu là ứng dụng những kết quả tính toán và thực nghiệm vào việc giải quyết các vấn đề thực tiễn. Ví dụ, trong

lĩnh vực máy có cánh, kết quả nghiên cứu phải được thể hiện trong việc tạo các profile cánh có hình dáng khí động tối ưu, trở lực nhỏ, tổn thất năng lượng tối thiểu và hiệu suất làm việc cao, đảm bảo bền chắc và an toàn.

Nhân tố quan trọng nhất quyết định việc giải bài toán khí động lực theo phương pháp này hay phương pháp khác là ảnh hưởng của độ nén. Để làm sáng tỏ vấn đề này, trước hết, ta đưa ra khái niệm hệ số áp lực.

Ta đặt một profile cánh vào trong dòng khí có tốc độ dưới âm. Tiến hành khảo sát những sự thay đổi của thông số dòng phân tử trong ống dòng bao quanh bề mặt profile (hình 9.3)

Chấn động (nhiều) gây nên do profile đặt trong dòng dưới âm lan truyền mọi hướng, kể cả chống lại chiều chuyển động của dòng. Kết quả là phần tử của dòng phân tử trước profile bị biến dạng. Do bị cản, nên xung quanh mép vào của profile dòng bị hãm lại, tốc độ giảm và tại điểm tách dòng A tốc độ giảm bằng không. Tại điểm này, thông số dòng bằng thông số hãm hoàn toàn. Sau đó, dòng tách làm hai, chuyển động theo bề mặt lưng và bụng profile cánh. Ở phần trước của profile tiết diện của ống dòng bị thu hẹp, nên tốc độ dòng tăng lên, áp suất giảm. Quá trình này kéo dài cho đến một điểm nào đó mà tiết diện ống dòng là tối thiểu (tại đó profile dày nhất), thì tốc độ dòng đạt cực đại, áp suất đạt tối thiểu.



Hình 9.3. Phân bố hệ số áp lực trên profile cánh

Ở phần sau profile quá trình gần như xảy ra ngược lại, tiết diện ống dòng tăng (do ở phía sau profile cánh giảm độ dày), tốc độ trong ống dòng giảm và áp suất tăng.

Như vậy do biến dạng của ống dòng, áp suất chất lưu trên bề mặt profile thay đổi. Đặc trưng biến dạng được xác định bằng hình dáng của profile vật bao quanh.

Đối với profile không đối xứng, sự phân bố áp suất ở mặt trên và mặt dưới (lưng và bụng cánh) của nó không đều nhau.

Kết quả là xuất hiện lực khí động tác dụng lên profile cánh.

Lực khí động khi đó bao gồm:

– Lực đẩy sinh ra do hiệu số áp lực giữa mặt dưới và mặt trên profile;

– Trở lực gây nên do chênh lệch áp suất ở hai mặt profile và do ma sát của dòng.

Trở lực gây nên do tổn thất năng lượng, được gọi là tổn thất trở lực. Nó bao gồm tổn thất profile (do hình dạng) và tổn thất ma sát.

Sự phân bố áp suất theo bề mặt profile được đặc trưng bởi đại lượng không thứ nguyên, đó là hệ số áp lực. Nó được xác định bằng tỷ số giữa hiệu áp suất tĩnh của dòng (áp suất ở một điểm cho trước trên bề mặt profile và áp suất ở vô cùng) và áp suất động của dòng không bị nhiễu (dòng chuyển động không bị profile cản). Hệ số áp lực ký hiệu là K_p

$$K_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty c_\infty^2} \quad (9.17)$$

Áp suất động có thể diễn tả gián tiếp giữa các đại lượng không thứ nguyên tốc độ Ma_∞ hay λ_∞ . Ta sử dụng biểu thức xác định tốc độ âm thanh ở vô cực cách profile

$$a_\infty = \sqrt{k \frac{p_\infty}{\rho_\infty}} \quad p_\infty = \frac{\rho_\infty}{k} a_\infty^2$$

Thay vào (9.17), ta có

$$K_p = \frac{2p_\infty}{\rho_\infty c_\infty^2} \left(\frac{p}{p_\infty} - 1 \right) = \frac{2}{k} \frac{1}{M_\infty^2} \left(\frac{p}{p_\infty} - 1 \right) \quad (9.18)$$

Thay các giá trị Ma_∞ từ (3.92)

$$M_\infty^2 = \frac{\frac{2}{k+1} \lambda_\infty^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_\infty^2}$$

với K_p ta được

$$K_p = \frac{k+1}{k\lambda_\infty^2} \left(\frac{p}{p_\infty} - 1 \right) \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_\infty^2 \right) \quad (9.19)$$

Trong một số trường hợp, phân bố áp suất dọc theo bề mặt được đặc trưng bởi áp suất không thứ nguyên. Nó được xác định bằng tỷ số áp suất ở một điểm cho trước trên bề mặt profile (gọi là áp suất cục bộ) và áp suất dòng hãm không nhiễu

$$\bar{p} = \frac{p}{p^*} \quad (9.20)$$

Đương nhiên, có thể xác lập được quan hệ giữa $\bar{p}$ và K_p nếu thay p từ (9.18) vào (9.20)

$$p = p_\infty \left(1 + \frac{k}{2} K_p M_\infty^2 \right)$$

$$\bar{p} = \frac{p_\infty}{p^*} \left(1 + \frac{k}{2} K_p M_\infty^2 \right)$$

Mặt khác, từ bảng 1 (phần 7.6 chương 7) ta có thể thay

$$\frac{p_{\infty}}{p^*} = \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{\infty}^2\right)^{\frac{k}{1-k}}}$$

Cuối cùng ta có

$$\bar{p} = \frac{1 + \frac{k}{2} K_p M_{\infty}^2}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{\infty}^2\right)^{\frac{k}{1-k}}}$$

Khi dòng lượn có tốc độ thấp, thì tốt hơn là tính hệ số áp lực theo biểu thức (9.17).

Trên hình 9.3 cho thấy sự phân bố K_p theo bề mặt profile. Nếu tốc độ c_{∞} nhỏ hơn hẳn so với tốc độ âm thanh thì khi nó thay đổi, đặc trưng biến dạng của ống dòng thực tế không thay đổi. Và bởi vậy, phân bố hệ số áp lực theo profile cũng không thay đổi.

Khi tốc độ c_{∞} tăng, tức là M_a tăng thì ảnh hưởng của độ nén thể hiện rõ rệt hơn. Sự phân bố K_p phụ thuộc rất nhiều vào tốc độ cục bộ của dòng trên bề mặt profile (tốc độ này trên bề mặt profile được thể hiện qua $M_{a\infty}$ (c_{∞})). Giá trị K_p thay đổi mạnh liệt khi tốc độ cục bộ lớn. Và nó lớn nhất ở tiết diện cực

tiểu của ống dòng.

Bây giờ ta xác định sự phụ thuộc giữa tốc độ c và số Mach cục bộ là M_{a_i}

Sử dụng biểu thức (9.19), trong đó ta thay

$$\frac{p}{p_{\infty}} = \frac{\frac{p}{p^*}}{\frac{p_{\infty}}{p^*}}$$

Và sử dụng bảng 1, ta được

$$\frac{p}{p^*} = \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{a_i}^2\right)^{\frac{k}{1-k}}} \quad \text{và} \quad \frac{p_{\infty}}{p^*} = \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{\infty}^2\right)^{\frac{k}{1-k}}} \quad (9.21a)$$

hay

$$\frac{p}{p_{\infty}} = \left(\frac{1 + \frac{k-1}{2} M_{\infty}^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_{a_i}^2} \right)^{\frac{k}{1-k}} \quad (9.21b)$$

Thay các giá trị p/p_{∞} vào (9.19), sau khi rút gọn ta được

$$K_p = \frac{2}{k M_{a_i}^2} \left[\left(\frac{1 + \frac{k-1}{2} M_{\infty}^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_{a_i}^2} \right)^{\frac{k}{1-k}} - 1 \right] \quad (9.22)$$

Như vậy tốc độ cục bộ của dòng trên bề mặt profile (được

bằng các biểu thức:

$$c = c_{\infty} + c'; \quad c_x = c_{\infty} + c'_x \text{ và } c_y = c'_y$$

trong đó, ta coi $c_{y\infty} = 0$ vì ở vô cực dòng song song với trục x ($c_{\infty} = c_{x\infty}$).

Chúng ta giả thiết tiếp rằng c'_x và c'_y là những đại lượng nhỏ bậc δ và các đạo hàm.

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} = \frac{\partial c'_x}{\partial x}; \quad \frac{\partial c_x}{\partial y} = \frac{\partial c'_x}{\partial y}; \quad \frac{\partial c_y}{\partial x} = \frac{\partial c'_y}{\partial x}; \quad \frac{\partial c_y}{\partial y} = \frac{\partial c'_y}{\partial y}$$

cũng có bậc δ .

Như vậy các hệ số ở phương trình (9.24) có thể viết

$$1 - \frac{c_x^2}{a^2} = 1 - \frac{(c_{x\infty} + c'_x)^2}{a_{\infty}^2} = 1 - \left(\frac{c_{x\infty}^2 + 2c_{x\infty}c'_x + c_x'^2}{a_{\infty}^2} \right)$$

hay

$$-\frac{c_x^2}{a^2} = 1 - \left(\frac{c_{x\infty}^2}{a_{\infty}^2} + \bar{\delta} + \bar{\delta}^2 \right)$$

Tương tự ta có

$$1 - \frac{c_y^2}{a^2} = 1 - \bar{\delta}^2; \quad \frac{c_x c_y}{a^2} = \bar{\delta}$$

ở đây $\bar{\delta}^2$ và $\bar{\delta}$ là đại lượng nhỏ của bậc δ , cũng như δ^2 .

Đánh giá bậc của các thành phần trong phương trình (9.24) chúng ta có thể đơn giản nó bằng cách bỏ qua các thành phần bậc cao δ . Sau khi đơn giản và rút gọn chúng ta có

$$(1 - M_{\infty}^2) \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_x}{\partial y} = 0 \quad (9.25)$$

hoặc đối với dòng thế lượng

$$(1 - M_{\infty}^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (9.26)$$

Phương trình (9.26) khác (9.7) ở chỗ nó là phương trình vi phân tuyến tính. Phương pháp tuyến tính hóa đã nêu là do Prandtl đề xuất dựa trên giả thiết rằng sự chênh lệch của tốc độ dòng không nhiều và dòng nhiều ít đến mức có thể bỏ qua những sai lệch bậc cao.

Phương pháp này có thể dùng để tính toán dòng bao quanh những profile mỏng ít cong đặt nghiêng với dòng không nhiều một góc nhỏ. Ngoài ra có thể sử dụng để khảo sát dòng chảy trong các kênh ít cong.

Ở đây cũng cần lưu ý rằng, phương pháp này không sử dụng để khảo sát ở những điểm thuộc miền phân dòng (các điểm tới hạn trên bề mặt profile), bởi vì ở đó không thỏa mãn các giả thiết cơ bản của phương pháp này.

Như vậy bằng phương pháp chấn động nhỏ, chúng ta đã chuyển phương trình vi phân phi tuyến (9.7) thành phương trình

vi phân tuyến tính (9.26) mô tả chuyển động của dòng thể lượng nén dưới âm.

Tuy nhiên vẫn có thể chuyển phương trình (9.26) sang dạng (9.8) diễn tả thể lượng tốc độ của dòng không nén.

Để so sánh dòng khí chuyển động dưới âm và dòng chất lưu không nén, chúng ta đi từ những giả thiết sau:

- Tốc độ và khối lượng riêng của cả hai dòng ở vô cực là bằng nhau.

- Thể lượng tốc độ của hai dòng quan hệ qua biểu thức

$$\phi = \sigma \phi_{in}$$

- Ký hiệu tọa độ các điểm của dòng chất lưu không nén là x_{in} và y_{in} . Quan hệ giữa chúng với dòng khí dưới âm qua biểu thức sau:

$$\frac{y_{in}}{y} = \vartheta \frac{x_{in}}{x}$$

Để đơn giản chúng ta đặt $x = x_{in}$. Ta có

$$y_{in} = \vartheta y \quad (9.27)$$

Thay các biểu thức (9.27) và (9.28) vào phương trình (9.26), ta được

$$(1 - M_{\infty}^2) \frac{\partial^2 \phi_{in}}{\partial x_{in}^2} \sigma + \vartheta^2 \frac{\partial^2 \phi_{in}}{\partial y_{in}^2} \sigma = 0 \quad (9.28)$$

Từ đó suy ra rằng, khi

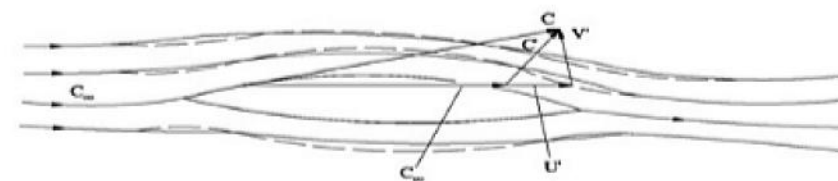
$$\sqrt{1 - M_{\infty}^2} = \vartheta = \frac{y_{in}}{y} \quad (9.29)$$

thì phương trình (9.26) chuyển thành dạng

$$\frac{\partial^2 \phi_{in}}{\partial x_{in}^2} + \frac{\partial^2 \phi_{in}}{\partial y_{in}^2} = 0 \quad (9.30)$$

Phương trình (9.30) trong biến số mới trùng với phương trình (9.8). Với những biểu thức đã nêu chúng ta dễ dàng xác định được quan hệ giữa các thông số của hai dòng: dòng khí tốc độ dưới âm và dòng chất lưu không nén.

Chúng ta so sánh hai dòng trên bằng giả thiết chúng chảy bao quanh cùng một vật. Ta ký hiệu α và α_{in} là những góc nghiêng của một đoạn ngắn đường dòng (hình 9.4).



Hình 9.4. Đường dòng bao quanh profile (----đối với dòng khí; — dòng không nén)

Theo giả thiết cơ bản của phương pháp này thì các góc α , α_{in} phải rất bé; do đó chúng ta có thể viết

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha \approx \frac{dy}{dx}; \operatorname{tg} \alpha_{in} \approx \alpha_{in} \approx \frac{dy_{in}}{dx_{in}} \quad (9.31)$$

Nếu dòng bao quanh là chất lưu lý tưởng không ma sát, thì một trong những đường dòng của nó phải trùng với đường cong của bề mặt profile. Đối với đường dòng này thỏa mãn

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_{in}$$

hay theo (9.31)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy_{in}}{dx_{in}} \quad (9.32)$$

(trong đó để đơn giản, đã đặt $dx = dx_{in}$)

Nhân cả hai vế của (9.32) với $\frac{dx}{dt}$, ta được

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy_{in}}{dt}$$

Suy ra thành phần tốc độ theo trục y – trục đứng

$$cy = cy_{in}$$

hay

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \phi_{in}}{\partial y_{in}}$$

Trên cơ sở các biểu thức (9.27), (9.28) suy ra

$$\sigma \vartheta = 1$$

Sử dụng biểu thức (9.29) ta được

$$\sigma = \frac{1}{\vartheta} = \frac{1}{\sqrt{1 - M_{\infty}^2}} \quad (9.33)$$

Tỷ lệ thành phần tốc độ theo trục dọc – trục x

$$\frac{c_x}{c_{xin}} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \phi_{in}} = \sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - M_{\infty}^2}} \quad (9.34)$$

Như vậy chúng ta đã so sánh được tốc độ của hai dòng theo trục x và y. Bây giờ, chúng ta so sánh phân bố hệ số áp lực của hai dòng. Thực tế chỉ cần so sánh gradient áp suất của cả hai dòng, bởi vì theo giả thiết $x = x_{in}$

$$\frac{dp}{dx} \frac{dx}{dp_{in}} = \frac{\Delta p}{\Delta p_{in}}$$

Gradient áp suất dòng nén và không nén có thể xác định trên cơ sở phương trình Bernoulli trong dạng vi phân đơn giản (3.12)

$$\frac{dp}{\rho} = -\frac{dc^2}{2} = -cdc$$

Đối với dòng không nén

$$\frac{dp_{in}}{dx} = -\rho_{in} c_{in} \frac{dc_{in}}{dx}$$

Đối với dòng khí

$$\frac{dp}{dx} = -\rho c \frac{dc}{dx}$$

Như vậy

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_{in}} = \frac{\rho c}{\rho_{in} c_{in}} \frac{dc}{dc_{in}}$$

Sử dụng biểu thức (9.17) và các giả thiết đã nêu:

$$\rho_{\infty in} = \rho_{\infty}; c_{\infty in} = c_{\infty}$$

$$\frac{K_p}{K_{p_{\infty}}} = \frac{p - p_{\infty}}{p_{in} - p_{\infty}} = \frac{\Delta p}{\Delta p_{in}} = \frac{cdc}{c_{in} dc_{in}} = \frac{(c_{\infty} + c')}{(c_{\infty} + c_{in})} \frac{d(c_{\infty} + c)}{d(c_{\infty} + c_{in})}$$

ở đây c' và c'_{in} là gia số tốc độ (đại lượng nhỏ) gây nên do nhiễu (chấn động) khi đặt cánh trong dòng. Với c' và c'_{in} nhỏ có thể coi: $c_{\infty} + c' \approx c_{\infty} + c'_{in}$

$$\frac{K_p}{K_{p_{\infty}}} = \frac{d(c_{\infty} + c')}{d(c_{\infty} + c_{in})} = \frac{dc}{dc_{in}} = \sigma = \frac{1}{\sqrt{1 - M_{\infty}^2}} \quad (9.35)$$

Từ các biểu thức (9.34) và (9.35) suy ra rằng, khi bao quanh cùng một vật, thì dòng khí có tốc độ và chênh lệch áp suất cao hơn so với dòng chất lưu không nén (dòng chất lỏng).

Sự khác biệt này giữa khí nén và dòng chất lỏng có thể giải thích bằng sự phụ thuộc của mật độ vào tốc độ qua khái niệm mật độ không thứ nguyên (phần 7.6).

Trên hình 9.4 vẽ các đường dòng qua cùng một vật bao quanh của dòng khí và dòng chất lỏng với giả thiết các thông số và tốc độ của dòng không nhiễu giống nhau.

9.3.2. Phương pháp Serstjuk

Serstjuk đưa ra một phương pháp đơn giản nhưng chính xác hơn để xác định ảnh hưởng của độ nén.

Để đánh giá ảnh hưởng của độ nén trong dòng phẳng ít nhiễu có tốc độ dưới âm ($Ma_{\infty} < Ma_{cr}$), chúng ta sử dụng các phương trình sau:

– Phương trình liên tục của dòng khí phẳng – ổn định

$$\frac{\partial(\rho c_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_y)}{\partial y} = 0 \quad (9.36)$$

Chia cả hai vế cho mật độ hãm ρ_{∞} , ta được

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho}{\rho_{\infty}} c_x \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho}{\rho_{\infty}} c_y \right) = 0 \quad (9.37)$$

– Điều kiện dòng không xoáy (dòng thế lượng)

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c_x}{\partial y} - \frac{\partial c_y}{\partial x} \right) = 0 \quad (9.38)$$

Trên cơ sở đó chúng ta khảo sát dòng phẳng bao quanh profile cánh (hình 9.4).

Quan hệ giữa tốc độ dòng nén và dòng không nén, theo Serstjuk, thông qua biểu thức sau:

$$c_{in} = c \left(\frac{\rho}{\rho_{\infty}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (9.39)$$

Trong đó c_{in} – tốc độ dòng không nén

c – tốc độ dòng nén

ρ – mật độ dòng ở điểm cho trước

ρ_{∞} – mật độ dòng không nhiễu

Số mũ Θ được xác định trên cơ sở những giả thiết đã được đơn giản hóa của dòng nhiễu ít.

Đối với dòng bị chấn động nhỏ

$$c_{xin} = c_{\infty in} + c'_{xin} \quad \frac{c'_{xin}}{c_{\infty in}} \ll 1 \quad (9.40)$$

$$c_{yin} = c'_{yin} \quad \frac{c'_{yin}}{c_{\infty in}} \ll 1 \quad (9.41)$$

Tương tự đối với dòng không nén

$$c_{xin} = c_{\infty in} + c'_{xin} \quad ; \quad \frac{c'_{xin}}{c_{\infty in}} \ll 1$$

$$c_{yin} = c'_{yin} \quad ; \quad \frac{c'_{yin}}{c_{\infty in}} \ll 1 \quad (9.42)$$

Sử dụng các biểu thức nêu trên, sau đó thay (9.40) vào các phương trình (9.39) và (9.4) và bỏ qua các đại lượng bậc cao ta được các phương trình sau:

$$\frac{1 - M_{\infty}^2}{1 - \Theta M_{\infty}^2} \frac{\partial c_{xin}}{\partial x} + \frac{\partial c_{yin}}{\partial y} = 0 \quad (9.43a)$$

$$\frac{1}{1 - \Theta M_{\infty}^2} \frac{\partial c_{xin}}{\partial y} - \frac{\partial c_{yin}}{\partial x} = 0 \quad (9.43b)$$

Để phương trình (9.43a,b) chuyển được sang phương trình mô tả chuyển động của dòng chất lưu liên tục, không xoáy và không nén chúng ta cần đưa ra biểu thức diễn tả quan hệ giữa tọa độ các điểm khảo sát trong chất lưu nén và không nén

$$x = x_{in} \quad (9.44)$$

$$\frac{y_{in}}{y} = \sqrt{1 - M_{\infty}^2} \quad (9.45)$$

và đặt

$$\Theta = \frac{1 - \sqrt{1 - M_{\infty}^2}}{M_{\infty}^2} \quad (9.46)$$

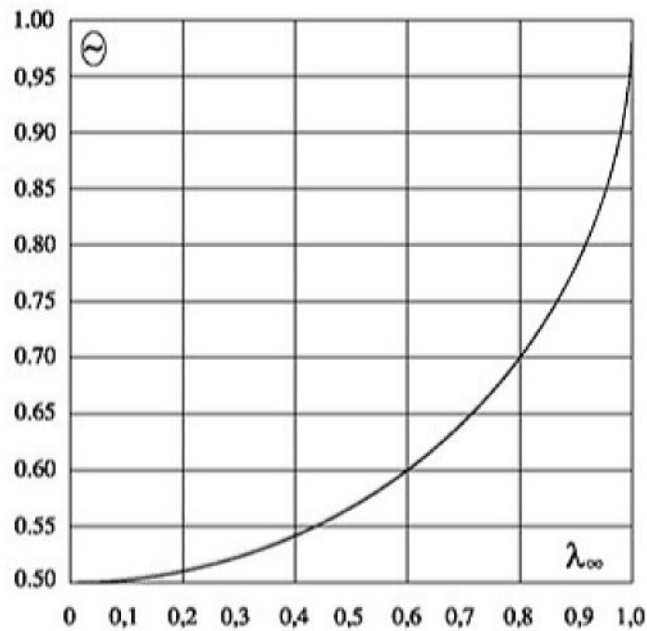
Sau khi thay (9.29) và (9.46) vào phương trình (9.43a,b) ta được

$$\frac{\partial c_{x,in}}{\partial x} + \frac{\partial c_{yin}}{\partial y_{in}} = 0 \quad \frac{\partial c_{x,in}}{\partial y_{in}} - \frac{\partial c_{yin}}{\partial x} = 0 \quad (9.47)$$

Từ đó suy ra rằng, khi bao quanh một vật dưới cùng một góc hứng dòng, thì thực tế c_{xin} và c_{yin} là tốc độ cục bộ của dòng không nén và không xoáy.

Như vậy, để xác định tốc độ dòng nén khi bao quanh vật, trước hết cần phải xác định được trường tốc độ dòng không nén

có cùng tốc độ (cả độ lớn và hướng) ở vô cực ($c_{in\infty} = c_\infty$ – tức là dòng không bị nhiễu).



Hình 9.5. Sự phụ thuộc của số mũ Θ vào tốc độ không thứ nguyên λ_∞

Từ các biểu thức (3.88), (9.39) và bảng 1 (phần 7.6), ta xác định tốc độ không thứ nguyên cục bộ λ trong một điểm bất kỳ của dòng:

$$\lambda = \lambda_{in} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho} \right)^{\frac{1}{k}} = \lambda_{in} \left\{ \frac{1 - [(k-1)/(k+1)]\lambda_\infty^2}{1 - [(k-1)/(k+1)]\lambda_\infty^2} \right\}^{\frac{k}{k+1}} \quad (9.48)$$

Sự phụ thuộc $\theta = f(\lambda_\infty)$ được diễn tả trên hình 9.5. Sự phụ thuộc này cho thấy trong khoảng $\lambda_\infty < 0.7 \dots 0.8$, giá trị hệ số θ có thể coi là hằng số. Còn trong khoảng $\lambda_\infty > 0.8$, giá trị θ tăng rất nhanh, phương pháp Serstjuk không phù hợp.

Quan hệ giữa tốc độ dòng của chất lưu nén và không nén được thể hiện qua biểu thức (9-48) đối với tốc độ không thứ nguyên khác nhau của một dòng lượn λ_∞ . Nếu xét trong cùng một điểm cho trước trên bề mặt vật bao quanh thì khi λ_∞ tăng, tốc độ của dòng nén so với dòng không nén tăng rất nhanh.

Bây giờ chúng ta xác định quan hệ giữa hệ số áp lực của dòng chất lưu nén và cả không nén.

Từ phương trình Bernoulli đối với chất lưu không nén

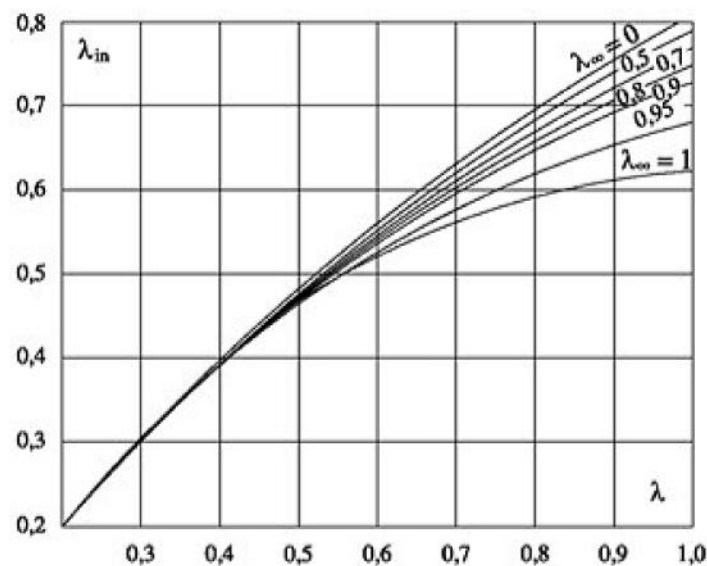
$$p_\infty + \rho \frac{c_\infty^2}{2} = p_{in} + \rho \frac{c_{in}^2}{2}$$

Chúng ta có thể diễn tả hệ số áp lực trong dạng

$$K_{p_a} = \frac{p_{in} - p_\infty}{\frac{\rho c_\infty^2}{2}} = \frac{2(p_{in} - p_\infty)}{\rho c_\infty^2} = 1 - \left(\frac{c_{in}}{c_\infty} \right)^2 = 1 - \left(\frac{\lambda_{in}}{\lambda_\infty} \right)^2 \quad (9.49)$$

Đối với chất lưu nén hệ số áp lực K_p có thể xác định theo biểu thức (9.22). Trong đó có thể thay thế λ và λ_∞ cho Ma_1 và Ma_∞ (xem bảng 1)

$$K_p = \frac{k+1}{k\lambda_\infty^2} \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_\infty^2 \right) \left[\left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_\infty^2} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right] \quad (9.50)$$



Hình 9.6. Sự phụ thuộc giữa tốc độ không thứ nguyên của dòng nén và dòng không nén theo phương pháp Serstjuk

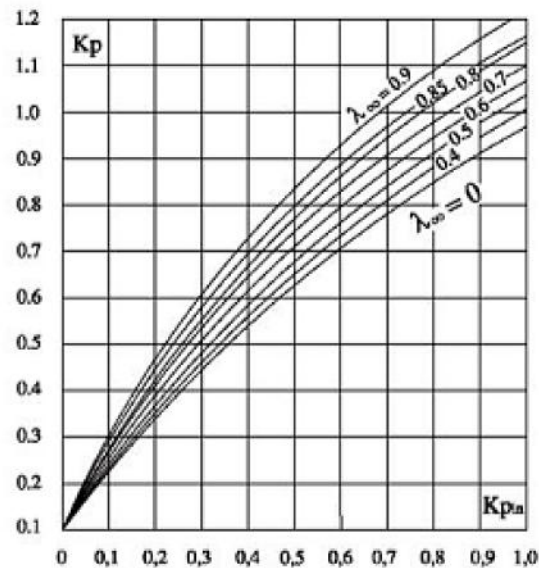
Từ các biểu thức xác định λ (9.48), [(9.49)], và K_p (9.50), ta xây dựng được quan hệ giữa hệ số áp lực của chất lưu nén và không nén K_p và $K_{p_{in}}$. Quan hệ này được xây dựng bằng đồ thị hình 9.7 và hình 9.8 cho cả giá trị hệ số áp lực dương và áp lực âm.

Đồ thị hình 9.7 thích hợp cho việc tính chuyển giá trị dương

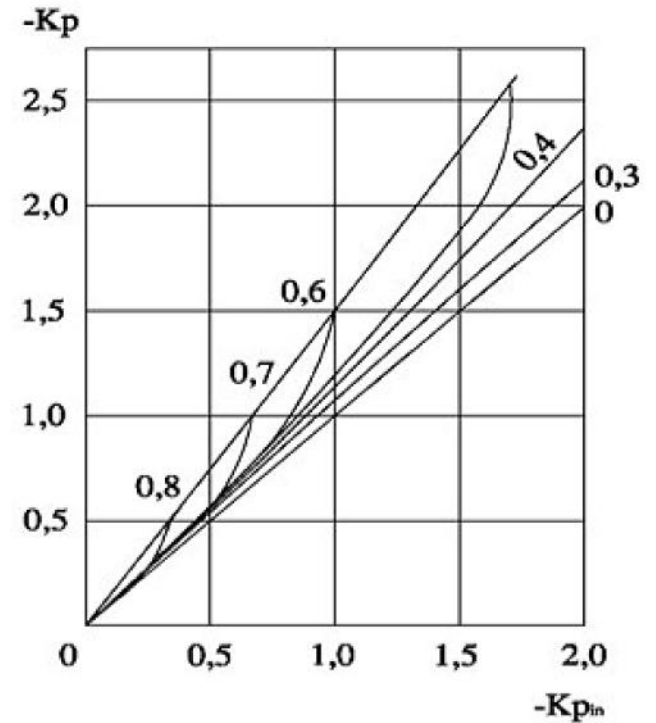
. Trong trường hợp này, áp suất trong điểm khảo sát trên bề mặt vật bao quanh lớn hơn áp suất trong dòng lượn.

Để tính giá trị âm của chúng ta sử dụng đồ thị hình 9.8.

Đường đứt quãng tạo nên giới hạn trên của đồ thị $K_p(K_{p_{in}})$, nó tương ứng với giá trị K_{cr} khi $\lambda = 1$. Nói cách khác, đường cong này xác định giá trị tới hạn của tốc độ không thứ nguyên dòng lượn $M_{a\infty} = M_{a*}$, phụ thuộc vào hay $K_{p_{in}}$. Và như vậy, nó cũng giới hạn cả vùng có giá trị sử dụng thích hợp $M_{a\infty} \subset M_{acr} = F(K_{p_{in}})$ đối với phương pháp Serstjuk.

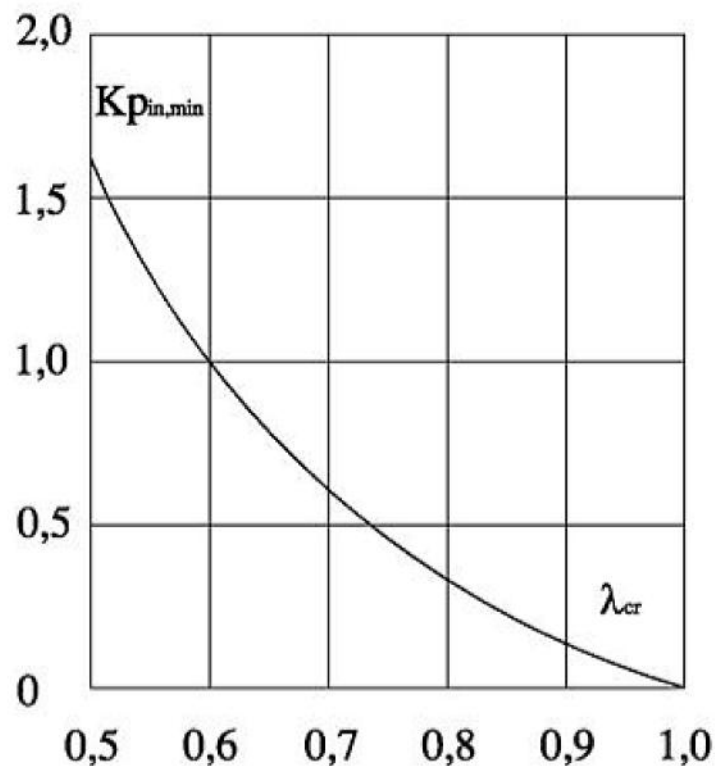


Hình 9.7. Sự phụ thuộc giữa hệ số áp lực dương trong chất lưu nén K_p và không nén $K_{p_{in}}$ ở các giá trị khác nhau λ_{∞}



Hình 9.8. Sự phụ thuộc giữa hệ số áp lực âm trong dòng chất lưu nén và không nén ở những giá trị λ_{∞} khác nhau

Từ các cơ sở trên, ta xây dựng đường cong xác định quan hệ giữa hệ số áp lực tối thiểu trên các điểm của bề mặt vật bao quanh bởi dòng không nén $K_{p_{in,min}}$ và tốc độ tới hạn λ_{cr} của dòng lượn.



Hình 9.9. Quan hệ giữa $K_{p_{in},min} = F(\lambda_{cr})$

Đường cong trên hình 9.9 xây dựng trong tọa độ $(K_{p_{in},min}, \lambda_{cr})$ tương ứng với đường cong giới hạn $\lambda = 1$ trên hình 9.8.

Biểu thức xác định các đường cong trên suy ra từ (9.49) và

(9.48)

$$K_{p_{in}} = 1 - \left(\frac{\lambda_{in}}{\lambda_{\infty}} \right)^2 = 1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\infty}} \right)^2 \left(\frac{\rho_{\infty}}{\rho} \right)^{2\theta} \quad (9.51a)$$

thay $\frac{\rho_{\infty}}{\rho}$ từ bảng 1 ta có

$$K_{p_{in}} = 1 - \left(\frac{\lambda_{in}}{\lambda_{\infty}} \right)^2 \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_{\infty}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2} \right)^{\frac{2\theta}{k-1}} \quad (9.51b)$$

Sau khi thay $\lambda = 1$ và $\lambda_{\infty} = \lambda_{cr}$, ta thu được

$$K_{p_{in},min} = 1 - \frac{1}{\lambda_{cr}^2} \left(\frac{\frac{2}{(k+1)}}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_{cr}^2} \right)^{\frac{2\theta}{k-1}} \quad (9.52)$$

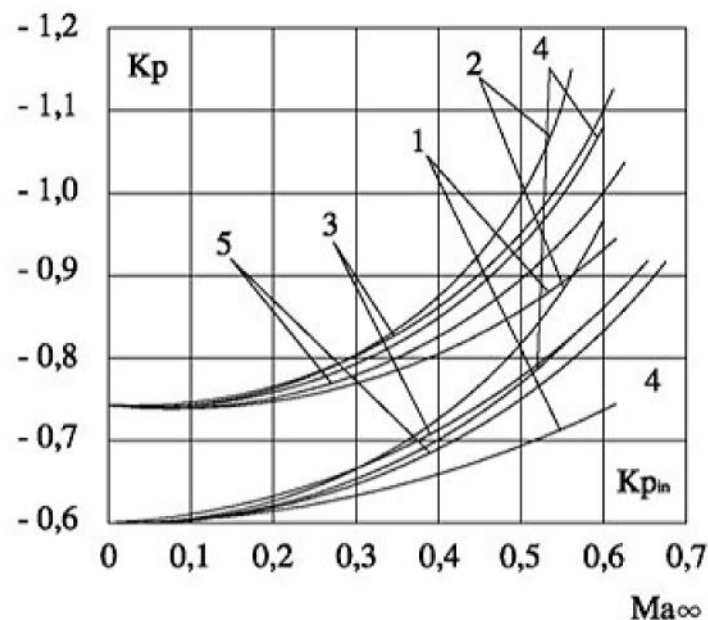
Để kết luận chúng ta đưa ra một số ý kiến bình giá sau đây:

– Nếu biết được phân bố áp suất trên bề mặt của vật bao quanh bởi dòng tốc độ thấp, ở đó có thể bỏ qua ảnh hưởng của độ nén (phân bố $\overline{p_{in}}$), thì sử dụng các đồ thị (hình 9.7, 9.8) chúng ta có thể dễ dàng xác định được sự phân bố áp suất của dòng dưới âm tốc độ cao. Lẽ dĩ nhiên, khi đó phải kể đến ảnh hưởng của độ nén. Như từ các đồ thị cho thấy, ảnh hưởng độ nén xuất hiện như sau: Ở trong vùng giá trị dương, hệ số áp lực của dòng nén lớn hơn của dòng không nén; còn trong vùng giá trị âm thì ngược lại, nó nhỏ hơn của dòng không nén. Từ đó suy ra rằng,

do tác động của độ nén mà giá trị tuyệt đối của hệ số áp lực tăng lên.

Mặt khác từ hình 9.3 ta cũng thấy rằng, vùng áp suất cực tiểu có dáng nhọn đều, diễn trình áp suất ở chung quanh mép vào (vùng hút, đỉnh hút) dốc rõ rệt.

Điều quan trọng hơn là khi tăng Ma thì khoảng cách giữa các đường cong diễn biến áp suất ở mặt trên và mặt dưới cũng tăng, làm cho diện tích vùng giới hạn giữa hai đường cong này tăng lên. Và hiển nhiên, lực đẩy cũng tăng.



Hình 9.10. So sánh kết quả tính toán và thực nghiệm hệ số áp

lực

1. Theo Prandtl; 2. Christiannovich; 3. Karman – Tsien; 4. Serstjuk; 5. Kết quả thực nghiệm

Tất cả các kết luận đưa ra của phương pháp Serstjuk đều phù hợp với kết quả thí nghiệm. Trên hình 9.10 cũng thể hiện kết quả thực nghiệm và tính toán giá trị K_p của những điểm ở mặt trên profile cánh đặt trong dòng dưới một góc hướng dòng nhỏ. Kết quả nêu trên là của profile cánh hơi dày và cong.

Để so sánh, trên hình 9.10 cũng vẽ các đường cong tính toán theo biểu thức (9.35) và theo biểu thức chính xác của Karman–Tsien

$$K_p = \frac{K_{pin}}{\sqrt{(1-M_{\infty}^2) + (K_{pin} M_{\infty}^2 / 2 [1 + \sqrt{1-M_{\infty}^2}])}} \quad (9.53)$$

Kết quả tính theo (9.48), (9.50), (9.53) khá phù hợp với giá trị thực nghiệm. Còn kết quả tính theo (9.35) thì ít phù hợp hơn.

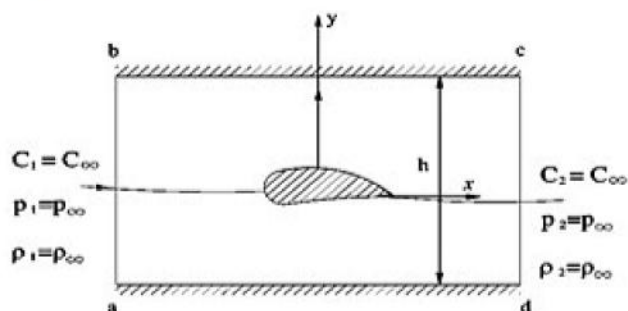
9.4. ĐỊNH LÝ JOUKOWSKI

Lý thuyết tác động lực của dòng chất lưu lý tưởng vào vật bao quanh được xây dựng trên cơ sở định lý Joukowski. Ông đã phát hiện ra nguồn gốc của lực xoáy tác động giữa dòng chất lưu và vật bao quanh và đã tìm ra được quan hệ đơn giản giữa lực xoáy và cường độ dòng tuần hoàn sinh ra trên bao quanh

vật.

Để chứng minh định lý Joukowski chúng ta sử dụng phép thảo trên hình 9.11.

Trong dòng phẳng chúng ta đặt một profile cánh giữa hai vách song song với chiều chuyển động. Hai bề mặt cách nhau một khoảng h .



Hình 9.11. Định lý N.E Joukowski

Hệ tọa độ được đặt sao cho hướng của trục x trùng với chiều vector tốc độ của dòng không nhiễu c_∞ .

Ở vô cùng, cách profile cánh, chúng ta vạch các tiết diện ab và cd vuông góc với chiều chuyển động của dòng.

Nếu giả thiết dòng bao quanh cánh không bị đứt và nếu sử dụng định lý thay đổi động lượng của khối lượng chất lưu chứa trong thể tích $abcd$, thì chúng ta có thể đi đến kết luận: lực chống lại chuyển động của dòng – gọi là trở lực đầu vào profile được xác định bằng biểu thức:

$$F_x = \int_{(h)} (p_1 - p_2) dy - \int_{(h)} \rho_1 c_1 (c_1 - c_2) dy \quad (9.54)$$

Nhưng do cả tốc độ và áp suất ở các tiết diện tương ứng ab và cd đều bằng nhau nên về mặt lý thuyết ta có:

$$F_x = 0$$

Kết quả trên do Euler là người đầu tiên đưa ra năm 1745. Sau đó bằng một phương pháp nghiên cứu độc lập khác, D'Alembert đã đưa ra một kết luận tổng quát hơn. Những kết quả này có vẻ nghịch lý, vì nó mâu thuẫn với kết quả thí nghiệm. Song cũng cần lưu ý rằng, kết quả này tương ứng với chất lưu không nhớt và đặt được giả thiết dòng bao quanh không bị đứt. Tuy nhiên, trong thực tế không thể hoàn toàn loại trừ được các ảnh hưởng này, mà nó luôn thể hiện ở những mức độ khác nhau.

Như vậy từ thực tiễn suy ra rằng, cần phải tạo được một hình dáng vật thể như thế nào đó để dạng bao quanh là liên tục và đều đặn, không bị đứt dòng, không nhiễu và ảnh hưởng độ nhớt là tối thiểu.

Đạt được profile như vậy chúng ta sẽ có trở lực là tối thiểu và hiệu quả năng lượng là cao nhất.

Như vậy ta đã xác định được thành phần thứ nhất của lực khí động – lực cản (trở lực) F_x . Bây giờ ta xác định thành phần thứ hai – đó là lực nâng (lực đẩy).

Lực nâng F_y vuông góc với vector tốc độ c_∞ . Ta ký hiệu p_d là áp suất bề mặt dưới của profile, p_u là áp suất ở mặt trên của nó, chúng ta sẽ có phương trình cân bằng lực theo chiều trục y

$$-F_y + \int_{-\infty}^{+\infty} (p_d - p_u) dx = 0 \quad (9.55)$$

Trong phương trình trên không xuất hiện thành phần động lượng, vì thành phần tốc độ vào trục y ở các bề mặt phân cách bằng không. Như vậy ta có

$$F_y = \int_{-\infty}^{+\infty} (p_d - p_u) dx \quad (9.56)$$

Nếu liên tục tăng khoảng cách h , thì trong trường hợp giới hạn ($h \rightarrow \infty$), chúng ta sẽ nhận được kết quả như với dòng bao quanh tự do (không có vách ngăn cách). Vì hai vách quá xa vật bao quanh, nên có thể coi dòng ở vách hầu như bị nhiễu rất ít.

Như đã biết tốc độ có thể diễn tả theo biểu thức (xem thêm (9.40))

$$c_d = c_\infty + c'_d \quad (9.57)$$

$$c_u = c_\infty + c'_u$$

ở đây c'_d và c'_u là gia số tốc độ bé ở mặt vách ngăn cách gây nên do vật bao quanh.

Sử dụng phương trình Bernoulli (3.110) ở phần 3.5, chúng ta xác định được quan hệ giữa áp suất ở một điểm bất kỳ của

dòng nhiễu và áp suất của dòng ở vô cực

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_\infty}{\rho_\infty} + \frac{1}{2}(c_\infty^2 - c^2) \quad (9.58)$$

Theo (9.57), một cách tổng quát có thể thay

$$c = c_\infty + c'$$

vào phương trình (9.58). Bỏ qua giá trị nhỏ c' , ta được

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_\infty}{\rho_\infty} - \frac{1}{2}c_\infty c'.$$

Chia cả hai vế của phương trình trên với $\frac{p}{\rho_\infty}$, sử dụng các biểu

thức $\frac{p}{\rho^\kappa} = \frac{p_\infty}{\rho_\infty^\kappa}$; $\frac{p_\infty}{\rho_\infty} = \frac{a_\infty^2}{k}$; phân tích $\frac{p_\infty}{\rho}$ ra chuỗi, bỏ qua các giá trị nhỏ bậc cao, ta được biểu thức gần đúng

$$\frac{p}{p_\infty} \approx 1 - kM_\infty^2 \frac{c'}{c_\infty} \quad (9.59)$$

$$\text{hay } p = p_\infty - \rho_\infty c_\infty c' \quad (9.60)$$

Phương trình (9.59) cũng như (9.60) thỏa mãn cho dòng đã tuyến tính hóa. Nó được gọi là phương trình Bernoulli tuyến tính hóa. Phương trình (9.60) có thể viết cho các điểm mặt dưới và mặt trên của profile cánh.

$$\text{- Mặt dưới } p_d = p_\infty - \rho_\infty c_\infty c'_d \quad (9.61)$$

$$\text{- Mặt trên } p_u = p_\infty - \rho_\infty c_\infty c'_u \quad (9.62)$$

Thay p_d và p_u vào phương trình (9.56) ta được

$$F_y = \rho_\infty c_\infty \int_{-\infty}^{+\infty} (c'_u - c'_d) dx \quad (9.63)$$

Đến đây chúng ta dễ dàng nhận ra rằng, tích phân

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (c'_u - c'_d) dx$$

có thể diễn tả nhờ lưu số tốc độ theo một đường khép kín abcd (hình 9.11). Chúng ta chứng minh luận điểm này

$$\Gamma_{abcd} = \Gamma_{ab} + \Gamma_{bc} + \Gamma_{cd} + \Gamma_{da} \quad (9.64)$$

Xác định từng giá trị lưu số

$$\Gamma_{bc} = \int_{-\infty}^{+\infty} (c_\infty + c'_u) dx$$

$$\Gamma_{cd} = - \int_{-\infty}^{+\infty} (c_\infty + c'_d) dx$$

$$\Gamma_{ab} = -\Gamma_{da}$$

Thay các giá trị trên vào (9.64), ta được

$$\Gamma = \Gamma_{abcd} = \int_{-\infty}^{+\infty} (c'_u - c'_d) dx \quad (9.65)$$

Như vậy

$$F_y = \rho_\infty c_\infty \Gamma \quad (9.66)$$

Biểu thức (9.66) mô tả định lý Joukowski; đó là định đề cơ bản nhất của khí động lực học.

Định lý Joukowski có thể phát biểu như sau: Khi một vật (profile cánh chẳng hạn) được bao quanh bằng một dòng phẳng song song không hạn chế (hoàn toàn tự do) của chất lưu lý tưởng không nén, thì nó bị tác động một lực đẩy bằng tích của lưu số tốc độ Γ , tốc độ c_∞ và khối lượng riêng ρ_∞ của dòng không nhiễu. Hướng của lực này vuông góc với hướng của tốc độ dòng không nhiễu c_∞ .

Trong đó, như kết luận suy ra, nếu coi lưu số tính bằng tích phân theo chiều kim đồng hồ là dương, thì F_y cũng có giá trị dương.

Lực nâng F_y gọi là lực Joukowski.

Các giá trị lưu số được tính theo các biểu thức đã giới thiệu ở các phần 2.2.10; 8.2.2.5; 8.4.1 .

9.5. DÒNG THỂ LƯỢNG PHẪNG DƯỚI ÂM QUA KÊNH CONG

Để khảo sát dòng phẳng hay dòng theo một kênh cong đối xứng qua trục, ta chọn khoảng cách trên các đường dòng S và trên các đường đẳng thế n làm biến số không phụ thuộc (hình 9.12).

Ta thiết lập phương trình liên tục và sử dụng điều kiện thể lượng $\omega_x = \omega_y = \omega_\infty$ trong hệ tọa độ mới.

Tách một thể tích phân tố trong mặt phẳng được giới hạn bằng các đoạn đường dòng ΔS , $\Delta S'$ và các đoạn đẳng thế Δn , $\Delta n'$.

Trước hết ta viết phương trình liên tục

$$\rho r \Delta n c = \text{const} \quad (9.67)$$

hay viết dưới dạng vi phân

$$\frac{\partial}{\partial S}(\rho r \Delta n c) = \text{const} \quad (9.68)$$

hoặc logarit hóa (9.67) sau đó đạo hàm theo S

$$\frac{\partial \ln(\rho r c)}{\partial S} + \frac{1}{\Delta n} \frac{\partial \Delta n}{\partial S} = 0 \quad (9.69)$$

ở đây r ký hiệu khoảng cách của trọng tâm tiết diện Δn đến trục đối xứng (hình 9.12).

Ta ký hiệu γ là góc nghiêng của đường dòng. Sự thay đổi phân tố góc sẽ là

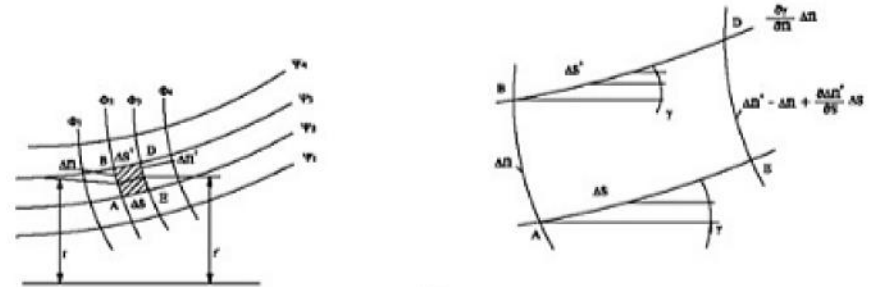
$$\frac{\partial \Delta n}{\partial S} = \frac{\partial l}{\partial n} \Delta n$$

Phương trình liên tục có thể chuyển thành dạng

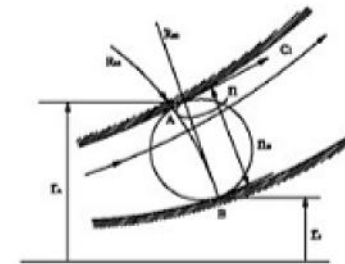
$$\frac{\partial \ln(\rho r c)}{\partial S} + \frac{\partial l}{\partial n} = 0 \quad (9.70)$$

Điều kiện thể lượng xác định bằng biểu thức

$$\frac{\partial}{\partial n}(c \Delta S) = 0 \quad (9.71)$$



a)



b)

Hình 9.12. Xây dựng phương trình chuyển động trong một kênh cong

Sau khi đạo hàm chúng ta có

$$\frac{\partial \ln c}{\partial n} + \frac{1}{\Delta S} \frac{\partial \Delta S}{\partial n} = 0 \quad (9.72a)$$

Xét hình 9.12a theo kích thước sai phân, ta có thể viết

$$\frac{\partial \Delta S}{\partial n} = -\frac{\partial \gamma}{\partial S} = 0 \quad (9.72b)$$

Cuối cùng điều kiện thể lượng có dạng

$$\frac{\partial \ln c}{\partial n} - \frac{\partial \gamma}{\partial S} = 0 \quad (9.73)$$

Phương trình (9.70) và (9.73) thỏa mãn cho dòng nén qua một kênh cong đối xứng qua trục.

Đối với dòng phẳng, các phương trình này được đơn giản và chuyển thành dạng (không còn ảnh hưởng độ cong của kênh)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln(\rho c)}{\partial S} + \frac{d\gamma}{dn} &= 0 \\ \frac{\partial \ln c}{\partial n} - \frac{\partial \gamma}{\partial S} &= 0 \end{aligned} \quad (9.74)$$

Thiết lập được hệ phương trình trên bằng những phương pháp đơn giản nhất chúng ta có thể tính toán được dòng phẳng hay dòng qua một kênh cong đối xứng qua trục.

Để giải bài toán trên, trước hết phải tìm được phân bố tốc độ theo các đường đẳng thế trong kênh. Hình dáng của đường đẳng thế rất phức tạp, nên chúng ta xác định bằng phương pháp gần đúng. Ta vẽ nội tiếp trong kênh đường tròn tiếp xúc với hai mặt kênh ở các điểm A và B. Ở các tiếp điểm ta vẽ các cung tròn vuông góc với các kênh. Cung này có dạng gần giống đường đẳng thế.

Phương pháp xác định vệt thể lượng vừa nêu chỉ đúng trong

trường hợp các vệt này có độ cong nhỏ.

Phương trình liên tục (9.72a) và (9.72b) đặc trưng cho sự thay đổi độ nghiêng của vector tốc độ trong tiết diện thẳng đứng của kênh và phương trình dòng không xoáy (thể lượng) cho phép xác định điều kiện phù hợp với diễn biến tốc độ theo đường dòng bất kỳ, tức là cả trên vách kênh

$$\frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial n} = \frac{\partial \gamma}{\partial S} = K$$

Để có thể xác định được phân bố tốc độ theo $\Phi = \text{const}$, chúng ta sử dụng phương trình (9.73) và đặt

$$\frac{\partial \gamma}{\partial S} = -\frac{1}{R_s}$$

ở đây $\frac{1}{R_s}$ - ký hiệu độ cong của đường dòng.

Biểu thức (9.73) viết dưới dạng

$$\frac{\partial c}{\partial n} = -\frac{c}{R_s} \quad (9.75)$$

Nhân cả hai vế của phương trình với $(R_{si} + n + Kn^2)$ và sau đó cùng cộng thêm vào mỗi vế $c \left(\frac{\partial}{\partial n} \right) (R_{si} + n + Kn^2)$.

Sau khi đơn giản ta có

$$\frac{\partial}{\partial n} \left[c(R_{s1} + n + Kn^2) \right] = -c \left(\frac{R_{s1} + n + Kn^2}{R_{s1}} - 1 - 2Kn \right) \quad (9.76)$$

$$R_{s1} = \text{const}; \quad \frac{\partial R_{s1}}{\partial n} = 0$$

Vế trái của biểu thức trên sẽ bằng không khi $n = 0$.

Hằng số K có thể chọn để đạo hàm

$$\frac{\partial}{\partial n} \left[c(R_{s1} + n + Kn^2) \right] \quad (9.77)$$

cũng bằng không, khi $R_{s1} = R_{s2}$ (hình 9.12b). Trong những trường hợp như vậy, giá trị của đạo hàm (9.77) gần bằng không trong tất cả các điểm của đường đẳng thế $\phi = \text{const}$. Điều kiện này phản ánh một thực tế, là sự thay đổi tốc độ khi $\phi = \text{const}$ tuân theo quy luật sau:

$$c(R_{s1} + n + Kn^2) = \text{const}$$

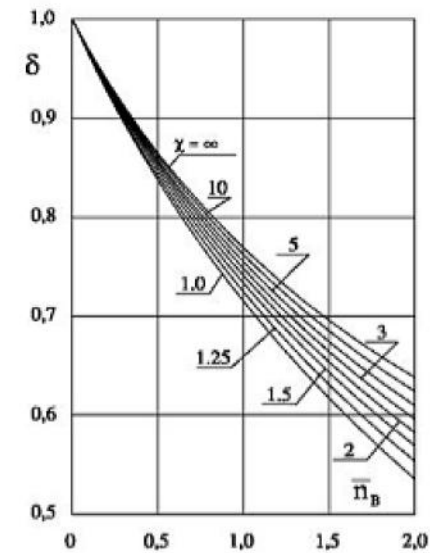
tức là

$$\frac{c}{c_1} = \frac{1}{1 + \bar{n} - K_1 \bar{n}^2} \quad (9.78)$$

$$K_1 = \frac{\kappa - 1}{2R_{s2} - \bar{n}_1}, \quad \bar{n} = \frac{n}{R_{s1}}$$

ở đây

$$\bar{R}_{s2} = \frac{R_{s2}}{R_{s1}}; \quad \kappa = \frac{\bar{R}_{s2} - 1}{\bar{n}_B}$$



Hình 9.13. Diễn tả bằng đồ thị sự phụ thuộc δ vào cùng n_B và χ

Diễn biến tốc độ theo biểu thức (9.78) thỏa mãn cho cả dòng chất lưu nén.

Trong dòng tốc độ thấp ($Ma < 0,4$), có thể bỏ qua ảnh hưởng nén, nên lưu lượng thể tích toàn bộ trong một kênh phẳng có thể xác định bằng biểu thức

$$Q = \int_0^{n_2} c \cdot dn \quad (9.79)$$

Thay biểu thức (9.78) vào phương trình trên, sau khi tích phân ta được

$$\delta = \frac{Q}{c_1 n_B} = \frac{c_2}{c_1} = \frac{1}{n_B} \frac{1}{\sqrt{1+4K_1}} \ln \frac{1 - \frac{2K_1 n_B}{1 + \sqrt{1+4K_1}}}{1 - \frac{2K_1 n_B}{1 + \sqrt{1+4K_1}}} \quad (9.80)$$

ở đây c_x là tốc độ trung bình trong kênh, c_1 là tốc độ trung bình ở vách lồi.

Để dễ dàng tính toán ta xây dựng đồ thị hình 9.13 diễn tả quan hệ $\delta = f(\overline{n_B}, x)$ theo (9.80).

Đối với kênh đối xứng qua trục, lưu lượng thể tích toàn bộ của chất lưu xác định bằng biểu thức

$$Q = 2\pi \int_0^{n_B} R_S c_n dn \quad (9.81)$$

Để có thể giải bài toán trên dễ dàng, chúng ta chấp nhận một cách gần đúng quan hệ tuyến tính giữa R_S và n

$$R_S \approx R_{S1} + \frac{n}{n_B} (R_{S2} - R_{S1})$$

Một cách tương tự, nếu coi vách lồi và vách lõm có cùng độ cong thì từ (9.80) ta có

$$\delta_c = \frac{Q}{2\pi R_{S1} n_B c} = \delta - K_2 Z \quad (9.82)$$

$$K_2 = 1 - \frac{R_{S2}}{R_{S1}} \quad Z = \frac{1}{2K_1 n_B} \left(\delta - \frac{1}{n_B} \ln \frac{c_1}{c_2} \right)$$

Bài toán về dòng chảy trong một kênh đối xứng qua trục có

thể đơn giản hơn rất nhiều nếu sử dụng đồ thị hình 9.14.

Những biểu thức đã đưa ra (9.80) và (9.82) thỏa mãn cho dòng chảy có số Mach thấp (dòng không nén). Tuy nhiên quy luật phân bố tốc độ theo (9.78) cũng có thể sử dụng được cho dòng nén nếu viết dưới dạng

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{1}{1 + \overline{n} - K_1 \overline{n}^2} \quad (9.83)$$

Ảnh hưởng nhỏ của độ nén đến phân bố tốc độ trong mặt cắt ngang qua kênh có thể lý giải như sau: Khi sử dụng phương trình cơ bản của chuyển động thể lượng để đưa ra biểu thức (9.78), chúng ta đã không kể đến ảnh hưởng của khối lượng riêng. Tốc độ dọc kênh càng lớn thì sự thay đổi độ cong của đường dòng và quy luật phân bố tốc độ trong mặt cắt ngang qua kênh càng rõ nét.

Khi kể đến ảnh hưởng của độ nén, chúng ta cũng có thể giải bài toán dòng chảy qua kênh đối với một khoảng rộng tốc độ dưới âm ($Ma < Ma_{cr}$) nếu sử dụng khái niệm khối lượng riêng trung bình tương ứng với tiết diện cho trước. Trên cơ sở phương pháp chấn động nhỏ, A.N Serstjuk đã chứng minh được rằng, giữa mật độ dòng không thứ nguyên trung bình q_s

$$q_s = \frac{G_t}{G_{cr}} \quad (9.84)$$

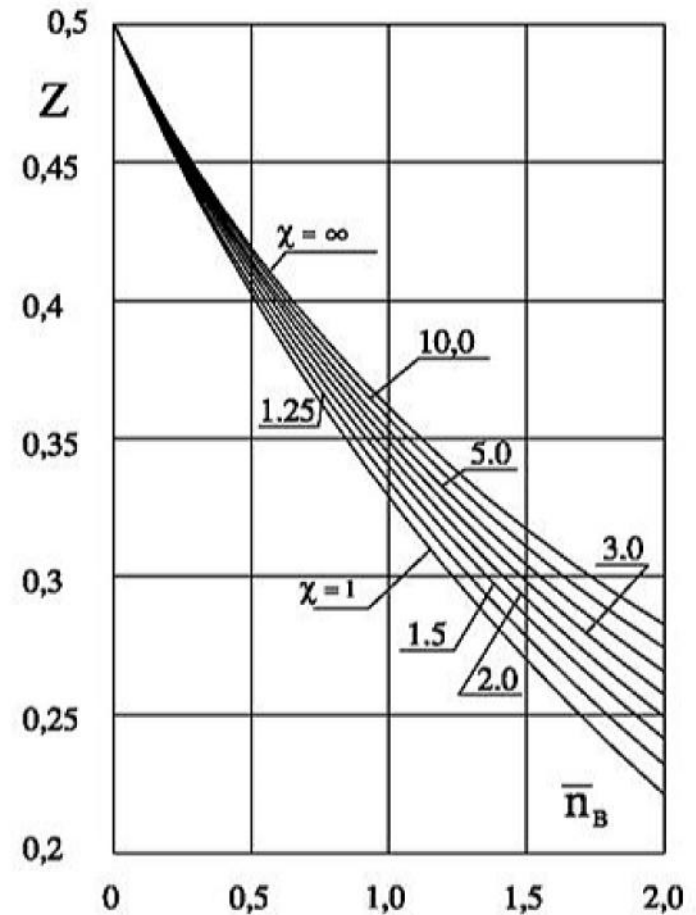
(ở đây G_t ký hiệu lưu lượng trọng lượng toàn bộ của chất

khí và G_{cr} là lưu lượng trọng lượng tới hạn của nó qua một tiết diện cho trước), tốc độ không thứ nguyên trung bình λ_s và khối lượng riêng trung bình ρ_s thỏa mãn biểu thức

$$q_s = \frac{\rho_s}{\rho_{cr}} \lambda_s \quad (9.85)$$

ở đây ρ_s , λ_s là khối lượng riêng trung bình và tốc độ không thứ nguyên trung bình trong tiết diện khảo sát.

Khối lượng riêng trung bình $\rho_s = q_s \rho_{cr} \left(\frac{1}{\lambda_s} \right)$ có thể dễ dàng xác định qua sự phụ thuộc vào q từ bảng hàm số khí động lực. Và như vậy, tốc độ có kể đến ảnh hưởng nén có thể tính theo biểu thức đơn giản $\lambda/\lambda_s = c/c_s$, trong đó c_s và c là tốc độ tính toán không kể đến ảnh hưởng nén.



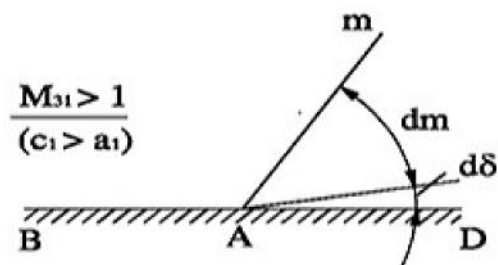
Hình 9.14 Quan hệ phụ thuộc Z vào $\bar{n}_B$ và χ

Phương pháp đã nêu thích hợp cho việc tính toán dòng chảy qua các kênh có hình dạng khác nhau; ví dụ, các kênh được tạo bởi mạng cánh quạt các máy năng lượng có cánh,...

9.6. DÒNG THỂ LƯỢNG PHẪNG VƯỢT ÂM

Ở trên chúng ta đã nghiên cứu dòng thể lượng phẳng có tốc độ nhỏ hơn tốc độ âm thanh. Phần này chúng ta chuyển sang khảo sát những tính chất cơ bản của dòng phẳng có tốc độ vượt tốc độ âm thanh.

Ta nghiên cứu một trường hợp đơn giản nhất – dòng ổn định, cân bằng, có tốc độ vượt âm không đổi dọc theo vách BA (hình 9.15).



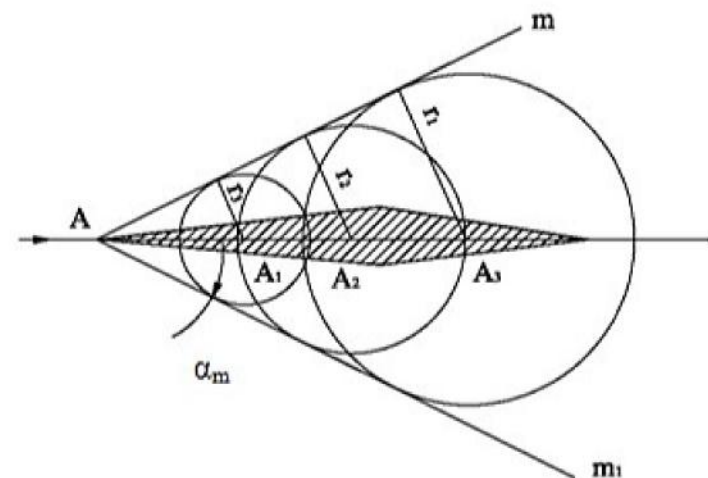
Hình 9.15. Dòng vượt âm bao quanh ngoài góc tù

Để đơn giản chúng ta giả thiết rằng dọc theo vách BA tốc độ dòng không thay đổi. Tại điểm A dòng bị chấn động (nhiều) do vách lệch đi một góc nhỏ. Bởi vì góc nhỏ, nên cũng có thể coi chấn động ở điểm A gây nên do thay đổi thông số dòng (áp suất và nhiệt độ giảm, tốc độ tăng) cũng nhỏ.

Ở đây chúng ta cũng hiểu rằng, trong dòng vượt âm, chấn động chỉ lan truyền theo chiều chuyển động của dòng, bởi vì tốc

độ chuyển động của phần tử khí lớn hơn tốc độ lan truyền của chấn động nhỏ ($c_1 \ll a_1$). Do đó chấn động sinh ra ở điểm A bị cuốn theo dòng và hình thành đường phân giới A_m chia không gian thành hai vùng riêng biệt. Bên trái đường A_m là vùng không bị chấn động do vách bị nghiêng ở điểm A. Bởi vì đang khảo sát trường hợp sóng chấn động nhỏ, nên đường thẳng A_m còn gọi là đường phân giới của sóng chấn động âm thanh, đường đặc tính hay đường Mach.

Cơ chế lan truyền sóng chấn động nhỏ có thể phân tích một cách chi tiết qua trường hợp dòng phẳng vượt âm không giới hạn sau đây (hình 9.16).



Hình 9.16. Dòng vượt âm bao quanh một profile phẳng hình nêm hai đầu

Ta đặt một profile rất mỏng (có hình nêm hai đầu) và dài vô tận trong trường dòng vượt âm. Đầu vào nhọn của nó chính là nguồn gây nên chấn động nhỏ với tốc độ lan truyền của sóng âm là a_1 . Còn dòng chảy qua vật với tốc độ $c_1 > a_1$.

Sóng chấn động là một hình cầu vô tận có bán kính $a_1 \Delta t$; ở đây Δt là khoảng thời gian tính từ thời điểm xuất hiện sóng trong điểm A. Cũng trong cùng thời gian ấy phần tử chất lưu của dòng đi được một quãng đường $c_1 \Delta t$. Và như vậy tâm của sóng dịch chuyển từ điểm A đến điểm A_1 . Nếu bao quanh vật là một dòng liên tục thì ở điểm A sẽ lần lượt xuất hiện vô số sóng chuyển động theo dòng. Và với tốc độ dòng $c_1 > a_1$ thì các sóng xuất hiện muộn hơn sẽ đi sau sóng xuất hiện trước và có bán kính lan truyền nhỏ hơn. Kết quả tạo ra được một tập hợp các sóng có cùng hai tiếp tuyến xuất phát tại A (xem thêm phần 3.4.2).

Có thể kiểm chứng điều này dễ dàng nếu ta thiết lập quan hệ giữa bán kính sóng và độ dịch chuyển tâm của nó

$$\frac{r_2}{AA_1} = \frac{r_1}{AA_2} = \dots = \frac{a_1 \Delta t}{c_1 \Delta t} = \frac{1}{Ma} = \sin \alpha_m \quad (9.86)$$

ở đây α_m là góc khấp giữa tiếp tuyến và hướng của vector tốc độ c_1 ; góc α_m gọi là góc chấn động.

Sự hình thành các đường A_m, A_{m1} có thể coi là hệ quả của

sự xuất hiện liên tục chấn động âm thanh nhỏ của dòng.

Như vậy, không gian chuyển động của dòng lúc này chia thành hai vùng: vùng không bị chấn động - ở ngoài hình nón mA_{m1} và vùng bị chấn động bên trong hình nón (hình 9.16).

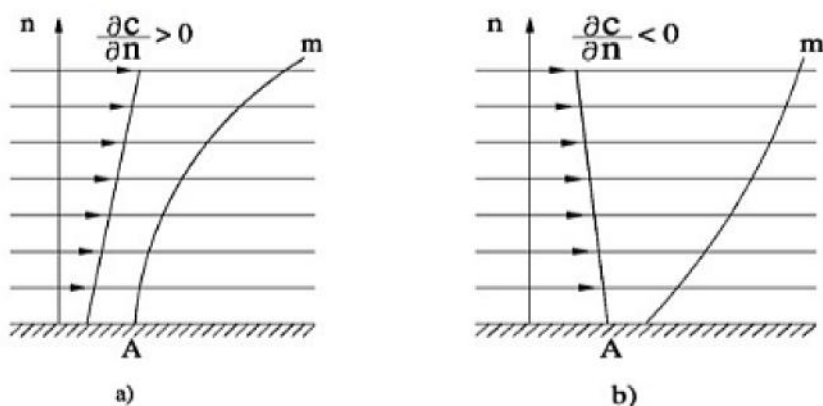
Khi phần tử của chất lưu (chất khí) đi qua vùng có sóng chấn động thì tất cả các thông số của nó đều thay đổi: áp suất, khối lượng riêng (mật độ), nhiệt độ và tốc độ. Tuy nhiên, tùy thuộc vào cường độ chấn động mà các thông số trên có thể thay đổi ít hay nhiều. Trường hợp khảo sát sóng có chấn động bé, những thay đổi trên sẽ rất nhỏ; trong vùng chấn động có thể bỏ qua độ nén dòng. Tăng áp suất một lượng nhỏ dp tương ứng với độ giảm tốc độ dc . Các sóng A_m và A_{m1} gọi là sóng va đập phân tổ.

Trong trường hợp đi qua sóng phân tổ mà dòng bị giảm áp suất thì ta gọi là giãn nở phân tổ. Trường hợp này xảy ra như hình 9.15, giãn nở nhỏ sinh ra khi dòng vượt âm bao quanh một góc tù.

Khi phân tích dòng bao quanh một profile hình nêm mỏng chúng ta có thể đi đến kết luận: trong dòng vượt âm sẽ sinh ra hai hệ thống sóng phân tổ khấp với hướng vector tốc độ một góc là $\pm \alpha_m$ (hình 9.16)

$$\alpha_m = \pm \arcsin \frac{1}{Ma} \quad (9.87)$$

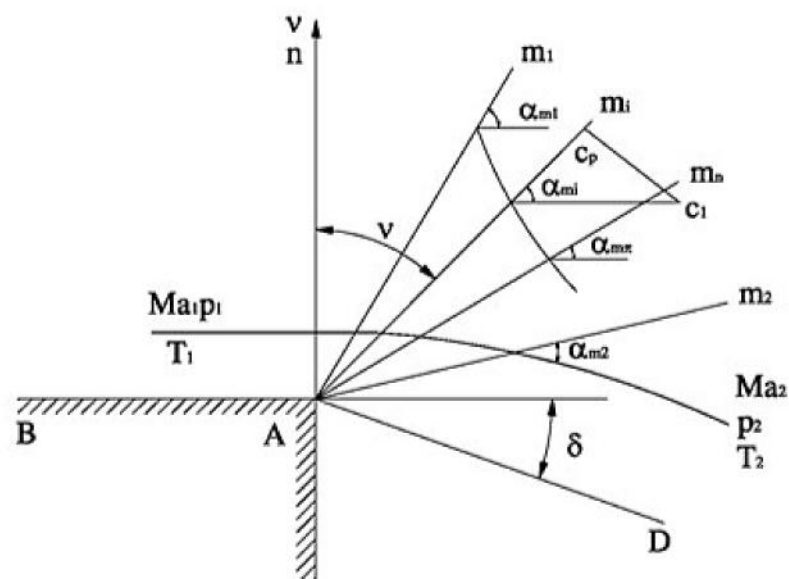
Từ biểu thức trên suy ra rằng, khi tăng tốc dòng vượt âm, góc chấn động α_m sẽ nhỏ đi, ngược lại khi giảm tốc độ, góc α_m sẽ tăng lên. Từ đó, có thể tiếp tục suy ra điều kiện biến dạng của sóng phân tổ: nếu theo hướng cắt ngang dòng mà độ lớn tốc độ thay đổi thì sóng phân tổ sẽ bị cong đi. Phân biệt hai trường hợp trên hình 9.17: nếu tăng tốc dòng theo hướng vuông góc với đường dòng thì theo chiều chuyển động sóng phân tổ sẽ cong xuống (hình 9.17a); còn ngược lại, khi giảm tốc độ, sóng phân tổ sẽ cong lên (hình 9.17b). Dĩ nhiên, trong những trường hợp quy luật phân bố tốc độ phức tạp thì sóng phân tổ cũng có hình dáng phức tạp hơn.



Hình 9.17. Sự biến dạng sóng phân tổ

Ở đây chúng ta nghiên cứu một trường hợp đơn giản, dòng chấn động trên âm có các thông số thay đổi đều đặn không đột biến (hình 9.18).

Giả sử toàn bộ không gian được phân chia thành hai vùng có áp suất khác nhau: $p_2 < p_1$; Dòng chất lưu tốc độ vượt âm chảy theo vách BA. Và như vậy, sau điểm A dòng rơi vào vùng áp suất thấp, do đó tạo thành sóng giãn nở phân tổ. Dòng bị lệch đi một góc so với vách BA. Chấn động ở điểm A lan truyền trong dòng vượt âm và tạo thành vô số sóng giãn nở phân tổ tương ứng các đường $Am_1, Am_2, \dots, Am_i$ và kết quả tạo thành một vùng gọi là giãn nở ổn định m_1Am_2 . Sóng chấn động bắt đầu hình thành tạo nên đường Am_1 và kết thúc trên đường Am_2 .



Hình 9.18. Dòng giãn nở vượt âm bao quanh một góc

Góc chấn động ở các đường viền Am_1 và Am_2 có thể xác định

$$\alpha_{m1} = \arcsin \frac{1}{Ma_1}$$

Trong vùng chấn động, góc của chúng thay đổi theo quy luật giảm dần

$$\alpha_{m1} > \alpha_{mi} > \alpha_{mn}$$

Chúng ta khảo sát vùng chấn động nằm giữa Am_1 và Am_2 . Bước chuyển hóa bắt đầu xảy ra trên đường phân giới Am_1 , qua các bước thay đổi vô cùng nhỏ ΔMa và Δp để cuối cùng đạt các thông số của dòng chấn động Ma_2 và p_2 . Trong vùng m_1Am_2 hình thành vô số các đường chấn động và chúng tạo thành vùng giãn nở ổn định với cường độ hữu hạn. Cường độ m_1Am_2 thay đổi phụ thuộc vào sự thay đổi áp suất p_2 . Nếu thông số của dòng không bị chấn động (không bị nhiễu) không thay đổi, thì đường chấn động Am_1 giữ nguyên vị trí ban đầu, còn đường Am_2 sẽ dịch chuyển phụ thuộc vào sự thay đổi p_2 .

Khi áp suất p_2 tăng, thì đường chấn động Am_2 sẽ dịch chuyển về phía Am_1 . Nếu $p_2 = p_1$ thì hai đường trùng nhau, $Am_2 = Am_1$.

Bây giờ chúng ta xác định sự phụ thuộc giữa các thông số dòng vào quá trình giãn nở. Chúng ta sử dụng các phương trình cơ bản của dòng phẳng đẳng entropy – phương trình Euler. Do các thông số của dòng dọc theo các đường chấn động không thay đổi nên chúng ta sử dụng hệ phương trình trong tọa độ trụ.

Đối với dòng phẳng, ổn định của chất khí, ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned} c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} + \frac{c_a}{r} \frac{\partial c_a}{\partial \vartheta} - \frac{c_a}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} + \frac{c_a}{r} \frac{\partial c_a}{\partial \vartheta} - \frac{c_r c_a}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{r \partial \vartheta} \\ \frac{\partial(\rho c_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho c_a)}{\partial \vartheta} &= 0 \end{aligned} \quad (9.88)$$

Ta khảo sát một trường hợp đơn giản với giả thiết:

- Trường tốc độ của dòng không bị nhiễu trước khi giãn nở là đồng đều.
- Các đường chấn động tạo thành vùng giãn nở là các đường thẳng.

Như vậy chúng ta có thể coi thông số của dòng ở một bán kính bất kỳ nào đó trong miền giãn nở cũng đều là hằng số. Điều kiện này có thể diễn tả bằng toán học như sau:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial c}{\partial r} = \frac{\partial \rho}{\partial r} = 0 \quad (9.89)$$

Sử dụng các điều kiện trên, phương trình (9.88) có thể đơn

giãn và chuyển sang dạng vi phân toàn phần

$$c_a = \frac{dc_r}{d\vartheta} \quad (9.90a)$$

$$c_a \left(c_r + \frac{dc_a}{d\vartheta} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\vartheta} \quad (9.90b)$$

$$\rho \left(c_r + \frac{dc_a}{d\vartheta} \right) + c_a \frac{dp}{d\vartheta} = 0 \quad (9.90c)$$

Phương trình (9.90b) diễn tả trong tọa độ cực điều kiện dòng thế lượng.

Từ đó, có thể suy ra rằng, khi chảy bao quanh đỉnh góc A, dòng vẫn giữ nguyên là thế lượng và không xoáy. Và entropy của dòng qua sóng phân tử giãn nở cũng không hề thay đổi.

Mặt khác nếu kết hợp hai phương trình (9.90a) và (9.90b) chúng ta có thể xác định thêm một tính chất quan trọng nữa của dòng vượt âm. Thay vào phương trình (9.90a) đạo hàm của khối lượng riêng

$$\frac{dp}{d\vartheta} = \left(\frac{dp}{dc_r} \right) \frac{dc_r}{d\vartheta} = \frac{1}{a^2} \frac{dp}{d\vartheta}$$

Sau đó chúng ta rút đạo hàm dp/dc_r từ các phương trình (9.90a) và (9.90b), chúng ta sẽ được

$$c_a = a$$

Biểu thức này cho thấy rằng, độ nghiêng của dòng trong miền giãn nở phải đạt giá trị để thành phần tốc độ vuông góc

với vector tọa độ của nó bằng tốc độ âm thanh trong điểm cho trước.

Kết luận trên có thể tìm thấy bằng cách phân tích sơ đồ truyền chấn động nhỏ trong dòng vượt âm (hình 9.18).

Từ những kết luận trên suy ra rằng, nếu giả thiết thông số dòng theo bán kính là hằng số, thì chúng ta có thể coi quá trình giãn nở với cường độ hữu hạn như hệ quả của quá trình lan truyền chấn động trong một hệ có vô số sóng giãn nở phân tử.

Để xác định sự thay đổi tốc độ và áp suất theo các đường dòng qua vùng giãn nở chúng ta xuất phát từ phương trình năng lượng (3.56) trong dạng

$$a^2 = \frac{k+1}{2} a_\infty^2 - \frac{k-1}{2} c^2 \quad (9.91)$$

Mặt khác ta có thể thay

$$c^2 = c_r^2 + c_a^2; c_a = a$$

nên phương trình (9.91) có thể viết dưới dạng sau:

$$\frac{k+1}{2} c_a^2 = \frac{k+1}{2} a_\infty^2 - \frac{k-1}{2} c_r^2 \quad (9.92)$$

Thay vào phương trình trên giá trị $c_a = \frac{dc_r}{d\vartheta}$ chúng ta có phương trình vi phân xác định thành phần tốc độ theo hướng kính

$$\frac{dc_r}{\sqrt{\left[\frac{(k+1)}{(k-1)} a_\infty^2 - c_r^2 \right]}} = \sqrt{\left(\frac{k-1}{k+1} \right)} d\vartheta \quad (9.93)$$

Sau khi phân tích ta được

$$\arcsin i \frac{c_r}{a_{cr}} = i(\vartheta + K) \quad (9.94a)$$

ở đây

$$i = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \quad (9.94b)$$

Hằng số tích phân K xác định từ điều kiện biên. Chúng ta giả thiết rằng, khi $\vartheta = 0$, thành phần tốc độ hướng kính $c_r = 0$. Điều đó có nghĩa là chúng ta đang khảo sát dòng không bị chấn động có tốc độ bằng tốc độ âm thanh ($\lambda_1 = 1$). Từ đó suy ra $K = 0$.

Kết quả là

$$\lambda_r = \frac{c_r}{a_{cr}} = \frac{1}{i} \sin(i\vartheta)$$

$$\lambda_{\vartheta} = \frac{c_{\vartheta}}{a_{cr}} = \frac{d\lambda_r}{d\vartheta} = \cos(i\vartheta)$$

Trên cơ sở đó xác định được tốc độ không thứ nguyên λ trong một điểm bất kỳ của quá trình giãn nở

$$\lambda^2 = \lambda_r^2 + \lambda_{\vartheta}^2 = \frac{1}{i^2} \sin^2(i\vartheta) + \cos^2(i\vartheta)$$

hay

$$\lambda^2 = 1 + \frac{2}{k-1} \sin^2(i\vartheta) \quad (9.95)$$

Để tính toán áp suất trong cùng điểm đó một cách tổng quát, ta sử dụng phương trình

$$\lambda^2 = \frac{1}{i^2} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

Thay giá trị λ từ biểu thức (9.95) ta có

$$\frac{p}{p_0} = \left[\frac{1 + \cos(2i\vartheta)}{k+1} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (9.96)$$

Sử dụng biểu thức (9.95) hay (9.96) và giả thiết quá trình giãn nở là quá trình đẳng entropy, chúng ta cũng có thể tính được sự thay đổi khối lượng riêng ρ/ρ_0 và nhiệt độ T/T_0 trong quá trình giãn nở.

Từ biểu thức (9.95) suy ra tốc độ giới hạn

$$\lambda_{\max} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} = \frac{1}{i}$$

và độ lớn góc giới hạn tương ứng $\vartheta_{\max}$

$$\sin^2(i\vartheta_{\max}) = 1$$

hay

$$\vartheta_{\max} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} = \frac{\pi}{2} i \quad (9.97)$$

Các điều kiện đạt được giá trị giới hạn $(\lambda_{\max}; \vartheta_{\max})$ tương ứng với trường hợp $p_2 = 0$ (tức là giãn nở vào vùng chân không tuyệt đối). Và khi đó hướng của đường chấn động giới hạn Am_2 trùng với hướng của dòng lệch, bởi vì

$$\alpha_{m_2} = \arcsin \frac{1}{Ma_2} = \arcsin \frac{a_2}{c_2} = 0$$

Ở đây cũng cần nhấn mạnh rằng, trường hợp chúng ta khảo sát ($\lambda = \lambda_{\max}$) là trường hợp giới hạn về mặt lý thuyết.

Một trường hợp giới hạn khác đó là chảy bao quanh một góc tương ứng với tốc độ $\lambda = 1$. Trường hợp này, $\vartheta = 0$ (dòng đạt tốc độ âm thanh có sự thay đổi áp suất vô cùng nhỏ ở điểm A).

Như vậy chúng ta đã khảo sát dòng giãn nở qua một góc với giả thiết vùng không bị chấn động có tốc độ đều, ổn định và bằng tốc độ âm thanh. Các biểu thức (9.95) và (9.96) cũng có thể sử dụng cho dòng vượt âm có $\lambda > 1$ trước vùng giãn nở (vùng không bị chấn động). Tuy nhiên, trường hợp này cột mốc An không phải là đường vuông góc với hướng dòng không nhiễu, mà khép với nó một góc

$$\vartheta_1 + \alpha_{m1}$$

ở đây

$$\vartheta_1 = \frac{1}{i} \arcsin \sqrt{\left[\frac{k-1}{2} (\lambda_1^2 - 1) \right]}$$

Trên cơ sở phân tích và tính toán dòng thể lượng chúng ta xác định hình dáng đường dòng và góc lệch của nó.

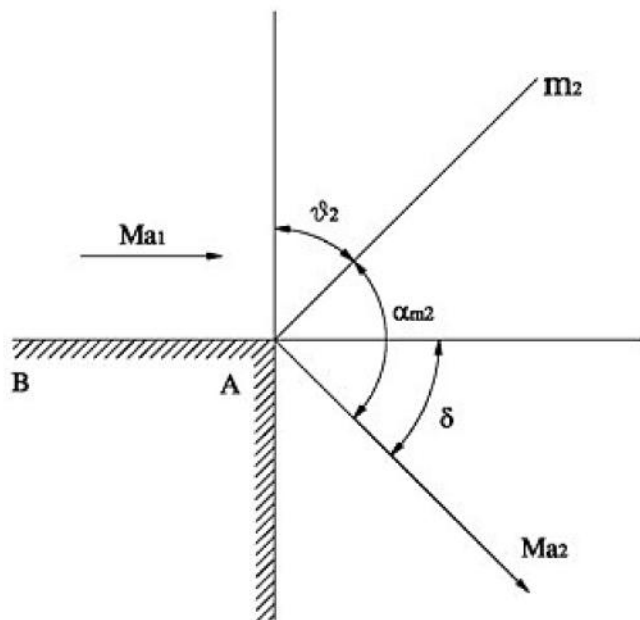
9.6.1. Xác định hình dáng đường dòng

Một trong những yêu cầu có ý nghĩa thực tiễn rất lớn là xác định hình dáng của đường dòng trong quá trình giãn nở. Để giải bài toán này chúng ta sử dụng phương trình vi phân đường dòng của dòng phẳng trong tọa độ cực

$$\frac{dr}{c_r} = \frac{rd\vartheta}{c_\vartheta} \quad (9.98)$$

Sử dụng những biểu thức đã biết đối với λ_r và λ_ϑ chúng ta nhận được

$$d \ln r = \frac{1}{i} \operatorname{tg}(i\vartheta) d\vartheta \quad (9.99)$$



Hình 9.19. Xác định góc lệch dòng

Sau khi phân tích ta có

$$r = r_0 \left[\cos(i\theta) \right]^{\frac{1}{\sqrt{(k+1)(k-1)}}} \quad (9.100)$$

Từ phương trình (9.100), chúng ta có nhận xét rằng, tất cả các đường dòng đều tạo lập trong vùng giãn nở một hệ thống các đường cong đồng dạng; phù hợp với tính chất cơ bản của dòng vượt âm, khoảng cách giữa các đường dòng sát kề tăng theo chiều chuyển động của dòng.

Như đã đề cập, dòng bao quanh đỉnh góc là một dòng thể

lượng vượt âm. Tốc độ của nó có thể diễn tả gián tiếp qua thể lượng tốc độ

$$c_r = \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

và

$$c_\theta = \frac{\partial \phi}{r \partial \theta} \quad (9.101)$$

Như vậy, khi bao quanh một vật (hình nêm hay một góc), tính chất của dòng thay đổi; đặc biệt là trong vùng dòng bị chặn động. Không những thông số thay đổi mà hướng dòng cũng bị biến dạng. Hệ quả có ý nghĩa thực tiễn nhất là hiện tượng lệch dòng trong miền cắt vát của mạng cánh tuabin.

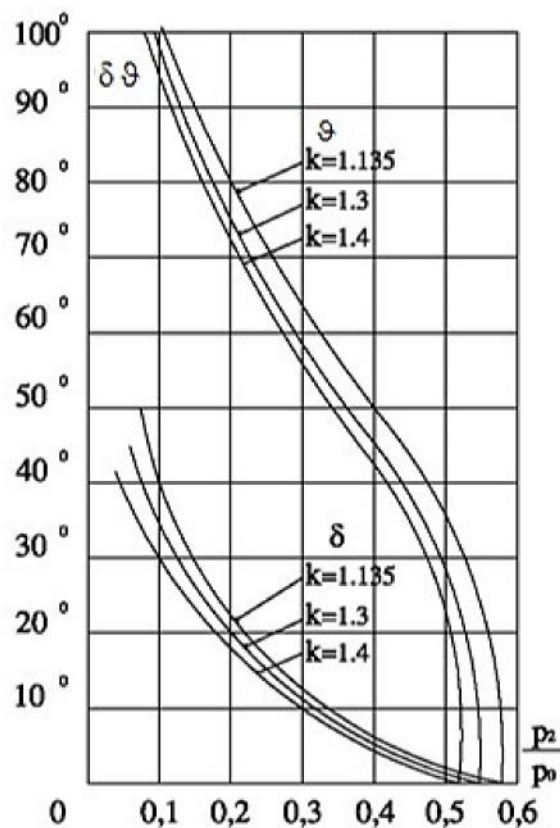
9.6.2. Xác định góc lệch dòng

Để kết luận phần này chúng ta xây dựng phương pháp tính góc lệch dòng δ . Chúng ta có thể tính được góc lệch dòng theo biểu thức

$$\delta = \theta_2 + \alpha_{m2} - \frac{\pi}{2} \quad (5.102)$$

Sử dụng kết quả

$$\alpha_{m2} = \arcsin \left(\frac{1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{(k+1) - (k-1)\lambda_2^2}{2}} \right)$$



Hình 9.20. Sự thay đổi δ và ϑ phụ thuộc vào tỷ số áp suất và biểu thức (9.95)

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \arcsin \left(\sqrt{\frac{(k+1)\lambda_2^2 - (k-1)}{2}} \right)$$

ta được

$$\delta = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \arcsin \left(\sqrt{\frac{(k+1) - (k-1)\lambda_2^2}{2}} \right) + \arcsin \left(\frac{1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{(k+1) - (k-1)\lambda_2^2}{2}} \right) - \frac{\pi}{2} \quad (9.103)$$

Sau khi biến đổi lượng giác ta có

$$\delta = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \arcsin \left[k - (k-1)\lambda_2^2 \right] + \arccos \left[k - (k-1)\frac{1}{\lambda_2^2} \right] - \frac{\pi}{2} \quad (9.104)$$

Giá trị δ có thể diễn tả phụ thuộc vào số Ma_2 hay tỷ số áp suất p_2/p_0 . Các giá trị δ tương ứng cho ba giá trị khác nhau $k = 1.135$; 1.3 và 1.4 được đưa ra trên hình 9.20.

Giá trị giới hạn của độ lệch dòng $\delta_{\max}$ tương ứng với tốc độ giới hạn của dòng $\lambda_{\max}$ (hay $p_2/p_0 = 0$). Trong trường hợp này $\lambda_{m2} = 0$, và độ lệch dòng cực đại sẽ là

$$\delta_{\max} = \vartheta_{\max} - \frac{\pi}{2}$$

hay theo biểu thức (9.97) ta sẽ được

$$\delta_{\max} = \frac{\pi}{2} \left[\sqrt{\frac{k+1}{k-1}} - 1 \right]$$

Hiện tượng lệch dòng là một trong những tính chất quan trọng của chuyển động dòng chất lưu qua vật bao quanh (mạng cánh hay các máy có cánh...). Nó có ý nghĩa rất lớn không những đối với các bài toán thiết kế mạng cánh mà còn đối với việc tính toán chế độ làm việc thay đổi khi kiểm tra các máy có cánh; đặc biệt là ở các tầng có nhiệt giáng lớn (tầng điều chỉnh,

tầng cuối...) của những máy có công suất lớn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [5], [6], [15], [26], [28].

Chương 10

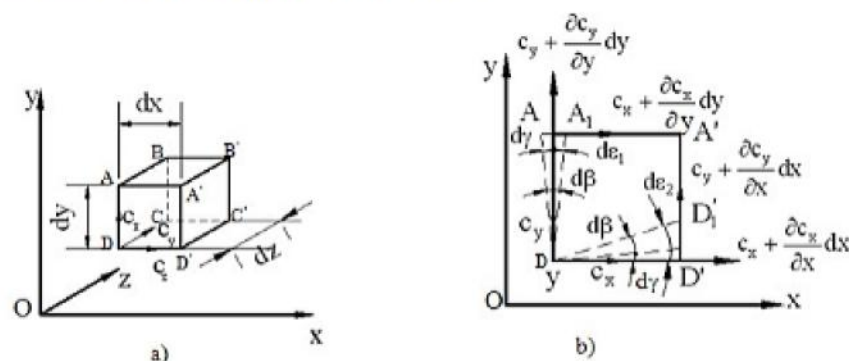
DÒNG CHẤT LƯU THỰC TRONG KHÔNG GIAN

Những phần trước, từ đơn giản đến phức tạp chúng ta đã đưa ra các mô hình toán – lý giải bài toán dòng chất lưu một và hai chiều. Phần này chúng ta đề cập đến mô hình tổng quát và phức tạp hơn – dòng chất lưu thực trong không gian.

10.1. CHUYỂN ĐỘNG CỦA PHẦN TỬ CHẤT LƯU TRONG KHÔNG GIAN

Ta lấy một phần tử chất lưu dx, dy, dz trong không gian (hình 10.1a). Trong trường hợp tổng quát, chuyển động của phần tử chất lưu rất phức tạp. Cùng với chuyển động tịnh tiến theo một quỹ đạo nào đó, nó có thể quay quanh trục của mình và đồng thời bị biến dạng trong quá trình chuyển động. Do ảnh hưởng của tốc độ không đồng đều trên các bề mặt của phần tử làm xuất hiện biến dạng dài, xô lệch hay còn gọi là biến dạng trượt. Nếu phần tử có hình dạng ban đầu là một lăng khối, thì sau một thời gian, do ảnh hưởng của biến dạng, hình thù của nó đã bị thay đổi. Và trong trường hợp phần tử là chất lưu nén, thì thể tích của nó cũng thay đổi theo.

Ta khảo sát một mặt lăng khối (hình 10.1b) thực hiện đồng thời chuyển động quay và biến dạng



Hình 10.1. Quay và biến dạng bề mặt phân tử

Nếu ở điểm D thành phần tốc độ theo trục x là c_x , thì ở điểm A thành phần này sẽ là $c_x + \frac{\partial c_x}{\partial y} dy$. Do chênh lệch tốc độ giữa hai điểm nên sau một phân tử thời gian dt , cạnh DA đã quay chung quanh điểm D một góc xác định $d\epsilon_1$, để đến vị trí mới DA₁. Độ lớn của khoảng cách AA₁ được xác định bằng biểu thức

$$AA_1 = \frac{\partial c_x}{\partial y} dy dt \quad (10.1)$$

Và cũng cùng thời gian ấy điểm D' dịch chuyển theo hướng trục y một đoạn

$$D'D'_1 = \frac{\partial c_y}{\partial x} dx dt \quad (10.2)$$

và góc quay tương ứng là $d\epsilon_2$

Do góc quay nhỏ, nên chúng có thể xác định một cách gần đúng nhờ biểu thức

$$d\epsilon_1 \approx \text{tg} d\epsilon_1 = \frac{AA_1}{dy} = \frac{\partial c_x}{\partial y} dt \quad (10.3a)$$

và

$$d\epsilon_2 \approx \text{tg} d\epsilon_2 = \frac{D'D'_1}{dx} = \frac{\partial c_y}{\partial x} dt \quad (10.3b)$$

Độ dịch chuyển của các cạnh DA và DD' là do bề mặt của phân tử vừa quay lại vừa bị biến dạng.

Giả thử bề mặt của phân tử chỉ chịu một trong hai tác động ấy, thì tình thế sẽ ra sao? Trong trường hợp này có thể coi: Nếu chỉ xảy ra biến dạng mà không thực hiện chuyển động quay thì các cạnh DA và DD' có thể quay cùng một góc ngược nhau; còn ngược lại, nếu chỉ quay như một vật cứng mà không bị biến dạng, thì các cạnh DA và DD' có thể quay cùng một góc theo một chiều.

Trường hợp tổng quát, có thể coi chuyển động của phân tử là kết quả của chuyển động quay và biến dạng. Bằng lập luận ấy, ta xác định các góc $d\epsilon_1$, $d\epsilon_2$.

Giả thiết rằng, do chuyển động quay, các cạnh DA và DD' quay đi một góc $d\gamma$ (ngược chiều kim đồng hồ); mặt khác, do biến dạng nó lại quay đi tiếp một góc $d\beta$; Và kết quả là

$$d\varepsilon_1 = d\beta - d\gamma \quad (10.4)$$

$$d\varepsilon_2 = d\beta + d\gamma$$

hay

$$2d\gamma = d\varepsilon_2 - d\varepsilon_1 \quad (10.5)$$

Từ đó ta xác định được tốc độ góc quay của bề mặt phản tổ. Ở đây ta đang xét chuyển động của mặt phẳng xy, nên góc quay sẽ theo trục z

$$\omega_z = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\varepsilon_2}{dt} - \frac{d\varepsilon_1}{dt} \right) \quad (10.6)$$

Thay các giá trị $\frac{d\varepsilon_1}{dt}$, $\frac{d\varepsilon_2}{dt}$ từ (10.3a, b) vào (10.6) ta được

$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{dc_y}{dx} - \frac{dc_x}{dy} \right) \quad (10.7)$$

ở đây ω_z là thành phần vector tốc độ góc trên trục z.

Biểu thức (10.7) tương tự (8.70). Khi xây dựng biểu thức (8.70) ta coi chuyển động của chất điểm M là hệ quả của sự quay và biến dạng; còn phương trình (10.7) được xây dựng trên cơ sở phân tích tác động quay và biến dạng riêng rẽ trong không gian.

Hoàn toàn tương tự, chúng ta có thể xác định tốc độ quay của hai mặt phẳng còn lại nằm trong mặt phẳng xoz và yoz và có thể

diễn tả chúng gián tiếp qua đạo hàm riêng $\frac{\partial c_x}{\partial z}$, $\frac{\partial c_z}{\partial x}$, $\frac{\partial c_y}{\partial z}$, $\frac{\partial c_z}{\partial y}$, trong đó sự quay của bất kỳ một mặt nào cũng đều được xác định bởi hai tốc độ góc. Như vậy phương trình của ba thành phần vector tốc độ quay có dạng

$$\omega_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c_z}{\partial y} - \frac{\partial c_y}{\partial z} \right) \quad (10.8a)$$

$$\omega_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c_x}{\partial z} - \frac{\partial c_z}{\partial x} \right) \quad (10.8b)$$

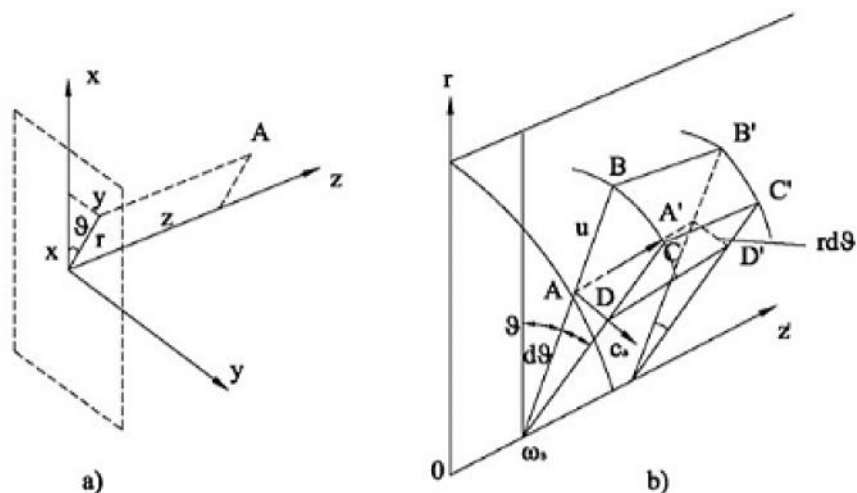
$$\omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c_y}{\partial x} - \frac{\partial c_x}{\partial y} \right) \quad (10.8c)$$

Và độ lớn của tốc độ quay

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \quad (10.9)$$

Biểu thức (10.8) diễn tả trong dạng vi phân quan hệ giữa thành phần tốc độ góc quay và thành phần tốc độ chuyển động tịnh tiến.

Để tiện lợi cho việc tính toán trong các thiết bị quay, đôi khi người ta chuyển các phương trình (10.8), (10.9) sang hệ tọa độ trụ (hình 10.2).



Hình 10.2. Diễn tả sự quay và biến dạng của phân tử trong tọa độ trụ

Vị trí của điểm A trong tọa độ trụ được xác định bằng vector bán kính r (vector vị trí, hoặc tia), góc tâm θ và tọa độ z. Ta lấy các gia số vô cùng nhỏ dr, d θ và dz và tách phân tử chất lưu ABCDA'B'C'D' để khảo sát. Chuyển động của điểm A xác định được, nếu biết các thành phần tốc độ sau:

$$c_r = \frac{dr}{dt} \quad \text{thành phần theo hướng kính}$$

$$c_\theta = r \frac{d\theta}{dt} \quad \text{thành phần tiếp tuyến (vuông góc với bán kính)}$$

$$c_z = \frac{dz}{dt} \quad \text{thành phần dọc trục}$$

Thành phần tốc độ góc quay được xác định trong hệ tọa độ trụ

$$\omega_r = \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial c_z}{\partial \theta} - \frac{\partial (c_\theta r)}{\partial z} \right) \quad (10.10a)$$

$$\omega_\theta = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial c_r}{\partial \theta} - \frac{\partial c_z}{\partial r} \right) \quad (10.10b)$$

$$\omega_z = \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial (c_\theta r)}{\partial r} - \frac{\partial c_r}{\partial \theta} \right) \quad (10.10c)$$

Độ lớn của góc quay ω có thể xác định theo ω_r , ω_θ , ω_z từ (10.8)

$$\omega = \sqrt{\omega_r^2 + \omega_\theta^2 + \omega_z^2} = \sqrt{\omega_r^2 + \omega_\theta^2 + \omega_z^2} \quad (10.11)$$

Ý nghĩa của các đại lượng ω_r , ω_θ , ω_z được thể hiện trên hình 10.2b:

- ω_r diễn tả sự quay quanh trục trùng với bán kính r (xoáy hướng kính);
- ω_θ đặc trưng cho sự quay quanh trục dạng đường tròn (xoáy hình xuyên);
- ω_z là tốc độ góc quay quanh trục z.

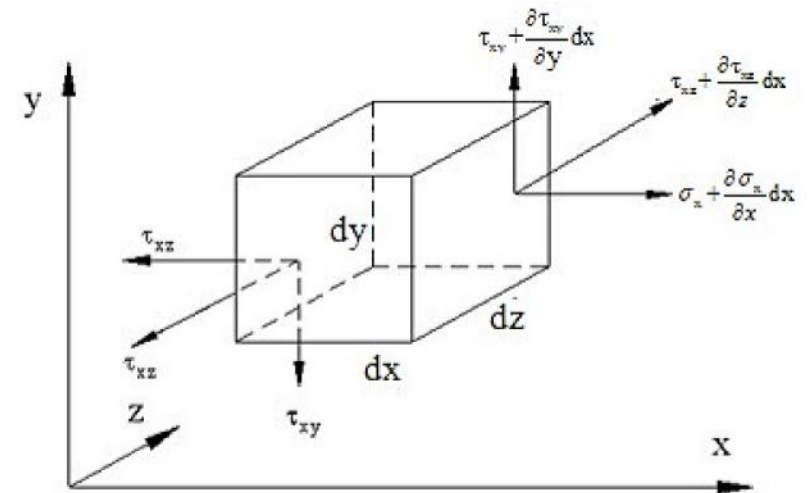
Chuyển động quay của phân tử chung quanh trục của nó gọi là chuyển động xoáy. Kinh nghiệm cho thấy rằng, mọi chuyển động của chất lưu thực đều là chuyển động xoáy. Tùy điều kiện, xoáy có thể là một phần hay toàn bộ trường dòng. Trong những

vùng không gặp xoáy, tốc độ góc của chúng bằng không ($\omega = 0$) và các phần tử chuyển động theo những quỹ đạo có hình dáng tùy ý; chúng bị biến dạng nhưng không quay chung quanh trục riêng của mình.

Đương nhiên, ở đây cũng cần hiểu rằng, các biểu thức (10.8), (10.9) đều có thể diễn tả theo trong dạng vector (8.71) hay theo Maxwell (8.72).

10.2. LỰC TÁC DỤNG VÀO PHẦN TỬ CHẤT LƯU

Để xây dựng phương trình Navier – Stokes - phương trình tổng quát nhất của chuyển động dòng chất lưu nhớt, trước hết chúng ta đề cập đến tác động lực biến dạng và ứng suất của phần tử chất lưu. Ta cắt tách một phần tử chất lưu khảo sát độc lập với môi trường xung quanh (hình 10.3).



Hình 10.3. Các thành phần ứng suất

Trước hết, ta khảo sát tác động lực trong phần tử có khối lượng $m = \rho V = \rho dx dy dz$

Lực tác động vào phần tử chất lưu gồm hai loại: lực thể tích (hay khối lượng) và lực bề mặt. Lực thể tích tác động vào toàn bộ thể tích phần tử như các lực trọng trường, từ trường, điện trường ... Còn lực bề mặt được phân bố trên toàn bộ bề mặt phần tử; nó sinh ra do tác động của môi trường xung quanh. Phụ thuộc vào hướng tác động vào bề mặt phần tử, lực này được chia thành pháp tuyến và tiếp tuyến.

Để làm sáng tỏ vấn đề này, chúng ta đưa ra khái niệm ứng suất, đặc trưng cho sự thay đổi của lực thể tích hay lực bề mặt. Ứng suất được coi như giá trị giới hạn của tỷ số lực và thể tích

(hay bề mặt).

Ứng suất lực thể tích ở một điểm cho trước của môi trường được xác định theo biểu thức

$$P_1 = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta F_1}{\Delta V} = \frac{dF_1}{dV} \quad (10.12)$$

ở đây ΔF_1 là phân tử lực thể tích;

ΔV phân tử thể tích.

Tương ứng với lực bề mặt là ứng suất bề mặt

$$P_2 = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_2}{\Delta A} = \frac{dF_2}{dA} \quad (10.13)$$

trong đó ΔF_2 phân tử lực bề mặt;

ΔA phân tử bề mặt tương ứng.

Lực pháp tuyến tồn tại cả khi chất lưu đứng yên và chuyển động. Còn lực tiếp tuyến chỉ sinh ra trong chuyển động của chất lưu, kể cả khi nó bị biến dạng.

Thực nghiệm cho thấy rằng, phần lớn các chất lưu thỏa mãn giả thiết của Newton: ứng suất tỷ lệ với tốc độ biến dạng. Hệ số này phụ thuộc vào loại chất lưu và trạng thái của nó. Ta gọi nó là độ nhớt động lực.

Bây giờ ta thiết lập phương trình chuyển động cho một lăng khối chất lưu có các cạnh dx , dy , dz .

Ta ký hiệu các thành phần của ứng suất thể tích $P_1 = \frac{dF_1}{dV}$ là P_x , P_y , P_z ; còn ứng suất bề mặt

$P_2 = \frac{dF_2}{dA}$ gồm ứng suất pháp tuyến σ (với các thành phần σ_x , σ_y , σ_z theo chiều trục x , y , z) và ứng suất tiếp tuyến τ gồm các thành phần nằm trong các mặt phẳng của mỗi mặt là τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} (chỉ số thứ nhất đại diện cho trục vuông góc với mặt cho trước, chỉ số thứ hai đại diện cho trục song song với hướng ứng suất).

Nhân đây cũng lưu ý, thể tích phân tử dV trong trường hợp này chính là $V = dxdydz$; Tương tự đối với dA (xem thêm phần 8.2.1.1).

Thông thường người ta giả thiết (theo giả thiết Newton [1, 12, 16]:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{xz} = \tau_{zx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}; \quad (10.14)$$

Theo định luật Newton, lực gia tốc của khối lượng chuyển động bằng tổng của tất cả các lực tác dụng vào phân tử.

Ta viết phương trình cân bằng lực theo trục x

1. Lực gia tốc của khối lượng chuyển động của phân tử bằng tích số khối lượng phân tử m và gia tốc chuyển động của nó

$$\frac{dc_x}{dt} \quad m \frac{dc_x}{dt} = \rho V \frac{dc_x}{dt} = \rho dxdydz \frac{dc_x}{dt} \quad (10.15)$$

2. Các lực tác động phân tử theo trục x bao gồm

a. Lực gây nên do ứng suất bề mặt

a1. Thành phần lực gây nên do ứng suất pháp tuyến

$$\left[\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) - \sigma_x \right] dydz = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx dydz \quad (10.16a)$$

a2. Thành phần lực gây nên do ứng suất tiếp tuyến

- Tác động vào mặt cạnh:

$$\left[\left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \right) - \tau_{xy} \right] dzdx = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx dydz \quad (10.16b)$$

- Tác động vào mặt trên:

$$\left[\left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) - \tau_{zx} \right] dydx = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dx dydz \quad (10.16c)$$

b. Thành phần gây nên do ứng suất thể tích

$$dF_x = P_x V = P_x dx dydz \quad (10.17)$$

Sử dụng các biểu thức (10.15), (10.16a, b, c), (10.17), ta có phương trình cân bằng lực (phương trình chuyển động) của phân tử chất lưu theo chiều trục x

$$\rho dx dydz \frac{dc_x}{dt} = dx dydz P_x + \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dx dydz$$

Chia cả hai vế phương trình cho $dx dydz$, ta được

$$\rho \frac{dc_x}{dt} = P_x + \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \quad (10.18)$$

Trong trường hợp tổng quát, vi phân toàn phần của tốc độ có thể diễn tả bằng biểu thức (xem (3.9); (8.64b))

$$\frac{dc_x}{dt} = \frac{\partial c_x}{\partial t} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_x}{\partial z} \quad (10.19)$$

Như vậy phương trình chuyển động theo trục x một cách tổng quát có thể viết dưới dạng

$$\rho \frac{\partial c_x}{\partial t} + \rho c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + \rho c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + \rho c_z \frac{\partial c_x}{\partial z} = P_x + \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \quad (10.20a)$$

Hoàn toàn tương tự có thể viết cho các trục y và z

$$\rho \frac{\partial c_y}{\partial t} + \rho c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + \rho c_y \frac{\partial c_y}{\partial y} + \rho c_z \frac{\partial c_y}{\partial z} = P_y + \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \quad (10.20b)$$

$$\rho \frac{\partial c_z}{\partial t} + \rho c_x \frac{\partial c_z}{\partial x} + \rho c_y \frac{\partial c_z}{\partial y} + \rho c_z \frac{\partial c_z}{\partial z} = P_z + \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \right) \quad (10.20c)$$

Từ kiến thức cơ học chúng ta có thể xác định giá trị trung bình đại số của ba thành phần ứng suất pháp tuyến

$$\sigma = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

Hay một cách khác thích hợp và tiện lợi hơn, ta nên viết dưới dạng

$$\sigma = \sigma_x - \left(\frac{2}{3} \sigma_x - \frac{1}{3} \sigma_y - \frac{1}{3} \sigma_z \right) = \sigma_x - \sigma'_x$$

trong đó $\left(\frac{2}{3} \sigma_x - \frac{1}{3} \sigma_y - \frac{1}{3} \sigma_z \right) = \frac{1}{3} (2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z)$ là ứng suất bổ sung σ'_x .

Hay có thể viết

$$\sigma_x = \sigma + \sigma'_x \quad (10.21a)$$

Tương tự ta có

$$\sigma_y = \sigma + \sigma'_y \quad (10.21b)$$

$$\sigma_z = \sigma + \sigma'_z \quad (10.21c)$$

Cuối cùng, hệ phương trình chuyển động trong dạng vi phân có dạng

$$\rho \frac{dc_x}{dt} = P_x + \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \left(\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \quad (10.22a)$$

$$\rho \frac{dc_y}{dt} = P_y + \frac{\partial \sigma}{\partial y} + \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \quad (10.22b)$$

$$\rho \frac{dc_z}{dt} = P_z + \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} \right) \quad (10.22c)$$

Đương nhiên ở đây cần nhớ rằng, vi phân toàn phần ở vế trái của thành phần tốc độ có thể thay bằng vi phân riêng phần như ở biểu thức (10.20) tương ứng với cả ba trục x, y, z. Còn ứng suất tiếp tuyến thì có thể thay thế theo (10.14).

10.3. QUAN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

Trên đây chúng ta đã thiết lập được hệ phương trình chuyển động của phân tử trong dạng vi phân tổng quát. Để làm sáng tỏ ảnh hưởng của độ nhớt trong dòng chất lưu thực, bằng quan hệ giữa ứng suất và biến dạng, chúng ta xác định các thông số ứng

suất pháp tuyến và ứng suất tiếp tuyến trong hệ phương trình phụ thuộc vào tốc độ biến dạng của phân tử.

Ứng suất tiếp tuyến gây nên biến dạng trượt, theo giả thiết Newton nó tỷ lệ với tốc độ biến dạng. Đối với mặt phẳng xy ta có

$$\tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial c_x}{\partial y} + \frac{\partial c_y}{\partial x} \right) = \mu \vartheta_z \quad (10.23a)$$

trong đó ϑ_z là tổng biến dạng góc của mặt phân tử theo hai chiều y và x

$$\vartheta_z = \frac{\partial c_x}{\partial y} + \frac{\partial c_y}{\partial x} \quad (10.23b)$$

Tương tự, ứng suất tiếp tuyến trong hai mặt phẳng tọa độ còn lại

$$\tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial c_y}{\partial z} + \frac{\partial c_z}{\partial y} \right) = \mu \vartheta_x \quad (10.23c)$$

$$\tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial c_z}{\partial x} + \frac{\partial c_x}{\partial z} \right) = \mu \vartheta_y$$

Đối với ứng suất pháp tuyến, điều kiện trở nên phức tạp hơn.

Chúng ta mở rộng giả thuyết Newton cho trường hợp ứng suất pháp tuyến và biến dạng kéo (nén). Trong đó giả thiết rằng, sự kéo luôn luôn kèm theo nén đúng, tức là gây nên biến dạng thể tích.

Hay nói một cách khác, biến dạng theo một trục bất kỳ nào cũng đều gây nên ứng suất song song với trục và vuông góc với nó.

Khi nghiên cứu trường ứng suất pháp tuyến và ứng suất - biến dạng, người ta đã tìm ra được quan hệ giữa ứng suất pháp tuyến và ứng suất tiếp tuyến (xem [1]). Và từ đó xác định được ứng suất pháp tuyến bổ sung

$$\sigma'_x = \sigma_x - \sigma = 2\mu \left(\varepsilon_x - \frac{1}{3}e \right) \quad (10.24)$$

trong đó, biến dạng thể tích tương đối

$$e = \text{div} \vec{c} = \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (10.25)$$

và biến dạng dài tương đối

$$\varepsilon_x = \frac{\partial c_x}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial c_y}{\partial y} \quad \varepsilon_z = \frac{\partial c_z}{\partial z} \quad (10.26)$$

Ngoài ra, trong thủy động lực học chất lưu nén nhớt, người ta còn sử dụng giả thuyết thứ hai của Newton, trong đó coi ứng suất pháp tuyến trung bình bằng tổng của hai thành phần: thành phần thứ nhất là áp suất mang dấu âm không phụ thuộc vào độ biến dạng thể tích; thành phần thứ hai tỉ lệ với biến dạng thể tích

$$\sigma = -p + \eta e \quad (10.27)$$

ở đây hệ số tỉ lệ η có thể gọi là độ nhớt thứ cấp.

Áp suất mang dấu âm bởi vì nó luôn luôn hướng vào trong

thể tích phân tố. Giá trị σ được coi là dương nếu nó hướng ra ngoài.

Từ các biểu thức (10.24) và (10.27), chúng ta thiết lập được biểu thức xác định ứng suất pháp tuyến

$$\sigma_x = -p + 2\mu \varepsilon_x + \left(\eta - \frac{2}{3}\mu \right) e \quad (10.28a)$$

$$\sigma_y = -p + 2\mu \varepsilon_y + \left(\eta - \frac{2}{3}\mu \right) e \quad (10.28b)$$

$$\sigma_z = -p + 2\mu \varepsilon_z + \left(\eta - \frac{2}{3}\mu \right) e \quad (10.28c)$$

Đối với chất lỏng không nén, coi như không bị biến dạng thể tích nên $e = 0$, từ đó $\sigma = -p$ và ta có

$$\sigma_x = -p + 2\mu \varepsilon_x \quad (10.29a)$$

$$\sigma_y = -p + 2\mu \varepsilon_y \quad (10.29b)$$

$$\sigma_z = -p + 2\mu \varepsilon_z \quad (10.29c)$$

Tuy nhiên, trong thuyết động học chất khí người ta đã chứng minh được rằng, đối với chất khí lý tưởng một nguyên tử, thì tỷ số $\frac{\eta}{\mu}$ tỷ lệ bậc hai với tỷ số thể tích phân tử và thể tích chất khí. Vì vậy, nó là một đại lượng rất bé có thể bỏ qua, hay nói một cách khác có thể bỏ qua độ nhớt thứ cấp, $\eta \approx 0$.

Kết luận trên chúng ta có thể sử dụng cho tất cả các chất khí. Tuy nhiên cũng phải thừa nhận rằng, đối với những chất khí nhiều nguyên tử, chất khí có mật độ cao (bị nén với áp suất rất

cao) hay chất lưu đa pha, thì giả thuyết trên là không xác đáng.

Thông thường, người ta thay thế độ nhớt thứ cấp bằng đại lượng

$$\lambda = \eta - \frac{2}{3}\mu$$

Đại lượng này luôn khác không, nhưng lại bị triệt tiêu trong phương trình chuyển động khi $\text{div} \vec{c} = e = 0$.

Để đơn giản ta giả thiết dòng chất lưu khảo sát là chất khí một nguyên tử, tức là có thể đặt $\eta = 0$; ứng suất pháp tuyến được xác định bằng biểu thức sau:

$$\sigma_x = -p + 2\mu\epsilon_x - \frac{2}{3}\mu e \quad (10.30a)$$

$$\sigma_y = -p + 2\mu\epsilon_y - \frac{2}{3}\mu e \quad (10.30b)$$

$$\sigma_z = -p + 2\mu\epsilon_z - \frac{2}{3}\mu e \quad (10.30c)$$

Từ phương trình (10.24) suy ra rằng, ứng suất pháp tuyến bổ sung chỉ xuất hiện trong dòng chất lưu nhớt, khi đó $\mu \neq 0$.

Thay các giá trị ϵ_x và e từ (10.25), (10.26) vào phương trình (10.24) ta được

$$\sigma'_x = 2\mu \frac{\partial c_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) \quad (10.31a)$$

Tương tự đối với các trục y và z

$$\sigma'_y = 2\mu \frac{\partial c_y}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) \quad (10.31b)$$

$$\sigma'_z = 2\mu \frac{\partial c_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) \quad (10.31c)$$

Đối với chất lưu không nén, không xảy ra biến dạng thể tích, nên

$$e = \text{div} \vec{c} = \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = 0 \quad (10.32)$$

Vì vậy, phương trình (10.31) có dạng

$$\begin{aligned} \sigma'_x &= 2\mu \frac{\partial c_x}{\partial x} = 2\mu\epsilon_x \\ \sigma'_y &= 2\mu \frac{\partial c_y}{\partial y} = 2\mu\epsilon_y \\ \sigma'_z &= 2\mu \frac{\partial c_z}{\partial z} = 2\mu\epsilon_z \end{aligned} \quad (10.33)$$

So sánh các biểu thức (10.24) và (10.31) chúng ta dễ dàng nhận thấy rằng, trong dòng chất lưu không nén, ứng suất pháp tuyến bổ sung phụ thuộc vào tốc độ biến dạng dài, giống như ứng suất tiếp tuyến phụ thuộc vào biến dạng góc.

10.4. PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LƯỢNG TỔNG QUÁT

10.4.1. Phương trình Navier – Stokes

Trên đây, từ đơn giản đến phức tạp chúng ta đã xây dựng được các phương trình chuyển động của sợi dòng, dòng không nén, dòng nén,... Bây giờ chúng ta xây dựng phương trình chuyển động tổng quát nhất của dòng chất lưu nhớt trong không gian – Phương trình Navier – Stokes. Để xây dựng phương trình này và diễn tả nó một cách đơn giản trong dạng vi phân tổng quát, chúng ta sử dụng phương trình (10.22) và viết lại dưới dạng:

$$\frac{dc_x}{dt} = \frac{1}{\rho} P_x + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \quad (10.34a)$$

$$\frac{dc_y}{dt} = \frac{1}{\rho} P_y + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \quad (10.34b)$$

$$\frac{dc_z}{dt} = \frac{1}{\rho} P_z + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} \right) \quad (10.34c)$$

Từ công thức $\frac{P}{\rho} = \frac{dF}{\rho dV} = \frac{dF}{dm}$, ta thấy P là lực thể tích (gồm các ngoại lực: trọng trường, từ trường, điện trường,... Các thành phần của nó $\frac{P_x}{\rho}; \frac{P_y}{\rho}; \frac{P_z}{\rho}$ có thứ nguyên là gia tốc (tương tự a = dF/dm). Nên hiển nhiên có thể coi chúng là các thành phần của ngoại gia tốc và có thể đặt

$$\frac{P_x}{\rho} = X; \quad \frac{P_y}{\rho} = Y; \quad \frac{P_z}{\rho} = Z \quad (10.35)$$

Hệ phương trình trên có dạng

$$\frac{dc_x}{dt} = X + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \quad (10.36a)$$

$$\frac{dc_y}{dt} = Y + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \quad (10.36b)$$

$$\frac{dc_z}{dt} = Z + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} \right) \quad (10.36c)$$

Sử dụng các biểu thức (10.19), (10.23), (10.27), (10.31) và coi $\eta = 0$, tức là $\sigma = -p$, ta có phương trình vi phân diễn tả chuyển động của chất lưu nhớt trong không gian

Theo trục x

$$\begin{aligned} & \frac{\partial c_x}{\partial t} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_x}{\partial z} \\ &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial c_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial c_x}{\partial y} + c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial c_z}{\partial x} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \quad (10.37)$$

Giả thiết rằng, độ nhớt trong toàn bộ trường dòng là không đổi $\mu = \text{const}$ và đặt $\nu = \mu/\rho$ – độ nhớt động học, phương trình (10.37) có dạng

$$\frac{\partial c_x}{\partial t} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_x}{\partial z} = X \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} +$$

$$v \left(\frac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} v \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) \quad (10.38a)$$

Tương tự có thể viết cho trục y và z

$$\frac{\partial c_y}{\partial t} + c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_y}{\partial z} = Y \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} +$$

$$v \left(\frac{\partial^2 c_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_y}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} v \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) \quad (10.38b)$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial t} + c_x \frac{\partial c_z}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_z}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial z} = Z \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} +$$

$$v \left(\frac{\partial^2 c_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_z}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{3} v \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) \quad (10.38c)$$

Để hệ phương trình (10.38) được viết gọn hơn, ta sử dụng gradient (grad) trong dạng toán tử Hamilton ∇ (xem phần 8.2: [21]) hay toán tử Laplace Δ

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (10.39)$$

và phân kỳ vector tốc độ

$$\text{div} \vec{c} = \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \quad (10.40)$$

Hệ phương trình (10.38) có thể viết gọn dưới dạng vector

$$\vec{c} \text{grad} \vec{c} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \vec{R} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p + v \nabla^2 \vec{c} + \frac{1}{3} v \text{grad} \cdot \text{div} \vec{c} \quad (10.41a)$$

hay

$$\vec{c} \text{grad} \vec{c} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \vec{R} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p + v \Delta \vec{c} + \frac{1}{3} v \text{grad} \cdot \text{div} \vec{c} \quad (10.41b)$$

Đó là hệ phương trình Navier-Stokes tổng quát diễn tả chuyển động của dòng chất lưu trong không gian.

10.4.2. Quan hệ giữa phương trình Navier – Stokes, phương trình Euler, phương trình Bernoulli

a. Quan hệ giữa phương trình Navier – Stokes và phương trình Euler

Từ phương trình Navier-Stokes tổng quát, chúng ta có thể chuyển thành phương trình Euler (8.69) diễn tả dòng thế lượng của chất lưu không nhớt $v = 0$.

$$\vec{c} \text{grad} \vec{c} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = \vec{R} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p \quad (10.42)$$

Hay, có thể viết dưới dạng triển khai theo các trục tọa độ x, y, z

$$c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_x}{\partial z} + \frac{\partial c_x}{\partial t} = X \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dc_x}{dt} \quad (10.43a)$$

$$c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_y}{\partial z} + \frac{\partial c_y}{\partial t} = Y \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dc_y}{dt} \quad (10.43b)$$

$$c_x \frac{\partial c_z}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_z}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial z} + \frac{\partial c_z}{\partial t} = Z \cdot \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dc_z}{dt} \quad (10.43c)$$

Đạo hàm dc_x / dt , dc_y / dt và dc_z / dt diễn tả thành phần gia

tốc tổng hợp của phân tử chuyển động. Phương trình Euler (10.42) cho thấy rằng, gia tốc chuyển động của phân tử hình thành do chênh lệch áp lực (grad p) và của lực khối lượng (hay thể tích) - đại diện là ngoại lực gia tốc $R(X,Y,Z)$ tác động vào phân tử.

Có thể làm sáng tỏ bản chất của phương trình Euler bằng cách so sánh biểu thức (10.42) với (8.69) và (10.43) với (8.66, 8.67).

Để tiện cho việc tính toán dòng chảy cho các thiết bị quay đôi khi người ta chuyển hệ phương trình (10.43) sang tọa độ trụ, chúng ta sử dụng dạng bán khai của hệ phương trình (10.43) (xem thêm (8.64) phần 8.3)

$$\frac{dc_r}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (10.44a)$$

$$\frac{dc_\theta}{dt} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} \quad (10.44b)$$

$$\frac{dc_z}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (10.44c)$$

Bây giờ chúng ta phải tìm các thành phần gia tốc trong hệ tọa độ trụ (hình 10.2). Gia tốc tổng hợp theo hướng bán kính r có thể diễn tả như tổng của gia tốc chuyển động tịnh tiến dc_r / dt và gia tốc ly tâm $(-c_\theta^2 / r)$. Như vậy gia tốc hướng kính bằng

$$\frac{dc_r}{dt} - \frac{c_\theta^2}{r} \quad (10.45)$$

Gia tốc tổng hợp theo hướng vuông góc với bán kính được tạo thành từ gia tốc theo hướng tiếp tuyến $r(d_\theta^2 / dt^2)$ và gia tốc coriolis $2(dr / dt)(d\theta / dt)$. Như vậy gia tốc vuông góc với bán kính sẽ là

$$r \frac{d^2 \theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{r} \frac{d(r c_\theta)}{dt} = \frac{dc_\theta}{dt} + \frac{c_r c_\theta}{r} \quad (10.46)$$

Hệ phương trình (10.44) được viết lại dưới dạng

$$\frac{dc_r}{dt} - \frac{c_\theta^2}{r} = R_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (10.47a)$$

$$\frac{dc_\theta}{dt} - \frac{c_r c_\theta}{r} = R_\theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{r \partial \theta} \quad (10.47b)$$

$$\frac{dc_z}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (10.47c)$$

ở đây R_r , R_θ và Z là thành phần gia tốc của lực khối lượng phân tử theo các hướng tọa độ r, θ và z.

Nếu diễn tả vi phân toàn phần dc_r / dt , dc_θ / dt và dc_z / dt theo các đạo hàm riêng phần, thì (10.44) có thể chuyển sang dạng

$$\frac{\partial c_r}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} + \frac{c_\theta}{r} \frac{\partial c_r}{\partial \theta} + c_z \frac{\partial c_r}{\partial z} - \frac{c_\theta^2}{r} = R_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (10.48a)$$

$$\frac{\partial c_\theta}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_\theta}{\partial r} + \frac{c_\theta}{r} \frac{\partial c_\theta}{\partial \theta} + c_z \frac{\partial c_\theta}{\partial z} - \frac{c_r c_\theta}{r} = R_\theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{r \partial \theta} \quad (10.48b)$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial t} + c_r \frac{\partial c_z}{\partial r} + \frac{c_\theta}{r} \frac{\partial c_z}{\partial \theta} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial z} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (10.48c)$$

Như vậy, giữa phương trình chuyển động Navier-Stokes và phương trình Euler thủy động có liên quan mật thiết thông qua tính chất vật lý của chất lưu đại diện là độ nhớt ν (μ). Từ kết quả trên chúng ta có thể suy diễn các dạng của phương trình Bernoulli.

b. Quan hệ giữa phương trình Navier – Stokes, Euler, Bernoulli

Ta sử dụng hệ phương trình (10.43). Trước hết ta biến đổi hệ phương trình theo trục tọa độ x bằng cách nhân cả 2 vế của nó với $dx = c_x dt$ và thay $c_y dt = dy$; $c_z dt = dz$

$$c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} dx + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} c_x dt + c_z \frac{\partial c_x}{\partial z} c_x dt + \frac{\partial c_x}{\partial t} c_x dt = Xdx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx \quad (10.49a)$$

hay

$$c_x \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} dx + \frac{\partial c_x}{\partial y} dy + \frac{\partial c_x}{\partial z} dz + \frac{\partial c_x}{\partial t} dt \right) = Xdx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx \quad (10.49b)$$

Thành phần trong ngoặc đơn chính là vi phân toàn phần của dc_x , do đó có thể viết

$$c_x dc_x = \frac{dc_x^2}{2} = Xdx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx \quad (10.50)$$

Một cách khác, ta cũng có thể được phương trình (10.50) bằng cách sử dụng hệ phương trình (10.44). Sử dụng phương trình thứ nhất của hệ (10.44a) trong dạng

$$dc_x = \left(X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dt$$

Nhân cả 2 vế với c_x và đặt $dx = c_x dt$ ta được (10.50)

Tương tự có thể viết với các trục y và z

$$c_y dc_y = \frac{dc_y^2}{2} = Ydy - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dy \quad (10.51)$$

$$c_z dc_z = \frac{dc_z^2}{2} = Zdz - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} dz \quad (10.52)$$

Cộng các vế tương ứng của phương trình (10.50, 10.51, 10.52)

$$\frac{1}{2} (dc_x^2 + dc_y^2 + dc_z^2) = Xdx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right)$$

ta được phương trình đơn giản

$$\frac{1}{2} dc^2 = dU - \frac{1}{\rho} dp \quad (10.53)$$

Trong các phương trình trên đã xuất hiện tốc độ tổng hợp $c = c_x + c_y + c_z$ và độ lớn của nó $c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2}$. Thế lượng U của ngoại gia tốc R theo biểu thức (1.14) có thể viết:

$$dU = -d\Pi = Xdx + Ydy + Zdz \quad (10.54)$$

Thay (10.54) vào (10.53) ta có phương trình Bernoulli diễn tả sự chuyển động của chất lưu lý tưởng trong ống hoặc trong sợi dòng

$$\frac{1}{g} d\Pi + \frac{1}{\gamma} dp + \frac{1}{2g} dc^2 = 0 \quad (10.55)$$

Ở đây cần lưu ý rằng, vi phân toàn phần dc bao gồm cả sự thay đổi theo quãng đường dx, dy, dz lẫn thời gian dt . Và như vậy phương trình (10.55) thỏa mãn cả chuyển động không ổn định.

Đối với trạng thái ổn định, các thông số không phụ thuộc vào thời gian, nên phương trình trên có thể tích phân theo quãng đường (bỏ qua gia tốc trọng trường ở những tọa độ x, y, z khác nhau)

$$\frac{1}{g} (\Pi_2 - \Pi_1) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g} = 0 \quad (10.56)$$

So sánh phương trình Bernoulli ở trên với các phương trình ở phần 3.5.

Mặt khác, chúng ta có thể đưa thế lượng tốc độ Φ vào phương trình Bernoulli tổng quát (10.55), nếu theo định nghĩa ta thay $d_s \Phi = cds$ và đồng thời $d\Phi = d_s \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt$.

Trong đó, chỉ số "s" chỉ sự phụ thuộc theo quãng đường.

Sau khi biến đổi, phương trình (10.55) có dạng

$$\frac{1}{g} d\Pi + \frac{d_s p}{\gamma} + \frac{d_s c^2}{2g} + \frac{\partial \Phi}{\partial t} dt = 0 \quad (10.57)$$

Trong chuyển động ổn định thành phần cuối cùng của phương trình (10.57) lại bị tiêu diệt.

10.4.3. Phương pháp đơn giản giải phương trình Navier - Stokes

Trên đây, chúng ta đã đưa ra phương trình Navier - Stokes. Giải phương trình trên trong không gian ba chiều có kể đến tất cả các ảnh hưởng là một vấn đề rất phức tạp. Ở đây chúng ta đưa ra một số phương pháp đã được đơn giản hóa để giải phương trình chuyển động của dòng chất lưu nhớt. Đương nhiên điều kiện đơn giản phải được chọn sao cho kết quả có thể ứng dụng một cách phù hợp trong thực tế. Sau đây chúng ta đưa ra một số phương pháp đơn giản giải phương trình Navier - Stokes.

a. Không kể đến ảnh hưởng của ma sát

Tức là coi dòng chất lưu không nhớt, $\nu = 0$. Như đã nói ở phần 10.5.2, phương trình Navier - Stokes trở thành phương trình Euler.

Trên cơ sở xác định hình dạng đường dòng từ điều kiện liên tục, sử dụng phương trình Bernoulli cho sợi dòng chúng ta có thể giải được bài toán trên.

b. Đối với chất khí

Chúng ta có thể bỏ qua ảnh hưởng của ngoại gia tốc: $R = 0$. Phương trình có dạng đơn giản hơn.

c. Trong trường hợp lực quán tính không đáng kể so với

lực ma sát

Theo Stokes, phương trình trở nên rất đơn giản. Đó là những trường hợp chuyển động rất chậm và có thể coi là những chuyển động ổn định, các thông số sẽ không phụ thuộc vào thời gian. Những trường hợp như vậy chỉ cần xét đến tác động của áp suất và độ nhớt. Phương trình (10.38) khi bỏ qua biến dạng thể tích sẽ có dạng đơn giản

$$\mu \left(\frac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10.58a)$$

$$\mu \left(\frac{\partial^2 c_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_y}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (10.58b)$$

$$\mu \left(\frac{\partial^2 c_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_z}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (10.58c)$$

hay có thể viết

$$\mu \Delta c = \text{grad} p$$

Sử dụng phương trình liên tục

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = 0, \quad \text{hay} \quad \text{div} c = 0$$

Từ điều kiện biên được xác định bởi hình dáng của kênh hay vật bao quanh, chúng ta có thể giải phương trình Navier – Stoker bằng giải tích.

Để xác định ảnh hưởng của trở lực ma sát, thông thường người ta sử dụng biểu thức Stokes đối với các vật cản hình cầu

bán kính r . Dòng chất lưu nhớt có tốc độ c , tác động vào vật cầu một lực

$$F = 6\pi\mu rc \quad (10.59)$$

Lực này tỷ lệ với tất cả các đại lượng và được coi là trở lực khi quả cầu chuyển động chậm trong môi trường trở kháng lớn. Đương nhiên công thức này chỉ sử dụng trong những trường hợp số Re rất nhỏ $\left(Re = \frac{cd}{\nu} \leq 0,02 \right)$. Ví dụ, khi khảo sát sự tự động của sương mù hay lắng kết của các tạp chất trong nước.v.v. Nếu những hạt này có dạng gần giống như hạt cầu thì tốc độ rơi đều của nó có thể xác định từ phương trình cân bằng lực

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\gamma - \gamma_m) = 6\pi\mu rc \quad (10.60)$$

như vậy

$$c = \frac{2}{9} r^2 \frac{\gamma - \gamma_m}{\mu}$$

Trong đó, lực đẩy chỉ kể đến sự chênh lệch trọng lượng riêng của hạt cầu γ và môi trường γ_m .

d. Khi tính toán dòng tốc độ cao hoặc khảo sát dòng chảy ở xa vách cản

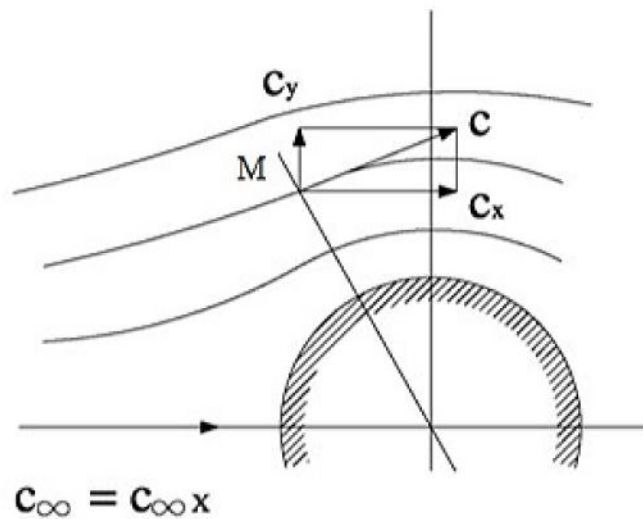
Do gradient tốc độ rất nhỏ nên ma sát không đóng vai trò tác nhân quyết định. Những trường hợp như vậy không thể bỏ qua ảnh hưởng của lực quán tính. Trong phương trình chuyển động

cần giữ lại các thành phần $c_{\infty x}$, song theo Osen để đơn giản có thể thay thành phần c_x của tốc độ thực tế c bằng thành phần $c_{\infty x}$ của tốc độ không đổi c_{∞} ở vô cực (hình 10.4).

Với những giả thiết trên, chúng ta có thể xác định trở lực của hạt cầu

$$F = \frac{6\pi\mu r c_{\infty}}{1 - \frac{3}{8} \frac{r c_{\infty}}{v}} \quad (10.61)$$

Cả hai phương pháp trên chỉ sử dụng cho trường hợp số Re nhỏ. Đối với dòng có Re lớn, chúng ta sử dụng phương pháp Prandtl.



Hình 10.4. Phân bố đường dòng

e. Phương pháp Prandtl

Prandtl đã đưa ra khái niệm lớp biên, tạo điều kiện khảo sát chuyển động của dòng chất lưu nhớt tốc độ cao. Giới hạn sử dụng của phương pháp này có thể đến giá trị $Re \geq 2.10^4$. Theo Prandtl, bất luận là dòng bao quanh hay chảy trong kênh đều có thể chia thành hai vùng độc lập. Ở vùng gần vách tức là trong lớp biên, độ nhớt của chất lưu sinh ra do sự kìm hãm dòng hay do tạo nên profile tốc độ quá lớn. Phần này được đề cập chi tiết hơn ở chương 11.

Ngoài những phương pháp trên, để giải phương trình Navier – Stokes, chúng ta còn có thể sử dụng mô hình dòng thế lượng.

f. Giải phương trình Navier – Stokes bằng cách sử dụng các hàm số Φ và ψ

Mô hình dòng thế lượng được xây dựng trên cơ sở chuyển động của dòng chất lưu lý tưởng. Trong phương pháp này, tất cả các thành phần của tốc độ c và đạo hàm của nó đều được diễn tả gián tiếp qua hàm thế lượng Φ hay hàm dòng ψ . Về mặt toán học phương pháp này rất hiệu quả song về bản chất vật lý đôi khi không hoàn toàn đúng lắm.

Đối với dòng hai chiều ổn định, khi bỏ qua ảnh hưởng của biến dạng thể tích và thay $c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$, $c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}$, ta được phương trình

chuyển động theo trục x

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (10.62)$$

Hoàn toàn tương tự, có thể viết phương trình chuyển động theo trục y.

Cả hai phương trình vi phân bậc ba ở trên cũng có thể viết dựa vào hàm dòng ψ . Sử dụng điều kiện biên chúng ta có thể giải được hệ phương trình trên.

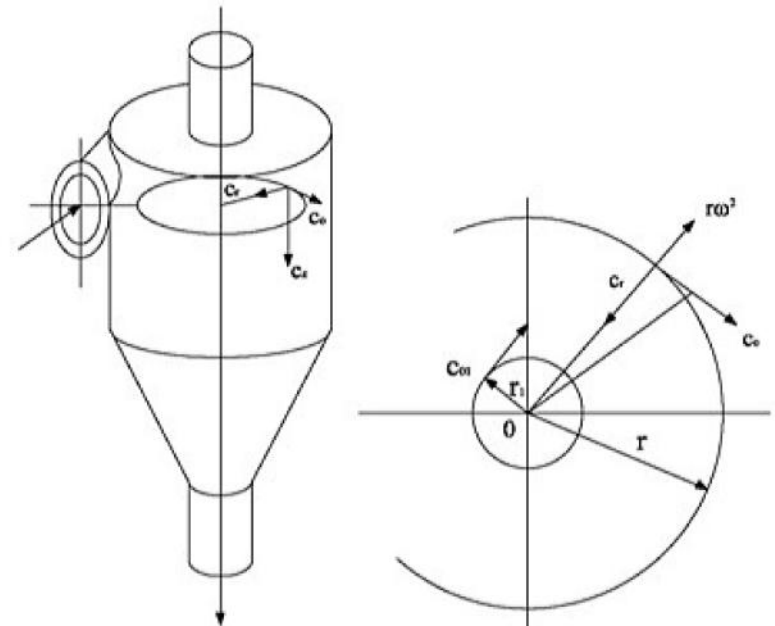
Tuy nhiên trong những trường hợp tổng quát hơn, việc xác định điều kiện biên (chủ yếu là từ hình dạng của đường dòng) phức tạp hơn, phương pháp này kém chính xác và đôi khi không thực hiện được.

Sau đây ta nêu một ví dụ giải phương trình Navier – Stokes bằng phương pháp trực tiếp. Để đơn giản ta sử dụng tọa độ trụ.

g. Giải phương trình Navier – Stokes bằng phương pháp trực tiếp

Trên đây chúng ta đã nêu một số phương pháp có thể lựa chọn và sử dụng để giải bài toán Navier – Stokes. Tuy khả năng thiết lập điều kiện biên mà chúng ta có thể chọn phương pháp này hay phương pháp khác. Sau đây chúng ta giải một bài toán cụ thể của dòng chảy trong một tháp trụ (cyclon) (hình 10.5). Nhiệm vụ cơ bản là xác định phân bố nhiệt độ và áp suất trong dòng chất lưu chuyển động trong tháp.

Chúng ta khảo sát tỷ lệ thay đổi tốc độ trong một tháp đứng. Dòng chất lưu nhớt không nén thực hiện chuyển động ổn định trong một mặt phẳng vuông góc với trục quay.



Hình 10.5. Khảo sát dòng chảy trong tháp đứng

Chuyển động theo trục z dưới ảnh hưởng của gia tốc trọng trường được bỏ qua.

Bài toán được giải trong tọa độ trụ (xem phần 4.3. phương trình liên tục viết trong tọa độ trụ). Để đơn giản ta bỏ qua biến dạng thể tích.

Phương trình Navier – Stokes tổng quát trong chuyển động

theo hướng tiếp tuyến có dạng [12]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_s}{\partial r} c_r + \frac{\partial c_s}{\partial \alpha} \frac{c_r}{r} + \frac{c_r c_s}{r} + \frac{\partial c_r}{\partial t} = \\ = R_s - \frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \alpha} + v \left(\frac{\partial^2 c_s}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 c_s}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 c_s}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c_s}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial c_s}{\partial \alpha} - \frac{c_s}{r} \right) \end{aligned} \quad (10.63)$$

Bởi vì chúng ta có thể giả thiết rằng, thành phần ngoại gia tốc theo hướng tiếp tuyến bằng không và giáng áp theo chu vi so với các lực khác là không đáng kể, nên sự thay đổi tốc độ tương ứng không bị triệt tiêu; tức là $\frac{\partial c_s}{\partial \alpha} \rightarrow 0$ và $\frac{\partial^2 c_s}{\partial \alpha^2} \rightarrow 0$. Và cũng vì $\frac{\partial c_s}{\partial z} \rightarrow 0$, nên phương trình trên có dạng đơn giản

$$c_r \left(\frac{\partial c_s}{\partial r} + \frac{c_s}{r} \right) = v \left(\frac{\partial^2 c_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c_s}{\partial r} - \frac{c_s}{r^2} \right) \quad (10.64)$$

Nhưng mặt khác ta có thể biến đổi

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{c_s}{r} \right) = \frac{\frac{\partial c_s}{\partial r} r - \frac{\partial r}{\partial r} c_s}{r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial c_s}{\partial r} - \frac{c_s}{r^2}$$

nên phương trình (10.64) có thể viết lại dưới dạng

$$c_r \left(\frac{\partial c_s}{\partial r} + \frac{c_s}{r} \right) = v \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial c_s}{\partial r} + \frac{c_s}{r} \right) \quad (10.65)$$

Nếu đặt

$$\varepsilon = \frac{\partial c_s}{\partial r} + \frac{c_s}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial (c_s r)}{\partial r} \quad (10.66)$$

Phương trình (10.65) trở thành dạng

$$c_r \varepsilon = v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r}$$

hay

$$\frac{\partial \varepsilon}{\varepsilon} = \frac{c_r}{v} \frac{\partial r}{\partial r} \quad (10.67)$$

Đó là phương trình Navier-Stokes trong dạng đơn giản, được diễn tả trong hệ tọa độ trụ đối với dòng chất lưu ổn định, nhớt và không nén.

Phương trình trên có thể tích phân được dễ dàng nếu biết quan hệ phụ thuộc của thành phần tốc độ hướng kính c_r và bán kính r .

Trong trường hợp này, toàn bộ chất lưu chảy vào ống tiếp tuyến với chu vi và chảy ra lỗ ở trục. Như vậy qua chu vi của mỗi đường tròn đồng tâm $2\pi r$ phải chảy cùng một thể tích chất lưu V_d với tốc độ c_r .

Phương trình liên tục bổ sung có dạng

$$2\pi r c_r = V_d = \text{const}$$

Ta đặt

$$r c_r = \frac{V_d}{2\pi} = q$$

Thay $c_r = \frac{q}{r}$ vào phương trình (10.67), ta thu được

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{q}{v} \frac{dr}{r}$$

Sau khi tích phân

$$\ln \varepsilon = \frac{q}{v} \ln r + K_1$$

Suy ra

$$\varepsilon = K_1 r^{\frac{q}{v}}$$

So sánh biểu thức trên với (10.66) ta có

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(c_2 r)}{\partial r} = K_1 r^{\frac{q}{v}} \quad (10.68)$$

Tiếp tục tích phân ta được

$$c_2 = \frac{1}{r} \left(2K_1 \frac{r^2 + \frac{q}{v}}{2 + \frac{q}{v}} + K_2 \right) \quad (10.69)$$

Hằng số tích phân K_1, K_2 có thể xác định từ điều kiện biên; ví dụ: trong lòng chất lưu quay thường tạo nhân xoáy quay như một khối thống nhất. Và như vậy trên chu vi của nó, ở bán kính r_1 , ứng suất tiếp tuyến bằng không; tức là

$$\tau = \mu \frac{\partial(c_2 r)}{\partial r} = \mu \left(\frac{\partial c_2}{\partial r} - \frac{c_2}{r} \right)_{r=r_1} = 0$$

Kết hợp với biểu thức (10.68) sau khi khai triển

$$r \frac{\partial c_2}{\partial r} + c_2 = K_1 r^{1 + \frac{q}{v}}$$

ta được hằng số tích phân K_1

$$K_1 = 2 \frac{c_{21}}{r_1^{1 + \frac{q}{v}}}$$

Nếu chúng ta cũng biết được tốc độ vòng trên nhân xoáy C_{21} , thì có thể xác định được hằng số tích phân K_2 ; sau khi biến đổi ta có biểu thức diễn tả tốc độ trên bán kính r

$$\frac{c_2}{c_{21}} = \frac{r_1}{r} \left[1 + \frac{2}{2 + \frac{q}{v}} \left[\left(\frac{r_1}{r} \right)^{2 + \frac{q}{v}} - 1 \right] \right] \quad (10.70)$$

Thực tế, trong các tháp đứng thường là dòng chảy rối, do đó chúng ta phải thay độ nhớt $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ bằng giá trị ν' , ví dụ đối với nước chảy cuộn, $\nu' = 100 \cdot 10^{-6}$ đơn vị kỹ thuật và có thể cao hơn.

Giả sử tỷ số $\frac{q}{v'} \rightarrow 0$, thì từ phương trình (10.70) chúng ta có biểu thức

$$\frac{c_2}{c_{21}} = \frac{r}{r_1} \quad \text{hay} \quad c_2 = \frac{c_{21}}{r_1} r$$

Giá trị $\frac{c_{\theta 1}}{r_1} = \omega$ là tốc độ góc không đổi của lớp chất lưu quay chung quanh trục như một thể thống nhất; do vậy ta có

$$c_{\theta} = \omega r$$

Ngược lại, nếu độ nhớt quá bé, tức là $\frac{q}{v'} \rightarrow \infty$ thì phương trình (10.70) có dạng

$$\frac{c_{\theta}}{c_{\theta 1}} = \frac{r_1}{r}, \quad c_{\theta} r = c_{\theta 1} r_1 = \text{const}$$

Như vậy $c_{\theta} r = \text{const}$

Trường hợp này có thể xảy ra chuyển động xoáy, tương tự như xoáy thể lượng ở phần 8.4.2 ($c.r = k$, có lưu số $\Gamma = 2\pi K = \text{const}$)

Theo kết quả thí nghiệm trên các tháp đứng thì giá trị phù hợp nhất với thực tế là $q/v = 2.5 \div 5$.

Như vậy bằng cách giải phương trình Navier – Stokes của dòng chất lưu thực, chúng ta đã xác định được thành phần tốc độ – đại lượng quan trọng nhất của các bài toán về dòng chảy. Bây giờ chúng ta xác định sự thay đổi áp suất trong lớp chất lưu quay.

Gia số thay đổi áp suất theo hướng kính xác định bằng biểu thức

$$dp = \rho \frac{c_{\theta}^2}{r} dr \quad (10.71)$$

Sau khi thay tốc độ vòng c_{θ} từ phương trình (10.70) vào (10.71), ta có thể tích phân và có thể tìm được hiệu số áp suất ở đường kính ngoài và đường kính trong của dòng. Giá trị này tạo nên phần tổn thất chủ yếu của áp suất trên tháp trụ.

10.5. PHƯƠNG TRÌNH NĂNG LƯỢNG TỔNG QUÁT

Trong các phần đã giới thiệu, khi xây dựng phương trình năng lượng chúng ta chỉ xét thuần túy về mặt định lượng dòng năng lượng truyền trong chất lưu. Phần này chúng ta đề cập đến bản chất chuyển hóa năng lượng trong dòng có xét đến cơ chế truyền dẫn nhiệt với môi trường xung quanh và ảnh hưởng của ma sát.

Chúng ta xây dựng phương trình vi phân bảo toàn năng lượng của phần tử chất lưu nén.

Theo định luật nhiệt động I, năng lượng nhiệt dẫn vào trong chất thể làm tăng nội năng của nó và thực hiện công thể tích (công biến dạng)

$$dq_t = c_v dT + p dv = du + dw_v \quad (10.72)$$

ở đây $dq_t = dq + dq_f$ là tổng lượng nhiệt dẫn vào 1kg chất lưu do trao đổi nhiệt của phần tử chất lưu với môi trường bên

ngoài (dq) và nhiệt sinh ra do công ma sát (dq_f); $du = c_v dT$ là nội năng của chất lưu (chất khí) và $dw_v = pdv$ là công nén (biến dạng).

Nếu phân tử có thể tích $V = dxdydz$ và khối lượng $m = \rho V$ hay $dm = \rho dV$, thì điều kiện bảo toàn năng lượng được viết dưới dạng

$$dQ_t = dQ + dQ_f = c_v m dT + p dV \quad (10.73)$$

ở đây $dQ = mdq$ là lượng nhiệt phân tử trao đổi với môi trường bên ngoài;

$dQ_f = mdq_f$ lượng nhiệt sinh ra do ma sát.

Chia cả hai vế của phương trình (10.73) cho $dV_v = dxdydzdt = Vdv [m^3.s]$, ta được lưu lượng nhiệt truyền qua một đơn vị thể tích phân tử

$$\frac{dQ_t}{Vdt} = \frac{(dQ + dQ_f)}{Vdt} = \frac{(c_v \rho V dT + p dV)}{Vdt} \quad (10.74a)$$

hay

$$\frac{dQ_t}{Vdt} = \frac{dQ}{Vdt} + \frac{dQ_f}{Vdt} \quad (10.74b)$$

và

$$\frac{dQ_t}{Vdt} = \rho c_v \frac{dT}{dt} + p \frac{dV}{Vdt} \quad (10.74c)$$

Trước hết, ta xác định lượng nhiệt phân tử trao đổi với môi trường bên ngoài.

Nếu trao đổi nhiệt với môi trường chỉ thuần túy thực hiện do dẫn nhiệt, thì theo giả thuyết Fourier, dòng nhiệt trong một đơn vị thời gian là

$$\frac{dQ}{A dt} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \quad (10.75)$$

ở đây λ là hệ số dẫn nhiệt phụ thuộc vào tính chất của chất lưu (nhiệt độ, áp suất), $\partial T / \partial n$ - gradient nhiệt độ theo pháp tuyến với bề mặt, dQ/dt - lưu lượng nhiệt, A - diện tích bề mặt phân tử.

Biểu thức Fourier có thể viết lại dưới dạng

$$\frac{dQ}{dt} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} A \quad (10.76)$$

Bây giờ ta khảo sát quá trình dẫn nhiệt qua một lăng khối dx, dy, dz (hình 10.3). Lượng nhiệt dẫn qua bề mặt $A = dydz$ trong một giây theo hướng trục x là

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dydz$$

Lượng nhiệt dẫn vào qua mặt đối diện trong cùng thời gian

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] dydz$$

Như vậy lượng nhiệt tích lại trong thể tích $dx.dy.dz$ trong

khoảng thời gian dt theo trục x là

$$\left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] dydz - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} dydz = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dydz \quad (10.77)$$

Tương tự có thể xác định dòng nhiệt theo hướng trục y và trục z

Theo trục y

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) dx dydz \quad (10.78)$$

Theo trục z

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) dx dydz \quad (10.79)$$

Tổng lượng nhiệt mà phân tử trao đổi với môi trường bên ngoài sau thời gian dt bằng tổng các thành phần (10.77, 10.78, 10.79):

$$\frac{dQ}{V dt} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \quad (10.80)$$

Bây giờ ta xác định lượng nhiệt sinh ra trong phân tử $dx dy dz$ do ma sát.

Công ma sát được sinh ra do hiệu ứng của các ứng suất pháp tuyến và tiếp tuyến trên các bề mặt tương ứng của phân tử (lăng khối). Công được coi là tích số của lực tác dụng (ứng suất nhân với các diện tích bề mặt) và thành phần tốc độ theo hướng lực tác dụng.

Ta xét cho từng cặp bề mặt đối diện (trong đó hướng của lực ma sát ngược nhau)

Theo trục x , ứng suất pháp tuyến tác động lên mặt $dydz$ sinh ra công

$$\begin{aligned} & \left[\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) \left(c_x + \frac{\partial c_x}{\partial x} dx \right) - \sigma_x c_x \right] dydz = \left(\sigma_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_x \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \right) dx dydz = \\ & = \frac{\partial (\sigma_x c_x)}{\partial x} dx dydz \end{aligned} \quad (10.81)$$

trong đó đã bỏ qua các thành phần bậc cao giá trị nhỏ (xem (10.16a, b, c) và (10.21a, b, c)).

Một cách tương tự có thể xác định được công sinh ra do các ứng suất tiếp tuyến τ_{xy} và τ_{xz} tác dụng lên bề mặt với các thành phần tốc độ tương ứng c_y và c_z

$$\frac{\partial (\tau_{xy} c_y)}{\partial x} dx dydz \quad \frac{\partial (\tau_{xz} c_z)}{\partial x} dx dydz$$

Như vậy đã xác định được công sinh ra do ứng suất pháp tuyến và tiếp tuyến trên các cặp bề mặt còn lại $dzdx$ và $dx dy$.

Cuối cùng chúng ta có thể xác định được công toàn bộ của lực ma sát tác động vào bề mặt của phân tử

$$\frac{dW_{\text{đ}}}{Vdt} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma'_x c_x + \tau_{xy} c_y + \tau_{xz} c_z) + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx} c_x + \sigma'_y c_y + \tau_{yz} c_z) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx} c_x + \tau_{zy} c_y + \sigma'_z c_z) \right] \quad (10.82)$$

Tuy nhiên, không phải toàn bộ công ma sát đều biến thành nhiệt, mà chỉ một phần. Phần còn lại tương ứng với công tiêu hao để tăng tốc phần tử chất lưu (do ma sát) và khắc phục năng lượng cơ học trong chuyển động của phần tử. Thành phần này gọi là công dịch chuyển và được thể hiện qua tổng hợp lực ma sát.

Các thành phần của tổng hợp lực ma sát theo các chiều trục x, y, z là $\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z, \tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{zx}, \dots$ đã được xác định ở mục 10.4.

Công dịch chuyển sinh ra do các thành phần này sau một đơn vị thời gian được xác định

$$\frac{dW_{\text{đ}}}{Vdt} = \left[c_x \left(\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) + c_y \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) + c_z \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} \right) \right] \quad (10.83)$$

Hiệu số giữa công ma sát toàn bộ xác định theo (10.82) và công thực tế tiêu hao để dịch chuyển các phần tử xác định bằng biểu thức (10.83) cho ta công ma sát thực sự biến thành nhiệt

$$\frac{dW_{\text{đ}}}{Vdt} = \frac{dW_{\text{đ}}}{Vdt} - \frac{dW_{\text{đ}}}{Vdt} = \frac{dQ_{\text{đ}}}{Vdt} \quad (10.84)$$

$$\frac{dQ_{\text{đ}}}{Vdt} = \left[\left(\sigma'_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial c_y}{\partial y} + \tau_{xy} \frac{\partial c_z}{\partial x} \right) + \left(\tau_{yz} \frac{\partial c_x}{\partial y} + \sigma'_y \frac{\partial c_y}{\partial y} + \tau_{yz} \frac{\partial c_z}{\partial y} \right) + \left(\tau_{zx} \frac{\partial c_x}{\partial z} + \tau_{zy} \frac{\partial c_y}{\partial z} + \sigma'_z \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) \right]$$

Nếu thay các giá trị $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{zx}$ từ (10.23) và $\sigma'_x, \sigma'_y, \sigma'_z$ từ (10.31, 10.32) vào phương trình (10.84) xác định $dQ_{\text{đ}}$ ta được biểu thức

$$\frac{dQ_{\text{đ}}}{Vdt} = \mu \mathfrak{D} \quad (10.85)$$

Đó là lượng nhiệt ma sát mà dòng chất lưu cung cấp cho phần tử chất lưu $dx dy dz$ sau 1 giây. Trong đó đại lượng $\mathfrak{D}$ được gọi là hàm tán xạ.

$$\mathfrak{D} = \frac{1}{\mu} \left[\left(\sigma'_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial c_y}{\partial x} + \tau_{xz} \frac{\partial c_z}{\partial x} \right) + \left(\tau_{yx} \frac{\partial c_x}{\partial y} + \sigma'_y \frac{\partial c_y}{\partial y} + \tau_{yz} \frac{\partial c_z}{\partial y} \right) + \left(\tau_{zx} \frac{\partial c_x}{\partial z} + \tau_{zy} \frac{\partial c_y}{\partial z} + \sigma'_z \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) \right] \quad (10.86)$$

$$= 2 \left[\left(\frac{\partial c_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial c_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial c_z}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial c_x}{\partial y} + \frac{\partial c_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial z} + \frac{\partial c_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial c_y}{\partial z} + \frac{\partial c_z}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} \right)^2$$

Sử dụng các phương trình tổng quát (10.74) xác định dòng nhiệt cho một đơn vị thể tích phân tố V

$$\frac{dQ_t}{Vdt} = \rho c_v \frac{dT}{dt} + p \frac{dV}{VdT} = \frac{dQ}{Vdt} + \frac{dQ_f}{Vdt} \quad (10.87)$$

Thay các giá trị dQ từ (10.80) và dQ_f từ (10.85), ta có phương trình bảo toàn năng lượng trong dạng

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} + p \frac{dV}{Vdt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mu \vartheta \quad (10.88)$$

Phân tích vế trái của phương trình (10.88) và xác định thành phần $p \frac{dV}{Vdt}$

Ở đây, có thể sử dụng định luật bảo toàn khối lượng (khối lượng m ở đây phải hiểu là của phân tố dx dy dz).

$$m = \rho V = \text{const}$$

Sau khi logarit và đạo hàm rồi chia cả hai vế của đẳng thức cho dt, ta được phương trình

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = 0$$

Sử dụng biểu thức trên để biến đổi thành phần thứ hai của vế trái phương trình (10.88)

$$p \frac{dV}{Vdt} = - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = - \left[\frac{dp}{dt} - \rho \frac{d\left(\frac{p}{\rho}\right)}{dt} \right]$$

Thay giá trị trên vào phương trình bảo toàn năng lượng

$$\rho \frac{d}{dt} \left[c_v T + \frac{p}{\rho} \right] = \frac{dp}{dt} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mu \vartheta \quad \text{②}$$

Đối với thành phần khí lý tưởng thỏa mãn phương trình trạng thái $p/\rho = rT$, ta có thể viết

$$c_v T + \frac{p}{\rho} = (c_v + r)T = c_p T = i \quad (10.89)$$

Và cuối cùng, phương trình năng lượng có thể viết lại dưới dạng

$$\rho \frac{di}{dt} = \frac{dp}{dt} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mu \vartheta \quad (10.90)$$

Nếu hệ số dẫn nhiệt không đổi trong toàn bộ vùng khảo sát dòng chảy, thì phương trình năng lượng có dạng đơn giản hơn

$$\rho \frac{di}{dt} = \rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{dp}{dt} + \lambda \Delta T + \mu \vartheta \quad (10.91)$$

trong đó Δ - toán tử Laplace

Đối với chất lỏng không nén $d\rho = 0$ và $c_p = c_v = c$, phương trình năng lượng có dạng

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \lambda \Delta T + \mu \vartheta \quad (10.92)$$

Và đương nhiên trong trường hợp này hàm số cũng có dạng đơn giản hơn vì

$$\text{div} c = \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = 0$$

Ở đây cần lưu ý rằng, các phương trình năng lượng viết trong các dạng trên đều thỏa mãn cho dòng phẳng và dòng ba chiều. Khi phân tích các thành phần trong phương trình, các thông số đều thỏa mãn điều kiện đó. Tương tự như (8.14) ở phần 8.2.1.1, ta có thể viết cho dòng phẳng ổn định $\frac{dT}{dt} = c_x \frac{\partial T}{\partial x} + c_y \frac{\partial T}{\partial y}$ và $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$; tương tự đối với dp/dt . Phương trình năng lượng dòng phẳng ổn định có dạng

$$\rho c_p \left(c_x \frac{\partial T}{\partial x} + c_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \left(c_x \frac{\partial p}{\partial x} + c_y \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial c_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial c_y}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial c_x}{\partial y} + \frac{\partial c_y}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (10.93)$$

Ở trên, chúng ta đã đưa ra các dạng khác nhau của phương trình năng lượng được sử dụng trong tính toán. Các phương trình trong lý thuyết động lực học đều có những mối quan hệ qua lại với nhau. Ở một số trường hợp trong khí động lực người ta còn có thể sử dụng một cách thích hợp những dạng khác nhau của phương trình năng lượng được đưa ra từ phương trình

Navier – Stokes nguyên khai (được viết trong dạng ứng suất pháp tuyến và tiếp tuyến).

Sử dụng hệ phương trình Navier – Stokes nguyên khai (10.36). Ta lần lượt nhân phương trình thứ nhất với thành phần tốc độ c_x , phương trình thứ hai với c_y , và thứ ba với c_z

$$\begin{aligned} \rho \frac{c_x dc_x}{dt} &= \rho \frac{dc_x^2}{2dt} = c_x \frac{\partial \sigma}{\partial x} + c_x \left(\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{c_y dc_y}{dt} &= \rho \frac{dc_y^2}{2dt} = c_y \frac{\partial \sigma}{\partial y} + c_y \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \\ \rho \frac{c_z dc_z}{dt} &= \rho \frac{dc_z^2}{2dt} = c_z \frac{\partial \sigma}{\partial z} + c_z \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

Trong đó, công của lực thể tích (đại diện là các thành phần P_x , P_y và P_z) không đóng vai trò quan trọng trong động lực dòng khí, nên bỏ qua.

Giá trị trung bình của ứng suất pháp tuyến được thay bằng áp suất ($\sigma = -p$); và các phương trình trên có thể viết lại dưới dạng

$$\rho \frac{d\left(\frac{c_x^2}{2}\right)}{dt} = -c_x \frac{\partial \sigma}{\partial x} + c_x \left(\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right)$$

$$\rho \frac{d\left(\frac{c_y^2}{2}\right)}{dt} = -c_y \frac{\partial \sigma}{\partial y} + c_y \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right)$$

$$\rho \frac{d\left(\frac{c_z^2}{2}\right)}{dt} = -c_z \frac{\partial \sigma}{\partial z} + c_z \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} \right)$$

Cộng lần lượt các số hạng ở hai vế tương ứng của ba phương trình và sử dụng vi phân toàn phần dp/dt , ta có thể viết

$$c_x \frac{\partial p}{\partial x} + c_y \frac{\partial p}{\partial y} + c_z \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dp}{dt} - \frac{\partial p}{\partial t}$$

(xem thêm (8.13, 8.14) phần 8.2.1.1)

Phương trình Navier – Stokes có dạng mới

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\left(\frac{c^2}{2}\right)}{dt} = & -\left(\frac{dp}{dt} - \frac{\partial p}{\partial t}\right) + c_x \left(\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) + \\ & c_y \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) + c_z \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (10.94)$$

Đến đây ta có một nhận xét, phương trình (10.91) tính toán sự thay đổi của enthalpy, còn phương trình (10.94) thì thể hiện

sự thay đổi của động năng. Như vậy cả hai phương trình đều xác định sự thay đổi năng lượng ở các dạng khác nhau.

Thay giá trị $\mathfrak{D}$ vào phương trình (10.91) và cộng hai vế tương ứng của nó với phương trình (10.94), sau khi biến đổi và làm gọn ta được

$$\begin{aligned} \rho \frac{d\left(i + \frac{c^2}{2}\right)}{dt} = & \frac{\partial p}{\partial t} + \lambda \Delta T + \frac{\partial}{\partial x} (\sigma'_x c_x + \tau_{xy} c_y + \tau_{xz} c_z) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{yx} c_x + \sigma'_y c_y + \tau_{yz} c_z) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zx} c_x + \tau_{zy} c_y + \sigma'_z c_z) \end{aligned} \quad (10.95)$$

Song le, như đã nói ở phần 3.1.4 tổng giá trị enthalpy và động năng gọi là enthalpy toàn phần i^* (xem (3.69)).

$$i + \frac{c^2}{2} = i^* \quad (10.96)$$

Thay (10.96) vào vế trái của phương trình (10.95) và thay ứng suất trong các biểu thức (10.23), (10.25), (10.33) bằng tốc độ biến dạng, sau khi biến đổi ta có phương trình năng lượng

$$\rho \frac{di^*}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \lambda \Delta T + \mu \Delta \left(\frac{c^2}{2} \right) + \frac{1}{3} \mu (\nabla c) \text{div} c + \frac{1}{3} \mu (\text{div} c)^2 + 2\mu \Omega \quad (10.97)$$

trong đó

$$\Omega = \left(\frac{\partial c_x}{\partial y} \cdot \frac{\partial c_y}{\partial x} - \frac{\partial c_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial c_y}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial c_x}{\partial z} \cdot \frac{\partial c_z}{\partial x} - \frac{\partial c_x}{\partial x} \cdot \frac{\partial c_z}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial c_y}{\partial z} \cdot \frac{\partial c_z}{\partial y} - \frac{\partial c_y}{\partial y} \cdot \frac{\partial c_z}{\partial z} \right)$$

Trong khí động lực học, đại lượng không thứ nguyên Prandtl Pr có một ý nghĩa rất quan trọng. Số Prandtl được xác

định

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$$

Đưa Pr vào vế phải của phương trình (10.97) bằng cách đồng thời cộng và trừ đại lượng

$$\frac{\lambda}{c_p} \Delta \left(\frac{c^2}{2} \right)$$

và coi $c_p = \text{const}$, ta có thể viết

$$\lambda \Delta T = \lambda \Delta \frac{i}{c_p} = \frac{\lambda}{c_p} \Delta i$$

Phương trình năng lượng có thể viết

$$\rho \frac{di^*}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\lambda}{c_p} \Delta i + \mu \Delta \left(\frac{c^2}{2} \right) + \frac{\lambda}{c_p} \Delta \left(\frac{c^2}{2} \right) - \frac{\lambda}{c_p} \Delta \left(\frac{c^2}{2} \right) + \frac{1}{3} \mu (\nabla c) \text{div} c + \frac{1}{3} \mu (\text{div} c)^2 + 2\mu \Omega$$

$$\text{Thay thế } \frac{\lambda}{c_p} = \frac{\mu}{Pr} ; i^* = i + \frac{c^2}{2}$$

Cuối cùng, ta có phương trình năng lượng tổng quát phản ánh một cách đầy đủ nhất những ảnh hưởng nhiệt – vật lý, khí động lực và các thông số của dòng năng lượng

$$\rho \frac{di^*}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\lambda}{c_p} \Delta i^* + \mu \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \Delta \left(\frac{c^2}{2} \right) + \frac{1}{3} \mu (\nabla c) \text{div} c + \frac{1}{3} \mu (\text{div} c)^2 + 2\mu \Omega$$

Giá trị số Pr phụ thuộc vào tính chất vật lý của chất lưu. Đối với chất khí số Pr sấp xỉ 1 (ví dụ, đối với không khí $Pr = 0,72$). Khi $Pr = 1$, thành phần thứ ba của vế phải bị triệt tiêu. Phương trình năng lượng có dạng đơn giản sau:

$$\rho \frac{di^*}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\lambda}{c_p} \Delta i^* + \frac{1}{3} \mu (\nabla c) \text{div} c + \frac{1}{3} \mu (\text{div} c)^2 + 2\mu \Omega \quad (10.98)$$

Như vậy chúng ta đã xây dựng được phương trình năng lượng. Trong đó có đề cập đến quá trình truyền nhiệt giữa chất lưu với môi trường bên ngoài, có kể đến ảnh hưởng của ma sát (độ nhớt) trong dòng chất lưu thực (thông qua phương trình Navier-Stokes) và tốc độ biến dạng qua các ứng suất pháp tuyến và tiếp tuyến.

Sau đây ta khảo sát một ảnh hưởng quan trọng nữa trong dòng chảy thủy lực, đó là ảnh hưởng xoáy.

10.6. DẠNG THỦY ĐỘNG LỰC CỦA PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LƯỢNG – PHƯƠNG TRÌNH GROMJECO

Như đã nói ở phần trước, chuyển động của phân tử trong trường hợp tổng quát rất phức tạp. Cùng với chuyển động tịnh tiến theo một quỹ đạo nhất định, phân tử chất lưu còn chuyển

động quay xung quanh trục của chính mình và bị biến dạng (hình 10.1).

Do ảnh hưởng của sự chênh lệch tốc độ ở các điểm khác nhau trên bề mặt phân tử mà đã xuất hiện biến dạng dài và biến dạng trượt, làm cho hình dáng ban đầu của phân tử chất lưu bị thay đổi, kể cả thay đổi thể tích nếu phân tử là chất lưu chịu nén.

Ta khảo sát chuyển động quay của một phân tử chất lưu có tốc độ góc ω với các thành phần $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ được xác định theo (10.8) ở phần 10.1.

Như đã biết, phương trình chuyển động Euler là những phương trình tổng quát được ứng dụng rộng rãi trong cơ học. Phụ thuộc vào tính chất của chuyển động và bản chất vật lý của chất lưu, mà trong dòng có thể xuất hiện những dấu hiệu đặc trưng như xoáy thể lượng, xoáy, va đập, lan truyền sóng, các hiện tượng tích thoát,... Các nhân tố ảnh hưởng này đều có thể thể hiện trong phương trình Euler.

Thành phần của tốc độ góc quay $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ có thể đưa trực tiếp vào phương trình Euler dạng tổng quát (10.43) ở mục 10.4.2. Phương trình này diễn tả dòng thể lượng của chất lưu lý tưởng không nhớt theo các trục tọa độ x, y, z . Hệ phương trình Euler thủy động có dạng:

$$\begin{aligned}\frac{dc_x}{dt} &= c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_x}{\partial z} + \frac{\partial c_x}{\partial t} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{dc_y}{dt} &= c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_y}{\partial z} + \frac{\partial c_y}{\partial t} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{dc_z}{dt} &= c_x \frac{\partial c_z}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_z}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial z} + \frac{\partial c_z}{\partial t} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}\end{aligned}\quad (10.99)$$

Nếu ta đồng thời cộng và trừ $c_y(\partial c_y / \partial x)$ và $c_z(\partial c_z / \partial x)$ vào vế trái phương trình đầu tiên của hệ (10.99), thì sẽ có

$$c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} + c_z \frac{\partial c_x}{\partial z} - c_y \left(\frac{\partial c_y}{\partial x} - \frac{\partial c_x}{\partial y} \right) + c_z \left(\frac{\partial c_z}{\partial x} - \frac{\partial c_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial c_x}{\partial t} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10.100)$$

vì $c^2 = c_x^2 + c_y^2 + c_z^2$, nên có thể viết

$$c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_z \frac{\partial c_z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c^2}{2} \right) \quad (10.101)$$

Thay các biểu thức trong ngoặc đơn của (10.100) bằng thành phần ω_z, ω_y từ biểu thức (10.8), ta chuyển phương trình (10.100) sang dạng

$$\frac{\partial c_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c^2}{2} \right) - 2(c_y \omega_z - c_z \omega_y) = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10.102a)$$

Tương tự, ta có thể viết hai phương trình còn lại

$$\frac{\partial c_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{c^2}{2} \right) - 2(c_z \omega_x - c_x \omega_z) = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (10.102b)$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{c^2}{2} \right) - 2(c_x \omega_y - c_y \omega_x) = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (10.102c)$$

Tính chất ưu việt của phương trình (10.102) là rõ ràng.

Khác các phương trình Euler là có chứa các đại lượng đặc trưng cho những tính chất đặc biệt của chuyển động của chất lưu, đó là môi trường dễ biến dạng. Các phương trình này chứa đựng các thành phần tốc độ góc quay đặc trưng cho chuyển động xoáy, động năng, thế năng áp lực và cả thế năng của lực trọng khối.

Đưa các khái niệm trên vào, về cơ bản đã đơn giản hóa khá nhiều những trường hợp phức tạp, đồng thời tạo điều kiện khảo sát dòng chảy trong các thiết bị quay một cách dễ dàng.

Trong một số các trường hợp, phương trình (10.101, 102, 103) có thể dễ dàng tích phân. Để làm được điều đó, chúng ta chuyển hệ phương trình chuyển động trên sang dạng đơn giản hơn bằng cách đưa ra một hàm số mới gọi là hàm số áp lực

$$\wp = \int \frac{dp}{\rho} \quad (10.103)$$

Tác động của lực khối lượng được diễn tả thông qua hàm thế lượng U. Theo các tọa độ trục x, y, z chúng có các giá trị tương ứng

$$X = \frac{\partial U}{\partial x}; \quad Y = \frac{\partial U}{\partial y}; \quad Z = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (10.104)$$

Hệ phương trình (10.101, 102, 103) có thể viết dưới dạng

$$\frac{\partial c_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c^2}{2} \right) - \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 2(c_y \omega_z - c_z \omega_y) \quad (10.105a)$$

$$\frac{\partial c_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{c^2}{2} \right) - \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 2(c_z \omega_x - c_x \omega_z) \quad (10.105b)$$

$$\frac{\partial c_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{c^2}{2} \right) - \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 2(c_x \omega_y - c_y \omega_x) \quad (10.105c)$$

Cuối cùng hệ phương trình chuyển động có dạng như sau:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c^2}{2} - U + \wp \right) &= 2(c_y \omega_z - c_z \omega_y) \\ \frac{\partial c_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{c^2}{2} - U + \wp \right) &= 2(c_z \omega_x - c_x \omega_z) \\ \frac{\partial c_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{c^2}{2} - U + \wp \right) &= 2(c_x \omega_y - c_y \omega_x) \end{aligned} \quad (10.106)$$

Hệ phương trình (10.106) do I.S.Gromjeko, Giáo sư trường tổng hợp Kazan đưa ra năm 1881.

Đối với chuyển động ổn định ta có thể đặt $\frac{\partial c_x}{\partial t} = 0$; $\frac{\partial c_y}{\partial t} = 0$; $\frac{\partial c_z}{\partial t} = 0$ Và phương trình Gromjeko có dạng đơn giản hơn

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c^2}{2} - U + \wp \right) &= 2(c_y \omega_z - c_z \omega_y) \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{c^2}{2} - U + \wp \right) &= 2(c_z \omega_x - c_x \omega_z) \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{c^2}{2} - U + \wp \right) &= 2(c_x \omega_y - c_y \omega_x) \end{aligned} \quad (10.107)$$

Lần lượt nhân cả hai vế của phương trình thứ nhất với dx,

thứ hai với dy và thứ ba với dz , ta đặt

$$\frac{c^2}{2} - U + \varphi = E$$

Sau khi cộng cả hai vế tương ứng của ba phương trình và chuyển về phải sang dạng định thức, ta có

$$\frac{\partial E}{\partial x} dx + \frac{\partial E}{\partial y} dy + \frac{\partial E}{\partial z} dz = 2 \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ c_x & c_y & c_z \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{vmatrix} \quad (10.108a)$$

hay

$$dE = 2 \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ c_x & c_y & c_z \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{vmatrix} \quad (10.108b)$$

Giá trị của định thức ở phương trình (10.108) quyết định đến tính chất của dòng chảy. Định thức bằng không trong những trường hợp sau đây:

– Dòng chất lưu không xoáy – dòng thế lượng $\omega = 0$

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$$

– Nếu thỏa mãn điều kiện

$$\frac{\partial x}{c_x} = \frac{\partial y}{c_y} = \frac{\partial z}{c_z}$$

Đó chính là phương trình vi phân của đường dòng

– Nếu thỏa mãn điều kiện

$$\frac{\partial x}{\omega_x} = \frac{\partial y}{\omega_y} = \frac{\partial z}{\omega_z}$$

Đó là phương trình vi phân của vệt xoáy.

– Thỏa mãn điều kiện

$$c_y \cdot \omega_z = c_y \omega_z; c_z \omega_x = c_x \omega_z; c_x \omega_y = c_y \omega_x$$

hay

$$\frac{\partial x}{\omega_x} = \frac{\partial y}{\omega_y} = \frac{\partial z}{\omega_z}$$

Như vậy trong tất cả các trường hợp a + d về phải của phương trình (10.108) đều bằng không và nó chuyển thành dạng

$$d\left(\frac{c^2}{2} - U + \varphi\right) = 0 \quad (10.109)$$

Sau khi tích phân ta được

$$\frac{c^2}{2} - U + \varphi = \text{const} \quad (10.110)$$

Đó chính là một dạng của phương trình Bernoulli mô tả chuyển động của dòng thế lượng, sợi dòng hay sợi xoáy. Ở đây cần nhớ rằng, hàm số U đại diện cho thế năng của lực khối lượng (chủ yếu là trọng khối), còn hàm φ là thế năng của áp lực. Đại lượng $\frac{c^2}{2}$ là động năng của phần tử. Tất cả các thành phần trên đều

tính cho khối lượng chất lưu chảy qua tiết diện khảo sát sau 1 giây.

Nhân đây cũng cần lưu ý thêm rằng, giá trị tích phân có thể giống nhau song ý nghĩa vật lý và lĩnh vực ứng dụng còn tùy thuộc vào từng điều kiện cụ thể:

Với dòng ổn định, không xoáy (trường hợp a) thì tích phân (10.108) thỏa mãn cho tất cả các điểm trong dòng. Còn theo các điều kiện b) và c), thì tổng năng lượng của dòng chỉ giữ nguyên là hằng số (10.110), khi các phần tử của chất lưu chỉ chuyển động trên đường dòng hoặc trên vệt xoáy. Khi chuyển động từ đường dòng này sang dòng khác hoặc từ vệt xoáy này sang vệt xoáy khác, độ lớn của hằng số tích phân ở về phải phương trình (10.110) đã đổi khác.

Điều kiện d) cho thấy rằng, tỉ lệ giữa tốc độ tịnh tiến và tốc độ góc ở cả ba chiều x, y, z là như nhau. Điều này có nghĩa là năng lượng toàn bộ của phần tử là hằng số trong mọi điểm của dòng. Điều kiện này còn cho thấy hướng của vector tốc độ tịnh tiến và tốc độ góc trùng nhau, vì chúng khép với trục tọa độ một góc giống nhau. Trong những trường hợp đặc biệt như vậy, đường dòng và vệt xoáy trùng nhau.

Ở đây cũng cần lưu ý thêm rằng, trong tất cả các trường hợp đã khảo sát dòng đoạn nhiệt, entropy trong tất cả các điểm dòng có liên quan với nhau bằng biểu thức (10.110) luôn là

hằng số.

Thực tế, biểu thức (10.110) có thể đơn giản đối với những trường hợp khi mà trọng lực khối lượng chỉ chịu tác động của lực trọng lượng

$$X = Z = 0; Y = -g$$

(chiều dương của trục y hướng lên phía trên)

Như vậy

$$\frac{dU}{dy} = Y = -g \quad \text{và} \quad U = -g.y$$

Sau khi thay vào biểu thức (10.110) ta được

$$\frac{c^2}{2} + gy + \int \frac{dp}{\rho} = \text{const} \quad (10.111)$$

Đối với chất lưu không nén $\rho = \text{const}$

$$\frac{c^2}{2g} + y + \frac{p}{\gamma} = \text{const} \quad (10.112)$$

Biểu thức (10.112) lại cũng chính là phương trình Bernoulli.

Đại lượng y ở đây đặc trưng cho thế lượng ngoại gia tốc U, nó phản ánh qua thế năng của phần tử (chất lỏng) chuyển động trong một trọng trường thuần nhất. Nó được gọi là chiều cao thế năng. Tỷ số p/γ đại diện cho năng lượng riêng của áp lực (chiều cao áp lực). Và tỷ số $c^2/2g$ là động năng của dòng. Tất cả mọi

thành phần của phương trình (10.112) đều viết cho lưu lượng qua tiết diện sợi dòng trong 1 giây.

Tiền đây cũng lưu ý rằng, cả hai hàm số U và φ đều tính cùng một công thức (1.13) và (10.103). Tuy có cùng nguồn gốc sinh ra là do chênh lệch áp suất (hay chênh lệch cột áp) mà tạo nên một “thế” cho dòng song bản chất vật lý thì lại khác nhau. Hàm số U đại diện cho chênh lệch cột áp (thường là cho chất lỏng) giữa hai bề mặt khảo sát. Còn φ đặc trưng cho chênh lệch áp suất (có thể cho chất lỏng, cũng có thể cho chất khí) ở hai tiết diện khảo sát. Mặt khác hàm U còn phụ thuộc vào ngoại gia tốc (chủ yếu là gia tốc trọng trường). Giá trị U không thể bỏ qua đối với chất lỏng, song với chất khí thì thường được bỏ qua. Ngược lại hàm số φ lại bị phụ thuộc vào khối lượng riêng. Do đó đối với chất khí, φ đóng vai trò đáng kể. Còn đối với chất lỏng, φ thì có thể bỏ qua khi áp suất ở hai mặt khảo sát bằng nhau, khi đó $\varphi = \int \frac{dp}{\rho} = 0$.

Hàm số U đặc trưng cho thế lượng ngoại gia tốc. Còn đặc trưng cho thế năng áp lực.

10.7. ĐỒNG DẠNG KHÍ ĐỘNG LỰC

Ở trên, chúng ta đã xây dựng được hệ các phương trình: phương trình Euler và phương trình Bernoulli cho chuyển động dòng chất lưu lý tưởng. Đó là chuyển động thế lượng có quy

luật đơn giản, không tạo xoáy và đứt dòng, thỏa mãn đầy đủ các giả thiết và định luật cơ bản đã nêu trong thủy khí động lực. Chúng ta đã đưa ra được phương trình Navier-Stokes mô tả chuyển động của dòng chất lưu nhớt mà đặc trưng của nó là ma sát trong. Thực tế cho thấy, hầu hết các dòng chất lưu (nhớt) đều xảy ra chuyển động xoáy, có thể trong toàn bộ trường dòng hay ít nhất cũng là một phần của nó. Để khảo sát chuyển động này chúng ta đã thiết lập phương trình Gromjeko; và trong dạng tổng quát nó đã thể hiện ảnh hưởng của nhân tố xoáy. Ngoài ra để đánh giá được ảnh hưởng của các quá trình truyền dẫn nhiệt trong dòng chất lưu đến diễn biến các thông số của dòng chúng ta đã xây dựng các phương trình năng lượng.

Việc giải các phương trình nói trên một cách chính xác, đầy đủ và tổng quát, để cập được tất cả các nhân tố ảnh hưởng đến diễn biến thông số của dòng quả không phải là một việc dễ. Do đó, sự lựa chọn phương pháp là hết sức quan trọng. Thông thường người ta có thể tiến hành bằng hai cách:

Cách thứ nhất: thông qua các giả thiết đã được đơn giản hóa một cách thích hợp, tiến hành giải hệ phương trình nói trên bằng phương pháp gần đúng. Khó khăn lớn nhất của phương pháp này là tìm được các giả thiết phù hợp và xác định chính xác điều kiện biên.

Cách thứ hai: là thực nghiệm trên mô hình rút gọn. Vấn đề đặt ra cho phương pháp này là xác lập được điều kiện đồng

dạng của mô hình rút gọn và đối tượng nghiên cứu.

Sau đây chúng ta giới thiệu điều kiện đồng dạng trong khí động lực học.

Để đơn giản, ta sử dụng phương trình Navier-Stokes trong mặt phẳng (x,y)

Sau đây chúng ta giới thiệu điều kiện đồng dạng trong khí động lực học.

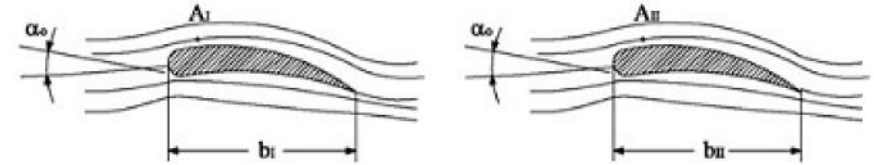
Để đơn giản, ta sử dụng phương trình Navier-Stokes trong mặt phẳng (x,y)

$$\begin{cases} \frac{\partial c_x}{\partial t} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\left(\frac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} \right) \right] \\ \frac{\partial c_y}{\partial t} + c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial y} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left[\left(\frac{\partial^2 c_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_y}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} \right) \right] \end{cases} \quad (10.113)$$

Dựa vào kết quả khảo sát dòng chảy qua vật bao quanh là hai profile cánh đồng dạng hình học (hình 10.6) chúng ta xây dựng các tiêu chuẩn đồng dạng.

Để đạt được sự đồng dạng động học và động lực học của hai hiện tượng (hay hai quá trình), điều kiện bắt buộc là trường tốc độ và trường lực của hai dòng phải tỷ lệ với nhau.

Nếu ta chọn hệ số tỷ lệ chiều dài giữa mô hình và vật thực là L, của thời gian là T và khối lượng là M, chúng ta có thể đưa ra các biểu thức xác định quan hệ giữa chiều dài, thời gian và khối lượng của hai dòng đồng dạng như sau:



Hình 10.6. Dòng chảy đồng dạng

$$l' = Ll; t' = Tt; m' = Mm$$

(Dấu phẩy ký hiệu cho mô hình dòng thứ hai)

Đó là ba đại lượng quan trọng nhất. Những đại lượng khác trong hệ phương trình (10.113) có thể suy ra một cách dễ dàng.

Giả thiết rằng, phương trình (10.113) diễn tả quan hệ giữa các thông số của dòng thực (dòng thứ nhất). Và nếu thứ nguyên của các đại lượng trong phương trình được diễn tả bằng đơn vị đo, tức là chiều dài x, y [m], tốc độ c_x, c_y [m/s], khối lượng riêng ρ [kg/m³], độ nhớt động học ν [m²/s], khối lượng m [kg] và áp suất p [Pa] = $p[\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}]$, thì chúng ta có thể xác định được quan hệ giữa các thông số của dòng thứ nhất và dòng thứ hai (của mô hình) thông qua các hệ số tỷ lệ sau:

$$\begin{aligned} \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = L; \quad K_c = \frac{c'}{c} = \frac{c'_x}{c_x} = \frac{c'_y}{c_y} = \frac{L}{T} \\ K_\rho = \frac{\rho'}{\rho} = \frac{M}{L^3}; \quad K_\nu = \frac{\nu'}{\nu} = \frac{L^2}{T}; \quad K_p = \frac{p'}{p} = \frac{M}{T^2 L} \end{aligned} \quad (10.114)$$

Nếu trong hai dòng sử dụng cùng một hệ thống tọa độ thì dựa vào các biểu thức (10.114) chúng ta có thể xây dựng

phương trình Navier-Stokes (10.113), cho dòng thứ hai theo trục x.

$$\frac{K_c}{T} \frac{\partial c_x}{\partial t} + \frac{K_c^2}{L} \left(c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} \right) = GX - \frac{K_p}{K_p L} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{K_v K_c}{L^2} \left[\left(\frac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} \right) \right] \quad (10.115)$$

Phương trình (10.115) đại diện cho dạng vi phân của phương trình Navier-Stokes (phương trình động lượng dạng đầy đủ) của dòng thứ hai thông qua các thông số của dòng thứ nhất.

Tất cả các thành phần của phương trình (10.113) và (10.115) đương nhiên phải có cùng thứ nguyên $L/T^2 [m/s^2]$, điều này có thể dễ dàng kiểm chứng nhờ biểu thức (10.114).

Nếu hai dòng đồng dạng động lực học, thì chúng phải cùng thỏa mãn một và chỉ một phương trình chuyển động duy nhất. Tức là các hệ số đứng trước các thành phần trong chương trình phải đồng nhất. Từ đó suy ra đẳng thức

$$\frac{K_c^2}{L} = \frac{K_c}{T} = G = \frac{K_p}{K_p L} = \frac{K_v K_c}{L^2}$$

hay

$$\frac{K_v}{LK_c} = 1; \quad \frac{L}{K_c T} = 1; \quad \frac{GL}{K_c^2} = 1; \quad \frac{K_p}{K_p K_c^2} = 1;$$

Thay các hệ số tỷ lệ từ (10.114) và sử dụng số Prandtl trong

phương trình năng lượng ta có các điều kiện đồng dạng

$$\frac{lc}{v} = \frac{l'c'}{v'}; \quad \frac{ct}{l} = \frac{c't'}{l'}; \quad \frac{gl}{c^2} = \frac{g'l'}{c'^2}; \quad \frac{p}{\rho c^2} = \frac{p'}{\rho' c'^2}; \quad \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\mu' c'_p}{\lambda'} \quad (10.116)$$

Như vậy hai dòng đồng dạng động lực nếu chúng thỏa mãn các điều kiện (10.116) giữa các thông số.

Các biểu thức (10.116) gọi là các tiêu chuẩn đồng dạng.

Sau đây chúng ta giới thiệu một số tiêu chuẩn đồng dạng cơ bản:

a. Tiêu chuẩn đồng dạng Reynold

Nó xác định quan hệ giữa các lực ma sát (nhớt) và lực quán tính của dòng

$$Re = \frac{lc}{v} = Re' = \frac{l'c'}{v'} \quad (10.117)$$

b. Tiêu chuẩn Strouhal

Đây là tiêu chuẩn duy nhất đề cập đến thời gian. Nó xác định trên cơ sở đồng dạng các thành phần trong phương trình chuyển động có chứa gia tốc cục bộ $(\partial c_x / \partial t)$; $(\partial c_y / \partial t)$. Gia tốc cục bộ chỉ đặc trưng cho chuyển động không ổn định, kể cả chuyển động tuần hoàn. Như vậy, đây là điều kiện đồng dạng của dòng không ổn định.

Tỷ số

$$Sh = \frac{ct}{l} = Sh' = \frac{c't'}{l'} \quad (10.118)$$

gọi là số Strouhal.

Đối với chuyển động tuần hoàn số Strouhal được xác định

$$Sh = \frac{c}{nl}$$

ở đây $n = \frac{1}{t}$ là tần số của quá trình tuần hoàn.

c. Tiêu chuẩn Freud

Tiêu chuẩn đồng dạng này nói đến ảnh hưởng của lực khối lượng (mà chủ yếu là lực trọng khối) của dòng

$$Fr = \frac{gl}{c^2} = \frac{g'l'}{c'^2} = Fr' \quad (10.119)$$

Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp, gia tốc trọng trường có thể coi là hằng số ($g' = g$) nên tiêu chuẩn Freud có dạng

$$Fr = \frac{1}{c^2} = Fr'$$

Đối với chất khí, ảnh hưởng của lực khối lượng rất ít, nên khi mô hình hóa dòng khí có thể bỏ qua số Freud.

d. Tiêu chuẩn đồng dạng thứ tư

Tiêu chuẩn này diễn tả quan hệ giữa áp suất tĩnh và áp suất động trong những điểm tương ứng của dòng đồng dạng. Lập tỷ số áp suất tĩnh và áp suất động

$$\bar{p} = \frac{p}{\rho \frac{c^2}{2}} = \bar{p}' ; \text{ hay } \bar{p} = \frac{2p}{\rho c^2} = \bar{p}' \quad (10.120)$$

Ở đây, cũng có thể chứng minh được tiêu chuẩn này bao gồm cả ảnh hưởng của độ nén, nếu ta thay

$$p = \frac{\rho a^2}{k}$$

vào tiêu chuẩn trên; sau khi biến đổi ta được

$$k \frac{c^2}{a^2} = k' \frac{c'^2}{a'^2}$$

hay

$$kMa^2 = k'Ma'^2 \quad (10.121)$$

Như vậy là từ quan hệ $\bar{p} = \bar{p}'$ ta chuyển thành quan hệ kMa và kMa' . Nhưng như đã nói, số Mach cũng chính là một tiêu chuẩn đồng dạng, trong đó đã kể đến ảnh hưởng của độ nén. Cũng tương tự đối với dòng khí lý tưởng, hệ số đẳng entropy k cũng là tiêu chuẩn đồng dạng bao gồm tác động của độ nén.

Như vậy trong tiêu chuẩn thứ tư, ngoài mối quan hệ giữa áp suất tĩnh và áp suất động nó còn thể hiện cả ảnh hưởng của độ nén.

e. Tiêu chuẩn Prandtl

Sử dụng phương trình năng lượng đối với dòng chất lưu

nhớt chịu nén, ta có thêm tiêu chuẩn đồng dạng Prandtl

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = Pr' = \frac{\mu' c_p'}{\lambda'} \quad (10.122)$$

Đối với dòng đồng dạng là chất khí, tiêu chuẩn này cũng đòi hỏi giống nhau về số Mach và số mũ đẳng entropy.

f. Tiêu chuẩn về độ chảy rối

Trong dòng chảy rối, thêm một đặc trưng quan trọng nữa đó là độ chảy rối. Đó là tiêu chuẩn đánh giá độ chảy rối của dòng

$$DT = \frac{\bar{c}}{c_s} = DT' \quad (10.123)$$

ở đây

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} (c - c_s)^2 dt}$$

là tốc độ trung bình căn hai của nhíp xung, c là tốc độ tức thời và c_s là tốc độ trung bình của dòng chảy rối

$$c_s = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} c dt$$

Để kết luận, chúng ta có thể nói rằng, điều kiện cần để hai dòng đồng dạng với nhau khi có cùng điều kiện ban đầu và điều kiện biên là đáp ứng những tiêu chuẩn đồng dạng như đã nêu trong các điểm tương ứng của vật thực và mô hình.

Như vậy, chúng ta đã xây dựng được các tiêu chuẩn đồng dạng của dòng. Trên cơ sở đó, chúng ta khảo sát hệ số trở lực và hệ số tổn thất năng lượng của mô hình trong điều kiện thí nghiệm. Giữ được những điều kiện trên chính là đảm bảo độ tin cậy của kết quả thí nghiệm, tạo điều kiện phát triển những kết quả này cho đối tượng thực.

Để hiểu rõ thêm ảnh hưởng giữa các tiêu chuẩn đồng dạng trong cơ chế chuyển động và chất lượng của dòng chất lưu, chúng ta phân tích mối quan hệ của hai thông số quan trọng là hệ số trở lực và hệ số tổn thất năng lượng:

$$r_x = r_x(Re, Ma, Pr, Sh, F_r)$$

$$\zeta = \zeta(Re, Ma, Pr, Sh, F_r) \quad (10.124)$$

ở đây ký hiệu r_x là hệ số trở lực;

ζ hệ số tổn thất năng lượng.

Tuy nhiên, mức độ ảnh hưởng của các tiêu chuẩn đến các loại dòng khác nhau cũng khác nhau. Và ở những điều kiện không giống nhau, tất cả các tiêu chuẩn cũng không có cùng một ý nghĩa vật lý. Tùy thuộc vào bài toán cụ thể mà một hoặc vài tiêu chuẩn có ý nghĩa quyết định, còn những tiêu chuẩn khác lại đóng vai trò thứ yếu, thậm chí có thể bỏ qua. Ví dụ, trong dòng chất lưu ổn định không nén thì tiêu chuẩn Ma và Sh không còn ý nghĩa nữa. Và các biểu thức sẽ có dạng đơn giản

$$r_x = r_x(Re, Pr, F_r)$$

$$\zeta = \zeta(Re, Pr, F_r) \quad (10.125)$$

Hoặc nếu cần khảo sát ảnh hưởng của độ nén trong dòng khí ổn định cùng tính chất vật lý thì các tiêu chuẩn Pr , Sh , F_r được loại trừ

$$r_x = r_x(Re, Ma)$$

$$\zeta = \zeta(Re, Ma) \quad (10.126)$$

Thỏa mãn được tất cả các điều kiện đồng dạng quả là khó. Nó chỉ có thể thực thi được khi những thí nghiệm được tiến hành trong điều kiện thực tế. Do đó phải chọn giải pháp đồng dạng gần đúng (hay đồng dạng từng phần), tức là tùy điều kiện thực tế mà có thể chọn một hoặc hai tiêu chuẩn quan trọng nhất. Kết quả thí nghiệm được hiệu chỉnh theo các tiêu chuẩn còn lại. Bởi vì giá trị của chúng cũng xác định được trong quá trình thực nghiệm.

Đối với những dòng mà cần phải coi trọng hai hoặc ba tiêu chuẩn (ví dụ Re và Ma hoặc Re , Ma và Sh), thì phải thực hiện nguyên tắc mô hình hóa từng phần, tức là phải xác định được khoảng giá trị của mỗi tiêu chuẩn mà trở lực và tổn thất năng lượng không phụ thuộc.

Một điểm cần lưu ý nữa là trước khi phân tích thứ nguyên

các đại lượng, cần xác định được bản chất vật lý của từng thông số ảnh hưởng đến quá trình thí nghiệm.

Bằng cách ấy, phương pháp phân tích thứ nguyên cùng với kết quả thí nghiệm tạo điều kiện để chúng ta có thể giải hàng loạt các bài toán về đồng dạng cơ học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [1], [5], [9], [14], [15], [26].

Chương 11

LỚP BIÊN

11.1. KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ LỚP BIÊN

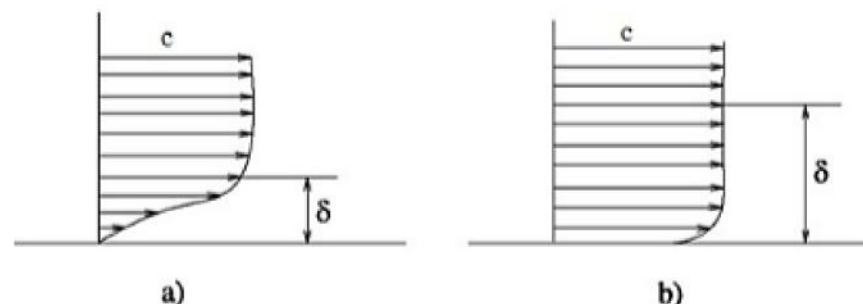
Như đã nói ở phần trước, trong dòng chất lưu thực luôn tồn tại ma sát trong; ảnh hưởng của nó xuất hiện lớn nhất ở gần bề mặt vật bao quanh hay ở vách kênh mà chất lưu chuyển động qua.

Khi dòng chuyển động qua một vật bao quanh hay kênh, do ảnh hưởng của độ nhớt các phần tử của nó dính vào vách và không chuyển động. Tốc độ của nó tăng liên tục từ không (ở sát vách) cho đến tốc độ dòng ngoại vi (dòng chính ngoài lớp biên).

Sở dĩ tốc độ dòng tăng liên tục như vậy là do sự truyền xung lượng giữa các lớp sát kề có tốc độ khác nhau. Xung lượng được truyền bởi chuyển động của phần tử riêng biệt (chuyển động vi mô). Trong quá trình đó, các lớp chất lưu truyền xung lượng lẫn nhau để tốc độ được bù trừ và dần dần đồng đều.

Sự trao đổi xung lượng giữa lớp này với lớp khác là do va đập lẫn nhau giữa các phần tử. Kết quả dẫn đến tiêu hao động năng gây nên tổn thất năng lượng. Tổn thất này biến thành nhiệt.

Từ các luận cứ trên, chúng ta có thể định nghĩa lớp biên như sau: Lớp biên là lớp chất lưu ở gần vách, ở đó xuất hiện sự trao đổi xung lượng và tăng tốc độ liên tục khi hình thành profile tốc độ (hình 11.1). Dòng chất lưu chuyển động tự do ngoài lớp biên gọi là dòng ngoại vi.



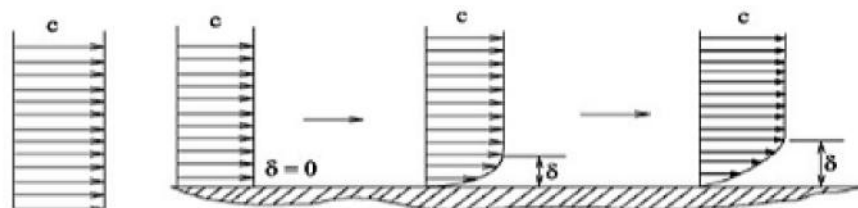
Hình 11.1. Profile tốc độ lớp biên: a. chảy tầng; b. chảy rối

Tùy thuộc vào chất lượng dòng chảy mà độ dày lớp biên có thể khác nhau. Ma sát trong làm tiêu hao một phần động năng để biến thành nhiệt, nó kìm hãm chuyển động của các phần tử ở gần vách. Một mặt, do sự trao đổi xung lượng liên tục giữa các lớp chất lưu có tốc độ khác nhau, nên mức độ tăng tốc độ cứ chậm dần khi xa vách. Mặt khác, do điều kiện hình thành và duy trì tính liên tục các profile tốc độ vẫn được bảo toàn nên độ dày lớp biên tăng dần theo chiều chuyển động của dòng. Sự tăng trưởng lớp biên phụ thuộc vào hai yếu tố cơ bản sau đây: một là, cường độ trao đổi xung lượng (năng lượng) giữa các phần tử với dòng ngoại vi (dòng tự do) hoặc với tâm dòng; hai là, mức độ

tiêu hao năng lượng do ma sát trong quá trình trao đổi xung lượng.

Trong quá trình chảy tầng, trao đổi năng lượng do hòa trộn các phần tử là rất bé, tiêu hao năng lượng do ma sát cũng nhỏ. Ngược lại, trong dòng chảy rối, sự truyền năng lượng do hòa trộn một số lượng phần tử rất lớn (vĩ mô) do đó tiêu hao năng lượng do ma sát lớn hơn nhiều so với chảy tầng. Kết quả là lớp biên trong dòng chảy rối dày lên nhanh hơn so với chảy tầng.

Khảo sát dòng chuyển động qua một bề mặt vật bao quanh hay qua một kênh chúng ta thấy rằng, khi tiếp xúc với bề mặt, lớp biên được hình thành dần và độ dày tăng theo dòng (hình 11.2).

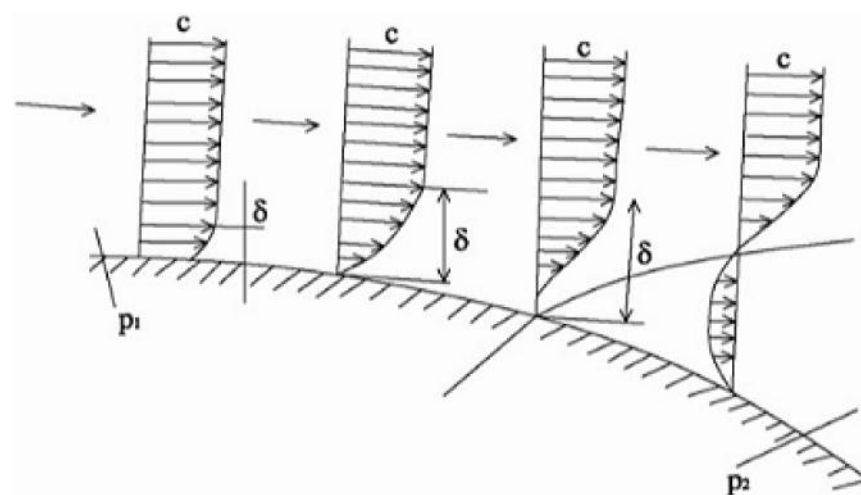


Hình 11.2. Sự phát triển của lớp biên

Ở phần đầu của bề mặt bao quanh hay của kênh luôn xuất hiện lớp biên chảy tầng. Sau đó nó phát triển dần và đến một khoảng cách nào đó do ảnh hưởng của độ nhám cục bộ nó chuyển thành lớp biên chảy rối. Quá trình tự chuyển hóa và vị trí chuyển hóa làm thay đổi đặc trưng của lớp biên và phụ thuộc vào rất nhiều thông số như: độ nhớt, tốc độ, độ rối của dòng tự

do, độ nhám bề mặt, độ dày cục bộ của lớp biên....

Tuy nhiên, bằng biện pháp trao đổi xung lượng như kể trên đôi khi cũng không đảm bảo cho sự tồn tại lâu dài của lớp biên và các phần tử của nó trong chuyển động ổn định theo dòng. Khi chuyển động xảy ra từ vùng có áp suất tĩnh thấp đến vùng có áp suất tĩnh cao và gradient áp suất lớn thì không những phần tử của chất lưu bị hãm hoàn toàn trên vách, mà còn có thể xuất hiện dòng chảy ngược làm đứt hoàn toàn dòng khỏi vách, tạo thành xoáy gây tổn thất năng lượng rất lớn (hình 11.3). Về khía cạnh này, lớp biên chảy rối lại có ưu điểm là khó đứt dòng hơn nhiều so với lớp biên chảy tầng. Bởi vì ngay bản thân nó luôn tồn tại sự hòa trộn mãnh liệt các phần tử vĩ mô với dòng ngoại vi.



Hình 11.3. Sự đứt lớp biên

Từ những luận cứ trên chúng ta thấy rằng, lớp biên đóng một vai trò quan trọng trong việc ổn định dòng chảy chất lưu thực và có ý nghĩa đặc biệt trong việc nghiên cứu các loại hình chuyển động của chất lưu.

11.2. CƠ SỞ TÍNH TOÁN LỚP BIÊN

Phân trên chúng ta đã luận giải về cơ chế hình thành lớp biên. Trong phần này, một cách tổng quát chúng ta đưa ra mô hình tính toán lớp biên chảy tầng và chảy rối trên cơ sở phương trình năng lượng và phương trình Navier – Stokes. Để đơn giản, chúng ta coi dòng là phẳng ổn định và không nén. Như vậy, các thành phần phụ thuộc vào thời gian và phân kỳ tốc độ sẽ không tồn tại. Sử dụng phương trình (10.38) và để thuận lợi ta chuyển nó sang dạng không thứ nguyên. Chọn các tỷ lệ xích cơ bản như sau:

c_{x0} , L_0 - tốc độ và tọa độ đặc trưng theo chiều chuyển động;

c_{y0} , δ - tốc độ và tọa độ vuông góc với chiều chuyển động;

p_0 , ρ_0 - áp suất và khối lượng riêng;

Như vậy các đại lượng mới sẽ có dạng: $c_{x0} \cdot c_x$, $L_0 \cdot x$, $c_{y0} \cdot c_y \cdot \delta y$, $p_0 p$... thay cho c_x , x , c_y ...

Sau khi thay vào hệ phương trình (10.38) và ước giản ta

được

$$\left. \begin{aligned} c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{L_0 c_{y0}}{\delta c_{x0}} c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} &= - \frac{p_0}{\rho_0 \rho c_{x0}^2} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{L_0 c_{x0}} \frac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \frac{\nu L_0}{\delta^2 c_{x0}} \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} \\ c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + \frac{L_0 c_{y0}}{\delta c_{x0}} c_y \frac{\partial c_y}{\partial y} &= - \frac{L_0 p_0}{\rho_0 \rho \delta c_{x0} c_{y0}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu}{L_0 c_{x0}} \frac{\partial^2 c_y}{\partial x^2} + \frac{\nu L_0}{\delta^2 c_{x0}} \frac{\partial^2 c_y}{\partial y^2} \\ \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{L_0 c_{y0}}{\delta c_{x0}} \frac{\partial c_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11.1)$$

Hệ số của các đại lượng trong hệ phương trình (11.1) có thể chọn trên cơ sở sau: Nếu hệ số c_{x0} , L_0 diễn tả tốc độ đặc trưng và chiều dài đặc trưng của vật bao quanh thì các hệ số c_{y0} , δ , p_0 , ρ_0 là những đại lượng chưa được xác định. Và như vậy ta phải sử dụng khả năng lựa chọn các hệ số này để đưa phương trình (11.1) về dạng trụ.

Nếu ta đặt $p_{x0} = \rho c_{x0}^2$ và $\rho_0 = 1$, thì $\frac{p_0}{\rho_0 \rho c_{x0}^2} = 1$ và tỷ lệ theo hướng vuông góc c_{y0} và δ phải chọn để các hệ số $\frac{L_0 c_{y0}}{\delta c_{x0}}$ và $\frac{\nu L_0}{\delta^2 c_{x0}}$ là hằng số không phụ thuộc vào Reynold.

Một cách tổng quát, chúng ta có thể chọn các hệ số trên bằng những hằng số bất kỳ nào đấy. Nhưng để thật đơn giản chúng ta chọn

$$\frac{L_0 c_{y0}}{\delta c_{x0}} = 1 \text{ và } \frac{\nu L_0}{\delta^2 c_{x0}} = 1$$

Giải hai phương trình trên với ẩn số là c_{y0} và δ ta được hệ số tốc độ và chiều dài hướng vuông góc với chuyển động

$$\delta = \frac{L_0}{\sqrt{Re}} \text{ và } c_{y0} = \frac{c_{x0}}{\sqrt{Re}} \quad (11.2)$$

Ở đây, ta thấy biểu thức thứ nhất của (11.2) có dạng tương tự như (11.22) (ở phần sau, 11.4)

Thay các giá trị trên vào phương trình (11.1), ta có

$$\left. \begin{aligned} c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \cdot \frac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} \\ \frac{1}{Re} (c_x \frac{\partial c_y}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_y}{\partial y}) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re^2} \cdot \frac{\partial^2 c_y}{\partial x^2} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 c_y}{\partial y^2} \\ \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11.3)$$

Nếu giả thiết rằng, các ẩn số c_x , c_y , p và đạo hàm của chúng hội tụ khi Re tăng đến một giá trị hữu hạn, thì ở những giá trị Re cao trong phương trình (11.3), có thể bỏ qua các đại lượng chứa thành phần $1/Re$ và $1/Re^2$ vì chúng rất nhỏ so với những đại lượng còn lại.

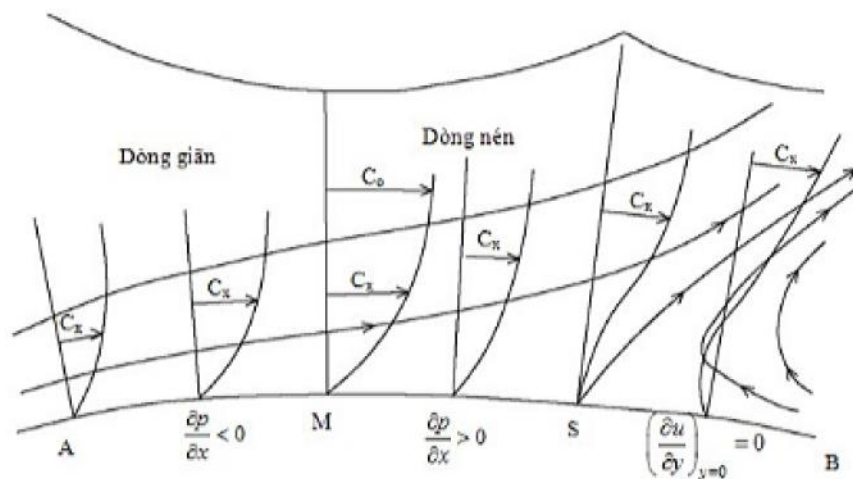
Sau khi hội qui các đại lượng thứ nguyên, chúng ta có phương trình vi phân lớp biên chảy tầng trong dạng Prandtl

$$\left. \begin{aligned} c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11.4)$$

Phương trình (11.4) giải trong những điều kiện biên sau đây:

$$\left. \begin{aligned} y=0; \quad c_x &= 0; \quad c_y = 0 \\ y \rightarrow \infty; \quad c_x &\rightarrow c(x) \end{aligned} \right\}$$

Từ điều kiện cuối cùng suy ra rằng, tốc độ của lớp biên tiệm cận với tốc độ dòng ngoại vi. Trong thực tế sự chuyển hóa này theo khoảng cách y đúng bằng hệ số tỷ lệ theo hướng vuông góc với chuyển động. Điều này sẽ được khẳng định bởi sự trùng lặp biểu thức (11.2) và (11.22) (ở phần sau).



Hình 11.4. Sự đứt dòng

Phương trình thứ hai, $\partial p / \partial y = 0$ trong hệ phương trình (11.4) mang một ý nghĩa vật lý quan trọng: đó là điều kiện diễn tả sự phân bố áp suất ở giới hạn ngoài của lớp biên và trên bề mặt của vật bao quanh là như nhau. Từ đó suy ra rằng, áp suất trong tất cả các điểm của tiết diện ngang cắt qua lớp biên là như nhau; tức là áp lực truyền nguyên vẹn từ dòng ngoài qua lớp biên cho đến tận bề mặt vật bao quanh.

Điều kiện $\partial p / \partial y = 0$, còn tạo cơ sở để lý giải một hiện tượng hết sức quan trọng là sự đứt lớp biên. Chúng ta khảo sát dòng bao quanh qua một mặt cong AB (hình 11.4) và giả thiết rằng, áp suất dòng ngoại vi dọc theo bề mặt cong mới đầu giảm dần, tại điểm M đạt giá trị tối thiểu, rồi sau đó lại tăng.

Đoạn đầu của dòng ngoại vi có gradient áp suất âm ($\partial p / \partial x$

< 0) gọi là đoạn tăng tốc. Dòng chảy sau điểm M có đặc trưng gradient áp suất dương ($\partial p / \partial x > 0$) gọi là đoạn tăng áp. Ở phần đầu, dòng được tăng tốc, còn đoạn sau tốc độ bị hãm. Nếu ta coi gradient áp suất theo chiều y là bằng không $\partial p / \partial x = 0$, thì có thể đi đến kết luận rằng, sự phân bố áp suất tương tự (như dòng ngoại vi) cũng diễn ra bên trong lớp biên dọc theo bề mặt AB ở bất kỳ vị trí nào trong khoảng $y < \delta$.

Bên trong lớp biên tốc độ trước điểm M tăng lên, còn sau đó thì giảm (xem hình 11.4). Ở gần vách, các phần tử có động năng đã nhỏ, trong khi đó, ở vùng tăng áp dọc theo bề mặt AB, dự trữ động năng lại còn bị giảm. Hậu quả là các phần tử gần vách trong một tiết diện S nào đấy không thể vượt qua được tác động hãm của dòng ngoại vi và phải dừng lại. Profile tốc độ có dạng đặc trưng phần đầu như một góc nhọn. Ở vách profile tốc độ thỏa mãn điều kiện

$$\left(\frac{\partial c_x}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \quad (11.5a)$$

Sau điểm S, do tác động của gradient áp suất chống lại chiều chuyển động của dòng nên xuất hiện dòng ngược ở gần vách. Khi tiếp xúc với dòng chính, các phần tử chuyển động ngược cứ xa dần vách để rồi dẫn đến đứt lớp biên làm tăng đột ngột và mạnh độ dày của nó. Sau điểm đứt dòng S, profile tốc độ có dạng rất đặc trưng, giống như một chiếc vĩ cầm; và ở ngay sát vách nó thỏa mãn điều kiện:

$$\left(\frac{\partial c_x}{\partial y}\right)_{y=0} < 0 \quad (11.5b)$$

Từ những kết quả trên suy ra rằng, đứt lớp biên trong dòng bao quanh qua một viên đều đặn chỉ có thể xảy ra trong vùng tăng áp.

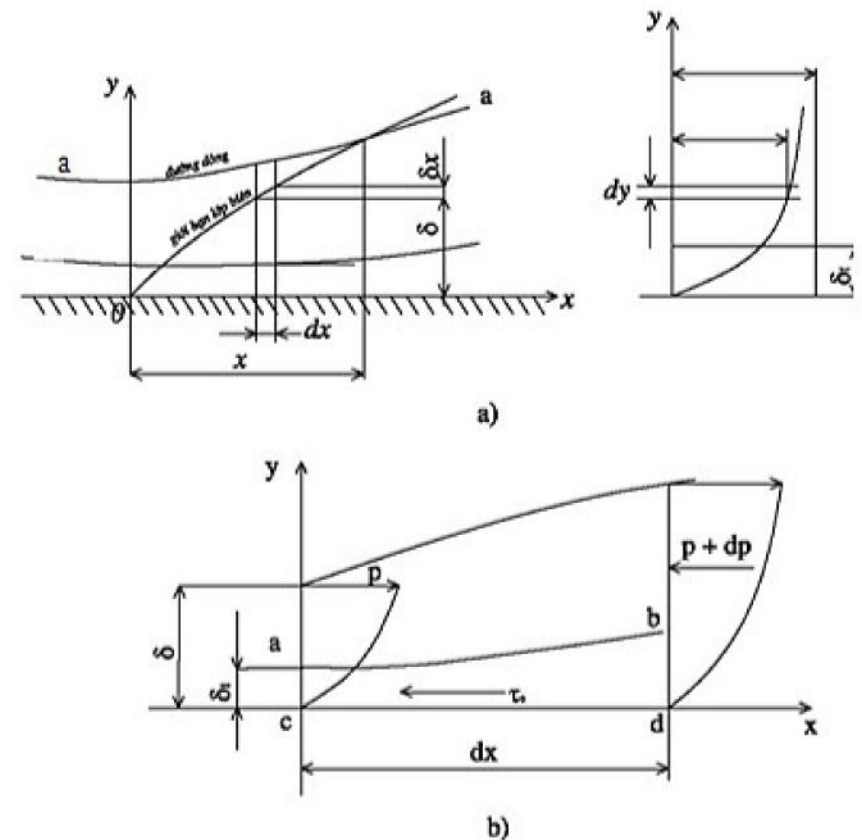
11.3. ĐỘ DÀY ĐẶC TRƯNG VÀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN CỦA LỚP BIÊN

11.3.1. Độ dày đặc trưng

Như trên chúng ta đã nói, cơ cấu động học trong lớp biên rất phức tạp, do đó việc xác định độ dày của nó rất khó chính xác về mặt định lượng.

Độ dày của lớp biên δ phụ thuộc vào ranh giới quy ước được chọn giữa lớp biên và dòng ngoại vi. Việc lựa chọn này mang tính chất định tính. Do đó thông thường khi tính toán người ta sử dụng khái niệm độ dày tích phân. Đó là độ dày nén δ_I , độ dày xung δ_I và độ dày năng lượng δ_{III} .

Để làm sang tỏ ý nghĩa vật lý của những độ dày tích phân ta so sánh dòng chảy của chất lưu nhớt và chất lưu lý tưởng qua một vách phẳng (hình 11.5).



Hình 11.5. Xác định độ dày tích phân của lớp biên

a. Độ dày nén

Nếu không có ma sát, thì lưu lượng chảy qua một tiết diện đứng với chiều cao dy , chiều rộng một đơn vị, sau một đơn vị thời gian là $\rho_0 c_{x0} dy$. Cũng cùng thời gian đó lưu lượng chảy trong lớp biên có tiết diện $1 \cdot dy$ là $\rho c_x dy$.

Gia số giữa hai lưu lượng trên là nguyên nhân hình thành "vật chất" trong lớp biên. Hiệu số này được xác định bằng biểu thức

$$\rho_0 c_{x0} \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\rho c_x}{\rho_0 c_{x0}}\right) dy = \rho_0 c_{x0} \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho c_x}{\rho_0 c_{x0}}\right) dy + \rho_0 c_{x0} \int_{\delta}^{\infty} \left(1 - \frac{\rho c_x}{\rho_0 c_{x0}}\right) dy \quad (11.6)$$

Trong phương trình trên, ta thấy tích phân thứ hai của vế phải rất nhỏ so với tích phân thứ nhất, nên có thể bỏ qua. Do đó, chỉ cần tích phân trong giới hạn độ dày vật lý δ .

Nếu chia gia số lưu lượng trên cho tích số $\rho_0 c_{x0}$, ta được độ dày nén δ_I

$$\delta_I = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho c_x}{\rho_0 c_{x0}}\right) dy \quad (11.7)$$

Đại lượng δ_I thể hiện độ nén của các lớp dòng từ bên ngoài lên bề mặt của vách hay vật bao quanh. Đồng thời δ_I cũng đặc trưng cho sự giảm mật độ của dòng chảy qua lớp vuông góc với vách. Sự suy giảm mật độ chính là do lớp biên ép nén dòng chất lưu.

b. Độ dày xung δ_{II}

Độ dày xung δ_{II} được định nghĩa như lớp chất lưu có thể chuyển động với tốc độ c_{x0} ngoài lớp biên và có động lượng bằng động lượng ma sát trong lớp biên. Động lượng mất mát

trong lớp biên được xác định bằng biểu thức

$$\int_0^{\delta} \rho c_x (c_{x0} - c_x) dy = \int_0^{\delta} \rho c_x c_{x0} \left(1 - \frac{c_x}{c_{x0}}\right) dy \quad (11.8)$$

Chia biểu thức trên cho $\rho_0 c^2_{x0}$, ta được đại lượng đặc trưng cho độ dày xung δ_{II}

$$\delta_{II} = \int_0^{\delta} \frac{\rho c_x}{\rho_0 c_{x0}} \left(1 - \frac{c_x}{c_{x0}}\right) dy \quad (11.9)$$

Mặt khác, do có tồn tại tốc độ nên khối lượng $\rho c_x dy$ cũng mất đi một động năng $\rho c_x (c^2_{x0} - c^2_x)$ trong lớp biên. Đối với toàn bộ độ dày δ , tồn tại năng lượng sẽ là

$$\frac{d\rho_0}{dx} = \frac{d\rho_0}{dp} \frac{dp}{dx} = -\frac{1}{a_0^2} \rho_0 c_{x0} c'_{x0}$$

Từ đó ta định nghĩa độ dày năng lượng.

c. Độ dày năng lượng δ_{III}

Chia biểu thức (11.10) cho $\rho_0 c^3_{x0}$ ta được độ dày năng lượng δ_{III}

$$\delta_{III} = \int_0^{\delta} \frac{\rho c_x}{\rho_0 c_{x0}} \left(1 - \frac{c_x^2}{c_{x0}^2}\right) dy \quad (11.11)$$

Đại lượng δ_{III} đại diện cho độ dày đặc trưng của chất lưu có thể chuyển động ngoài lớp biên và có thể có động năng bằng

động năng mất đi trong lớp biên.

Như vậy, một cách định lượng ta đã xác định được các độ dày δ_I , δ_{II} và δ_{III} . Trên cơ sở đó ta có thể giải các bài toán về lớp biên của dòng nén, dòng không nén của chất lưu nhớt và tính trở lực của chúng.

11.3.2. Phương trình tích phân

Có nhiều phương pháp tính, ở đây chúng ta giới thiệu phương pháp gần đúng được sử dụng rộng rãi nhất, dựa trên cơ sở dự báo sự thay đổi xung lượng của dòng trong lớp biên. Phương pháp này tiến hành như sau:

Từ công thức tính toán độ dày nén (11.7) suy ra rằng, toàn bộ khối lượng chất lưu chảy qua lớp biên có thể thay bằng khối lượng chất lưu nằm giữa hai vách ab và vách cd (hình 11.5b) với tốc độ bằng không.

Bây giờ chúng ta viết phương trình xung lượng cho đoạn dx. Ngoài lực ma sát mà vách tác động vào chất lưu, theo hướng chuyển động của dòng còn tồn tại cả áp lực. Tốc độ bên ngoài lớp nén ab là $c_{x0} = c_{x0}(x)$. Bên trong lớp nén thỏa mãn biểu thức $\partial p / \partial y = 0$. Trên cơ sở phương trình xung lượng chúng ta có thể xác định được tổn thất động lượng của dòng trên đoạn dx

$$dJ = \tau_0 dx + dp \delta_I \quad (11.12)$$

ở đây $\tau_0 dx$ động lượng lưu lượng của ma sát;

$dp \delta_I$ động lượng của áp lực tác động vào khối lượng “nén” của chất lưu.

Trên cơ sở phương trình (11.9) có thể diễn tả động lượng J nhờ độ dày xung δ_{II}

$$J = \rho_0 c_{x0}^2 \delta_{II}$$

Nếu giả thiết dòng ngoại vi là dòng thế lượng, thì gradient áp suất theo chiều chuyển động của dòng dp/dx có thể diễn tả nhờ tốc độ c_{x0} và khối lượng riêng ρ_0 thông qua phương trình Bernoulli

$$\frac{dp}{dx} = -\rho_0 c_{x0} \frac{dc_{x0}}{dx} = -\rho_0 c_{x0} c'_{x0}$$

Nếu thay giá trị này vào phương trình (11.12) ta được

$$c_{x0}^2 \delta_{II} \frac{d\rho_0}{dx} + \rho_0 \delta_{II} \cdot 2c_{x0} c'_{x0} + \rho_0 c_{x0}^2 \frac{d\delta_{II}}{dx} = \tau_0 - \rho_0 c_{x0} c'_{x0} \delta_I \quad (11.13)$$

Chúng ta tiếp tục biến đổi

$$\frac{d\rho_0}{dx} = \frac{d\rho_0}{dp} \frac{dp}{dx} = -\frac{1}{a_0^2} \rho_0 c_{x0} c'_{x0}$$

và chia phương trình (11.13) cho $\rho_0 c_{x0}^2$. Kết quả, đối với chất lưu nén chúng ta sẽ có phương trình

$$\frac{d\delta_{II}}{dx} + \frac{c_{x0}\delta_{II}}{c_{x0}}(2+H-M_0) = \frac{\tau_0}{\rho_0 c_{x0}^2} \quad (11.14)$$

ở đây ta ký hiệu

$$H = \frac{\delta_I}{\delta_{II}}; M_0 = \frac{c_{x0}^2}{a_0^2}$$

Biểu thức (11.14) gọi là phương trình tích phân bởi vì các đại lượng δ_I , δ_{II} được diễn tả bằng các tích phân tương ứng (11.7) và (11.9).

Để đơn giản, chúng ta có thể biến đổi để (11.14) không còn chứa các đại lượng δ_I , δ_{II} và sử dụng phương trình thay đổi động lượng của thể tích chất lưu nằm giữa hai tiết diện thẳng đứng của các lớp biên kề sát nhau (khoảng cách giữa chúng không đáng kể) (hình 11.5b).

Nếu thay vào phương trình (11.14) các biểu thức chọn độ dày δ_I , δ_{II} và diễn tả c'_{x0} nhờ dp/dx , sau khi rút gọn chúng ta sẽ có

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho c_x^2 dy - c_{x0} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho c_x dy = -\tau_0 - \delta \frac{dp}{dx} \quad (11.15)$$

Đối với chất lưu không nén

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho c_x^2 dy - c_{x0} \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \rho c_x dy = -\frac{\tau_0}{\rho} - \frac{\delta}{\rho} \frac{dp}{dx} \quad (11.16)$$

Phương trình tích phân thích hợp cho cả tính toán lớp biên

chảy tầng lẫn chảy rối, bởi vì khi dẫn xuất không hề có liên quan đến một giả thiết nào về ứng suất tiếp tuyến τ_0 . Đại lượng này được xác định theo nhiều cách khác nhau phụ thuộc vào cơ chế ma sát trong lớp biên.

Trong trường hợp đứt dòng, phương trình thay đổi động lượng có thể sử dụng để xác định vị trí điểm đứt dòng.

$$\text{Khi đó, } \tau_0 = \mu \left(\frac{\partial c_x}{\partial y} \right)_{y=0} = 0$$

Sau đây, chúng ta đề cập đến một vấn đề khá phổ biến thường xảy ra trong thực tế.

11.4. LỚP BIÊN CHẢY TẦNG QUA VÁCH PHẪNG

Các phần trên chúng ta đã nói đến cơ chế hình thành lớp biên, mô hình tính toán và khái lược về phương pháp giải bài toán của lớp biên chảy tầng và chảy rối.

Trong phần này, chúng ta đề cập cụ thể đến lớp biên chảy tầng. Và để hình dung, một cách nôm na chúng ta có thể coi lớp biên là lớp chất lưu liên tục được tái tạo khi dòng tiếp xúc với bề mặt vật bao quanh hay khi vật chuyển động trong một môi trường tĩnh.

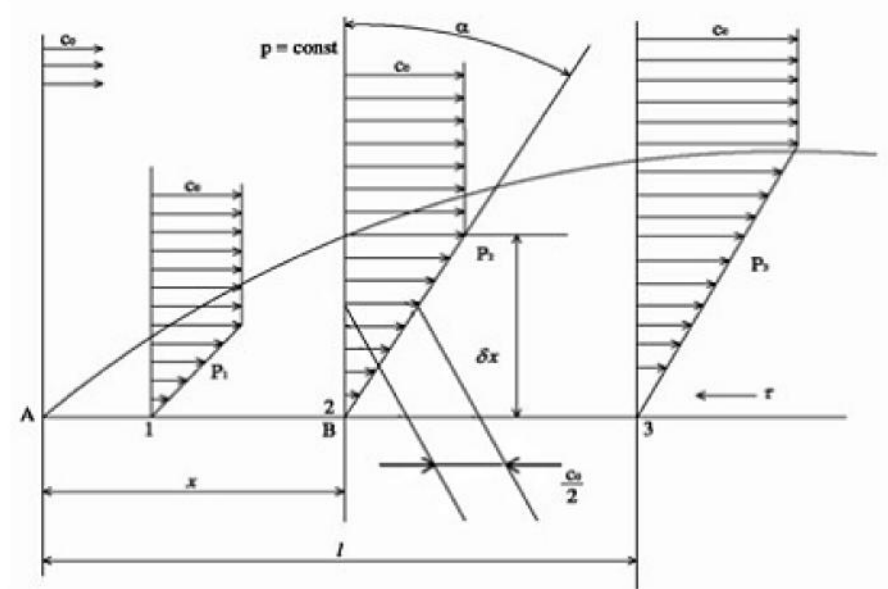
Ta khảo sát một trường hợp đơn giản nhất: dòng chảy qua

một vách phẳng có bản rộng (hình 11.6). Dòng được coi là một chiều và bỏ qua chuyển động trong mặt chiếu bằng.

Đối với tấm phẳng bản rộng, chúng ta có thể giả thiết rằng, áp lực riêng trong toàn bộ dòng là không đổi. Và bởi vì áp suất môi trường truyền cho toàn bộ lớp biên cũng không đổi nên có thể bỏ qua.

Dòng chuyển động là chất lưu nhớt nên nó bị dính vào bề mặt vách, và bởi vậy vận tốc dòng ở các tiết diện bất kỳ 1, 2, 3... tăng từ 0 đến c_0 – tốc độ dòng ngoại vi. Bằng cách ấy, nó hình thành profile tốc độ $P_{1,2,3}$ có hình dạng không những phụ thuộc vào chế độ dòng chảy trong lớp ngoại vi, mà còn phụ thuộc vào điều kiện phát triển của chính lớp biên.

Nếu bề mặt vách nhẵn, dòng chảy êm đềm và cạnh của vách trơn, tròn không gây rối thì dòng chảy trong lớp biên (ít nhất là ở phần đầu) vẫn giữ được là dòng chảy tầng (sợi dòng).



Hình 11.6. Sự hình thành lớp biên chảy tầng qua vách phẳng

Khi nghiên cứu chuyển động kiểu sợi dòng giữa hai vách song song cách rất xa nhau ta đã bỏ qua gradient áp suất và giả thiết rằng tốc độ thay đổi tỉ lệ thuận với khoảng cách y từ vách. Như vậy, có thể coi trong lớp biên chảy tầng profile tốc độ gần như là một đường thẳng có độ nghiêng thay đổi.

Sau đây, trên cơ sở phương trình cơ bản chúng ta nêu thêm một phương pháp xác định độ dày lớp biên trong dòng chảy của chất lưu không nén (chất lỏng).

Sử dụng phương trình động lượng và giả thiết rằng, vách phẳng có bản rộng b . Ta xác định lưu lượng chảy qua một tiết diện bất

kỳ B ở khoảng cách x và tốc độ trung bình

$$m_{sx} = b\delta_x c\rho = \frac{1}{2}\rho b\delta_x c_0 \quad (11.17)$$

Bởi vì dòng chảy với tốc độ ban đầu c_0 nên khi giảm xuống tốc độ trung bình $c_0/2$, sự thay đổi động lượng tương ứng giữa tiết diện A và B sẽ là

$$\Delta J_x = m_{sx} \left(c_0 - \frac{c_0}{2} \right) = \frac{1}{2} m_{sx} c_0 \quad (11.18)$$

Mặt khác, chúng ta thấy rằng, trong trường hợp này sự thay đổi động lượng ΔJ_x chỉ có thể gây nên do tác động của ma sát T_{fx} trên bề mặt $b.x$, do đó có thể viết

$$T_{fx} = \Delta J_x \text{ hay } b x \tau_s = \frac{1}{2} m_{sx} c_0 \quad (11.19)$$

trong đó τ_s là ứng suất trượt trên vách, được xác định bằng biểu thức

$$\tau_s = \mu \left(\frac{\partial c}{\partial y} \right)_s$$

Để đơn giản chúng ta thay

$$\tau_s = \mu \frac{c_0}{\delta} = \mu \operatorname{tg} \alpha$$

Thay τ_s và m_{sx} vào (11.19) ta xác định được T_{fx}

$$T_{fx} = \mu b x \frac{c_0}{\delta_x} = b \delta_x \rho \frac{c_0^2}{4} \quad (11.20)$$

Từ đó xác định được độ dày lớp biên δ_x theo x

$$\delta_x^2 = 4 \frac{\mu}{\rho} \frac{x}{c_0} = 4\nu \frac{x}{c_0} = \frac{4\nu x^2}{c_0 x} = \frac{4x^2}{\frac{c_0 x}{\nu}}$$

Thay $Re_x = \frac{c_0 x}{\nu}$ ta được

$$\delta_x = \frac{2x}{\sqrt{Re_x}} \quad (11.21)$$

Bởi vì trong quá trình tính toán chúng ta đã sử dụng các giả thiết gần đúng, nên hệ số 2 có thể đưa vào hệ số tỷ lệ và có thể viết (11.21) dưới dạng tương tự như (11.2)

$$\delta_x \approx \sqrt{\frac{\nu x}{c_0}} = \frac{x}{\sqrt{Re_x}} \quad (11.22)$$

Từ biểu thức trên ta thấy rằng, độ dày lớp biên tăng tỷ lệ với căn bậc hai khoảng cách x. Hay nói một cách khác là nó có dạng parabolic. Với giá trị độ nhớt động học nhỏ, giá trị δ_x tương đối nhỏ.

Nếu gọi độ dài của vách phẳng là l, thì ta có độ dày lớp biên tương ứng

$$\delta_l \approx \sqrt{\frac{\nu l}{c_0}} = \frac{l}{\sqrt{Re_l}} \quad (11.23)$$

$$\text{ở đây } Re_l = \frac{c_0 l}{\nu}$$

Bây giờ ta xác định lực ma sát T_{fx} . Trên toàn bộ chiều dài l , lực ma sát T_{fl} có thể xác định từ biểu thức (11.20)

$$T_{\text{fl}} \approx b \delta_l \rho c_0^2 \approx b l \frac{1}{\sqrt{Re_l}} \rho c_0^2 \sim Re_l^{-1/2} A \frac{c_0^2}{2g} \gamma \quad (11.24)$$

Trong đó đã thay δ_l bằng biểu thức (11.23) với $x = l$ và $A = b.l$ là bề mặt vách phẳng.

Biểu thức trên xác định lực tác động tương hỗ giữa vách và dòng; tức là diễn tả lực hãm của vách đối với dòng, hay ngược lại lực kéo của dòng đối với vách.

Nếu tấm chuyển động với tốc độ c_0 trong chất lưu tĩnh lặng, thì ở đó cũng xuất hiện trở lực chống lại chuyển động của tấm.

Đại lượng này gọi là trở lực bề mặt hay trở lực ma sát trên bề mặt A . Nó được diễn tả bằng biểu thức

$$R_{\text{fl}} = k_l A \gamma \frac{c_0^2}{2g} = k_l A p_d \quad (11.25)$$

trong đó k_l – hệ số trở lực là hàm số Re_l

p_d – áp suất động.

Đối với vách nhẵn có độ rộng vô hạn trong dòng chảy tầng, hệ

số k_l có thể xác định bằng biểu thức Blasius, [1] [(xem và so sánh với λ ở phần 3.7.2 và phần 5.2, 5.3)].

Biểu thức xác định trở lực nêu trên đương nhiên mới chỉ kể đến một mặt của vách. Đối với cả hai mặt, ta phải thay $A = 2.b.l$.

Nếu kể đến trở lực mép vào của vách, cần phải đưa thêm trở lực bổ sung. Trong dòng tốc độ thấp, trở lực bổ sung có thể xác định bằng biểu thức Janhour

$$R_{\text{fl}} = 1,6 \mu b c_0$$

Trường hợp cần xác định vị trí đứt dòng của lớp biên chảy tầng, ta có thể sử dụng phương trình (11.4). Giải hệ phương trình này suy ra được [6, 16].

$$c_x = f(x, y) \quad (11.26)$$

ở đây x, y là tọa độ không thứ nguyên.

Đạo hàm theo y và sử dụng điều kiện đứt dòng (11.5), ta được

$$f'(x_s, 0) = 0 \quad (11.27)$$

Bởi vì tỷ xích đối với trục x không phụ thuộc vào số Re , nên ở đây có thể kết luận rằng, vị trí điểm đứt dòng trong lớp biên chảy tầng không phụ thuộc vào số Reynold.

11.5. SỰ CHUYỂN HÓA LỚP BIÊN CHẢY TẦNG THÀNH CHẢY RỐI

Thực nghiệm đã chứng minh rằng, các chất lưu chỉ duy trì được trạng thái trượt thuần túy và không hòa trộn trong trường hợp độ dày của lớp biên phát triển không quá nhanh. Và khi đó lớp biên vẫn giữ được chảy tầng.

Ở những điều kiện nhất định, lớp biên chảy tầng mất đi khả năng ổn định và chuyển thành lớp chảy rối. Một cách định lượng, chúng ta có thể xác định ranh giới mất ổn định của lớp biên chảy tầng bằng số Reynold tới hạn Re_{cr} . Sử dụng sự đồng dạng giữa sự chuyển hóa dòng chảy tầng thành dòng chảy rối trong ống trụ và trong lớp biên, chúng ta có thể đưa ra số Reynold đặc trưng liên quan đến độ dày vật lý δ , δ_I , δ_{II}

$$Re_{\delta} = \frac{\delta c_{x0}}{\nu}, Re_I = \frac{\delta_I c_{x0}}{\nu}, Re_{II} = \frac{\delta_{II} c_{x0}}{\nu}$$

Kết quả thực nghiệm cho thấy độ lớn của số Reynold tới hạn của lớp biên có giá trị gần giống của ống, song nó dao động trong một khoảng rộng ($Re_{cr} = 2000 \div 5000(5 \cdot 10^5)$). Số Reynold tới hạn phụ thuộc chủ yếu vào trạng thái bề mặt của vật bao quanh, độ rối của dòng ngoại vi, tính chất của chất lưu và gradient tốc độ. Nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm tính ổn định của lớp biên chảy tầng cho thấy, “sự mất ổn định” có thể

xảy ra do độ xù xì của bề mặt bao quanh hoặc do tác động của dòng ngoại vi truyền vào lớp biên. Nguyên nhân thứ nhất xảy ra chủ yếu ở độ rối nhỏ và độ nhám bề mặt lớn.

Sử dụng nguyên tắc phân tích thứ nguyên và kết quả thực nghiệm chúng ta có thể đưa ra các giá trị tới hạn của số Reynold tương ứng với các độ dày tích phân, chẳng hạn theo A.P.Melnikov, chúng ta có thể xác định số Reynold tới hạn đối với độ dày xung

$$Re_{2\alpha} = \frac{0,055}{E_0^{5/3}} \left(1 - \frac{f}{f_s} \right)^{2/3} + 225 \quad (11.28)$$

trong đó E_0 ký hiệu độ rối ban đầu;

f là thông số hình dạng, được xác định bằng biểu thức

$$f = \frac{c'_{x0} \delta_{II}^2}{\nu}$$

f_s là độ lớn của thông số hình dáng. Đối với lớp biên chảy tầng, có thể lấy giá trị $f_s = 0,085$.

Sau đó bằng phương pháp đồ thị [6] có thể xác định được điểm kết thúc quá trình ổn định của lớp biên chảy tầng để rồi sau một thời khắc quá độ chuyển thành lớp biên chảy rối.

Kết quả thực nghiệm cũng cho thấy sự chuyển hóa lớp biên chảy tầng thành chảy rối diễn ra trong vùng có kích thước phụ thuộc vào gradient áp suất cục bộ, số Ma, Re, độ rối và một số

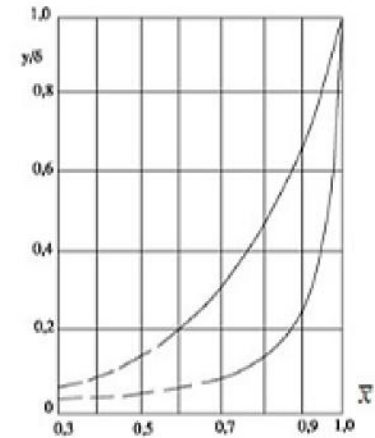
các nhân tố khác.

Xác định vị trí và kích thước của vùng quá độ cũng như đặc trưng thay đổi δ_{II} là một số vấn đề rất quan trọng trong việc giải bài toán về chuyển hóa lớp biên chảy tầng sang chảy rối.

Trong nhiều công trình nghiên cứu, vùng quá độ còn được xác định bằng thực nghiệm bằng cách đo profile tốc độ trong các tiết diện ngang của lớp biên dọc theo bề mặt. Đặc trưng thay đổi profile tốc độ trong vùng quá độ được thể hiện trên hình 11.7. Ở khoảng cách $x = 35\text{mm}$ từ mép vào của vách lớp biên chảy tầng, các điểm của profile tốc độ tạo thành đường cong tương ứng phương trình

$$\frac{c_x}{c_{x0}} = 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - 2\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 + \left(\frac{y}{\delta}\right)^4 \quad (11.29)$$

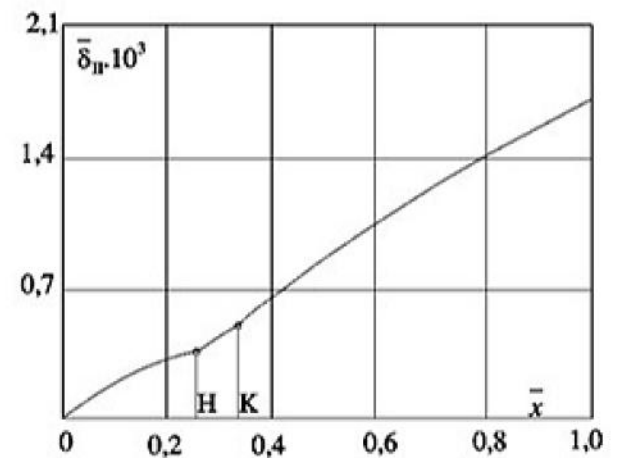
Ở khoảng cách $x \geq 50\text{mm}$, profile tốc độ biến động rất mạnh và đạt hình dạng đặc trưng của lớp chảy rối.



$$Ma = 0,6 \quad E_0 = 0,005\% \quad x = \frac{x}{L} \quad x = (20 \div 60)\text{mm}, \quad Re = (2 \div 6)10^5, \quad Re_2 = 340 \div 820$$

Hình 11.7. Thay đổi profile tốc độ của lớp biên

Độ dài của vùng quá độ thường được diễn tả bằng giá trị tương đối của chiều dày toàn bộ vật bao quanh (hình 11.8).



Hình 11.8. Thay đổi profile tốc độ của lớp biên

Sự thay đổi độ dày tích phân δ_{II} trong vùng quá độ được đặc trưng bằng đại lượng

$$r_2 = \frac{Re_{2e}}{Re_{2b}} \quad (11.30)$$

trong đó Re_{2e} số Reynold ở cuối vùng quá độ;

Re_{2b} số Reynold ở điểm đầu của vùng quá độ

$$Re_{2b} = \frac{c_{x1} \delta_{2b}}{\nu}$$

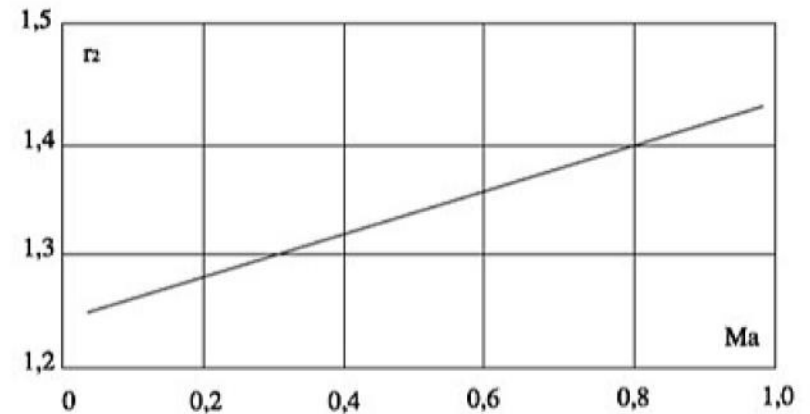
ở đây δ_{IIb} là độ dày xung ở điểm đầu vùng quá độ.

Đối với dòng không có gradient áp suất, sẽ thỏa mãn

$$r_2 = \frac{\delta_{IIe}}{\delta_{IIb}}$$

trong đó δ_{IIe} là độ dày xung ở cuối vùng quá độ.

Trong trường hợp tổng quát, r_2 phụ thuộc vào profile tốc độ ở đầu vùng quá độ, số Re, số Ma và độ rối.



Hình 11.9. Sự phụ thuộc $r_2 = f(Ma)$

Khi Re và Ma tăng, giá trị r_2 tăng đôi chút (hình 11.9).

11.6. TÍNH TOÁN LỚP BIÊN CHẢY RỐI

Như đã biết, cơ chế của lớp chảy rối rất phức tạp, do đó việc xây dựng mô hình toán - lý giải quyết bài toán trong lớp biên chảy rối cho đến nay vẫn đang được tiếp tục hoàn thiện. Ở phần này, chúng ta nêu phương pháp tính toán lớp biên chảy rối dựa trên những kết quả thực nghiệm có thể diễn tả gần đúng ứng suất ma sát trong lớp biên.

Trong đa phần các trường hợp, khi xác định profile tốc độ lớp chảy rối, người ta đã sử dụng qui luật mũ gần đúng thông qua biểu thức

$$\frac{c_x}{c_{x0}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n \quad (11.31)$$

Biểu thức (11.31) được thiết lập trên cơ sở so sánh profile tốc độ trong lớp biên và trong ống trụ. Như đã biết, profile tốc độ trong ống thay đổi theo Re; như vậy, số mũ n trong biểu thức (11.31) cũng là hàm số của Re. Theo kết quả thực nghiệm của N.Nikuradse, trong khoảng giá trị $Re = 4.10^3 \div 3.10^3$ số mũ n thay đổi từ $1/6 \div 1/10$.

Thông thường, trong tính toán ở gần đúng thứ nhất, với khoảng Re như đã nêu, chúng ta có thể coi n là hằng số và thường lấy $n = 1/7$. Profile tốc độ được xác định bằng biểu thức

$$\frac{c_x}{c_{x0}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \quad (11.32)$$

Mặt khác, ứng suất ma sát trong chuyển động rối có thể diễn tả bằng công thức kinh nghiệm sau đây:

$$\tau_0 = \zeta \rho c_{x0}^2 = \left(\frac{c_{x0} \delta_{2b}}{v}\right)^m \quad (11.33)$$

Nếu thay hệ số trở lực ζ bằng giá trị thực nghiệm $\zeta = 0,00655$ và $m = -0,166$ vào (11.33) và coi dòng là không có gradient áp suất, thì từ (11-26) chúng ta có hệ số trở lực ma sát lớp biên chảy rối.

$$k_t = \frac{d\delta_{\Pi}}{dx} = 0,00655 Re_2^{-0,166} \quad (11.34)$$

Đưa biểu thức $Re_x = \frac{c_{x0} X}{v}$ vào phương trình trên, chúng ta thấy rằng

$$\frac{d\delta_{\Pi}}{dx} = \frac{d(\delta_{\Pi} c_{x0}/v)}{d(x c_{x0}/v)} = \frac{dRe_2}{dRe_x} \quad (11.35)$$

Như vậy, phương trình vi phân của độ dày xung có thể viết dưới dạng

$$\frac{dRe_2}{dRe_x} = 0,00655 Re_2^{-0,166} \quad (11.36)$$

Tích phân phương trình trên với giả thiết trên vách chỉ tồn tại lớp chảy rối, chúng ta có

$$Re_2 = 0,0153 . Re_x^{6/7}$$

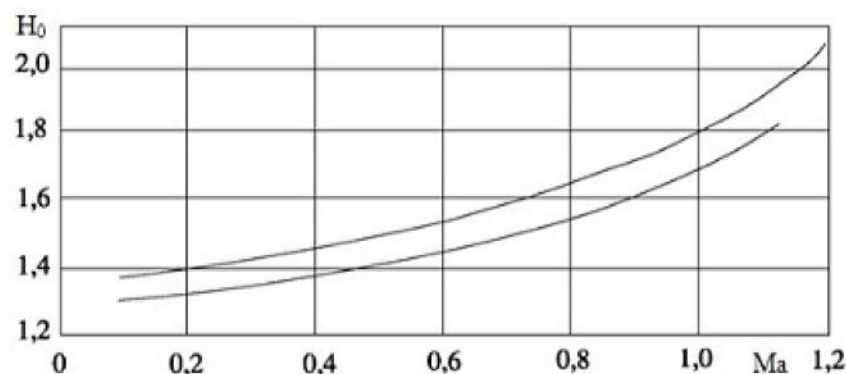
Từ biểu thức trên, sau khi thay Re_2 và Re_x , ta tìm được phương trình xác định độ dày xung

$$\delta_{\Pi} = 0,0153 \left(\frac{v}{c_{x0}}\right)^{1/7} . x^{6/7} \quad (11.37)$$

hoặc diễn tả δ_{Π} theo Re_x

$$\delta_{\Pi} = 0,0153 . x . Re_{\Pi}^{-1/7} \quad (11.38)$$

Ở đây cũng lưu ý rằng, khi xác định độ dày xung bằng biểu thức đã nêu trong lớp biên chảy rối, chúng ta đã bỏ qua ảnh hưởng nén và gradient áp suất dọc. Những biểu thức trên có thể sử dụng trong các trường hợp $Ma \leq 0,5$ và $dp/dx = 0$.



Hình 11.10. Sự phụ thuộc H_0 vào Ma

Như vậy, chúng ta đã xác định hai đại lượng T_0 và δ_H . Tuy nhiên, như đã nêu, phương trình thay đổi xung lượng (11.18, 11.19) diễn tả quan hệ giữa ba đại lượng cần xác định, đó là δ_I , δ_{II} (hay H_0) và T_0 .

Để giải được bài toán trên, cần bổ sung các phương trình mới. Trường hợp này những biểu thức bổ sung được xác định bằng thực nghiệm.

Trên hình 11.10, thực nghiệm đã xác định được quan hệ $H_0 = H(Ma)$ cho dòng bao quanh vách phẳng khi không tồn tại gradient áp suất.

Đại lượng H_0 phụ thuộc cơ bản vào số Mach và nó có thể diễn tả bằng biểu thức gần đúng sau

$$H_0 = H(1 + a \cdot Ma^2) = H^* \cdot (1 + 0,3 \cdot Ma^2) \quad (11.39)$$

Ở đây, đối với chất lưu không nén khi không tồn tại gradient áp suất có thể lấy giá trị $H^* = 1,3 \div 1,4$; trong đó, giá trị thấp nhất tương ứng với số Re cao. Khi số Mach tăng, độ dày xung giảm chút ít [6,16].

Vậy là chúng ta đã xác định được δ_I , δ_{II} và T_0 trong trường hợp dòng không có gradient áp suất.

Sau đây chúng ta xem xét trường hợp dòng tồn tại gradient áp suất.

Nếu trong dòng xuất hiện gradient áp suất, chúng ta phải kể đến ảnh hưởng của thông số Buri Γ .

Thông số Buri được định nghĩa như sau:

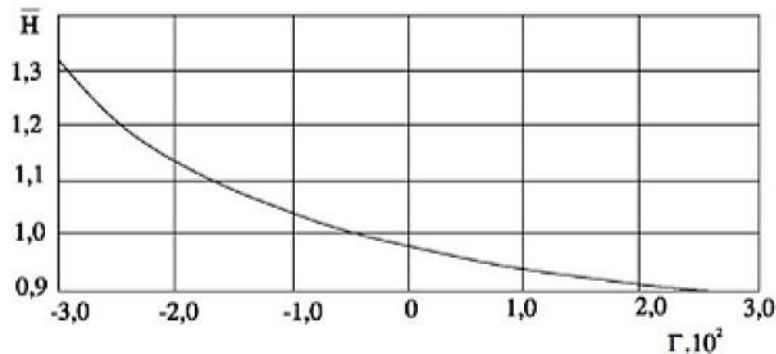
$$\Gamma = \frac{c_{xo} \cdot \delta_{II}}{c_{xo}} \cdot Re_{w2}^m \quad (11.40)$$

trong đó

$$Re_{w2}^m = \frac{c_{xo} \cdot \delta_{II}}{v_w}; \quad v_w \text{ là độ nhớt động học phụ thuộc vào nhiệt độ vách.}$$

Thông số Buri Γ giống như thông số hình dáng f , chúng bao gồm ảnh hưởng của gradient áp suất dọc và số Re đến profile tốc độ trong lớp chảy rối.

Ảnh hưởng của gradient áp suất đến thông số $\bar{H} = \frac{H}{H_0}$ được diễn tả trên hình 11.11. Đường cong phụ thuộc vào thông số Buri Γ .



Hình 11.11. Sự phụ thuộc $\bar{H}$ vào Γ

Từ đồ thị trên ta thấy rằng, trong vùng thông số Buri có giá trị thấp $-0,015 < \Gamma < 0,02$, giá trị $\bar{H}$ chỉ thay đổi 7%. Do đó, khi tính toán ở khoảng Γ như vậy, chúng ta chỉ xét sự phụ thuộc $H_0 = f(Ma)$.

Để xác định hệ số trở lực k_t , chúng ta sử dụng biểu thức tổng quát cho lớp biên chảy rối

$$k_t = Re_{w_2}^m \cdot [\zeta + a\Gamma + \dots] \quad (11.41)$$

Nếu xét τ_0 trong quan hệ với khối lượng riêng ở mép ngoài của lớp biên ρ_1 , thì biểu thức (11.41) có thể chuyển thành dạng

$$\frac{\tau_0}{\rho_1 c_{x0}^2} = \frac{\rho_w}{\rho_1} Re_{w_2}^{-m} (\zeta + a\Gamma) = (\zeta + a\Gamma) Re_{w_2}^m \left(1 + \frac{k-1}{2} Ma_0^2\right)^{-1} \quad (11.42)$$

Thay các biểu thức (11.41) và (11.42) vào phương trình tích phân (11.9) và sau khi đơn giản, ta có phương trình vi phân trong dạng

$$\Gamma' + p(x)\Gamma + Q(x) = 0 \quad (11.43)$$

ở đây x ký hiệu chiều dài không thứ nguyên của bề mặt bao quanh.

Phương trình (11.43) là phương trình tuyến tính có thể tích phân để xác định Γ , trừ vùng gần điểm đứt dòng.

Phương pháp giải phương trình (11.43) có thể tham khảo ở các sách chuyên khảo [6, 9, 10, 16]. Ở đây chúng ta chỉ đưa ra kết quả, chẳng hạn trong trường hợp gradient áp suất thấp ($\Gamma > -0,02$), sau khi giải ta được độ dày xung:

$$\bar{\delta}_{0II} = \frac{1}{\lambda^{1,55} Re^{0,2} (6 - \lambda_0^2)^{1,45}} \left[\bar{\delta}_{0II}^{1,25} \lambda_0^{4,17} Re^{0,25} (6 - \lambda_0^2)^{1,51} + 0,0026 \int_{\lambda_0}^{\bar{x}} \lambda_0^{1,92} (6 - \lambda_0^2)^{1,51} d\bar{x} \right]^{0,8} \quad (11.44)$$

Trong phương trình trên ký hiệu

$\bar{\delta}_{0II}$ và λ_0 là độ dày xung và tốc độ không thứ nguyên ở phần đầu lớp biên chảy rối.

$Re_{cr} = a_{cr} L / v_w$ là số Reynold theo tốc độ tới hạn và độ nhớt động học của chất lưu ở vách.

Đối với gradient áp suất lớn nhất, thì độ dày xung có dạng

$$\overline{\delta_{II}} = \frac{1}{\varphi_1 \text{Re}_{cr}^{0,2}} [\overline{\delta_{III}}^{1,25} \lambda_0^{4,17} \text{Re}_{cr}^{0,25} \varphi_3 + \int_{\lambda_0}^{\overline{\lambda}} \varphi_2 d\overline{\lambda}]^{0,4} \quad (11.45)$$

trong đó

$$\varphi_1 = \lambda_0^{3,55} (6 - \lambda_0^2)^{1,3} e^{0,105 \cdot \lambda_0^2}$$

$$\varphi_2 = 0,0078 \lambda_0^{2,69} (6 - \lambda_0^2)^{2,62} e^{0,31 \lambda_0^2}$$

$$\varphi_3 = \lambda_0^{2,94} (6 - \lambda_0^2)^{1,62} e^{0,131 \cdot \lambda_0^2}$$

11.7. SỰ CHUYỂN HÓA LỚP BIÊN CHẢY RỐI SANG CHẢY TẦNG

Phản trước, chúng ta đã đưa ra một số kết quả nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm dòng chảy tầng và chảy rối trong lớp biên.

Như đã đề cập, trong phần lớn các trường hợp, dòng bao quanh trên bề mặt một vật hay vách phẳng thường chuyển hóa như sau: ở phần đầu tồn tại lớp biên chảy tầng, sau đó đến một giá trị nhất định của Reynold, lớp chảy tầng kết thúc quá trình ổn định và bắt đầu chuyển hóa sang vùng quá độ; Sau vùng quá độ (có thể ngắn hay dài tùy thuộc vào điều kiện dòng chảy), lớp biên chảy tầng chuyển thành lớp chảy rối; Và sau đó lớp biên hoàn toàn chảy rối.

Đó là quá trình thuận của dòng chảy thông thường của chất lưu nhớt. Những năm gần đây người ta tập trung nghiên cứu quá

trình “chuyển hóa ngược”; đó là quá trình chuyển từ dòng chảy rối sang chảy tầng. Nghiên cứu vấn đề này rất quan trọng, bởi vì nếu biết được điều kiện cần thiết để sản sinh “chuyển hóa ngược” thì chúng ta có thể xác định được đặc trưng của dòng trong lớp biên như vậy, có thể tính chính xác trở lực của vật (cản, bao quanh...) và tác động qua lại giữa sóng va đập và lớp biên, đặc biệt trong các dòng vượt âm và cận âm.

Khi nghiên cứu trường tốc độ trong cổ ống khuếch tán của tầng ejector, người ta ghi nhận được rằng, khi dòng đạt tốc độ âm thanh ở đầu ra của buồng hỗn hợp, thì xảy ra một hiện tượng gọi là “tầng hóa” trường tốc độ; còn trước đó thì dòng lại là chảy rối. Tầng hóa trường tốc độ có thể giải thích bằng ảnh hưởng của gradient tốc độ cao sinh ra trong dòng gần vùng tới hạn. Điều đó cũng có thể suy ra từ biểu thức gần đúng của Prandtl

$$\left(\frac{\overline{\partial p}}{\partial x} \right) = \left(\frac{\overline{\partial p}}{\partial x} \right)_{in} \frac{1}{\sqrt{1 - Ma^2}} \quad (11.46)$$

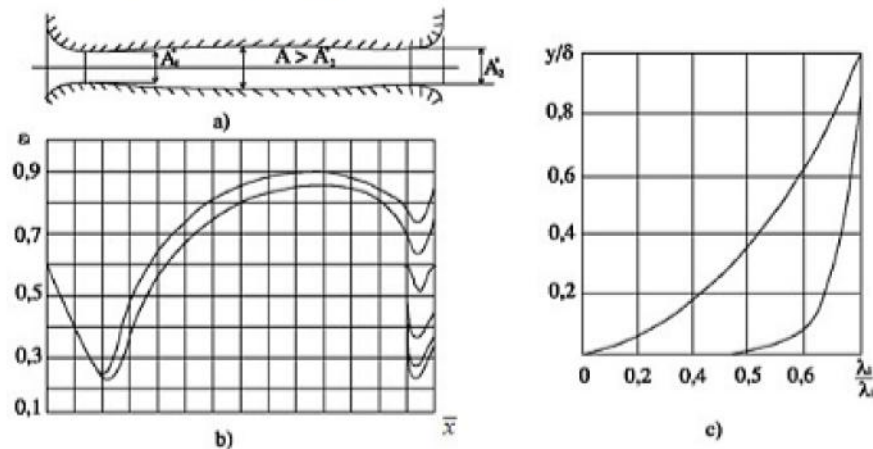
Quá trình chuyển hóa đã được nghiên cứu trong các trường hợp sau:

- Ống phun đối xứng trên âm: ở đầu vào ống phun dòng chảy rối, còn ở đầu ra dòng chảy tầng;
- Ống hình nón làm lạnh cường độ lớn đặt trong dòng vượt âm;

- Nghiên cứu dòng dưới âm qua một ống có đường kính nhỏ.

Phòng khí động trường MEI đã nghiên cứu ba mô hình khác nhau sau đây:

1. Kênh đối xứng có hai cổ; 2. Kênh phẳng có hai cổ; 3. Kênh cong có dạng ống phun Laval.



Hình 11.12. Chuyển hóa lớp biên chảy rối

a. kênh “cổ dài” đối xứng; b. phân bố áp suất dọc theo kênh; c. profile tốc độ trong lớp biên

Trường hợp thứ nhất và thứ hai: Kênh đối xứng và kênh phẳng, dòng có đặc trưng sau đây: ở trước cổ thứ hai dòng rối rất mạnh do ảnh hưởng sóng va đập, còn sau đó dòng chuyển sang tốc độ âm thanh. Phân bố áp suất dọc theo kênh cho thấy

rằng dòng sau đoạn khuếch tán có gradient tốc độ dương rất cao (hình 11.12) (gần $2 \cdot 10^4$ 1/s). Sự tồn tại gradient tốc độ lớn như vậy tạo nên bước quá độ chuyển từ lớp biên chảy rối sang chảy tầng.

Trường hợp thứ ba: nghiên cứu kênh cong có dạng ống Laval và miền cắt vát của nó có ý nghĩa rất lớn trong tính toán cũng như thiết kế mạng cánh tuabin, đặc biệt là những tuabin công suất lớn có nhiệt đáng làm việc cao trong các tầng (hình 11.13).

Giá trị tuyệt đối cực đại của gradient áp suất âm tương ứng với tốc độ dòng cận âm. Trong dòng tăng tốc (dòng thu), thì vượt qua tốc độ âm thanh bao giờ cũng theo sự giảm độ rối và “tăng hóa” cả tâm dòng cũng như lớp biên.

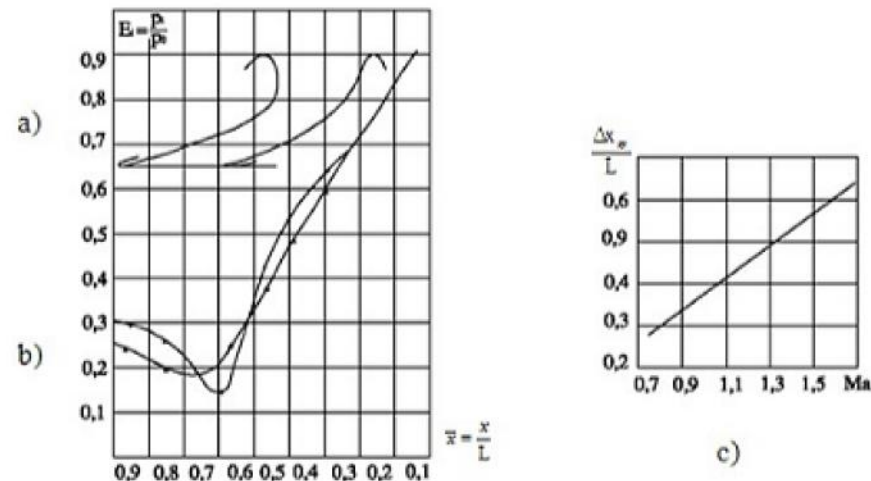
“Chuyển hóa ngược” được coi là một đặc tính vô cùng quan trọng của dòng khí nhớt ở tốc độ cận âm. Nếu ở tốc độ cận âm của dòng thu mà xuất hiện sóng va đập thì lớp biên chảy tầng trong và sau vùng “chuyển hóa ngược” sẽ bị đứt.

Từ nghiên cứu thực nghiệm cũng cho thấy rằng, quá trình chuyển hóa lớp biên chảy rối rất từ từ trên một vùng “quá độ” rất dài. Theo kết quả sơ bộ, thì khoảng quá độ (vùng “chuyển hóa ngược”) chiếm khoảng $(15 + 25)\delta$; ở đây δ là độ dày lớp biên ở đầu vùng quá độ.

Chiều dài vùng quá độ phụ thuộc vào độ lớn gradient áp

suất.

Điều quan trọng là phải xác định được điều kiện cần để tạo “chuyển hóa ngược”, tức là xác định quan hệ giữa độ lớn gradient tốc độ (hay cường độ lạnh bề mặt) và chiều dài vùng quá độ.



Hình 11.13. Chuyển hóa lớp biên trong ống Laval

a. Kênh cong dạng ống Laval; b. Phân bố áp suất ở lưng cánh;

--o--o-- phần lồi --Δ--Δ-- phần thẳng; c. Phần lưng cánh tương ứng gradient tốc độ cực đại.

11.8. SO SÁNH LỚP BIÊN CHẢY TĂNG VÀ CHẢY RỜI

Phần trước, chúng ta đã phân tích bản chất vật lý của dòng chảy tầng, chảy rời cũng như lớp biên chảy tầng và chảy rời. Ở đây, thay cho kết luận chúng ta chỉ nêu những tính chất khác nhau cơ bản của lớp biên chảy tầng và chảy rời.

Bảng 2. So sánh lớp biên

Đặc tính cơ bản lớp biên	Chuyển động của chất lưu bên trong lớp biên	
	Chảy tầng	Chảy rời
Profile tốc độ	$\frac{C_x}{C_{x_0}} = \left[2\frac{y}{\delta} - 2\left(\frac{y}{\delta}\right)^3 + \left(\frac{y}{\delta}\right)^4 \right]$	$\frac{C_x}{C_{x_0}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$
Độ dày lớp biên	$\delta \approx 5,83 \left(\frac{\nu_x}{C_{x_0}} \right)^{1/2}$ $= 5,83 x Re_x^{-1/2} \approx 0,3\delta$	$\delta = 50,211 \left(\frac{\nu}{C_{x_0}} \right)^{1/7} x^{6/7}$ $\approx 0,211 x Re_x^{-1/7}$
Độ dày nền	$\delta_1 = 1,72 x Re_x^{-1/2} \approx 0,3\delta$	$\delta_1 = 0,02 x Re_x^{-1/7} \approx 0,095\delta$
Độ dày xung	$\delta_2 = 0,664 x Re_x^{-1/2} \approx 0,1175\delta$	$\delta_2 = 0,015 x Re_x^{-1/7} \approx 0,071\delta$
Ứng suất ma sát	$\tau_0 = 0,332 \rho C_{x_0}^2 Re_x^{-1/2}$	$\tau_0 = 0,0132 \rho C_{x_0}^2 Re_x^{-1/7}$
Hệ số ma sát cục bộ	$k_L = 0,664 Re_x^{-1/2}$	$k_T = 0,0263 Re_x^{-1/7}$
Hệ số trở lực ma sát	$k_L = 1,328 Re_x^{-1/2}$	$k_T = 0,0307 Re_x^{-1/7}$

So sánh hai loại lớp biên, chúng ta suy ra các kết luận sau đây:

1. Profile tốc độ lớp chảy rời đầy đặn hơn lớp chảy tầng.

2. Dọc theo vách, độ dày của lớp chảy rời tăng nhanh hơn của lớp chảy tầng rất nhiều, bởi vì ở lớp chảy rời δ tăng tỷ lệ với $x^{6/7}$, còn ở lớp chảy tầng thì tăng tỷ lệ với $x^{1/2}$.

3. Với cùng độ lớn Re_x , trở lực ma sát trong lớp chảy rối lớn hơn rất nhiều so với lớp chảy tầng. Kết luận này rất phù hợp với kết quả thí nghiệm.

Sự khác nhau về trở lực ma sát có thể giải thích bằng cơ chế khác biệt của ma sát trong lớp biên chảy tầng và chảy rối. Nếu trở lực trong dòng chảy tầng chỉ gây nên do ma sát bề mặt giữa các lớp (hòa trộn vi mô - ở dạng phân tử), thì ngược lại, trong dòng chảy rối lại gây nên bởi sự hòa trộn vĩ mô mãnh liệt trong các lớp. Đương nhiên, sự hòa trộn giữa các lớp như vậy luôn kéo theo tổn thất động lượng rất lớn; tức là xuất hiện lực ma sát rất lớn trong dòng.

4. Lớp chảy rối đứt dòng chậm hơn lớp chảy tầng. Ở số Re cao, điểm đứt lớp biên chảy tầng luôn ở một vị trí cố định trên bề mặt bao quanh; còn ở cùng điều kiện, thì điểm đứt của lớp chảy rối luôn nằm sau điểm đứt lớp chảy tầng. Ở bảng 2 đưa ra kết quả tính toán cho trường hợp đơn giản nhất, dòng không nén bao quanh một vách phẳng (dòng không tồn tại gradient áp suất).

TÀI LIỆU THAM KHẢO: [1], [3], [6], [15], [16], [18], [23].

KÝ HIỆU

1. Ký hiệu đại lượng (theo chữ Latinh)

Ký hiệu	Tên đại lượng	Thứ nguyên
a	Gia tốc	$[ms^{-2}]$
a	Tốc độ âm thanh	$[ms^{-1}]$
A	Diện tích, tiết diện	$[m^2]$
A	Hằng số	$[-]$
b	Độ rộng	$[m,mm]$
B	Hằng số	$[-]$
c	Nhiệt dung riêng (tỷ nhiệt)	$[KJ Kg^{-1} K^{-1}]$
c	Tốc độ	$[ms^{-1}]$
C	Hằng số mao dẫn	$[Nm^{-1}]$
C	Hệ số nén	$[Pa]$
d	Đường kính	$[m,mm]$
D	Lưu lượng khối lượng	$[Kgs^{-1}]$
e	Độ nhám bề mặt	$[-]$
E	Năng lượng	$[kJ, J]$
F	Lực	$[N]$
g	Gia tốc trọng trường	$[ms^{-2}]$

G	Trọng lượng	[Kg]
h	Cột áp thế năng	[Jkg ⁻¹]
h	Chiều cao thế năng	[m]
h	Nhiệt giáng của 1 kg	[kJkg ⁻¹ , Jkg ⁻¹]
H	Nhiệt giáng của m kg	[kJ, J]
i	Enthalpy của 1 kg	[kJkg ⁻¹ , Jkg ⁻¹]
I	Enthalpy của m kg	[kJ, J]
I	Cường độ xoay	[m ² s ⁻²]
J	Đóng lượng	[kgms ⁻¹]
k	Hệ số ma sát trong lớp biên	[-]
k	Số mũ đẳng entropy	[-]
K	Hằng số, hằng số tích phân; Hệ số	[-]
K	Suất đàn hồi thể tích	[Pa ⁻¹]
l	Chiều dài	[m, mm]
l	Quãng đường tự do	[m, μm]
m	Khối lượng	[kg]
M	Moment xoắn	[Nm, kGm]

Ma	Số Mach	[-]
n	Số mũ đa biến	[-]
N	Công suất	[KW, W]
p	Áp suất	[Pa, Mpa, Nm ⁻²]
P	Chu vi	[m, mm]
P	Ứng suất thể tích vùng quá độ	[Nm ⁻³]
P	Vùng quá độ	[-]
P	Xác suất	[-]
$\mathcal{P}$	Hàm số áp lực	[-]
q	Nhiệt lượng 1 kg	[KJkg ⁻¹ , Jkg ⁻¹]
Q	Lưu lượng thể tích	[m ³ s ⁻¹]
Q	Nhiệt lượng m kg	[KJ, J]
Q	Quý đạo	[-]
r	Bán kính	[m, mm]
r	Hằng số khí	[Jkg ⁻¹ K ⁻¹]
R	Hằng số khí vạn năng	[JKmol ⁻¹ K ⁻¹]
R	Rotor	[-]
s	Quãng đường	[m, mm]

S	Stator	[-]
t	Nhiệt độ	[C, deg]
T	Nhiệt độ tuyệt đối	[K, deg]
T	Lực cắt, lực kéo	[N, KG]
u	Nội năng 1 kg	[KJkg ⁻¹ , Jkg ⁻¹]
u	Tốc độ vòng, tốc độ mang	[ms ⁻¹]
U	Hàm thế lượng ngoại gia tốc	[m ² s ⁻²]
U	Nội năng m kg	[KJ, J]
v	Thể tích riêng	[m ³ kg ⁻¹]
v	Tốc độ tương đối	[ms ⁻¹]
V	Thể tích	[m ³]
x, y, z	Tọa độ trong không gian (x, y, z)	[m]
X, Y, Z	Thành phần ngoại gia tốc	[ms ⁻²]
w	Công 1 kg	[KJkg ⁻¹ , Jkg ⁻¹]
W	Công m kg	[KJ, J]

2. Ký hiệu đại lượng (theo chữ Hy-Lạp)

α (Alpha) Góc [°]

β (Beta) Góc [°]

β Hệ số giãn nở nhiệt [deg-1]

∂ (Curly d) Đạo hàm riêng [-]

δ (Delta) Góc [°]

δ Độ chênh lệch, hiệu số [-]

Δ (Delta chữ hoa) Gia số, độ lệch [-]

Δ Toán tử Laplace [-]

ϵ (Epsilon) Góc [°]

ϵ Độ nhám tương đối [-]

η (Eta) Độ nhớt thứ cấp [P_as]

η Hệ số tỷ lệ [-]

η Hiệu suất [-]

γ (Gamma) Góc [°]

γ Trọng lượng riêng [Nm⁻³, KGm⁻³]

Γ (Gamma chữ hoa) Lưu số tốc độ [m²s⁻¹]

$\mathcal{K}$ [(Kapa)] Hệ số động năng [-]

λ (Lampda) Hệ số dẫn nhiệt [w m⁻¹ deg⁻¹]

λ Hệ số ma sát [-]

λ Tốc độ qui dẫn [-]

Λ (Lampda chữ hoa) Tốc độ tương đối [-]

μ (Mu) Độ nhớt động lực, độ nhớt tuyệt đối [P_as]

μ Hệ số lưu lượng [-]

∇ (Nabla) Toán tử Hamilton [-]

ν (Nu) Độ nhớt động học [m²s⁻¹]

ω (Omega) Tốc độ góc [s^{-1}]

Ω (Omega chữ hoa) Ký hiệu thông số [-]

φ (Phi) Góc [$^{\circ}$]

ϕ Hệ số tốc độ [-]

Φ (Phi chữ hoa) Hàm thế lượng [-]

π (Pi) Số pi 3,14195...

Π (Pi chữ hoa) Biểu thức thế lượng [m^2s^{-2}]

ψ (Psi chữ hoa) Hàm dòng [-]

ρ (Rho) Khối lượng riêng, mật độ [kgm^{-3}]

σ (Sigma) Ứng suất pháp tuyến [Nm^{-2} , KGm^{-2}]

Σ (Sigma chữ hoa) Tổng số [-]

τ (Tau) Ứng suất tiếp tuyến [Nm^{-2} , KGm^{-2}]

ϑ [(Theta)] Góc [$^{\circ}$]

Θ (Theta) Số mũ [-]

ξ (Xi) Tọa độ [m, mm]

ζ (Zeta) Hệ số trở lực [-]

3. Ký hiệu chỉ số

a	Khí quyển
ab	Tuyệt đối
cr	Tới hạn
e	Đầu ra, động năng, thoát, xả
f	Ma sát
h	Mật thoát
h	Thủy lực
i	Đầu vào, số thứ tự i, thứ i
in	Không nên
is	Đẳng entropy
k	Cắt, xoắn, trượt
l	Chảy tầng
l	Cục bộ
m	Giới hạn, môi trường xung quanh; phân giới;
m	Số thứ tự m
max	Cực đại
min	Cực tiểu
n	Số thứ tự n
n	Thuộc về nước
o	Trọng tâm, vòng cung
opt	Tối ưu

p	Áp suất dư, thuộc về áp suất
r	Hướng kính
s	Âm thanh, tĩnh, trung bình
t	Lý thuyết; tiếp tuyến; toàn phần; vật thể
tc	Kỹ thuật
v	Thuộc về chân không, thuộc về thể tích
w	Công
w	Sóng va đập
x, y, z	Thuộc về tọa độ theo x, y, z
z	Thuộc về tổn thất
u	Thành phần vòng
*	Trạng thái hãm

1 Ban đầu, trước

2 Sau

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Abramovich G. N.

Prikladnaja Gazovaja Dinamika

Izdatelstvo “ Nauka”. Fiziko- Matematcheskoj

Literatura. Moskva 1976.

2. Ambroz a jini’

Parni turbine

Statni Nakladatelstvi technicke’ literature. Praha 1995.

3. Chu H. B.

Thủy khí động lực học ứng dụng

ĐHBK Hà Nội 1996.

4. Chu H. B., Tuan T. N., Tue P. L.

Bơm, Quạt, Máy nén công nghiệp

NXB KHKT 2005

5. Currie I. G.

Fundamental mechanics of fluids

Mc. Graw-Hill. International Editions. 1993.

6. Dejch M. E.
Technicheskaja Gazodinamika
Gasudarstvennoje Energeticheskoe Izdatelstvo
Moskva – Leningrad 1961.
7. Enekl V.
Termomechanika
VUT Brno 1967.
8. Frenkel
Gidravlika
Moskva 1956
9. Goldstein R. J.
Heat transfer in gas turbine systems
Printed in the USA
The New York Academy of Sciences, New York 2001.
10. Horak Z.
Fyzika
Statni' Nakladatelstvi' Praha 1966.
11. Kakac Sadik
Boilers, evaporators, and condensers
John Wiley & Sons, Inc. New York 1991.
12. Landau L. D., Lifshic E. M.
Mechnika Sploshnyh sried
Moskva 1954
13. Lejzerovich A.
Wet steam turbines for nuclear power plants
PennWell Co. 2005
14. Locjanskji L. G.
Mechnika jidkosti i gaza
“ Nauka” Moskva 1973.
15. Massey B. S.
Mechanics of fluids
5 Edition Van Nostran Reinhold
(UK) Co. Ltd. 1983.
16. Mastovsky O.
Hydromechnika
SNTL – SVTN. Praha 1964.
17. Moustapha Hanny, Zelesky Mark F. , Baines Nicolas C.
, Japiks David

Axial and Radial Turbines

Concepts ETI, NREC- 2003.

18. Ngoc H. B.

Lý thuyết lớp biên và phương pháp tính

NXB Khoa học Kỹ thuật 2004

19. Poling Bruce I., Prausnitz John M., O'connell John P.

The properties of gases and liquids

5 Edition

Mc, Graw Hill 2001

20. Quang V. D.

Thủy khí động lực

NXB KHKH

21. Rektorys K. a Spolupracovníci

Prehled uzite matematiky

SNTL – Nakladatelství technické literatury Praha 1968.

22. Saltanov G. A.

Sverchzvukovyje dvuchfaznyje tekhnija

Vysaja skola, Minsk 1972.

23. Skripov V. N.

Metastabilnaja zhidkost

Moskva 1972

24. Stepanov G. Ju.

Gidrodinamika resjotok turbomashin

Gasud. Izdat. Fiziko-Matematicheskoy literature

Moskva 1962.

25. Sunden B., Faghri M.

Heat transfer in gas turbines

WIT Press. 2001.

26. Tannehill John C., Anderson Dale A., Pletcher Richard H.

Computational Fluids Mechanics and Heat Transfer

Taylor and Francis 1997.

27. Thorley A. R. David

Fluid Transients in Pipeline Systems

ASME. Press., New York 2004.

28. Tkalenko R. A.

K lineinoi teorii sverchzvukovykh tekhnija smesi gaza i chastic

Izv. AN SSSR. Mech. Jidkosti I gaza 1971.

End

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc – Tổng biên tập: TS. PHÙNG LAN HƯƠNG

Phản biện: GS. TS. PHẠM LƯƠNG TUỆ - PGS.TS.
TRƯƠNG NGỌC TUẤN

Biên tập: ĐỖ THANH THỦY

Chế bản: NGUYỄN THỊ NHUNG

Trình bày bìa: ĐÀO MINH ANH

Số đăng ký KHXB: 138 – 2011/CXB/108 – 56/BKHN

Nộp lưu chiểu quý IV năm 2011.