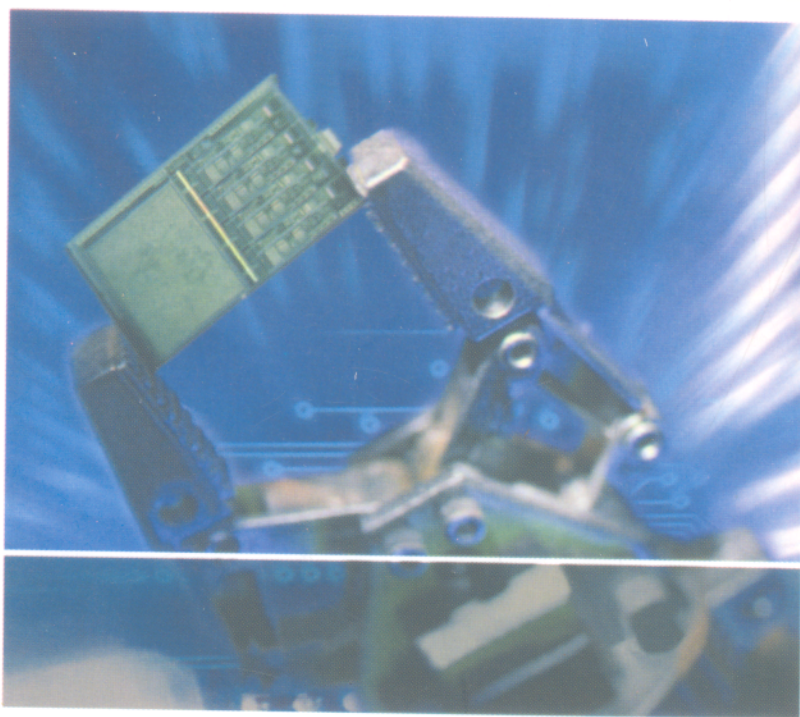


GS. TSKH. B. Heimann
GS. TSKH. W. Gerth
GS. TSKH. K. Popp

EBOOKBKMT.COM

Cơ điện tử



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

GS.TSKH. B. Heimann
GS.TSKH. W. Gerth*
GS.TSKH. K. Popp

Cơ điện tử

Các thành phần – Các phương pháp – Các thí dụ

Những người dịch: GS.TSKH. Nguyễn Văn Khang
PGS.TS. Nguyễn Phong Điền
TS. Nguyễn Quang Hoàng
PGS.TS. Hoàng Minh Sơn



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
Hà Nội 2008

Dịch nguyên bản từ tiếng Đức

Mechatronik

Komponenten – Methoden – Beispiele

2. Auflage

Mit 217 Bildern, 25 Tabellen und
64 ausführlich durchgerechneten Beispielen

von

Prof. Dr.-Ing. habil. Bodo Heimann
Universität Hannover, Institut für Robotik

Prof. Dr.-Ing. habil. Wilfried Gerth
Universität Hannover, Institut für Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. habil. Karl Popp
Universität Hannover, Institut für Dynamik und Schwingungen



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Lời nói đầu cho lần xuất bản bằng tiếng Việt

Cơ điện tử đã được coi là một ngành đào tạo trong các trường đại học và cao đẳng kỹ thuật cũng như trong thực tiễn nghề nghiệp. Xu hướng này được thấy không chỉ ở châu Âu mà trên toàn thế giới.

Cuốn giáo trình này xuất hiện cùng với việc hình thành một chương trình đào tạo tương ứng trong ngành cơ điện tử của Trường Đại học Leibnitz Hannover (CHLB Đức) từ những năm 90 của thế kỷ trước và bao gồm những kiến thức cơ bản quan trọng nhất của lĩnh vực khoa học liên ngành này.

Từ năm 2001 chúng tôi đã có sự hợp tác chặt chẽ với các trường đại học ở Việt Nam, đặc biệt là Trường Đại học Bách khoa Hà Nội. Trước hết đó là chương trình trao đổi giảng viên và sinh viên trong khuôn khổ đào tạo Bachelor và Master tại Trường Đại học Leibnitz Hannover. Chương trình đào tạo này được biết đến với cái tên „Mô hình Hannover“, chương trình thực hiện đào tạo Bachelor ở Việt Nam và sau đó kết thúc đào tạo Master tại Đại học Leibnitz Hannover.

Chúng tôi rất vui mừng vì bản dịch này đóng góp một tài liệu tham khảo quan trọng cho sinh viên Việt Nam. Chúc bạn đọc nhiều niềm vui và thành công khi làm việc với lĩnh vực thú vị này.

Nhân đây chúng tôi muốn cảm ơn các đồng nghiệp Việt Nam, GS. Nguyễn Văn Khang và PGS. Nguyễn Phong Điền ở Trường Đại học Bách khoa Hà Nội, những người đã quan tâm đến công việc dịch cuốn sách này.

Hannover, tháng 4 năm 2007

B. Heimann
W. Gerth

Giới thiệu sơ lược về các tác giả

Giáo sư **Bodo Heimann** sinh ngày 26 tháng giêng năm 1942 tại Trep-tow/Rega, CHLB Đức. Ông đã học ngành Cơ học ứng dụng tại Đại học Ros-tock và nhận được bằng kỹ sư năm 1966, cũng tại trường này năm 1969 ông đã bảo vệ luận án Tiến sỹ kỹ thuật với kết quả xuất sắc. Năm 1980 ông đã bảo vệ luận án Tiến sỹ khoa học tại Đại học Magdeburg.

Từ năm 1969 đến năm 1990 ông làm việc tại Viện hàn lâm khoa học CHDC Đức tại Berlin. Tại Viện Toán và Cơ học thuộc Viện hàn lâm khoa học CHDC Đức ông đã là trợ lý nghiên cứu, lãnh đạo nhóm và là Trưởng phòng.

Từ năm 1987 ông là giáo sư Cơ học vật rắn ở Berlin và từ năm 1992 là giáo sư Động lực học máy và Cơ điện tử tại Đại học Leibnitz Hannover. Các lĩnh vực nghiên cứu của giáo sư là:

- Cơ điện tử,
- Động lực học máy,
- Nhận dạng tham số của các hệ động lực học,
- Điều khiển dựa trên mô hình,
- Động hình học, Động lực học và Điều khiển rôbot.
- Động lực học xe cộ và Điều khiển các hệ động lực học.

Giáo sư Heimann là giám đốc sáng lập Trung tâm Cơ điện tử Hannover (MZH).

Ông là giáo sư mời của Đại học Kings ở London, Đại học Pierre và Marie Curie Paris (Phòng thí nghiệm Robot) và cũng là giáo sư mời của Đại học Kỹ thuật Kuala Lumpur/Shah Alam (Malaysia). Năm 2004 ông nhận danh hiệu Giáo sư danh dự của Đại học Giao thông Thượng Hải (Trung Quốc). Đại học Bách khoa Hà Nội (Việt Nam) đã trao tặng ông bằng Tiến sỹ danh dự năm 2005.

Giáo sư **Wilfried Gerth** sinh ngày 26 tháng tư năm 1944 tại Warstein, CHLB Đức. Ông học ngành kỹ thuật điện tử (kỹ thuật thông tin) tại đại học kỹ thuật Hannover và nhận bằng kỹ sư năm 1969, cũng tại đây ông nhận bằng Tiến sỹ với kết quả xuất sắc năm 1972 với đề tài „Về nhận dạng hệ nhiều chiều bằng các tham số Markov“. Sau đó ông lãnh đạo một trung tâm tính toán khoa học nhỏ một số năm và đã nắm bắt được các kiến thức thực tế trong lĩnh vực xây dựng hệ điều hành và bộ biên dịch. Từ năm 1978 ông là giáo sư về điều khiển tại Đại học Leibnitz Hannover và ở đó ông lãnh đạo nhiều năm Viện Kỹ thuật điều khiển trong Khoa Kỹ thuật điện tử và tin học. Các lĩnh vực nghiên cứu và giảng dạy của giáo sư là:

- Điều khiển hệ nhiều chiều,
- Quan sát trạng thái và nhận dạng các hệ bị nhiễu,

- Các hệ nhúng và kỹ thuật điều khiển quá trình,
- Xử lý dữ liệu thời gian thực và các hệ điều hành thời gian thực,
- Cơ điện tử: rôbot dịch vụ, rôbot tự hành,
- Cơ điện tử: điều khiển tối ưu động cơ diesel hiện đại.

Giáo sư Gerth là một thành viên sáng lập Trung tâm Cơ điện tử Hannover (MZH). Ông là giáo sư mời nhiều lần tại Viện hàn lâm khoa học Bungari (Viện Robot và Điều khiển kỹ thuật, Sofia) và duy trì quan hệ khoa học nhiều năm với các đối tác ở đó. Giáo sư Gerth là thành viên lãnh đạo nhóm chuyên ngành „Lập trình thời gian thực“ của Hội Tin học CHLB Đức ngay từ khi thành lập. Hệ thống lập trình thời gian thực RTOS-UH do ông thực hiện lần đầu tiên năm 1985 được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp và khoa học trên thế giới, khoảng 100.000 bản copy được cấp đăng ký sử dụng.

Giáo sư **Karl Popp** sinh ngày 14 tháng tám năm 1942 tại Rogenburg CHLB Đức. Ông học ngành chế tạo máy tại Đại học Kỹ thuật München và năm 1969 nhận bằng kỹ sư. Cũng tại trường này năm 1972 ông bảo vệ luận án Tiến sỹ về lĩnh vực Động lực học các vệ tinh nhân tạo. Năm 1980 ông bảo vệ luận án Tiến sỹ khoa học về Cơ học. Trong thời gian này ông đã giảng dạy chuyên đề và trao đổi khoa học tại nhiều đại học nổi tiếng trên thế giới: Đại học California, Berkeley (USA) và Đại học UNICAMP, Campinas (Brazil). Từ năm 1982 ông là giáo sư về Cơ học tại Đại học Leibnitz Hannover. Các lĩnh vực nghiên cứu và giảng dạy của giáo sư là:

- Động lực học hệ thống và kỹ thuật dao động,
- Động lực học phi tuyến và lý thuyết hỗn độn,
- Hiện tượng ma sát và Cơ học tiếp xúc,
- Động lực học ô tô, xe cộ,
- Động lực học máy,
- Cơ điện tử.

Giáo sư Popp là một thành viên sáng lập Trung tâm Cơ điện tử Hannover (MZH). Ông là giáo sư mời tại nhiều trường đại học và nhận danh hiệu Giáo sư danh dự của Đại học Giao thông Thượng Hải (Trung Quốc). Năm 1998 ông được bầu là Viện sĩ của Hội Khoa học Braunschweig.

Giáo sư Popp đã công bố hơn 250 bài báo khoa học trên các tạp chí và hội nghị khoa học, là tác giả và đồng tác giả của ba cuốn sách chuyên khảo. Giáo sư là ủy viên ban biên tập của các tạp chí sau: Nghiên cứu trong kỹ thuật, Các vấn đề động lực học máy, Tạp chí Cơ học lý thuyết và ứng dụng, Tạp chí châu Âu về cơ học vật rắn, Tạp chí dao động và điều khiển. Giáo sư Popp đã sang Việt Nam hai lần dự các Hội nghị khoa học quốc tế về Cơ học và trao

đổi chuyên môn với các đồng nghiệp ở Trường Đại học Bách khoa Hà Nội. Do lâm bệnh nặng giáo sư Popp qua đời ngày 25 tháng 4 năm 2005.

Lời nói đầu cho lần xuất bản thứ nhất

Thuật ngữ „Cơ điện tử“ (Tiếng Anh: Mechatronics) xuất hiện khoảng 30 năm trước cùng với sự phát triển của kỹ thuật rôbốt ở Nhật Bản và được tạo nên bằng cách ghép tên hai lĩnh vực hợp thành là Cơ học và Kỹ thuật điện tử [Mechanics và Electronics]. Khi đó, thuật ngữ này hàm chứa cả việc ứng dụng các bộ vi xử lý để điều khiển các thiết bị cơ khí. Ngày nay đã có cả một ngành kỹ thuật mang tên *Cơ điện tử* với mục đích cải thiện chức năng của một hệ kỹ thuật thông qua một mối liên kết chặt chẽ các thành phần cơ học, điện tử và xử lý dữ liệu.

Đặc điểm nổi bật của các sản phẩm cơ điện tử là các chức năng hoạt động của sản phẩm chỉ có thể đạt được nhờ sự phối hợp tác động giữa các thành phần này, đồng thời tại đó diễn ra sự chuyển dịch chức năng từ cơ học hay cơ khí sang kỹ thuật điện tử và xử lý thông tin. Với cách tiếp cận như vậy ta có thể tìm ra những giải pháp mới ưu việt về phương diện công năng và giá thành của sản phẩm. Các sản phẩm cơ điện tử có mặt trong các ứng dụng của một số lĩnh vực như kỹ thuật ô tô, kỹ thuật tự động hóa, kỹ thuật y học hay trong ngành công nghiệp giải trí. Một danh sách ngắn gọn các lĩnh vực nêu trên cũng đủ cho ta thấy tính phức hợp của các sản phẩm cơ điện tử, được thể hiện ở mức độ tích hợp cao các thành phần của nhiều lĩnh vực chuyên môn hoàn toàn khác nhau.

Xu hướng phát triển sản phẩm cơ điện tử đã tác động trực tiếp đến công tác đào tạo và giảng dạy, bởi vậy trong những năm gần đây, các khóa học và chuyên ngành đào tạo cũng như một số môn học chuyên sâu về cơ điện tử đã được thực thi tại nhiều trường đại học và cao đẳng không chỉ ở Cộng hòa liên bang Đức. Một chuyên gia cơ khí có hiểu biết sâu sắc về kỹ thuật điện tử và xử lý thông tin là điều rất cần thiết. Ngược lại, những yêu cầu dành cho các chuyên gia điện tử, tin học hay điều khiển học về mức độ hiểu biết các hệ thống kỹ thuật, trong đó bao gồm cả cơ khí, ngày càng tăng lên.

Cơ điện tử là một lĩnh vực khoa học rất rộng, nhiều phương pháp và kiến thức được sử dụng làm nền tảng cho cơ điện tử đã trở nên quen thuộc trong các chuyên ngành hẹp khác. Những thứ còn thiếu là một sự mô tả thống nhất về cơ điện tử. Theo quan điểm của các tác giả, vấn đề nêu trên bao gồm những cơ sở và phương pháp quan trọng nhất để phân tích định lượng theo chức năng các hệ cơ điện tử, cũng như việc mô tả các nguyên lý hoạt động cơ bản của các thành phần để tổng hợp những hệ thống như vậy. Theo đó, việc mô tả các hệ cơ điện tử dựa trên mô hình, được hiểu là việc mô tả tổng thể của các hệ con

- hệ cơ sở (thường là cơ học),
- các cơ cấu dẫn động,
- các cảm biến,
- các bộ xử lý và xử lý dữ liệu quá trình,

đã được đề cao trong nội dung cuốn sách. Tuy nhiên nhiều quan điểm, phương pháp và các kết quả liên quan trực tiếp đến công nghệ đã không được trình bày ở đây, thí dụ như những kiến thức về các cảm biến chuyên dụng, các thông số kỹ thuật của cơ cấu dẫn động hay chi tiết kỹ thuật của các bộ vi điều khiển hiện đại và các ngôn ngữ lập trình. Những nội dung này một mặt có thể sẽ phá vỡ khuôn khổ của cuốn sách, mặt khác do chu trình sản xuất sản phẩm ngày càng được rút ngắn nên chúng sẽ mất đi tính thời sự rất nhanh. Lĩnh vực quan trọng của „vi cơ điện tử“, tức là kỹ thuật vi hệ và trước hết là vi cơ học cũng đã không được đề cập tới. Tuy vậy, nhiều trong số các phương pháp phân tích các hệ động lực có điều khiển được trình bày trong cuốn sách có thể áp dụng được cho lĩnh vực này.

Giáo trình này được biên soạn ở trình độ phù hợp với sinh viên các trường đại học kỹ thuật. Phần nội dung được chia thành 9 chương với các chủ đề sau:

- Các vấn đề về xây dựng mô hình của hệ thống và quá trình (B. Heimann),
- Cấu tạo và nguyên lý hoạt động của các cơ cấu dẫn động trên cơ sở điện tử và thủy khí (K. Popp),
- Nguyên lý hoạt động và độ tích hợp của cảm biến để đo các đại lượng động học và động lực học (U. Schmucker),
- Các cấu trúc cơ bản của xử lý dữ liệu quá trình trong các điều kiện thời gian thực (W. Gerth),
- Động học, động lực học và điều khiển các hệ nhiều vật và sử dụng chúng như các lớp mô hình tổng quát để nghiên cứu định hướng chức năng các hệ cơ điện tử (B. Heimann).

Tính thực quan rất được chú trọng trong cuốn sách. Bởi vậy các thí dụ được trình bày xuyên suốt toàn bộ nội dung và ngoài ra còn có một chương mô tả chi tiết một số ứng dụng của các hệ cơ điện tử.

Cuốn sách này không thể đến tay bạn đọc nếu không có sự trợ giúp quý báu của các đồng nghiệp, các cộng sự và các sinh viên. Chúng tôi đặc biệt cảm ơn ngài TSKH. Ulrich Schmucker thuộc Phân viện Fraunhofer về Vận hành xí nghiệp và Tự động hóa tại thành phố Magdeburg, người đã biên soạn chương 3 về các cảm biến. Những cộng sự như các Kỹ sư M. Daemi, M. Grotjahn, T. Lilge, H. Reckmann, M. Ruskowski, O. Schuette và các Tiến sĩ T. Frischgesell, K.-D. Tieste đã „đơn giản hóa“ nhiều phần trong các dự án nghiên cứu của họ thành các thí dụ chọn lọc và đã giúp tính toán kiểm tra lại nhiều thí dụ khác. Việc soạn thảo cuốn sách này chủ yếu do Kỹ sư Zh. Wang thuộc Đại học Tổng hợp kỹ thuật Dresden đảm nhiệm. Nhân đây chúng tôi xin gửi lời cảm ơn tới tất cả những người đã tham gia. Cuối cùng xin trân trọng cảm ơn Nhà xuất bản, đặc biệt là bà Kỹ sư E. Hotho, vì sự cảm thông và sự hợp tác

có hiệu quả trong công việc xuất bản.

Hannover, tháng 10 năm 1997

B. Heimann
W. Gerth
K. Popp

Lời nói đầu cho lần xuất bản thứ hai

Cảm động trước những phản hồi hết sức đa dạng của bạn đọc, chúng tôi đã bổ sung và cập nhật một phần nhỏ trong lần tái bản này. Đó là các dữ liệu mới của các phần tử cấu thành như các bộ xử lý hay những tài liệu tham khảo mới. Khi mở rộng danh mục các tài liệu tham khảo, chúng tôi đã giới hạn trong phạm vi những tài liệu cần thiết nhất. Ngoài ra một số lỗi cũng đã được sửa chữa.

Hannover, tháng 12 năm 2000

B. Heimann
W. Gerth
K. Popp

Lời người dịch

Chúng tôi dịch cuốn sách này theo bản in lần thứ 2 của Nhà xuất bản sách chuyên môn Leipzig. Cơ điện tử là một ngành khoa học đa ngành: Cơ khí - Tự động hóa - Điện tử - Tin học. Vì vậy khi dịch cuốn sách này chúng tôi gặp rất nhiều khó khăn về thuật ngữ chuyên môn. Xin chân thành cảm ơn các bạn đồng nghiệp, đặc biệt là anh Nguyễn Thanh Tùng (Bộ môn Khoa học máy tính - Khoa Công nghệ thông tin - Trường Đại học Bách khoa Hà Nội), đã giúp đỡ hiện dịch một số đoạn trong bản dịch.

Chúng tôi tin chắc rằng cuốn sách này sẽ là một tài liệu học tập, nghiên cứu quý cho sinh viên các năm cuối và nghiên cứu sinh nhiều chuyên ngành trong lĩnh vực Cơ khí - Tự động hóa. Cuốn sách này cũng là một tài liệu bổ ích cho các cán bộ kỹ thuật quan tâm đến nghiên cứu và ứng dụng cơ điện tử.

GS. TSKH. Nguyễn Văn Khang

Mục lục

1	Mở đầu và các khái niệm cơ bản	1
1.1	Các khái niệm cơ bản của Cơ điện tử	1
1.2	Phân tích quá trình trong các hệ cơ điện tử	4
1.3	Mô hình hóa và định nghĩa chức năng trong cơ điện tử	8
1.4	Thiết kế các hệ cơ điện tử	16
2	Các cơ cấu dẫn động	19
2.1	Cấu tạo và nguyên tắc hoạt động của các cơ cấu dẫn động	19
2.2	Các cơ cấu dẫn động điện từ	25
2.2.1	Cơ sở của các bộ chuyển đổi điện động	25
2.2.2	Các kiểu cấu tạo của bộ chuyển đổi điện động	30
2.2.3	Cơ sở về bộ chuyển đổi điện từ	33
2.2.4	Các dạng và các thông số đặc trưng của cơ cấu dẫn động điện từ	40
2.3	Các cơ cấu dẫn động thủy khí	44
2.3.1	So sánh giữa các cơ cấu dẫn động thủy lực và khí nén	45
2.3.2	Cơ sở của các bộ chuyển đổi thủy lực	48
2.3.3	Các dạng và các thông số đặc trưng của các cơ cấu dẫn động thủy lực	53
2.4	Các cơ cấu dẫn động kiểu mới	55
2.4.1	Tổng quan	56
2.4.2	Cơ sở lý thuyết của bộ chuyển đổi áp điện	56
2.4.3	Cấu tạo và thông số kỹ thuật của cơ cấu dẫn động áp điện	61
2.5	So sánh các cơ cấu dẫn động chọn lọc	63
3	Các cảm biến	67
3.1	Mức tích hợp và các yêu cầu đối với cảm biến	67
3.2	Các thông số đặc trưng của cảm biến	70
3.2.1	Các khái niệm và định nghĩa	70
3.2.2	Đặc tính tĩnh của các hệ thống đo	72
3.3	Các nguyên tắc đo các đại lượng động học và động lực học	75

3.4	Đo quang đường và góc quay	76
3.4.1	Phương pháp đo bằng diện thế	76
3.4.2	Phương pháp đo cảm ứng	78
3.4.3	Các phương pháp đo bằng cảm biến từ trường	81
3.4.4	Các phương pháp đo bằng điện dung	83
3.4.5	Các phương pháp đo bằng sóng siêu âm	85
3.4.6	Dầu đo dịch chuyển từ giao	88
3.4.7	Dầu đo trị số tuyệt đối	89
3.4.8	Phương pháp đo gia tăng số đếm	90
3.5	Các hệ thống đo vận tốc	92
3.6	Các hệ thống đo gia tốc	93
3.6.1	Các gia tốc kế áp điện	94
3.6.2	Các gia tốc kế vi cơ	96
3.7	Phép đo một thành phần lực và mômen	97
3.7.1	Các đầu đo lực và mômen với dây đo biến dạng	98
3.7.2	Đo lực bằng các phương pháp quang học	102
3.7.3	Các cảm biến đo lực và mômen kiểu áp điện	105
3.7.4	Các cảm biến đo lực kiểu từ đàn hồi	105
3.7.5	Đo lực bằng các phương pháp hiệu chỉnh bù	106
3.8	Các cảm biến đo nhiều thành phần lực	107
4	Xử lý tín hiệu	111
4.1	Phân loại và biểu diễn các tín hiệu	111
4.1.1	Các giá trị tín hiệu đặc trưng và các hàm tín hiệu đặc trưng	113
4.1.2	Sự ảnh hưởng của các cửa sổ thời gian đối với phép biến đổi Fourier	119
4.1.3	Sự chồng chất của các tín hiệu	122
4.2	Các tín hiệu rời rạc	127
4.2.1	Phép biến đổi FOURIER rời rạc (DFT) và FOURIER nhanh (FFT)	130
4.2.2	Đánh giá các mô hình tín hiệu (bộ lọc hình thức)	133
5	Xử lý dữ liệu của các quá trình	137
5.1	Khái niệm về xử lý dữ liệu thời gian thực	137
5.2	Cấu trúc cơ sở của lập trình phản ứng	139
5.2.1	Truy vấn tuần tự theo chương trình, Polling	139

5.2.2	Truy vấn theo ngắt thời gian	140
5.2.3	Truy vấn điều khiển theo nhóm ngắt	143
5.2.4	Hệ thống ngắt ưu tiên	143
5.3	Hệ đa nhiệm và đa xử lý	145
5.3.1	Hệ đa nhiệm đơn giản	145
5.3.2	Kiến trúc xử lý song song	151
5.3.3	Vấn đề quyền ưu tiên (chen hàng)	152
5.4	Lập lịch trình theo sự kiện và thời gian	154
5.5	Sự đồng bộ hóa các quá trình	156
5.5.1	Những tình huống xung đột khi có nhiều quá trình	156
5.5.2	Semaphore (Cờ hiệu)	159
5.5.3	Monitor	162
5.5.4	Biến Bolt	163
5.5.5	Semaphore đếm	164
5.5.6	Rendezvous	166
5.5.7	Các kênh	168
5.6	Sự bế tắc (Deadlock)	168
5.7	Đánh giá giải pháp thời gian thực	169
5.8	Mạng dẫn động - cảm biến thời gian thực	173
6	Xây dựng mô hình của các hệ nhiều vật	177
6.1	Động học hệ nhiều vật	178
6.1.1	Các hệ tọa độ và các phép biến đổi tọa độ	179
6.1.2	Các thí dụ về các ma trận quay	181
6.1.3	Các tọa độ thuần nhất và phép biến đổi thuần nhất	186
6.1.4	Các mô hình cơ học có cấu trúc cây	191
6.1.5	Ký hiệu DENAVIT-HARTENBERG (Ký hiệu DH)	196
6.1.6	Động học thuận và động học ngược	199
6.1.7	Động học vi phân và ma trận JACOBI	204
6.2	Động lực học các hệ nhiều vật	208
6.2.1	Các phương trình cơ bản của vật rắn	209
6.2.2	Phương pháp NEWTON-EULER	212
6.2.3	Phương pháp LAGRANGE	217

7	Lập trình quỹ đạo	225
7.1	Lập trình quỹ đạo động học	226
7.1.1	Mô tả các đường cong không gian	227
7.1.2	Prôphin của vận tốc quỹ đạo	229
7.1.3	Việc tạo quỹ đạo tổng quát bằng các đa thức nội suy	231
7.1.4	Lập trình quỹ đạo đối với các hệ dư bậc tự do (dư dẫn động)	234
7.2	Lập trình quỹ đạo và động lực học ngược	237
7.2.1	Tham số hoá các phương trình chuyển động	239
7.2.2	Các chú ý về lập trình quỹ đạo	243
8	Điều khiển các hệ cơ điện tử	245
8.1	Tuyến tính hoá các phương trình chuyển động	247
8.1.1	Mô tả không gian trạng thái của các hệ tuyến tính	249
8.1.2	Các dạng biểu diễn khác của các hệ tuyến tính - dừng	254
8.2	Thiết kế điều khiển các hệ tuyến tính đa biến vào/ra - MIMO	255
8.2.1	Cấu trúc của các hệ đa biến	256
8.2.2	Điều khiển hệ đa biến tuyến tính	259
8.2.3	Thiết kế điều khiển bằng cách gán trước điểm cực	262
8.2.4	Gán trước cực cho hệ điều khiển có một khâu dẫn	268
8.2.5	Điều khiển dạng riêng	271
8.2.6	Điều khiển tuyến tính tối ưu (điều khiển LQ)	273
8.2.7	Thiết kế bộ quan sát và điều khiển	280
8.3	Điều khiển số (Điều khiển trích mẫu dữ liệu)	283
8.3.1	Lấy mẫu tín hiệu và khâu giữ tín hiệu	284
8.3.2	Hệ không liên tục trong miền thời gian	286
8.3.3	Hệ không liên tục trong miền tần số	293
8.3.4	Thiết kế điều khiển số	299
8.4	Giới thiệu các phương pháp điều khiển khác	304
9	Các thí dụ chọn lọc của các hệ cơ điện tử	313
9.1	Mô hình hóa và tính toán một rôbốt công nghiệp	313
9.1.1	Mô hình động học	315
9.1.2	Động học vi phân và tĩnh học	318
9.1.3	Lập trình quỹ đạo	322
9.1.4	Mô hình động lực học	326
9.1.5	Điều khiển riêng rẽ từng trục	330

9.2	Làm ổn định hóa con lắc kép	335
9.2.1	Mô tả hệ	335
9.2.2	Mô hình hóa hệ	336
9.2.3	Phương trình chuyển động tuyến tính hóa	337
9.2.4	Thiết kế bộ quan sát cho các hệ con	339
9.2.5	Phản hồi trạng thái của toàn hệ	342
9.2.6	Các tham số điều khiển	343
9.2.7	Thực hiện điều khiển trên máy tính	344
9.3	Bàn gá từ cho máy công cụ	345
9.3.1	Xây dựng mô hình	346
9.3.2	Điều khiển từng bậc tự do	351
9.3.3	Điều khiển từng khối tách biệt	354
9.3.4	Kết quả đo	357
9.4	Mô hình hóa và điều khiển một dầm cầu đàn hồi	359
9.4.1	Đặt bài toán	360
9.4.2	Phương trình vi phân chuyển động	360
9.4.3	Giải bằng phương pháp chuỗi FOURIER	361
9.4.4	Mô hình phần tử hữu hạn của dầm	363
9.4.5	Thiết lập phương trình vi phân	364
9.4.6	Mô hình hóa bộ phận gia cường	366
9.4.7	Phép biến đổi dạng riêng	368
9.4.8	Điều khiển với sự trợ giúp của khâu quan sát	370
9.4.9	Phản hồi trạng thái tuyến tính	371
9.4.10	Hệ thống đo	372
9.4.11	Kết quả	373
A	Cơ sở toán học	375
A.1	Phép biến đổi LAPLACE và phép biến đổi FOURIER	375
A.1.1	Phép biến đổi LAPLACE	375
A.1.2	Phép biến đổi FOURIER	377
A.2	Phép tính ma trận	378
A.2.1	Các khái niệm và các quy tắc tính đơn giản	378
A.2.2	Các trị riêng và các vectơ riêng	380
A.2.3	Phép biến đổi đồng dạng (phép biến đổi về các trục chính)	381
A.2.4	Các hệ phương trình tuyến tính và phép phân tích theo các trị kỳ dị	383

A.3 Các hệ động lực tuyến tính hệ số hằng số	385
A.3.1 Ma trận cơ bản và các tính chất của nó	386
A.3.2 Phép biến đổi dạng riêng	387
A.3.3 Tính điều khiển được và tính quan sát được	388
Tài liệu tham khảo	391
Danh mục từ khóa	392

1 Mở đầu và các khái niệm cơ bản

Nhiều sản phẩm xuất hiện trong nhiều lĩnh vực của chế tạo máy, kỹ thuật ô tô, kỹ thuật sản xuất hoặc kỹ thuật vi hệ, mà để tạo ra chúng cần các giải pháp tích hợp của cơ khí, điện- điện tử, xử lý thông tin. Các thí dụ về các sản phẩm loại này là hệ thống chống bó phanh, hệ thống chống trượt và túi khí an toàn trong kỹ thuật ô tô, các hệ thao tác và các rôbot trong tự động hóa, các máy công cụ hiện đại với các trục gia công phay, tiện đặt trên các gối đỡ từ, các thiết bị chống rung chủ động, các đĩa CD và các đầu Video trong lĩnh vực điện tử giải trí, các thiết bị ngoại vi của máy tính, các thiết bị vi cơ khí trong kỹ thuật y học, v.v...

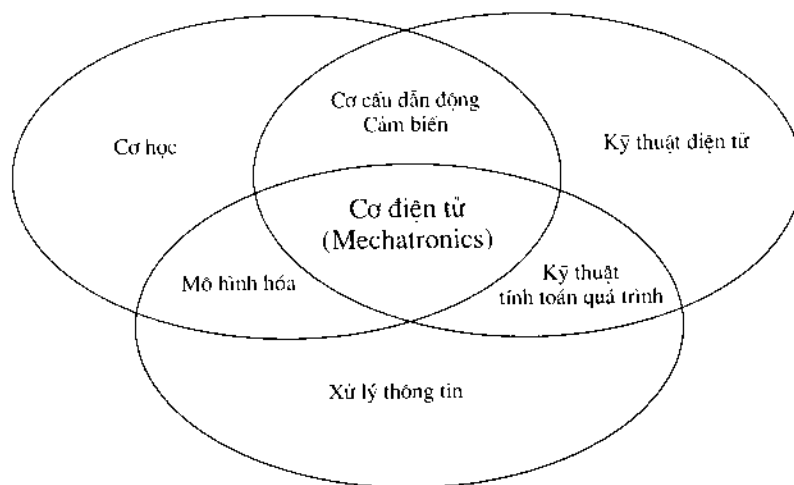
Các máy và các thiết bị vừa kể trên được gọi là các *sản phẩm cơ điện tử*, hoặc gọi tổng quát là các hệ cơ điện tử. Để chế tạo và vận hành chúng cần thiết phải có các kiến thức về cơ khí, các kiến thức về cảm biến và cơ cấu dẫn động, về vi xử lý, và xây dựng các mô hình toán học để xử lý thông tin các tín hiệu đo.

1.1 Các khái niệm cơ bản của Cơ điện tử

Khái niệm Cơ điện tử (tiếng Anh là Mechatronics) được tạo thành từ hai phần cơ học **Mechanics** và điện tử **Elektronics**. Khái niệm này được hình thành từ những năm 1969 bởi hãng điện tử Nhật Bản Yaskawa Electric Cooperation và từ năm 1971 trở thành thương hiệu của hãng này. Lúc đầu thuật ngữ này nói đến việc bổ sung các yếu tố điện tử vào các thành phần cơ khí trong máy chính xác. Một thí dụ điển hình là việc nghiên cứu các máy ảnh có gương phản chiếu. Từ năm 1982 khái niệm này đã được sử dụng một cách rộng rãi. Ngày nay thuật ngữ Cơ điện tử dùng để chỉ một lĩnh vực khoa học kỹ thuật được xây dựng trên các ngành chế tạo máy, kỹ thuật điện và tin học và nhằm mục tiêu hoàn thiện chức năng của các hệ kỹ thuật qua việc ghép nối các lĩnh vực khoa học Cơ khí - Điện kỹ thuật - Tin học (hình 1.1).

Về đặc trưng của các hệ cơ điện tử, ta đưa ra ba mô tả sau trong số nhiều mô tả:

- *Một hệ cơ điện tử tiếp nhận tín hiệu, xử lý chúng và đưa ra các tín hiệu. thí dụ: tiếp nhận tín hiệu chuyển động xử lý chúng và đưa ra các tín hiệu lực [1.17].*
- *Mechatronics can be regarded as the fusion of mechanical and electrical disciplines in modern engineering processes. It is a relatively new concept to design of systems, devices and products aimed at achieving an optimal balance between basic mechanical structure and its overall control [1.12].*



Hình 1.1: Các thành phần của hệ cơ điện tử

Synergistic integration of mechanical engineering with electronics and intelligent computer control in the design and manufacture of products and processes.

Từ sự trình bày ở trên ta suy ra, cơ điện tử có đặc tính đa ngành và bao gồm các lĩnh vực sau:

- Cơ học (Cơ học kỹ thuật, chế tạo máy, kỹ thuật chính xác).
- Kỹ thuật điện và điện tử (vi điện tử, điện tử công suất, kỹ thuật đo, kỹ thuật cơ cấu dẫn động).
- Xử lý thông tin (lý thuyết hệ thống, xử lý số liệu của quá trình, trí tuệ nhân tạo).

Các vấn đề khác được trình bày trong các tài liệu [1.3, 1.7, 1.9, 1.10, 1.13, 1.16, 1.18, 1.21].

Từ quan điểm cơ học có thể tìm được một cách tiếp cận khác với cơ điện tử. Trong cơ học cổ điển nghiên cứu các bài toán cho biết lực tác dụng lên vật thể và các điều kiện ràng buộc chuyển động của nó, tìm chuyển động của vật thể. Cách đặt vấn đề như thế dẫn đến bài toán phân tích.

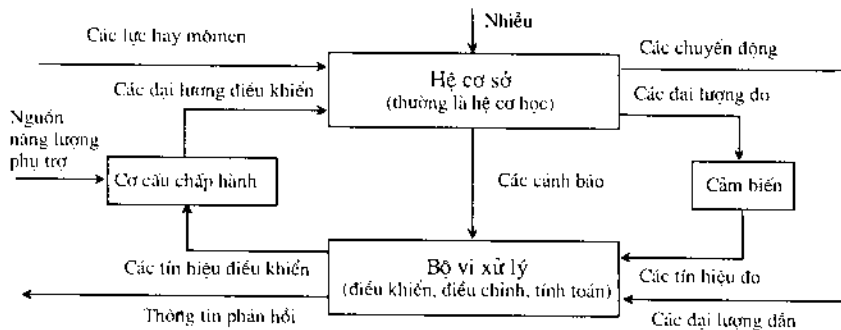
Trong việc thiết kế cơ điện tử ta quan tâm đến các vấn đề ngược lại. Cho biết chuyển động của vật thể, tìm lực (và ngẫu lực) tác dụng lên vật thể. Trong đó chuyển động theo yêu cầu phải thực hiện được khi có các nhiễu động. Với cách đảo ngược lại vấn đề như thế dẫn đến bài toán tổng hợp. Sự thay đổi cách đặt vấn đề như vậy dẫn đến cần phải biết kỹ thuật đo, kỹ thuật điều khiển, tức là bên cạnh cơ học ta phải quan tâm đến các nguyên lý khác như kỹ thuật cảm biến, kỹ thuật điều khiển, xử lý thông tin, kỹ thuật cơ cấu dẫn động. Trên hình 1.2 là sơ đồ tổng quát.

Các đại lượng đo quan trọng trong các hệ cơ điện tử là:

- Các đại lượng điện (dòng điện, điện áp, điện trường, mật độ từ thông, v.v...)
- Các đại lượng cơ học (quãng dịch chuyển, vận tốc, gia tốc, lực, mômen xoắn, nhiệt độ, áp suất, v.v...).

Đối với việc ứng dụng các hệ thống đo cần thiết, khả năng tích hợp của chúng vào trong quá trình là điều rất quan trọng. Điều đó được xác định bởi động lực học, độ phân giải, tính bền vững, khả năng về tuổi thọ, sự thu nhỏ lại cũng như sự thích hợp của hệ thống với xử lý tín hiệu số.

Các tín hiệu điều khiển được tạo ra nhờ xử lý thông tin được chuyển đổi thành các đại lượng điều khiển thông qua cơ cấu dẫn động. Do tác động khuếch đại năng lượng của các khâu điều khiển này, nhất thiết phải có một nguồn năng lượng phụ trợ dưới dạng điện, thủy lực hoặc thủy khí bổ sung cho hệ thống. Các khâu điều khiển hiện đại có sẵn vòng điều khiển vị trí thường xuyên làm việc theo kiểu kỹ thuật số với sự trợ giúp của mô hình và do đó có khả năng đạt được độ chính xác định vị cao, đồng thời cùng với một ứng xử động lực học tốt.



Hình 1.2: Cơ điện tử - một bài toán tổng hợp

Một dấu hiệu cơ bản của các hệ cơ điện tử là các tính chất của hệ được xác định chủ yếu bởi các thành phần phi vật chất, như các phần mềm. Nhiệm vụ xử lý dữ liệu được thực hiện nhờ các bộ vi điều khiển chuyên dụng đặc biệt phù hợp với xử lý thời gian thực. Các thiết bị này có thêm các chức năng cần thiết như bộ nhớ số liệu, bộ nhớ chương trình, chuyển đổi tương tự-số, các cổng vào ra, quản lý ngắt, v.v... Việc xử lý dữ liệu quá trình được thực hiện ở nhiều cấp độ và đảm nhiệm các nhiệm vụ khác nhau của điều khiển, giám sát, và tối ưu hóa.

Trên hình 1.3 thể hiện bốn mức xử lý bài toán sau đây:

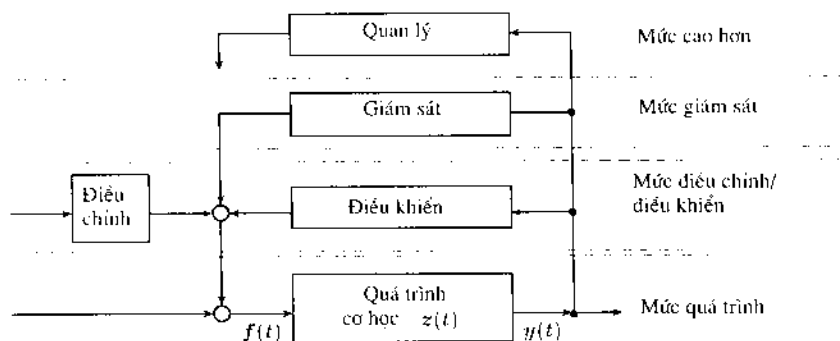
Mức 1: Mức quá trình,

Mức 2: Điều khiển, điều chỉnh, phản hồi ở mức quá trình.

Mức 3: Cảnh báo (kiểm tra giá trị biên), giám sát và chẩn đoán lỗi, đưa ra các giải pháp đơn giản để quyết định dừng hay tiếp tục làm việc.

Mức 4: Điều phối hoạt động các hệ con, tối ưu, quản lý quá trình chung.

Nhìn chung, các mức thấp phản ứng nhanh và có tác dụng cục bộ, trong khi đó các mức cao phản ứng chậm và đảm nhận các nhiệm vụ toàn cục.



Hình 1.3: Các mức xử lý dữ liệu quá trình (theo [1.9])

Phần lớn các giải pháp đã trở nên quen thuộc trong các hệ cơ điện tử được tiến hành thông qua xử lý tín hiệu dẫn và dữ liệu quá trình ở mức thấp, tức là chúng đảm nhận nhiệm vụ điều khiển và điều chỉnh cũng như các chức năng giám sát đơn giản. Một thí dụ về điều đó là việc điều khiển từng trục cho một rôbốt công nghiệp. Việc xử lý thông tin kỹ thuật số về cơ bản cho phép việc điều phối và tối ưu các hệ con và do đó cho phép thực thi các thành phần của trí tuệ nhân tạo. Để làm thí dụ ta nêu ra một rôbốt di động, rôbốt này được trang bị hệ nhiên cảm biến và có thể tự quyết định và thực hiện hành động của mình.

Các cấu trúc cơ bản của xử lý thông tin theo các điều kiện thời gian thực được mô tả trong chương 5.

1.2 Phân tích quá trình trong các hệ cơ điện tử

Các khái niệm „hệ“ và „quá trình“ có một vai trò quan trọng trong các khảo sát tiếp theo. Vì vậy cần phải giải thích một cách chính xác các khái niệm này. Nói chung, các *hệ* được định nghĩa như là một bộ phận của một đối tượng thực. Các hệ mô tả một sự sắp đặt có giới hạn các phần tử cấu thành chịu tác động lẫn nhau. Do đặc trưng này, khái niệm hệ chỉ mang tính chất tương đối. Ranh giới của một hệ đối với môi trường xung quanh, được gọi là biên của hệ, được biểu diễn thông qua một mặt bao. Nếu xét một cách chính xác hơn, một hệ bao giờ cũng là tập hợp các hệ con. Các hệ con này kết nối thông tin với nhau và với môi trường xung quanh. Các thông tin này thường là các tín hiệu, và có thể bị tác động và được quan sát thông qua việc kết nối này. Từ những điều vừa trình bày trên ta suy ra: Khái niệm hệ trước hết không

gắn liền với một ngành chuyên môn và cũng có thể được sử dụng vào trong các lĩnh vực phi kỹ thuật. Các *hệ cơ điện tử* có ý nghĩa đặc biệt cho toàn bộ vấn đề đề cập đến trong cuốn sách này. Các hệ cơ điện tử được hiểu là tập các hệ con

Hệ cơ sở (thường là hệ cơ học), (Chương 6, 7, 8)

Các cơ cấu dẫn động, (Chương 2)

Các cảm biến, (Chương 3)

Các bộ xử lý và xử lý dữ liệu quá trình (Chương 4, 5)

Các hệ này cũng được gọi là hệ *chủ động*. Việc trình bày các hệ con nêu trên là nội dung các chương của cuốn sách này.

Một *quá trình* là một chuỗi các sự kiện hoặc các trạng thái xuất hiện nối tiếp nhau theo thời gian trong một hệ. Sự biến đổi hay/hoặc việc vận chuyển vật chất, năng lượng và thông tin được mô tả thông qua quá trình. Việc mô tả một quá trình dẫn đến các đồ thị theo thời gian của các tín hiệu, các trạng thái v.v...

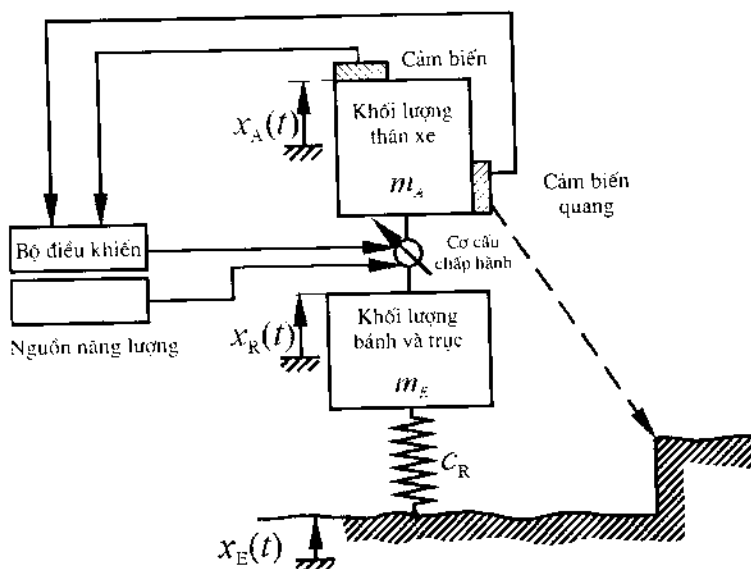
Để mô tả quá trình ta cần có các đại lượng khác nữa. Đó là các *trạng thái của hệ*, mà chúng được tổ hợp lại trong một vectơ trạng thái $z(t)$. Đồ thị theo thời gian các trạng thái của hệ được mô tả nhờ vectơ trạng thái này. Đặc trưng của các hệ cơ điện tử là các trạng thái của hệ phải được thay đổi một cách chủ động như mong muốn. Bằng việc thay đổi các đại lượng đầu vào sẽ tạo nên ảnh hưởng lên toàn bộ hệ.

Khái niệm quá trình là không thể tách rời với sự thay đổi theo thời gian, tức là nó gắn liền với *động lực học hệ thống*. Quá trình là khái niệm tổng quan và có thể là các hiện tượng tự nhiên khác nhau. Đối với giáo viên thì đó là việc hướng dẫn lớp học, đối với robot thì là việc định vị một bộ phận, đối với cảm biến thì là việc tiếp nhận và xử lý thông tin đo đạc, đối với máy công cụ điều khiển NC thì đó là quá trình cắt gọt, v.v... Để diễn giải các khái niệm đã giới thiệu ta xét các thí dụ sau:

Thí dụ 1.1: Nguyên lý giảm xóc chủ động trong ô tô

Trong động lực học ô tô, hệ thống treo bánh thụ động có thể được thay thế bởi bộ giảm xóc chủ động. Nhờ đó mà các yêu cầu khác nhau về độ êm dịu khi lái và ứng xử của xe được cải thiện tốt hơn. Hình 1.4 cho thấy sơ đồ một giảm xóc chủ động đối với mô hình "một phần tư xe".

Cơ hệ gồm một hệ lò xo - khối lượng mô tả dao động theo phương thẳng đứng và được gắn các cảm biến đo gia tốc thân xe (một đại lượng để đánh giá độ êm dịu khi lái) và để phát hiện (bằng quang học) các chướng ngại vật phía trước khi xe đến gần một vật cản. Các khâu điều khiển bằng thủy lực hoặc khí động là các cơ cấu dẫn động. Các thông tin có được về hình dạng mặt đường cho phép hệ thống chủ động điều chỉnh chuyển động của bánh xe như mong muốn.



Hình 1.4: Nguyên lý giám xóc chủ động theo mô hình “một phần tư xe” (theo [1.11])

Các trạng thái hệ được mô tả bởi vectơ trạng thái

$$\mathbf{z}(t) = [x_A(t), x_R(t), \dot{x}_A(t), \dot{x}_R(t)]^T,$$

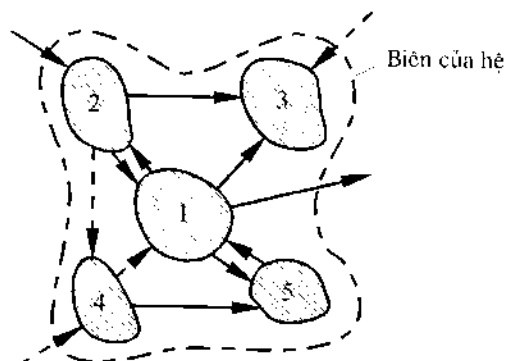
trong đó bao gồm quãng đường và vận tốc dao động của thân xe cũng như của bánh xe cùng với trục. $\square$

Mỗi hệ đều có tương tác dù ít hoặc nhiều với môi trường xung quanh. Các tương tác diễn ra thông qua liên kết giữa các hệ con (liên kết trong) và thông qua liên kết giữa hệ với môi trường (liên kết ngoài). Hình 1.5 minh họa nguyên lý cấu tạo của hệ với các tương tác. Trong đó các mũi tên liền thể hiện các liên kết cơ bản, các mũi tên với nét đứt thể hiện các liên kết không cơ bản.

Mức độ quan trọng của một đại lượng phụ thuộc vào việc đặt mục tiêu của bài toán và do đó nó có tính chất tương đối. Các liên kết cơ bản phải thỏa mãn hai yêu cầu:

- có khả năng thể hiện rõ vấn đề được khảo sát,
- có thể đánh giá được nhờ các phương pháp đo và các phương pháp phân tích hiện có với một chi phí chấp nhận được.

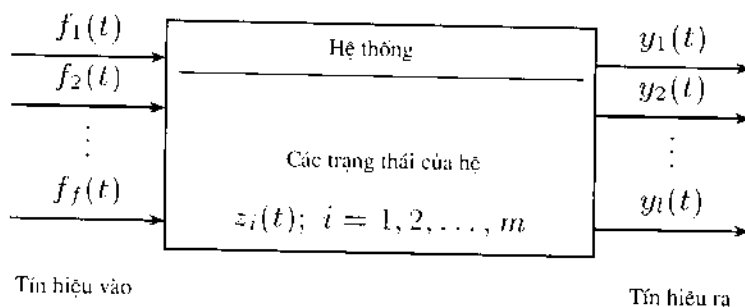
Như đã đề cập ở trên, các liên kết trong một hệ được biểu diễn bởi các tín hiệu. Trong thực tế, các đại lượng vật lý chứa các thông tin về hệ thống thường được sử dụng như cường độ dòng điện, điện áp, áp suất, quãng đường dịch chuyển, nhiệt độ. Các đại lượng vật lý này được biểu diễn qua các giá trị tín



Hình 1.5: Nguyên lý cấu tạo của hệ với 5 hệ con

hiện đặc trưng như biên độ, tần số, pha hoặc các hàm tín hiệu đặc trưng như đặc tính biên độ-tần số, đặc tính pha-tần số, hàm đáp ứng xung, v.v...

Thông thường một hệ có nhiều tín hiệu đầu vào $f_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, f$ và nhiều tín hiệu đầu ra $y_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, l$ (hình 1.6).



Hình 1.6: Sơ đồ khối tổng quát của một hệ thống

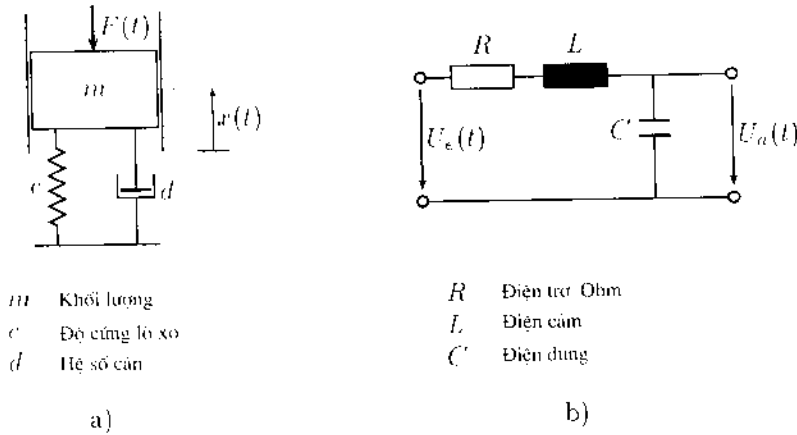
Các tín hiệu luôn chứa đựng các thông tin không xác thực do ảnh hưởng của kỹ thuật đo-lưu trữ và xử lý, cũng như ảnh hưởng của một số yếu tố khác chưa được quan tâm. Các tín hiệu này là các tín hiệu bị nhiễu. Để biểu diễn các tín hiệu bị nhiễu ta phải sử dụng các phương pháp *tính toán xác suất*, đặc biệt các phương pháp khảo sát *các quá trình ngẫu nhiên* hoặc các phương pháp phân tích *quá trình mờ* (xem thêm các tài liệu [1.1], [1.2], [1.6]).

Thí dụ 1.2: Hệ dao động cơ – điện đơn giản

Hãy xây dựng quan hệ đầu vào – đầu ra của các hệ cho trên hình 1.7.

Lời giải:

Ta có thể biểu diễn quan hệ vào-ra của các hệ trong miền thời gian và trong miền ảnh nhờ phép biến đổi LAPLACE (so sánh với thí dụ 4.5).



Hình 1.7: Hệ dao động đơn giản: cơ (a) và điện (b)

Biểu diễn trong miền thời gian:

$$a_2 \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 f(t), \quad y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = \dot{y}_0. \quad (1.1)$$

Biểu diễn trong miền ảnh:

$$Y(p) = \frac{(a_2 p + a_1) y_0 + a_2 \dot{y}_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} + \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} F(p), \quad (1.2)$$

Hàm truyền của hệ

$$G(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}, \quad (1.3)$$

trong đó $Y(p)$ và $F(p)$ là biến đổi LAPLACE của $y(t)$ và $f(t)$ (xem phụ lục A.1). Các ký hiệu và các hệ số xuất hiện trong các phương trình được tổng hợp trong bảng 1.1.

Từ các quan hệ nêu trên, rõ ràng là ứng xử dao động của hệ dao động cơ và hệ dao động điện là như nhau. Các hệ như vậy cũng được gọi là các *khâu trễ bậc 2*. $\square$

1.3 Mô hình hóa và định nghĩa chức năng trong cơ điện tử

Việc nghiên cứu các hệ và các quá trình được thực hiện nhờ các mô hình. Các mô hình là sự mô tả có định hướng về mục tiêu và chức năng, hoặc phản ánh các quan hệ cơ bản của vấn đề khảo sát. Mô hình toán học có thể được biểu

Bảng 1.1: So sánh hệ dao động cơ và hệ dao động điện

Ký hiệu/Khái niệm	Hệ cơ	Hệ điện
Kích động $f(t)$	Kích động lực $F(t)$	Điện áp vào $U_i(t)$
Dầu ra $y(t)$	Dịch chuyển $x(t)$	Điện áp ra $U_a(t)$
Các hệ số		
a_2	m	L
a_1	d	R
a_0	c	$\frac{1}{C}$
b_0	1	$\frac{1}{C}$
Các đại lượng trạng thái	dịch chuyển $x(t)$ vận tốc dao động $\dot{x}(t)$	Điện áp ra $U_a(t)$ Dao hàm theo t $\dot{U}_a(t)$
Tần số vòng riêng ω (của hệ có cản)	$\omega = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{d}{2m}\right)^2}$	$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$

điễn qua các phương trình toán, các bảng số hoặc các sơ đồ dòng tín hiệu và mô tả sự thay đổi theo thời gian của các tín hiệu. Mô hình toán học có một ý nghĩa đặc biệt quan trọng. Quan điểm về sự mô tả hệ thống và những nhận thức phải đạt được qua sự mô tả đó có thể rất khác nhau. Thí dụ một kỹ sư cơ khí nhìn nhận một chiếc ô tô với đôi mắt khác so với một cử nhân kinh tế, người thiết kế hoặc một người bán hàng. Người kỹ sư cơ khí sử dụng các mô hình khác nhau, tùy theo anh ta quan tâm đến độ bền của thân xe, mức độ êm dịu khi lái hay việc điều khiển động cơ bằng kỹ thuật điện tử.

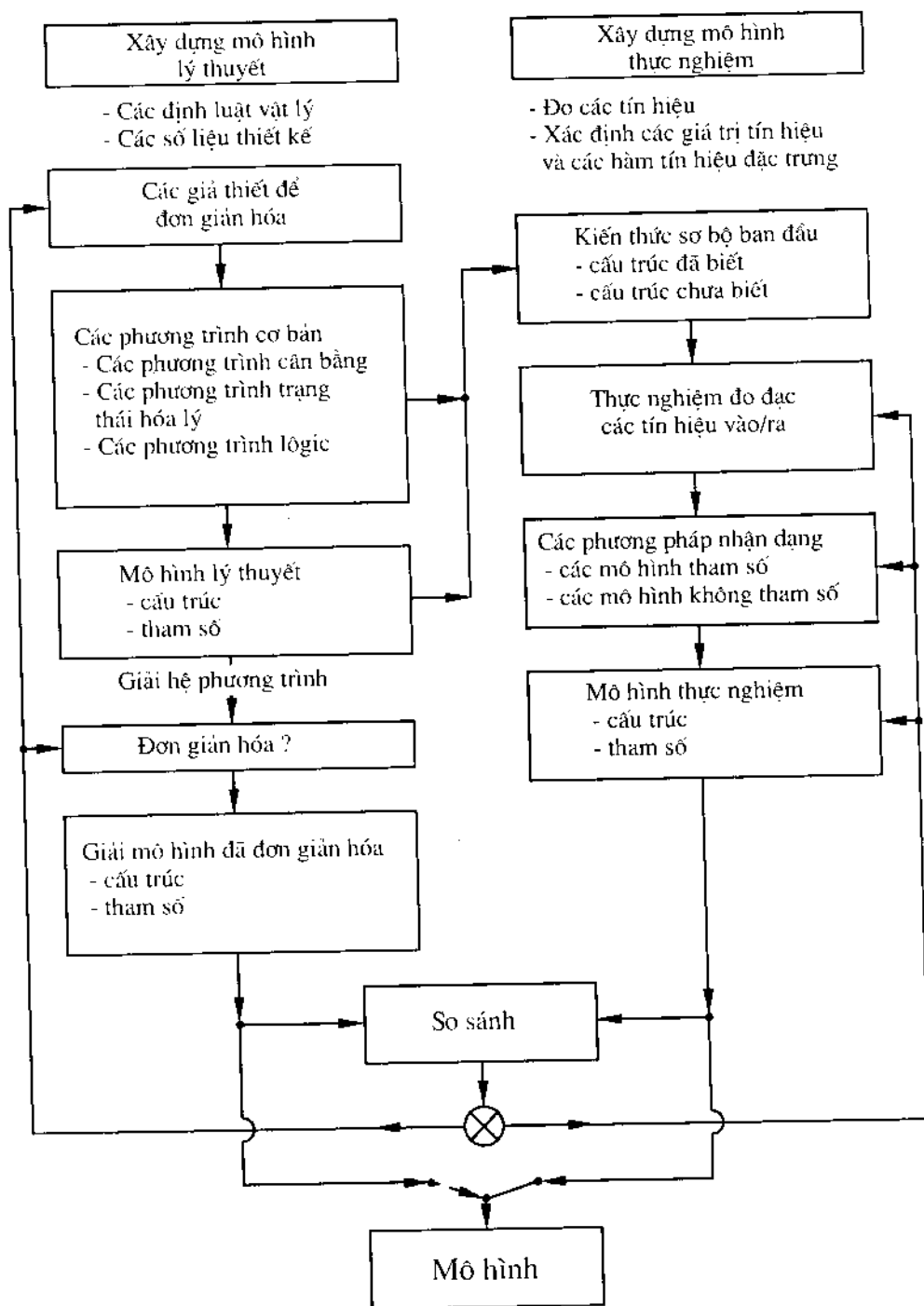
Việc xây dựng mô hình dựa trên hai phương pháp :

- xây dựng mô hình lý thuyết
- xây dựng mô hình thực nghiệm (nhận dạng).

Trong việc *xây dựng mô hình lý thuyết*, đòi hỏi phải có kiến thức về hệ thống, tối thiểu là kiến thức về các giả thuyết khoa học. Chúng được sử dụng thuận tiện đối với hệ mà trong đó có thể sử dụng các định luật vật lý, các định luật về kinh tế và các quy luật khác. Thí dụ như

- Cơ học: định lý biến thiên động lượng, định lý biến thiên mômen động lượng, định lý động năng, hay các nguyên lý biến phân khác nhau.
- Kỹ thuật điện: các phương trình cơ bản của trường điện từ (định luật Ampere, định luật cảm ứng, v.v...) và đối với mạch điện (định luật OHM, định luật KIRCHHOFF, v.v...).

Việc *xây dựng mô hình thực nghiệm* dựa trên việc quan sát, tức là dựa trên các phép đo. Nhiệm vụ này thường được gọi là bài toán *nhận dạng*. Trên cơ sở các thực nghiệm ta cần xác định các giá trị đặc trưng mô tả hệ (thí dụ như



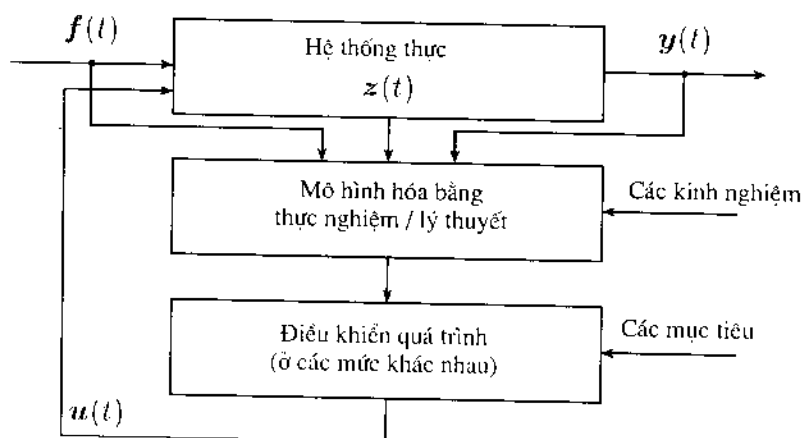
Hình 1.8: Mối quan hệ giữa việc xây dựng mô hình lý thuyết và nhận dạng (theo [1.14])

các tham số) hay các hàm đặc trưng (thí dụ như hàm truyền). Bài toán được đơn giản hóa khi ta biết quan hệ vào – ra, khi đó ta có một bài toán nhận dạng tham số. Trong nhiều trường hợp, sự kết hợp việc xây dựng mô hình bằng lý thuyết và thực nghiệm là chìa khóa cho sự thành công. Cách tiếp cận theo phương pháp này thể hiện trên hình 1.8.

Nhiệm vụ xây dựng mô hình lý thuyết cũng như mô hình thực nghiệm đòi hỏi nhất thiết phải có công cụ tính toán mạnh. Mô hình của hệ được thiết lập thông qua phân tích tín hiệu và phân tích quá trình. Mô hình này tạo thành cơ sở cho việc điều khiển quá trình, một hoạt động được hiểu là thiết kế một phương án tác động vào quá trình, tức là xác định các đại lượng điều khiển với mục tiêu đạt tới một chức năng mong muốn. Các chi tiết khác về vấn đề xây dựng mô hình đã được trình bày trong [1.2], [1.4], [1.8], [1.14], [1.15].

Điểm đặc trưng của các hệ cơ điện tử là sự kết nối các phần tử cấu thành từ những lĩnh vực hoàn toàn khác nhau. Cấu trúc cơ bản trên các hình 1.2 và 1.3 minh họa sự đa dạng này. Ngoài ra, cấu trúc như vậy được ứng dụng trong các hệ cơ điện tử đơn giản (thí dụ điều khiển từng trục cho rôbốt) cũng như các hệ phức tạp (chẳng hạn như rôbốt di động).

Hình 1.9 thể hiện sơ đồ nguyên lý điều khiển quá trình dựa trên mô hình.



Hình 1.9: Nguyên lý điều khiển quá trình dựa trên mô hình

Các chức năng cơ bản xuất hiện trong hệ cơ điện tử được phân theo các nhóm với độ phức tạp tăng lên như sau:

- *Các chức năng động học*: đồng nghĩa với việc định trước một cơ hệ phù hợp để thỏa mãn chức năng chuyển động tho yêu cầu. Nhiệm vụ này thuộc vào lĩnh vực động học (cơ học, động lực học máy, lý thuyết cơ cấu) và bao hàm việc mô tả hình học của bài toán đặt ra.
- *Các chức năng động lực học*: là vấn đề tiếp theo có liên quan tới các lực và mômen cần thiết cho việc thực hiện các nhiệm vụ đã đề ra. Vấn đề này

có thể được giải quyết nhờ các phương trình chuyển động.

- *Các chức năng cơ điện tử*: Nhiệm vụ mô tả chức năng của một hệ cơ điện tử sẽ đạt được hoàn toàn khi mô hình được mở rộng, kết nối với hệ cảm biến, các cơ cấu dẫn động, các thuật toán điều khiển và các thành phần khác. Sự mở rộng này thường gặp khi khảo sát các hệ động lực có điều khiển.

Để mô tả chuyển động của hệ cơ điện tử có n bậc tự do ta dựa vào các khái niệm sau:

- *Hệ quán tính $(KS)_0$* (hệ tọa độ cơ sở, hệ tọa độ gắn liền môi trường):

Thông thường đó là tọa độ Đềcát và cố định trong không gian. Các thao tác công nghệ được mô tả trong hệ này.

- *Hệ tọa độ vật $(KS)_k$* ; $k = 1, 2, \dots, N$:

Là các hệ tọa độ gắn cố định vào vật k . Do đó vị trí và hướng của vật khảo sát cũng chính là vị trí và hướng của hệ tọa độ $(KS)_k$ trong hệ quy chiếu quán tính $(KS)_0$.

Điểm quan sát (điểm tác động (EP)): vị trí hình học của hệ, mà ứng xử (thí dụ chuyển động) của nó có liên quan đến nhiệm vụ đã vạch ra. Lưu ý rằng, vị trí hình học của hệ có thể được xác định từ vị trí của một tập các điểm.

Các tọa độ môi trường của EP: chúng mô tả vị trí (x, y, z) và hướng (ϕ, ψ, θ) của EP trong hệ quy chiếu quán tính $(KS)_0$,

$$\mathbf{x} := [x, y, z, \phi, \psi, \theta]^T \in \mathbb{R}^6. \quad (1.4)$$

Đôi khi vị trí điểm quy chiếu và hướng của vật được tổng hợp thành một vectơ gọi là vị trí của vật hay *thế* của vật đó.

- *Các tọa độ suy rộng*:

$$\mathbf{q} := [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \in \mathbb{R}^n. \quad (1.5)$$

Cùng với các vận tốc suy rộng

$$\mathbf{z} := [z_1, z_2, \dots, z_m]^T = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^m, \quad m = 2n. \quad (1.6)$$

biểu diễn các trạng thái của hệ.

- *Không gian cấu hình*:

$$\mathbb{Q} := \{\mathbf{q} | \mathbf{q}_{min} \leq \mathbf{q} \leq \mathbf{q}_{max}\}. \quad (1.7)$$

Các tọa độ suy rộng bị giới hạn của bởi $\mathbf{q}_{min}$ và $\mathbf{q}_{max}$.

- Không gian làm việc hay còn gọi là không gian thao tác và mô hình động học:

$$\mathbb{X} := \{x | x = f(q) \wedge q \in \mathbb{Q}\}. \quad (1.8)$$

Quan hệ phi tuyến giữa các tọa độ môi trường và các tọa độ suy rộng được biểu diễn bởi $x = f(q)$. Ta gọi quan hệ này là mô hình động học.

- Mô hình động lực học:

Mô hình này có thể được thiết lập trong không gian cấu hình hoặc trong không gian làm việc và mô tả mối quan hệ giữa các đại lượng chuyển động $q(t)$ hay $x(t)$ và các đại lượng lực $Q(t)$

hay $F(t) = [F_x(t), F_y(t), F_z(t), M_x(t), M_y(t), M_z(t)]^T$.

Trong không gian cấu, hình mô hình động lực học có dạng tổng quát là

$$\begin{aligned} f(\ddot{q}(t), \dot{q}(t), q(t)) &= Q(t) \quad \text{hay} \\ M(q(t))\ddot{q}(t) + h(q(t), \dot{q}(t)) &= Q(t), \quad q(0) = q_0, \quad \dot{q}(0) = \dot{q}_0. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Trong phần lớn các trường hợp, phương trình (1.9) dẫn tới một hệ các phương trình vi phân thường. Các phương trình này được gọi là phương trình chuyển động. Vectơ $Q(t) \in \mathbb{R}^n$ biểu diễn lực và mômen suy rộng, ma trận $M(q)$ là ma trận quán tính (ma trận khối lượng).

Đối với các hệ lấy mẫu (được rời rạc hóa), hệ phương trình (1.9) có thể được biến đổi thành một hệ các phương trình sai phân.

Thí dụ 1.3: Không gian làm việc của rôbot hai khâu (hình 1.10)

Không gian cấu hình được cho trước như sau:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \theta_1, \theta_2 | 0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}; 0 \leq \theta_2 \leq \pi \right\}.$$

Giải thiết điểm tác động P chuyển động trên đường cong C.

Lời giải:

Hệ có hai bậc tự do. $n = 2$. Hệ tọa độ gắn liền vật được ký hiệu bằng $(KS)_{1,2}$, các gốc tọa độ nằm tại trục của mỗi khớp.

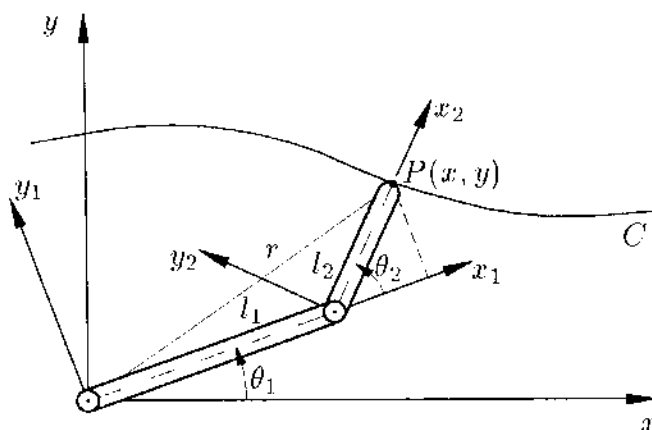
Các tọa độ suy rộng:

$$q = [q_1, q_2]^T = [\theta_1, \theta_2]^T.$$

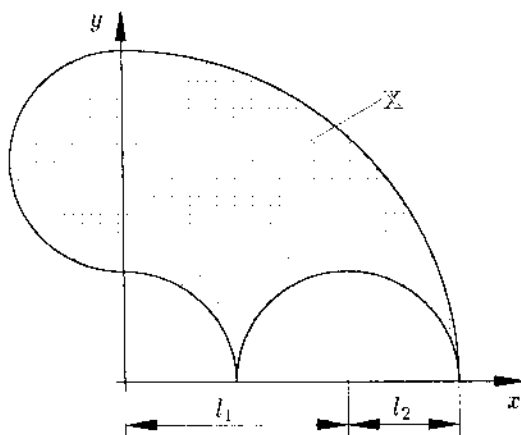
Mô hình động học:

$$x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2),$$

$$y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2).$$



Hình 1.10: Rôbốt hai khâu

Hình 1.11: Không gian làm việc khi $l_1 = 2l_2$

Không gian làm việc:

Thế các giá trị biên của các tọa độ suy rộng vào hệ thức trên và cho $l_1 = 2l_2$, ta nhận được không gian làm việc như biểu diễn trên hình 1.11. $\square$

Từ thí dụ này ta nhận thấy rằng, trong kỹ thuật rôbốt mô hình động học có thể được xác định tương đối dễ và đáng tin cậy khi giả thiết rằng các khớp là lý tưởng (tức là không có khe hở và không xảy ra mất liên kết) và các khâu là rắn tuyệt đối. Để xác định các đặc tính thực của khớp, đặc biệt là tính chất hao tán của chúng do cần và ma sát, ta phải thực hiện bài toán nhận dạng nhờ thực nghiệm, trường hợp đơn giản nhất là bài toán nhận dạng tham số.

Nhiệm vụ khảo sát hệ thống tổng thể sẽ được thực hiện sau khi ta hoàn thành việc mô tả toán học các hệ con, còn được gọi là các môđun chức năng cơ điện

từ. Nhiệm vụ này có thể là đánh giá ổn định trong vùng lân cận của điểm làm việc ổn định, hay khảo sát tính điều khiển được và quan sát được của hệ. Đặc biệt, các mô phỏng theo bước thời gian có thể cung cấp các thông tin trạng thái động lực học của hệ, chẳng hạn như về ứng xử kéo theo của đại lượng dẫn hay về ảnh hưởng của các đại lượng nhiễu.

Trong lý thuyết hệ thống hiện đại, việc biểu diễn các phương trình hệ thống được biến đổi về *dạng trạng thái* (các phương trình trạng thái). Theo đó, các hệ động lực được biểu diễn dưới dạng phương trình vi phân dạng tường minh bậc nhất

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{n}(t), t), \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0 \quad (1.10)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}(\mathbf{z}(t)) \quad (1.11)$$

với

$\mathbf{z}(t) \in \mathbb{R}^m$ vectơ trạng thái,

$\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^f$ vectơ điều khiển,

$\mathbf{n}(t) \in \mathbb{R}^m$ vectơ nhiễu,

$\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^l$ vectơ đầu ra.

Phương trình (1.10) được gọi là *phương trình trạng thái* hay *phép biểu diễn không gian trạng thái* và được bổ sung thêm một phương trình đầu ra (1.11). Ta cần chú ý rằng, các đại lượng trạng thái không phải lúc nào cũng đo được một cách trực tiếp hoặc người ta không quan tâm đến các đại lượng trạng thái, mà chỉ quan tâm đến ứng xử của những điểm quan sát nhất định (điểm EP chẳng hạn).

Việc mô tả các hệ động lực trong không gian trạng thái có các ưu điểm sau:

- Đặc biệt thích hợp cho việc nghiên cứu bằng số (hiện có rất nhiều các phương pháp tích phân số).
- Các kết quả gần đây của lý thuyết hệ thống, như các vấn đề về tính điều khiển được, tính quan sát được, tổng hợp bộ điều khiển, quan sát trạng thái, v.v... đã được thiết lập dựa trên mô tả trong không gian trạng thái. Vectơ trạng thái $\mathbf{z}(t)$ được hiểu một cách dễ dàng về phương diện hình học. Nếu các thành phần của vectơ trạng thái như là hình chiếu trên các trục của một không gian m chiều, thì $\mathbf{z}(t)$ biểu diễn một điểm trong *không gian trạng thái*. Sự thay đổi của $\mathbf{z}(t)$ theo thời gian t tạo nên một *quỹ đạo* trong không gian trạng thái.

Các hệ tuyến tính hoặc các hệ được tuyến tính hóa cho phép mô tả theo cách đơn giản hơn. Bên cạnh đó, phép tuyến tính hóa được thực hiện quanh một nghiệm danh nghĩa. Khi đó các phương trình tuyến tính mô tả hệ thống chứa các ẩn số là các sai lệch nhỏ so với nghiệm đó. Dạng chuẩn tắc của phép biểu diễn trong không gian trạng thái đối với các hệ tuyến tính có dạng.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A}(t)\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{R}(t)\mathbf{n}(t), \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0 \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(t)\mathbf{z}(t). \end{aligned} \quad (1.12)$$

Bên cạnh các đại lượng đã biết, xuất hiện thêm các đại lượng:

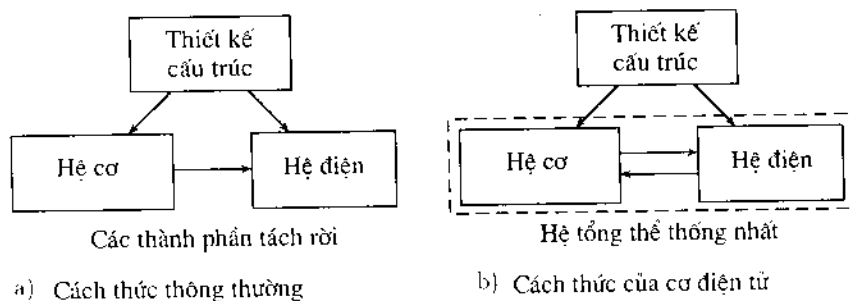
- $A(t)$ (m, m) - ma trận hệ thống,
- $B(t)$ (m, f) - ma trận tác động điều khiển,
- $R(t)$ (m, m) - ma trận tác động nhiễu,
- $C(t)$ (m, l) - ma trận quan sát (ma trận đo).

Phương trình trạng thái được tuyến tính hóa có ý nghĩa quan trọng trong thực tế, đặc biệt khi khảo sát các hệ với các ma trận hằng số (các hệ dừng).

Các chương 6, 7 và 8 sẽ đề cập thêm về vấn đề này. Bạn đọc có thể xem thêm các thông tin có liên quan trong các tài liệu [1.4], [1.15], [1.19], [1.20].

1.4 Thiết kế các hệ cơ điện tử

Đặc điểm cơ bản trong hệ cơ điện tử là các hệ con (các bộ phận) thuộc các lĩnh vực hoàn toàn khác nhau phải được nối kết với nhau. Tương tác của các bộ phận cơ và các bộ phận điện tử-số có ý nghĩa quan trọng đối với năng lực hoạt động của toàn bộ hệ thống. Đối với hệ thông thường, việc thiết kế lẫn việc thực thi các thành phần cơ và điện tử được tiến hành độc lập với nhau, còn đối với hệ cơ điện tử thì bắt đầu với việc lên kế hoạch để cố gắng đạt được một *hệ tổng thể được tích hợp* về không gian và chức năng (hình 1.12).



Hình 1.12: Thiết kế và thực thi hệ cơ điện tử (theo [1.9])

Sự khác biệt chủ yếu giữa các hệ thông thường và các hệ cơ điện tử được trình bày trong bảng 1.2.

Việc thiết kế các hệ cơ điện tử thường được hoàn thành ngay khi bắt đầu nghiên cứu hệ thống. Điều này là cần thiết để có được một loạt các chọn lựa, các giải pháp này được đánh giá và so sánh với nhau. Khi lựa chọn và thực hiện một kế hoạch, các ý tưởng và các mô hình định hướng theo *chức năng* lẫn định hướng theo *hình dạng* đều đóng vai trò quan trọng.

Mô hình định hướng theo chức năng:

Các mô hình phải có các chức năng cơ bản đã nêu (chức năng động học, động lực học, và cơ điện tử) và phục vụ cho việc mô tả chức năng của một hệ cơ

Bảng 1.2: Sự khác nhau cơ bản giữa thiết kế thông thường và thiết kế cơ điện tử

Thiết kế thông thường	Thiết kế cơ điện tử
Các thành phần được lắp ráp với nhau và do đó thường là phức tạp về cơ học,	Các bộ phận độc lập, dịch chuyển các chức năng cơ học được đưa vào phần mềm,
độ chính xác nhờ dung sai hẹp.	độ chính xác nhờ đo đạc và phản hồi,
cấu trúc cứng,	cấu trúc đàn hồi và do đó kết cấu nhẹ,
hệ thống cấp tín hiệu,	hệ thống giao diện Bus,
chuyển động được điều khiển (không phản hồi),	chuyển động được điều khiển có phản hồi, khả trình,
các đại lượng không đo được sẽ không thể tác động được,	tính toán, điều khiển các đại lượng không thể đo được,
giám sát đơn giản	giám sát nhờ chẩn đoán lỗi

điện tử. Trong đó phương diện hình học và định hướng theo hình dạng thường chỉ đóng vai trò thứ yếu. *Hệ nhiều vật có điều khiển* (MKS¹⁾) đã chứng tỏ là một lớp mô hình phù hợp cho việc xử lý nhiều vấn đề phong phú về cơ điện tử. Trong trường hợp đơn giản nhất MKS được hiểu là một chuỗi động học gồm các vật rắn nối với nhau bởi các khớp và chuyển động của chúng có thể được tác động một cách chủ động bằng các lực/mômen điều khiển. Chi tiết về động học và động lực học hệ nhiều vật sẽ được khảo sát trong chương 6. Nhìn chung, MKS cho phép ta xây dựng được các mô hình với thực tế. Các mô hình này phù hợp cho việc tính toán off-line và được sử dụng để minh chứng cho chức năng hoạt động của hệ thống, và hơn nữa là cho việc nghiên cứu các tham số, cho việc lập trình quỹ đạo và để thiết kế điều khiển, v.v...

Nếu ta cần các mô hình cho vận hành online, tức là được sử dụng cho các bài toán kỹ thuật điều khiển, thì các yêu cầu về mô hình sẽ được xác định bởi khả năng thời gian thực của nó. Mô hình này còn được gọi là mô hình RTS²⁾.

Mô hình định hướng theo hình dạng:

Mô hình này là cơ sở cho việc kiểm tra bền và cho việc thiết kế cấu trúc của các hệ con của hệ cơ điện tử tổng thể. Ta có thể sử dụng các chương trình

¹⁾ Tiếng Đức: Mehr-Koerper-System

²⁾ Real Time Systems

như CAD và FEM¹⁾ hay nối kết hai chương trình này, để đạt được thông tin xác thực nhất về các đặc tính hình học và độ bền của hệ. Chức năng của hệ thống tổng thể đóng vai trò thứ yếu trong mô hình này.

Quá trình thiết kế được thực hiện nhờ việc áp dụng một cách tuần tự theo chu trình các mô hình định hướng theo hình dạng và các mô hình định hướng theo chức năng, cùng với các công cụ tương ứng (các chương trình MKS, FEM, CAD) để khảo sát mô hình. Khi tách riêng các phương pháp, ta sẽ chỉ đạt được một kết quả gần tối ưu, bởi vì chức năng và hình dáng đều có ý nghĩa trong mọi bước thực hiện.

Bởi vậy, ta cần chuẩn bị sẵn các công cụ thiết kế tổ hợp và thống nhất cho công việc thiết kế các hệ cơ điện tử. Các công cụ thiết kế này có tính đến chức năng và hình dạng với mức độ như nhau ([1.5], [1.20]).

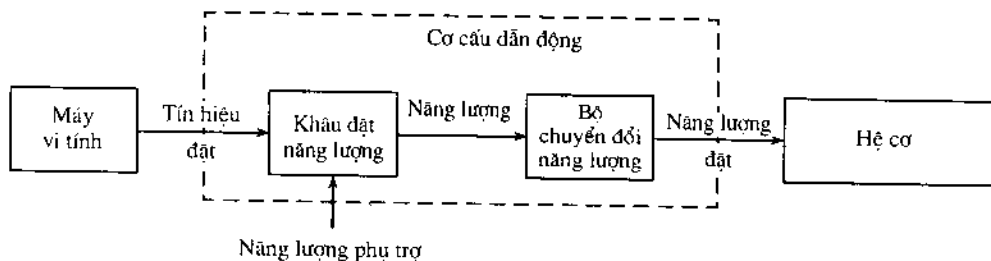
¹⁾ Finite Element Method

2 Các cơ cấu dẫn động

Các cơ cấu dẫn động (tiếng Anh: actuator) là những thành phần quan trọng trong các hệ thống cơ điện tử. Nếu so sánh với con người, các cơ cấu dẫn động chính là các phần cơ bắp đảm nhiệm việc thực hiện chuyển động hoặc tạo ra lực. Việc điều khiển cơ bắp được thực hiện thông qua bộ não (bộ xử lý) và khả năng hoạt động của chúng yêu cầu một lượng máu lưu thông tương ứng (năng lượng trợ giúp). Trong các mục dưới đây, trước hết ta mô tả một cách tổng quan về cấu tạo và nguyên tắc hoạt động của các cơ cấu dẫn động và đưa ra các phương pháp để xây dựng mô hình. Tiếp theo, ta sẽ giới thiệu lần lượt các dạng cơ cấu dẫn động quan trọng nhất được phân loại dựa trên các nguyên lý hoạt động của chúng. Các cách phân loại khác cũng rất đáng quan tâm. Thí dụ, ta có thể phân loại các cơ cấu dẫn động theo nhiệm vụ chính của chúng như cơ cấu dẫn động dịch chuyển, tương tự như việc phân loại các cảm biến. Cách trình bày được lựa chọn trong chương này một mặt nhấn mạnh đến các cơ sở nền tảng của vật lý, mặt khác sẽ làm cho việc xây dựng mô hình dễ dàng hơn. Nội dung của chương này không thể trình bày một cách chi tiết và đầy đủ về các cơ cấu dẫn động. Bạn đọc có thể tham khảo thêm trong một số tài liệu chuyên khảo như [2.3], [2.4], [2.5], [2.14], [2.15], [2.16] và các báo cáo khoa học chuyên ngành về „actuator“.

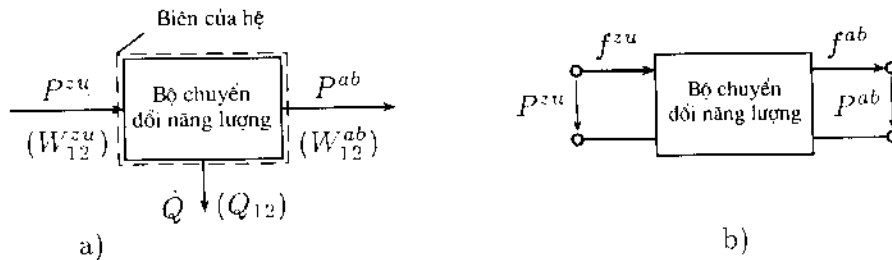
2.1 Cấu tạo và nguyên tắc hoạt động của các cơ cấu dẫn động

Các cơ cấu dẫn động được bố trí ở giữa các thiết bị điều chỉnh hoặc điều khiển và hệ thống được điều khiển hoặc quá trình trong sơ đồ nguyên lý hoạt động của một hệ thống cơ điện tử, hình 2.1.



Hình 2.1: Sơ đồ nguyên lý hoạt động với cơ cấu dẫn động

Các giao diện kết nối giữa các phần tử có nhiều kiểu khác nhau. Việc điều khiển các cơ cấu dẫn động thường diễn ra nhờ các tín hiệu đặt được truyền dẫn thông qua các giao diện chuẩn của một bộ vi xử lý. Bộ vi xử lý này đảm nhiệm việc biên dịch các lệnh điều chỉnh và điều khiển, tham khảo thêm chương 5. Các đại lượng đầu ra của cơ cấu dẫn động là năng lượng hoặc công suất, có khả năng sinh công cơ học cho trục quay (năng lượng quay) hoặc cho vật trượt (năng lượng dịch chuyển). Năng lượng này được tạo ra bởi nguồn năng lượng trợ giúp trong một bộ điều khiển năng lượng được kết nối với bộ chuyển đổi năng lượng, xem hình 2.1. Ta có một số yêu cầu nhất định đối với năng lượng cơ học tại đầu ra. Thí dụ năng lượng cơ học như công cơ học khi một vật dịch chuyển được tính bằng lực tác dụng nhân với quãng đường dịch chuyển. Các trường hợp như lực tác dụng lớn trong một quãng dịch chuyển ngắn (khâu đặt lực) hoặc lực tác dụng nhỏ trong một quãng dịch chuyển dài (khâu đặt quãng đường) là những trường hợp tới hạn. Điều này yêu cầu các bộ chuyển đổi cơ học trung gian như hộp số, các trục quay, v.v.... Tuy nhiên, ta không đề cập chi tiết hơn tới các bộ chuyển đổi cơ học này mà sẽ khảo sát cụ thể hệ thống cơ kế tiếp. Ta cũng sẽ không khảo sát một cách chi tiết bộ phận điều khiển năng lượng, được biết tới như bộ khuếch đại công suất, và coi chúng là các phần tử có các đặc tính lý tưởng. Thông thường các mạch điều khiển tăng tạo ra một đáp ứng khuếch đại có sai lệch không đáng kể so với đặc tính lý tưởng. Tiếp theo, ta sẽ đề cập tới các thành phần chính của bộ chuyển đổi năng lượng trong thực tế.



Hình 2.2: Sơ đồ của các bộ chuyển đổi năng lượng:

a) Hệ thống nhiệt động, b) Mạng chuyển đổi điện hai cửa (4 cực)

Hình 2.2a mô tả một bộ chuyển đổi năng lượng như một hệ thống theo nghĩa nhiệt động học. Để tính toán năng lượng E là công W mà bộ chuyển đổi truyền tới biên của hệ thống, ta bắt đầu từ biểu thức công suất P ,

$$P = \frac{dW}{dt}. \quad (2.1)$$

Công thức hiện trong một khoảng thời gian $t_1 \leq t \leq t_2$ được xác định bởi

$$W_{12} = \int_{t_1}^{t_2} P(t)dt, \quad (2.2)$$

trong đó để tính tổng công ta coi các đại lượng dẫn năng lượng vào hệ thống là dương và các đại lượng hút năng lượng khỏi hệ thống là âm. Bên cạnh công W_{12} , một lượng nhiệt Q_{12} cũng được truyền dẫn đến biên của hệ thống và do đó tổng năng lượng sẽ bị thay đổi. Theo định luật năng lượng (định luật cơ bản thứ nhất của nhiệt động học), lượng thay đổi năng lượng của hệ thống trong khoảng thời gian $t_1 \leq t \leq t_2$ được xác định bởi

$$E_2 - E_1 = W_{12} + Q_{12} \quad (2.3)$$

hay là

$$\frac{dE}{dt} = P + \dot{Q}, \quad (2.4)$$

trong đó $\dot{Q}$ biểu thị cho dòng nhiệt truyền qua biên của hệ thống. Nếu xét trạng thái dừng với $E = \text{const}$, từ các ký hiệu trên hình 2.2a đối với bộ chuyển đổi năng lượng ta có

$$W_{12}^{zu} = W_{12}^{ab} + Q_{12} \quad (2.5)$$

hay là

$$P^{zu} = P^{ab} + \dot{Q}, \quad (2.6)$$

trong đó dòng nhiệt bị hấp thụ tương ứng với tổn thất công suất của bộ chuyển đổi. Hiệu suất, ký hiệu là η , được xác định bởi tỷ số của công suất ra trên công suất vào. Phương trình (2.6) dẫn đến

$$\eta = \frac{P^{ab}}{P^{zu}} = \frac{P^{zu} - \dot{Q}}{P^{zu}} = 1 - \frac{\dot{Q}}{P^{zu}}. \quad (2.7)$$

Các dạng quan trọng nhất của công suất là

- công suất cơ,
- công suất điện,
- công suất dòng chất lỏng và
- công suất nhiệt.

Bảng 2.1 trình bày các công thức của các đại lượng có liên quan. Các dạng công suất này có thể được chuyển đổi qua lại lẫn nhau trong bộ chuyển đổi. Xuất phát từ công suất dòng điện, thường được tính toán bởi điện áp U giữa hai dây và dòng điện I trong một dây, ta có thể mô tả một bộ chuyển đổi điện thuận tuy thông qua các cửa vào - ra như một mạng hai cửa bốn cực. Hiện

Bảng 2.1: Các dạng công suất và các đại lượng dòng, đại lượng thể suy rộng có liên quan

Dạng công suất	Đại lượng thể suy rộng p	Đại lượng dòng suy rộng f	Công suất $P = pf$
Cơ học	vận tốc v	lực F	$P_{tr} = vF$
Dịch chuyển	vận tốc góc ω	mômen M	$P_{rot} = \omega M$
Điện	điện áp U	dòng điện I	$P_{el} = UI$
Dòng chất lỏng	áp suất p	lưu lượng $\dot{V}$	$P_{fl} = p\dot{V}$
Nhiệt	lượng chênh lệch nhiệt độ ΔT	lượng truyền nhiệt kA	$P_{th} = \Delta T k A$

có một cơ sở lý thuyết đã được xây dựng đối với bốn cực như vậy, xem tài liệu [2.7].

Khái niệm nêu trên đã được áp dụng cho các bộ chuyển đổi thông dụng, trong đó một đại lượng thể suy rộng p tác động giữa hai cực và một đại lượng dòng suy rộng f tác động trong các dây dẫn, xem hình 2.2b. Tích của hai đại lượng này chính là công suất truyền $P = pf$. Phương pháp này đã được hệ thống hoá và được thực hiện nhờ công cụ mô hình *Bond-Graph*, xem tài liệu [2.6]. Tiếp theo, ta áp dụng khái niệm này để chỉ ra sự tương tự giữa các dạng công suất.

Bảng 2.2 mô tả một cách tổng quan về các bộ chuyển đổi thông dụng. Trong đó các khâu truyền đối với phần cơ bao gồm các thanh tịnh tiến hoặc các trục quay, đối với phần điện là các dây dẫn điện, đối với chất lỏng là các đường ống dẫn chất lỏng. Các đại lượng thể và đại lượng dòng có cùng hướng tại phía đầu vào và ngược chiều tại phía đầu ra của bộ chuyển đổi. Một cách tương ứng, công suất được dẫn nạp vào là dương và công suất ra là âm. Bên cạnh các điểm giống nhau đã nhận thấy, các bộ chuyển đổi còn có những điểm tương đồng khác trong ứng xử tác động của các phần tử riêng lẻ.

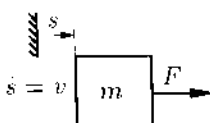
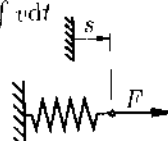
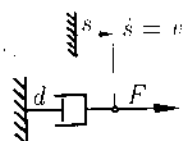
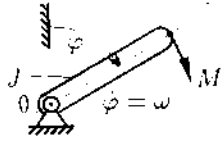
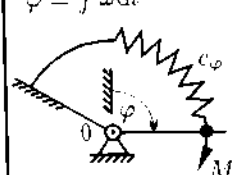
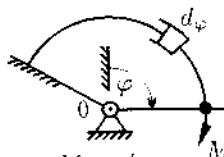
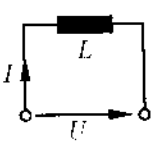
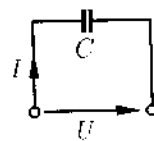
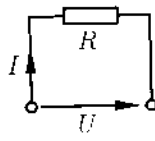
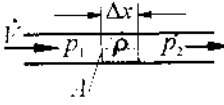
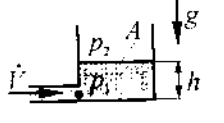
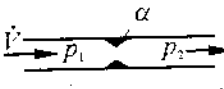
Bảng 2.3 đối chiếu một cách tổng quan giữa các *phần tử cơ bản* trong các hệ thống điện, cơ và chất lỏng cùng với các quan hệ toán học có liên quan. Thông qua đó sự thông hiểu về các chuyên ngành riêng và về việc xây dựng các quan hệ chéo giữa chúng trở nên dễ dàng hơn.

Ta cũng nhận thấy rằng trong các hệ thống khác nhau tồn tại các phần tử có thuộc tính quán tính, lưu trữ hoặc trở kháng. Thuộc tính trở kháng dẫn

Bảng 2.2: Tổng quan về các bộ chuyển đổi thông dụng

$P^{ab} \equiv P_2$ $P^{zu} \equiv P_1$	Tĩnh tiến cơ học	Quay cơ học
Tĩnh tiến cơ học	Tay đòn	Thanh răng - bánh răng
Quay cơ học	Bánh răng - thanh răng	Truyền động bánh răng
Điện	Từ điện	Động cơ điện
Thủy khí	Thanh đẩy pít-tông	Động cơ thủy lực

Bảng 2.3: Sự tương tự về đặc tính của các phần tử trong các hệ thống cơ điện tử

Thuộc tính phần tử Hệ thống	Phần tử quán tính	Phần tử lưu trữ	Phần tử trở kháng
Tính tiến cơ học	Khối lượng  $\dot{s} = v$ $F = m\dot{v}$	Lò xo $s = \int v dt$  $F = cs$	Cản  $\dot{s} = v$ $F = dv$
Quay cơ học	Khối lượng quay (mômen quán tính khối)  $\dot{\varphi} = \omega$ $M = J\dot{\omega}$	Lò xo xoắn $\varphi = \int \omega dt$  $M = c_\varphi \varphi$	Cản quay  $\dot{\varphi} = \omega$ $M = d_\varphi \omega$
Hệ điện	Cuộn cảm  $U = L \frac{dI}{dt}$	Tụ điện  $U = \frac{1}{C} \int I dt$	Điện trở  $U = RI$
Thủy khí	Khối lượng chất lỏng  $\Delta p = p_1 - p_2$ $= \frac{\rho \Delta x}{A} \dot{V}$	Bể chứa  $\Delta p = p_1 - p_2 = \rho gh$ $h = \frac{1}{A} \int \dot{V} dt$	Ma sát đường ống, chỗ uốn, van tiết lưu  $\Delta p = p_1 - p_2 = \alpha \dot{V}$

đến sự tổn thất dưới dạng dòng nhiệt thoát qua tại biên của hệ thống. Cấu trúc toán học là tuyến tính và được biểu diễn một cách thống nhất theo quan hệ tỷ lệ (P), tích phân (I), hoặc vi phân (D) giữa các đại lượng thế p và các đại lượng dòng suy rộng f . Công suất chuyển đổi trong các phần tử được tính bằng tích $P = pf$.

Sau đây ta sẽ đề cập tới các bộ chuyển đổi riêng dựa theo dạng công suất dẫn nạp vào của chúng, đối chiếu với bảng 2.2. Trong đó các nguyên lý tương tác vật lý và biểu diễn toán học của chúng sẽ được trình bày trước tiên. Tiếp theo là các đặc điểm kết cấu chủ yếu, các dữ liệu đặc trưng cũng như các dạng thức thực hiện và các thí dụ áp dụng.

2.2 Các cơ cấu dẫn động điện từ

Trong kỹ thuật truyền động cổ điển các máy điện quay được sử dụng rộng rãi. Ngay cả trong các ứng dụng cơ điện tử, thí dụ như kỹ thuật rôbốt, ta cũng thường thấy các động cơ Servo một chiều và các động cơ bước do các khả năng điều khiển tốt của chúng. Việc chuyển đổi công suất điện thành công suất cơ học được thực hiện nhờ ứng dụng của trường điện từ. Trong các bộ chuyển đổi điện động, các lực tác dụng trong các dây dẫn có dòng điện chạy qua (lực LORENTZ), trong các bộ chuyển đổi điện từ xuất hiện các lực trên bề mặt ngăn cách giữa các vùng có độ từ thẩm khác nhau (lực từ trở).

2.2.1 Cơ sở của các bộ chuyển đổi điện động

Bộ chuyển đổi tịnh tiến

Tất cả các bộ chuyển đổi điện động (các động cơ, các bộ dẫn động thẳng, loa) đều dựa trên tác động của lực LORENTZ. Lực này xuất hiện khi một hệ thống dây dẫn có dòng điện chạy qua nằm trong một từ trường, trong đó dòng điện và từ trường có thể thực hiện các chuyển động tương đối ngược nhau. Giả thiết rằng trong các máy điện sơ cấp (Hình 2.3) có một từ trường đồng nhất không đổi theo thời gian với mật độ dòng từ $\vec{B}$ [Tesla = V · s/m²], một dây dẫn với độ dài là l có thể dẫn một dòng điện I theo hướng vuông góc với hướng dòng. Độc lập với chuyển động của dây dẫn (vận tốc dịch chuyển $\vec{v}$), các điện tích chuyển động Q (vận tốc $\vec{w}$) làm xuất hiện trong dây dẫn lực LORENTZ

$$\vec{F} = Q\vec{w} \times \vec{B}. \quad (2.8)$$

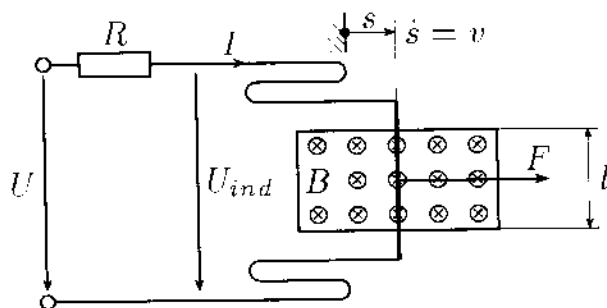
Từ định nghĩa của dòng I ,

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dl} \frac{dl}{dt} = \frac{dQ}{dl} w \quad \text{hay là} \quad dQ w = Idl. \quad (2.9)$$

Hệ thức (2.8) dẫn đến

$$d\vec{F} = dQ(\vec{w} \times \vec{B}) = I(d\vec{l} \times \vec{B}). \quad (2.10)$$

Trị số của lực có dạng $F = IlB$.



Hình 2.3: Bộ chuyển đổi điện động dưới dạng máy điện sơ cấp

Từ thông Φ [V · s] là tích phân của mật độ từ trên toàn bộ bề mặt, $\Phi = \int \vec{B} d\vec{A}$. Đối với trường hợp đang khảo sát $\Phi = BA = Bls$.

Chuyển động của dây dẫn với vận tốc $\dot{s} = v$ sẽ làm thay đổi từ trường và theo định luật cảm ứng sẽ xuất hiện một *điện áp cảm ứng* U_{ind} trong các vòng dây,

$$U_{ind} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(Bls)}{dt} = Blv. \quad (2.11)$$

Cân bằng điện áp cho các vòng dây cho ta

$$U = RI + U_{ind}. \quad (2.12)$$

Từ đó dẫn đến cân bằng công suất giữa các cực $P^{zu} = UI$, tổn thất $P_v = RI^2$, và công suất dòng điện „bên trong“ $P_{el} = U_{ind}I$, chúng phải bằng công suất cơ học $P^{ab} = Fv$,

$$P_{el} = P^{zu} - P_v = P^{ab}, \quad (2.13)$$

$$U_{ind}I = UI - RI^2 = BlvI = Fv. \quad (2.14)$$

Khi dây dẫn dịch chuyển mà không có dòng điện chạy qua, tức là điện áp cảm ứng bằng điện áp ngoài, sẽ tạo ra tốc độ không tải v_0 ,

$$v_0 = \frac{U}{Bl}. \quad (2.15)$$

Nếu dây dẫn đó bị hãm lại, tương tự như trạng thái vận hành thông thường của động cơ, ta có $v < v_0$ và $U_{ind} < U$.

Khi đó dây dẫn sẽ cung cấp một công suất cơ P^{ab} chính là một phần trong công suất tổn thất P_v tại đầu vào của bộ chuyển đổi với công suất vào là P^{zu} . Nguyên lý của máy sơ cấp đã có các ứng dụng trực tiếp như loa hoặc bộ truyền động thẳng. Một cuộn dây n vòng được di chuyển trong một từ trường thay

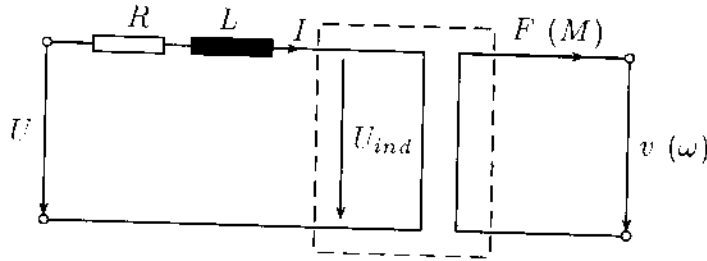
cho một vòng dây, thay vì sử dụng công thức (2.11) điện áp cảm ứng được tính như sau:

$$U_{ind} = \frac{d\Phi}{dt} = nBlv \quad (2.16)$$

và biểu thức cân bằng điện áp (2.12) sẽ phải được tính đến điện áp rơi trên cuộn cảm L ,

$$U = RI + L \frac{dI}{dt} + U_{ind}. \quad (2.17)$$

Sơ đồ mạch tương đương của một bộ chuyển đổi điện động được minh họa trên hình 2.4.



Hình 2.4: Sơ đồ mạch tương đương của bộ chuyển đổi điện động

Ta có thể thiết lập *Mô hình toán học* của hệ một cách đơn giản. Theo lý thuyết mạng bốn cực, ta sử dụng quan hệ

$$F = kI \quad (2.18)$$

trong đó k là hằng số của cơ cấu dẫn động.

Do $P_{el} = P_{ab}$ hoặc là $U_{ind}I = Fv$ ta có ngay hệ thức

$$v = \frac{1}{k} U_{ind}. \quad (2.19)$$

So sánh với biểu thức (2.16) ta nhận được hằng số cơ cấu dẫn động $k = nBl$. Với khối lượng di động của cơ cấu dẫn động là m ta có (xem bảng 2.3),

$$F = m\dot{v}. \quad (2.20)$$

Thế các đại lượng U_{ind} và F được tính theo công thức (2.19) hoặc (2.18) vào các hệ thức (2.17) và (2.20), ta thu được mô hình toán học như sau:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{k}{m} I, \quad (2.21)$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L} I - \frac{k}{L} v + \frac{1}{L} U. \quad (2.22)$$

Với vectơ trạng thái $\mathbf{z} = [v, I]^T$ ta có hai thể biểu diễn mô hình toán học trong không gian trạng thái

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k}{m} \\ -\frac{k}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U, \quad (2.23)$$

hoặc

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{b}U, \quad (2.24)$$

trong đó $\mathbf{A}$ là ma trận hệ thống và $\mathbf{b}$ là vectơ điều khiển của cơ cấu dẫn động. Thay vì sử dụng các đại lượng trạng thái v và I , ta cũng có thể lựa chọn các đại lượng khác cho phép biểu diễn này. Thí dụ như đối với các biến trạng thái v và F ta sẽ thu được một mô hình toán học như sau:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m}F, \quad (2.25)$$

$$\frac{dF}{dt} = -\frac{R}{L}F - \frac{k^2}{L}v + \frac{k}{L}U, \quad (2.26)$$

và từ đó cũng dẫn đến cách biểu diễn không gian trạng thái theo hệ thức (2.24).

Bộ chuyển đổi quay

Về cơ bản, bộ chuyển đổi điện động quay có cấu tạo từ stato hình trụ (phần tĩnh), trong „phần rỗng“ của stato là rôto (phần động) và được phân cách với nhau bởi khe hở không khí. Để áp dụng các kết quả phân tích với máy sơ cấp vào trường hợp này, chúng ta bắt đầu từ stato với vai trò như một nam châm vĩnh cửu với từ trường (có mật độ là B) hướng kính, trong từ trường này có một vòng dây dẫn vuông (có chiều dài l , cường độ dòng điện I) quay tròn, xem hình 2.5.

Trên sơ đồ mô tả mỗi vòng dây chịu một sự tương tác lực là $F = IlB$. Cả hai lực hình thành nên một cặp lực cách nhau một khoảng bằng $2r$. Từ đó sinh ra mômen M có dạng

$$M = 2rF = 2rlBI = ABI, \quad (2.27)$$

Trong đó $A = 2rl$ là diện tích của mặt phẳng tạo bởi vòng dây khép kín. Điện áp cảm ứng qua đó được tính như sau, xem hệ thức (2.11),

$$U_{ind} = 2Blv = 2rlB\omega = AB\omega, \quad (2.28)$$

trong đó ta ký hiệu ω [rad/s] là vận tốc góc, có quan hệ với tốc độ quay $n = 60\omega/(2\pi)$ [phút⁻¹]. Cân bằng điện áp theo (2.12) không bị thay đổi. Từ cân bằng công suất ta cũng nhận được hệ thức tương tự như (2.14)

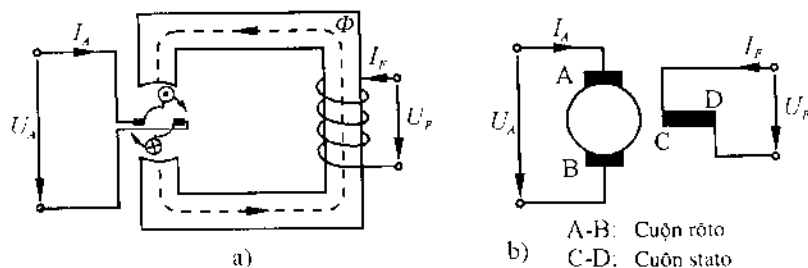
$$U_{ind}I = UI - RI^2 = ABI\omega = M\omega. \quad (2.29)$$

Ta cũng có thể sử dụng cách biểu diễn trong không gian trạng thái tương tự như hệ thức (2.23) nếu ta thay thế các biến $\{v, k, m\}$ bởi $\{\omega, k_\varphi, J\}$. Ta cũng nhận được một cách biểu diễn khác từ các hệ thức (2.25) và (2.26) bằng cách nếu thay thế các đại lượng $\{F, v, k, m\}$ bởi $\{M, \omega, k_\varphi, J\}$.

2.2.2 Các kiểu cấu tạo của bộ chuyển đổi điện động

Các loại động cơ một chiều

Ngoài các kiểu động cơ một chiều đã được mô tả với phần từ kích vịnh cửu còn có các động cơ một chiều kích thích từ bằng điện rất phổ biến, xem hình 2.6.



Hình 2.6: Động cơ một chiều kích từ độc lập: a) Cấu trúc, b) Sơ đồ mạch

Từ trường với từ thông Φ được sinh ra bởi dòng điện I_F chạy qua cuộn dây stato và cảm ứng lên rôto qua khe hở không khí. Đồng thời cuộn dây phần ứng có dòng điện I_A chạy qua chịu tác dụng bởi lực LORENTZ và tạo nên mômen quay của động cơ. Kiểu cấu tạo này tương ứng với phần kích từ độc lập, trong đó điện áp stato U_F độc lập với điện áp phần ứng U_A . Thông thường điện áp cung cấp U sẽ ảnh hưởng đến cả dòng điện phần ứng I_A và dòng điện kích từ I_F . Tùy thuộc vào mạch cuộn dây stato người ta phân biệt các dạng động cơ kích từ nối tiếp và kích từ song song, như theo bảng 2.4.

Các đặc tính mômen-vận tốc góc của các động cơ khác nhau về cơ bản. Theo các ký hiệu trong bảng 2.4, đối với cả hai loại động cơ đều có cùng một quan hệ sau

$$\omega = \frac{2\pi}{60} n = \frac{U - I_A R}{c\Phi}. \quad (2.35)$$

Từ đó có ba khả năng điều khiển tốc độ quay như sau :

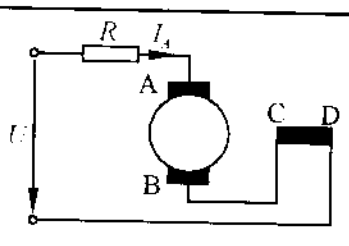
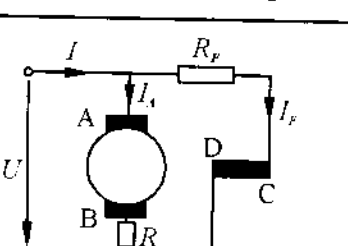
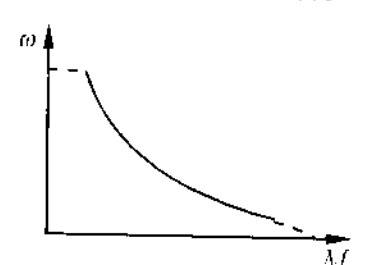
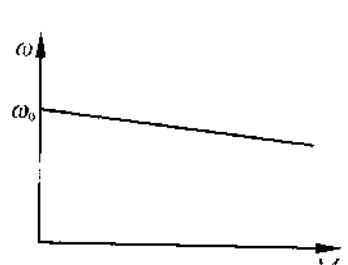
a) Điều chỉnh từ thông kích thích:

Thông qua việc điều khiển dòng stato I_F từ thông Φ sẽ bị ảnh hưởng và dẫn đến tốc độ cũng bị tác động theo.

b) Điều chỉnh điện trở:

Thông qua việc thay đổi giá trị điện trở R tốc độ quay bị thay đổi. Tuy nhiên điều này sẽ kéo theo tổn thất.

Bảng 2.4: Các dạng động cơ, phần trên: Sơ đồ mạch, phần dưới: Các đường đặc tính (M, ω)

Động cơ kích từ nối tiếp	Động cơ kích từ song song
	
$\Phi \sim I_A, \quad M \sim I_A^2, \quad \omega \sim \frac{1}{\sqrt{M}}$ 	$\Phi \sim I_F, \quad M \sim I_A, \quad \omega \sim \omega_0 - kM$ 

c) Điều chỉnh điện áp :

Thông qua việc thay đổi điện áp cung cấp U tốc độ quay bị thay đổi mà không bị tổn thất.

Khả năng cuối cùng được nêu trên thường được áp dụng phổ biến nhất và đóng một vai trò quan trọng trong các ứng dụng cơ điện tử. Bộ chuyển đổi được mô tả theo hệ thức (2.24) ở dạng chuẩn tắc của một hệ thống điều khiển tuyến tính với điện áp cung cấp U là các đại lượng dùng để điều khiển. Đây cũng là xuất phát điểm cho bài toán thiết kế bộ điều chỉnh.

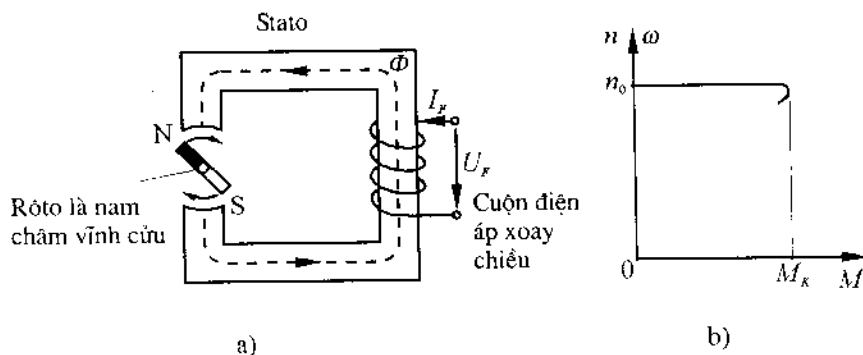
Các loại động cơ từ trường quay

Trong số các máy điện từ trường quay người ta phân loại thành hai nhóm: *động cơ đồng bộ* và *động cơ không đồng bộ*. Stator của cả hai loại máy này đều chứa một hoặc nhiều cuộn dây có số cặp cực là p để tạo ra từ trường quay. Khác với động cơ một chiều có rôto là một nam châm có hướng từ trường không đổi, loại động cơ này đã có sẵn một từ trường quay tự nhiên sinh ra bởi nguồn cung cấp xoay chiều. Hình 2.7a chỉ ra sơ đồ nguyên lý của động cơ đồng bộ có rôto là nam châm vĩnh cửu, loại này có kết cấu rất đơn giản và bền vững. Ngoài ra còn có các loại kết cấu khác với rôto là các cuộn dây được

từ hoá bởi một nguồn điện một chiều. Nếu thay đổi hướng dòng từ trong stato theo nhịp của điện áp xoay chiều thì rôto cũng sẽ quay theo đúng chu kỳ của điện áp lưới cung cấp. Trong chế độ cấp nguồn trực tiếp từ lưới tốc độ quay đồng bộ n_0 được tính bởi

$$n_0 = 60 \frac{f}{p} \left[\frac{1}{\text{phút}} \right] \quad (2.36)$$

trong đó f [1/s] là tần số của điện áp cung cấp và p là số cặp cực. Thí dụ, nếu $p = 1$ và $f = 50$ 1/s ta sẽ tính được $n_0 = 3000 \text{ phút}^{-1}$. Từ hệ thức (2.36) ta có thể thấy rằng tốc độ quay có thể được thay đổi theo bước nhảy lớn bằng cách chuyển đổi số cặp cực. Ta có thể thay đổi tốc độ vô cấp nhờ việc thay đổi liên tục tần số của điện áp stato.



Hình 2.7: Động cơ đồng bộ có rôto nam châm vĩnh cửu: a) Kết cấu, b) Đặc tính

Một động cơ đồng bộ chỉ tạo ra một mômen cùng hướng tại tốc độ quay như được tính theo công thức (2.36), tuy nhiên nó không thể tự khởi động. Nó phải được khởi động bởi một động cơ khởi động, hoặc nhờ một cuộn dây không đồng bộ và quay với tốc độ đồng bộ không đổi n_0 . Nếu mômen tải vượt quá mômen cực đại M_K động cơ sẽ quay về vị trí đứng yên. Hình 2.7b minh họa đặc tính mômen–vận tốc góc (M, ω) của động cơ.

Các động cơ không đồng bộ thông thường được chế tạo rất giống với động cơ đồng bộ. Stato tạo ra một từ trường quay nhờ dòng cung cấp xoay chiều và cảm ứng lên cuộn dây rôto tạo ra một điện áp U_{ind} . Độ lớn của U_{ind} phụ thuộc vào mức chênh lệch giữa tốc độ quay $n_0 = 60f/p$ của từ trường quay stato và tốc độ quay n của rôto.

Độ trượt s ,

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0}, \quad n_0 = 60 \frac{f}{p}, \quad (2.37)$$

mô tả mức chênh lệch này. Đối với loại rôto lồng sóc thì các cuộn dây sẽ bị

ngắn mạch và dòng điện cũng bị ngắn mạch theo, tương tác với từ trường quay của stato tạo nên mômen quay cho rôto. Do ta không phải cấp điện áp cho cuộn dây rôto nên cấu tạo của loại rôto lồng sóc đặc biệt đơn giản và bền vững. Đối với loại rôto cổ góp, ta cần phải cấp một điện áp vì vậy các dây trong cuộn dây rôto phải kết nối với nhau thông qua một đĩa trượt với điện trở. Điều này cho phép khởi động động cơ có tải và phục vụ cho việc điều khiển tốc độ.

Tốc độ quay n của động cơ được tính từ biểu thức (2.37)

$$n = n_0(1 - s) = \frac{60f}{p}(1 - s). \quad (2.38)$$

Từ đó ta có ba khả năng điều khiển tốc độ động cơ như dưới đây:

a) Thay đổi số cặp cực:

Thông qua việc thay đổi số cặp cực p của stato cho phép thay đổi tốc độ động cơ theo bước lớn.

b) Điều chỉnh tần số:

Thông qua việc thay đổi liên tục tần số của điện áp cung cấp phía stato cho phép thay đổi tốc độ của động cơ một cách tương ứng.

c) Điều chỉnh độ trượt:

Trong các động cơ có rôto kiểu đĩa trượt việc thay đổi giá trị điện trở sẽ kéo theo việc thay đổi tốc độ của động cơ, tuy nhiên phương pháp này sẽ kèm theo sự tổn thất do điện trở gây ra.

Hai khả năng đầu cho phép thay đổi tốc độ đồng bộ n_0 như đã được đề cập tới trong phần động cơ đồng bộ.

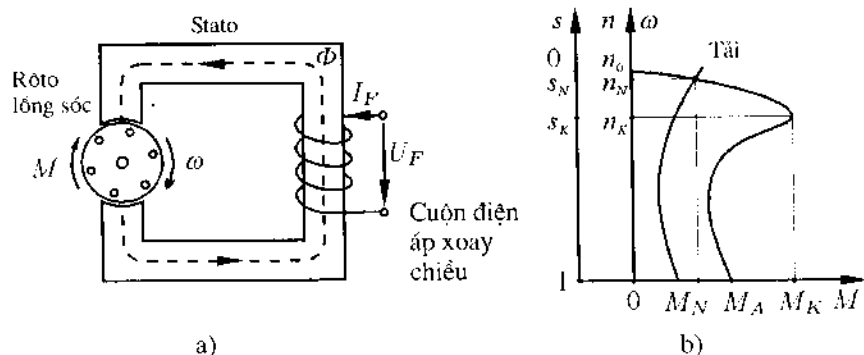
Hình 2.8 biểu diễn *đặc tính* (M, ω) của động cơ xoay chiều. Trong đó bao gồm các thang số biểu diễn tốc độ và độ trượt cũng như đặc tính mômen-vận tốc góc (M, ω) của tải. Giao điểm giữa hai đặc tính của động cơ và tải chính là điểm làm việc thiết kế với tốc độ n_N và mômen M_N . Độ trượt tương ứng sẽ là $s_N = 3 \sim 5\%$. Nếu ta đặt vào stato một điện áp lưới thì sẽ tạo ra một dòng điện khởi động I_a thường bằng 5-8 lần giá trị dòng làm việc I_N . Để giới hạn dòng điện khởi động của động cơ, thông thường người ta có thể chuyển mạch từ *dạng hình sao sang tam giác*. Khi đó, để có một điện áp khởi động là $U_a = 220$ V ta cần cấp một điện áp lưới là $U_N = 380$ V.

Cũng theo hình 2.8, quá trình khởi động động cơ xoay chiều là vấn đề phải lưu tâm. Ta phải đảm bảo sao cho đặc tính tải trong vùng khởi động phải nhỏ hơn hay nằm dưới đặc tính của động cơ và chỉ cần một vài bước để đạt tới điểm làm việc mong muốn.

2.2.3 Cơ sở về bộ chuyển đổi điện từ

Bộ chuyển đổi tĩnh tiến

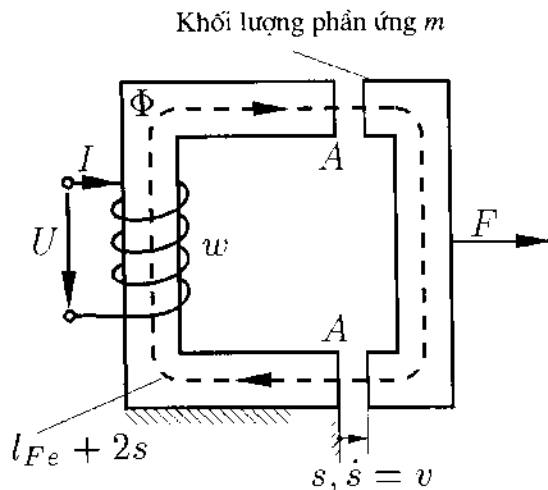
Tất cả các bộ chuyển đổi điện từ đều dựa trên sự tương tác của lực từ kháng. Lực này tác động lên một vật thể và làm thay đổi từ trường thông qua các



Hình 2.8: Động cơ không đồng bộ với rôto lồng sóc: a) Cấu tạo, b) Đặc tính

tính chất vật liệu của chúng. Các tính chất vật liệu này được mô tả bởi độ từ thẩm của vật liệu $\mu = \mu_r \mu_0$, trong đó $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ V} \cdot \text{s}/(\text{A} \cdot \text{m})$ là cường độ từ trường (độ từ thẩm tuyệt đối) và μ_r là hằng số từ thẩm. Hằng số từ thẩm (độ từ thẩm tương đối) μ_r là đại lượng đặc trưng của vật liệu có dạng vô hướng và quyết định đến quan hệ của giá trị mật độ từ trường $\vec{B} [\text{V} \cdot \text{s}/\text{m}^2]$ so với cường độ từ trường $\vec{H} [\text{A}/\text{m}]$ trong chân không dưới dạng

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}. \quad (2.39)$$



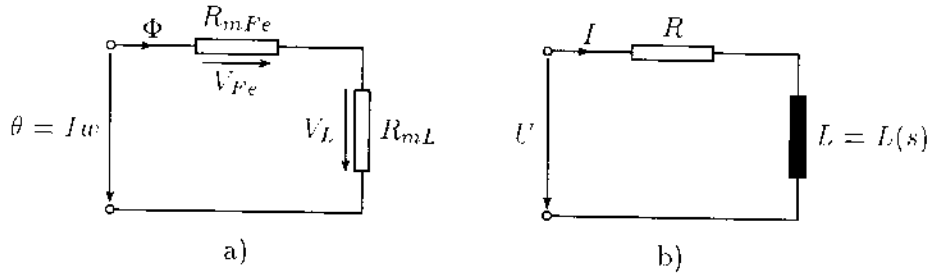
Hình 2.9: Bộ chuyển đổi điện từ dạng nam châm lý tưởng hóa

Do sắt có hằng số từ thẩm cao $\mu_r \mu_0 \gg 1$ nên chúng được sử dụng như một loại vật liệu từ phổ biến. Để tính toán chính xác lực từ trường của trường điện từ thực, ta phải có các thông tin chính xác về kích thước hình học và quan

hệ phi tuyến của mạch từ. Để hiểu được nguyên lý chức năng và thiết lập mô hình toán học của các cơ cấu dẫn động điện từ thì từ trường được xem là lý tưởng, xem hình vẽ 2.9.

Giả thiết trong một khe hở không khí với bề rộng s có một từ trường đồng nhất với mật độ từ trường là $\vec{B}$, số lượng vòng dây là w , tiết diện của cực là A và độ dài của đường từ trường trong lõi sắt là l_{Fe} .

Trước khi chúng ta tính lực từ kháng thì khái niệm từ kháng nên được tìm hiểu cụ thể. Từ kháng hay còn gọi là trở kháng từ R_m [A/(V · s)] trong một mạch từ tương tự như điện trở R [V/A] trong mạch dòng điện. Ta có thể nhận thấy các quan hệ tương tự khác trong bảng 2.5. Sơ đồ mạch tương đương của mạch từ này được minh họa trên hình 2.10. Nếu ta tính từ kháng tổng của



Hình 2.10: Sơ đồ mạch điện tương đương của từ trường cơ bản:

a) mạch từ, b) mạch dòng điện

các từ trường cơ bản R_{mges} , sử dụng các ký hiệu của bảng 2.5 ta có:

$$R_{mges} = R_{mFe} + R_{mL} = \frac{l_{Fe}}{\mu_{Fe} A} + \frac{2s}{\mu_L A}, \quad (2.40)$$

trong đó độ từ thẩm μ_L của không khí có thể thay thế bằng $\mu_L \approx \mu_0$. Vì $\mu_{Fe} \gg \mu_0$ nên số hạng đầu tiên trong hệ thức (2.40) có thể bỏ qua. Từ thông θ có giá trị $\theta = Iw = V_{ges}$.

Theo định luật OHM cho mạch từ, xem bảng 2.5, ta có

$$\theta = Iw = V_{ges} = R_{mges} \Phi = R_{mges} BA. \quad (2.41)$$

Sử dụng xấp xỉ $R_{mges} \approx \frac{2s}{\mu_0 A}$ ta tính được mật độ từ trong khe hở không khí,

$$B = \frac{Iw}{R_{mges} A} = \frac{\mu_0 w I}{2s}. \quad (2.42)$$

Giả thiết rằng các đại lượng $s(t)$ và $I(t)$ phụ thuộc thời gian. Theo hệ thức (2.42) ta suy ra $B = B(t)$.

Năng lượng từ W_M lưu trữ trong khe hở không khí được tính bởi

$$W_M = \frac{1}{2} \int_V \vec{B} \vec{H} dV = \frac{1}{2\mu_0} \int_V B^2 dV = \frac{\mu_0 A w^2}{4} \frac{I^2}{s}. \quad (2.43)$$

Bảng 2.5: Sự tương tự giữa mạch từ và mạch dòng điện

Mạch từ	Mạch điện
Định luật OHM	
$V = R_m \Phi$	$U = RI$
V [A] Điện áp từ	U [V] Điện áp
Φ [V · s] Từ thông	I [A] Dòng điện
R_m [A/(V · s)] Từ kháng	R [V/A] Điện trở
$R_{mi} = \frac{l_i}{\mu_i A_i}$ Trở kháng	$R_i = \frac{l_i}{\kappa_i A_i}$ Trở kháng
của vật liệu với độ từ thẩm	của dây dẫn với độ dẫn điện κ_i
$\mu_i = \mu_r \mu_0$	
chiều dài l_i , diện tích mặt cắt A_i .	
Mạch nối tiếp các điện trở	
$R_m = \sum_i R_{mi}$	$R = \sum_i R_i$
Mạch song song các điện trở	
$\frac{1}{R_m} = \sum_i \frac{1}{R_{mi}}$	$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$
Quy tắc vòng	
$V_{ges} = \sum_i V_i = \theta$	$\sum_i U_i = 0$
$\theta = \oint \vec{H} d\vec{s}$ [A] Từ thông	
Quy tắc nút	
$\Phi_{ges} = \sum_i \Phi_i = \oint_A \vec{B} d\vec{A} = 0$	$\sum_i I_i = 0$

Nếu thay thế nam châm bởi một cuộn dây, xem hình 2.10b, ta có thể thiết lập quan hệ giữa năng lượng lưu trữ trong cuộn cảm L $W_S = \frac{1}{2} LI^2$ và năng lượng từ W_M dưới dạng:

$$L = \frac{2k}{s} \quad \text{với} \quad k = \frac{\mu_0 A w^2}{4}. \quad (2.44)$$

Từ đẳng thức $W_M = W_S = W$ ta có thể tính được lực hút của nam châm bằng phương pháp tính gradien

$$F = -\frac{\partial W(s)}{\partial s} = k \frac{I^2}{s^2} = \frac{A}{\mu_0} B^2. \quad (2.45)$$

Lực này luôn tác động qua lại giữa phần ứng và phần từ. Tổng công suất gồm công suất vào $P^{zu} = UI$, công suất tổn thất $P_V = RI^2$ và công suất từ „bên

trong" $P_M = \dot{W}$ phải bằng với công suất ra $P^{ab} = Fv$ như sau

$$P_M = \dot{W} = P^{zu} - P_V = P^{ab}, \quad (2.46)$$

$$\dot{W} = UI - RI^2 = Fv = k \frac{I^2}{s^2} v. \quad (2.47)$$

Với khối lượng dịch chuyển m của phần ứng ta có quan hệ

$$F = m\dot{v}. \quad (2.48)$$

Nếu ta sử dụng quan hệ $\dot{W}_M = Fv$ và chú ý đến W_M và F theo các hệ thức (2.43), (2.45), ta sẽ nhận được quan hệ giữa các đại lượng thay đổi theo thời gian

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{I^2}{s} \right) \equiv \frac{2I\dot{I}s - \dot{s}I^2}{s^2} = \frac{I^2}{s^2} \dot{s} \quad (2.49)$$

hay là

$$\dot{I} = \frac{I}{s} \dot{s}. \quad (2.50)$$

Từ các hệ thức (2.47), (2.50), (2.48) và sử dụng các đại lượng trạng thái s , v và I , trong đó $\dot{s} = v$, sau khi giản ước đại lượng lực ta thu được mô hình toán học phi tuyến của bộ chuyển đổi từ điện

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= v, \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{k}{m} \frac{I^2}{s^2}, \\ \frac{1}{s} \frac{dI}{dt} &= -\frac{R}{k} I + \frac{1}{k} U. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Nếu ta tuyến tính hoá các phương trình này quanh điểm làm việc $I = I_0$, $v = v_0 = 0$, $s = s_0$, $U = U_0$, ta nhận được mô hình toán học tuyến tính theo các đại lượng bé $\tilde{I} = I - I_0$, $\tilde{v} = v - v_0$, $\tilde{s} = s - s_0$, $\tilde{U} = U - U_0$ như sau

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{s}}{dt} &= \tilde{v}, \\ \frac{d\tilde{v}}{dt} &= \frac{K_I}{m} \tilde{I} - \frac{K_s}{m} \tilde{s}, \\ \frac{d\tilde{I}}{dt} &= -\frac{2R}{L_0} \tilde{I} + \frac{2}{L_0} \tilde{U}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Nếu sử dụng vectơ trạng thái $z = [\tilde{s}, \tilde{v}, \tilde{I}]^T$, ta có thể biểu diễn mô hình toán học trong không gian trạng thái dưới dạng

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{s} \\ \tilde{v} \\ \tilde{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K_s}{m} & 0 & \frac{K_I}{m} \\ 0 & 0 & -\frac{2R}{L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{s} \\ \tilde{v} \\ \tilde{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2}{L_0} \end{bmatrix} \tilde{U}, \quad (2.53)$$

hoặc

$$\dot{z} = Az + b\tilde{U}. \quad (2.54)$$

Trong đó ta sử dụng các ký hiệu

$$L_0 = \frac{2k}{s_0} = \frac{\mu_0 A w^2}{2s_0}, \quad K_I = L_0 \frac{I_0}{s_0}, \quad K_s = L_0 \left(\frac{I_0}{s_0} \right)^2. \quad (2.55)$$

Ta cũng có thể lựa chọn các biến trạng thái khác cho mô hình hệ thống. Thí dụ như chọn các biến trạng thái là $\tilde{s}$, $\tilde{v}$ và $\tilde{F}$ ta thu được mô hình toán học

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{s}}{dt} &= \tilde{v}, \\ \frac{d\tilde{v}}{dt} &= \frac{1}{m} \tilde{F}, \\ \frac{d\tilde{F}}{dt} &= -\frac{2R}{L_0} \tilde{F} - K_s \tilde{v} - \frac{2RK_s}{L_0} \tilde{s} + \frac{2K_I}{L_0} \tilde{U}, \end{aligned} \quad (2.56)$$

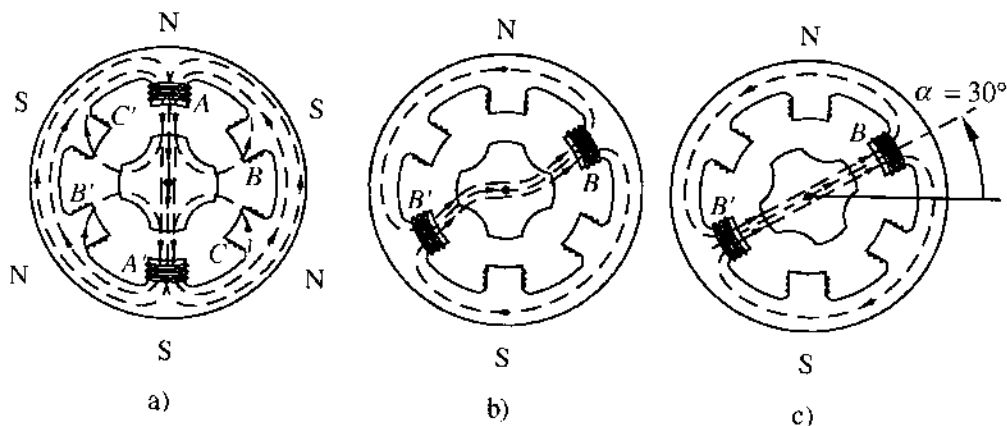
và cũng cho phép biểu diễn dưới dạng (2.54). Nếu sử dụng điều kiện (2.50) ta cũng có thể thu được các dạng biểu diễn khác với dạng (2.56), xem [2.12].

Từ quan hệ thứ ba trong hệ thức (2.56), ta nhận thấy rằng lực hút điện từ có một thành phần tương ứng với lực tại phần tử đàn hồi với hệ số đàn hồi âm và lực tại phần tử cản với hệ số cản âm. Do đó điểm làm việc đã được chọn để tuyến tính hoá quanh đó là không ổn định. Tuy nhiên việc ổn định hoá có thể đạt được nhờ điều khiển. Cơ sở của việc thiết kế điều khiển là phép biểu diễn trong không gian trạng thái theo hệ thức (2.54), cùng với các hệ thức (2.53) hoặc (2.56).

Phương pháp ổn định hóa nêu trên đã được áp dụng thành công trong một số ứng dụng như các đệm từ trường [2.14], [2.17] và xe chạy trên đệm từ [2.10]. Một ứng dụng khác đối với thiết bị dẫn hướng thẳng bằng từ trường sẽ được trình bày trong mục 9.3.

Bộ chuyển đổi quay

Bộ chuyển đổi quay điện từ về cơ bản cũng giống như bộ chuyển đổi điện động và do đó sẽ được trình bày một cách ngắn gọn.



Hình 2.11: Nguyên lý bộ chuyển đổi quay điện từ: a) cấu hình ban đầu, b) bất đầu một bước quay, c) kết thúc một bước quay

Hình 2.11 minh họa nguyên lý của động cơ bước, động cơ từ trở và từ trường quay. Trong các bộ chuyển đổi này từ trở và cảm kháng của rôto thay đổi tương ứng với số lượng cực của stato mà cuộn dây của nó tạo ra từ trường. Rôto sẽ điều chỉnh sao cho dòng từ thông nằm theo hướng ít trở kháng nhất. Trong động cơ bước, người ta ký hiệu các cực chính là các răng của stato và được bố trí nằm đối diện với các răng của rôto. Theo cách bố trí như trong hình 2.11, ta thấy có 6 cực hay 6 răng của stato và 4 răng của rôto. Tùy theo việc điều chỉnh các cuộn dây, ta sẽ có các trường hợp ứng dụng khác nhau và sẽ mô tả trong phần tiếp theo dưới đây.

Từ trường quay

Stato với 3 cặp cực sẽ chứa 3 cuộn dây có thể điều khiển độc lập với nhau. Tại cấu hình ban đầu theo hình 2.11a, cực AA' (Pha A) tạo ra một dòng từ thông và rôto tự điều chỉnh sao cho các răng của stato và rôto nằm đối diện nhau. Nếu ta chuyển đổi pha này sang pha B (Hình 2.11b) thì rôto sẽ quay một góc là $\alpha = 30^\circ$ theo chiều ngược chiều kim đồng hồ, xem hình 2.11c. Thay vì chuyển sang pha B, ta chuyển ngay tới pha C thì góc quay sẽ là $\alpha = -30^\circ$, như vậy chiều quay thuận chiều kim đồng hồ. Góc chuyển (theo từng bước) được tính bởi

$$|\alpha| = \frac{360^\circ}{pz_L} \quad (2.57)$$

trong đó p là số cực của các pha và z_L là số răng của rôto.

Động cơ bước

Động cơ bước với từ trở biến đổi được xây dựng trên nguyên tắc từ trường quay đã được mô tả ở phần trước. Tuy nhiên việc điều khiển được thực hiện

nhờ tín hiệu xung điện, có thể là các xung đơn lẻ hoặc là các chuỗi xung. Các loại động cơ bước điển hình đang được sử dụng hiện nay đều được điều khiển bởi các xung điện tương ứng với mỗi bước dịch chuyển góc xác định chính xác α ($\alpha = 15^\circ$ đến khoảng $\alpha = 0,36^\circ$). Nhờ vậy, ta có thể thực hiện các nhiệm vụ điều khiển vị trí với độ chính xác cao theo cách đơn giản và không cần sử dụng các hệ thống đo tốc độ hay đo vị trí.

Động cơ từ trở

Cuộn dây của các động cơ từ trở có cấu tạo giống như các cuộn dây từ trường quay. Rôto sẽ quay bám theo từ trường quay đó. Khi đạt được tốc độ đồng bộ thì cũng giống như động cơ đồng bộ. Để có thể khởi động các động cơ cỡ lớn giống như đối với các động cơ không đồng bộ lồng sóc thì các thanh dẫn ngắn mạch được lắp bổ sung.

Chúng ta không thể liệt kê hết được các loại chuyển đổi quay điện từ vì chúng rất đa dạng và chỉ có thể chỉ rõ về nguyên lý hoạt động mà thôi. Để có thể tìm hiểu sâu hơn về từng loại ta có thể tham khảo thêm trong các tài liệu chuyên khảo [2.3], [2.5], [2.16].

2.2.4 Các dạng và các thông số đặc trưng của cơ cấu dẫn động điện từ

Hiện nay đang tồn tại rất nhiều dạng cơ cấu dẫn động điện từ. Điều này có nguyên nhân từ sự đa dạng về cấu tạo và tổ hợp của các bộ chuyển đổi điện động và điện từ. Bên cạnh việc phân loại theo nguyên lý chuyển đổi được tiến hành trước đây, người ta cũng phân chia thành hai nhóm là các động cơ tự kích và kích từ ngoài. Theo như [2.3] động cơ tự kích có đặc điểm là các cuộn dây của chúng được cấp điện áp phụ thuộc vào vị trí của rôto, thí dụ như bộ góp chuyển cực, trong khi đó cuộn dây của động cơ kích từ ngoài được cấp điện áp từ bên ngoài bởi một bộ điều khiển điện tử công suất hoặc điện áp lưới. Sự khác biệt này dẫn đến các đặc tính với các ưu điểm và nhược điểm nhất định. Thí dụ như động cơ tự kích cho phép đạt được tốc độ rất cao mà không phụ thuộc vào tần số của dòng cung cấp và việc điều khiển tốc độ khá đơn giản, ít tổn thất. Trái lại, tốc độ của động cơ kích từ ngoài lại phụ thuộc vào tần số của dòng cung cấp và được điều khiển khá phức tạp. Tuy nhiên loại động cơ này có giá thành rẻ hơn, độ bền vững cao và chạy êm hơn. Một điều đáng chú ý nữa là với các loại động cơ cùng kiểu thì mômen M của chúng sẽ tỷ lệ thuận với thể tích V cũng như trọng lượng G của máy. Nếu có tỷ lệ thích hợp giữa khối lượng G và công suất $P^{ab} = M\omega$ của động cơ, ta sẽ đạt được vận tốc góc ω hay tốc độ quay n cao.

Các động cơ điện thường được sử dụng để phát động các chuyển động quay một cách trực tiếp hoặc gián tiếp thông qua các hộp số (bộ truyền bánh răng, bộ truyền đai). Việc thực hiện các chuyển động tịnh tiến cũng đạt được tương tự nhờ các bộ truyền động (thanh răng-bánh răng, trục vít-bánh vít). Tuy

nhien chuyển động tịnh tiến cũng có thể được thực hiện trực tiếp bởi một động cơ tịnh tiến như đã đề cập tới trong bộ chuyển đổi tịnh tiến. Khi đó ta không cần thiết phải sử dụng các bộ truyền động nữa. Các loại động cơ thường được sử dụng là động cơ đồng bộ và không đồng bộ dây quấn. Các loại phương tiện chạy trên đệm từ trường hoặc các bộ dẫn động trực tiếp trong các máy công cụ là những thí dụ ứng dụng điển hình.

Trong các hệ thống vận tải siêu tốc trên đệm từ trường người ta sử dụng loại động cơ đồng bộ có phần stato dài. Cuộn dây stato (phần cảm) thường chính là đường ray tàu và phần rôto được gắn trên chính thân tàu. Trong các hệ thống thử nghiệm trước đây người ta đã sử dụng động cơ không đồng bộ có phần stato ngắn. Trong đó, phần cảm nằm trong thân tàu và phần ứng nằm ở trên đường ray. Tuy nhiên kiểu bố trí này yêu cầu cung cấp nguồn điện cho tàu thông qua cơ cấu tiếp điểm trượt nên dễ bị nhiễu khi hoạt động ở tốc độ cao. Các động cơ bước tịnh tiến thường được sử dụng trong các bộ dẫn động-dinh vị trực tiếp của các máy công cụ. Theo cách này, ta có thể thực hiện các nhiệm vụ điều khiển vị trí mà không cần phải sử dụng các hệ thống đo tốc độ và vị trí cũng như các thiết bị truyền động trung gian như hộp số. Tuy nhiên các điều kiện cần thiết cho sự vận hành an toàn của các động cơ bước phải được đảm bảo.

Các hình 2.13 và 2.12 trình bày tổng quan về các động cơ vận hành trực tiếp trên lưới hoặc được điều khiển nhờ các thiết bị điện tử, cũng như các đặc tính và thông số đặc trưng tương ứng dựa theo tài liệu [2.3]. Dưới đây là ý nghĩa của một số biểu tượng trong các hình này.

Ký hiệu:

	Stato nam châm vĩnh cửu	n	Số tốc độ quay
	Rôto nam châm vĩnh cửu	P_{ab}	Công suất tiêu hao
	Rôto lồng sóc hoặc bộ đảo chiều (cổ góp)	η	Hiệu suất cao nhất
	Rôto từ trở	M	Mômen quay
	Rôto trễ	M_A	Mômen khởi động
	Diod	M_N	Mômen danh nghĩa
	Bán dẫn điều khiển được	M_{max}	Mômen cực đại
	Transitor	p	Số đôi cực
	Tirac		

Động cơ tự kích					
Loại động cơ	Động cơ vạn năng		Động cơ nam châm vĩnh cửu		Động cơ có chỉnh lưu điện tử (Động cơ EC)
	Tách pha	Điều chế bề rộng xung	Động cơ điện áp lai	Động cơ một chiều	
Sơ đồ mạch					
Đường đặc tính tốc độ quay-mômen					
Động cơ kích từ ngoài					
Loại động cơ	Động cơ không đồng bộ		Động cơ đồng bộ		
	Tách pha	Điều chế bề rộng xung	kích từ bằng nam châm	Động cơ từ trở có điều khiển	Động cơ bước
Sơ đồ mạch					
Đường đặc tính tốc độ quay-mômen					

Hình 2.12: Động cơ được điều khiển điện tử

Động cơ tự kích (Động cơ có cổ góp)						
Loại động cơ	Động cơ nam châm vĩnh cửu	Động cơ kích từ song song	Động cơ kích từ hỗn hợp	Động cơ kích từ nối tiếp	Động cơ vạn năng	
Sơ đồ mạch						
Đặc tính tốc độ-mômen						
n phút ⁻¹ P_{ab} η M_A / M_N M_{max} / M_N	2000-30000 0.2-1000W 0.4-0.8 4-10 ≤ 10	≤ 6000 0.2W-1MW 0.3-0.9 4-6 ≤ 6	≤ 6000 20W-10kW 0.3-0.7 4-6 ≤ 6	≤ 6000 20W-500kW 0.3-0.8 4-6 ≤ 10	3000-30000 20W-2kW 0.3-0.7 2-5 ≤ 5	
Động cơ kích từ ngoài (động cơ đồng bộ)						
Loại động cơ	Động cơ kích từ vĩnh cửu	Động cơ từ trở	Động cơ kích từ vĩnh cửu	Động cơ từ trở	Động cơ từ trễ	
Sơ đồ mạch						
Đặc tính tốc độ-mômen						
n phút ⁻¹ P_{ab} η M_A / M_N M_{max} / M_N	3000/p 200W-1GW ≥ 0.5 ≤ 3 ≤ 1.5	3000/p ≤ 500W 0.3-0.6 ≤ 4 ≤ 1.3	3000/p 0.02-500W ≤ 0.05-0.6 ≤ 1 ≤ 1.5	3000/p 0.02-500W ≤ 0.05-0.6 0.5-4 ≤ 1.3	3000/p 0.02-100W ≤ 0.04-0.4 0.2-2 ≤ 1.5	

Hình 2.13: Tổng quan về động cơ vận hành nhờ nguồn cấp trực tiếp từ lưới

Động cơ kích từ ngoài (động cơ không đồng bộ)					
Loại động cơ	Động cơ không đồng bộ ba	Động cơ ghép tụ điện		Động cơ cực ắc	Động cơ Feraris
Sơ đồ mạch					
Đặc tính tốc độ-mômen					
n phút ⁻¹	$< 3000/p$	$< 3000/p$	$< 3000/p$	$< 3000/p$	< 3000
P_{ab}	$> 20W$	$< 500W$	$< 500W$	$< 200W$	$< 200W$
η	0.5-0.8	0.3-0.7	0.4-0.7	0.1-0.4	0.2-0.5
$M_A : M_N$	1-3	1-2	1-2	0.2-1	< 2
$M_{max} : M_N$	1.5-7	< 1.5	< 1.5	< 1.2	< 2

Hình 2.13 (tiếp theo)

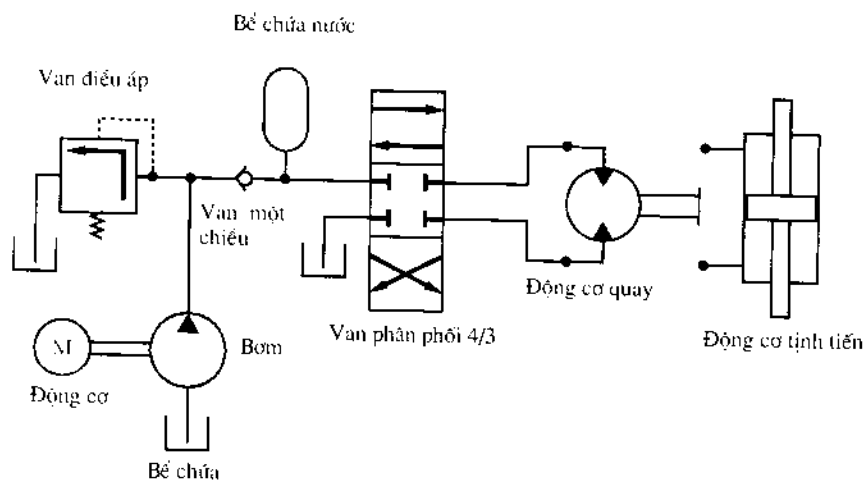
2.3 Các cơ cấu dẫn động thủy khí

Người ta vẫn thường biết tới các cơ cấu dẫn động thủy khí là các thiết bị thủy lực hoặc khí nén và được sử dụng để tạo ra các lực hay chuyển động của dòng khí hoặc dòng chất lỏng. Đa số các cơ cấu dẫn động thủy khí là các bộ chuyển đổi tĩnh tiến với kết cấu đơn giản và công suất nhỏ hơn so với các cơ cấu dẫn động điện từ. Mặt khác, việc thực hiện các nhiệm vụ điều khiển vị trí bằng các cơ cấu dẫn động thủy khí thường gặp nhiều khó khăn do tính đàn hồi của dòng thủy khí.

Công suất của dòng chảy $P_{fl} = p\dot{V}$ được tính bằng tích của áp suất p và dòng thể tích $\dot{V}$, xem bảng 2.1. Điều này có nghĩa là ta cần các thiết bị để tạo và lưu giữ môi trường có áp suất cao. Bởi vậy một chu trình tuần hoàn được thiết lập từ các phần tử như mô tả trên hình 2.14, trong đó có sử dụng các biểu tượng có trong bảng 2.6. Trái với các hệ thống thủy lực thường là các

chu trình dòng kín, các hệ khí nén thường là hệ thống hở, tức là môi trường có áp suất cao sẽ được xả ra không gian xung quanh.

Tiếp theo, ta tập trung vào bộ chuyển đổi năng lượng được ứng dụng trong thực tế. Đặc biệt là các trường hợp mà bộ tạo năng lượng và bộ chuyển đổi năng lượng được tổ hợp thành một cụm thiết bị thống nhất và phải được mô hình hóa cùng với nhau, tương tự như trường hợp các động cơ bước, xem mục 2.3.2. Ta sẽ không đề cập tới các trường hợp ứng dụng của các khớp nối cũng như các bộ truyền khí động và tĩnh, trong đó công suất cơ học được chuyển đổi thành công suất dòng và lại được chuyển đổi một lần nữa thành công suất cơ học. Trong các ứng dụng cơ điện tử, các cơ cấu dẫn động thủy khí được sử dụng chủ yếu như các bộ điều chỉnh và các động cơ servo. Trước khi đi sâu vào các chi tiết, mục dưới đây sẽ trình bày sự so sánh giữa các cơ cấu dẫn động khí nén và thủy lực.

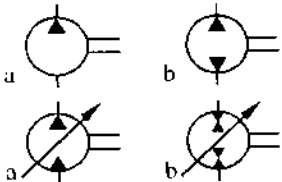
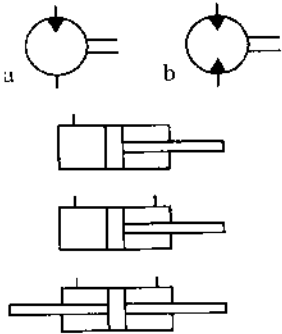
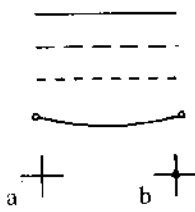


Hình 2.14: Mạch thủy khí

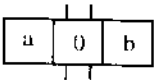
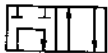
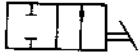
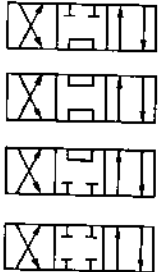
2.3.1 So sánh giữa các cơ cấu dẫn động thủy lực và khí nén

Những điểm khác nhau cơ bản nhất giữa các cơ cấu dẫn động thủy lực và khí nén được trình bày trong bảng 2.7. Các bộ chuyển đổi quay bằng khí nén có độ cứng xoắn thấp do tính nén được khá cao của không khí và vì vậy ít được sử dụng trong các hệ cơ điện tử. Chính vì lý do nêu trên, các bộ chuyển đổi khí nén tịnh tiến khó có thể điều khiển vị trí với độ chính xác cao. Đó đó chúng ít được sử dụng trong các hệ dẫn động-định vị mà thường được sử dụng cho trong các bộ điều chỉnh 2 điểm/vị trí. Khi đó các xy lanh khí nén làm việc giữa hai vị trí đã được ấn định. Một thí dụ ứng dụng là các công cụ cầm tay như thiết bị kẹp và kéo căng. Phạm vi ứng dụng chủ yếu của các cơ cấu dẫn

Bảng 2.6: Các biểu tượng sử dụng cho khí nén và dầu thủy lực theo tiêu chuẩn DIN ISO 1219 (có lựa chọn)

Sơ đồ ký hiệu	Tên gọi và chú thích
Bơm thủy lực	
	Bơm với lượng đẩy cố định với lượng đẩy chỉnh được a. với một hướng, b. với hai hướng dòng chảy
Động cơ thủy lực	
	Động cơ quay với lượng đẩy cố định a. với một hướng, b. với hai hướng dòng chảy Động cơ đẩy (Xi-lanh) Tác động một chiều Tác động hai chiều với thanh đẩy pittông một phía Tác động hai chiều với thanh đẩy pittông hai phía
Ống dẫn thủy lực và các phụ tùng	
	Đường ống truyền dẫn năng lượng thủy lực Đường ống truyền dẫn tín hiệu điều khiển Đường ống dẫn dầu bù rò rỉ Dẫn ống mềm a. Các ống giao nhau b. Các ống nối liên thông
	Bể lưu Bể chứa
Van chặn	
	Van một chiều với lò xo
Van chỉnh dòng	
	Van tiết lưu, có thể chỉnh được

Bảng 2.6 (tiếp theo)

Sơ đồ ký hiệu	Tên gọi và diễn giải
Van thủy lực nói chung	
   	Các van được mô tả bởi ký hiệu hình chữ nhật, được phân chia vùng theo số vị trí chuyển mạch, các ống dẫn ngoài được nối vùng của vị trí tĩnh. Các ký hiệu mũi tên bên trong mỗi vùng biểu thị hướng đường chuyển mạch; các kết nối bị chặn được ký hiệu bởi dấu gạch ngang. Nếu quãng đường chuyển mạch vẫn còn duy trì với kết nối khi van thay đổi vị trí, dưới mũi tên tại đó có thêm một dấu gạch ngang. Biểu thị các tác động điều khiển theo hướng vuông góc với các kết nối bên ngoài hình chữ nhật.
Các van định hướng	
  	Van định hướng 2/2, vị trí trung gian bị chặn, điều chỉnh bằng tay qua tay đòn. Van định hướng 3/3, vị trí trung gian bị chặn, chỉnh tâm bằng lò xo, điều chỉnh nhờ áp lực. Van định hướng 4/3, có một mạch vòng thủy lực đẳng áp tại vị trí trung gian, chỉnh tâm bằng lò xo, điều chỉnh nhờ từ trường.
	Các khả năng chuyển mạch của van định hướng 4/3 Các kết nối mở được nối liên thông với nhau Các kết nối bị chặn có các dấu gạch ngang
Các van áp suất	
  	Van áp suất nói chung a. với vị trí tĩnh trung gian được mở ra b. với vị trí tĩnh trung gian bị đóng lại Van giới hạn áp suất

động bằng khí nén không phải là cơ điện tử mà là các hệ thống tự động hoá đơn giản. Rất nhiều các giải pháp trong thực tế đã được trình bày trong tài liệu [2.1]. Phần tiếp theo chỉ đề cập tới các cơ cấu dẫn động thuỷ lực đã được sử dụng rất rộng rãi trong các hệ thống cơ điện tử.

Bảng 2.7: So sánh giữa các cơ cấu dẫn động thuỷ lực và khí nén

Dặc điểm	Cơ cấu dẫn động thuỷ lực	Cơ cấu dẫn động khí nén
Dải áp suất sử dụng:		
áp suất thấp	30 - 50 bar Máy công cụ	tới 1 bar Điều khiển
áp suất trung bình	tới 170 bar Thiết bị vận tải, máy xây dựng, hệ truyền động xe cộ	
áp suất cao	tới 420 bar Máy ép, thiết bị kéo căng, hệ thuỷ lực máy bay	6 - 10 bar Máy ép, thiết bị kéo căng, công cụ lao động
Vận tốc	nhỏ	lớn
Dòng	đến 5 m/s	đến 40 m/s
Piston làm việc	đến 0,15 m/s	0,01 - 1,5 m/s
Lực/Mômen	lớn	nhỏ
Tình điều khiển được:		
Vận tốc	rất tốt	kém
Lực/Mômen	rất tốt	tốt
Mật độ công suất	rất lớn	nhỏ
Tính nén được của lưu chất	nhỏ	lớn
Tổn thất rò rỉ	ít	nhiều
Hồi dẫn lưu chất	vào bình chứa	ra môi trường xung quanh

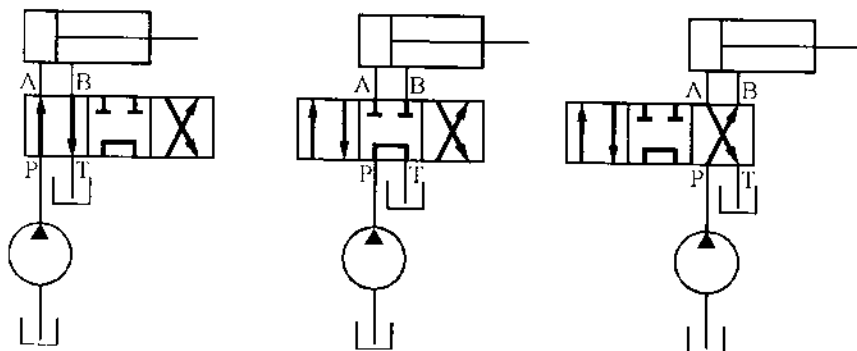
2.3.2 Cơ sở của các bộ chuyển đổi thuỷ lực

Trong bảng 2.2 chúng ta đã được làm quen với các bộ chuyển đổi thuỷ khí-cơ khí. Nguyên lý hoạt động của hệ thanh đẩy-piston và động cơ thuỷ khí được mô tả trong bảng này có thể áp dụng trực tiếp cho các bộ chuyển đổi thuỷ

hực. Trước khi đi vào các chi tiết, dưới đây là một thí dụ về bộ chuyển đổi tính tiền dựa trên nguyên tắc của bộ chuyển đổi thủy lực-cơ khí. Thiết bị này được ứng dụng trong các *van điều khiển và van servo*, một thành phần quan trọng trong mỗi chu trình thủy lực.

Hình 2.15 minh họa một xy lanh thủy lực với thanh dẫn piston đơn hướng, được điều khiển nhờ một van định hướng 4/3. Ký hiệu của van biểu thị số lượng các kết nối với các ống dẫn ngoài và số vị trí chuyển mạch. Thí dụ như một van có 4 kết nối và 3 vị trí chuyển mạch được ký hiệu van 4/3, trong đó ký hiệu của các kết nối là:

- A, B* Kết nối với bộ phận công tác,
- P* Kết nối với thiết bị tạo áp (bơm),
- L* Kết nối với bộ phận bù rò rỉ,
- R, S, T* Kết nối với bộ phận xả (thùng, bình chứa),
- X, Y, Z* Kết nối với thiết bị điều khiển.



Hình 2.15: Xylanh thủy lực với van định hướng 4/3 và sơ đồ mạch thủy lực

Nói chung sơ đồ mạch trên biểu diễn trạng thái tĩnh của thiết bị. Trong trạng thái tĩnh các kết nối *A, B* và *P, R* có thể được mở (cho liên thông) hoặc đóng (khóa lại). Như vậy ta có thể thực hiện được 4 khả năng chuyển mạch như mô tả trong Bảng 2.6. Nếu trong trạng thái tĩnh các kết nối *A/B* bị khóa thì cần piston cũng bị hãm lại. Mặt khác nếu các đường ống *P, R* bị khóa thì các đường vào/ra của dòng thủy lực qua các van điều khiển cũng bị ngắt. Ngoài trạng thái tĩnh, khối lưu chất có thể được định hướng sang phải hoặc sang trái và bằng cách đó ta có thể điều chỉnh cần piston trong xy lanh công tác.

Việc điều khiển van định hướng có thể được thực hiện theo nhiều cách khác nhau. Chẳng hạn dùng các hệ thống thuần cơ khí, thí dụ như thao tác bằng tay với cần gạt hoặc bằng chân nhờ bàn đạp, nhưng cũng có thể bằng các thiết bị cơ điện với nam châm. Ngoài ra, các van servo có khả năng điều khiển thông qua *bộ từ tỷ lệ*, *hệ thống với phun bản chấn* hoặc *hệ thống với phun ống thu*. Ba khả năng này được minh họa trên hình vẽ 2.16 cùng với các thông số

kỹ thuật kèm theo.

Như vậy, từ công suất đầu vào thấp ứng với quãng đường y ngắn ta sẽ nhận được một công suất thủy lực tại đầu ra $P_{fl} = p\dot{V}$ lớn. Trong các trường hợp cần thiết thì các van có thể được điều khiển theo nhiều bước. Độ khuếch đại tổng bằng tích của các độ khuếch đại riêng của từng bước. Đối với các *van servo nhiều tầng*, độ khuếch đại tổng có thể đạt tới $> 10^8$ (!). Hình 2.17 mô tả một van servo kiểu hai tầng với đầu vào điều khiển bằng điện từ, một bộ tiêu khuếch đại thủy lực dựa trên nguyên lý vòi phun bản chấn, cũng như một bộ chuyển đổi thủy lực với con trượt điều khiển chính.

Một dòng điện trong cuộn cảm của bộ điều khiển sẽ tác dụng một lực từ trường tỷ lệ lên phần ứng dịch chuyển làm cho bản chấn từ vị trí giữa sẽ dịch chuyển ra phía ngoài. Thông qua đó lưu lượng dòng chảy sẽ thay đổi bởi các vòi phun. Cả hai vòi phun hoạt động như các van tiết lưu linh hoạt cho dòng thủy lực. Chúng kết hợp với hai van tiết lưu cố định để tạo thành một mạch cầu thủy lực.

Nếu mạch cầu này được tạo áp, con trượt điều khiển chính sẽ chuyển dịch sang phải hoặc sang trái và điều khiển dòng thủy lực đi vào hoặc thoát ra trong động cơ thủy lực. Tại vị trí của hệ thống vòi phun bản chấn với mạch cầu thủy lực ta có thể đặt một hệ đo vị trí của con trượt điều khiển chính kèm theo một bộ điều chỉnh vị trí bằng điện. Tổ hợp này được sử dụng trước hết trong các van ba hoặc nhiều tầng.

Tiếp theo ta xét một cơ cấu dẫn động thủy lực với van servo V , xy lanh do M , xy lanh làm việc K và dịch chuyển đầu vào u cũng như lực F tại đầu ra (khâu đặt lực), xem hình 2.18.

Một *khâu đặt lực lý tưởng* tạo ra một tín hiệu đặt u tỷ lệ với lực F .

$$F = ku, \quad (2.58)$$

trong đó k là hệ số tỷ lệ. Một *khâu đặt lực thực tế* có ứng xử động lực riêng như trong thí dụ trên hình 2.18 và cần được mô tả bằng toán học. Trước hết, ta xét đến quan hệ hình học giữa các dịch chuyển u , z_M và z_V tại cần điều khiển

$$\frac{u - z_V}{a + b} = \frac{z_M - z_V}{b} \quad (2.59)$$

hoặc với tỷ số truyền $\mu = \frac{a + b}{b}$

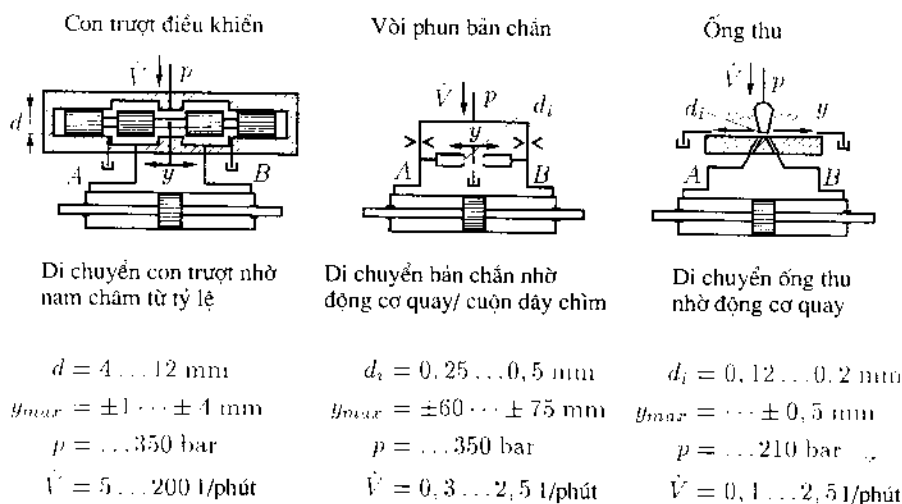
$$u = \mu z_M - (\mu - 1)z_V. \quad (2.60)$$

Độ lệch $\Delta \dot{V}$ của khối dòng chảy vào và ra như sau

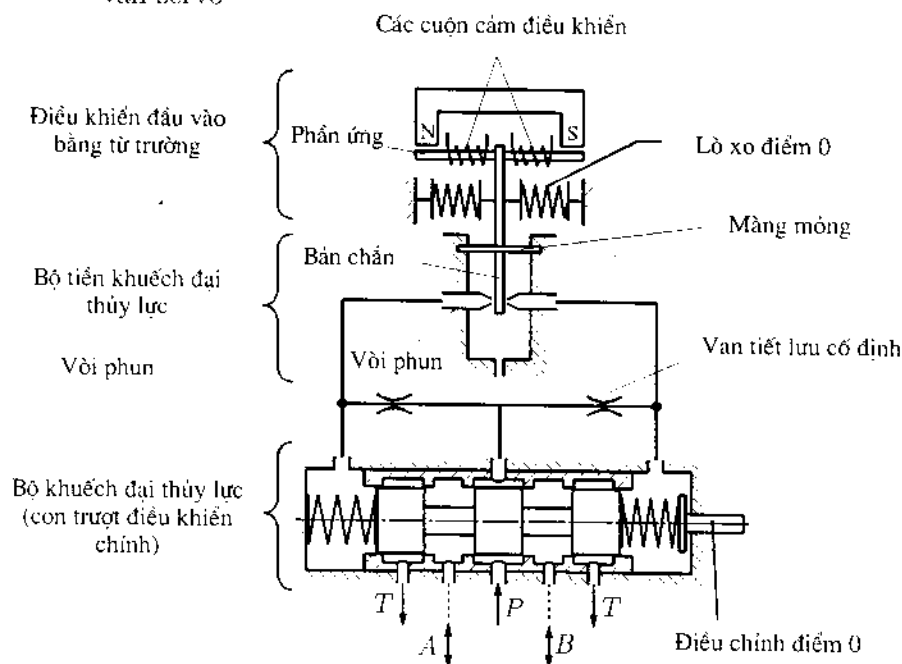
$$\Delta \dot{V} = \dot{V}_B - A_K \dot{s}, \quad (2.61)$$

trong đó $\dot{V}_B = -qz_V$ với q là hằng số dòng chảy vào. Từ định nghĩa của mô đun nén E_{oil} của dầu chịu nén,

$$E_{oil} = -V \frac{dp}{dV}, \quad (2.62)$$



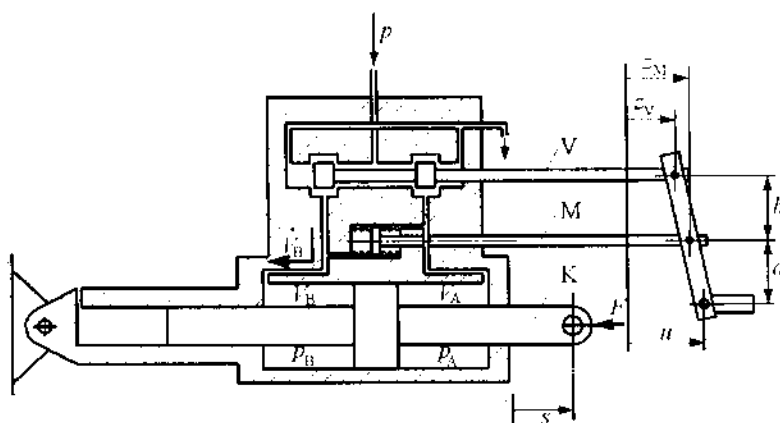
Hình 2.16: Bộ chuyển đổi thủy lực-cơ khí như là phần tử điều khiển trong một van servo



Hình 2.17: Van servo hai tầng thủy lực-điện tử

dẫn đến quan hệ giữa áp suất và sự thay đổi thể tích như sau

$$\Delta p - p_B - p_A = E_{oil} \left(\frac{\Delta V_A}{V_A} - \frac{\Delta V_B}{V_B} \right), \quad (2.63)$$



A_K Diện tích của piston làm việc

A_M Diện tích của piston đo

a, b Cánh tay đòn

q Hằng số lưu lượng

Hình 2.18: Cấu trúc lực thủy lực, cần piston K, xy lanh đo M, van V

trong đó $E_{oil} \approx (1,4 - 2) \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$. Với giả thiết $\Delta V_B = -\Delta V_A = \Delta V$, $V_B \approx V_A = V$, ta nhận được

$$\Delta p = p_B - p_A = -\frac{2E_{oil}}{V} \Delta V. \quad (2.64)$$

Nếu bỏ qua các lực ma sát, lực quán tính và tính nén được của dầu trong xy lanh đo, phương trình cân bằng lực cho piston làm việc và piston đo có dạng

$$F = (p_B - p_A)A_K = \Delta p A_K, \quad (2.65)$$

$$c_M z_M = (p_B - p_A)A_M = \Delta p A_M. \quad (2.66)$$

Sau khi khử các đại lượng z_M , z_V , $\dot{V}_B$, ΔV và Δp ta nhận được quan hệ về lực cần tìm.

Trước tiên từ các hệ thức (2.60), (2.66) và (2.65) dẫn đến

$$z_V = \frac{\mu}{\mu - 1} z_M - \frac{1}{\mu - 1} u$$

hay là

$$z_V = \frac{\mu}{\mu - 1} \frac{A_M}{A_K} \frac{1}{c_M} F - \frac{1}{\mu - 1} u. \quad (2.67)$$

Từ các hệ thức (2.61) đến (2.65) ta tìm được

$$\Delta \dot{V} = -q z_V - A_K \dot{s} = \frac{V}{2E_{oil}} \frac{d(\Delta p)}{dt}$$

hoặc

$$\frac{V}{2F_{oil}A_K} \frac{dF}{dt} = -qz_V - A_K \dot{s}. \quad (2.68)$$

Thế hệ thức (2.67) vào hệ thức (2.68), ta rút ra được phương trình đối với lực cần tìm

$$\frac{dF}{dt} = -k_F F - k_s \dot{s} + k_u u \quad (2.69)$$

với các ký hiệu

$$\begin{aligned} k_F &= \frac{2E_{oil}q}{V} \frac{\mu}{\mu-1} \frac{A_M}{c_M}, \\ k_s &= \frac{2F_{oil}A_K^2}{V}, \\ k_u &= \frac{2F_{oil}A_K q}{V(\mu-1)}. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Khân dặt lực thực tế có ứng xử dạng PT_1 do tính nén được của dầu thủy lực. Tại đây ta đã bỏ qua một số đại lượng ảnh hưởng khác như lượng rò rỉ. Nếu so sánh hệ thức (2.69) với hệ thức (2.58), ta nhận thấy rằng hệ số khuếch đại $k = F/u$ trong trạng thái cưỡng bức có trị số

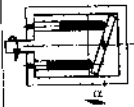
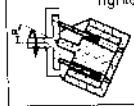
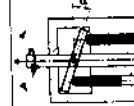
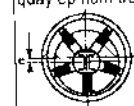
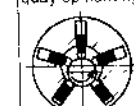
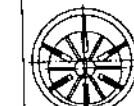
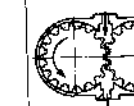
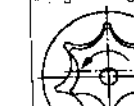
$$k = \frac{k_u}{k_F} = \frac{A_K c_M}{A_M \mu}. \quad (2.71)$$

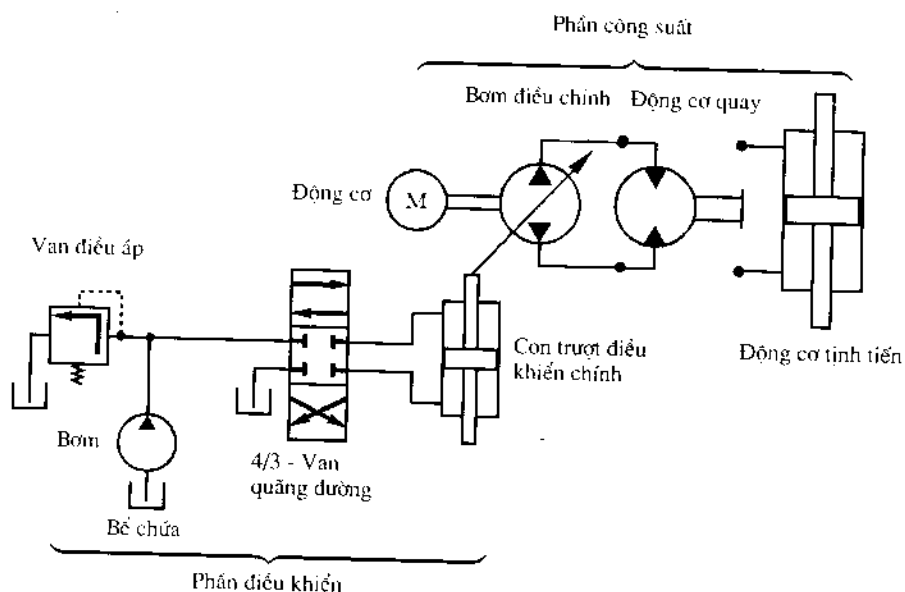
Việc tạo hình dạng kết cấu phù hợp sẽ làm cho cả hai tỉ số $\frac{A_K}{A_M}$ và $\frac{c_M}{\mu}$ có những trị số lớn và do đó đưa đến khả năng khuếch đại tổng cao.

2.3.3 Các dạng và các thông số đặc trưng của các cơ cấu dẫn động thủy lực

Các cơ cấu dẫn động thủy lực đều có cấu tạo từ một phần tử điều khiển và một động cơ thủy lực. Các động cơ thủy lực có thể là các động cơ quay hoặc tịnh tiến như được chú thích trong bảng 2.2. Các phần tử điều khiển là các van servo đơn hướng như đã mô tả trong chu trình thủy lực của hình 2.14 và được trình bày trong phần 2.3.2. Các van này thường làm việc với một áp suất không đổi thông qua một bộ hạn thủy lực. Đáp ứng theo thời gian tốt vì chỉ có một khối lượng nhỏ được điều khiển trên một quãng đường ngắn. Nhược điểm của việc điều khiển nhờ các van servo là gây ra tổn thất lớn tại các van tiết lưu. Một cách tận dụng năng lượng tốt hơn là điều khiển vị trí bằng thủy lực, xem hình vẽ 2.19.

Bảng 2.8: Các dạng cấu tạo của động cơ quay bằng thủy lực

Sơ đồ cấu tạo	Đặc điểm	Thực hiện	Thể tích cm^3	Dải tốc độ phút ¹	Áp suất công tác bar
Động cơ đĩa nghiêng 	Sử dụng đa năng, hiệu suất cao và ít phụ thuộc vào áp lực, tốc độ quay và mômen xoắn trong dải rộng, phù hợp với các yêu cầu kỹ thuật cao, rôto quay nhanh.	không điều khiển có điều khiển	25 - 800	750 - 8000	400
Động cơ trục nghiêng 	Giống như động cơ đĩa nghiêng, phù hợp với dải tốc độ thấp và mômen khởi động lớn.	không điều khiển có điều khiển	25 - 800	- 8000	400
Động cơ lắc đĩa 	Sử dụng đa năng, hiệu suất rất cao, nhưng tốc độ không quá cao do có thể mất cân bằng tại đĩa lắc.	không điều khiển	100	- 3000	100
Động cơ piston quay ép nằm trong 	Sử dụng đa năng, hiệu suất rất cao, phù hợp cho các yêu cầu kỹ thuật cao.	không điều khiển có điều khiển	5 - 7000	500 - 3000	350
Động cơ piston quay ép nằm ngoài 	Sử dụng đa năng, hiệu suất rất cao, đặc biệt phù hợp cho tốc độ thấp và mômen xoắn lớn, rôto quay chậm.	không điều khiển có điều khiển	5 - 7000	- 2000	200
Động cơ ô cạnh 	Dải công suất trung bình, hoạt động êm dịu	không điều khiển có điều khiển	5 - 2000	- 3000	200
Động cơ bánh răng 	Dải công suất trung bình, cấu tạo đơn giản, hiệu suất không phụ thuộc áp lực, tốc độ quay và mômen xoắn trong một dải	không điều khiển	5 - 300	200 - 3000	280
Động cơ vòng răng 	Hoạt động êm dịu, dải công suất trung bình, phù hợp cho tốc độ thấp và mômen xoắn lớn.	không điều khiển	50 - 900	10 - 1000	250



Hình 2.19: Điều khiển vị trí

Để điều khiển lượng dầu của bơm ta cần sử dụng một van điều khiển. Tuy nhiên van này không đặt tại bộ phận tạo công suất nên tổn hao cũng nhỏ. Lưu lượng dòng sẽ ấn định quy luật tốc độ của động cơ quay hoặc quy luật vận tốc của động cơ tịnh tiến. Độ lớn của áp suất được điều chỉnh theo tải trọng đặt vào động cơ. Đáp ứng theo thời gian của bộ phận điều khiển lượng dầu không tốt như ở các van servo, bởi vì có một khối lượng lớn hơn chuyển động trên quãng đường dài hơn. Trong việc lựa chọn cơ cấu dẫn động ta phải cân đối giữa thời gian điều chỉnh ngắn (van servo) và hiệu suất cao (điều khiển lượng dầu).

Các loại động cơ quay tròn bằng thủy lực được tổng kết trong bảng 2.8 cùng với các đặc điểm và thông số kỹ thuật điển hình. Động cơ tịnh tiến bằng thủy lực có dạng tác động đơn hướng hoặc hai hướng. Một vài loại động cơ tịnh tiến bằng thủy lực được tập hợp trong bảng 2.6.

2.4 Các cơ cấu dẫn động kiểu mới

Các loại cơ cấu dẫn động kiểu mới được trình bày trong phần này không tuân theo những nguyên tắc vật lý đã được đề cập tới trước đây. Chúng được phát triển trong nhiều năm, tập trung cho các thiết bị có công suất nhỏ và chỉ tạo ra các chuyển động tịnh tiến. Công việc nghiên cứu trong lĩnh vực này vẫn đang được tiếp tục. Những bước tiếp phát triển theo được mong đợi trên hai lĩnh vực: Thứ nhất là những hiểu biết mới trong nghiên cứu vật liệu sẽ mở

ra những giải pháp ưu việt hơn về nguyên lý hoạt động của cơ cấu dẫn động. Thứ hai là tiếp tục xu hướng thu nhỏ hoá các cơ cấu dẫn động để phù hợp với vi cảm biến và vi máy tính, và để tiếp tục phát triển lĩnh vực kỹ thuật vi hệ và vi cơ điện tử. Tổng quan về những loại cơ cấu dẫn động mới sẽ được trình bày dưới đây, tiếp theo đó là các kết quả nghiên cứu về cơ cấu dẫn động áp điện được nêu ra như một thí dụ ứng dụng.

2.4.1 Tổng quan

Bảng 2.9 tổng kết một nhóm các cơ cấu dẫn động đặc biệt đã được ứng dụng trong thực tế. Trong đó bao gồm các hiệu ứng vật lý cơ bản, một vài thông số kỹ thuật cũng như các thí dụ ứng dụng. Những dữ liệu đưa ra là những giá trị tham khảo thô, dữ liệu này sẽ được thay đổi tùy thuộc sự phát triển trong tương lai.

2.4.2 Cơ sở lý thuyết của bộ chuyển đổi áp điện

Trước hết, ta đề cập tới các quan hệ về vật liệu để mô tả hiệu ứng áp điện. Các quan hệ này kết nối biến dạng trượt $\mathbf{S}$ và mật độ dịch chuyển điện $\mathbf{D}$ với ứng suất cơ học $\mathbf{T}$ và cường độ điện trường $\mathbf{E}$,

$$\mathbf{S} = s_E \mathbf{T} + d \mathbf{E}. \quad (2.72)$$

$$\mathbf{D} = d^T \mathbf{T} + \epsilon_T \mathbf{E}. \quad (2.73)$$

Trong quan hệ dưới dạng tenxơ tổng quát nêu trên, đại lượng ϵ_T là hằng số điện môi tại $\mathbf{T} = \text{const}$, s_E chứa các hằng số đàn hồi tại $\mathbf{E} = \text{const}$ và d gồm các hằng số áp điện. Các ký hiệu trong các phương trình (2.72) và (2.73) phù hợp với những quy ước trong vật lý chất rắn cũng như mạng tinh thể (thí dụ so sánh với [2.8]); chúng trái với thuật ngữ trong cơ học kỹ thuật, trong đó tenxơ biến dạng trượt được ký hiệu bằng $\mathbf{D}$ và tenxơ ứng suất được ký hiệu là $\mathbf{S}$. Để làm rõ những quan hệ này, ta đơn giản hóa chúng nhờ các đại lượng vô hướng

$$S = s_E T + dE. \quad (2.74)$$

$$D = dT + \epsilon_T E. \quad (2.75)$$

Trong trường hợp đặc biệt $d = 0$ sẽ không tồn tại quan hệ áp điện. Khi đó hai phương trình trên hoàn toàn độc lập và mô tả riêng rẽ ứng xử của vật liệu về điện và về cơ học. Phương trình (2.74) dẫn tới ứng xử của vật liệu về cơ học với $s \equiv s_E$

$$S = sT, \quad (2.76)$$

hoặc theo cách biểu diễn của cơ học kỹ thuật

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \sigma \quad \text{tương tự như} \quad \gamma = \frac{1}{G} \tau. \quad (2.77)$$

Bảng 2.9: Tổng quan về các loại cơ cấu dẫn động kiểu mới

Hiệu ứng vật lý	Thông số kỹ thuật (giá trị tham khảo)	Các ứng dụng
Cơ cấu dẫn động áp điện		
Khi đặt điện áp vào một tấm vật liệu áp điện sẽ làm xuất hiện sự thay đổi độ dày của tấm do hiệu ứng áp điện.	Điện áp định mức 800 - 1500 V Dịch chuyển định mức 70 - 200 μm Độ cứng tới 2000 N/ μm Tần số riêng 2 - 50 kHz	Các bộ chuyển đổi, Phần tử cảm biến chịu nén, Động cơ Inch- worm, Động cơ siêu âm
Cơ cấu dẫn động từ giảo		
Khi đặt vật liệu sắt từ vào trong một từ trường sẽ làm xuất hiện sự thay đổi chiều dài của vật liệu do hiệu ứng từ giảo.	Cường độ dòng điện 2 A Kích động 50 kA/m Dịch chuyển định mức 50 μm Tải 500 N Tần số riêng > 1 kHz	Các bộ chuyển đổi, Động cơ Inch-worm, Bộ van vòi phun nhiên liệu diesel, Bộ giảm chấn chủ động
Cơ cấu dẫn động lưu biến điện		
Khi được đặt trong một điện trường, độ nhớt của một số loại chất lỏng đặc biệt sẽ tăng lên.	Ứng suất tiếp trên cường độ điện trường 600 - 800 Pa/(kV/mm)	Các ly hợp có điều khiển, Van, ổ trục động cơ, Bộ phận giảm xóc,
Cơ cấu dẫn động lưu biến từ		
Khi đặt những chất lỏng đặc biệt vào trong một từ trường dẫn tới độ nhớt của chất lỏng tăng.		Giống như cơ cấu dẫn động lưu biến điện
Cơ cấu dẫn động nhiệt lưỡng kim		
Khí gia tăng nhiệt độ, hai miếng kim loại được gắn chặt với nhau sẽ bị uốn cong với độ giãn nhiệt khác nhau	Bán kính cong danh nghĩa $28.5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ Môđun đàn hồi $170 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ ứng suất uốn cho phép 200 N/mm ²	Công tắc nhiệt các loại cho các lực điều khiển nhỏ

Bảng 2.9 (tiếp theo)

Hiệu ứng vật lý	Thông số kỹ thuật (giá trị tham khảo)	Các ứng dụng
Cơ cấu dẫn động với các hợp kim tự phục hồi hình dạng		
Biến dạng tại nhiệt độ thường của một chi tiết được chế tạo từ các hợp kim tự phục hồi hình dạng sẽ biến mất khi gia tăng nhiệt độ.	Có cả hiệu ứng đơn hoặc hai chiều Nhiệt độ biến đổi không từ $-100\text{ }^{\circ}\text{C}$ tới $+100\text{ }^{\circ}\text{C}$ với quá nhiệt khoảng $160\text{ }^{\circ}\text{C}$ tới $400\text{ }^{\circ}\text{C}$	Công tắc nhiệt các loại, các bộ điều chỉnh tinh
Cơ cấu dẫn động bằng vật liệu giãn nở		
Khi nhiệt độ tăng vật liệu có tính giãn nở sẽ tăng nhanh thể tích.	Nhiệt độ làm việc từ $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ tới $+120\text{ }^{\circ}\text{C}$ Hành trình 5 - 25 mm Lực điều chỉnh 250-1500N Thời gian phản ứng 8-50s	Bộ dẫn động điều chỉnh đơn giản cho lò sưởi, bộ khởi động cho động cơ sử dụng bộ chế hoà khí
Cơ cấu dẫn động hóa điện		
Khi đặt điện áp thấp một chiều vào những vật liệu đặc biệt làm xuất hiện sự thăng hoa, dẫn tới tăng áp suất.	Điện áp 1,6 - 2,2 V Dòng điện 1,0 - 4,0 A Hành trình 4 mm áp suất 4 bar	Bộ dẫn động-điều chỉnh đơn giản, van lò sưởi, thiết bị định vị, điều chỉnh nhiên liệu cho các hệ thống đốt trong

trong đó:

ε - độ giãn tỷ đối, γ - biến dạng trượt tỷ đối,
 σ - ứng suất pháp, τ - ứng suất tiếp,
 E - mô đun đàn hồi, G - mô đun trượt.

Người ta nhận ra rằng, đại lượng s tương ứng với nghịch đảo của mô đun đàn hồi trong biến dạng dài hay mô đun trượt trong biến dạng trượt. Từ phương trình (2.75) dẫn ra ứng xử của vật liệu về điện với $d = 0$, $\varepsilon = \varepsilon_T$.

$$D = \varepsilon E, \quad (2.78)$$

Trong đó

D mật độ điện trường,
 E cường độ điện trường,
 ε hằng số điện môi.

Nếu trong phương trình (2.75) ta cho $E = 0$, nghĩa là phần tử áp điện bị ngắn mạch, thì ta có

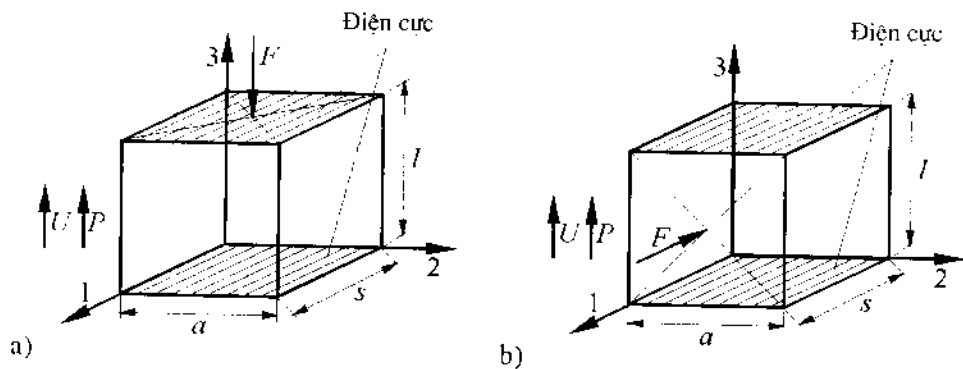
$$D = dT. \quad (2.79)$$

Trong trường hợp này dịch chuyển điện môi D bằng với độ phân cực điện môi P , $D = P$. Hằng số áp điện d khi đó tương ứng với mật độ điện tích trên đơn vị ứng suất cơ ở cường độ điện trường là hằng số. Mặt khác từ phương trình (2.74) với $T = 0$, nghĩa là phần tử áp điện không chịu tải cơ học, dẫn đến

$$S = dE. \quad (2.80)$$

Hằng số áp điện d tương ứng với độ giãn tỷ đối trên một đơn vị cường độ điện trường khi ứng suất cơ bằng 0.

Thông thường ta sử dụng một hệ tọa độ Đề các để biểu diễn một phần tử vật liệu áp điện, trong đó trục 3 của hệ tọa độ trùng với hướng phân cực. Vì những vật liệu này là không đẳng hướng nên hiệu ứng áp điện phụ thuộc hướng của điện trường phải điều khiển và hướng tác dụng được quan sát đối với hướng phân cực. Trong đa số các ứng dụng, điện áp điều khiển được đặt theo hướng phân cực. Đối với Cơ cấu dẫn động áp điện người ta phân biệt hai hiệu ứng, *hiệu ứng dọc* có hướng tác dụng trùng hướng phân cực và *hiệu ứng ngang* với hướng tác dụng vuông góc với hướng phân cực (xem hình 2.20).



Hình 2.20: Hiệu ứng áp điện: a) hiệu ứng dọc, b) hiệu ứng ngang

Theo các ký hiệu trên hình 2.20, khi không có tải và điện áp $U = El$, ta dẫn ra từ phương trình (2.80) cho hiệu ứng dọc a)

$$\frac{\Delta l}{l} = d_{33}E \quad \text{hay} \quad \Delta l = d_{33}U \quad (2.81)$$

và cho hiệu ứng ngang b)

$$\frac{\Delta s}{s} = d_{31} E \quad \text{hay} \quad \Delta s = \frac{s}{l} d_{31} U. \quad (2.82)$$

Khi tác dụng lực nén F theo các hướng đã nêu, từ phương trình (2.74) ta có

$$\text{a) } \Delta l = -\frac{l}{E_{33}as} F + d_{33} U, \quad (2.83)$$

$$\text{b) } \Delta s = -\frac{s}{E_{11}al} F + \frac{s}{l} d_{31} U, \quad (2.84)$$

trong đó các môđun đàn hồi E_{11} , E_{33} có thể được tính từ phương trình (2.76). Những hệ số của F trong các phương trình (2.83), (2.84) được coi như giá trị nghịch đảo của các độ cứng c_{11} , c_{33} của vật liệu áp điện khi cường độ từ trường bằng ($E = 0$),

$$c_{11} = \frac{E_{11}al}{s}, \quad c_{33} = \frac{E_{33}as}{l}. \quad (2.85)$$

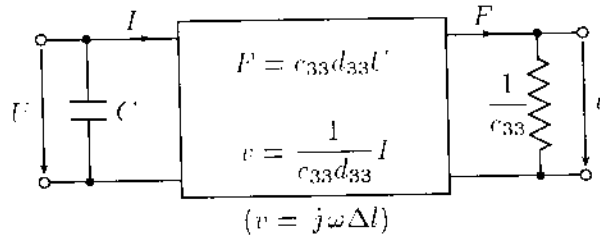
Từ phương trình (2.83) ta thu được biểu thức của lực

$$F = -c_{33} \Delta l + c_{33} d_{33} U. \quad (2.86)$$

Những thông số đặc trưng cho vật liệu áp điện PXE 52 là (xem [2.19]):

$$\begin{aligned} d_{33} &= 580 \text{ A} \cdot \text{s/N}, & d_{13} &= -270 \text{ A} \cdot \text{s/N}, \\ E_{33} &= 50 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2, & E_{11} &= 62,5 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2. \end{aligned}$$

Từ các hệ thức (2.74), (2.75) ta thấy rằng một bộ chuyển đổi áp điện lý tưởng có thể được tạo ra từ một tụ điện với điện dung C với vai trò đầu vào và một lò xo với độ cứng c với vai trò đầu ra. Hình 2.21 trình bày một thí dụ về bộ chuyển đổi áp điện sử dụng hiện ứng dọc.



Hình 2.21: Sơ đồ thay thế một bộ chuyển đổi áp điện

Những bộ chuyển đổi áp điện luôn có tổn thất. Ngoài ra lò xo còn có khối lượng m_{eff} . Thí dụ với bộ chuyển đổi được gắn cứng một phía có khối lượng

m tương ứng với khối lượng hiệu dụng $m_{eff} \approx m/2$; ngoài ra tùy vào liên kết còn có thêm khối lượng của tải trọng. Một bộ chuyển đổi áp điện hoạt động trong miền tần số cao có tính chất như một hệ dao động điều có cân yếu với tần số dao động riêng ω_0 .

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m_{eff}}} \quad \text{với } c \text{ từ phương trình (2.85).} \quad (2.87)$$

Những bộ chuyển đổi áp điện thông dụng có thể hoạt động tới tần số $\omega = \omega_{max} \approx 0.8\omega_0$. Chúng được điều khiển theo những cách khác nhau. Sau đây ta xét một bộ điều khiển dạng hình sin $u = \hat{u} \sin \omega t$ với tần số vòng ω . Dòng được tính như sau $i = C du/dt$. Từ đó đưa ra biên độ của dòng điện $\hat{i} = \omega C \hat{u}$ và biên độ của công suất điện đưa vào $\hat{P}_{el} = \omega C \hat{u}^2$. Công suất cơ học tại đầu ra $\hat{P}_{mech}$ liên hệ với công suất điện đưa vào qua hệ số k ,

$$\hat{P}_{mech} = k^2 \hat{P}_{el}, \quad (2.88)$$

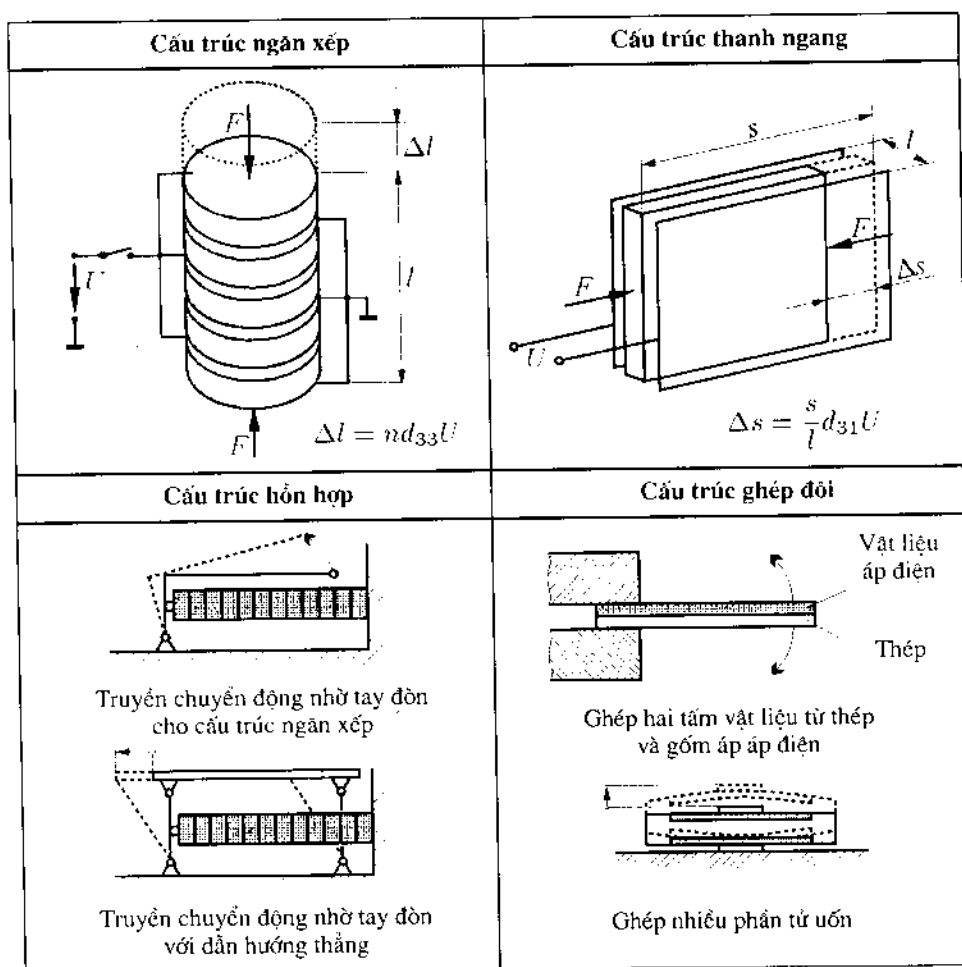
trong đó k nhận các giá trị tối khoảng 0,7 cho những vật liệu áp điện hiện nay. Mặc dù vậy công suất chuyển đổi rất nhỏ. Biên độ của lực và vận tốc dẫn ra từ $\hat{P}_{mech} = \hat{F} \hat{v} = \omega \hat{F} \hat{s} = \omega c \hat{s}^2$, với $\hat{s} = (\Delta l)_{max}$ là biên độ dịch chuyển. Biên độ của gia tốc $\hat{a} = \omega^2 \hat{s}$ có thể lớn hơn giá trị cho phép. Điều này gây ra trị số của lực động lực $\hat{F}_{dyn} = m_{eff} \hat{a}$ rất lớn, và có thể dẫn đến những vấn đề về độ bền.

2.4.3 Cấu tạo và thông số kỹ thuật của cơ cấu dẫn động áp điện

Cơ cấu dẫn động áp điện có thể được tạo ra từ những vật liệu áp điện (piezo) thông dụng. Để giảm chấn một cách chủ động, tinh thể piezo được hàn trực tiếp với kết cấu cần (xem [2.11]). Nhiệt độ nóng chảy của mối hàn phải thấp hơn nhiệt độ CURIE của vật liệu piezo. Những phạm vi ứng dụng các loại cơ cấu dẫn động áp điện đã được trình bày trong [2.9] và [2.19]. Hình 2.22 giới thiệu tổng quan về các dạng cấu tạo khác nhau và bảng 2.10 gồm những thông số đặc trưng.

Một vài thí dụ ứng dụng có thể thấy trong [2.3], [2.13]. Trong cấu trúc ngăn xếp thì hiệu ứng dọc được sử dụng chủ yếu. Cơ cấu dẫn động kiểu *ngăn xếp* được cấu tạo từ n đĩa mỏng bằng vật liệu sứ áp điện, giữa chúng là những lớp kim loại mỏng đóng vai trò các điện cực. Các điện cực này được nối sao cho các đĩa sứ mỏng một phía tiếp xúc với điện áp điều khiển và phía còn lại nối ra vỏ. Các đĩa sứ áp điện càng mỏng thì cường độ điện trường càng lớn ở cùng một điện áp điều khiển và do đó xuất hiện sự thay đổi chiều dài tương ứng. Khoảng điều chỉnh tổng cộng tỉ lệ với số đĩa n .

Cấu trúc thanh ngang sử dụng hiệu ứng ngang. Bộ biến đổi thanh ngang được cấu tạo từ những thanh sứ áp điện mỏng. Nó được gắn kết với nhau bằng



Hình 2.22: Cấu tạo của cơ cấu dẫn động áp điện

những mối ghép. Khoảng điều chỉnh tỉ lệ với chiều dài của các thanh. Số các thanh sắp xếp song song sẽ ấn định độ cứng của cơ cấu dẫn động.

Cấu trúc ghép đôi được tạo thành từ một tấm vật liệu nền và một tấm vật liệu áp điện hoặc từ hai tấm vật liệu áp điện mà chiều uốn ngược nhau. Các phần tử chịu uốn có khả năng dịch chuyển lớn hơn như độ cứng thấp hơn. Người ta có thể cải thiện tính chất của nó bằng cấu trúc đối xứng cong như đã được ứng dụng trong những bộ chuyển đổi dạng đĩa.

Cấu trúc hỗn hợp sử dụng thêm một bộ phận cơ khí để truyền chuyển động bên cạnh hiệu ứng áp điện thuận nghịch. Cần nâng làm tăng rõ rệt quãng đường điều chỉnh hay góc điều chỉnh. Phần khớp quay được yêu cầu không có khe hở.

Bảng 2.10: Các giá trị đặc trưng điển hình của cơ cấu dẫn động áp điện

Giá trị đặc trưng	Cấu trúc ngăn xếp		Cấu trúc thanh ngang	Cấu trúc ghép đôi	Cấu trúc hỗn hợp	
	Thường	Đặc biệt				
Dịch chuyển dật danh nghĩa	6...70	...90	...45	50...200	...100	μm
Độ cứng	18...260	...2000	...15	0,15...0,3	...1,4	$\text{N}/\mu\text{m}$
Tần số riêng	6...50	...50	...13	1,1...2,5	...2,2	kHz
Tính chịu nén	...1000	...30000	...450	20...50	...50	N
Tính chịu kéo	...100	...3500	...100	...20	...50	N
Điện áp danh nghĩa	150...1500	...1500	...1000	...1000	...1000	V
Điện dung	...90	...130	...145	16...70	...70	nF

Những ưu điểm chính của các cơ cấu dẫn động áp điện là thời gian đáp ứng ngắn, lực dật lớn, độ nhạy cao cũng như khả năng bền mòn. Một số nhược điểm là khoảng dịch chuyển nhỏ, điện áp đầu vào lớn và công suất đầu ra thấp.

2.5 So sánh các cơ cấu dẫn động chọn lọc

Một đánh giá tổng quan chung cho các cơ cấu dẫn động khác nhau là không thể vì điều đó còn tùy thuộc vào từng trường hợp ứng dụng cụ thể, mặt khác có nhiều những nguyên lý hoạt động khác nhau và chúng vẫn đang được tiếp tục được áp dụng vào kỹ thuật.

Mô hình toán học tuyến tính của lực điều chỉnh của cơ cấu dẫn động được tuyến tính hoá quanh điểm làm việc được biểu diễn gần đúng dưới dạng

$$\dot{F}(t) = -k_F F(t) - k_s \dot{s}(t) - k_s s(t) + k_u u(t), \quad (2.89)$$

trong đó F là lực điều chỉnh (lực dật), s là quãng dịch chuyển dật, u là biến điều khiển và k_F, k_s, k_u là các hằng số tương ứng. Trong trạng thái xác lập ta có

$$k_F F(t) = -k_s s(t) + k_u u(t). \quad (2.90)$$

Dựa trên tài liệu [2.18], các cơ cấu dẫn động điện từ, thuỷ lực và áp điện được so sánh với nhau và được tổng kết trong các bảng 2.11 và 2.12.

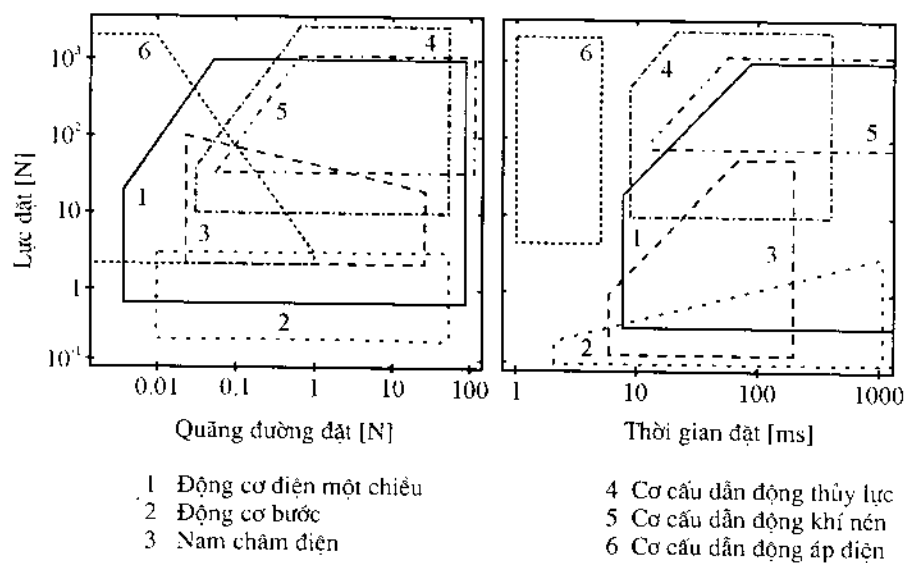
Bảng 2.11 giới thiệu tổng quan về những ưu điểm và hạn chế của những cơ cấu dẫn động này, trong khi bảng 2.12 so sánh định tính một vài đặc tính của chúng. Để lựa chọn loại cơ cấu dẫn động phù hợp cho mỗi nhiệm vụ cụ thể ta nên dựa theo sơ đồ trên hình 2.23 (xem [2.2]). Theo đó, từ những tham số quan trọng như lực dật, vùng cho phép của quãng dịch chuyển dật và thời gian dật ta có thể chọn lựa những loại cơ cấu dẫn động phù hợp.

Bảng 2.11: Ưu và nhược điểm của các cơ cấu dẫn động chọn lọc

Các tính chất	Cơ cấu dẫn động tĩnh tiến điện từ	Cơ cấu dẫn động tĩnh tiến thủy lực	Cơ cấu dẫn động tĩnh tiến áp điện
Ưu điểm	ứng xử truyền đơn giản dải tần số rộng	tỉ lệ khối lượng-công suất có lợi, lực lớn	ứng xử truyền đơn giản, dải tần số trung bình
Nhược điểm	khối lượng lớn, lực tương đối nhỏ	ứng xử truyền phụ thuộc vào động lực học chất lỏng	chiều dài kết cấu tương đối lớn, khuếch đại điện áp cao đắt tiền
dải tần số điều khiển	< 1000 Hz	< 250 Hz	< 500 Hz

Bảng 2.12: Tính chất của các cơ cấu dẫn động chọn lọc (++ rất tốt, + tốt, ○ đạt yêu cầu, – không đạt yêu cầu)

Các tính chất	Cơ cấu dẫn động tĩnh tiến điện từ	Cơ cấu dẫn động tĩnh tiến thủy lực	Cơ cấu dẫn động tĩnh tiến áp điện
Dải tần số	++	○	++
Dịch chuyển đặt	+	++	-
Độ cứng	○	+	++
Lực có thể đạt được tính theo độ lớn kết cấu	○	++	
Lực có thể đạt được tính theo trọng lượng cơ cấu (không kể linh kiện phụ tùng)	○	++	○
Lực có thể đạt được tính theo trọng lượng tổng thể (kể cả linh kiện phụ tùng)	++	-	+
Khả năng kích động dao động đo tính phi tuyến	+	-	○



Hình 2.23: Các đại lượng đặc trưng của cơ cấu dẫn động chọn lọc

3 Các cảm biến

Trong các hệ thống cơ điện tử, nhìn chung các thiết bị cơ điện thường gây ảnh hưởng đến các quan hệ cơ học giữa các chi tiết bộ phận và các phần tử kết cấu của hệ thống. Để có thể tạo ra những tác động tùy thuộc vào trạng thái, việc thực hiện đo đạc các thông số biểu diễn hệ thống là cần thiết. Tín hiệu điện được sử dụng trong việc xử lý những thông tin nhận được từ kết quả đo. Những phần tử có nhiệm vụ chuyển đổi tín hiệu đầu vào, thường không phải là tín hiệu điện, thành tín hiệu điện tại đầu ra được gọi là các cảm biến¹⁾. Trong tài liệu này các thuật ngữ của cảm biến không hoàn toàn thống nhất. Tùy theo mức độ xử lý tín hiệu điện, một số thuật ngữ khác nhau sẽ được sử dụng như „cảm biến“, „bộ chuyển đổi“, „đầu đo“, vv... Do đó phần tiếp theo sẽ đề cập tới sự phân loại cảm biến theo mức tích hợp và và kiểu tín hiệu ra.

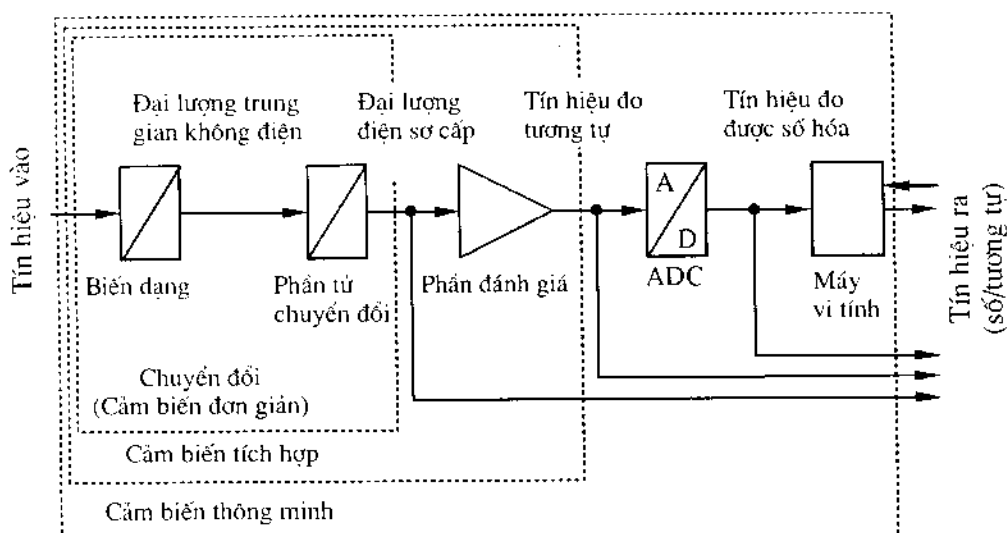
3.1 Mức tích hợp và các yêu cầu đối với cảm biến

Hình 3.1 chỉ ra dòng tín hiệu được truyền trong cảm biến với mức tích hợp cao nhất. Để giải thích rõ các khái niệm trong đó ta sẽ đề cập tới dòng tín hiệu trong một cảm biến lực.

Dòng tín hiệu trong một cảm biến được biểu thị theo các bước sau:

1. Chuyển đổi đại lượng cần đo thành một hay nhiều *đại lượng trung gian* (không phải đại lượng điện). Thí dụ ở một cảm biến lực, lực cần đo được chuyển đổi thành biến dạng của một dầm chịu uốn. Với những đại lượng đo khác bước này có thể bỏ qua. Các phương pháp đo không sử dụng các đại lượng trung gian được gọi là phương pháp đo trực tiếp. Trong trường hợp ngược lại ta gọi là *phương pháp đo gián tiếp*.
2. Chuyển đổi đại lượng đầu ra hoặc đại lượng trung gian thành đại lượng điện sơ cấp thông qua một *phần tử chuyển đổi*. ở đây diễn ra quá trình chuyển đổi cơ-điện dựa trên các hiệu ứng vật lý khác nhau. Đối với cảm biến lực, chuyển đổi cơ-điện được thực hiện nhờ những dây đo biến dạng được dán trên một dầm chịu uốn. Dây đo biến dạng có đặc điểm là điện trở của chúng thay đổi khi bị co giãn. Đại lượng điện sơ cấp ở đây là điện trở. Những đại lượng điện sơ cấp khác có thể là điện áp, dòng điện. Tổ hợp của bộ chuyển đổi cơ và phần tử chuyển đổi cơ-điện tạo thành kiểu đơn

¹⁾Trong những tài liệu mà không có các chú giải khác, cảm biến được hiểu là thiết bị đo trong đó tín hiệu tại đầu ra không chỉ nhận hai giá trị 0 và 1 mà có giá trị trong một miền giá trị nào đó. Khẩu đo với quan hệ 0/1 chỉ là các bộ chuyển mạch, cho dù cấu tạo bên trong của chúng rất phức tạp. Trong các tài liệu tham khảo ta cũng có thể gặp khái niệm *cảm biến nhị phân*.



Hình 3.1: Mức tích hợp của các cảm biến

giản nhất của cảm biến và được gọi là *bộ chuyển đổi*.

- Để tiếp tục xử lý tín hiệu điện sơ cấp, ta cần sử dụng một *bộ xử lý điện tử tương tự*. Thiết bị này không chỉ thực hiện nhiệm vụ khuếch đại tín hiệu sơ cấp mà còn đảm nhiệm một hoặc nhiều tác vụ dưới đây:

- Bù điểm không,
- Lọc nhiễu,
- Tuyến tính hoá tín hiệu đo,
- Lựa chọn thích ứng dải đo và chuyển dải đo,
- Chuẩn hoá tín hiệu đầu ra (thí dụ 0..5 V cho dải đo).

Đối với cảm biến lực ta cần sử dụng một bộ khuếch đại để đánh giá mức sụt giảm điện áp phụ thuộc vào đại lượng đo nhờ dây đo biến dạng. Ta có khái niệm tiếp theo là *cảm biến tích hợp* nếu một bộ xử lý điện tử tương tự được tích hợp một phần hoặc hoàn toàn trong cảm biến.

- Do các giá trị đo cần phải được tiếp tục được xử lý trên một máy tính, trước đó ta cần chuyển đổi tín hiệu tương tự sang tín hiệu số, tức là tín hiệu nhận các giá trị bằng số. Nhiệm vụ này do *bộ chuyển đổi tương tự - số* (ADC - Analog Digital Converter) đảm nhiệm.

Bộ chuyển đổi tương tự - số kết hợp cùng với bộ xử lý điện tử tương tự tạo cho cảm biến một giao diện số với bên ngoài. Những cảm biến này có thể coi là dạng đặc biệt của cảm biến tích hợp.

- Sự phát triển của các phần tử vi điện tử dẫn tới khả năng tích hợp các bộ xử lý số (thí dụ như một bộ vi xử lý) vào trong thân cảm biến. Do đó, một mặt các chức năng bổ sung đã nêu ở điểm 3 được thực hiện một cách đơn

giản hơn, mặt khác còn tạo những khả năng hoàn toàn mới cho việc tiếp tục xử lý tín hiệu đo như:

- Giám sát và ghi lại dữ liệu đo trong cảm biến,
- Tự cảnh báo khi đạt tới giá trị giới hạn,
- Giao tiếp với máy tính chủ hay trong hệ thống Bus, tính toán các đại lượng dẫn xuất (thí dụ như một cảm biến dịch chuyển có thể đưa ra tín hiệu đo vận tốc nhờ vi phân giá trị đo gốc của nó).
- Kết hợp nhiều bộ chuyển đổi trong một cảm biến và đánh giá chung các tín hiệu đo (chẳng hạn như các cảm biến lực nhiều thành phần đo được mọi thành phần của một vectơ lực).
- Có khả năng đặt cấu hình cho cảm biến từ một máy tính kết nối bên ngoài (thí dụ như thay đổi đặc tính truyền đạt của cảm biến).

Cảm biến với bộ xử lý số tích hợp được gọi là *Cảm biến thông minh*. Cách gọi tên này chắc chắn là không được phù hợp, bởi vì những đặc tính của cảm biến vừa mô tả không liên quan gì đến tính thông minh. Trong tiếng Anh người ta sử dụng khái niệm *smart sensors* có lẽ phù hợp hơn.

Tương tự như đối với mỗi hệ đo, một loạt các *yêu cầu cơ bản* cũng được đặt ra đối với các cảm biến để đảm bảo cho một phép đo có thể thực hiện được. Đó là:

- Trong dải đo phải thực hiện được một ánh xạ đơn trị và có thể tái lập lại từ đại lượng vào đến đại lượng ra. (Thí dụ như một nhiệt kế dân nỏ với dải đo từ 0 đến 80 °C không thể sử dụng trong nước, bởi vì sự thay đổi thể tích trong khoảng 0...4 °C làm thay đổi dấu của nó).
- Đại lượng ra chỉ được phép phụ thuộc vào một đại lượng vào duy nhất và độc lập với các đại lượng khác. Yêu cầu này thường khó thực hiện nhất. (Thí dụ như thiết bị đo khoảng cách bằng siêu âm chịu ảnh hưởng đáng kể bởi nhiệt độ. Sự ảnh hưởng này phải được loại trừ bằng cách điều chỉnh bù tương tự hoặc số. Như vậy ta cũng phải thực hiện phép đo nhiệt độ).
- Sự tác động của hệ thống đo đối với đại lượng cần đo phải được duy trì ở mức thấp có thể bỏ qua được. (Một thiết bị để đo mức sụt áp trên một điện trở phải có trở kháng trong rất lớn (lý tưởng là vô cùng lớn) để dòng điện qua thiết bị đo không làm sai lệch phép đo).

Trong thực tế, những đặc tính mong muốn khác của một cảm biến là:

- ánh xạ tuyến tính từ đại lượng vào đến đại lượng ra. Việc tuyến tính hóa có thể thực hiện nhờ phép hiệu chỉnh tín hiệu tương tự hoặc số.
- Không phản ứng nhạy với nhiễu điện từ. Trong môi trường công nghiệp, nhiễu điện từ là một trong những nguyên nhân chính gây ra sai số hệ thống.

- Chuẩn hóa tín hiệu ra. Các chuẩn thường được áp dụng là:
 - đối với tín hiệu 0...+5 (+10) V tương tự:
 - 5 (-10) ... +5 (+10) V
 - 0...20 mA (mạch dòng điểm chết 0 *dead zero*)
 - 4...20 mA (mạch dòng điểm sống 0 *live zero*)¹⁾
 - đối với tín hiệu ra số: song song (thí dụ 8 bit, giao diện Centronics) nối tiếp (RS232, RS485,...)
 - đối với hệ thống đo-truyền dữ liệu: Interbus-S, Profibus, CAN-Bus, vv. xem tài liệu [3.1].
- Cấp nguồn đơn giản. Dạng cấp nguồn cho cảm biến thông dụng nhất trong lĩnh vực chế tạo máy là điện áp không ổn định 24 V.
- Các khả năng kiểm soát chức năng, có thể thực tiếp trên cảm biến (thí dụ thông qua đèn báo) hoặc kiểm soát từ xa. Các cảm biến thông minh còn có khả năng tự giám sát tình trạng hoạt động.

3.2 Các thông số đặc trưng của cảm biến

Phần dưới đây trình bày các thông số đặc trưng quan trọng của cảm biến và ảnh hưởng của chúng tới kết quả của phép đo. Các phương pháp đo, các vấn đề sai số đo tích lũy v.v..., sẽ không được đề cập ở đây, bạn đọc quan tâm có thể xem trong các tài liệu [3.9] và [3.13]. Ta sẽ tập trung vào các vấn đề ứng dụng thực tế của các cảm biến.

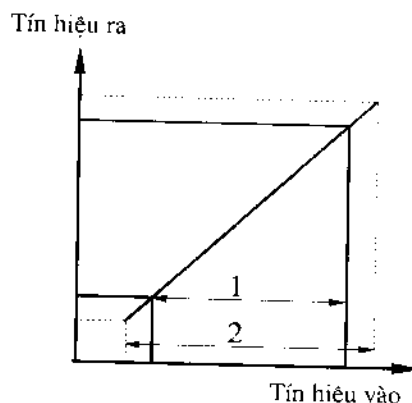
3.2.1 Các khái niệm và định nghĩa

Khi lựa chọn cảm biến cho một nhiệm vụ đo đặc cụ thể ta cần đặt ra câu hỏi: Đại lượng vật lý nào cần xác định bằng thực nghiệm trong *dải đo* nào và với *độ chính xác* bao nhiêu?

Dải đo được: Dải đo được là phạm vi của các giá trị đầu vào mà cảm biến có thể chuyển thành các giá trị đầu ra tương ứng (thí dụ điện áp được chuẩn hóa) với sai số cho phép. Dải đo được của cảm biến khác với dải đo của đại lượng cần đo (hình 3.2).

Trong thực tế, dải đo được của cảm biến được chọn lớn hơn (về cả hai phía) dải cần đo khoảng một vài phần trăm. Như vậy ta có thể phát hiện trường

¹⁾Việc sử dụng mạch điện „life zero“ có ưu điểm là bên dưới dải đo vẫn còn có một dòng điện, do đó ta có thể nhận ra giá trị 0 của tín hiệu đo do một lỗi cảm biến (thí dụ đứt cáp truyền tín hiệu).



Hình 3.2: Dải cần đo (1) và dải đo được của cảm biến (2)

hợp vượt quá dải đo và bảo vệ cảm biến trước sự quá tải. Trong phần dưới của dải đo được có thể xuất hiện vấn đề với độ phân giải và tính chất tuyến tính.

Độ phân giải: Độ phân giải của một hệ đo là mức chênh lệch nhỏ nhất giữa hai giá trị đầu vào mà cảm biến có thể phân biệt được tại hai giá trị tín hiệu đầu ra tương ứng. Độ phân giải thông thường được biểu thị theo phần trăm của dải đo (tương tự) hoặc bằng bit (số). Độ phân giải của cảm biến với tín hiệu đầu ra tương tự được xác định chủ yếu thông qua độ lớn của thành phần nhiễu không tránh khỏi [3.6]. Tuy nhiên, do thành phần nhiễu này có thể phụ thuộc nhiều vào điều kiện kết nối điện cụ thể, nên việc đo thành phần nhiễu tại một cảm biến cần được thực hiện ngay khi lắp ráp hệ đo.

Thí dụ 3.1:

Với một cảm biến áp suất có tín hiệu đầu ra 0...10 V người ta đo được mức ồn điện áp là 20 mV (giá trị đỉnh-đỉnh). Độ phân giải (điện) là:

$$\frac{20 \cdot 10^{-3}}{10} = 0.002 \text{ hay } 0,2\%.$$

□

Đối với các cảm biến có đầu ra số thì bộ chuyển đổi tương tự - số (ADC) đóng vai trò quyết định tới giới hạn trên của độ phân giải. Nếu độ phân giải của ADC là n bit, nghĩa là dải đo tương ứng với 2^n giá trị. Khi đánh giá kết quả chuyển đổi tương tự - số ta cũng cần lưu ý tới độ phân giải của tín hiệu tương tự tại đầu vào của ADC.

Thí dụ 3.2:

Cảm biến áp suất trong thí dụ trước phân chia dải đo thành 500 giá trị. Vì thế, một ADC kết nối sau đó không nên có độ phân giải lớn hơn 9 bit ($2^9 =$

512): độ phân giải cao hơn 9 bit chỉ làm tăng mức nhiễu mà không cung cấp thông tin hữu ích về tín hiệu đầu vào của cảm biến¹⁾. $\square$

Độ chính xác của phép đo: ở đây ta cần phân biệt giữa độ chính xác yêu cầu của phép đo và độ chính xác của cảm biến.

Độ chính xác yêu cầu của phép đo phụ thuộc mục đích của phép đo. Thông thường đối với các hệ cơ điện tử, độ chính xác của phép đo cần cao hơn một mức so với độ chính xác yêu cầu của cơ cấu dẫn động. Độ chính xác của một cảm biến là một đại lượng phụ thuộc vào cảm biến và biểu thị tổng các sai số (tính) có thể gây sai lệch tín hiệu đầu ra. Vì vậy, trước hết ta sẽ đề cập chi tiết hơn tới đặc tính tính của các hệ thống đo.

3.2.2 Đặc tính tính của các hệ thống đo

Đặc tính tính của một hệ thống đo được biểu diễn bởi một hàm của đại lượng đo theo đại lượng đầu vào. Hàm này có thể là tuyến tính hoặc phi tuyến. Trong lần cần một điểm x_0 , ta có thể khai triển hàm này dưới dạng chuỗi TAYLOR (hình 3.3a),

$$y(x) = y_0 + \frac{dy}{dx} \cdot (x - x_0) + \frac{1}{2} \frac{d^2y}{dx^2} \cdot (x - x_0)^2 + \dots \quad (3.1)$$

Nhờ tuyến tính hóa dẫn đến

$$y(x) = y_0 + C \cdot (x - x_0) \quad \text{với} \quad C = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} = \text{const}. \quad (3.2)$$

Đối với những hệ thống đo có số hạng phi tuyến nhỏ nhưng không thể bỏ qua thì phép tuyến tính hóa có thể thực hiện một cách gần đúng trong dải đo. Theo đó một đường đặc tính phi tuyến sẽ được xấp xỉ bởi một đường hồi quy làm cực tiểu hóa sai số trung bình. Một khả năng khác là tạo đường cân bằng qua điểm đầu và điểm cuối của dải đo (hình 3.3b).

Thí dụ 3.3:

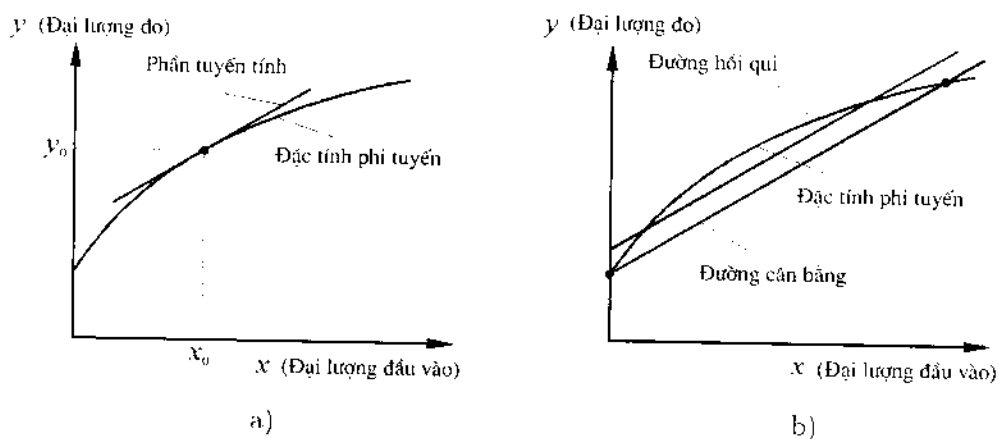
Để đo nhiệt độ ta sử dụng nhiệt kế điện trở PT100. Đó là cảm biến trở-nhiệt platin với một điện trở 100 ohm tại 0°C. Đặc tính điện trở-nhiệt độ $R = R(\vartheta)$ của cảm biến được biểu diễn bởi hàm sau

$$R = R_0 [1 + A(\vartheta - \vartheta_0) + B(\vartheta - \vartheta_0)^2]$$

với $A = 3,90802 \cdot 10^{-3} / \text{K}$, $B = -0,580195 \cdot 10^{-6} / \text{K}$.

Nhờ việc sử dụng đường cân bằng ta nhận được tỷ số điện trở được chuẩn hóa là $R(100^\circ\text{C})/R(0^\circ\text{C}) = 1,385$. $\square$

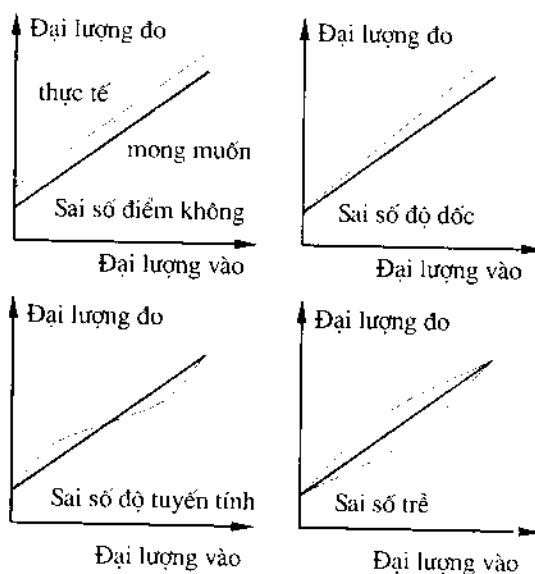
¹⁾ Độ phân giải cao hơn của ADC chỉ có ý nghĩa khi ta có thể tái tạo được tín hiệu đầu vào nhờ các thông tin về các trị số thống kê của nhiễu. Thông tin chi tiết về phương pháp này được trình bày trong tài liệu [3.6].



Hình 3.3: Tuyến tính hóa đường đặc tính: a) ở một điểm, b) trong một dải

Sai số tĩnh của hệ thống đo: Sai lệch của một giá trị đo thực của một đại lượng đầu vào so với giá trị đo „lý tưởng“ mong muốn được gọi là sai số tĩnh. Trong đó giá trị đo lý tưởng được xác định hoặc nhờ các thông tin từ nhà sản xuất (bản dữ liệu, các đường đặc tính) hay từ các phép đo tham chiếu (định chuẩn).

Ở đây ta cần phân biệt bốn loại sai số cơ bản (hình 3.4):



Hình 3.4: Sai số tĩnh của hệ thống đo

1. **Sai số điểm không:** Sai số điểm không xuất hiện khi đường đặc tính bị trượt

song song do các nguyên nhân từ bên ngoài hay bên trong. Các nguyên nhân bên ngoài xuất phát từ nguyên lý do: đại lượng do „đương nhiên“ phụ thuộc không chỉ vào giá trị cần đo, mà còn phụ thuộc vào các đại lượng vật lý khác. Sự ảnh hưởng của nhiệt độ là nguyên nhân hay gặp nhất. Đại lượng này được chỉ ra trong các tài liệu đi kèm thiết bị để biểu thị „trời điểm 0 do nhiệt“ (chẳng hạn theo mV/K). Chúng có bản chất tiền định và về nguyên tắc có thể được loại bỏ bằng các biện pháp bù thích hợp. Những sai số trong liên quan đến *công nghệ chế tạo đầu đo* thì khó khắc phục hơn. Ta cũng cần phân biệt *sai số ngẫu nhiên*, khi mà một đại lượng ngẫu nhiên có giá trị trung bình bằng không chồng chất cộng với giá trị đo (chẳng hạn như nhiễu từ bộ xử lý điện tử tương tự) và *sai số do tuổi thọ*, khi mà giá trị đo trôi dịch theo một hướng hoặc thay đổi qua lại. Nguyên nhân của việc *trôi điểm 0 theo thời gian* (thí dụ như được cho 0,2 % giá trị cuối/năm ở nhiệt độ 25 °C) thường là do vật liệu chế tạo cảm biến bị lão hóa.

2. *Sai số độ dốc*: Sai số này gây nên sự thay đổi độ dốc của đường đặc tính. Nguyên nhân có thể là do nhiệt độ hay sự lão hóa của vật liệu. Khi sử dụng các thành phần mạch tương tự hiện đại, sai số độ dốc đóng một vai trò thứ yếu đối với các phần điện tử.
3. *Sai số độ tuyến tính* : Đường đặc tính không hoàn toàn tuyến tính , tức là sai lệch với một khoảng dung sai nhất định quanh đường đặc tính lý tưởng. Sai số độ tuyến tính được tính bởi tỉ giữa độ rộng của khoảng dung sai và giá trị cuối của dải đo được. Loại sai số này là điển hình trong các hệ thống đo diện thế: Khi con chạy di chuyển trên đường tiếp xúc (chổi than, dây dẫn), tính không đồng nhất của vật liệu làm xuất hiện nhiễu cục bộ của đường đặc tính. Phép định chuẩn hệ đo thường không mang lại kết quả, bởi vì đường đặc tính cục bộ có thể bị thay đổi mạnh do mài mòn.
4. *Sai số trễ* : Độ lớn của tín hiệu đầu ra không chỉ phụ thuộc vào giá trị của đại lượng đầu vào, mà còn phụ thuộc vào hướng thay đổi của chúng. Do đó tín hiệu đầu ra là một hàm của phần tín hiệu đầu vào „đã qua“. Bằng cách tính toán, ta không thể hoặc chỉ có thể bù sai số ở mức gần đúng thô. Về mặt vật lý, các hiện tượng trễ luôn có liên quan đến sự tích tụ và/hoặc sự chuyển đổi năng lượng (thường là hao tán năng lượng). Do đó ta phải đặc biệt lưu ý đến vấn đề trễ khi sử dụng các cảm biến hoạt động theo nguyên lý do từ tính, bởi vì tại đó có sự chuyển đổi năng lượng giữa điện trường và từ trường cũng như đôi khi dẫn đến sự tích tụ năng lượng do từ hóa trong vật liệu kim loại. Hiện ứng trễ cũng có thể xuất hiện khi trong hệ đo có những bộ phận chuyển động (hao tán năng lượng do ma sát).

Độ chính xác tĩnh của một hệ thống đo là tổng của tất cả các sai số riêng biệt và thường được biểu thị bằng số phần trăm của giá trị cuối dải đo đối với „trường hợp xấu nhất“. Đặc biệt đối với các thiết bị đo điện ta còn có thêm

khái niệm các lớp chất lượng được xác định bởi sai số lớn nhất của giá trị được hiển thị của kết quả đo. Lớp chất lượng 0,1 nghĩa là một giá trị hiển thị bất kỳ sẽ có sai số lớn nhất là 0,1% giá trị cuối của dải đo được.

Sau khi phân loại tổng quan các cảm biến và sai số đo, tiếp theo là các khả năng để đo các đại lượng động học và động lực học. Về nguyên tắc ta có thể áp dụng nhiều nguyên tắc vật lý để đo đạc. Tuy nhiên trong khuôn khổ cuốn sách không thể trình bày tất cả các nguyên tắc này. Do đó ta chỉ giới hạn trong phạm vi các dạng cơ bản nhất được sử dụng trong thực tế. Để nghiên cứu sâu hơn vấn đề này bạn đọc có thể tham khảo thêm trong tài liệu [3.7], [3.8].

3.3 Các nguyên tắc đo các đại lượng động học và động lực học

Trong động học ta nghiên cứu chuyển động của các vật thể. Về mặt kỹ thuật đo, các dịch chuyển tịnh tiến và quay cũng như đạo hàm của chúng theo thời gian cần được xác định bằng đo đạc.

Các đại lượng động học cơ bản gồm:

- quãng đường dịch chuyển s , góc xoay φ ,
- vận tốc $v = \dot{s}$, vận tốc góc $\omega = \dot{\varphi}$ (hay số vòng quay trên phút n),
- gia tốc $a = \ddot{s}$, gia tốc góc $\dot{\omega}$.

Các đạo hàm bậc cao hơn chỉ cần đến trong những trường hợp đặc biệt, chẳng hạn như để đo đạc và đánh giá các chuyển động không giật¹⁾. Khi đó ta cần đến đạo hàm bậc 3.

Các đại lượng động lực học cơ bản gồm:

- lực F và
- mômen quay M .²⁾

Từ đó ta có thể đưa ra các đại lượng dẫn xuất như là áp suất $p = \frac{F}{A}$ (A là diện tích tác dụng của lực).

Bảng 3.1 trình bày tổng quan về các nguyên tắc vật lý cơ bản được áp dụng để đo các đại lượng động học và động lực học nêu trên³⁾. Các nguyên tắc này sẽ được giải thích chi tiết trong các mục tiếp theo ứng với các phương pháp đo cụ thể.

¹⁾without jerk

²⁾„Tải“ được dùng để ký hiệu chung cho lực và mômen, từ đây ta sẽ sử dụng khái niệm tải thay cho lực và mômen.

³⁾Khả năng thực hiện tính toán số hay kỹ thuật điện tử để xác định các đại lượng dẫn xuất không được nêu trong bảng này.

Bảng 3.1: Các đại lượng đo và nguyên lý tương tác vật lý

Nguyên lý/Dại lượng đo	s, φ	v, ω	$a, \dot{\omega}$	F, M, p
bằng điện thế / điện trở Ohm R	×			×
bằng cảm ứng / độ cảm ứng L	×			×
bằng điện dung / điện dung C	×			×
bằng siêu âm / thời gian t	×			
bằng từ tính / mật độ từ thông B	×	×		×
bằng từ giảo / B, t	×			
bằng quang học / mật độ I	×	×		
áp điện / điện tích Q		×	×	
áp trở / điện trở R	×		×	×

3.4 Đo quãng đường và góc quay

Về nguyên tắc, các phương pháp nêu trên có thể được sử dụng để đo quãng đường và góc quay. Các cảm biến này khác nhau về dạng cấu tạo. Đôi khi ta thực hiện một cách có chủ ý việc chuyển đổi từ chuyển động thẳng sang chuyển động quay (hoặc ngược lại) trước vị trí của cảm biến.

3.4.1 Phương pháp đo bằng điện thế

Phương pháp đo bằng điện thế dựa trên quan hệ của đại lượng đầu vào (quãng đường, góc quay) đối với sự thay đổi điện trở. Trong đó đối tượng cần đo được nối với thanh trượt của điện thế kế trực tiếp hoặc qua một bộ truyền động. Điện kế thế có thể được thiết kế theo kiểu tĩnh tiến hoặc quay, (hình 3.5).

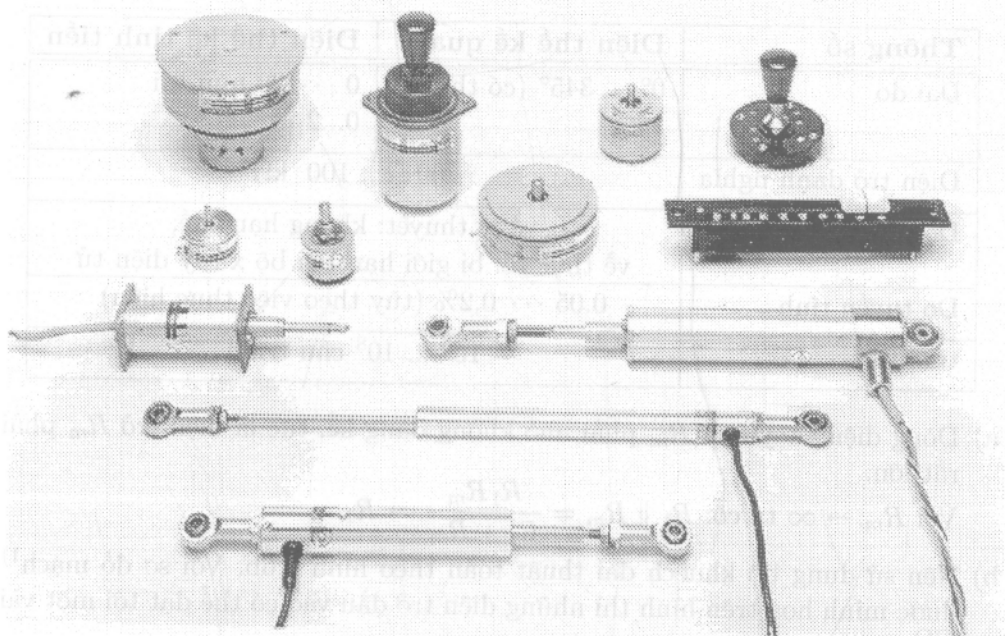
Các loại đầu đo phù hợp với kỹ thuật đo là:

- Điện thế kế dạng dây,
- Điện thế kế chất dẻo dẫn,
- Điện thế kế hỗn hợp.

Đối với điện thế kế dạng dây dẫn, đường điện trở làm từ một cuộn dây. Đặc tính tuyến tính tốt, trở kháng tiếp xúc thấp và tuổi thọ lâu bền là những ưu điểm của dạng đầu đo này. Nhược điểm là gây ra sự gián đoạn của tín hiệu đo khi chuyển tiếp sang vị trí dây tiếp theo.

Điện thế kế chất dẻo dẫn chứa một đường điện trở từ vật liệu nhân tạo được ép nóng. Tín hiệu đầu ra là liên tục, và do đó ta có thể đạt được độ phân giải cao. Tuy nhiên đặc tính tuyến tính của đầu đo được tạo ra bằng một phương pháp cân bằng bù đặc biệt. Nhược điểm là tuổi thọ và khả năng chịu tải cơ học thấp ngay cả khi thanh trượt chịu áp lực nhỏ.

Điện thế kế hỗn hợp kết hợp được những ưu điểm của điện thế kế dạng dây và điện thế kế chất dẻo dẫn. Bằng cách bọc một lớp mỏng chất dẻo dẫn điện



Hình 3.5: Các dạng của điện thế kế tĩnh tiến và quay (Nguồn: Werkfoto Penny & Giles)

lên cuộn dây. Đặc tính tuyến tính được duy trì, và tính không liên tục của tín hiệu ra được loại bỏ nhờ lớp chất dẻo dẫn. Do cuộn dây có tính ổn định cơ học cao nên đầu đo có thể làm việc với áp lực lớn, nhờ đó độ cứng vững chống va đập và dao động rất tốt.

Bảng 3.2 cho thấy những tính chất điển hình có thể đạt được bằng điện thế kế hỗn hợp.

Trên hình 3.6a là sơ đồ mạch thay thế của một điện thế kế với toàn bộ mạch đo, trong đó R_m là điện trở trong của thiết bị đo. Tín hiệu đo (điện áp U_1) đưa ra sau khi điều chỉnh một phần điện áp

$$U_1 = U_0 \cdot \frac{R_1 \parallel R_m}{R - R_1 + R_1 \parallel R_m} \quad (3.3)$$

với ký hiệu tắt cho mạch nối song song („ $\parallel$ “)

$$R_1 \parallel R_m = \frac{R_1 \cdot R_m}{R_1 + R_m} \quad (3.4)$$

Từ hệ thức (3.3) ta có thể đưa ra các nhận xét sau:

Bảng 3.2: Các thông số kỹ thuật của điện thế kế hỗn hợp

Thông số	Điện thế kế quay	Điện thế kế tĩnh tiến
Dải đo	$0^\circ \dots 345^\circ$ (có thể tới 360°)	$0 \dots 20$ mm tới $0 \dots 2$ m
Điện trở danh nghĩa	$100 \Omega \dots 100 \text{ k}\Omega$	
Độ phân giải	về lý thuyết: không hạn chế; về thực tế: bị giới hạn bởi bộ xử lý điện tử	
Độ tuyến tính	$0.05 \dots 0.2\%$ (tùy theo việc thực hiện)	
tuổi thọ	$10^6 \dots 10^8$ chu trình	

- a) Dòng điện chạy qua R_m phải nhỏ không đáng kể, tức là điện trở R_m phải rất lớn.

$$\text{Với } R_m \rightarrow \infty \text{ ta có: } R_1 \parallel R_m = \frac{R_1 R_m}{R_1 + R_m} \rightarrow R_1.$$

- b) Nên sử dụng bộ khuếch đại thuật toán theo hình 3.6b. Với sơ đồ mạch¹⁾ được minh họa trên hình thì những điện trở đầu vào có thể đạt tới một vài $G\Omega$.
- c) Điện áp cung cấp U_0 tác động trực tiếp đến kết quả đo và do đó phải được ổn định hóa. Khi thực hiện các phép đo chính xác, U_0 được đo qua một kênh đo khác và cần chú ý tới việc đánh giá điện áp theo (3.3). Ta không nên sử dụng điện áp U_0 để cung cấp cho một thành phần khác của mạch.

Sự trôi điểm 0 do nhiệt độ: Điện trở của một vật liệu có hệ số nhiệt α được tính gần đúng như sau

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta \vartheta). \quad (3.5)$$

Từ đó ta có

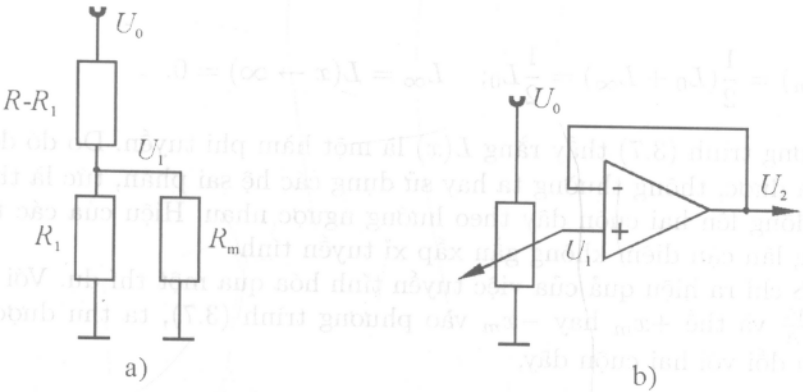
$$U_1(\vartheta) = \frac{R_1(1 + \alpha \Delta \vartheta)}{(R - R_1)(1 + \alpha \Delta \vartheta)} = U_1. \quad (3.6)$$

Như vậy sự trôi điểm 0 do nhiệt độ của bộ chia điện áp có thể bỏ qua được.

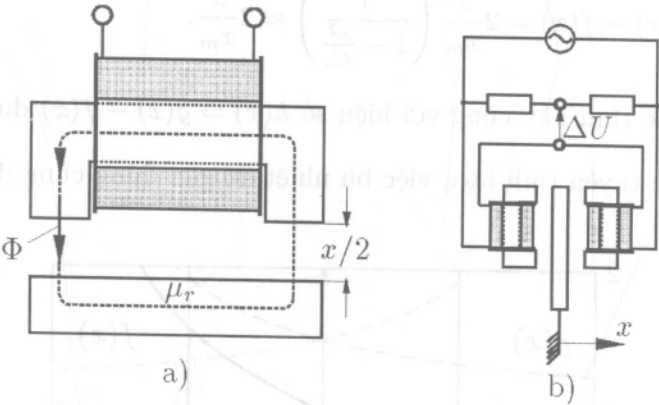
3.4.2 Phương pháp đo cảm ứng

Phương pháp cảm ứng sử dụng sự ảnh hưởng của từ cảm L trong một cuộn dây do chuyển động của một vật thể sắt từ trong từ trường cuộn dây để đo đạc.

¹⁾ Trong mạch này điện áp ra U_2 tuân theo điện áp vào U_1 ($U_1 = U_2$). Về mặt lý thuyết điện trở đầu vào là vô cùng, điện trở đầu ra là 0. Cơ sở lý thuyết về mạch khuếch đại thuật toán có thể tham khảo trong tài liệu [3.6], [3.12].



Hình 3.6: a) Sơ đồ mạch thay thế cho bộ chia điện áp chịu tải, b) Mạch nền dùng cho một điện thế kế



Hình 3.7: a) Bộ cảm ứng đơn giản, b) Bộ cảm ứng sai phân (theo [3.13])

Trong một hệ cảm ứng (hình 3.7) độ từ cảm L sẽ biến đổi do thay đổi khe hở không khí x hoặc chuyển động xi của lõi từ mềm trong cuộn dây (hay gọi là các hệ lõi chìm).

Đối với một lõi có khe hở không khí ta có (xem [3.13])

$$L(x) = L_0 \frac{1}{1 + \mu_r \frac{x}{x_m}} \tag{3.7}$$

với
 L_0 – độ từ cảm khi $x = 0$ (không khe hở),
 μ_r – độ từ thẩm tương đối,
 x_m – độ lớn của khe hở không khí, L ở giữa các giá trị như sau

$$L(x_m) = \frac{1}{2}(L_0 + L_\infty) = \frac{1}{2}L_0; \quad L_\infty = L(x \rightarrow \infty) = 0. \quad (3.8)$$

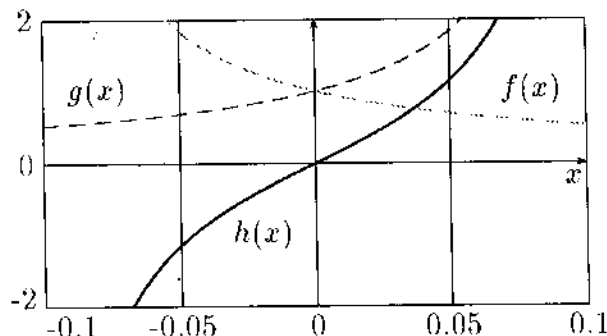
Từ phương trình (3.7) thấy rằng $L(x)$ là một hàm phi tuyến. Do đó để tuyến tính hóa được, thông thường ta hay sử dụng các hệ sai phân, tức là thân dẫn do tác động lên hai cuộn dây theo hướng ngược nhau. Hiệu của các tín hiệu đo trong lân cận điểm không gần xấp xỉ tuyến tính.

Hình 3.8 chỉ ra hiệu quả của việc tuyến tính hóa qua một thí dụ. Với $\mu_r = 1$, $L_0 = 1 \frac{V_s}{A}$ và thế $+x_m$ hay $-x_m$ vào phương trình (3.7), ta thu được đường đặc tính đối với hai cuộn dây,

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{1 + \frac{x}{x_m}}, & g(x) &= \frac{1}{1 - \frac{x}{x_m}}, \\ h(x) &= g(x) - f(x) = 2 \frac{x}{x_m} \left(\frac{1}{1 - \frac{x^2}{x_m^2}} \right) \approx 2 \frac{x}{x_m}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Hai đường đặc tính này cùng với hiệu số $h(x) = g(x) - f(x)$ được minh họa trên hình 3.8.

Bên cạnh việc tuyến tính hóa, việc bù nhiệt độ gần đúng cũng đạt được theo cách này.



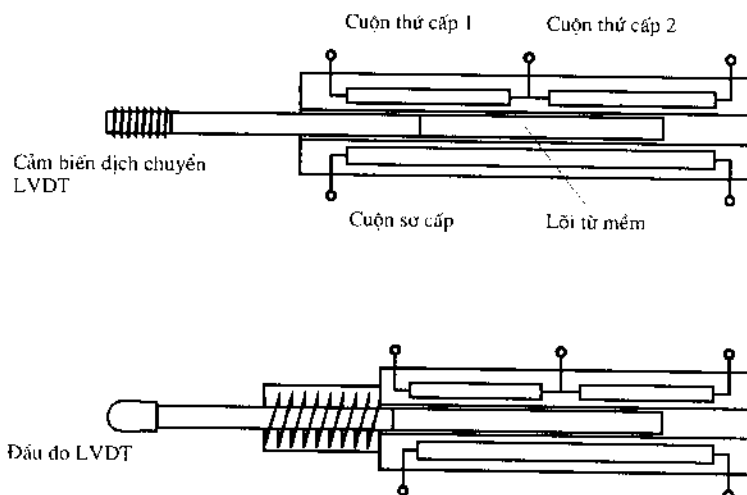
Hình 3.8: Tuyến tính hóa nhờ tính hiệu số ($x_m = 0.11$)

Các hệ biến thế sử dụng sự thay đổi độ từ cảm tương tác giữa hai cuộn dây. Đặc trưng của hệ là có một cuộn kích riêng. Ngoài ra kết cấu giống như hệ cảm ứng.

Trong các hệ biến thế mạch sai phân được sử dụng rất phổ biến. Trong thực tế hệ biến thế sai phân lõi chìm (tên tiếng Anh: Linear Variable Differential Transformer-LVDT) được sử dụng rộng rãi nhất. Trên hình 3.9 là sơ đồ nguyên lý của một LVDT, trong đó hình trên là cảm biến đo dịch chuyển, phía dưới là đầu dò với lò xo điều chỉnh. Một LVDT tiêu biểu có các đặc tính

sau:

Dài đo :	0,1 ... 100 mm.
Tính tuyến tính :	0,15 ... 0,5 %.
Độ trôi do nhiệt:	0,003 ... 0,01 %/K.



Hình 3.9: Cấu tạo của một cảm biến LVDT, (Nguồn: Micro-epsilon)

Khi kết hợp với các lò xo hoặc với phần tử thủy khí, ta sẽ có nhiều dạng cảm biến đo dịch chuyển và đầu dò với cấu trúc khác nhau.

Thông thường để đánh giá tín hiệu người ta hay sử dụng mạch dao động LC, trong đó các phần tử cảm biến là phần ứng. Theo công thức dao động của THOMPSON :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (3.10)$$

thì quãng đường cần đo trước hết được chuyển đổi thành tần số trong đại lượng trung gian. Phép đo tần số có thể thực hiện được nhờ việc chuyển đổi điện áp/tần số hay đơn giản là bằng cách đếm. Theo cách đó, ta sẽ không cần thực hiện việc chuyển đổi tương tự - số.

3.4.3 Các phương pháp đo bằng cảm biến từ trường

Cảm biến từ trường tận dụng sự đổi hướng của các điện tích chuyển động trong một từ trường. Lực LORENTZ F tác dụng trên các Electron:

$$\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}, \quad (3.11)$$

trong đó

- Q -- diện tích,
- $\vec{v}$ -- vectơ vận tốc của điện tích chuyển động,
- $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ -- mật độ từ thông,
- $\vec{H}$ -- cường độ từ trường,
- μ_0, μ_r -- hằng số từ trường và độ từ thẩm.

Nếu ta cho một dòng điện điều khiển I_0 qua một tấm bán dẫn nhỏ (mặt tấm $\perp$ mặt phẳng xy), thì đường dòng sẽ bị lệch hướng bởi thành phần từ trường B_z tác dụng vuông góc tấm (hình 3.10).

Do đó, trong kỹ thuật đo người ta sử dụng hai hiệu ứng:

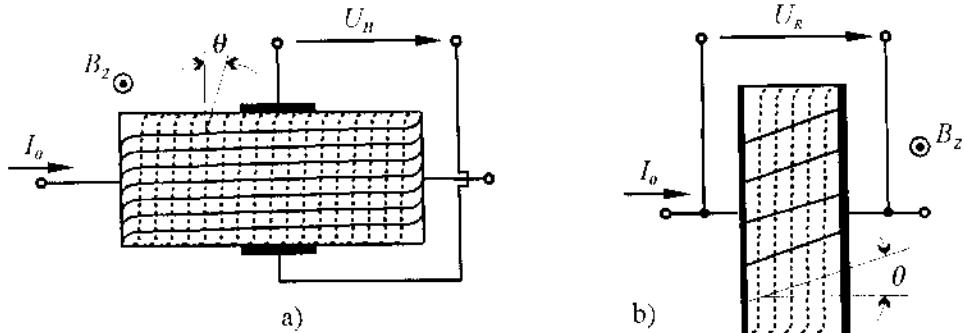
1. Các đường đẳng thế bị xoay một góc HALL θ . Điều đó thỏa mãn phương trình

$$\tan \theta = \mu B_z. \quad (3.12)$$

Tại hai phía bên của tấm xuất hiện một hiệu điện thế có trở kháng cao giống như *điện áp HALL* U_H (hình 3.10a). Cảm biến có cấu trúc này được gọi là *Cảm biến HALL*. Đối với điện áp HALL ta có

$$U_H = I_0 B_z \frac{R_H}{d}, \quad (3.13)$$

trong đó R_H là hệ số HALL (phụ thuộc vào vật liệu) và d là độ dày của tấm.



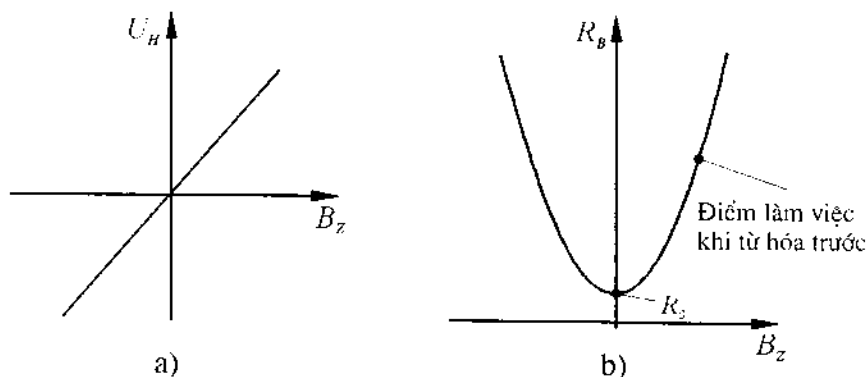
Hình 3.10: a) Cấu tạo của một phần tử HALL, b) Cấu tạo của một tấm đo từ tính

2. Do vật mang điện tích bị lệch hướng nên đường dòng của nó bị dãn dài trong tấm bán dẫn, dẫn đến sự thay đổi điện trở. Điện trở này có thể đo được thông qua lượng sụt áp U_R khi dòng cung cấp đều (hình 3.10b). Đối với những giá trị nhỏ của B_z ta có thể sử dụng xấp xỉ

$$R_B = R_0(1 + k B_z^2) \quad (3.14)$$

(R_0 - giá trị điện trở khi $B_z = 0$, k - hằng số phụ thuộc vật liệu và hình dáng).

Các cảm biến sử dụng hiệu ứng này được gọi là các *tấm đo từ tính*. Hình 3.11 cho ta các đường đặc tính của cảm biến HALL và tấm đo từ tính.



Hình 3.11: Đặc tính của a) cảm biến HALL, b) tấm đo từ tính.

Để đo quãng đường dịch chuyển, thông thường một nam châm vĩnh cửu được gắn chặt với đối tượng chuyển động và được dẫn qua cảm biến gắn cố định. Nhược điểm của cách này là độ nhạy ngang cao (B_z thay đổi ngay cả khi các chuyển động vuông góc hướng đo) cũng như nhất thiết phải tuyến tính hóa tín hiệu do do độ cảm ứng thay đổi theo số mũ bậc ba của quãng đường. Do đó cấu trúc sai phân thường được sử dụng, đồng thời ảnh hưởng của nhiệt độ cũng được bù.

Tuy nhiên có một ưu điểm nổi bật là việc chế tạo các phần tử cảm biến có thể thực hiện được với công nghệ bán dẫn tiêu chuẩn. Do đó cảm biến và các linh kiện điện tử có giá rẻ và được tích hợp trên một vi mạch.

Ngoài ra, các tấm đo cảm biến thường làm việc với một sự từ hóa trước (nam châm vĩnh cửu), qua đó điểm làm việc được dịch chuyển trên đường đặc tính đến gần vùng tuyến tính (hình 3.11b). Do đó độ nhạy được nâng cao hơn và tín hiệu đo có chất lượng tốt hơn. *Điện thế kế kiểu tấm đo từ tính* làm việc không tiếp xúc và do đó tránh được mài mòn, điều này đặc biệt có ý nghĩa thực tế khi đo quãng đường và đo góc quay.

3.4.4 Các phương pháp đo bằng điện dung

Cảm biến đo quãng đường bằng điện dung rất giống với cảm biến cảm ứng về cấu tạo và phạm vi ứng dụng. Sự thay đổi điện dung của một tụ điện có bản cực dạng tấm được sử dụng như là hiệu ứng đo,

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{d} \quad (3.15)$$

với

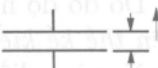
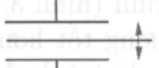
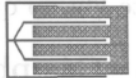
- ϵ_r – hằng số điện môi tương đối,
- ϵ_0 – hằng số điện trường,
- A – diện tích được tác động của các tấm,
- d – khoảng cách giữa các tấm bản cực.

Sự thay đổi diện tích tấm, khoảng cách và hằng số điện môi có thể được sử dụng cho để đo đặc, điều đó cho phép rất nhiều khả năng thực hiện đối với cảm biến điện dung. Cấu trúc kiểu sai phân cũng nên ưu tiên sử dụng và cũng cần nhấn mạnh khả năng bố trí khéo léo hình dạng của các tấm để tạo ra những đường đặc tuyến hầu như tùy ý. Cảm biến điện dung trong thực tế không nhạy cảm với sự thay đổi nhiệt độ và do đó cũng được sử dụng cả trong môi trường nhiệt độ cao. Hình 3.12 minh họa một số cấu hình có thể đối với cảm biến điện dung.

Việc xử lý tín hiệu từ cảm biến được thực hiện tương tự như đối với cảm biến điện cảm, tuy nhiên ở đây độ cảm là hằng số và điện dung thay đổi.

Các tính chất tiêu biểu của cảm biến điện dung:

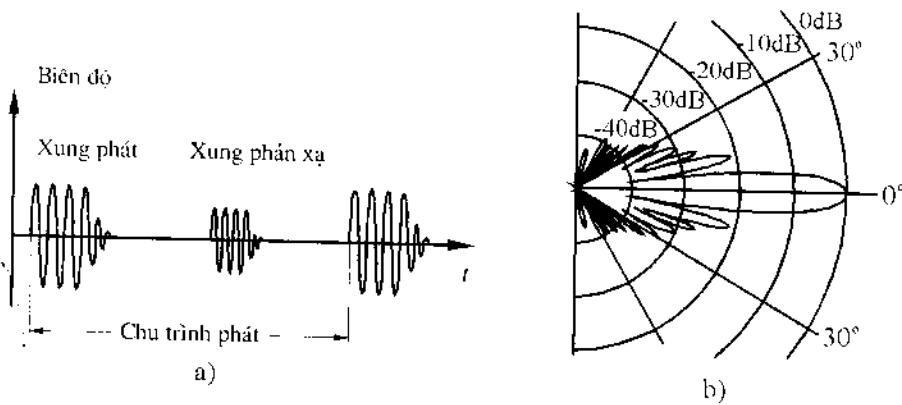
- Dải đo : 0,1 ... 10 mm,
- Độ phân giải : 0,1 ... 10 nm,
- Độ tuyến tính : 0,01 %.

	Chuyển động tương đối	Tấm đơn		Tấm ghép
		Điện dung riêng	Hệ sai phân	Điện dung riêng
Thay đổi diện tích A	Tịnh tiến			
	Quay			
Thay đổi khoảng cách s	Tịnh tiến			
	Quay			
Thay đổi hằng số điện môi	Tịnh tiến			

Hình 3.12: Các cấu hình có thể của cảm biến điện dung (theo [3.8])

3.4.5 Các phương pháp đo bằng sóng siêu âm

Đo quãng đường bằng sóng siêu âm dựa trên việc đo thời gian truyền của một xung siêu âm. Các phần tử áp điện bị biến dạng khi được đặt vào một điện áp, do đó chúng được sử dụng với vai trò là bộ chuyển đổi siêu âm. Một xung phát được tạo ra do kích động trong một khoảng thời gian ngắn bằng dao động tần số cao („Burst“) (hình 3.13a). Xung này được phản xạ lại khi gặp đối tượng đo. Các tần số trong phạm vi 20...200 thường được áp dụng. Do hiệu ứng áp điện có hiệu ứng nghịch nên ta có thể sử dụng các phần tử áp điện giống nhau để phát và thu tín hiệu.



Hình 3.13: Tín hiệu của một cảm biến siêu âm: a) đồ thị thời gian của „Burst“ và b) phân bố cường độ trường âm thanh

Thông thường vật liệu gốm áp điện (chẳng hạn như muối titan-bari) được dùng để chế tạo bộ chuyển đổi. Ngoài ra các vật liệu polyme áp điện cũng có thể sử dụng được [3.3].

Phân bố của cường độ trường âm thanh của một cảm biến siêu âm được thể hiện trên hình 3.13b. Một vùng có phân bố cường độ thay đổi hình thành ngay phía trước cảm biến. Độ dài r_0 của trường gần này - hay vùng FRESNEL được tính vào khoảng

$$r_0 = \frac{D^2}{4\lambda} \quad (3.16)$$

với

D - đường kính của dao động sóng siêu âm,

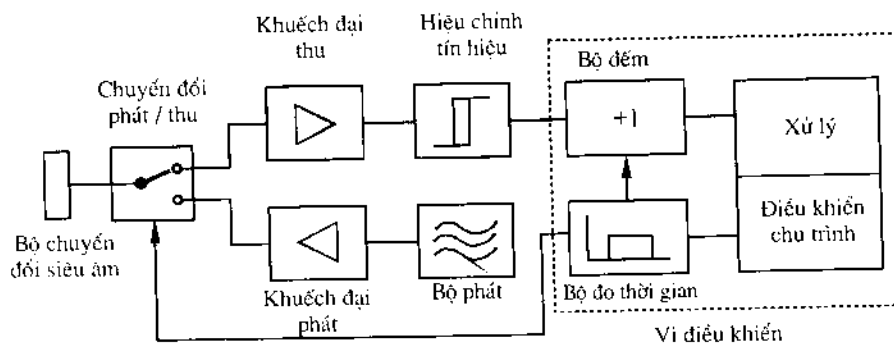
λ - chiều dài bước sóng.

Ở khoảng cách $r \gg r_0$ (trường xa- hay vùng FRAUNHOFER) cường độ giảm theo hệ số $1/r^2$. Trong phạm vi này năng lượng phát ra gần như tập trung

trong một hình côn có nửa góc mở α ,

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{0,51\lambda}{D} \right). \quad (3.17)$$

Hình 3.14 chỉ ra sơ đồ nguyên lý của một cảm biến siêu âm. Một bộ điều khiển bật nhanh bộ chuyển đổi về chế độ phát xung và ngay tức thời khởi động phép đo thời gian (chẳng hạn bằng cách sử dụng bộ gia tăng số đếm với một tần số ổn định). Ngay sau khi phát xung chế độ thu được bật lên. Sóng âm phản xạ đi qua một bộ khuếch đại và bộ xử lý tín hiệu gồm một bộ lọc thông dải với tần số trung tâm là tần số phát (để tránh sai số do đo các tiếng động lạ) và một bộ Trigger. Tín hiệu ra của Trigger làm ngừng phép đo thời gian. Tiếp theo đó giá trị đo sẽ được hiển thị và tiếp tục được xử lý.



Hình 3.14: Sơ đồ nguyên lý của một cảm biến siêu âm

Khi sử dụng cảm biến siêu âm ta cần chú ý đến một số đặc điểm sau:

ảnh hưởng của các thông số môi trường: Sự lan truyền sóng âm thực hiện theo qui luật đã biết

$$v = \lambda f \quad (3.18)$$

với

- v - tốc độ lan truyền sóng,
- λ - chiều dài bước sóng,
- f - tần số.

Vận tốc lan truyền v phụ thuộc nhiệt độ, độ ẩm không khí và áp suất không khí. Sự ảnh hưởng của áp suất không khí có thể bỏ qua khi làm việc trong điều kiện khí quyển. Mối quan hệ giữa vận tốc, độ ẩm không khí và nhiệt độ được thể hiện trên hình 3.15 (tham khảo thêm [3.8]).

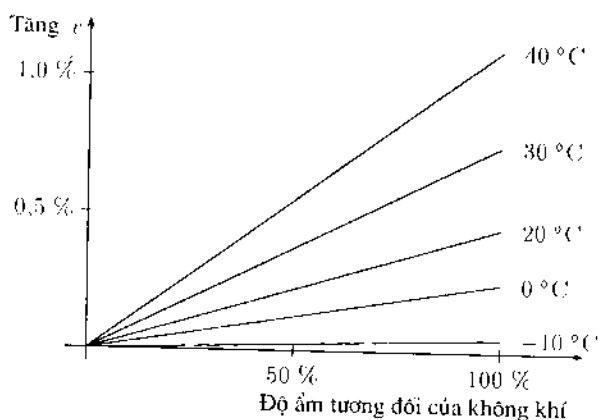
Tốc độ âm thanh trong không khí ở 20 °C và áp suất 1013 hPa có trị số vào khoảng $v = 343$ m/s. Sự ảnh hưởng của nhiệt độ có thể biểu diễn gần đúng

như sau

$$v = v_0 \sqrt{1 - \frac{T}{273}} \quad (3.19)$$

với $v_0 = 331,3$ m/s. T - nhiệt độ KELVIN.

Điều đó có nghĩa là trong mỗi trường hợp đo ta đều phải chú ý đến ảnh hưởng của nhiệt độ. Một số cảm biến siêu âm hiện có trên thị trường đã được tích hợp thêm cảm biến nhiệt độ và do đó có thể tự động bù được sự thay đổi theo nhiệt độ. Nhưng ta cũng cần đảm bảo phân bố nhiệt độ trên toàn bộ cự li đo là hằng số. Đối với các trường hợp có quãng đường cần đo dài, điều kiện này rất khó được đáp ứng. Trong những trường hợp như vậy, việc sử dụng một khoảng tham chiếu được chuẩn hóa là một công cụ hữu hiệu.



Hình 3.15: Sự phụ thuộc của tốc độ âm thanh v trong không khí vào nhiệt độ và độ ẩm

Lựa chọn tần số: Khi lựa chọn tần số kích thích cho một bộ chuyển đổi ta cần phải xem xét một cách hài hòa giữa độ phân giải và sự hấp thụ âm. Tần số cao do quá trình dao động xảy ra nhanh cho phép tạo ra một độ phân giải cao hơn. Nhưng đồng thời sự hấp thụ âm do nội ma sát trong môi trường lau truyền sẽ tăng lên cùng với tần số. Do đó, khi khoảng đo lớn ta nên sử dụng tần số thấp hơn. Những tổn hao điện năng tại bộ chuyển đổi sẽ ảnh hưởng khả năng tăng cao năng lượng phát đi. Quan hệ nhận được trong phương trình (3.17) giữa góc mở và tần số kích thích là rất quan trọng. Góc mở nhỏ, tức là tần số cao, tạo ra sự hội tụ tốt hơn vào đối tượng đo.

Ngoài ra, đối với những ứng dụng trong ngành cơ khí ta cần phải chú ý rằng rất nhiều máy có phản xạ âm cực đại ở tần số khoảng 40kHz. Ta cần tránh dải tần số này để loại trừ hiện tượng nhiễu âm.

Các tính chất vật liệu và hình học của vật phản xạ: Nếu sóng âm đi vuông góc vào biên của đối tượng, một phần âm sẽ đi vào đối tượng (truyền

qua), một phần khác được phản xạ lại. Tỷ lệ của phần phản xạ và phần truyền qua phụ thuộc vào đại lượng trở kháng sóng âm W của vật liệu theo công thức

$$W = \rho c \quad (3.20)$$

trong đó ρ là mật độ và c là tốc độ âm.

Hệ số phản xạ R được tính toán bởi

$$R = \frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1}, \quad (3.21)$$

là yếu tố quyết định cho phép đo khoảng cách. Trong đó W_1 , W_2 là trở kháng sóng của môi trường đối với phần truyền qua và phần phản xạ.

Với những vật liệu có mật độ thấp (như nhựa xốp, chất dẻo xốp, vải, bụi,...) thì chỉ một phần nhỏ năng lượng được phản xạ trở lại; ngoài ra do cấu trúc bề mặt các loại vật liệu này còn có độ hấp thụ âm cao (chuyển đổi thành nhiệt). Do đó phần năng lượng phản xạ này rất khó được phát hiện. Cả một số loại khí cũng có khả năng hấp thụ cao (thí dụ như CO_2).

Các nhà sản xuất cảm biến siêu âm đưa ra một thông số kích thước vật thể, được gọi là "điện tích hoạt động tối thiểu của một phần tử danh nghĩa" còn nhận dạng được khi sóng âm đi vuông góc vào vật thể đó. Thông số kích thước này phụ thuộc vào chiều dài bước sóng sử dụng cũng như năng lượng sóng âm phản xạ. Phần tử danh nghĩa nêu trên phản xạ âm thanh (gần như) hoàn toàn ($r = 1$). Ngoài hệ số phản xạ thực, góc truyền âm cũng như tính chất bề mặt có ý nghĩa quan trọng trong việc ước lượng kích thước đối tượng tối thiểu. Thành phần được phản xạ lại - tương tự như phản xạ ánh sáng - gồm phần phản xạ thẳng và phản xạ khuếch tán. Phản xạ khuếch tán xảy ra, khi độ nhám bề mặt lớn hơn $\lambda/4$.

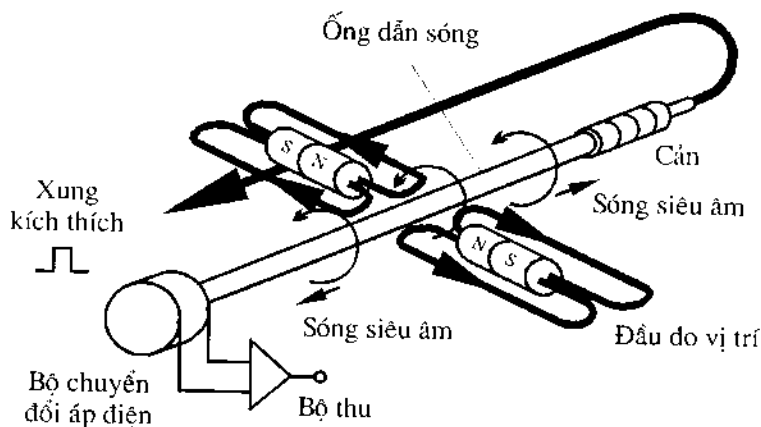
3.4.6 Đầu đo dịch chuyển từ giảo

Những vật liệu từ mềm đặc biệt bị biến dạng dưới tác dụng của một từ trường ngoài. Hiệu ứng này gọi là hiện tượng *từ giảo*. Nguyên lý của một hệ đo khoảng cách sử dụng hiệu ứng này được trình bày trên hình 3.16.

Phần tử đo ("ống dẫn sóng") có cấu tạo từ một cái ống bằng vật liệu từ giảo, bên trong ống đặt một dây dẫn điện (dây đồng). Nếu ta truyền một xung dòng điện trên dây, trong ống dẫn sóng sẽ xuất hiện một từ trường xoáy. Một nam châm vĩnh cửu có dạng vành tròn (đường từ trường vuông góc với ống dẫn sóng) được đặt tại vị trí cần đo dịch chuyển. Sự chồng chất của hai từ trường này tạo ra một sóng xoáy theo hiệu ứng từ giảo, sóng này lan truyền đến hai đầu của ống dẫn sóng. Một bộ chuyển đổi áp điện được đặt tại một đầu của ống dẫn sóng để ghi lại thời điểm sóng xoáy tới. Tại đầu bên kia, sóng được hấp thụ nhờ các giải pháp về kết cấu.

Khoảng thời gian từ khi phát xung dòng điện đến khi sóng xoáy tới đầu của ống dẫn sóng sẽ tỉ lệ chính xác với khoảng cách giữa nam châm và nơi đặt bộ

chuyển đổi. Phép đo thời gian được thực hiện như đối với cảm biến siêu âm bằng cách đếm xung cao tần. Các hệ đo trên thị trường có khoảng cách đo một vài mét với độ phân giải $20 \dots 50 \mu\text{m}$; tần suất lặp lại phép đo nằm trong khoảng 1 kHz.



Hình 3.16: Cấu tạo của một đầu đo từ giao

Ngoài cấu tạo bền vững và đơn giản, đầu đo loại này còn có ưu điểm là có thể sử dụng trong những điều kiện khắc nghiệt như trong môi trường có nguy cơ cháy nổ do phần điện không tiếp xúc với môi trường.

3.4.7 Đầu đo trị số tuyệt đối

Trong ngành chế tạo máy có một số lượng lớn các *đầu đo trị số tuyệt đối* kiểu quay hay các *bộ phân giải* được sử dụng. Về mặt tiếp nhận các giá trị đo ta cần phân biệt:

- Bộ phân giải quang học và
- Bộ phân giải cảm ứng.

Bộ phân giải quang học ở dạng đơn giản nhất có cấu tạo từ một đĩa thủy tinh được chia vạch trên nhiều vành đồng tâm với những vết sáng/tối, chúng sẽ mã hóa góc quay (hình 3.17). Các vết này được lấy mẫu nhờ các nguồn ánh sáng. Số lượng các vết ấn định độ phân giải của bộ mã hóa. Với n vết ta có thể mã hóa tối đa được 2^n trạng thái. Dải đo và độ phân giải được và cả điểm 0 của hệ đo, được xác định bởi cách lắp đặt cơ khí (truyền động bánh răng hoặc trực).

Ta có thể mở rộng dải đo hay nâng cao độ phân giải nếu kết nối nhiều đĩa thủy tinh này với nhau nhờ các bộ truyền chính xác, trong đó tỉ số truyền bằng độ phân giải của từng đĩa riêng rẽ. Cấu trúc kiểu này gọi là *„Bộ phân giải phức hợp“*. Ngoài mã nhị phân, mã Gray cũng hay được sử dụng để mã

hóa các vết. Loại mã này luôn chỉ thay đổi một bit khi một trạng thái chuyển tiếp sang trạng thái lân cận, qua đó ta có thể loại trừ được lỗi biến dịch gây bởi các trạng thái trung gian.

Bộ phân giải cảm ứng sử dụng vị trí pha giữa một trường kích động (stato) và một hoặc nhiều trường cảm ứng (cuộn rôto) để xác định góc quay giữa stato và rôto. Một mạch điện tử tiếp theo đó sẽ thực hiện việc nội suy góc pha. Ở đây ta không tiếp tục mô tả về loại cảm biến này; các thông tin chi tiết đã được trình bày trong [3.11], [3.14].

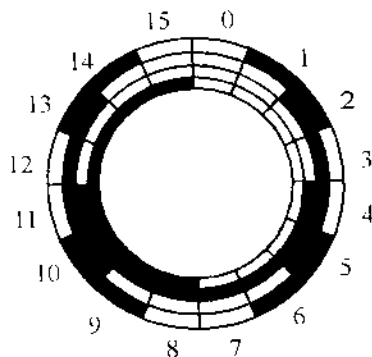
3.4.8 Phương pháp đo gia tăng số đếm

Tất cả các phương pháp đo quãng đường đã giới thiệu trước đây đều có đặc điểm chung: đầu ra của chúng là một giá trị tuyệt đối, tỉ lệ với quãng đường cần đo. Cảm biến và đối tượng đo không được phép chuyển động đối với nhau trong khi đo.

Phương pháp đo gia tăng số đếm có nguyên tắc ngược lại, tức là ghi và lưu trữ lại quãng đường hay góc xoay giữa hệ đo và đối tượng cần đo và phép đo thực chất là đếm các sự kiện riêng rẽ (nói chung là các xung điện).

Một trong những hệ thống đo quãng đường quan trọng nhất trong chế tạo máy là *bộ mã hóa quang học*. Cấu tạo của bộ mã hóa quang học giống như đầu đo trị số tuyệt đối bằng quang học vừa mô tả ở mục trước, nhưng đĩa mã hóa chỉ được chia vạch trên một vành tròn với những vết sáng/tối cách đều nhau (hình 3.18).

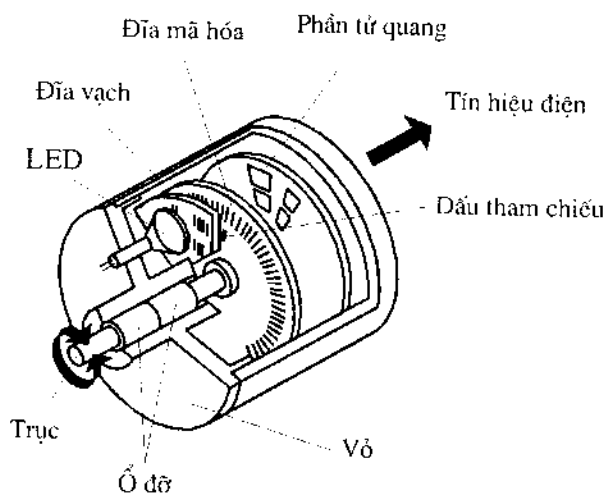
Để có thông tin về hướng, hai tín hiệu (hai dãy xung) lệch pha nhau 90 độ (ký hiệu là A và B) được tạo ra nhờ một đĩa vạch cố định đặc biệt và hai bộ thu nhận ảnh. Việc đánh giá thông tin dựa trên các trạng thái logic được biểu thị thông qua sự tương quan của hai dãy xung: Thí dụ theo hình 3.19, khi một sườn trái L/H của dãy xung A trùng với trạng thái H của dãy xung B sẽ có một „chuyển động về phía trước“ - bộ đếm sẽ đếm gia tăng ứng với sườn L/H



#	Code	#	Code
0	0000	8	1100
1	0001	9	1101
2	0011	10	1111
3	0010	11	1110
4	0110	12	1010
5	0111	13	1011
6	0101	14	1001
7	0100	15	1000

Hình 3.17: Bộ phân giải quang học đĩa đơn

của dây A, nếu trong thời điểm này dây B nhận giá trị bằng L thì đối tượng đo đang di chuyển „ngược lại“ (dếm lùi).

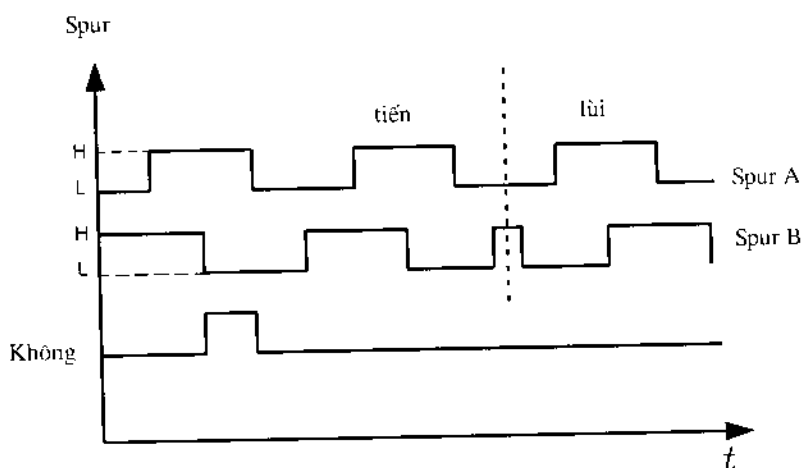


Hình 3.18: Cấu tạo của một bộ mã hóa quang học

Dại lượng đặc trưng quan trọng nhất của các bộ mã hóa quang học quay được sử dụng phổ biến là số xung trong mỗi vòng quay. Giá trị tiêu biểu thường nằm trong khoảng 500 tới 4000. Bằng cách đánh giá các sườn lên hoặc xuống của các dây xung, con số này được tăng gấp đôi hoặc gấp bốn lần. Quãng dịch chuyển hay góc xoay ứng với một xung được tính từ quan hệ cơ (thứ tự như tỉ số truyền của bánh răng, trục quay). Dải đo của hệ này về mặt lý thuyết là không bị giới hạn; về mặt thực tế ta cần điều chỉnh bộ đếm cho phù hợp dải đo cần thiết.

Để có thể ấn định một trị số tuyệt đối cho kết quả đo gia tăng, ta cần có một điểm tham chiếu (điểm không). Việc này thông thường được thực hiện bằng việc sử dụng một bộ chuyển mạch phụ trợ (cảm ứng, tiếp xúc, ...) để biểu thị vị trí 0. Do đó trước khi sử dụng tín hiệu đo yêu cầu cần phải thực hiện một phép đo tham chiếu.

Việc sử dụng bộ chuyển mạch phụ trợ có thể bỏ qua nếu ta chỉ dùng một vòng quay của đầu đo (tương tự như điện thế kế). Khi đó ta sử dụng một đầu đo có thêm một điểm đánh dấu tham chiếu để biểu thị „vết không“ (hình 3.19). Tuy nhiên trong trường hợp này vẫn yêu cầu phải có một tín hiệu tham chiếu. Một ứng dụng thú vị và thích hợp trong nhiều vấn đề thực tế của bộ mã hóa quang học là „dây đo“. Một sợi dây được cuộn vào nhờ một thiết bị cuộn cơ học với một mômen hằng số; trục của thiết bị cuộn được nối với một đầu đo kiểu gia tăng số đếm. Đầu tự do của dây được nối với đối tượng cần đo. Cần chú ý rằng góc kéo ra bị giới hạn (khoảng 15°). Trên thị trường hiện có thiết



Hình 3.19: Các tín hiệu ra của một bộ mã hóa quang học (L (low): thấp, H (high): cao)

bị đo dạng này có chiều dài đo đạt đến 50m với độ phân giải 0,1 mm. Bên cạnh những đầu đo quay được mô tả ở trên, những hệ đo gia tăng còn có thể là các đầu đo tịnh tiến. Đã được biết đến là các „thanh đo thủy tinh“ dùng để đo khoảng cách trong các máy công cụ. Những hệ đo gia tăng còn có thể được sử dụng cho những khoảng cách đo lớn hơn nhờ cảm ứng [3.4]. Tương tự như một băng từ, ở đây sự thay đổi hướng dòng được mã hóa theo những khoảng cách đều nhau, sau đó được thu thập bằng một đầu đọc và lại được cấp cho một bộ đếm. Do những băng từ có thể cuốn được nên có thể dùng để đo những khoảng cách lớn. Nhược điểm của hệ đo gia tăng là đầu đọc phải di chuyển trong một khoảng cách chính xác đến bộ phận trữ thông tin. Do dễ hư hỏng do bụi bẩn nên hệ thống này thông thường phải có vỏ bọc. Việc trình bày các hệ đo quãng đường được kết thúc ở đây. Bạn đọc có thể tham khảo thêm các thông tin khác trong một số tài liệu như [3.4] hoặc [3.14].

3.5 Các hệ thống đo vận tốc

Về nguyên tắc, tất cả các phương pháp đo quãng đường đều có thể sử dụng để đo vận tốc và vận tốc góc, nếu như ta xác định được sự thay đổi theo thời gian của đại lượng đo. Theo cách đó ta tiết kiệm được một cảm biến vận tốc. Tuy nhiên việc vi phân số thường phản ứng nhạy đối với các sai số đo. Những khảo sát cơ bản về vấn đề này và các phương pháp tính vi phân số hiệu quả có thể tìm đọc trong tài liệu [3.2].

Các cảm biến vận tốc „chính thống“ sử dụng quan hệ vật lý giữa đại lượng điện ở đầu ra và đạo hàm theo thời gian của đại lượng đo. Một thí dụ quen

biết là định luật cảm ứng,

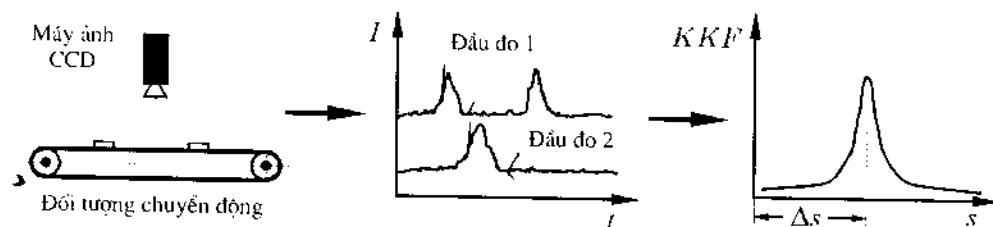
$$U_{ind} = \frac{d\Phi}{dt} = nBlv, \quad (3.22)$$

qua đó suất điện động cảm ứng trong một cuộn dây tỷ lệ với sự thay đổi của dòng từ trường. Về mặt kỹ thuật đo, mỗi quan hệ này được ứng dụng trong *bộ phát xung tham chiếu*. Thiết bị này được chế tạo về nguyên tắc như một mô tơ điện, nhưng được áp dụng theo nguyên tắc ngược: Trục quay với vận tốc góc ω sẽ tạo ra một điện áp cảm ứng U_T ,

$$U_T = k\omega, \quad k \text{ là hằng số phụ thuộc hình dáng của trục.} \quad (3.23)$$

Động cơ kết hợp với đầu đo góc quay và bộ phát xung tham chiếu hợp thành một thiết bị đã được biết đến dưới tên gọi là *động cơ servo*.

Để đo vận tốc không tiếp xúc ta có thể sử dụng các hệ thống đo bằng quang học. Nguyên lý đo cơ bản được trình bày trên hình 3.20.



Hình 3.20: Nguyên lý đo tương quan bằng quang học (I : Cường độ ánh sáng, KKF : Hàm tương quan chéo)

Hai ảnh của một đối tượng chuyển động được ghi lại theo thời gian ứng với một khoảng cách định trước bằng một máy ảnh CCD. Với giả thiết rằng đối tượng có một cấu trúc bề mặt nào đó, cấu trúc này xuất hiện trong hai ảnh lệch nhau về không gian. Qua việc phân tích tương quan ta có thể xác định độ lớn của sai lệch và từ khoảng thời gian giữa hai lần chụp đã biết ta có thể tính toán được vận tốc chuyển động của đối tượng.

3.6 Các hệ thống đo gia tốc

Nguyên lý của đa số các cảm biến gia tốc dựa trên việc biến đổi các đại lượng đo "gia tốc" thành các đại lượng đo trung gian như biến dạng hoặc sự thay đổi quãng đường dịch chuyển. Phép đo các đại lượng này được thực hiện theo các phương pháp đã trình bày ở các mục trước.

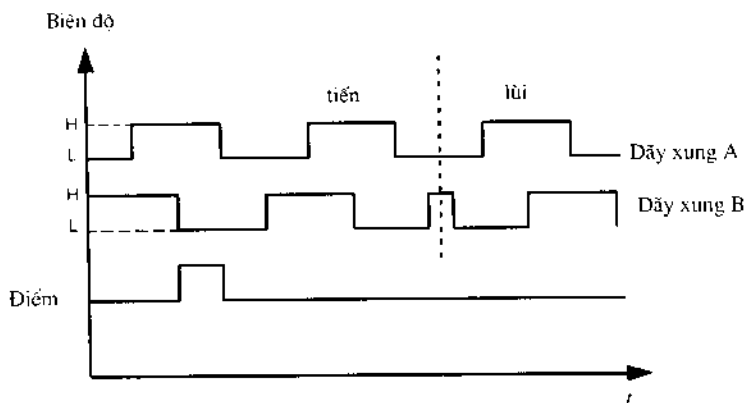
Khi treo một khối lượng m vào một lò xo (độ cứng là c) và tạo cho khối lượng một gia tốc a , thì ta có hệ thức

$$w = \frac{m}{c} \cdot a. \quad (3.24)$$

Thông qua phép đo quãng đường dao động w ta có thể xác định được gia tốc a .

3.6.1 Các gia tốc kế áp điện

Một nhóm quan trọng của các gia tốc kế có sử dụng *hiệu ứng áp điện*. Các tinh thể thạch anh ở trạng thái không bị kích thích có cấu trúc hai cực trung hòa, khi tinh thể thạch anh bị biến dạng do tác động sẽ làm xuất hiện sự thay đổi điện tích ở trên bề mặt của chúng.



Hình 3.21: Mô hình của hiệu ứng áp điện hướng dọc:

a) tinh thể khi không chịu tải, b) hiệu ứng áp điện hướng dọc (theo [3.7])

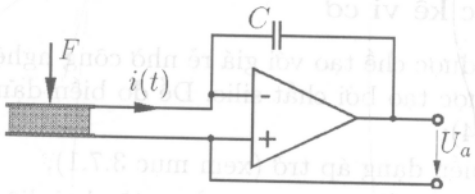
Hình 3.21 minh họa một mô hình đơn giản để giải thích cơ chế xuất hiện điện thế áp điện. Đó là hiệu ứng áp điện theo hướng dọc, tức là sự thay đổi điện tích xuất hiện ở hai phía bị tác động. Tùy theo hướng của tinh thể thạch anh, có thể xuất hiện hiệu ứng áp điện theo hướng vuông góc (hiệu ứng áp điện theo hướng ngang) hoặc cũng có thể tạo ra hiệu ứng này nhờ tác động của một ứng suất trượt.

Khi ở trạng thái không bị kích thích, tinh thể thạch anh trung hòa về điện. Khi có kích thích, các phần tử lưới tinh thể được tích điện trái dấu sẽ trượt đối xứng với nhau và làm xuất hiện trên bề mặt của tinh thể một hiệu điện thế.

Do không có các điện tích tự do xuất hiện sau khi biến dạng tại tinh thể thạch anh, các điện tích chuyển động qua một điện trở ngoài thành một dòng điện và biến phần tử áp điện thành một nguồn áp có trở kháng cao. Để xử lý tiếp, ta cần dùng một bộ khuếch đại điện tích. Hình 3.22 minh họa một sơ đồ mạch nguyên lý có trở kháng đầu vào rất cao nhờ sử dụng bộ khuếch đại thuật toán. Ta nhận thấy một mạch tích phân quen thuộc. Điện áp đầu ra được xác định theo công thức

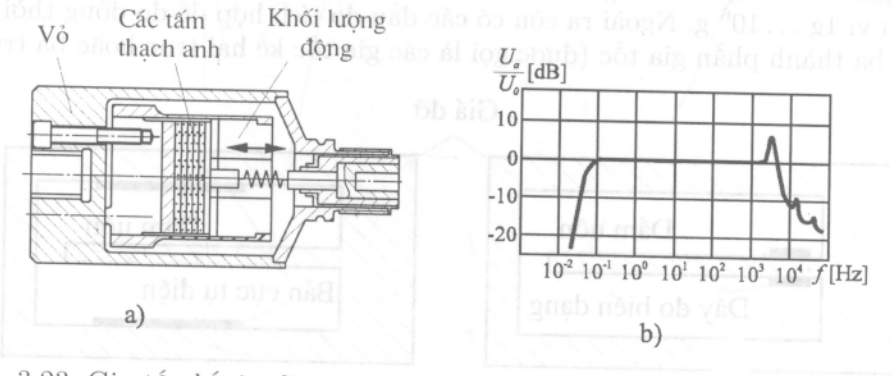
$$U_a = \frac{1}{C} \int i(t) dt = \frac{Q}{C}, \quad \frac{dQ}{dt} = i(t). \quad (3.25)$$

Do phần tử áp điện có một điện dung riêng nào đó (ở thạch anh khoảng 200pF), dòng điện đi qua điện trở kháng đầu vào rất lớn nhưng hữu hạn của bộ khuếch đại thuật toán và làm xuất hiện sự sụt áp. Với trở kháng đầu ra khoảng $10^{12} \Omega$, ta nhận được một hằng số thời gian khoảng 200s. Như vậy về nguyên tắc các đầu đo áp điện không dùng được để đo trong các phép đo tĩnh. Tần số giới hạn dưới của chúng luôn lớn hơn không.



Hình 3.22: Sơ đồ mạch nguyên lý của một bộ khuếch đại điện tích

Khi sử dụng vật liệu áp điện để đo gia tốc, phần tử áp điện có thể đóng vai trò vừa là khối lượng rung, vừa là phần tử cảm biến. Lượng biến dạng của phần tử này được dùng để chuyển đổi gia tốc thành các đại lượng điện. Hình 3.23a minh họa cấu tạo của một gia tốc kế áp điện. Các đại lượng đặc trưng quan trọng là dải gia tốc đo được và độ nhạy biểu thị tỷ lệ giữa cường độ điện tích và gia tốc (pC/g).



Hình 3.23: Gia tốc kế áp điện:
a) Cấu tạo, b) Đặc tính tần số (theo tài liệu [3.8])

Dải tần số đo phụ thuộc vào các đặc tính về điện của phần tử áp điện và của mạch điện tử được kết nối. Trở kháng đầu vào hữu hạn của bộ xử lý điện tử tương tự cũng như các quá trình tổ hợp bên trong làm suy yếu sự phân cực điện tích dưới tác dụng của lực [3.1]. Các cảm biến cao cấp có tần số giới hạn

dưới khoảng 1/10 Hz.

Dải tần số sử dụng được trong kỹ thuật đo được xác định thông qua tần số riêng đầu tiên f_0 của khối lượng rung. Đối với hệ dao động một khối lượng ta có

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad c - \text{độ cứng của lò xo.} \quad (3.26)$$

Trên hình 3.23b là đồ thị của đường đặc tính tần số.

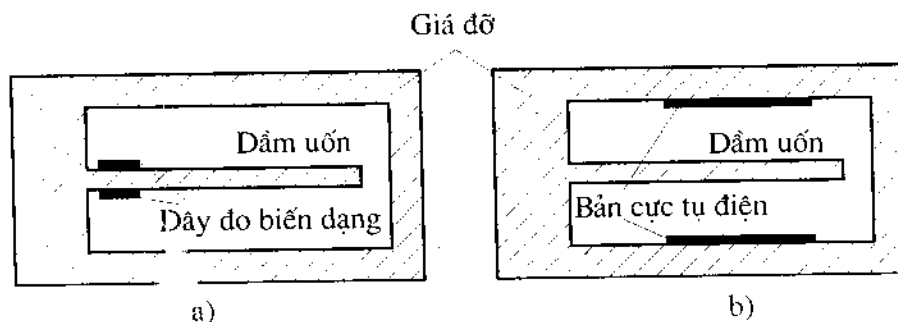
3.6.2 Các gia tốc kế vi cơ

Các cảm biến có thể được chế tạo với giá rẻ nhờ công nghệ vi cơ. Trong đó hệ khối lượng – lò xo được tạo bởi chất silic. Để đo biến dạng ta có hai phương pháp chính (hình 3.24):

1. Sử dụng dây đo biến dạng áp trở (xem mục 3.7.1),
2. Tạo ra một tụ điện (khối lượng rung nằm giữa hai điện cực cố định). Việc đánh giá đã trình bày trong mục 3.4.4.

Cả hai hệ này được chế tạo bằng công nghệ bán dẫn. Đồng thời các linh kiện điện tử sử dụng được tích hợp trong một chip điện tử [3.5]. Tần số biên dưới của các hệ này bằng không, tức là có thể sử dụng để đo gia tốc tại các quá trình rất chậm.

Các „cảm biến Crash“ được sử dụng rộng rãi trong xe ô tô, chúng được dùng để kích hoạt các túi khí an toàn 35g (bật phía trước) hoặc 100g (bật phía bên). Các gia tốc kế áp trở và gia tốc kế điện dung có thể đo được gia tốc trong phạm vi $1g \dots 10^6 g$. Ngoài ra còn có các đầu đo tích hợp để đo đồng thời hai hoặc ba thành phần gia tốc (được gọi là các gia tốc kế hai trục hoặc ba trục).



Hình 3.24: Cấu tạo của các gia tốc kế vi cơ: a) sử dụng các dây đo biến dạng áp trở, b) sử dụng tụ điện

Khi sử dụng các gia tốc kế ta cần chú ý đặc biệt đến vị trí lắp đặt cụ thể, bởi vì gia tốc theo các hướng đo khác nhau có thể có tác động lẫn nhau. Các cảm

biến chất lượng cao có thể loại trừ được ảnh hưởng này nhờ cấu tạo phức tạp và đối xứng của hệ treo khối lượng dao động.

Khi thực hiện các phép đo tần số hoặc gia tốc rất nhỏ ta cần phải chú ý đến ảnh hưởng của lực trọng trường. Trong những trường hợp như vậy ta cần phải chú ý đến ảnh hưởng của hướng đo qua một phép đo phụ và bù trừ sai số tính toán.

Cuối cùng ta cần lưu ý đến khả năng sử dụng cảm biến gia tốc để đo vận tốc và quãng đường (đặc biệt là đo biên độ dao động), trong đó tín hiệu ra được tích phân một hoặc hai lần theo thời gian bằng mạch điện tương tự hoặc bằng số. Hiện có trên thị trường các môđun tương ứng để thực hiện nhiệm vụ trên. Nếu tần số lấy mẫu đủ lớn, việc tích phân số cũng có thể được thực hiện một cách dễ dàng.

3.7 Phép đo một thành phần lực và mômen

Về nguyên tắc, tất cả các hiệu ứng vật lý có quan hệ với sự thay đổi trạng thái biến dạng đều có thể sử dụng được để đo lực. Như vậy nguyên tắc hoạt động của các đầu đo lực cũng đa dạng một cách tương ứng. Cơ sở của phép đo là định luật HOOKE, có dạng đơn giản nhất là

$$\frac{F}{A} = E\varepsilon, \quad (3.27)$$

trong đó: F - lực, A - diện tích mặt cắt ngang, E - môđun đàn hồi, ε - biến dạng dài tỷ đối.

Để một vật -- đặc biệt là một đầu đo lực -- dưới tác dụng của một lực không xuất hiện một gia tốc, cần thiết phải đặt vào vật một lực đối có cùng độ lớn nhưng tác động theo chiều ngược lại. Tùy theo cách tạo ra lực đối ngược này người ta phân chia ra ba nhóm đầu đo lực:

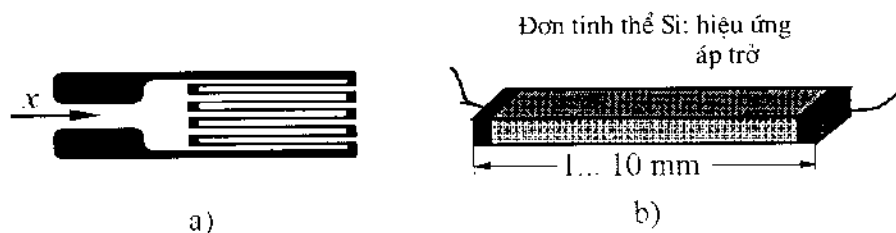
1. Tạo ra lực đối nhờ một vật biến dạng trung gian không có tương tác về điện, lượng biến dạng của vật thể này được đo đạc nhờ các cảm biến phù hợp.
2. Tạo ra lực đối nghịch nhờ một vật biến dạng trung gian có tương tác về điện, tức là các đặc tính điện và từ của vật thay đổi do ảnh hưởng của một tải trọng.
3. Tạo ra lực đối thông qua một hệ thống điện từ hoặc tĩnh điện phụ trợ. Các đại lượng điện cần thiết để đạt được trạng thái cân bằng (dòng điện, điện áp) là thước đo đánh giá lực tác động. Các hệ thống này được gọi là các hệ đo cân bằng. Chúng được ứng dụng trước hết trong kỹ thuật cân điện tử với yêu cầu rất cao về độ chính xác và độ phân dải.

3.7.1 Các đầu đo lực và mômen với dây đo biến dạng

Trong các ứng dụng thực tế, *dây đo biến dạng* được sử dụng thường xuyên nhất cho các phép đo biến dạng, trong đó dây đo biến dạng được gắn tại các vùng chịu biến dạng của đối tượng đo (cảm biến lực của nhóm 1). Dây đo biến dạng hoạt động dựa trên một hiệu ứng vật lý: Điện trở của một vật dẫn sẽ thay đổi khi xuất hiện biến dạng dài. Ta có

$$R = \frac{\rho l}{A}, \quad (3.28)$$

trong đó: ρ - điện trở danh nghĩa, l - chiều dài vật dẫn, A - diện tích mặt cắt ngang của vật dẫn.



Hình 3.25: Cấu tạo của một dây đo biến dạng: a) Dạng màng mỏng, b) Dạng bán dẫn

Hình 3.25 mô tả cấu tạo của dây đo biến dạng. Một dây dẫn chế tạo từ vật liệu có điện trở danh nghĩa lớn và hệ số nhiệt độ thấp được gắn với hình dạng gấp khúc trên một màng mỏng (Hình 3.25a). Do cách bố trí như vậy, toàn bộ chiều dài của dây dẫn sẽ thay đổi gấp nhiều lần so với lượng biến dạng của màng mỏng. Ngược lại, do chiều dài nhỏ và mặt cắt ngang lớn theo hướng vuông góc với hướng đo, biến dạng của dây dẫn theo hướng này chỉ tạo ra một ảnh hưởng rất nhỏ đến kết quả đo.

Quan hệ giữa lượng biến dạng tỷ đối và lượng thay đổi điện trở tương đối được biểu thị thông qua một đại lượng gọi là hệ số đo k . Với một dây đo biến dạng ta có

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \epsilon. \quad (3.29)$$

Với các dây đo biến dạng kiểu màng mỏng ta có giá trị khoảng chừng $k = 2$. Để gắn kết dây đo biến dạng lên bề mặt vật đo, các hãng chế tạo cung cấp loại keo chuyên dụng phù hợp với vật liệu của màng và bề mặt vật đo (thép, nhôm, v.v...). Về nguyên tắc có hai loại keo gắn nguội và keo gắn nóng. Keo gắn nguội có thể thao tác một cách đơn giản và được sử dụng trong các phòng thí nghiệm, nơi cần thực hiện một số lượng nhỏ các phép đo với chi phí thấp. Keo gắn nóng nên được sử dụng tại các phép đo có yêu cầu cao, đặc biệt là tính ổn định trong một thời gian dài và đặc tính trễ.

Dây đo biến dạng cũng được chế tạo từ vật liệu bán dẫn, thí dụ như silic dạng tinh thể đơn. Vật liệu này cũng có sự thay đổi điện trở khi bị biến dạng. Hình 3.25b mô tả cấu tạo của một dây đo biến dạng kiểu bán dẫn. Hệ số đo k có giá trị khoảng 100. Bên cạnh ưu điểm là độ nhạy cao, kiểu bán dẫn cũng có một nhược điểm là hệ số nhiệt độ cao và yêu cầu cách thức gắn kết lên vật đo phức tạp hơn. Việc đánh giá lượng thay đổi điện trở của dây đo biến dạng thường được thực hiện nhờ mạch cầu WHEATSTONE (Bild 3.26a). Tùy theo việc sử dụng một, hai hay bốn dây đo biến dạng với vai trò là các điện trở trong mạch cầu (các điện trở khác với trị số hằng nói chung không ảnh hưởng đến phép đo), ta nói đến mạch cầu kiểu phần tư, một nửa hay kiểu toàn phần. Điện áp U_B của mạch cầu có dạng

$$U_B = U_v \cdot N \cdot k \cdot \varepsilon, \quad (3.30)$$

trong đó N là hệ số cầu = số dây đo biến dạng, U_v là điện áp nguồn. Để duy trì sự sai lệch trị số của U_B do việc đánh giá bởi mạch điện tử nổi kèm ở mức thấp, trở kháng đầu vào của chúng phải cao hơn nhiều điện trở danh nghĩa của dây đo biến dạng (so sánh phương trình (3.3) - bộ chia điện áp chịu tải). Một thiết bị *thiết bị khuếch đại* với sơ đồ mạch điện được minh họa trên hình 3.26b thường được sử dụng cho việc này, tham khảo thêm [3.6]. Cả hai nhánh của mạch cầu được dẫn đến đầu vào một bộ khuếch đại thuật toán, trong đó ta có thể sử dụng các bộ khuếch đại với trở kháng đầu vào từ khoảng $10^{12} \Omega$. Hệ số khuếch đại tổng cộng của mạch điện được mô tả ở trên được xác định bởi

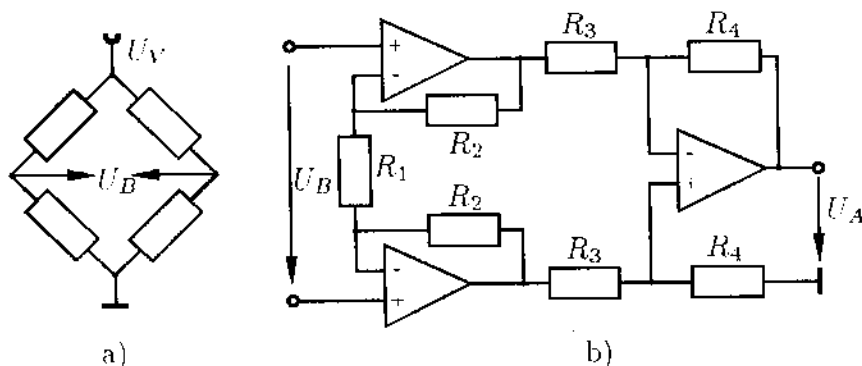
$$v = -\frac{U_A}{U_B} = -\frac{R_5}{R_4} \left(2\frac{R_2}{R_1} + 1 \right). \quad (3.31)$$

Ưu điểm nhận thấy là khả năng điều chỉnh độ khuếch đại thông qua một điện trở thành phần R_1 . Dù cho điện áp của mạch cầu U_B không phụ thuộc vào điện trở danh nghĩa R của dây đo biến dạng, ta cần sử dụng dây đo biến dạng với điện trở danh nghĩa cao. Nguyên nhân ở đây là do khả năng chịu tải dòng điện của dây đo có giới hạn. Sự gia tăng nhiệt độ của dây đo biến dạng phải được giữ ở mức thấp không đáng kể. Điện áp nguồn lớn nhất U_{vmax} được xác định bởi

$$U_{vmax} = 2\sqrt{2P_{max} \cdot R}, \quad (3.32)$$

trong đó P_{max} là công suất tổn hao lớn nhất của một dây đo biến dạng. Khi bộ khuếch đại có điện áp nguồn ở mức cao, theo phương trình (3.31) hệ số khuếch đại tổng cộng chỉ yêu cầu trị số thấp, do đó làm tăng độ ổn định và nâng cao tỷ lệ tín hiệu/nhiều.

Từ phương trình (3.30) ta nhận thấy rằng, điện áp nguồn U_v của mạch cầu có mặt trong kết quả đo. Do đó điện áp nguồn phải thật ổn định, trong mọi trường hợp các thiết bị tiêu thụ điện khác (thí dụ bộ khuếch đại) không được



Hình 3.26: Mạch phân tích dành cho dây đo biến dạng: a) mạch cầu, b) thiết bị khuếch đại

phép sử dụng nguồn cung cấp điện áp này. Nếu mạch cầu được kết nối với bộ khuếch đại qua một cáp truyền tín hiệu dài, sự sụt áp trên đường truyền cũng gây ra sai số đo. Sai số này có thể được hiệu chỉnh, nếu điện áp nguồn U_v cung cấp cho mạch cầu được dẫn trở lại nhờ một dây dẫn có trở kháng cao và được đo. Tài liệu [3.10] trình bày chi tiết hơn về vấn đề này. Mạch cầu kiểu một nửa và kiểu toàn phần có một ưu điểm hoàn toàn trên phương diện lý thuyết và gần đúng trên phương diện thực hành về khả năng hiệu chỉnh bù nhiệt độ. Điện áp trung bình trong các nhánh của mạch cầu không thay đổi, nếu cả hai điện trở thành phần có cùng một mức thay đổi nhiệt độ. Việc áp dụng các mạch cầu kiểu một nửa và kiểu toàn phần cho các cảm biến do lực yêu cầu với vật biến dạng phải có phạm vi biến dạng trái dấu nhau (các phạm vi với ứng suất kéo và nén). Trường hợp đơn giản nhất thỏa mãn yêu cầu này là dầm chịu uốn, bởi vậy đa số các đầu đo lực với dây đo biến dạng đều hoạt động trên nguyên tắc này. Biến dạng dài tỷ đối của một dầm đơn chịu ngàm với chiều dài l tính từ điểm tác dụng lực (Hình 3.27) được xác định bởi

$$\varepsilon = \frac{6Fl}{Ebh^2}, \quad E \text{ là mô đun đàn hồi.} \quad (3.33)$$

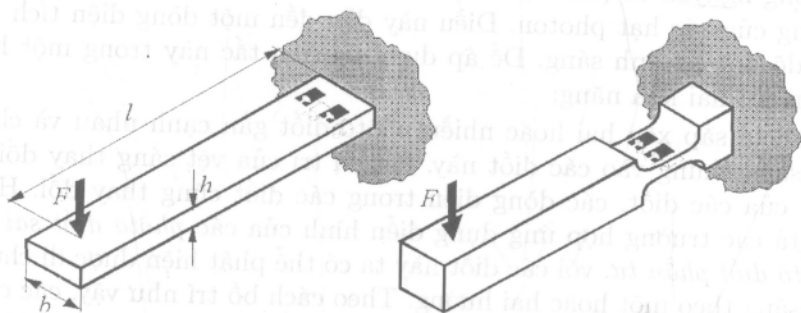
Để đo mômen, các đầu đo kiểu chịu xoắn được sử dụng. Loại này có cấu tạo dạng thanh hoặc dạng ống, trên đó gắn hai hoặc bốn dây đo biến dạng phân bố theo góc 45° so với trục của đầu đo, như vậy khi thanh chịu biến dạng xoắn dưới tác dụng của mômen M_t sẽ xuất hiện các biến dạng tỷ đối trái dấu (Hình 3.28). Để dễ dàng áp dụng các dây đo biến dạng, ta sử dụng hai hay nhiều dây đo được gắn trên cùng một thân đỡ và phân bố theo các góc khác nhau.

Biến dạng tỷ đối trong trường hợp này có dạng

$$\text{đối với thanh: } \varepsilon = \frac{M_t}{\pi G r^3}, \quad (3.34)$$

$$\text{đối với ống: } \varepsilon = \frac{M_t 8D}{\pi G (D^4 - d^4)}. \quad (3.35)$$

trong đó G là mô đun trượt. Đầu đo kiểu dầm chịu uốn minh họa trên hình 3.27 có hai nhược điểm: một là các dây điện trở phải được dán tại các mặt khác nhau của dầm, điều này đòi hỏi phải tiến hành tối thiểu hai quá trình dán và gắn cứng. Thứ hai là các dây đo biến dạng có một độ nhạy nói chung không bỏ qua được đối với các lực tác dụng theo hướng ngang, bởi vì các lực này dẫn đến sự cong vênh đáng kể mặt cắt ngang. Các nhược điểm này có thể được khắc phục nếu thân đầu đo có kết cấu hình bình hành.



Hình 3.27: Các kiểu cấu tạo của dầm chịu uốn với một đầu ngàm (Nguồn tư liệu: Vishay Measurements)

Biến dạng tỷ đối trong trường hợp này được tính toán bởi

$$\varepsilon = \frac{1,5Fl}{Ebh^2}. \quad (3.36)$$

Ta có thể sử dụng các đầu đo bằng dây đo biến dạng cho các phép đo tĩnh, tức là tần số biên phía dưới bằng 0. Tần số biên phía trên phải nhỏ hơn tần số riêng đầu tiên của đầu đo ω_0 . Tần số riêng này có thể ước lượng được khi ta mô hình hóa dầm chịu uốn như là hệ dao động một khối lượng. Khi đó ta có

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}. \quad (3.37)$$

Độ cứng c trong trường hợp dầm chịu uốn với một đầu ngàm được xác định bởi

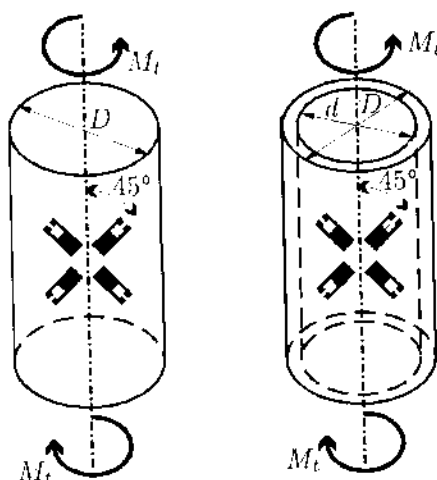
$$c = \frac{F}{w} = \frac{3EJ}{l^3}. \quad (3.38)$$

Chú ý rằng, tất cả các khối lượng được gắn trước đầu đo (theo hướng tác dụng lực) được biểu thị bởi khối lượng m . Các kiểu bố trí thông dụng nhất được mô tả trên hình 3.29. Hình 3.30b biểu diễn đặc tính tần số của một đầu đo kiểu dầm chịu uốn.

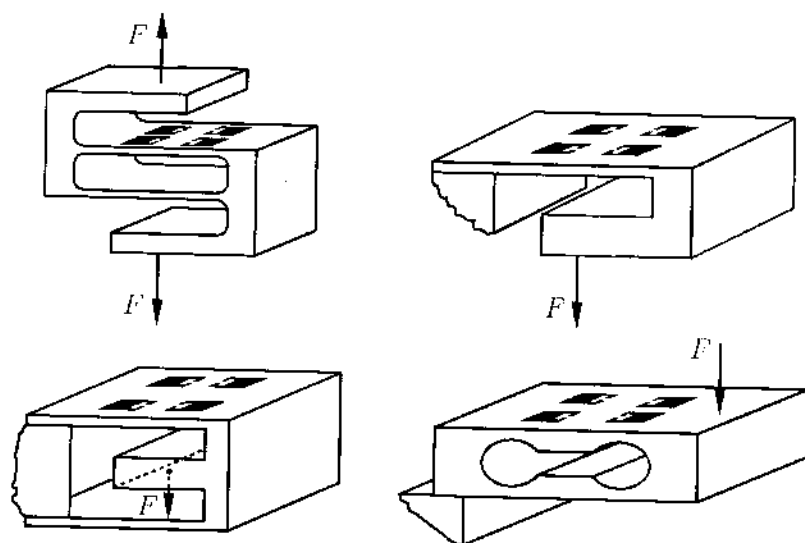
3.7.2 Đo lực bằng các phương pháp quang học

Bên cạnh phương pháp đo bằng dây đo biến dạng, tất cả các phương pháp đo biến dạng hoặc chuyển vị đều có thể sử dụng được để đo lực khi có sự kết hợp với một vật biến dạng trung gian. Một thí dụ trong trường hợp này là các *phôtô điốt nhạy cảm với vị trí (PFD)*. Nguyên tắc hoạt động của chúng dựa trên hiệu ứng quang điện. Nếu các hạt photon của bức xạ ánh sáng gặp phải một vật liệu phù hợp, là vật liệu có năng lượng liên kết yếu giữa các điện tích trong nguyên tử (thí dụ silic), các điện tích này sẽ được giải phóng dưới tác dụng của các hạt photon. Điều này dẫn đến một dòng điện tích tỷ lệ với cường độ bức xạ ánh sáng. Để áp dụng nguyên tắc này trong một hệ thống đo vị trí, có hai khả năng:

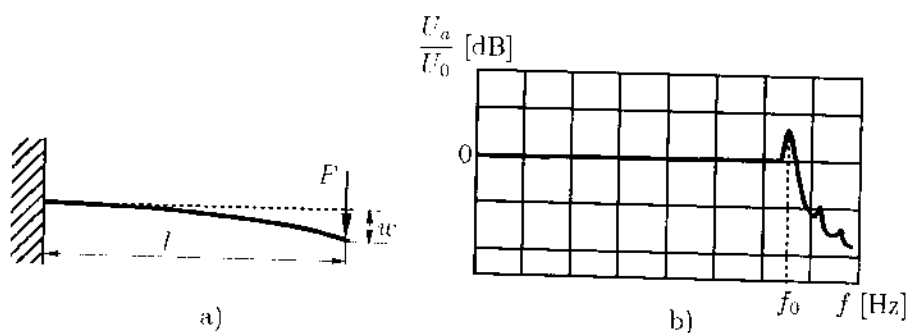
1. Người ta sắp xếp hai hoặc nhiều *phôtô điốt* gần cạnh nhau và chiếu một vệt sáng chung vào các điốt này. Khi vị trí của vệt sáng thay đổi trên bề mặt của các điốt, các dòng điện trong các điốt cũng thay đổi. Hình 3.31 mô tả các trường hợp ứng dụng điển hình của các *phôtô điốt sai phân* và *phôtô điốt phân tư*, với các điốt này ta có thể phát hiện được di chuyển của vệt sáng theo một hoặc hai hướng. Theo cách bố trí như vậy, các chuyển vị trong phạm vi micromét có thể đo được, dải đo giới hạn trong vài milimét. Đặc tính tuyến tính cần cho kỹ thuật đo chỉ có thể đạt được nếu ta sử dụng một bức xạ ánh sáng đơn sắc.



Hình 3.28: Đầu đo kiểu biến dạng xoắn (Nguồn tư liệu: Vishay Measurements)



Hình 3.29: Dấu đo với nhiều phần tử dầm chịu uốn (Nguồn tư liệu: Vishay Measurements)

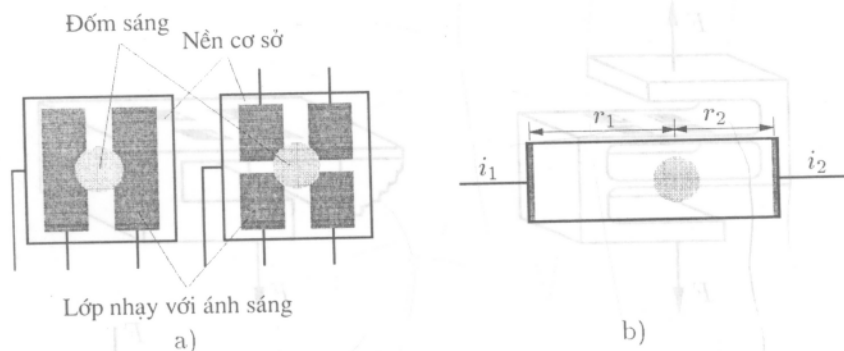


Hình 3.30: ứng xử động lực của đầu đo kiểu dầm chịu uốn:
a) Mô hình, b) Đặc tính tần số

2. Trong trường hợp thứ hai, ta sử dụng „hiệu ứng quang sai phân”: Một dải vật liệu nhạy cảm với ánh sáng được gắn tiếp điểm tại hai đầu của dải. Khi một vết sáng chiếu lên vật liệu này, sẽ làm xuất hiện hai dòng điện thành phần i_1 và i_2 (Hình 3.31b), lượng sai khác giữa hai dòng điện thành phần này tỷ lệ với trở kháng của đoạn từ điểm sáng tới tiếp điểm và bởi vậy tỷ lệ với khoảng cách từ vết sáng đến các tiếp điểm. Như vậy ta có hệ thức

$$r_1 - r_2 = C(I_0)(i_1 - i_2). \quad (3.39)$$

Hệ số tỷ lệ C là hàm của cường độ I_0 của bức xạ ánh sáng, cường độ bức xạ ánh sáng lại tỷ lệ với tổng cường độ của các dòng điện thành phần. Bởi



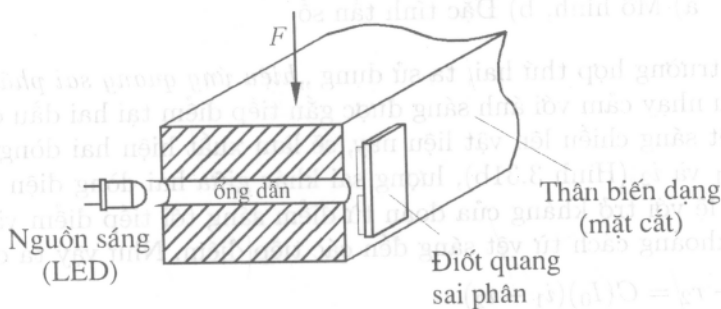
Hình 3.31: Thiết bị thu nhận ảnh nhạy cảm với vị trí:

a) Photodiode sai phân và phần tư, b) Photodiode dải

vậy, để loại trừ sự phụ thuộc vào I_0 ta áp dụng quan hệ

$$r_1 - r_2 = K \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2}, \quad K = \text{const.} \quad (3.40)$$

Một phép đo hai tọa độ có thể thực hiện được nếu một phần tử vuông được gắn tiếp điểm tại bốn phía (Photodiode bốn cực). Các hệ thức đánh giá cũng giống như phương trình (3.40). Để chuyển đổi lượng biến dạng của thân biến dạng thành lượng dịch chuyển của vệt sáng trên photodiode, các nguồn sáng (LED, sợi thủy tinh) hoặc các photodiode có thể được bố trí một cách linh hoạt. Ta cũng có thể sử dụng một màn chắn di động hoặc một ống dẫn nguồn sáng. Cách này có một ưu điểm là mặt cắt ngang của tia sáng được làm cho đồng nhất thông qua sự phản xạ nhiều lần bên trong của ống. Hình 3.32 mô tả sơ đồ của một đầu đo một thành phần lực với photodiode sai phân.



Hình 3.32: Đầu đo một thành phần lực với photodiode sai phân

3.7.3 Các cảm biến đo lực và mômen kiểu áp điện

Các đầu đo lực kiểu áp điện thuộc về các đại diện quan trọng nhất của các đầu đo lực. Kiểu này sử dụng một thân biến dạng có khả năng tương tác về điện (thuộc nhóm 2, đã được định nghĩa ở mục trước). Nguyên tắc hoạt động của chúng dựa trên cùng một hiệu ứng vật lý như gia tốc kế áp điện như đã đề cập tới, và kết cấu cũng rất giống nhau. Quan hệ giữa điện tích Q và lực F được xác định thông qua hệ thức

$$Q = k_p F \quad (3.41)$$

Đại lượng k_p là hằng số áp điện, phụ thuộc vào vật liệu và cả góc giữa mặt phẳng tinh thể và hướng tác dụng lực. Đối với đầu đo chế tạo từ vật liệu thạch anh, sử dụng hiệu ứng áp điện dọc, trị số $k_p = 2,3 \cdot 10^{-12} \text{ A} \cdot \text{s/N}$. Từ phương trình (3.25) ta thiết lập được quan hệ giữa lực và điện áp đầu ra U_a của bộ khuếch đại như minh họa trên hình 3.22

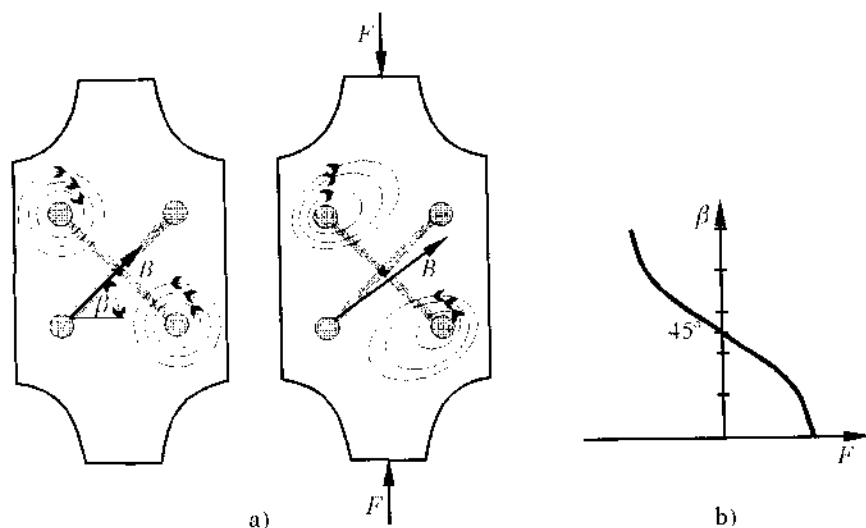
$$F = \frac{C}{k_p} U_a. \quad (3.42)$$

Tần số biến thiên trên được ấn định từ việc khảo sát tương tự như đối với gia tốc kế áp điện. Tần số này nằm trong phạm vi vài kHz khi không có các khối lượng phụ. Các tinh thể của vật liệu áp điện có mô đun đàn hồi E lớn (với thạch anh $E = 8 \cdot 10^{10} \text{ N/mm}^2$). Bởi vậy chúng đặc biệt thích hợp cho các ứng dụng, trong đó yêu cầu cảm biến lực không gây thêm sự thay đổi về dịch chuyển của đối tượng đo theo hướng tác dụng lực. Một điểm cuối cùng cần thấy rằng, các vật liệu hữu cơ cũng có thể tạo ra hiệu ứng áp điện ứng dụng được cho kỹ thuật đo lực. Một đại diện được biết đến nhiều nhất là polyvinylidene flourid, gọi tắt là PVDF, có công thức hóa học là $(-\text{CH}_2\text{CF}_2)_n$, nhóm CF_2 của vật liệu này gây ra hiện tượng phân cực khi chịu tải trọng. Ta có thể tham khảo thêm các đặc tính khác và các ứng dụng của PVDF trong tài liệu [3.6].

3.7.4 Các cảm biến đo lực kiểu từ đàn hồi

Một nguyên lý điện từ khác có thể sử dụng để đo lực là *hiệu ứng từ đàn hồi* (còn gọi là hiệu ứng VILLARY). Trong các vật liệu từ tính mềm (thí dụ tấm sắt từ), các đường cong từ hóa thay đổi khi vật liệu chịu tác dụng lực. Hiệu ứng này chính là hiệu ứng ngược của hiệu ứng từ giảo đã được trình bày trong mục 3.4.6. Một số ứng dụng kỹ thuật của nguyên lý này là *Lực kế ép*, là một cảm biến đo lực dành cho các tải trọng cực lớn, thí dụ như cân cầu trục. Nguyên lý đo được minh họa trên Hình 3.33a.

Thân biến dạng của đầu đo được lắp thêm hai cuộn dây có trục tạo với nhau một góc 90 độ, trục của các cuộn dây được bố trí nghiêng một góc 45 độ so với phương tác dụng lực và hoạt động theo nguyên tắc như một máy biến áp.



Hình 3.33: Lực kể ép từ đàn hồi: a) các đường cong từ hóa ở trạng thái không tải và có tải, b) đường đặc tính

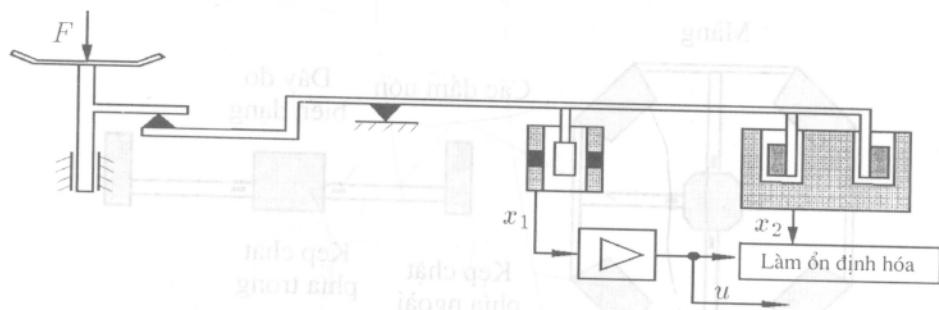
Dòng điện trong một cuộn dây (cuộn kích) sẽ tạo ra trong thân biến dạng một trường điện từ. Tác dụng của trường điện từ này lên cuộn dây thứ hai (cuộn thu) được phản ánh thông qua vectơ từ trường tổng hợp $\vec{B}$. Trong trạng thái không tải (trường kích động đối xứng), vectơ $\vec{B}$ tạo với hướng tác dụng lực một góc 45° . Khi có tải, góc lệch trên thay đổi do sự không đối xứng của các đường cong từ hóa, qua đó làm thay đổi trị số điện áp cảm ứng trong cuộn thu. Đường đặc tính của một lực kể ép được minh họa trên hình 3.33b.

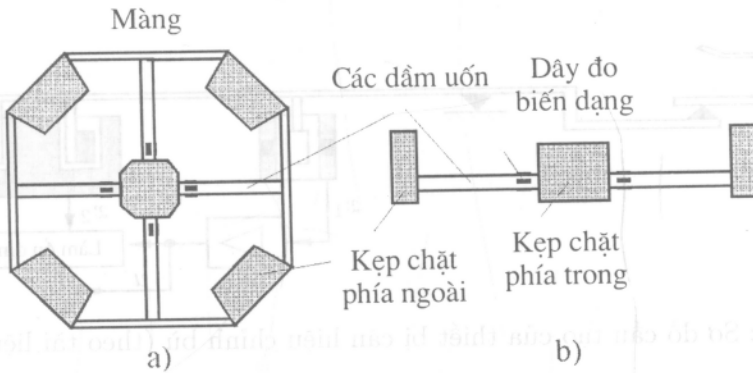
3.7.5 Đo lực bằng các phương pháp hiệu chỉnh bù

Cuối cùng ta đề cập tới một đại diện của nhóm thứ ba trong các nguyên tắc đo lực – được gọi là đo hiệu chỉnh bù. Sơ đồ nguyên lý của một thiết bị cân hiệu chỉnh bù được biểu diễn trên hình 3.34.

Lực cần đo F tác dụng lên một cánh tay đòn và tạo ra một độ lệch của tay đòn. Trị số của độ lệch được xác định nhờ một hệ đo dịch chuyển. Một lực đối tượng ứng được đặt vào phía bên kia của tay đòn sao cho độ lệch được hiệu chỉnh về 0 (được hiệu chỉnh bù). Đại lượng điện để điều chỉnh cần thiết cho mục đích này tỷ lệ với lực tác dụng. Để tạo ra lực đối trọng, nói chung ta thường sử dụng các hệ điện-từ. Để đo các lực có trị số rất bé trong phạm vi một vài μN hoặc mN , các hệ tĩnh điện được sử dụng.

Đường truyền tính hiệu do từ một nhánh độc lập dẫn đến sự tuyến tính hóa lý tưởng (về phương diện lý thuyết) của hệ đo. Do nguyên tắc hiệu chỉnh bù, đầu đo dịch chuyển được sử dụng chỉ cần có một dải đo rất nhỏ, điều này tạo





Hình 3.35: Cấu tạo của một cảm biến đo sáu thành phần lực và mômen:

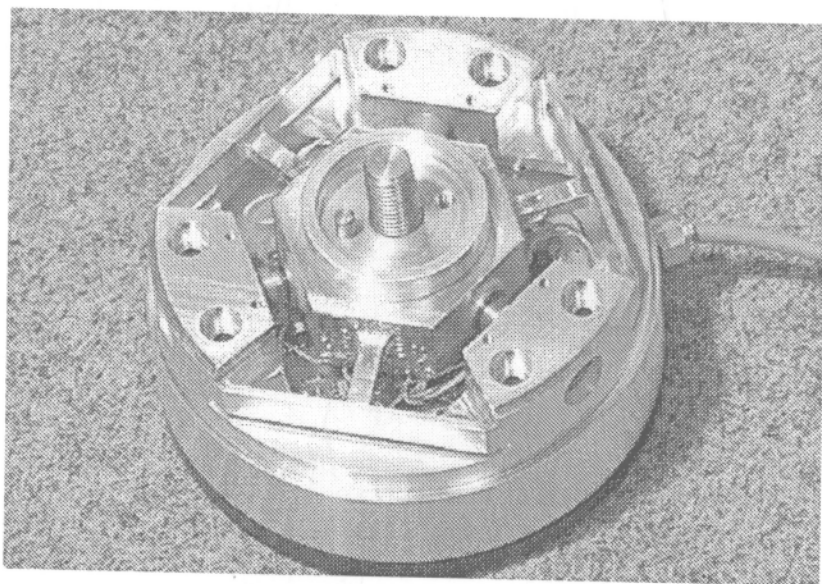
a) Nhìn trên xuống, b) Nhìn phía bên

được biểu diễn bởi hệ thức

$$F = CU \quad (3.43)$$

trong đó $C \in \mathbb{R}^{6 \times m}$ là ma trận truyền. Ma trận truyền này phải được xác định bởi thực nghiệm, thí dụ thông qua các phép đo định chuẩn. Khi ma trận C đã biết, ta có thể tính toán được các thành phần tải trọng từ các tín hiệu đầu ra của các cảm biến phần tử. Việc tính toán cần thiết có thể được thực hiện ngay trong cảm biến. Trên hình 3.36 là cảm biến đo sáu thành phần lực/mômen với mạch điện tử tương tự và số tích hợp hoàn toàn (cảm biến thông minh, xem thêm mục 3.1). Với bộ vi điều khiển tích hợp bên trong, các tác vụ ghi dữ liệu, kiểm tra độ tin cậy, kiểm tra quá tải và truyền dữ liệu có thể được tiến hành song song từng phần, qua đó thời gian của một chu trình đo đạt tới khoảng 1 ms.

Kỹ thuật tự động hóa là phạm vi ứng dụng rất phù hợp của các cảm biến này. Trong kỹ thuật rôbot, các cảm biến này được gắn vào khớp cánh tay rôbot và được sử dụng trong các nhiệm vụ kỹ thuật đa dạng yêu cầu điều khiển lực, thí dụ như trong các máy mài hoặc đánh bóng tự động.



Hình 3.36: Cảm biến đo 6 thành phần lực/mômen thông minh

4 Xử lý tín hiệu

Như đã đề cập trong các chương trước, các hệ cơ điện tử có sử dụng các bộ cảm biến và các cơ cấu dẫn động. Nói chung, các cơ cấu dẫn động tác động lên hệ thống cơ làm thay đổi lượng dịch chuyển hay vận tốc, hoặc các lực hay mômen. Các bộ cảm biến cung cấp các thông tin đo được cần thiết cho hoạt động này. Các đại lượng động học có thể đo trực tiếp, đó là lượng dịch chuyển, vận tốc và gia tốc. Từ các kết quả đo này ta có thể xác định được các đại lượng động lực học (các lực, các mômen xoắn và mômen uốn). Các đại lượng đo khác có thể là: Biến dạng tỷ đối, áp suất, nhiệt độ, áp suất âm thanh cũng như tốc độ âm thanh, cường độ dòng điện, điện áp, cường độ từ trường, vv... Những thông tin này (các tín hiệu) thông thường được biểu diễn dưới dạng các hàm của biến thời gian, hoặc là liên tục hay rời rạc theo thời gian. Các tín hiệu và các hàm đặc trưng của tín hiệu sẽ được trình bày một cách ngắn gọn trong các mục dưới đây. Vấn đề xử lý tín hiệu rời rạc sẽ được trình bày chi tiết hơn do tầm quan trọng ngày càng tăng đối với nhiệm vụ xử lý thông tin trong các hệ cơ điện tử. Các tài liệu tham khảo thêm: [4.1, 4.3, 4.5-4.8].

4.1 Phân loại và biểu diễn các tín hiệu

Một *Tín hiệu* được hiểu theo nghĩa là một hàm (vô hướng) của biến thời gian dưới dạng

$$x = x(t), \quad t_0 \leq t \leq t_1, \quad (4.1)$$

trong đó miền xác định $[t_0, t_1]$ có thể là hữu hạn hoặc vô hạn.

Việc tổng quát hoá các khái niệm và các tính chất được dẫn ra sau đây đối với các tín hiệu dạng vectơ có thể thực hiện dễ dàng, tuy nhiên chủ đề này sẽ không được đề cập tới trong chương này. Hình 4.1 biểu diễn sự phân loại tín hiệu theo các đặc điểm của chúng.

Các *tín hiệu tiên định* có ý nghĩa đặc biệt trong thực tế, đó là:

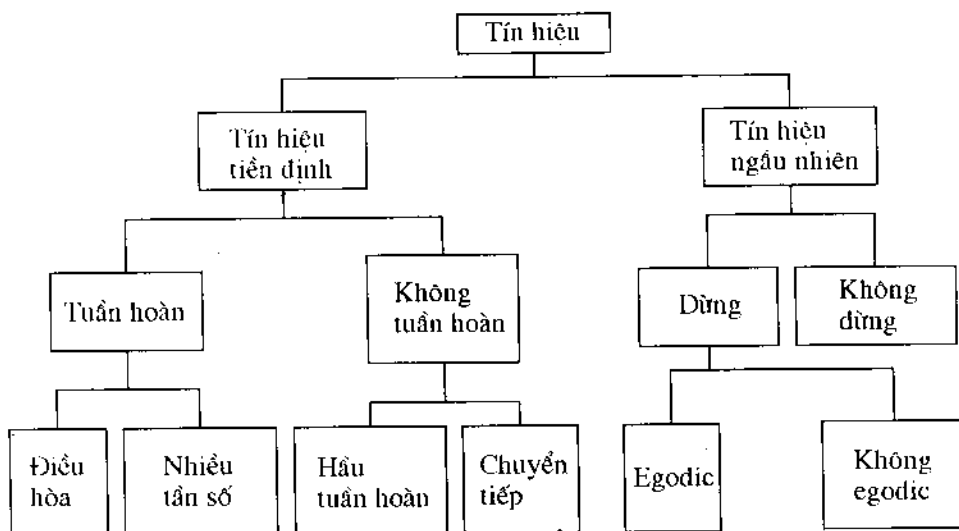
- Tín hiệu tuần hoàn, dạng tín hiệu này có một vai trò quan trọng trong các quá trình kỹ thuật hoạt động theo chu trình hoặc dao động.
- Tín hiệu chuyển tiếp, dạng tín hiệu này được sử dụng để biểu diễn và đặc trưng cho các quá trình chuyển tiếp.

Các *tín hiệu ngẫu nhiên*, trước hết là các tín hiệu ngẫu nhiên dùng được sử dụng để biểu diễn các sai số đo trong kỹ thuật (các tín hiệu nhiễu) hoặc là mô hình cho một quá trình vật lý thực tế.

Các tín hiệu nhiễu xuất hiện trong mỗi phép đo. Hình 4.2 mô tả các khả năng quan trọng nhất đối với việc xuất hiện tín hiệu nhiễu.

Trong đó ta sử dụng các ký hiệu

- $n_E(t)$ nhiễu đầu vào.
 $n_A(t)$ nhiễu đầu ra.
 $n_1(t), n_2(t)$ các nhiễu có thể từ bên ngoài tác động vào hệ và thiết bị đo.



Hình 4.1: Sự phân loại tín hiệu

Từ hình 4.2 ta có thể thấy rõ là ảnh hưởng của các nhiễu trong trường hợp đơn giản nhất thông qua cộng xếp chồng với tín hiệu hữu ích. Thí dụ như với đầu vào, quan hệ này có dạng

$$u(t) = r(t) + n_E(t).$$

Tín hiệu hữu ích chứa các thông tin xác thực về quá trình đang khảo sát. Các thành phần nhiễu $n_i(t)$, $i = E, A, 1, 2$, thường được coi như có giá trị trung bình bằng không và không tương quan.

Để hiệu chỉnh các tín hiệu nhiễu ta cần một mô hình sai số và một tiêu chuẩn đánh giá sai số được chọn lựa một cách phù hợp. Sai số đầu ra giữa hệ thống và mô hình cũng như tiêu chuẩn sai số bình phương thường được chọn lựa cho mục đích trên. Khi đó bài toán cực tiểu sai số dẫn đến việc áp dụng *phương pháp bình phương tối thiểu (least squares method)*. Phương pháp này là một công cụ chuẩn cho các bài toán tối ưu tuyến tính và bởi vậy được ứng dụng rất rộng rãi, thí dụ trong tất cả các bài toán tối ưu với hàm mục tiêu bậc hai,

trong các bài toán nhận dạng, thiết kế bộ lọc hình thức hoặc trong các bài toán điều khiển tuyến tính.

Các tín hiệu có thể biểu diễn trong *miền thời gian* cũng như trong *Miền tần số* thông qua các *giá trị tín hiệu đặc trưng* và các *hàm tín hiệu đặc trưng*. Cách thức để xác định các giá trị tín hiệu đặc trưng hay các hàm tín hiệu đặc trưng về cơ bản dựa trên phép trung bình hoá sẽ được trình bày dưới đây. Miền thời gian và miền tần số có thể được chuyển đổi qua lại lẫn nhau thông qua phép biến đổi FOURIER $\mathcal{F}\{.\}$ hay phép biến đổi LAPLACE $\mathcal{L}\{.\}$ (xem thêm Phụ lục A1). Các quan hệ này được biểu diễn qua sơ đồ trên hình 4.3.

4.1.1 Các giá trị tín hiệu đặc trưng và các hàm tín hiệu đặc trưng

Các giá trị tín hiệu đặc trưng và các hàm tín hiệu đặc trưng quan trọng nhất được tổng kết trong bảng 4.1. Các đại lượng từ hàng thứ 3 trong bảng có thể được coi là các giá trị trung bình. Các đại lượng này được tính toán từ hàm tín hiệu $x(t)$ nhờ trung bình hoá cùng với một hàm trọng số $g(\cdot)$ dưới dạng

$$\overline{g(x(t))} = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} g(x(t)) dt. \quad (4.2)$$

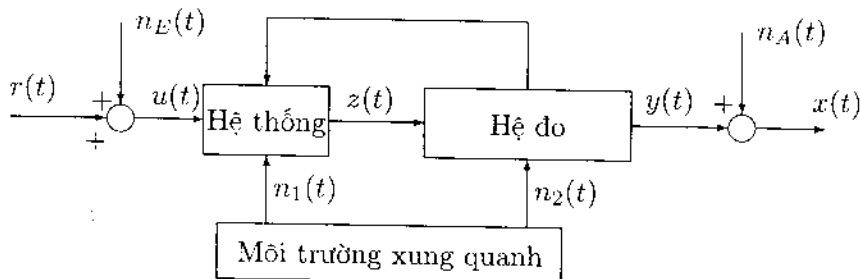
Với mọi giá trị trung bình được định nghĩa như trên và với hàm $g(x(t))$ cho trước, các giá trị này phụ thuộc vào khoảng lấy tích phân.

Đối với việc chọn lựa khoảng xác định $[t_0, t_1]$, hai trường hợp sau đây là có ý nghĩa:

- Khoảng xác định theo lý thuyết:

$$t_0 \rightarrow -\infty, \quad t_1 \rightarrow +\infty, \quad \text{nghĩa là khoảng } (-\infty, +\infty).$$

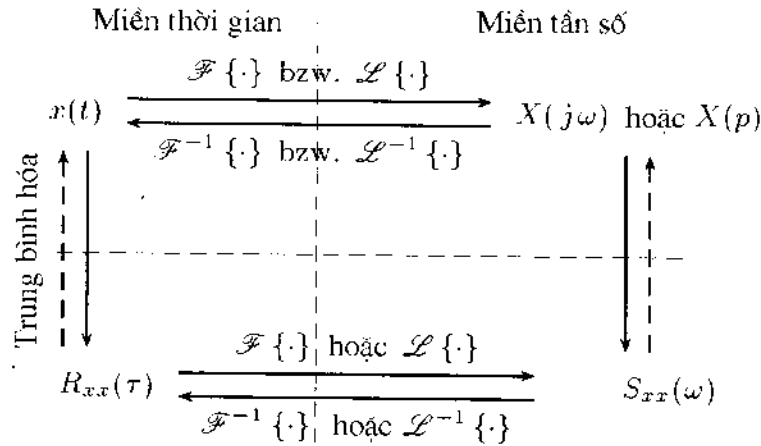
Hàm tín hiệu được xác định trên toàn bộ trục thời gian. Phép trung bình hoá cho ta giá trị trung bình thực sự của tín hiệu, đặc biệt khi đó việc áp dụng phép biến đổi FOURIER không gây ra sai số do ngắt quãng tín hiệu. (Xem thêm mục 4.1.2).



Hình 4.2: Các khả năng xuất hiện các tín hiệu nhiễu

Bảng 4.1: Tổng quan về các đại lượng đặc trưng quan trọng của tín hiệu (các giá trị tín hiệu đặc trưng và các hàm tín hiệu đặc trưng)

	TT	Đại lượng	Công thức
Giá trị tín hiệu đặc trưng	1	Giá trị đỉnh dương	$\hat{x} = \max_t(x(t))$
	2	Giá trị đỉnh âm	$\hat{x} = \min_t(x(t))$
	3	Giá trị trung bình	$\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$
	4	Giá trị trung bình hiệu dụng	$\hat{x} = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \right\}^{1/2}$
	5	Phương sai	$\sigma_x^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \bar{x})^2 dt$
	6	Độ lệch chuẩn	σ_x
	7	Hệ số lệch	$\gamma_x = \frac{1}{\sigma_x^3} \int_0^T (x(t) - \bar{x})^3 dt$
	8	Trị số Kurtosis	$\beta_x = \frac{1}{\sigma_x^4} \int_0^T (x(t) - \bar{x})^4 dt$
Hàm tín hiệu đặc trưng	9	Hàm tự tương quan (AKI ²) của các tín hiệu egodic	$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt$
	10	Hàm mật độ phổ công suất	$S_{xx}(\omega) = \mathcal{F}\{R_{xx}(\tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau$ ($-\infty < \omega < +\infty$)
	11	Hàm tự tương quan trung tâm của các tín hiệu egodic	$C_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (x(t) - \bar{x})(x(t+\tau) - \bar{x}) dt$ $C_{xx}(\tau) = R_{xx}(\tau) - \bar{x}^2$
	12	Phổ FOURIER	$X_T(j\omega) = \mathcal{F}\{x_T(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x_T(t)e^{-j\omega t} dt$ ($-\infty < \omega < +\infty$)
	13	Mật độ năng lượng	$E_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} X_T(j\omega) ^2; \quad (-\infty < \omega < +\infty)$
	14	Hàm mật độ phổ công suất	$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{ X_T(j\omega) ^2}{T}; \quad (-\infty < \omega < +\infty)$



Hình 4.3: Quan hệ giữa các dạng biểu diễn tín hiệu khác nhau

Khoảng xác định theo quan điểm kỹ thuật do:

$$t_0 = 0, \quad t_1 = T \quad (T: \text{thời gian do}), \quad \text{nghĩa là khoảng } [0, T].$$

Chỉ có một *đoạn tín hiệu* bị giới hạn trong một khoảng thời gian do T ,

$$x_T(t) = \begin{cases} x(t) & \text{khi } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{miền còn lại.} \end{cases} \quad (4.3)$$

Giá trị trung bình được tính toán từ đoạn tín hiệu này chỉ là trị số *ước lượng* của giá trị trung bình thực sự. Đặc biệt, ta cũng gặp phải vấn đề này khi tín hiệu có miền xác định là vô hạn nhưng phép tích phân chỉ có thể thực hiện được trong một khoảng hữu hạn.

Các cực trị, giá trị trung bình, giá trị trung bình hiệu dụng và phương sai chỉ cho phép ta đánh giá tín hiệu một cách sơ bộ. Đặc biệt các giá trị này không cung cấp thông tin về các thành phần tần số của tín hiệu. Hệ số lệch là một đại lượng đặc trưng cho tính không đối xứng của tín hiệu. Do biểu thức của trị số Kurtosis có chứa số mũ bậc 4 và có chứa giá trị của độ lệch chuẩn tại mẫu số, trị số này phản ứng nhạy với tần suất xuất hiện các đỉnh nhọn trong tín hiệu và hầu như không phụ thuộc vào mức biên độ của tín hiệu.

Các thành phần tần số của một tín hiệu được xác định nhờ phân tích tần số trên cơ sở phép biến đổi FOURIER. Phương pháp này được trình bày trong mục 4.2.1. Hàm tự tương quan (AKF) và phổ mật độ công suất rất thích hợp để đánh giá các tín hiệu ngẫu nhiên dừng. Đặc biệt hàm tự tương quan được sử dụng để phát hiện mối liên kết giữa các thành phần tín hiệu. Tích $x(t)x(t+\tau)$ được thiết lập cho mục đích này, nghĩa là giá trị trung bình của tín hiệu được tính toán ứng với các thời điểm khác nhau. Tuy nhiên, việc định nghĩa hàm tự tương quan không bị giới hạn trong phạm vi các tín hiệu ngẫu nhiên, ta có

thể áp dụng hàm tự tương quan cho các tín hiệu tiền định hoặc các tín hiệu gồm các thành phần tiền định và ngẫu nhiên. Hàm tự tương quan của tín hiệu tuần hoàn cũng là một hàm tuần hoàn có cùng chu kỳ. Các tín hiệu không tương quan, thí dụ các nhiễu ngẫu nhiên, sẽ bị loại trừ nhờ đánh giá tín hiệu bởi hàm tự tương quan. Như vậy, ta có thể sử dụng các đặc điểm nêu trên để nhận dạng, chia tách các thành phần tín hiệu tuần hoàn và ngẫu nhiên. Nhiệm vụ này yêu cầu một khoảng thời gian đo T đủ lớn.

Thí dụ 4.1: Các đại lượng đặc trưng của một tín hiệu tuần hoàn

Một tín hiệu đầu vào có dạng tuần hoàn $x(t) = A \sin \frac{2\pi}{T}t$ tác động lên một khâu truyền (không quán tính) với đường đặc tính bậc hai $y(t) = x^2(t)$. Hãy tính toán các đại lượng đặc trưng của tín hiệu đầu ra $y(t)$ theo bảng 4.1. Cho biết: Biên độ A , chu kỳ T .

Lời giải:

Tín hiệu đầu ra có dạng

$$y(t) = x^2(t) = \frac{1}{2}A^2(1 - \cos 2\Omega t), \quad \Omega = \frac{2\pi}{T}.$$

a) Các cực trị:

$$\hat{y} = A^2, \quad \check{y} = 0.$$

b) Giá trị trung bình đại số:

$$\bar{y} = \frac{A^2}{2} \frac{1}{T} \int_0^T (1 - \cos 2\Omega t) dt = \frac{A^2}{2} \left(1 - \frac{1}{2\Omega} \sin \Omega t\right) \Big|_0^T = 0,5A^2.$$

Thành phần hằng số của biên độ của tín hiệu chính là giá trị này.

c) Giá trị trung bình hiệu dụng:

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{A^2}{2} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T (1 - \cos 2\Omega t)^2 dt \right\}^{1/2} \\ &= \frac{A^2}{2} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{3}{2} - 2 \cos 2\Omega t + \frac{1}{2} \cos 4\Omega t \right) dt \right\}^{1/2} = 0,6124A^2. \end{aligned}$$

d) Phương sai:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \left(-\frac{A^2}{2} \cos 2\Omega t\right)^2 dt = \frac{A^4}{4} \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2}(1 + \cos 4\Omega t) dt = \frac{1}{8}A^4.$$

e) Độ lệch chuẩn:

$$\sigma_y = \frac{1}{\sqrt{8}}A^2 = 0,3536A^2.$$

f) Hệ số lệch:

$$\gamma_y = \frac{1}{\sigma_y^3} \int_0^T \left(-\frac{A^2}{2} \cos 2\Omega t\right)^3 dt = -\sqrt{8} \int_0^T \left(\frac{3}{4} \cos \Omega t + \frac{1}{4} \cos 3\Omega t\right) dt = 0.$$

g) Trị số Kurtosis:

$$\begin{aligned} \beta_y &= \frac{1}{\sigma_y^4} \int_0^T \left(-\frac{A^2}{2} \cos 2\Omega t\right)^4 dt = 4 \frac{1}{4} \int_0^T \left(\frac{3}{2} + 2 \cos 2\Omega t + \frac{1}{2} \cos 4\Omega t\right) dt \\ &= \frac{3}{2} T = \frac{3\pi}{\Omega}. \end{aligned}$$

h) Hàm tự tương quan (AKF):

$$\begin{aligned} R_{yy}(\tau) &= \frac{A^4}{4} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (1 - \cos 2\Omega t) (1 - \cos 2\Omega(t + \tau)) dt \right\} \\ &\quad + \cos 2\Omega t \cos 2\Omega(t + \tau) dt \Big\} \\ &= \frac{A^4}{4} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (1 - \cos 2\Omega t - \cos 2\Omega(t + \tau) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cos(4\Omega t + 2\Omega\tau) + \frac{1}{2} \cos 2\Omega\tau) dt \right\} \\ &= \frac{A^4}{4} (1 + \frac{1}{2} \cos 2\Omega\tau). \end{aligned}$$

Trong đó ta sử dụng quan hệ lượng giác

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta)$$

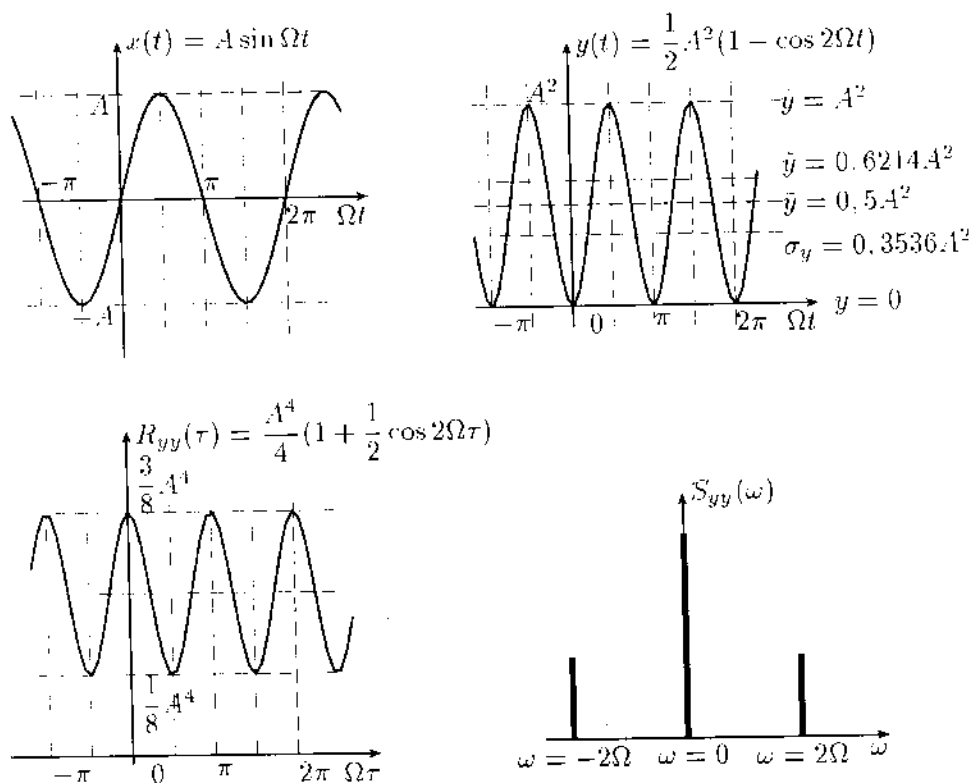
i) Phổ mật độ công suất:

$$\begin{aligned} S_{yy}(\omega) &= \frac{A^4}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{2} \cos 2\Omega\tau\right) e^{-j\omega\tau} d\tau \\ &= \frac{A^4\pi}{2} \left[\delta(\omega) + \frac{1}{4} \delta(\omega - 2\Omega) + \frac{1}{4} \delta(\omega + 2\Omega) \right]. \end{aligned}$$

Trong đó $\delta(\cdot)$ biểu thị hàm Delta-DIRAC.

Hình 4.4 gồm các đồ thị biểu diễn các đại lượng đặc trưng khác nhau. Từ các kết quả này ta nhận thấy hàm tự tương quan là một hàm tuần hoàn có cùng chu kỳ với tín hiệu $y(t)$.

Phổ mật độ công suất là một hàm rời rạc, nghĩa là phổ này chỉ có các giá trị khác 0 tại các điểm tần số rời rạc và có đặc điểm của một *phổ rời rạc*. Đây cũng là dấu hiệu chung cho mọi tín hiệu tuần hoàn.



Hình 4.4: Các đại lượng đặc trưng của tín hiệu

□

Thí dụ 4.2: AKF và phổ mật độ công suất của một tín hiệu bị nhiễu
Hàm tự tương quan và phổ mật độ công suất của một hàm xung (tín hiệu hữu ích)

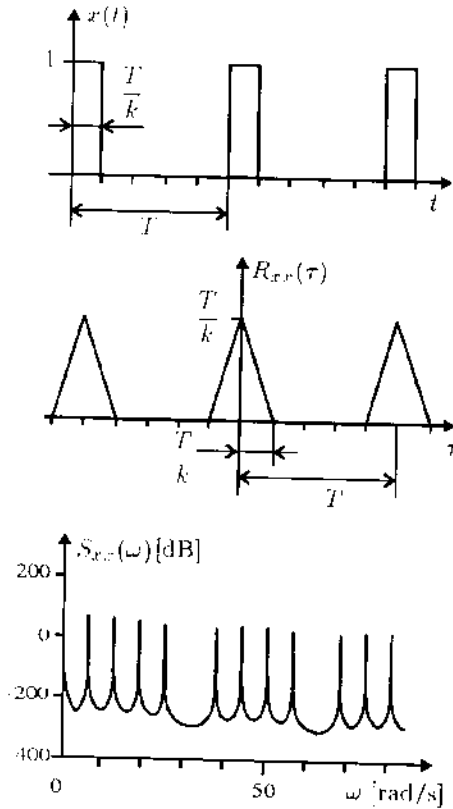
$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi } nT_0 \leq t \leq nT_0 + \frac{T_0}{k}; n = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & \text{ngoài ra} \end{cases}$$

được biểu diễn trên hình 4.5. Giả sử tín hiệu này bị nhiễu cộng. Coi như nhiễu có giá trị trung bình bằng 0 và không tương quan, hình 4.6 mô tả đồ thị tín hiệu, hàm tự tương quan và phổ mật độ công suất của tín hiệu bị nhiễu. Cho biết: $T_0 = 1$ s, $k = 5$, mức nhiễu bằng 20% tín hiệu hữu ích.

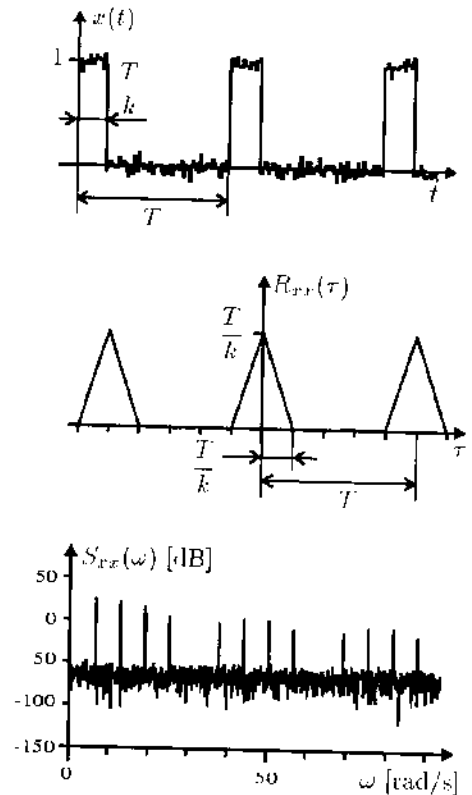
Lời giải:

Bằng cách so sánh hai hình vẽ trên ta có thể nhận dạng được thành phần nhiễu trong tín hiệu. Thành phần nhiễu này bị triệt tiêu hoàn toàn thông qua hàm tự tương quan, tính chất tuần hoàn của tín hiệu biểu hiện rõ trên đồ thị.

Đồng thời, phổ mật độ công suất biểu lộ rõ các thành phần tuần hoàn bên cạnh nhiễu nền trong phổ tần số. □



Hình 4.5:
Tín hiệu và các hàm tín hiệu đặc
trưng của tín hiệu không bị nhiễu



Hình 4.6:
Tín hiệu và các hàm tín hiệu đặc
trưng của tín hiệu bị nhiễu

4.1.2 Sự ảnh hưởng của các cửa sổ thời gian đối với phép biến đổi Fourier

Nếu ta có một tín hiệu (tiền định) đo được trong một khoảng thời gian hữu hạn $[0, T]$ hoặc chỉ có một đoạn tín hiệu được sử dụng cho phép biến đổi FOURIER, khi đó sẽ xuất hiện *sai số ngắt quãng*. Sai số này làm sai lệch phổ tần số, đặc biệt làm xuất hiện các dải tần nhiễu trong phổ (đó là các đỉnh cực trị địa phương), các dải tần nhiễu này có nguyên nhân do việc ngắt quãng tín hiệu và không thuộc về các thành phần tần số có trong tín hiệu. Các cửa sổ thời gian $w(t)$ được áp dụng để khắc phục hiện tượng trên, trong

đó tín hiệu gốc $x(t)$ được thay thế bởi

$$x_w(t) = x(t) \cdot w(t). \quad (4.4)$$

Biến đổi Fourier của tín hiệu được biểu diễn theo quan hệ tích chập

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{x(t)\} &= X(j\omega), & \mathcal{F}\{w(t)\} &= W(j\omega) \\ \mathcal{F}\{x_w(t)\} &= X_w(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\nu)W(j\omega - j\nu)d\nu. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Từ quan hệ này ta thấy rằng biến đổi FOURIER của $x(t)$ và $x_w(t)$ là như nhau nếu $W(j\omega - j\nu) = \delta(j\omega - j\nu)$ ($\delta(\cdot)$ là hàm DIRAC) và phải thỏa mãn $w(t) = 1$ khi $0 \leq t < \infty$, nghĩa là tín hiệu xấp xỉ và tín hiệu gốc là như nhau. Nếu $W(j\omega - j\nu) \neq \delta(j\omega - j\nu)$, thành phần $X(j\omega)$ bị suy giảm và bị triệt tiêu khi $\omega = \nu$ do phép tích chập trong biểu thức của $X_w(j\omega)$. Đó chính là nguyên nhân làm sai lệch kết quả tính toán phổ tần số. Từ những phân tích trên ta nhận thấy rằng nếu $W(j\omega)$ càng có dạng giống hàm DIRAC thì sai số ngắt quãng càng nhỏ.

Thí dụ 4.3: Phổ FOURIER của một cửa sổ chữ nhật

Dạng đơn giản nhất của một cửa sổ thời gian là cửa sổ chữ nhật được định nghĩa dưới dạng

$$w_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi } |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{ngoài ra.} \end{cases} \quad (4.6)$$

Phổ FOURIER của cửa sổ chữ nhật có dạng

$$W_1(j\omega) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos \omega t dt = T \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} = T \frac{\sin \pi f T}{\pi f T}. \quad (4.7)$$

Phổ này được biểu diễn trên hình 4.7. Ta nhận thấy rõ các dải tần nhiễu trong phổ. $\square$

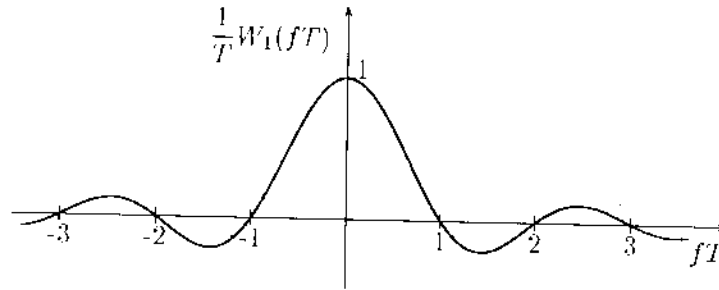
Bảng 4.2 liệt kê các cửa sổ thời gian thông dụng khác và biểu thức phổ FOURIER của các hàm cửa sổ này. Đồ thị theo thời gian và phổ FOURIER tương ứng được minh họa trên hình 4.8. Ta thấy từ hàm cửa sổ $W_1(f)$ đến $W_4(f)$ bề rộng dải tần tăng lên và cường độ của các dải nhiễu suy yếu đi.

Khi ta không sử dụng các hàm cửa sổ để tính toán phổ, có nghĩa là ta chỉ sử dụng cửa sổ chữ nhật, sẽ gây ra hiện tượng làm „thất thoát“ năng lượng của phổ vào các dải nhiễu phụ và được biểu thị như là hiện tượng rò tần số (*Leakage*).

Thí dụ 4.4: Cửa sổ lũy thừa

Ta tính toán biến đổi FOURIER của một tín hiệu bị nhiễu

$$x(t) = u(t) + n(t), \quad t \geq 0$$



Hình 4.7: Phổ FOURIER của cửa sổ chữ nhật

Bảng 4.2: Các dạng cửa sổ thời gian

và biểu thức phổ FOURIER tương ứng $(\tilde{w}(t) = \left\{ \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} w^2(t) dt \right\}^{\frac{1}{2}})$

Tên cửa sổ	$w(t)$	$W(f)$	$\tilde{w}$
Cửa sổ chữ nhật	$w_1(t) = \begin{cases} 1 & t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{miền còn lại} \end{cases}$	$W_1(f) = T \frac{\sin \pi f T}{\pi f T}$	1
Cửa sổ Barlett (cửa sổ tam giác)	$w_2(t) = \begin{cases} 1 - 2\frac{ t }{T} & t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{miền còn lại} \end{cases}$	$W_2(f) = \frac{T}{2} \left(\frac{\sin \pi f \frac{T}{2}}{\pi f \frac{T}{2}} \right)^2$	0,577
Cửa sổ Hanning (cửa sổ Tukey)	$w_3(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi t}{T} \right) & t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{miền còn lại} \end{cases}$	$W_3(f) = \frac{T \sin \pi f T}{2 \pi f T} \frac{1}{1 - (fT)^2}$	0,612
Cửa sổ Parzen	$w_4(t) = \begin{cases} 1 - 6 \left(\frac{2t}{T} \right)^2 + 6 \left(\frac{2 t }{T} \right)^3, & \text{khi } t \leq \frac{T}{4} \\ 2 \left(1 - \frac{2 t }{T} \right)^3, & \text{khi } \frac{T}{4} < t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{miền còn lại} \end{cases}$	$W_4(f) = \frac{3T}{8} \left(\frac{\sin \pi f \frac{T}{4}}{\pi f \frac{T}{4}} \right)^4$	0,518

($u(t)$ là tín hiệu không bị nhiễu, $n(t)$ là nhiễu có giá trị trung bình bằng không)

trong đó ta sử dụng một cửa sổ lũy thừa có dạng

$$w(t) = e^{-at}.$$

Cho biết: $a > 0$, $u(t)$, $n(t)$.

Lời giải:

Do

$$\mathcal{F}\{x(t)e^{-at}\} = X(j\omega + a)$$

với $\mathcal{F}\{u(t)\} = U(j\omega)$ và $\mathcal{F}\{n(t)\} = N(j\omega)$

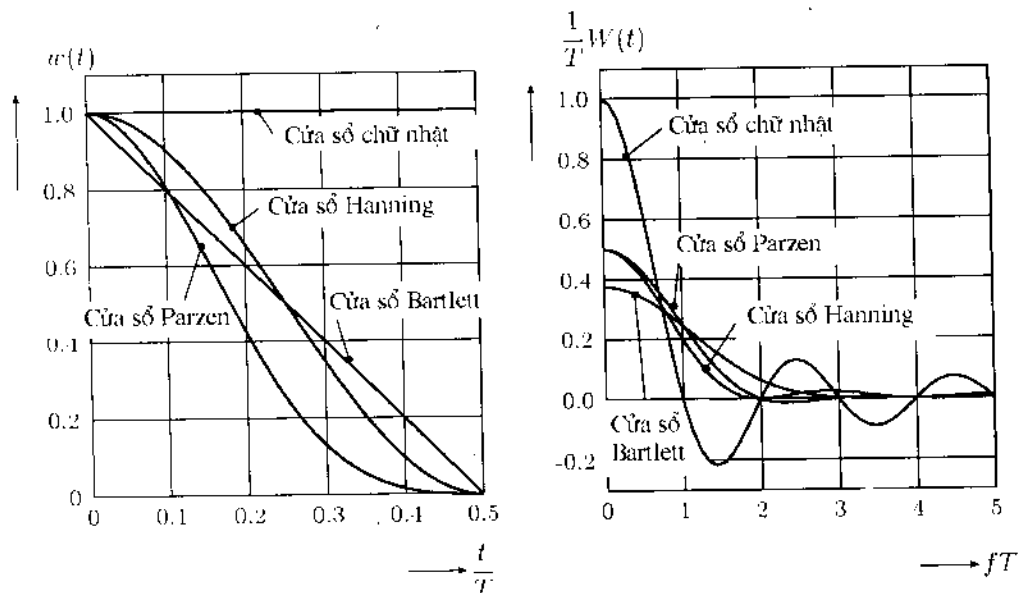
$$X_w(j\omega) = U(j\omega + a) + N(j\omega + a).$$

Phổ FOURIER của tín hiệu không bị nhiễu và tín hiệu bị nhiễu cùng dịch chuyển đi một lượng $-a$ trên trục tần số và bởi vậy cho phép ta dễ dàng hiệu chỉnh kết quả tính toán.

Nếu như $u(t)$ là một tín hiệu ngắn ngủi không bị nhiễu, tắt dần khi $t > T$ ta có thể nhận thấy một ưu điểm khác của cửa sổ lũy thừa: Khi $t > T$ chỉ còn thành phần tín hiệu nhiễu giảm dần với hệ số e^{-at} , $t > T$. $\square$

4.1.3 Sự chồng chất của các tín hiệu

Sự chồng chất của các tín hiệu được hiểu như là liên kết của N tín hiệu đơn $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, N$ thành một tín hiệu tổng hợp. Dạng đơn giản nhất là



Hình 4.8: Các dạng cửa sổ thời gian khác nhau và phổ FOURIER tương ứng

chồng chất tuyến tính, nghĩa là tổ hợp tuyến tính của các tín hiệu đơn

$$x(t) = \sum_{i=1}^N a_i x_i(t), \quad a_i = \text{const.} \quad (4.8)$$

Dạng này còn được gọi là *cộng xếp chồng*. Nguyên lý chồng chất có một vai trò quan trọng đối với tất cả các bài toán tuyến tính và bởi vậy sẽ được áp dụng trong các thí dụ ở các chương tiếp theo (các chương 8 và 9).

Hiển nhiên là có thể tồn tại các liên kết phi tuyến dưới dạng

$$x(t) = f(x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))$$

với một hàm phi tuyến $f(\cdot)$ cho trước. Trong đó một dạng rất quan trọng là *liên kết nhân*

$$x(t) = \prod_{i=1}^N x_i(t). \quad (4.9)$$

Các liên kết tuyến tính đóng một vai trò quan trọng khi khảo sát các hệ tuyến tính và các bài toán xấp xỉ, các liên kết phi tuyến của tín hiệu có ý nghĩa đối với các dạng điều biến của tín hiệu, thí dụ điều biến biên độ, điều biến tần số, điều biến pha.

Chồng chất tuyến tính trong miền thời gian: Trường hợp đơn giản nhất là phép phân tích điều hoà. Phép phân tích này được hiểu là việc biểu diễn một tín hiệu tuần hoàn dưới dạng tổng của các thành phần điều hoà bằng khai triển chuỗi FOURIER. Công thức khai triển có thể được viết dưới dạng thực hoặc dạng phức.

Tiếp theo, chồng chất tuyến tính của các tín hiệu hầu tuần hoàn (bao gồm cả các tín hiệu họ hình sin và hầu điều hoà) sẽ được xét cụ thể hơn

$$x(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) = \sum_{i=1}^N \hat{x}_i e^{-\delta_i t} \cos(\omega_i t + \varphi_i). \quad (4.10)$$

Trong đó ta sử dụng các ký hiệu:

- $\hat{x}_i$ Các hệ số của chuỗi (giá trị đỉnh dương của các tín hiệu đơn),
- δ_i Các hệ số cản ($\delta_i > 0$ dao động tắt dần, $\delta_i < 0$ dao động tăng dần),
- ω_i Tần số vòng ($\omega_i = 2\pi f_i$),
- φ_i Góc pha ban đầu.

Biểu thức $x_{Ti} = \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ được gọi là tín hiệu mang, thành phần

$$x_{Mi}(t) = \hat{x}_i e^{-\delta_i t}$$

biểu diễn đường bao tín hiệu. Thành phần này có thể coi như tín hiệu điều biến. Tín hiệu đơn $x_i(t)$ được viết dưới dạng tích như sau

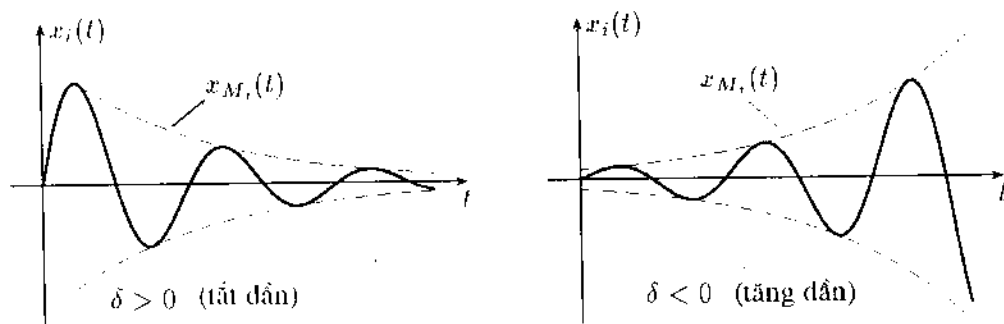
$$x_i(t) = x_{M_i}(t) \cdot x_{T_i}(t).$$

Từ phương trình (4.10) ta nhận thấy ngay rằng chuỗi FOURIER (hữu hạn) là một trường hợp đặc biệt của cách biểu diễn này khi $\delta_i = 0$ và $\omega_i = i\omega$, $i = 1, 2, \dots, N$. Như vậy ta có thể kết luận rằng phương trình (4.10) là dạng tổng quát để biểu diễn tín hiệu dao động của các hệ có cản.

Hình 4.9 mô tả đồ thị theo thời gian của tín hiệu đơn thứ i . Với $\delta_i > 0$ ta có dao động tắt dần và với $\delta_i < 0$ ta có dao động tăng dần. Hình 4.10 biểu diễn dao động trên *mặt phẳng pha*, nghĩa là mặt phẳng $\dot{x}_i = \dot{x}_i(x_i)$. Ta thu được đường cong pha bằng cách khử biến thời gian t trong từ phương trình (4.10). Muốn vậy ta phải đạo hàm phương trình (4.10) theo thời gian t . Đối với tín hiệu đơn ta có

$$\begin{aligned} x_i(t) &= \hat{x}_i e^{-\delta_i t} \cos(\omega_i t + \varphi_i), \\ \dot{x}_i(t) &= -\hat{x}_i e^{-\delta_i t} (\delta_i \cos(\omega_i t + \varphi_i) + \omega_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Phương trình (4.11) chính là dạng biểu diễn tham số đối với đường cong pha của tín hiệu đơn $x_i(t)$.



Hình 4.9: Dao động tắt dần và dao động tăng dần

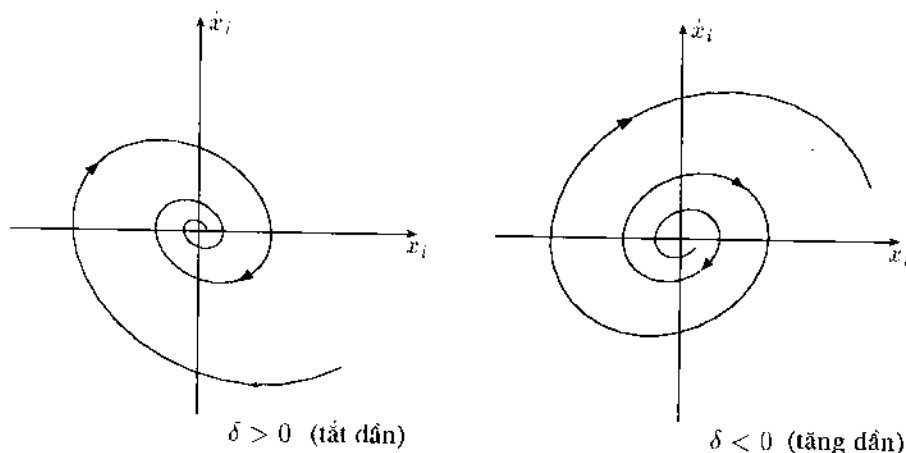
Các dao động tuần hoàn có các đường cong pha kín. Phương trình (4.10) có thể được coi là tổ hợp tuyến tính của các nghiệm riêng của các khâu trễ bậc 2 (khâu PT_2 hay các hệ dao động tắt dần một bậc tự do). Để minh họa, ta xét thêm một thí dụ dưới đây:

Thí dụ 4.5: Nghiệm riêng của các khâu trễ bậc 2 (Khâu PT_2)

Một khâu PT_2 được định nghĩa bởi

$$\ddot{x}(t) + a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = bu(t); \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = v_0 \quad (4.12)$$

Hãy tìm các nghiệm riêng của hệ thuần nhất ($u(t) = 0$).



Hình 4.10: Quĩ đạo pha (các đường cong pha) của một dao động tắt dần và một dao động tăng dần

Cho biết: $a_1 = 2\delta = \text{const}$; $a_0 = \omega_0^2 = \text{const}$; x_0 ; v_0 ; $\omega_0 > \delta$

Lời giải:

- Trong miền thời gian: Với dạng nghiệm $e^{\lambda t}$, phương trình đặc trưng có dạng

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = \lambda^2 + 2\delta\lambda + \omega_0^2 = 0.$$

Các trị riêng là nghiệm của phương trình đặc trưng

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm j\omega \quad \text{với} \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

Từ đó ta xác định được các dạng tương đương của nghiệm

$$\begin{aligned} x(t) &= C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}, \\ x(t) &= e^{-\delta t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t), \\ x(t) &= \hat{x} e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned} \tag{4.13}$$

với các hằng số tích phân C_1 , C_2 hoặc A , B hay $\hat{x}$, φ .

Thế các điều kiện đầu vào biểu thức nghiệm ta có các hệ thức

$$\tan \varphi = - \left(\frac{\delta}{\omega} + \frac{v_0}{\omega x_0} \right), \quad \hat{x} = \frac{x_0}{\cos \varphi}, \tag{4.14}$$

Từ các hệ thức này ta có thể tính toán được các hằng số tích phân $\hat{x}$ và φ .

- Trong miền tần số: Việc chuyển đổi sang miền tần số được thực hiện nhờ phép biến đổi LAPLACE. Sử dụng ký hiệu $X(p) = \mathcal{L}\{x(t)\}$ là biến đổi LAPLACE của $x(t)$, ta thu được từ phương trình (4.12)

$$p^2 X(p) - px(0) - \dot{x}(0) + a_1(pX(p) - x(0)) + a_0 X(p) = 0$$

hay là

$$X(p) = \frac{(p + a_1)x_0 + v_0}{p^2 + a_1p + a_0} = \frac{(p + 2\delta)x_0 + v_0}{(p + \delta)^2 + \omega^2}. \quad (4.15)$$

Biến đổi LAPLACE ngược cho ta nghiệm cần tìm

$$x(t) = x_0 e^{-\delta t} \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right) + \frac{v_0}{\omega} e^{-\delta t} \sin \omega t. \quad (4.16)$$

Sau khi biến đổi, ta thấy kết quả này trùng với biểu thức nghiệm (4.13). $\square$

Các kết quả từ thí dụ 4.5 đã cho thấy rằng các thành phần tín hiệu trong phương trình (4.10) cũng chính là các nghiệm riêng của khâu trễ bậc hai. Kết luận này đóng một vai trò quan trọng trong nhiều ứng dụng. Bởi vậy phép cộng xếp chồng các tín hiệu là cơ sở cho việc xấp xỉ các tín hiệu dựa trên mô hình, trong đó tín hiệu được mô hình hoá là tổ hợp tuyến tính của đầu ra của nhiều khâu trễ bậc hai.

Chồng chất tuyến tính trong miền tần số: Bằng phép biến đổi LAPLACE, phương trình (4.10) có thể biểu diễn trong miền tần số dưới dạng

$$X(p) = \sum_{i=1}^N X_i(p) = \sum_{i=1}^N \frac{x_{0i}(p + 2\delta_i) + v_{0i}}{(p + \delta_i)^2 + \omega_i^2} \quad (4.17)$$

trong đó ta sử dụng ký hiệu tắt $x_{0i} = \hat{x}_i \cos \varphi_i$.

Quan hệ trên là cơ sở cho phép xấp xỉ tín hiệu trong miền tần số. Quan hệ này cũng chỉ ra rằng, biến đổi LAPLACE của tín hiệu tổng hợp chính bằng tổng các biến đổi LAPLACE của các tín hiệu đơn thành phần. Biểu thức $X_i(p)$ biểu diễn hàm truyền của một khâu trễ bậc 2. Chuyển sang phép biến đổi FOURIER, quan hệ này trở nên rõ ràng hơn. Cho $p = j\omega$, ta có

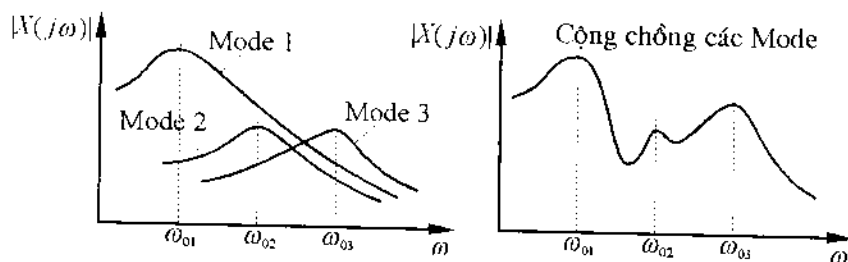
$$X_i(j\omega) = \frac{x_{0i}(j\omega + 2\delta_i) + v_{0i}}{(j\omega + \delta_i)^2 + \omega_i^2} = \frac{x_{0i}(j\omega + 2\delta_i) + v_{0i}}{\omega_{0i}^2 - \omega^2 + 2\delta_i\omega j}. \quad (4.18)$$

Phương trình (4.18) biểu diễn một hàm phức với tần số vòng ω , hàm số này có thể được chia tách riêng thành biên độ và pha. Môđun của $X_i(j\omega)$ được gọi là *đặc tính biên độ tần số*, đối với pha ta có *đặc tính pha tần số*. Đối với đặc tính biên độ tần số ta có

$$|X_i(j\omega)| = \sqrt{\frac{(2x_{0i}\delta_i + v_{0i})^2 + x_{0i}^2\omega^2}{(\omega_{0i}^2 - \omega^2)^2 + 4\delta_i^2\omega^2}}, \quad (4.19)$$

trong đó ta ký hiệu $\omega_{0i}^2 = \omega_i^2 + \delta_i^2$.

Nguyên lý chồng chất các đặc tính tần số được minh hoạ trên hình 4.11 thông qua một thí dụ về đặc tính biên độ tần số. Cách thực hiện được trình bày trên hình vẽ cũng chính là ý tưởng cơ bản của phương pháp *phân tích dạng riêng*, một phương pháp đã phát triển thành một nhánh quan trọng của kỹ thuật đo dao động và có thể áp dụng để xác định các tần số riêng và dạng riêng của một hệ dao động n bậc tự do. Ứng dụng của phương pháp phân tích dạng riêng giới hạn trong phạm vi các hệ tuyến tính hệ số hằng số (tham khảo thêm tài liệu [4.6]).



Hình 4.11: Chồng chất của các đặc tính biên độ tần số

Trở lại với những lập luận nêu trên ta thấy có một khả năng xấp xỉ các đặc tính tần số do được dựa trên mô hình. Theo đó, một đường đặc tính tần số đo được sẽ được xấp xỉ bởi phép chồng chất tuyến tính các đặc tính tần số từ các tín hiệu đơn của các khâu trễ bậc hai. Bài toán xấp xỉ đường cong (curve fitting) liên quan đến mục đích trên được thực hiện thông qua các tham số hiện có. Các tham số này tổng hợp thành một vectơ tham số

$$\theta_i = [x_{0i}, v_{0i}, \omega_{0i}, \delta_i]^T$$

Như vậy phép xấp xỉ đường cong có thể dẫn tới bài toán tối ưu tham số. Trong nhiều trường hợp, phương pháp bình phương tối thiểu (phương pháp LS) được áp dụng và hiện nay đã sẵn có các thuật giải tiêu chuẩn để thực hiện phương pháp này. Từ phương trình (4.19) ta nhận thấy rằng, một bài toán tối ưu phi tuyến đã hình thành do các tham số cần tối ưu nằm ở mẫu số trong biểu thức của đặc tính tần số. Phương pháp xấp xỉ tín hiệu trong miền tần số được trình bày theo sơ đồ trên hình 4.12. Phạm vi tần số cần quan tâm được ấn định trong khoảng $\omega_{min} \leq \omega \leq \omega_{max}$.

4.2 Các tín hiệu rời rạc

Để tiếp tục xử lý số, tín hiệu liên tục theo biến thời gian phải được rời rạc hoá cả về giá trị và biến số. Việc lượng tử hoá tín hiệu được thực hiện nhờ một hệ thống lấy mẫu thông qua một bộ chuyển đổi tương tự - số (Analog-Digital-Converter ADC). Kết quả lấy mẫu là một dãy các giá trị rời rạc của tín hiệu.

Các bước thực hiện cần thiết bao gồm:

- *Rời rạc hoá biến thời gian*: Khoảng thời gian $[0, T]$ được chia thành N đoạn cách đều $kT_0 \leq t < (k+1)T_0$; $k = 0, 1, \dots, N-1$.
- *Lấy mẫu*: Tín hiệu $x(t)$; $t \in [0, T]$ được lấy mẫu với chu kỳ lấy mẫu T_0 và được biểu diễn bởi các giá trị rời rạc; $x(k) := x(t = kT_0)$.

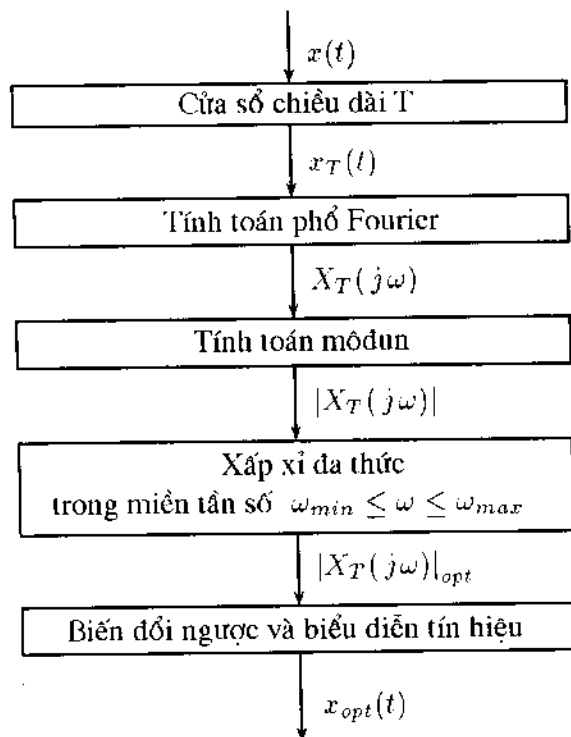
Quá trình lấy mẫu có thể được biểu diễn thông qua phép nhân tín hiệu liên tục với một dãy xung tuần hoàn

$$i(t) = T_0 \sum_{l=0}^{N-1} \delta(t - lT_0),$$

$$x_d(t) = x(t) \cdot i(t) = T_0 \sum_{l=0}^{N-1} x(l) \delta(t - lT_0). \quad (4.20)$$

Quy trình lấy mẫu lý tưởng được minh hoạ trong hình 4.13.

Ta có thể dễ dàng xác định được ảnh hưởng của việc lấy mẫu tín hiệu xét trong miền tần số của một tín hiệu lấy mẫu bằng cách tính toán phổ FOURIER của tín hiệu này.



Hình 4.12: Xấp xỉ tín hiệu và lọc trong miền tần số

Các bước thực hiện cần thiết bao gồm:

- *Rời rạc hoá biến thời gian*: Khoảng thời gian $[0, T]$ được chia thành N đoạn cách đều $kT_0 \leq t < (k+1)T_0$; $k = 0, 1, \dots, N-1$.
- *Lấy mẫu*: Tín hiệu $x(t)$; $t \in [0, T]$ được lấy mẫu với chu kỳ lấy mẫu T_0 và được biểu diễn bởi các giá trị rời rạc, $x(k) := x(t = kT_0)$.

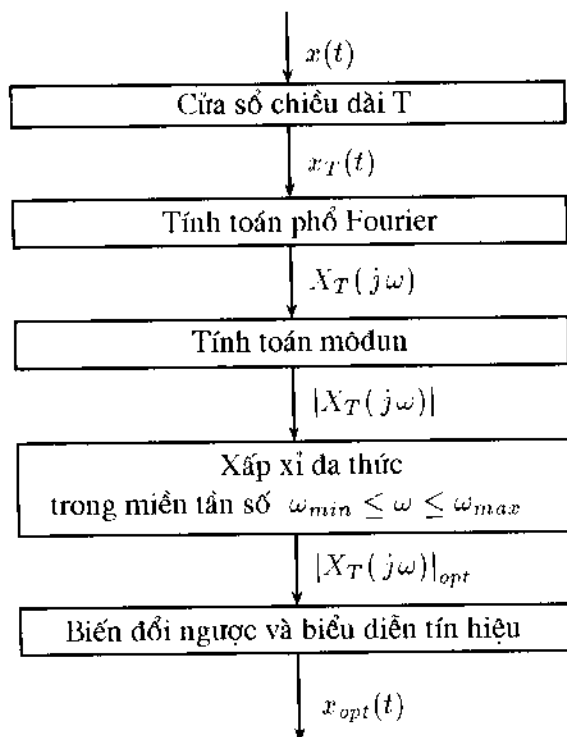
Quá trình lấy mẫu có thể được biểu diễn thông qua phép nhân tín hiệu liên tục với một dãy xung tuần hoàn

$$i(t) = T_0 \sum_{l=0}^{N-1} \delta(t - lT_0),$$

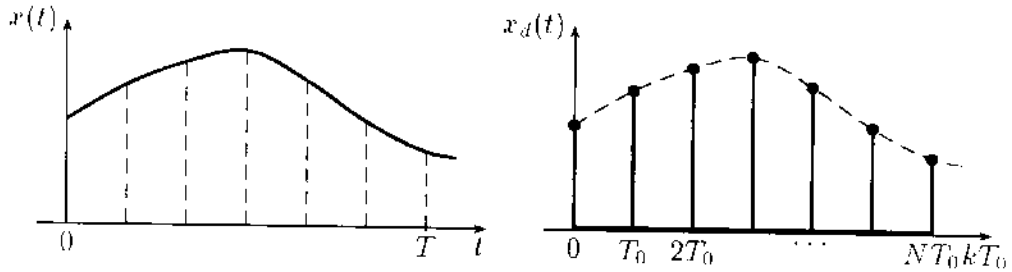
$$x_d(t) = x(t) \cdot i(t) = T_0 \sum_{l=0}^{N-1} x(l) \delta(t - lT_0). \quad (4.20)$$

Quy trình lấy mẫu lý tưởng được minh hoạ trong hình 4.13.

Ta có thể dễ dàng xác định được ảnh hưởng của việc lấy mẫu tín hiệu xét trong miền tần số của một tín hiệu lấy mẫu bằng cách tính toán phổ FOURIER của tín hiệu này.



Hình 4.12: Xấp xỉ tín hiệu và lọc trong miền tần số



Hình 4.13: Lấy mẫu với một dãy xung tuần hoàn

Biểu thức phổ FOURIER của dãy xung có dạng một hàm tuần hoàn

$$\mathcal{F}\{i(t)\} = T_0 \sum_{l=0}^{N-1} e^{-j\omega_l T_0} \quad (4.21)$$

Dãy xung này có thể được khai triển theo chuỗi FOURIER dưới dạng,

$$i(t) = T_0 \sum_{l=0}^{N-1} e^{j\omega_s l t}, \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T_0}. \quad (4.22)$$

Do tính chất dịch chuyển tần số của phép biến đổi FOURIER $\mathcal{F}\{x(t)e^{-at}\} = X(j\omega + a)$ ta xác định được phổ FOURIER của tín hiệu lấy mẫu,

$$X_d(j\omega) = \mathcal{F}\{x_d(t)\} = T_0 \sum_{l=0}^{N-1} X(j\omega - j\omega_s l). \quad (4.23)$$

Theo đó ta có được phổ FOURIER của $X_d(j\omega)$ từ một phép chồng chất các phổ FOURIER $X(j\omega - j\omega_s l)$. Như vậy phổ FOURIER của tín hiệu lấy mẫu không tồn tại duy nhất. Hiệu ứng chồng phổ này được gọi là *Aliasing* và có thể tránh được bằng cách hạn chế dải tần một cách phù hợp.

Trong thực tế, bộ lọc thông dải với các dải lọc cách đều được sử dụng thay cho dãy xung. Đây được hiểu là một phép lọc dải hẹp với các bộ lọc thông dải của các tần số trung tâm dải phù hợp, chúng được tổng hợp thành các dãy các bộ lọc với các bộ lọc thông dải làm việc song song.

Từ những nhận xét ngắn gọn trên ta có thể đưa ra một số kết luận dưới đây về lấy mẫu tín hiệu:

- Hiệu ứng chồng phổ (Aliasing) xuất hiện trong quá trình lấy mẫu tín hiệu.
- Thời gian đo T sẽ quyết định độ phân dải tần số $\Delta f = \frac{1}{T}$ của tín hiệu rời rạc.

Một tín hiệu có bề rộng dải tần hạn chế có thể tránh được hiệu ứng chồng phổ, nếu *tần số lấy mẫu*

$$f_s = \frac{1}{T_0} \quad \text{hay} \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T_0}$$

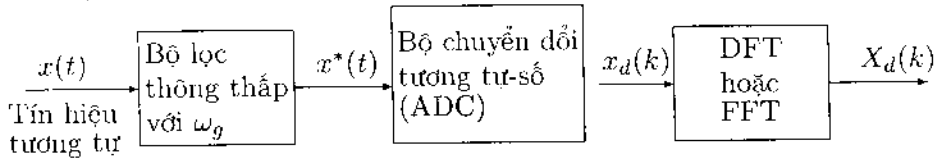
tho mãn định lý lấy mẫu của C.E. SHANNON, tức là

$$\omega_s > 2\omega_{max} \quad \text{hay} \quad f_s > 2f_{max} \quad (4.24)$$

($\omega_{max} = 2\pi f_{max}$ là tần số cao nhất chứa trong tín hiệu).

Tần số lấy mẫu f_s sẽ quyết định tần số cao nhất có thể đánh giá được trong phổ $f_{max} = \frac{1}{2}f_s$.

- Trong các ứng dụng thực tế, việc hạn định dải tần của tín hiệu được tiến hành bởi bộ lọc *Antialiasing* (bộ lọc thông thấp với tần số biên ω_g), bộ lọc này được bố trí theo trình tự cùng với hệ thống lấy mẫu tín hiệu (Hình 4.14).



Hình 4.14: Bộ lọc Antialiasing và ADC

4.2.1 Phép biến đổi Fourier rời rạc (DFT) và Fourier nhanh (FFT)

Tiếp theo ta sẽ sử dụng dạng biểu diễn tín hiệu rời rạc theo phương trình (4.20) làm cơ sở để khảo sát phép biến đổi FOURIER rời rạc,

$$x_d(t) = \sum_{l=0}^{N-1} \underbrace{x(l) \cdot T_0}_{\text{Xấp xỉ với cửa sổ chữ nhật}} \cdot \underbrace{\delta(t - lT_0)}_{\text{Hàm DIRAC}}.$$

Việc tính toán các hệ số FOURIER dẫn đến

$$\begin{aligned} X_d(k) &= \frac{1}{T} \int_0^T x_d(t) e^{-j \frac{2\pi k}{T} t} dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{l=0}^{N-1} x(l) T_0 \delta(t - lT_0) e^{-j \frac{2\pi k}{T} t} dt \\ &= \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} x(l) \int_0^T \delta(t - lT_0) e^{-j \frac{2\pi k}{T} t} dt. \end{aligned}$$

Từ đó ta nhận được các hệ thức biểu diễn phép biến đổi FOURIER rời rạc (DFT):

DFT thuận:

$$X_d(k) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} x(l) e^{-j2\pi \frac{k}{N} l}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (4.25)$$

DFT ngược:

$$x(k) = \sum_{l=0}^{N-1} X_d(l) e^{j2\pi \frac{k}{N} l}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (4.26)$$

Sử dụng phép biến đổi Z cho tín hiệu đo đã được lấy mẫu x_d ta nhận được dạng tương tự như phương trình (4.25),

$$X_d(z) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} x(l) z^{-l}, \quad z = e^{j\omega T_0} = e^{j2\pi \frac{k}{N}}. \quad (4.27)$$

Phương trình này đưa đến dạng biểu diễn một tín hiệu lấy mẫu theo một đa thức bậc $N-1$ đối với z^{-1} . Phép dịch chuyển theo trục thời gian có thể được biểu thị bởi phép nhân trong miền tần số như được minh họa trong thí dụ dưới đây. Các đặc điểm khác của phép biến đổi Z được trình bày trong mục 8.3.3.

Thí dụ 4.6: Biến đổi Z của hàm xung DIRAC $\delta(k-n)$

Biến đổi LAPLACE của hàm xung DIRAC có dạng $\mathcal{L}\{\delta(t-a)\} = e^{-ap}$. Sử dụng định nghĩa $z = e^{pT_0}$ ta xác định được biến đổi Z

$$Z\{\delta(k-n)\} = (e^{pT_0})^{-n} = z^{-n}$$

và đi đến một kết quả đã biết: Dịch chuyển của tín hiệu trong miền thời gian một lượng nT_0 được biểu diễn thông qua phép nhân tín hiệu với z^{-n} trong miền tần số. Tính chất này sẽ được áp dụng để biểu diễn các phương trình biến phân của các hệ động lực trong miền thời gian. Vấn đề này sẽ được trình bày cụ thể hơn trong mục 8.3 (Điều khiển số). $\square$

Các kết luận đối với DFT :

- Lưu ý rằng các phương trình (4.25) và (4.26) chỉ cho ta các trị số ước lượng do khoảng thời gian đo là hữu hạn.
- Phổ tần số có dạng tuần hoàn với chu kỳ N , nghĩa là $X_d(k) = X_d(k+N)$. Do phần phổ tiếp theo cũng có dạng tuần hoàn nên $x(k) = x(k+N)$.
- Ta có thể biểu diễn dễ dàng các phương trình (4.25) và (4.26) dưới dạng ma trận

$$\mathbf{X}_d = [X(0), X(1), \dots, X(N-1)]^T,$$

$$\mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$$

và

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi}{N}} & e^{-j\frac{4\pi}{N}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi(N-1)}{N}} \\ 1 & e^{-j\frac{4\pi}{N}} & e^{-j\frac{8\pi}{N}} & \dots & e^{-j\frac{4\pi(N-1)}{N}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & e^{-j\frac{2\pi(N-1)}{N}} & e^{-j\frac{4\pi(N-1)}{N}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi(N-1)^2}{N}} \end{bmatrix}$$

Ta thấy

$$\mathbf{X}_d = \frac{1}{N} \mathbf{A} \mathbf{x}, \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x} = N \mathbf{A}^{-1} \mathbf{X}_d. \quad (4.28)$$

Số lượng các phép toán để tính toán DFT theo phương trình (4.25) tăng gần như theo quy luật bình phương đối với số điểm lấy mẫu N và đây là một nhược điểm đáng kể khi áp dụng phép biến đổi này.

- Phép biến đổi FOURIER *nhANH* (Fast FOURIER Transformation = FFT) là một phương pháp đặc biệt để tính toán có hiệu quả DFT, ý tưởng của phương pháp là
 - Cấu trúc lại và nhân tử hoá ma trận $\mathbf{A}$,
 - Tận dụng tính đối xứng sẵn có cho tính toán lặp
 - Chọn lựa số điểm lấy mẫu đặc biệt $N = 2^\gamma$ với γ là số nguyên.

Độc giả có thể tham khảo thêm các đặc điểm khác của FFT trong tài liệu [4.2] hoặc [4.6], trong đó có đánh giá về khối lượng các phép tính phải thực hiện như sau:

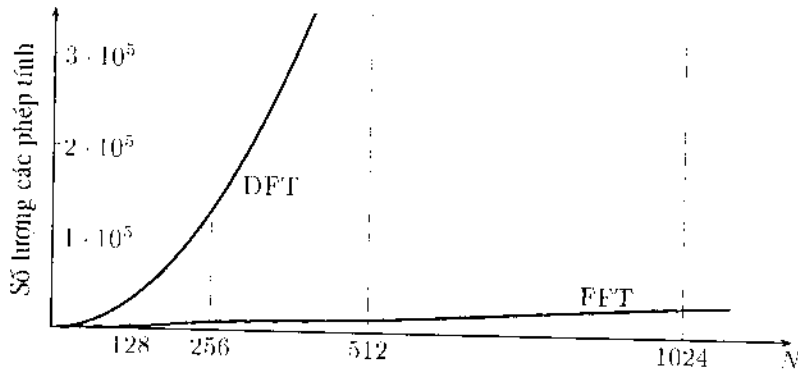
Số lượng	DFT	FFT
Các phép nhân và các phép cộng	$N(2N - 1) \approx 2N^2$	$4N\gamma$

Hình 4.15 minh họa việc so sánh số lượng các phép tính để thực hiện DFT so với FFT. Ta nhận thấy rõ khi N tăng, số lượng các phép tính dành cho DFT tăng nhanh hơn nhiều so với FFT.

Thí dụ 4.7: So sánh thời gian tính toán của một bộ xử lý tín hiệu

Bộ xử lý tín hiệu TMS320C40 với tốc độ xử lý $f = 50 \text{ MHz}$ ($T = 20 \text{ ns}$) cần một thời gian tính toán là 40 ns (phép cộng và/hoặc nhân dấu phẩy động). Nhờ thiết kế đặc biệt của thiết bị, một phép cộng và một phép nhân có thể cùng được thực hiện trong một bước tính. Từ đó ta có thể xác định được thời gian tính toán DFT và FFT ứng với các giá trị cho trước của N (bảng 4.3).

□



Hình 4.15: Số lượng các phép tính đối với DFT và FFT

Bảng 4.3: So sánh DFT và FFT

N	DFT	FFT	DFT/FFT
128	1,310 ms	0,143 ms	9,2
256	5,242 ms	0,327 ms	16,0
512	20,970 ms	0,737 ms	28,8
1024	83,880 ms	1,638 ms	51,2
4096	1342,2 ms	7,864 ms	170,7

4.2.2 Đánh giá các mô hình tín hiệu (bộ lọc hình thức)

Những vấn đề liên quan tới phép xấp xỉ tín hiệu từ các hàm phổ đặc trưng được đề cập tới trong các mục trước xuất hiện do chiều dài tín hiệu là hữu hạn, đặc biệt khi tập hợp dữ liệu có được không nhiều. Những vấn đề này có thể tránh được nếu như ta biết hoặc đánh giá được các giá trị của tín hiệu ngoài khoảng đo. Từ lý do này, ta tìm cách ngoại suy (ước lượng) các giá trị chưa biết của tín hiệu từ những kết quả đo đạc đã biết. Thông qua đó ta sẽ nâng cao được chất lượng đánh giá các hàm tín hiệu đặc trưng. Con đường để thực hiện mục tiêu này dẫn đến việc áp dụng các *bộ lọc hình thức*. Khái niệm này được hiểu là các mô hình tham số của tín hiệu trong miền tần số. Ba mô hình của các bộ lọc này sẽ được trình bày trong mục này. Dựa vào phép lấy mẫu lý tưởng với dãy xung tuần hoàn, một dãy các xung DIRAC được sử dụng như là hàm kích động đầu vào của các bộ lọc hình thức (so sánh với phương trình (4.20)).

a) *Mô hình MA (Moving Average Model):*

Mô hình này được định nghĩa bởi

$$X_{MA}(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_r z^{-r} \quad (4.29)$$

($b_0, b_1, \dots, b_r = \text{const}$). Trong miền thời gian, mô hình được biểu diễn bởi

$$x(k) = b_0 \delta(k) + b_1 \delta(k-1) + \dots + b_r \delta(k-r). \quad (4.30)$$

Trong đó, phổ tín hiệu được xấp xỉ bởi một đa thức bậc r . Từ đó ta thấy rằng mô hình MA chỉ thích ứng với các bước nhảy biên độ có giới hạn. Các phổ biên độ với các đỉnh rời rạc (điển hình cho các thành phần tuần hoàn) xấp xỉ bởi mô hình MA sẽ có sai số lớn.

b) *Mô hình AR (Autoregressive Model):*

Biểu thức định nghĩa trong miền tần số có dạng

$$X_{AR}(z) = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (4.31)$$

hoặc trong miền thời gian có dạng

$$x(k) + a_1 x(k-1) + \dots + a_n x(k-n) = b_0 \delta(k) \quad (4.32)$$

($b_0, a_1, a_2, \dots, a_n = \text{const}$). Thông qua phép chia đa thức ta nhận thấy ngay rằng mô hình AR- ngược lại với mô hình MA- có dạng một đa thức bậc cao tùy ý. Bởi vậy mô hình này thích hợp cho việc xấp xỉ các tín hiệu tuần hoàn. Đặc biệt khi $n = 2$ ta có phương trình biến phân của khâu trễ bậc 2 (hệ dao động một bậc tự do), hệ này có thể có nghiệm tuần hoàn như đã biết.

c) *Mô hình ARMA (Autoregressive-Moving Average Model):*

Mô hình ARMA là một mô hình lọc hỗn hợp,

$$X_{ARMA}(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_r z^{-r}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}}, \quad (4.33)$$

và có dạng phương trình biến phân ARMA

$$\begin{aligned} x(k) + a_1 x(k-1) + \dots + a_n x(k-n) \\ = b_0 \delta(k) + b_1 \delta(k-1) + \dots + b_r \delta(k-r). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Phép xấp xỉ tín hiệu - như đã được thực hiện trong mục 4.1.3 cho cả ba mô hình lọc dẫn đến phép xấp xỉ đường cong với các tham số tự do. Số lượng các tham số với mô hình ARMA là lớn nhất. Để xác định các tham số này đã có nhiều phương pháp đánh giá khác nhau được thiết lập [4.5]. Để kiểm soát được vấn đề hội tụ khi đánh giá tham số, ta phải chọn số lượng các phần tử của véc tơ tham số là nhỏ như có thể. Thí dụ, nếu từ các khảo sát về bản chất vật lý hay từ các kết quả đo ta đã biết trong tín hiệu có các thành phần chủ yếu là tuần hoàn, khi đó việc xấp xỉ tín hiệu cùng sự trợ giúp của mô hình AR với bậc đã biết là thích hợp hơn cả.

Thí dụ 4.8: Xác định tham số cho mô hình AR

Theo phương trình (4.32), mô hình AR được định nghĩa bởi phương trình biến phân

$$x(k) + a_1 x(k-1) + \dots + a_n x(k-n) = \delta(k)$$

với ($b_0 = 1$). Hãy xác định các tham số $a_1, a_2, \dots, a_n$ từ các giá trị $x(i)$ và $\delta(i)$, $i = 0, 1, \dots$ đã biết.

Lời giải:

1. Việc tìm nghiệm được thực hiện trong miền thời gian. Để xác định các tham số a_i , đơn giản nhất là ta viết phương trình biến phân theo theo n điểm khác nhau trên trục thời gian,

$$\begin{aligned} k = n : & \quad a_1 x(n-1) + a_2 x(n-2) + \cdots + a_n x(0) = \delta(n) - x(n), \\ k = n+1 : & \quad a_1 x(n) + a_2 x(n-1) + \cdots + a_n x(1) = \delta(n+1) - x(n+1), \\ & \quad \vdots \\ k = 2n-1 : & \quad a_1 x(2n-2) + a_2 x(2n-3) + \cdots + a_n x(n-1) \\ & \quad = \delta(2n-1) - x(2n-1). \end{aligned}$$

Theo cách này ta nhận được hệ phương trình đại số tuyến tính

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x(n-1) & x(n-2) & \cdots & x(0) \\ x(n) & x(n-1) & \cdots & x(1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x(2n-2) & x(2n-3) & \cdots & x(n-1) \end{bmatrix}}_{\Phi} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}}_{\Theta} = \underbrace{\begin{bmatrix} \delta(n) - x(n) \\ \delta(n+1) - x(n+1) \\ \vdots \\ \delta(2n-1) - x(2n-1) \end{bmatrix}}_b \quad (4.35)$$

Nếu ma trận chứa các giá trị do Φ không suy biến, giải hệ phương trình này ta sẽ xác định được các tham số cần tìm

$$\Theta = \Phi^{-1}b. \quad (4.36)$$

Nhược điểm của phương pháp đơn giản này rõ ràng là: Các sai số do thường xuyên xuất hiện có thể làm sai lệch nghiêm trọng đến kết quả xác định vectơ nghiệm của phương trình, và như vậy việc đánh giá tín hiệu trở nên không đáng tin cậy.

2. Ta có thể cải thiện phương pháp trên bằng cách áp dụng phương pháp bình phương tối thiểu. Chọn $k \gg 2n-1$, rõ ràng ta sử dụng nhiều phương trình hơn số ẩn hiện có. Ma trận do Φ có dạng chữ nhật và nghiệm của hệ phương trình trên được xác định bởi phương pháp bình phương tối thiểu

$$\min_{\theta} \|e\|^2 = \min_{\theta} [e^T e] \quad \text{với} \quad e = \Phi\theta - b.$$

Từ điều kiện

$$\frac{\partial}{\partial \theta} [e^T e] = 0$$

cho ta các phương trình cơ bản đã biết theo phương pháp bình phương tối thiểu

$$\hat{\theta} = [\Phi^T \Phi]^{-1} \Phi^T b. \quad (4.37)$$

từ các phương trình này ta có thể đánh giá chính xác hơn vectơ tham số.

3. Trong các cách giải trên, các giá trị đo được sử dụng để thành lập ma trận Φ và xác định véc tơ tham số. Ta có thể đạt được độ chính xác cao hơn bằng cách sử dụng hàm tự tương quan thay cho các giá trị đo. Như đã nêu trong thí dụ 4.2, thành phần nhiễu trong tín hiệu có thể được giảm bớt thông qua việc thiết lập hàm tự tương quan và bởi vậy chất lượng của việc đánh giá mô hình tín hiệu một lần nữa được cải thiện.

Thí dụ, đại lượng nhiễu được đưa vào là một nhiễu cộng có giá trị trung bình bằng 0 và không tương quan, khi đó mô hình AR đối với hàm tự tương quan có dạng

$$R_{xx}(\tau) + a_1 R_{xx}(\tau-1) + a_2 R_{xx}(\tau-2) + \dots + a_n R_{xx}(\tau-n) = R_{nn}(\tau). \quad (4.38)$$

Quan hệ này ứng với các điểm khác nhau trên trục thời gian cho ta một hệ phương trình để xác định các tham số chưa biết a_i . Ta có thể dễ dàng áp dụng các kết quả khảo sát trong các mục 1. và 2. để giải quyết tiếp vấn đề này. Không tiếp tục đi vào các chi tiết, cuối cùng ta chú ý rằng trong trường hợp này ma trận chứa các giá trị đo Φ có dạng

$$\Phi = \begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \dots & R_{xx}(n-1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(2) & \dots & R_{xx}(n-2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{xx}(n-1) & R_{xx}(n-2) & \dots & R_{xx}(0). \end{bmatrix}$$

Bạn đọc có thể xem chi tiết hơn trong các tài liệu tham khảo [4.4] và [4.5]. $\square$

5 Xử lý dữ liệu của các quá trình

Xử lý thông tin trong các hệ cơ điện tử thể hiện qua việc xử lý các số liệu đo và tạo ra các dữ liệu can thiệp liên quan chặt chẽ quá trình chuyển động. Các dòng phổ của phần cứng máy tính sử dụng cho việc này khá đa dạng, từ các bản mạch vi điều khiển rất nhỏ, các máy tính PC đến các hệ tự động hóa tích hợp theo môđun đắt tiền. Bản thân hệ xử lý dữ liệu đã là một hệ động lực học, bản chất của nó phải được xem xét trong việc thiết kế tổng thể. Gần đây, ngay cả trong các hệ thống máy nhỏ các thành phần cũng đã được nối mạng. Các bus trường sử dụng trong hệ tạo ra một sự thay đổi động lực học không mong muốn trong hệ tổng thể [5.8].

Cuốn sách này không trình bày chi tiết phương pháp giải quyết cụ thể cho việc lập trình theo sự kiện hay thời gian. Do có sự thay đổi nhanh chóng trong công nghệ nên cấu trúc cơ sở của việc xử lý dữ liệu liên quan đến các sự kiện và thời gian được nêu lên trước. Về việc xử lý dữ liệu điều khiển, bạn đọc có thể tìm hiểu trong các tài liệu như [5.4], [5.9], [5.14], [5.15], [5.16]. Chương này chủ yếu dựa theo tài liệu [5.6].

5.1 Khái niệm về xử lý dữ liệu thời gian thực

Nhiệm vụ tiêu biểu của một hệ xử lý thông tin số là thành phần của hệ cơ điện tử được xác định rõ: Hệ phải thu thập và đưa ra đúng dữ liệu ứng với từng thời điểm chính xác.

Một đòi hỏi đặt ra đối với tốc độ xử lý khi mà dữ liệu đưa ra phụ thuộc vào dữ liệu thu thập. Cả khi dữ liệu được xử lý một cách khác, như khi ghi trên ổ cứng hoặc khi gửi dữ liệu qua mạng, các yêu cầu về tốc độ xử lý xuất hiện là tất yếu.

Thời điểm „đúng“ có thể được định nghĩa theo ba cách khác nhau:

Dạng 1 Đạt tới một điểm nhất định trên trục thời gian.

Nó có thể là thời gian tuyệt đối (*vào lúc 13:00:00*), tương đối (*sau 0.2 giây*) hoặc theo một chu kỳ (*cứ sau 1 giây*).

Dạng 2 Một sự kiện xảy ra ngoài hệ máy tính .

Một tín hiệu được tạo ra từ một máy tạo tín hiệu của bộ phận đo cơ điện tử, từ một thiết bị vận hành hay từ những hệ xử lý dữ liệu khác đến máy tính. Thí dụ như tác động mong muốn của con người, báo hiệu kết thúc và báo hiệu các giá trị tới hạn là các sự kiện tiêu biểu. Cũng như các mong muốn giao tiếp, tín hiệu đến qua mạng dữ liệu, thuộc vào dạng này.

Dạng 3 Khi đang xử lý chương trình xuất hiện một trường hợp ngoại lệ.

Hệ xử lý thông tin là nguyên nhân cho một sự kiện không lên kế hoạch trước, chẳng hạn như khi chia cho không hoặc sai về chức năng của chương trình hay của phần cứng xuất hiện.

Trong khi các sự kiện ở dạng 1 và 2 xuất hiện hoàn toàn không mong đợi („thiếu đồng bộ“), còn dạng 3 thì liên quan đến tiến trình chương trình trong máy tính. Do đó sự kiện xảy ra đồng bộ với các tiến trình của chương trình. Khái niệm *xử lý dữ liệu thời gian thực* hầu như chỉ liên quan đến khả năng phản ứng lại các sự kiện *không đồng bộ*, như vậy việc xử lý ngoại lệ đồng bộ thể hiện một mảng vấn đề riêng.

Tuy thế, một hệ thời gian thực vẫn phải có khả năng xử lý đúng các tình huống ngoại lệ đồng bộ: Một sự kiện loại này là nguyên nhân cho sự „thất bại cơ điện tử“ đắt nhất từ trước đến nay, đó là sự đổ vỡ của Ariane 5 đầu năm 1996 [5.11]. Nhờ một cấu trúc phần mềm thời gian thực khác, lẽ ra sự thất bại này có thể tránh được.

Dáng tiếc, ngày nay người ta chỉ nói về xử lý dữ liệu thời gian thực, khi trong thực tế nó chỉ đề cập đến một tốc độ xử lý cao hoặc rất cao dữ liệu do từ phạm vi máy tính – mà không chú ý đến sự cố định thời điểm chính xác của các hoạt động tính toán. Trong tiếng Anh khái niệm này được dịch tương ứng là „real-time dataprocessing“. Để phân biệt rõ thường sử dụng thuật ngữ „hard real-time dataprocessing“. Theo nhận thức ngày nay của các nhà chuyên môn về „thời gian thực“ (chỉ dẫn nội bộ trong hội đồng hội nghị về thời gian thực từ [5.3] đến [5.18]), ta định nghĩa khả năng thời gian thực qua các tính chất hệ như sau:

Một hệ máy tính tạo điều kiện làm việc thời gian thực, khi nó có khả năng phản ứng lại một sự kiện ngoài xuất hiện *tại thời điểm tùy ý* có tính cấp bách cao *không phụ thuộc vào loại và phạm vi* của vấn đề xử lý hiện tại muộn nhất là sau *khoảng thời gian đáp ứng lớn nhất*

$$t_{R_{max}} = \max(t_{R_1}, t_{R_2}, \dots)$$

theo cách khả trình.

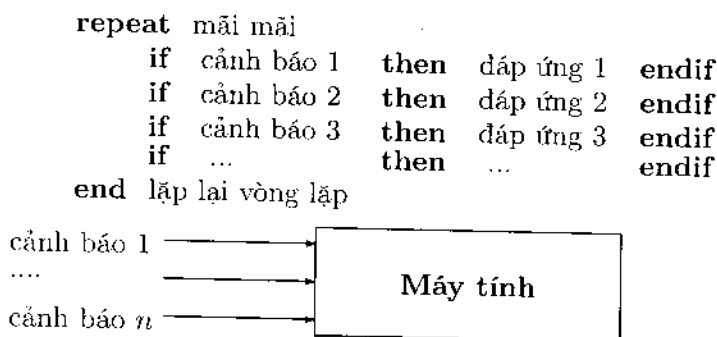
Kết quả là một đại lượng đặc trưng duy nhất $t_{R_{max}}$, xác định khoảng thời gian này trong thực tế là không đơn giản [5.10], bởi vì khoảng thời gian đáp ứng hiện tại t_R là tổng của các thời gian riêng rẽ khác nhau, một số trong các đại lượng này chỉ có thể mô tả được nhờ đại lượng ngẫu nhiên. Ngoài cận trên và kỳ vọng của t_R , sai phương tương ứng cũng là một chỉ tiêu chất lượng. Tất nhiên, thường là không đủ nếu ta chỉ chú ý thời gian t_R đến lúc bắt đầu đáp ứng, mà ta phải tính đến thời gian xử lý cho đến khi kết thúc đáp ứng („dead-line“).

5.2 Cấu trúc cơ sở của lập trình phản ứng

Giả thiết rằng môi trường ngoài thông báo các sự kiện của nó cho máy tính thông qua một bộ dẫn tín hiệu. Đó không phải là giới hạn trong thực tại tổng quát, nếu chúng ta chấp nhận cả các sự kiện như dạng 1 (đáp ứng tại một thời điểm xác định). Máy tính nên đáp ứng lại các sự kiện với sự bắt đầu của quá trình tính toán. Quá trình tính toán ở đây là quá trình khi chạy một chương trình. Các khái niệm *chương trình* và *quá trình* được tách biệt rõ ràng: Một chương trình (Program) là một sự quy định thao tác cứng nhắc như lời ca của một bản nhạc, trái lại một quá trình tính toán là sự biến đổi sống động và tương ứng với buổi hòa nhạc. Nhiều người có thể chơi một bản nhạc duy nhất, cũng như vậy nhiều quá trình tính toán có thể đồng thời chạy trên một chuỗi các mã chương trình duy nhất.

5.2.1 Truy vấn tuần tự theo chương trình, Polling

Một quá trình hỏi liên tục trạng thái của các tín hiệu sự kiện qua một chương trình được mã hóa tương ứng, (phần cứng cho nó như trên hình 5.1):



Hình 5.1: Truy vấn điều khiển theo chương trình

Các ưu điểm (+) và nhược điểm (-) của phương pháp là:

- + biện pháp phần cứng rất đơn giản.
- Thời gian đáp ứng t_R là không biết chính xác và hàm chính xác của các chương trình đáp ứng là không thể xác định. Một chương trình đáp ứng có lỗi có thể dẫn đến dừng máy hoàn toàn. Đó không thể là xử lý *thời gian thực*.
- Khả năng còn lại của bộ xử lý là không thể sử dụng được.

Đối với những ứng dụng đơn giản, chẳng hạn như điều khiển máy giặt, biện pháp tầm thường này đáp ứng được cho dù có những rủi ro và các nhược điểm của nó.

5.2.2 Truy vấn theo ngắt thời gian

Nhiều bộ xử lý (như Power-PC và hầu hết các bộ vi điều khiển) có bộ tạo xung thời gian¹⁾ khả trình tích hợp, nó có thể tạo ra „ngắt“ trong những khoảng thời gian chu kỳ. Trước hết sự nhận thức mang tính nguyên tắc của một máy vi tính tiêu biểu và của một cơ chế ngắt được gọi vào bộ nhớ.

Mỗi chương trình - không phụ thuộc vào việc nó được viết trong ngôn ngữ lập trình nào - được thực hiện ở dạng các *lệnh máy* riêng biệt. Lệnh máy là những mẫu *Bit* nhị phân và hiện nay có chiều dài từ 1 đến 20 *Bytes*, tức là 8 đến 160 *Bits* tùy theo loại bộ xử lý và cấu lệnh. Bộ xử lý đọc từng lệnh từ bộ nhớ, phân tích chỉ thị đơn giản mô tả trong đó và thực hiện nó. Việc thực thi chính xác một lệnh ta gọi là *chu trình lệnh*.

Độ dài thời gian của một chu trình lệnh phụ thuộc vào loại lệnh đó, kiểu bộ xử lý và tần số cấp xung, với nó chip xử lý được cung cấp từ bên ngoài. Giá trị trung bình thô có thể được sử dụng cho các bộ vi điều khiển rẻ tiền khoảng 0.02 đến 0.5 micro giây (μS) cho một lệnh máy. Có nghĩa là, trong một giây 2 000 000 đến 50 000 000 lệnh máy được thực hiện trong những bộ xử lý tương đối chậm này. Với các bộ xử lý hiện đại hiện nay Pentium-/Athlon và RISC (Power-PC v.v.) ta đã đạt đến cỡ nano giây cho một chu trình lệnh, tức là có thể thực hiện được đến 10^9 lệnh mỗi giây.

Một chu trình lệnh được làm rõ qua sơ đồ khối trong hình 5.2. Tất nhiên cần phải chú ý rằng, các bộ xử lý hiện đại được thiết kế nhờ kiến trúc đặc biệt các mạch điện tử của chúng trên đó, có thể thực hiện song song được nhiều trong số các phép tính cơ bản, các phép tính này được thể hiện nối tiếp nhau theo thời gian. Thậm chí trong khi xử lý lệnh này thì lệnh kế tiếp đã được đọc và giải mã (*kênh cung cấp chỉ thị*²⁾). Có những cải tiến khác nữa, chẳng hạn như một bộ nhớ nhỏ nằm ngay trong chip, trên đó bộ xử lý tập hợp các lệnh hay được sử dụng như một vòng lặp để truy cập nhanh chóng (on-chip-cache). Chi tiết về các loại xử lý này không cần thiết trình bày ở đây.

Ghi nhớ lệnh và dữ liệu đối với các bộ xử lý vạn năng mở rộng về hình thức là như nhau, nghĩa là các lệnh máy và dữ liệu tính toán nằm cạnh nhau trong chính bộ nhớ này về mặt vật lý. Tất nhiên có những cấu trúc cho những ứng dụng đặc biệt, cấu trúc này sử dụng hai hệ thống ghi riêng biệt cho dữ liệu và lệnh (cấu trúc Harvard, v.v...). Trái tim của một bộ xử lý bao giờ cũng là các thanh ghi với các tên như „PC“ (Program Counter³⁾), „CIA“ (Current Instruction Address⁴⁾) hay „IP“ (Instruction Pointer⁵⁾). Nội dung của nó xác định, lệnh máy tiếp theo được nhận từ địa chỉ nào ghi. Các dấu hiệu cho con

¹⁾ Eng. timing pulse generator

²⁾ instruction pipelining

³⁾ khâu đếm chương trình

⁴⁾ địa chỉ chỉ thị hiện hành

⁵⁾ con trỏ chỉ thị

trở trên mà máy tiếp theo được giao đặc quyền khác nhau bởi nhà sản xuất, nhưng chúng có ý nghĩa như nhau (Motorola 68000: PC, IBM Power-PC: CIA, Intel 8x86: IP). Như thể hiện trong sơ đồ chu trình lệnh (hình 5.2), một *ngắt* nghĩa là bộ xử lý về mặt phần cứng bị cưỡng bức từ bên ngoài chuyển đến lệnh nhảy („GO TO“). Ta có thể sử dụng cơ chế này trong trường hợp đơn giản nhất, để ép bộ xử lý thực hiện một vòng lặp lần lượt, chẳng hạn như cứ sau 10 *ms* (hình 5.3).

Nhờ ngắt với bước nhảy cưỡng bức bộ xử lý thực thi chuỗi lệnh sau đây:

(When Interrupt):

if	cảnh báo 1	then	đáp ứng xử lý 1
if	cảnh báo 2	then	đáp ứng xử lý 2
if	cảnh báo 3	then	đáp ứng xử lý 3
if	...	then	...

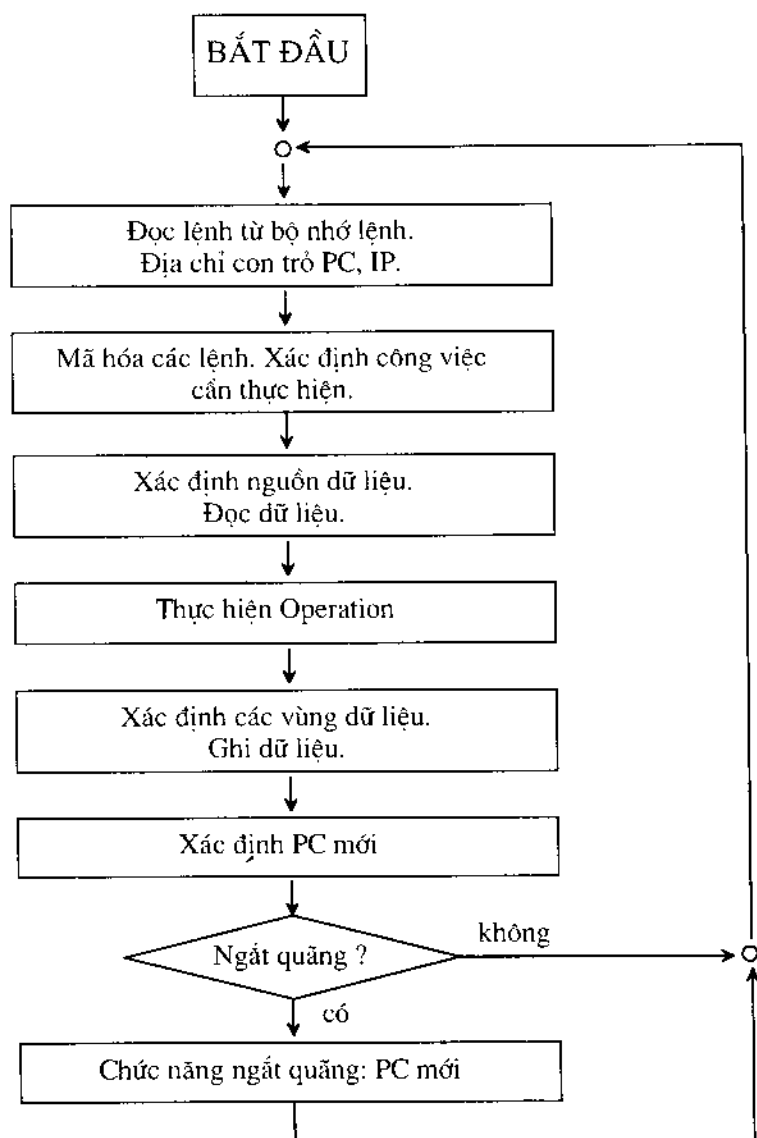
quay trở lại nơi tạm ngừng

Cấu trúc này có những ưu và nhược điểm sau:

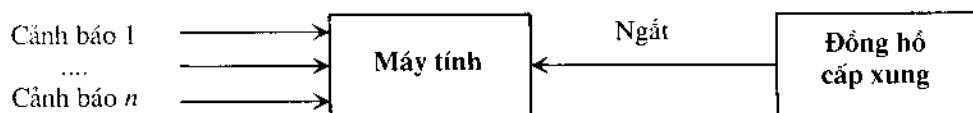
- + Giải pháp phần cứng tương đối đơn giản.
- + Trong chừng mực công suất còn lại của bộ xử lý có thể sử dụng được. Nó có thể thực hiện mã chương trình ở dưới cơ chế ngắt
- Thời gian đáp ứng t_R dao động, tùy theo vị trí tương đối ngẫu nhiên đến xung ngắt.
- Vòng lặp vô hạn trong chương trình đáp ứng riêng lẻ chỉ có thể dừng, khi nó thoát khỏi cơ chế ngắt. Điều này dẫn tới cấu trúc phần mềm phức tạp, cấu trúc này cho phép chống lại sự bắt đầu mới của quá trình đáp ứng đang chạy.

Cấu trúc này giống như là loại cơ bản của điều khiển khả trình ghi nhớ được (SPS). Tuy nhiên, ở đó không chỉ các tín hiệu từ bên ngoài mà cả các tín hiệu từ các thanh ghi bên trong cũng được đánh giá. Mở rộng chương trình trên sự truy vấn có thể dựa trên kết quả của một mức nối logic của tín hiệu và thanh ghi.

Theo tường trình chuyển bay [5.11] vòng điều khiển vị trí của tên lửa Ariane được thực thi với cấu trúc mô tả ở đây. Trong đó, một xung thời gian với độ dài khoảng 70 *ms* điều khiển quản lý nhiều nhiệm vụ khác nhau. Một trong các chương trình đáp ứng phụ trách điều khiển, một chương trình khác phụ trách điều chỉnh bộ quán tính trước khi khởi động. Sau khi khởi động các kết quả tính toán hiệu chỉnh mặc dù vẫn được tạo ra nhưng không được sử dụng nữa. Khi tính toán không sử dụng – lúc này với các dữ liệu bay tức thời – do sự thay đổi vị trí đáng kể và mong muốn dẫn đến tràn ô khi chuyển đổi từ số dấu phẩy động sang số dấu phẩy tĩnh. Tình huống ngoại lệ tương ứng (Dạng 3) kết thúc cơ chế đáp ứng toàn bộ và do đó dẫn tới sự thất bại hoàn toàn của điều khiển vị trí. Vì máy tính dự trữ thứ hai cũng có cấu trúc phần mềm khiếm khuyết như thế, nên cuối cùng dẫn đến sự kiện sụp đổ.



Hình 5.2: Sơ đồ một chu trình lệnh



Hình 5.3: Truy vấn điều khiển ngắt thời gian

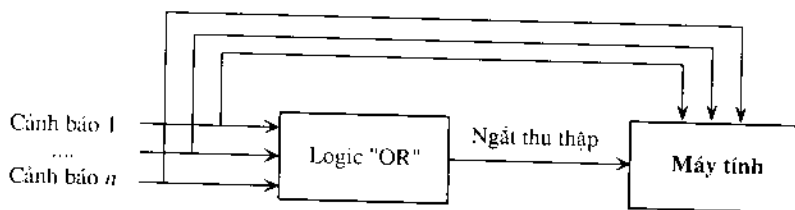
Nếu muốn chống lại sự thiếu sót này, người ta phải chuyển nhanh sang các cấu trúc mà khi cải tiến tiếp theo chúng dẫn đến kế hoạch đa lệnh được mô tả dưới đây. Trong đó, mặc dù lỗi không được loại bỏ, nhưng nó không còn tác dụng nữa. Theo nghĩa của tin học như giáo trình toán thì chỉ có các chương trình „đúng“ hoặc là „sai“. Nhưng người kỹ sư cơ điện tử có nhiệm vụ, ít nhất là được phép, làm sáng tỏ khía cạnh cấu trúc phần mềm „bền vững“.

Truy vấn theo ngắt thời gian như là giải pháp phần mềm là điều quan trọng trong các hệ thống đa lệnh mô tả dưới đây, khi mà mặc dù có phần cứng dễ hiển thị các sự kiện bên ngoài, nhưng không có bộ ngắt nào có thể xóa được. Một thay đổi đường dẫn, đi đường vòng, mặc dù gây nên trễ nhưng muộn nhất là sau khoảng thời gian chu trình ngắt cộng với thời gian truy vấn đến tình huống tương tự như khi ngắt đường dẫn hoàn toàn bằng sự trợ giúp của phần cứng.

5.2.3 Truy vấn điều khiển theo nhóm ngắt

Một nhược điểm của truy vấn điều khiển ngắt thời gian là thời gian đáp ứng có dải dao động lớn. Hiệu ứng này có thể làm tăng chi phí phần cứng. Do đó cấu trúc phần cứng thể hiện trên hình 5.4 cần được khảo sát.

Cấu trúc chương trình hoàn toàn tương ứng đối với khi truy vấn điều khiển ngắt thời gian, nó cũng có sự thiếu hụt về cấu trúc tương tự.



Hình 5.4: Truy vấn điều khiển theo nhóm ngắt

Khả năng đáp ứng tốt hơn một cách rõ ràng với dải dao động hẹp hơn t_R được trả giá bằng chi phí phần cứng cao hơn.

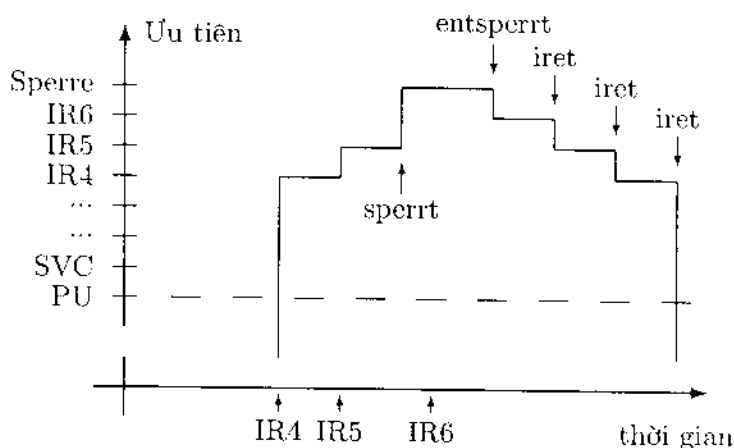
Giải pháp này hay được ứng dụng trong các hệ máy tính công nghiệp nhỏ hơn, và cả khi làm việc độc lập với các hệ điều hành đa nhiệm. Nhiều linh kiện tạo ngắt hỗ trợ việc kết nối OR¹⁾ và do đó làm giảm đáng kể việc tạo ngắt thu thập.

5.2.4 Hệ thống ngắt ưu tiên

Cấu trúc phần cứng tương ứng được mô tả trong hình 5.5.

Logic ưu tiên ghi lại ngắt được bộ xử lý nhận và ngăn chặn sự đứt quãng của bộ xử lý bằng các sự kiện trên đường vào, mà có cùng độ ưu tiên hoặc độ ưu

¹⁾ logic 'hoặc'



Hình 5.6: Nguyên tắc LIFO trong hệ ngắt ưu tiên

kết thúc bằng một lệnh phá rào đặc biệt, cái đối với một số bộ lý cũng có thể được thay thế bởi lệnh IR-Return.

Phần mềm điều khiển vị trí của Ariane ta có thể thực thi với cấu trúc như sau: quá trình hiệu chỉnh chứa một mức ưu tiên trong độ ưu tiên của quá trình điều khiển.

Bước đi xác định của quá trình hiệu chỉnh có thể bị chặn lại, bởi vì còn có những nhiệm vụ khác cần được ưu tiên, chứ không phải là quá trình điều khiển. Lỗi phần mềm mà trước đây không nhận biết được dường như được bỏ qua.

5.3 Hệ đa nhiệm và đa xử lý

5.3.1 Hệ đa nhiệm đơn giản

Việc thực hiện các chương trình trực tiếp trên mức ngắt là cơ chế thời gian thực tiêu biểu trong kỷ nguyên của dự án Apollo trong những năm 60. Nó đặt đến tận 8192 mức ngắt, như nó được cài đặt vào máy tính điều khiển dưới đất SDS930. Cấu trúc cứng nhắc này mặc dù cho phép đáp ứng nhanh chóng, nhưng nó dẫn đến cấm nhiều kế hoạch đầy ý nghĩa, đặc biệt là với quá trình tính toán cạnh tranh và hợp tác, mà chúng phải làm việc với cơ sở dữ liệu chung. Một nhược điểm quan trọng nữa là sự nhạy cảm với hư hỏng và lỗi sẵn có của kiến trúc phần mềm tổng hợp.

Để giới thiệu về môi trường đa nhiệm ở đây chấp nhận rằng, bên cạnh một nhiệm vụ cơ sở thường trú (liên tục) cho máy tính (tự kiểm tra, hoặc tương tự) chỉ một đáp ứng duy nhất đối với sự kiện ngoài được xử lý. Khi sự kiện xuất hiện, bộ xử lý phải quan tâm nhanh chóng có thể nhiệm vụ mới – cũng bắt đầu quá trình đáp ứng – và trước hết đặt lại quá trình từ trước đến nay.

Ta gọi quá trình này là *chuyển đổi tình huống* hoặc là *chuyển đổi quá trình*. Ta phải hiểu *tình huống* của một quá trình là nội dung của tất cả các thanh ghi bộ xử lý trên chip, trên đó các kết quả trung gian liên quan đến thời điểm xuất hiện sự kiện.

Ngay cả ngày làm việc bình thường biết chuyển đổi tình huống: nếu ta coi bác sỹ nha khoa cùng phòng điều trị của bác sỹ là bộ xử lý và việc điều trị là một quá trình, thì ta cũng quan sát một sự chuyển đổi quá trình: khi thay đổi một bệnh nhân này đến bệnh nhân khác các hộ tá thay đổi phiếu ghi trên bàn cũng như phim chụp Röntgen của việc điều trị cuối cùng. Tình huống của bệnh nhân đi trước được chữa và sắp xếp trình tự và bây giờ được thay thế bằng một bệnh nhân hợp lệ. Một tiến trình đúng chỉ được duy trì, nếu khi xử lý một quá trình tình huống tương ứng thường xuyên được mời lên.

Tiến trình diễn biến theo thời gian đối với cách tiếp cận đơn giản đầu tiên trước hết được thể hiện thô trên hình 5.7. Trong đó CSW nghĩa là chuyển đổi tình huống (ngủ cảnh). Khôi phục lại tất cả các thanh ghi của quá trình cho đến nay trong một vùng nhớ đã cấp cho nó và tải tất cả các thanh ghi từ một vùng nhớ đã cấp cho quá trình mới.

Multitasking thực sự hiệu quả có nghĩa là các quá trình không hoạt động – như quá trình đáp ứng trong thí dụ của chúng ta – giải phóng hoàn toàn một cách tự động bộ xử lý cho các nhiệm vụ khác.

Các quá trình trong hệ điều hành đa nhiệm được phân thành hai loại:

1. *Quá trình giám sát:*

- Chuỗi không thể phân chia được (hàng rào ngắt).
- Thủ tục đáp ứng ngắt.
- Bốn phân hệ thống trong một giám sát, được gọi nhờ ngắt phần mềm đồng bộ, gọi là SVCs (Supervisor calls), các lệnh máy: TRAP, INT etc.

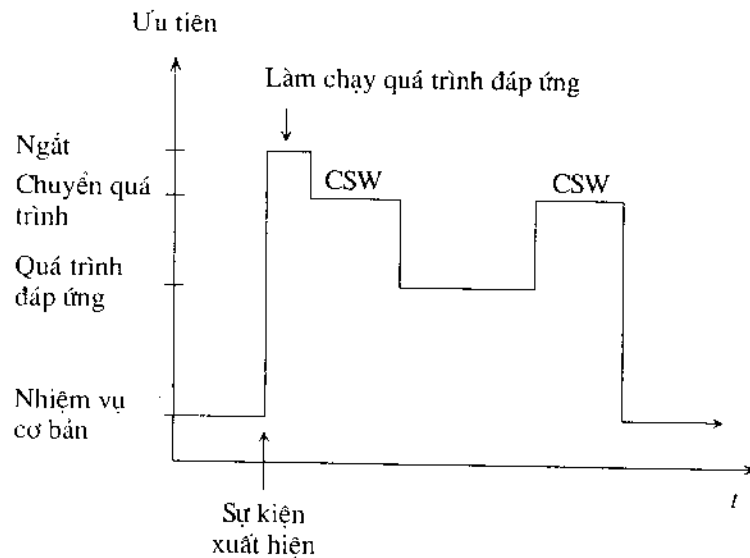
Sơ đồ trạng thái quá trình được sử dụng để biểu diễn, mà trong đó các hộp thể hiện trạng thái và các mũi tên thể hiện điều kiện chuyển tiếp (hình 5.8).

Các trạng thái trong hình 5.8 có ý nghĩa sau đây:

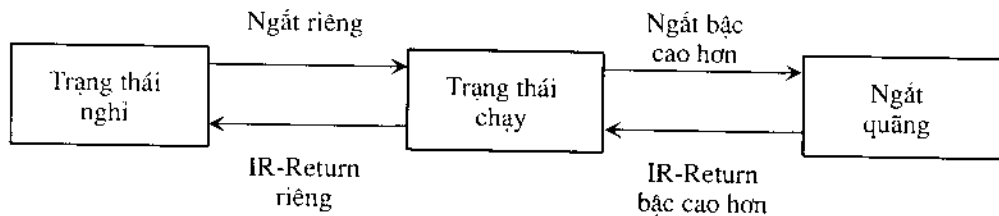
ngủ (dormant)	=	không hoạt động,
chạy (running)	=	bộ xử lý PC trở đến mã của quá trình,
ngắt quãng (interrupted)	=	Bộ xử lý hoạt động tạm thời với một ngắt có ưu tiên cao hơn.

Nhiệm vụ của quá trình giám sát về cơ bản là thao tác của các trạng thái làm việc của quá trình sử dụng (s.u.) và gọi bộ chuyển quá trình sau đó cần thiết (PU).

Quá trình này không được phép chấp nhận trạng thái chờ. Thời gian dừng lại lớn nhất có thể của một quá trình giám sát ngoài trạng thái ngủ là t_{SVmax} . Đại lượng này là phần trội hơn của thời gian đáp ứng đã thi hành



Hình 5.7: Nguyên tắc chuyển đổi quá trình



Hình 5.8: Sơ đồ trạng thái quá trình giám sát

theo tác dụng ngoài t_R của hệ thống đa nhiệm. Giảm $t_{SV_{max}}$ cải thiện hệ theo cả những chỉ tiêu khác nữa và do đó nó là chỉ tiêu tối ưu trung tâm khi thiết kế hệ thống đa nhiệm thời gian thực.

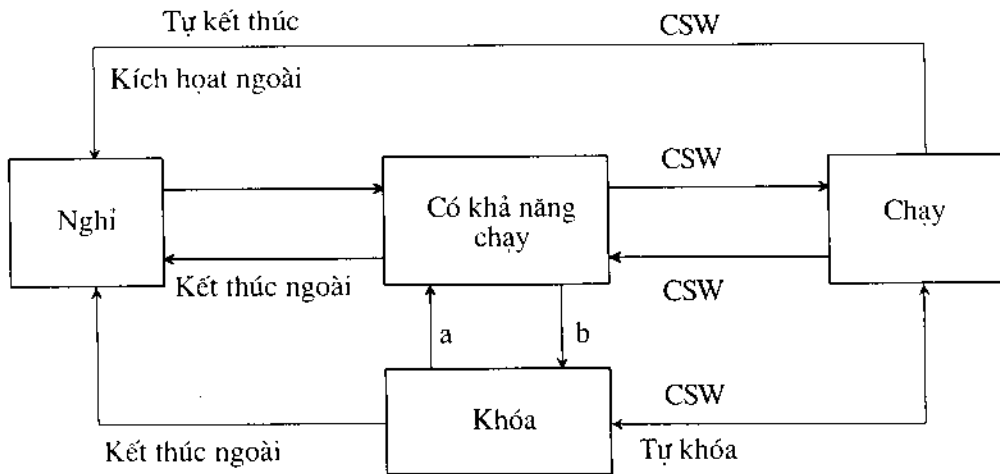
2. *Các quá trình tiện ích (Tasks)*: Các phương thức này chạy trên mức cơ sở (không có tình trạng giám sát trong các thanh ghi tình trạng) của bộ xử lý. Sơ đồ trạng thái của nó được thể hiện trên hình 5.9.

Trong hình 5.9 các viết tắt sau được sử dụng cho điều kiện chuyển tiếp:

- a: Giải phóng nhờ quá trình giám sát và quá trình tiện ích khác.
- b: Khóa nhờ quá trình giám sát và quá trình tiện ích khác.
- CSW: Chuyển đổi ngữ cảnh xảy ra trong chuyển tiếp này.

Các trạng thái quá trình có ý nghĩa sau đây:

ngủ (dormant)	=	không hoạt động, nhưng sự điều hành đã biết.
có khả năng chạy (runnable)	=	hoàn thành, nhưng bộ xử lý sẵn có được dùng cho các phương thức tiện ích khác.
chạy (running)	=	Bộ xử lý xử lý quá trình.
khóa (suspended)	=	Quá trình đợi một sự kiện nào đó trong hệ thống hoặc trong môi trường, chẳng hạn như một ngắt hoặc giải phóng một phương tiện vận hành.



Hình 5.9: Sơ đồ trạng thái quá trình của quá trình tiện ích

Chỉ trong trạng thái chạy tình huống của quá trình được ghi lại trong thanh ghi của bộ xử lý.

Bộ chuyển đổi quá trình (PU¹⁾) trong thực tế là một trung gian trên đường biên giữa quá trình giám sát và quá trình tiện ích. Nhưng tự nó là quá trình giám sát, khi người được ưu tiên ở mức thấp tưởng tượng nó như là vòng chương trình đơn giản (hình 5.10).

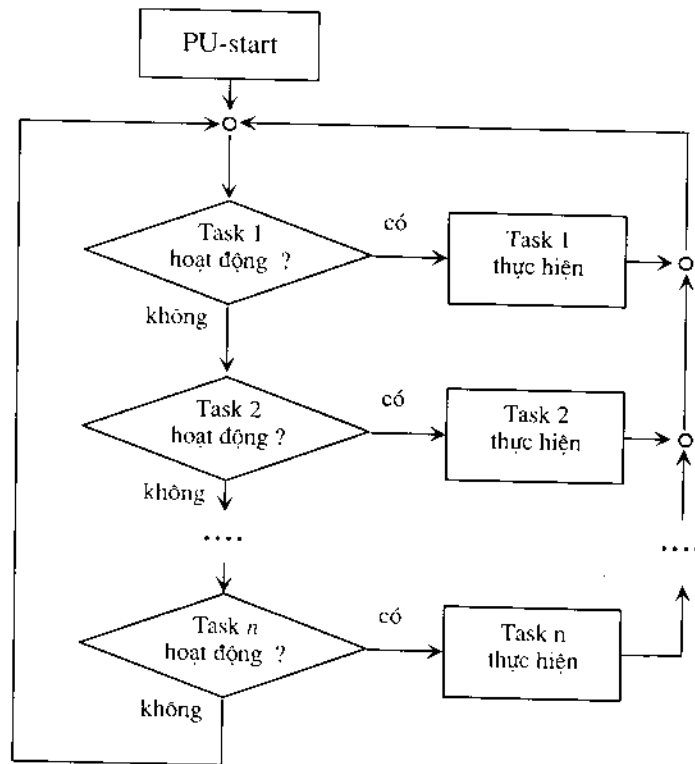
Một số lưu ý quan trọng nữa về cấu trúc này:

- Quá trình tiện ích (task) ở vị trí trước tiên có độ ưu tiên cao nhất, quá trình ở vị trí sau cùng có độ ưu tiên thấp nhất.
- Một nhiệm vụ có thể chạy tìm được có thể bắt đầu từ trước hoặc được tiếp tục, nó phụ thuộc vào khâu đếm chương trình, mà được nạp khi chuyển

¹⁾ Prozessumschalter

đổi tình huống vào bộ xử lý.

- Để tránh sự *chạy vòng* của PU, người ta đặt một nhiệm vụ chạy không luôn trong trật tự chạy (Idle) vào cuối danh sách tìm kiếm.
- Khi khởi động khâu chuyển đổi quá trình tình huống của quá trình đang chạy đến thời điểm này vẫn chưa được khôi phục lại một cách có mục đích, bởi vì có thể là chính quá trình này vẫn còn trong trật tự chạy đó, quá trình trước đó xa nhất được tìm thấy trong vòng tìm kiếm của khâu chuyển đổi.



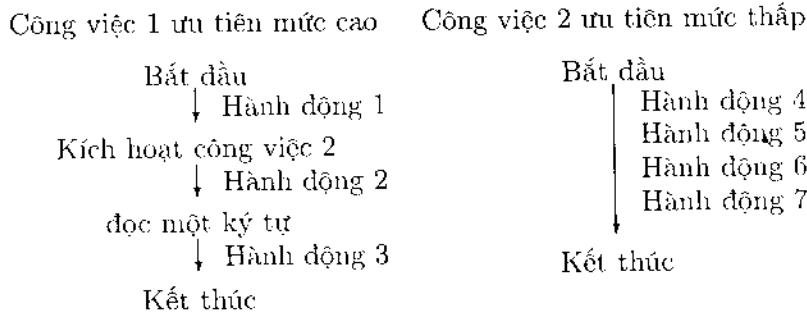
Hình 5.10: Vòng lặp chương trình cho khâu chuyển đổi

Một hành động chuyển đổi quá trình (PU) tổng thể bao gồm cả chuyển đổi tình huống xảy ra chưa đến 0,2 ms trên một bộ vi điều khiển 68.30x (68000-Kern) với tần số tạo xung 10 MHz, trên máy tính Power-PC có tần số tạo xung 100 MHz thì nhỏ hơn 0,004 ms.

Sự hoạt động của các phần chương trình có thể liên hệ với nhau, chẳng hạn như qua ô nhớ chung hoặc các kênh dữ liệu. Ngoài ra chúng còn có thể kích hoạt, kết thúc hoặc khóa các công việc khác nhờ quá trình giám sát và đập. Mặt khác quá trình chạy khi kích hoạt một quá trình tiện ích ở bên ngoài

(Task) trong việc gọi các chương trình con không thể dự báo trước được, như thí dụ 5.1 đã chỉ ra.

Thí dụ 5.1: Diễn biến không thể dự đoán trước trong hai Tasks



□

Nếu như ta hiểu sai sự kích hoạt công việc 2 như một lời gọi chương trình con, thì các hành động chương trình 4,5,6,7 sau những câu lệnh đến hành động 1 và trước chuỗi lệnh đến hành động 2 được thực thi. Nhưng trong thực tế diễn biến theo thời gian không thể xác định chính xác được, bởi vì nó phụ thuộc vào thời gian Task 1 bị cản trở trong việc đọc các ký tự. Bây giờ, một sơ đồ quá trình theo thời gian chi tiết được sử dụng để làm rõ tình huống này (hình 5.11).

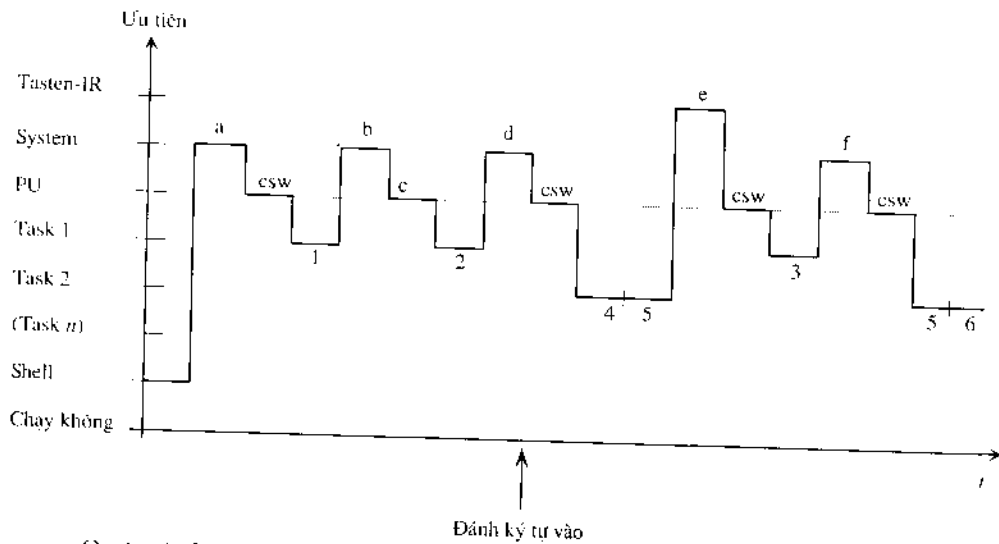
Hình 5.11 chỉ ra một trong nhiều tình thế có thể xảy ra. Nó mô tả trường hợp mà ở đó công việc T5 bị ngắt quãng ngẫu nhiên trong chuỗi lệnh 5 bởi ngắt từ bàn phím.

Khi tính ưu tiên của quá trình không thay đổi, một quá trình tiện ích được ưu tiên cao có thể cản trở tất cả các quá trình tiện ích còn lại bởi một vòng chu trình lưu thời gian. Tùy theo yêu cầu kỹ thuật có thể cần thay đổi độ ưu tiên.

Khi quan sát một lần nữa lỗi lập trình trong phần mềm ARIANE-Software [5.11] người ta nhận thấy rằng những ưu điểm của cấu trúc đa nhiệm là tính bền vững: Lỗi chạy quá trong quá trình hiệu chỉnh hiển nhiên là vẫn có, nhưng hầu như không có hiệu quả gì. Nó tương tự như quá trình hiệu chỉnh không sử dụng sau khi khởi động bị khóa lại. Tất cả các bộ phận phần mềm khác dường như hoàn toàn không bị ảnh hưởng.

Sự tóm lược tốt các chương trình xử lý sự kiện riêng rẽ làm cho – ở đây theo nghĩa tích cực – cấu trúc chương trình với rất nhiều nhiệm vụ phải làm. Các vấn đề sau đây cần được người kỹ sư thiết kế hệ điều hành thời gian thực đa nhiệm quan tâm thảo luận:

- Việc quản lý một số lượng lớn các nhiệm vụ – có nhiều hơn 300 nhiệm vụ trong những ứng dụng thực tế – phải không có tác dụng đối với các nhiệm vụ được ưu tiên nhất.
- Chỉ khi t_{SVmax} có thể được giữ nhỏ, thì thời gian đáp ứng t_R trên các cảnh



- a: Quá trình giám sát gọi từ Shell làm T1 có khả năng hoạt động.
 b: Quá trình giám sát gọi từ Task 1 làm T2 có khả năng chạy hoạt động.
 c: PU được kích hoạt, nhưng chưa có chuyển đổi tình huống.
 d: Task 1 bị khóa bởi gọi hệ thống để đọc.
 e: Các ký tự được đưa vào, ngắt làm cho T1 có khả năng chạy tiếp.
 f: Task 1 tự kết thúc nhờ lời gọi hệ thống.

Hình 5.11: Thí dụ tiêu biểu cho một sơ đồ thời gian quá trình đa nhiệm

báo (báo hiệu) đi vào từ bên ngoài nhỏ có thể đạt được.

- Độ chính xác cao về thời gian lấy mẫu (xung) theo những khoảng thời gian đều nhau các giá trị đo và trong bài toán điều khiển yêu cầu một độ dao động về thời gian t_R nhỏ tương ứng và do đó t_{SVmax} cũng nhỏ.
- Các cơ chế đồng bộ hóa cho phép các nhiệm vụ phối hợp các hành động của chúng đối ngược nhau phải được tối ưu hóa (xem mục 5.5).

5.3.2 Kiến trúc xử lý song song

Trong xử lý dữ liệu thời gian thực các bộ đa xử lý thông dụng được phân thành ba nhóm sau:

1. Xử lý đa năng.

Các bộ xử lý nhận các loại nhiệm vụ khác nhau và thường không cùng dạng. Mỗi PC với môđun cài vào, mà trên nó có một bộ xử lý khác, thuộc vào loại này.

2. Xử lý không kết nối.

Các bộ xử lý thành viên có bộ nhớ riêng, song chúng được nối kết với nhau qua các liên kết dữ liệu nhanh. Mỗi bộ xử lý về nguyên lý có thể xử lý

từng nhiệm vụ, tuy nhiên việc chuyển các mã chương trình với các số liệu có thể thực hiện được mà không cần đến sự chuyển đổi ngữ cảnh.

3. Xử lý kết nối chặt chẽ.

Các hệ thống này tạo thành từ nhiều bộ xử lý cùng loại, chúng có thể phân phối với nhau tất cả các nguồn - cũng như bộ nhớ. Mỗi bộ xử lý có thể tiến hành một nhiệm vụ không mất nhiều thời gian, mà nhiệm vụ này trước đó đã được xử lý bởi một bộ xử lý khác. Việc thực thi cụ thể kế hoạch này đã được giới thiệu nhiều năm trước đây, thí dụ như [5.5], [5.1]. Diễn biến trong các hệ này cũng có thể được mô tả bằng sơ đồ quá trình - thời gian: ở đây phải vẽ một sơ đồ hoạt động cho từng bộ xử lý riêng rẽ, nó có thể chạy qua những lớp riêng biệt độc lập với các sơ đồ khác. Hiện tại n quá trình tính toán có thể *đồng thời* ở trạng thái hoạt động trong n bộ xử lý. Ta thấy trong các hệ này cũng có n quá trình chạy không. Các hệ đa bộ xử lý cần được điều khiển, nếu chúng sở hữu công cụ đồng bộ hóa như mô tả trong mục 5.5.

5.3.3 Vấn đề quyền ưu tiên (chen hàng)

Các hệ điều hành PC thông thường như MS-DOS, Windows 3.11 và Windows 95 sử dụng các chức năng BIOS (Basic I/O-System), trong đó đáp ứng thời gian thực không được quan tâm, nghĩa là có những chuỗi mã máy có chiều dài không rõ ràng, chuỗi lệnh này kết thúc khi hàng rào ngắt đặt vào. Qua đó giá trị biên t_{SVmax} không được đưa ra nữa. Tuy nhiên, ngay cả khi sự thiếu hụt sơ đẳng này không được khắc phục, thì nhiều hệ điều hành đa nhiệm hay hệ điều hành nhiều người sử dụng như Windows NT, Linux hay UNIX, luôn không phù hợp cho xử lý dữ liệu thời gian thực, vì chúng không giải quyết vấn đề sau đây:

Bộ chuyển đổi quá trình bên đường biên giữa các quá trình giám sát và người sử dụng chỉ có thể tác động, khi bộ xử lý thoát khỏi trạng thái giám sát.

Nếu một quá trình ưu tiên ở mức thấp gọi một hàm hệ thống tốn kém thời gian, chẳng hạn như việc tìm kiếm bộ nhớ hay công việc sắp xếp, thì trong thời gian này không có chuyển đổi tình huống nào xảy ra, do đó quá trình không quan trọng ở mức ưu tiên thấp làm trễ sự bắt đầu của một quá trình được ưu tiên cao hơn một cách không thể xác định.

Trong sơ đồ quá trình thời gian (hình 5.12) ta nhận thấy sự trễ đáp ứng đối với một yêu cầu khẩn cấp do một quá trình ưu tiên thấp, quá trình này sử dụng hàm hệ thống.

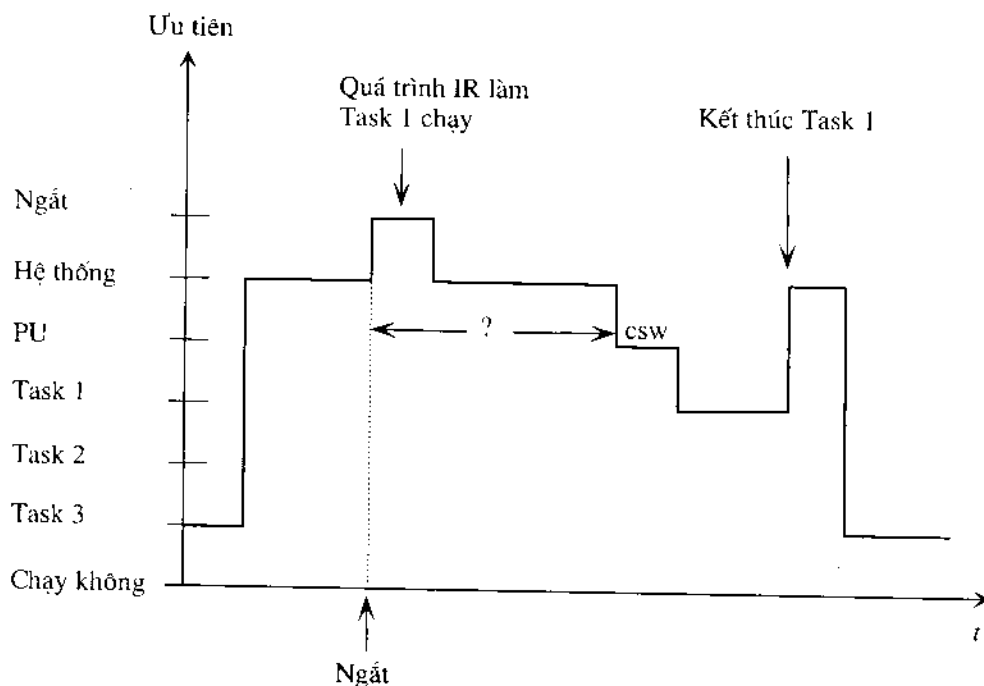
Nếu ký hiệu thời gian sử dụng cho việc chuyển đổi tình huống là t_{CSW} , thì thời gian trễ t_R của nhiệm vụ ưu tiên mức cao nhất được đưa ra

$$t_R \leq t_{SVmax} + t_{CSW} + t_{HV}.$$

Đại lượng t_{HV} thể hiện trễ phần cứng mà không được thể hiện trên hình 5.12 khi tiếp nhận ngắt bởi bộ xử lý. Nó thường được bỏ qua.

Thành phần t_{CSW} được xác định qua số thanh ghi và các tính chất khác của bộ xử lý. Thường thì chỉ một dãy nhỏ các lệnh máy thuộc vào thành phần này. Người phát triển hệ thống phải chú ý đến việc tối thiểu t_{SVmax} . Về điều này có các phát biểu sau:

- Ta có thể sử dụng các Daemon. Đó là quá trình tính toán ở mức người sử dụng, tuy nhiên nó thực hiện các chức năng của hệ điều hành. Các Daemon (trong Lynx-OS được gọi là *Kernel-Threads*) là chuẩn trong Unix-Wolrd và có thể di chuyển những hành động tiêu tốn nhiều thời gian của quá trình giám sát ra khỏi mức giám sát. Một giải pháp thực sự thỏa đáng cho vấn đề ta khó có thể đạt được. Vì rằng, ta đưa ra độ ưu tiên nào cho quá trình Daemon? Nếu nó nằm trên nhiệm vụ sử dụng thông thường, thì mặc dù t_{SVmax} chính thức được nhỏ lại, nhưng người ta đã không thực sự giải quyết vấn đề, bởi vì Daemon với độ ưu tiên cao của nó chiếm đoạt bộ xử lý của mỗi quá trình ứng dụng. Thậm chí còn có hơn hai bộ chuyển đổi ngữ cảnh phụ tiêu thụ thời gian. Nếu ta đặt mức ưu tiên của các Daemon vào giữa các mức ưu tiên của nhiệm vụ người sử dụng, thì một chức năng hệ thống quan trọng có thể được thay thế bằng nhiệm vụ người sử dụng



Hình 5.12: Mô tả vấn đề quyền ưu tiên (Preemptionproblem)

thông thường. Một mức ưu tiên động của các Daemon phù hợp với mối tương quan hiện thời có thể đem lại sự cải thiện ở đây.

- *Chuyển đổi ngữ cảnh được ưu tiên trước* trên mức các chức năng hệ thống. Mục tiêu là dọn nhanh nhất có thể khi một chuyển đổi quá trình được chuẩn bị nhờ một quá trình ngắt. Do đó chức năng hệ thống bị ngắt quãng trình tự nhanh nhất có thể.

Tiếc rằng ngày nay khái niệm ưu tiên trước được sử dụng tương tự như khái niệm vội vã trong xử lý dữ liệu thời gian thực. Một số nhà cung cấp gọi hệ thống của họ là ưu tiên trước, khi mà chúng chỉ có thể đáp ứng các sự kiện gần như đồng bộ một lúc nào đó với một chuyển đổi tình huống. Dưới đây một phác thảo gần đúng hơn được sử dụng, như được xác định trong [5.17].

Theo từ điển, quyền ưu tiên trước là quyền mua ưu tiên. Căn cứ vào hệ điều hành nó có nghĩa là nó phải có một khả năng ngắt quãng *tất cả* các hoạt động nhanh có thể đối với một quá trình ít quan trọng hơn một cách có lợi cho một quá trình quan trọng hơn. Một cách logic các chức năng hệ thống hoạt động cho một quá trình không quan trọng hơn cũng được hiểu như thế. Việc thực hiện điều kiện này trong thực tế luôn luôn có vấn đề. Trong hệ điều hành REAL/IX (Real-Time Unix) người ta cần phải lập dự án với mã hóa cốt lõi của hệ tương thích về các chức năng với thời gian thích hợp, để tính toán theo nguyên lý của sự chuyển đổi ngữ cảnh ưu tiên trước. Một giải pháp với các chức năng hệ thống có thể ngắt quãng được⁴ được thảo ra khi phát triển hệ điều hành RTOS-UH tại Viện Kỹ thuật điều khiển, Đại học Hannover, và hiện nay đã được sử dụng trong các hệ thống khác nữa. Một sơ đồ quá trình-thời gian loại này được thể hiện trên hình 5.13.

Thời gian đáp ứng t_R nhờ việc giới hạn t_{SVmax} giờ đây nhỏ hơn rất nhiều và trong kế hoạch tương ứng tất cả các chức năng hệ thống về phần giới hạn trên t_{Rmax} là có thể tính toán được.

Trong việc tối ưu giải pháp này, tất cả các chức năng của hệ cần phải được mã hóa sao cho chúng sẽ được lập lại một cách đơn giản sau khi chúng bị ngắt quãng trực tiếp. Trong khi ngắt chức năng của hệ bị ngắt luôn quay trở lại, để tạo ra cơ hội ngắt có thứ tự. Trên hình 5.13 chỉ ra sơ đồ chức năng ngắt. Chú ý rằng ở đây công suất quá trình sẽ bị tổn hao.

5.4 Lập lịch trình theo sự kiện và thời gian

Việc lập lịch trình theo sự kiện có nghĩa là sự thỏa thuận cho một quá trình (nhiệm vụ), mà theo đó nó nên được khởi động hoặc tiếp tục trên một sự kiện bên ngoài. Với các phương tiện của hệ đa nhiệm vấn đề này được giải quyết khá dễ dàng:

Cảnh báo tín hiệu (sự kiện) gây nhiều quá trình ngắt. Ngoại trừ truy vấn điều khiển chương trình, tất cả các loại móc nối sự kiện đã mô tả đều thích hợp.

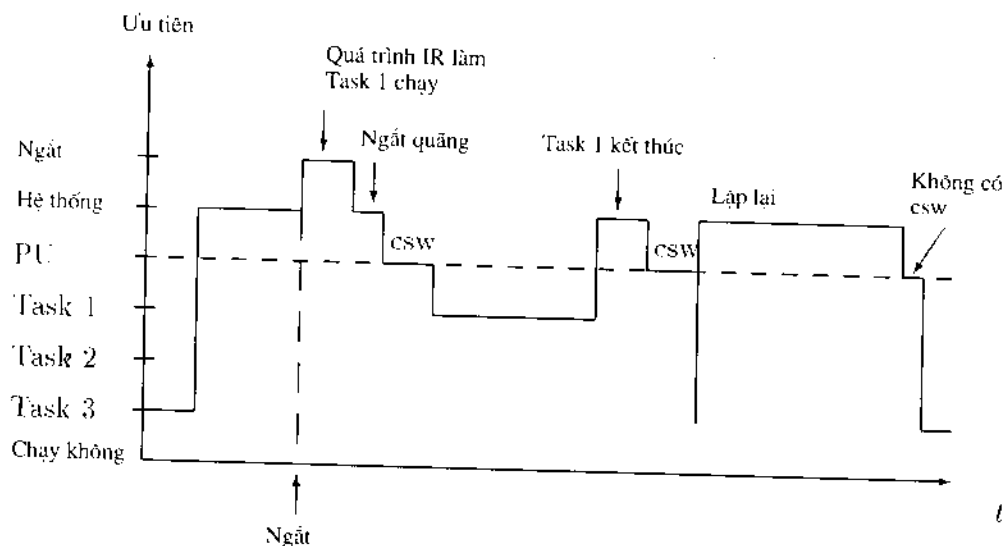
Quá trình giám sát này nhận biết được nó nên làm quá trình nào trong trình tự chạy (để khởi động hoặc để tiếp tục) nhờ một bảng hay một danh sách phù hợp hệ điều hành và thay đổi trạng thái của chúng trong trường hợp này. Khi thoát khỏi mức giám sát khâu chuyển đổi quá trình được trung chuyển, nó thực hiện một chuyển đổi tình huống khi ở vị trí ưu tiên tương ứng.

Việc sắp xếp tương quan giữa sự kiện với quá trình được thực hiện nhờ một chức năng hệ thống, mà nó lập nên bảng tương quan. Trên mức ngắt của báo hiệu chỉ có hai hành động tìm kiếm và trạng thái nhiệm vụ thay đổi, sao cho chúng lại thoát rất nhanh và do đó được giải phóng (một phần nhỏ của một μs với Power-PC 100 MHz).

Không có nhược điểm lớn người ta thực hiện được một số lượng lớn các cảnh báo với chỉ một ngắt thực: quá trình ngắt đọc bỏ tất cả các đường dẫn cảnh báo bằng một bước nhảy và so sánh mẫu với bảng tương quan của nó v.v.

Trong *lập trình thời gian* có một sự thỏa thuận, mà theo nó một quá trình nên được khởi động hoặc được tiếp tục vào một thời điểm xác định (nó cũng có thể là sau một thời gian sai khác). Cơ chế hoàn toàn tương tự kế hoạch sự kiện, tuy nhiên ngắt xung thời gian đề lên vị trí ngắt cảnh báo.

Kế hoạch chu trình là một đặc biệt, mà trong đó sự kích hoạt thực hiện trở lại cứ sau khoảng thời gian như nhau.



Hình 5.13: Sơ đồ quá trình-thời gian có chức năng hệ thống có thể ngắt quãng được

5.5 Sự đồng bộ hóa các quá trình

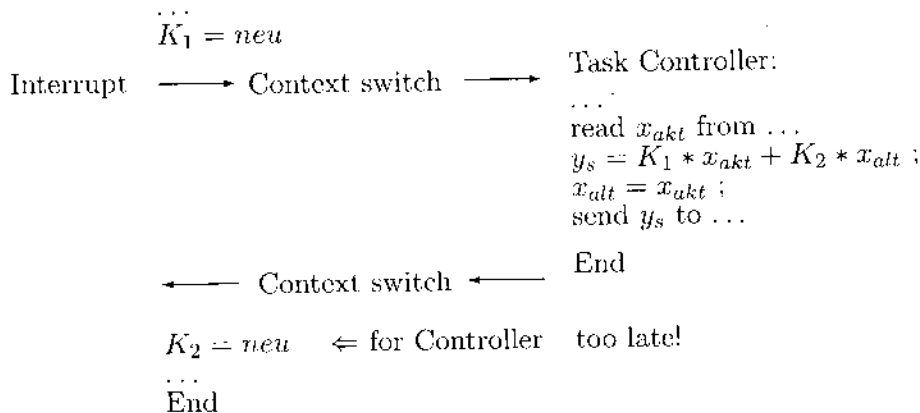
5.5.1 Những tình huống xung đột khi có nhiều quá trình

Trong rất nhiều nhiệm vụ của cơ điện tử cũng như trong tự động hóa quá trình nói chung nhiều công việc cùng xử lý hay đọc một dữ liệu chung, hay nó điều khiển những quá trình nào đó ngoài hệ thống máy tính, mà chúng không độc lập với nhau. Do đó một công việc có thể được hoạch theo chu trình và thực hiện một thuật toán điều khiển. Một công việc khác kiểm tra trong một khoảng thời gian dài hơn hoặc làm gián đoạn từ bên ngoài, liệu các tham số điều khiển của nhiệm vụ điều khiển có phải thay đổi tức thời hay không và khi cần thiết ta sẽ thay đổi chúng.

Giả sử rằng, chúng ta đã mã hóa một điều khiển ở dạng thông thường là phương trình sai phân và x_{akt} là đại lượng điều khiển hiện thời cũng như y_s là đại lượng đặt cần được tính toán và đưa ra. Các hệ số sử dụng trong luật điều khiển K_1 và K_2 được xác định từ một việc thích nghi tự trị. Với những đối tượng thay đổi cùng nhau một vấn đề mới tiềm năng xuất hiện khi xử lý bán song song định hướng sự kiện nhiều nhiệm vụ.

Trong thí dụ 5.2 trình bày một tình huống kỹ thuật điều khiển với sự xuất hiện ngắt khả thi.

Thí dụ 5.2: Quá trình thích nghi và điều khiển với những đối tượng chung
Task Adapt:



□

Nhiệm vụ điều khiển bây giờ làm việc với K_1 mới, nhưng K_2 cũ. Khi đó xuất hiện một kết quả không được định nghĩa. Bên cạnh sự không nhất quán này còn có thể có nhiều hiệu ứng nguy kịch nữa trong nhiều quá trình viết, như chỉ ra trong thí dụ 5.3.

Thí dụ 5.3: Ba quá trình sử dụng chung ô nhớ ở dạng biến nguyên i, j, k . Cả

ba biến đều bắt đầu từ 0. Tại thời điểm nào đó nhiệm vụ A được bắt đầu, và nhiệm vụ B và C được kế hoạch theo chu trình. Giả sử vấn đề được thể hiện trong ngôn ngữ bậc cao đa nhiệm giả tưởng:

	Tính ưu tiên thấp Thời gian dài	Tính ưu tiên trung bình tất cả hơn 0.1 giây	Tính ưu tiên thấp tất cả 2 giây
	task A common int i, j, k	task B common int i, j, k	task C common int i, j, k
<i>Loop</i>	$i = i + 1$ $k = k + 1$ goto <i>Loop</i> end	$j = j + 1$ $k = k + 1$ end	print $i + j, k$ end

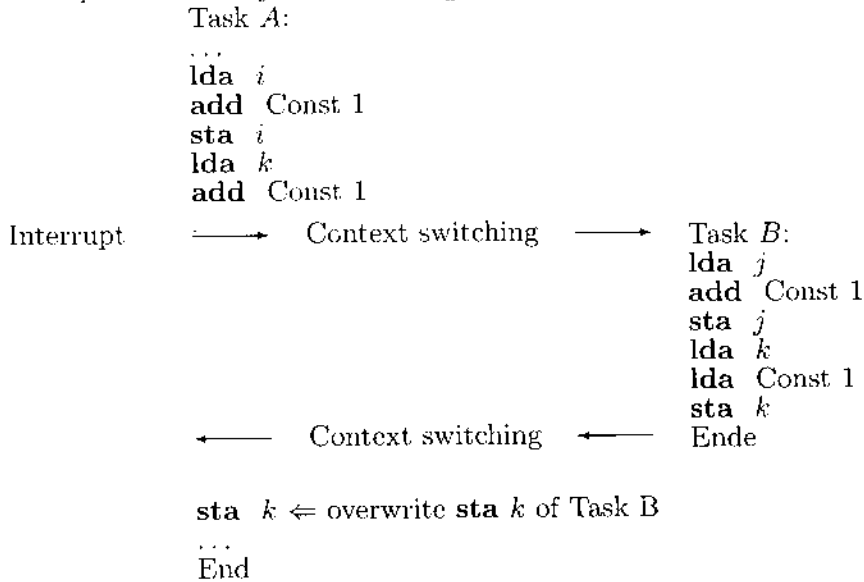
□

Quá trình C sẽ in ra những kết quả nào? Giá trị của tổng $(i + j)$ cần phải bằng k , bởi vì khi tăng i thì k tăng và khi tăng j thì k cũng tăng lên. Khi đó có thể xảy ra một số chuyển đổi ngữ cảnh, nhiệm vụ thao tác A do i tăng phải dừng lại vì nhiệm vụ thao tác B , nhiệm vụ thao tác B cũng có thể do j tăng vì nhiệm vụ thao tác C phải cố gắng thực hiện quá trình. Như thế thì $(i + j)$ bằng k , ngẫu nhiên thì $(i + j)$ có thể lớn hơn 1 hoặc 2. Tuy nhiên việc quan sát thực tế thấy rất kỳ lạ đối với người quan sát không quen với xử lý thời gian thực: Giá trị của k luôn tiến gần $(i + j)$ cùng với thời gian tăng lên! Có lẽ không thể giải thích được bằng các định luật Logic và người ta sẽ cố gắng tránh một lỗi hệ thống nào đó ở trong đó. Tuy vậy hiệu ứng này xuất hiện trong tất cả hệ đa nhiệm thực sự. Nó cũng xuất hiện cả khi người ta thực thi ba quá trình chỉ bằng quá trình ngắt tuần tự (nhiệm vụ A đóng vai trò mức nền) mà không cần môi trường hệ điều hành.

Cơ sở nằm ở chỗ, một lệnh gán $k = k + 1$ phân giải thành một dãy các lệnh máy riêng rẽ. Qua việc ngắt quá trình tựa „bên trong“ của các dòng chương trình ở bên ngoài có thể sẽ được gọi. Trong một thiết bị ghi nhớ dữ liệu đơn giản, thí dụ như bộ vi điều khiển 8 bit 8031, việc phân tích chính xác dãy các lệnh máy được trình bày trong thí dụ 5.4.

Do chuyển đổi tình huống khi tiếp tục Task A nhận nội dung cũ của bộ ghi số liệu (hoặc của thanh ghi đối với máy ghi) và đặt nó lên ô nhớ. Như thế sự thay đổi của k hoàn toàn không bị tác động bởi Task B !. Cả đối với hệ đa xử lý thực hiện ứng này cũng xuất hiện khi không có chuyển đổi tình huống, thậm chí một Compiler thông minh trong một bộ xử lý được lý tưởng hóa có thể làm từ $k = k + 1$ một lệnh máy duy nhất. Một bộ xử lý khác có thể đặt một chu trình đọc riêng giữa đọc và ghi qua Bus xử lý. Thực tế hiệu ứng nguy hiểm này thường xuất hiện ở dạng này hay dạng tương tự, nếu như những quá trình độc lập có thể tác động (một cách thay đổi) trên những đối tượng chung và ở đó không phối hợp theo những quy tắc rất nghiêm khắc. Trong thí dụ tổng hợp 5.3 xác suất xuất hiện lớn đến mức nào đó, và người ta nhanh

Thí dụ 5.4: Mã máy của thiết bị ghi dữ liệu của thí dụ 5.3



□

chúng nhận thấy, rằng phần mềm chỉ ra các hàm lỗi. Đối với các bài toán cơ điện tử thực xác suất xuất hiện hầu như là rất thấp, có lẽ sự kiện tạo ngắt sẽ xuất hiện chính xác ở một trong hai nơi mã máy tới hạn chỉ sau vài giờ hay chỉ một lần trong năm. Do đó phần mềm cơ điện tử phức tạp không thể thử một cách đảm bảo nữa, và việc chủ trương bắt buộc xác định trước cấu trúc của việc xử lý dữ liệu trở nên đặc biệt quan trọng.

Có những khả năng trợ giúp về cấu trúc nào?

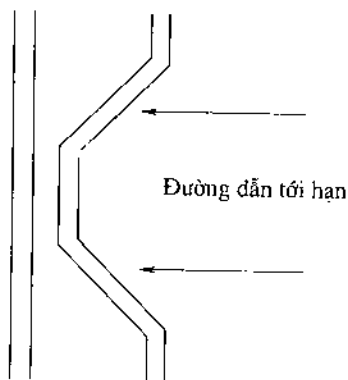
- Đối với các quá trình ngắt hoàn toàn không sử dụng hệ điều hành chỉ có khả năng là đóng khung chuỗi tác động đối với k thông qua việc đặt và đặt lại hàng rào ngắt. Khả năng đáp ứng của hệ thống bị tổn hại hàng loạt, bởi vì do có vòng lặp vô hạn được lập trình một cách thiếu thận trọng trong vùng hàng rào ngắt mà t_R có thể được tăng lên đến vô cùng.
- Những cách tiếp cận trước đây cấm những biến chung và cho phép sự giao tiếp chỉ qua cách kênh (xem mục 5.5.7) hoặc Files. Sau đó các quá trình khi truy cập phải chờ kênh (File) cho đến khi nó cho phép truy cập. Giải pháp này là không thể chấp nhận cho việc vận hành những hệ cơ điện tử ngày càng nhanh. Kể cả khi không có sự xung đột nào (và đó là trường hợp hay xảy ra!), cần rất nhiều thời gian cho việc truy cập một cách cặn kẽ trên đối tượng.
- Năm 1968 H.W. DIJKSTRA đã nhận ra rằng, vấn đề này đòi hỏi một giải pháp mới và bền vững trong thời gian đó. Ông ta đã xác định rõ công cụ

nhau, đầu tiên để đồng bộ hóa các nhiệm vụ, mà nó hạn chế sự can thiệp có trật tự đối với trường hợp, mà trong thực tế một hàm lỗi có thể xuất hiện.

Sau này xuất hiện thêm nhiều công cụ đồng bộ hóa, mà sẽ đề cập đến dưới đây như: Semaphore, Monitors, Bolts và Rendezvous. [Cờ hiệu, giám sát, Bolts và Rendezvous]

5.5.2 Semaphore (Cờ hiệu)

Thuật ngữ Semaphore có nghĩa như là tín hiệu ánh sáng. Hiện ở thành phố Cuxhaven¹⁾ vẫn còn có một „Semaphor“ cổ đứng trên bãi biển miền Bắc. Khái niệm này lần đầu tiên được H.W. DIJKSTRA²⁾ định nghĩa trong một bài báo [5.2] năm 1968. Chức năng này có thể được diễn giải nhờ một sự tương tự đơn giản. Tại điểm xây dựng đường sắt có hai cặp đường ray nằm gần nhau, sẽ không bao giờ có hai đoàn tàu đồng thời được phép ở nơi hẹp này. Tại đây một trong hai đoàn tàu phải có đường ray hoàn toàn độc lập khác gọi là *đường dẫn tới hạn* (hình 5.14).



Hình 5.14: Về khái niệm „đường dẫn tới hạn“

Không như những đoàn tàu, các quá trình tính toán có thể dừng lại ở thời điểm 0 (dừng tức thời). Trong thực nghiệm tưởng tượng một cột đèn đặc biệt được lắp đặt, mà nó chỉ biết đỏ hoặc xanh và trở như nhau đến hai phía tại mỗi thời điểm. Quy tắc hoạt động được quy ước như sau:

¹⁾ Một thành phố bên bờ biển Bắc của CHLB Đức.

²⁾ GS. người Hà Lan.

```

Đi vào:      if (Ampel == đỏ)
               then chờ đợi đèn xanh;
               else Ampel:=đỏ; đi vào;

Đi ra :      Ampel:=xanh;
               if (một quá trình nào đó chờ xanh)
               then rung chuông với độ ưu tiên cao nhất

```

Điều quan trọng là những hoạt động Truy vấn + Chuyển đổi đối với đối chiếu quá trình phải được liên hệ với nhau một cách không thể chia tách được. Và do đó không yêu cầu phải đặt hàng rào ngắt. Hoạt động là chấp nhận được, nếu các phép toán thực hiện trên mặt mức hệ thống. Các Semaphore có thể không sao chép lại bằng các mã trên mặt bằng quá trình tiện ích. Khi thực hiện ở mức tiện ích một sự thay đổi đột ngột hoàn cảnh theo lệnh máy có thể dẫn đến sự truy vấn của Semaphore, một quá trình ngoại lai xuất hiện và theo một sự thay đổi hoàn cảnh đột ngột trở lại trường hợp đầu, bởi vì nó lưu giữ sự ghi tình trạng quá trình với kết quả truy vấn „màu xanh“. Việc thực thi kỹ thuật chỉ có thể khả thi với hệ điều hành đa nhiệm, và dĩ nhiên khá đơn giản: Truy vấn/Chuyển đổi khi khởi hành và đặt lại khi quay lại là những chức năng hệ thống, mà chúng được thực hiện nhờ quá trình giám sát ở trên công tác chuyển quá trình và không thể hủy bỏ bằng quyền ưu tiên. Thông thường thì chỉ cần 3 đến 4 lệnh máy, bởi vì ở đây không yêu cầu một cơ chế quyền ưu tiên.

H.W. DIJKSTRA đặt tên cho hai toán tử của Semaphore theo tiếng Hà Lan - tiếng mẹ đẻ của ông ta - và trong tin học nó được biết đến từ lâu đó là toán tử *p* và *v*. Tốt hơn hãy lưu ý ký hiệu PEARL (DIN¹⁾ 66253 năm 1997) với từ khóa REQUEST Semavariabel (Einfahrt) và RELEASE Semavariabel (Ausfahrt). Bên cạnh đó người ta tìm thấy trong một số hệ Unix các thuật ngữ „up“ và „down“.

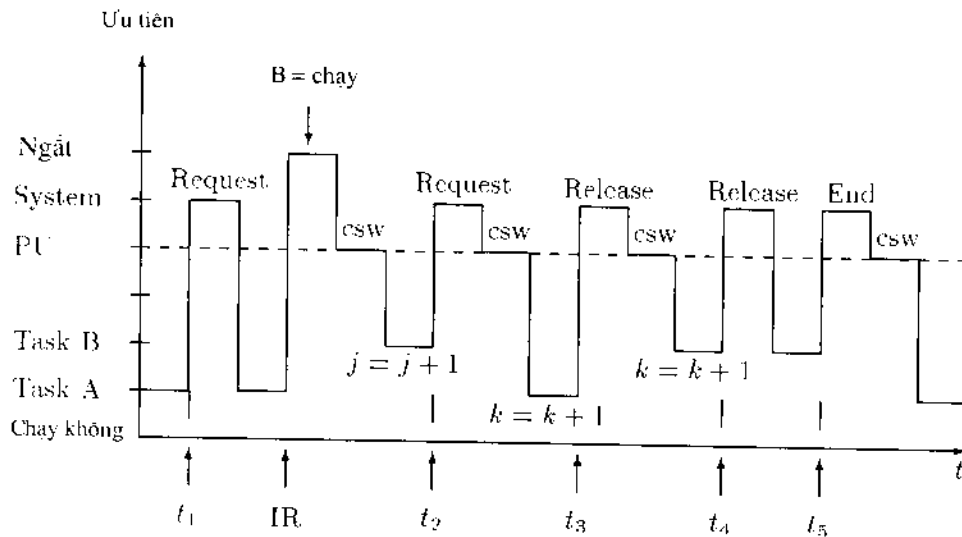
Chương trình thí dụ 5.3 bây giờ được thay đổi như sau, ở đó chỉ những Task A và B được thể hiện (*ksema* khởi động với giá trị đầu „green“):

	task A	task B
<i>Label</i>	$i = i + 1$	$j = j + 1$
	request <i>ksema</i>	request <i>ksema</i>
	$k = k + 1$	$k = k + 1$
	release <i>ksema</i>	release <i>ksema</i>
	goto <i>Label</i>	end

Nhờ sơ đồ quá trình thời gian bây giờ ta cần phải nghiên cứu diễn biến trong trường hợp xung đột, mà ở đó Task A được dùng đến bởi công thức chuyển đổi quá trình chính xác trong khi gán $k = k + 1$ (hình 5.15).

Chú ý rằng đang khi có lệnh $k = k + 1$, Task A chuyển toàn bộ tới Task trung gian. Nhược điểm duy nhất của kế hoạch là sự tiêu tốn thời gian phụ,

¹⁾Tiền chuẩn do Hội kỹ sư Đức lập ra



- t_1 : Task A vào đường dẫn tới hạn theo yêu cầu Request, không có CSW.
 t_2 : Task B sẽ đến đường dẫn tới hạn, thua cuộc: CSW. Bây giờ Task A thực hiện $k = k + 1$.
 t_3 : Task A rời khỏi đường dẫn tới hạn, quá trình nâng khối A lên: CSW.
 t_4 : Task B rời khỏi đường dẫn tới hạn, không mong đợi: không có CSW.
 t_5 : Task B kết thúc, theo CSW Task A tiếp tục vận hành.

Hình 5.15: Trường hợp xung đột được đồng bộ hóa bằng Semaphore

đặc biệt trong trường hợp xung đột. khi đó hai chuyển đổi tình huống làm lộn xộn thời gian lớn lên nhiều. (Một hệ điều hành thời gian thực PowerPC 100 MHz vượt qua các yêu cầu (Request) bình thường bình thường và thành công trong khoảng 300 nano giây!). Sự đúng đắn về cấu trúc là khả thi với kế hoạch Semaphore đối với giá của sự tiêu hao thời gian có thể bỏ qua được. Người ta sử dụng số nguyên để mô tả trong máy tính đối với các biến cờ hiệu Semaphore, thường như sau:

$$\begin{aligned} \text{green} &= 1 \\ \text{red} &= 0 \end{aligned}$$

Để hiển thị trong hệ điều hành người ta có thể sử dụng một giá trị thứ hai cho red. -1, nếu ít nhất một quá trình đợi. Trong mỗi phần hồi trước hết xuất hiện giá trị 0, giá trị này ký gữ một tập tin, trong tất cả các quá trình trong bộ ghi tình trạng, và có thể nhận biết ngay rằng có một quá trình đánh thức. Giá trị 0 sau đó chuyển ngay sang giá trị 1 và quá trình đánh thức nhấc lại các yêu cầu của nó.

Người ta không bao giờ đọc được những giá trị của biến Semaphore, sự thay đổi và truy vấn cho phép duy nhất là sự thay đổi và truy vấn với những chức

năng hệ thống Request và Release. Nếu một chương trình chỉ đọc một giá trị cụ thể, thì nó có thể lặp lại trong lệnh tiếp theo nhờ một bộ phận chuyển đổi hoàn cảnh đột ngột trung gian. Hàm hệ thống *Try* được giới thiệu trong PEARL với tiêu chuẩn DIN của những năm 97 tạo nên một ngoại lệ đã biết, hàm này tiến vào đường dẫn tới hạn nếu có thể. Task không bao giờ bị bao vây, hàm hệ thống chuyển cấp một giá trị logic trở lại, nó chỉ ra liệu việc tiến vào có đạt được hay không.

Cùng với việc đưa vào biến cờ hiệu đáng tiếc là sẽ xuất hiện thêm những nguồn lỗi mới, bởi vì tín hiệu thỏa mãn như là phương tiện đồng bộ hóa không có cấu trúc nguyên thủy. Người lập trình có thể làm nên lỗi khi sử dụng cờ hiệu, mà chương trình biên dịch Compiler không thể nhận biết được các lỗi này. Các phép tính trên biến tín hiệu thường không tự động liên quan đến những đối tượng cần được bảo vệ. Tuy vậy chúng được thực hiện trong tất cả những hệ điều hành đa nhiệm thích hợp cho những mục đích cơ điện tử.

Sau đây là những lưu ý và giải thích về chương trình cờ hiệu:

- Cần chú ý rằng, - như trong thí dụ - một quá trình được ưu tiên ở mức cao (Task B) diễn ra phụ thuộc vào sự phát sinh của một quá trình được ưu tiên thấp, quá trình này sẽ bị chen ép bởi quá trình ưu tiên trung bình trong một thời gian dài. Nếu hệ điều hành cho phép điều này, thì sẽ có sự khắc phục như sự thay đổi phù hợp với các mức ưu tiên.
- Một số lớn các Tasks có thể có đường dẫn, đường dẫn này là đường dẫn tới hạn, khi chẳng hạn còn 6 quá trình khác thực hiện các toán tử dạng $K = f(K)$. Chúng nhận tất cả các khung yêu cầu/dáp ứng để dẫn qua đường dẫn tới hạn.
- Đường dẫn tới hạn cần phải ngắn nhất như có thể và cần phải không có những toán tử vào ra không tính toán được. Nếu như $K1$ và $K2$ được đọc từ một quá trình của một kênh, thì người ta không cần phải mã hóa

```
request KSEMA
read K1,K2
release KSEMA
```

mà là

```
read HILF1,HILF2
request KSEMA
K1 = HILF1
K2 = HILF2
release KSEMA
```

đường dẫn tới hạn là một giải pháp
đúng đắn tiết kiệm thời gian!

- Về nguy hiểm của sự gỡ rối sẽ có thêm chỉ dẫn đặc biệt trong đoạn 5.6.

5.5.3 Monitor

Ý tưởng cơ bản ở đây là gắn kết cơ chế bảo vệ với việc truy cập dữ liệu. Các Monitor giống như là các thủ tục, mà thường xuyên chỉ có một quá trình duy nhất có thể chạy trên Code của chúng.

Trong mỗi ngôn ngữ lập trình mà nó biết biến Semaphore, người ta có thể tự tạo ra các Monitor theo thí dụ 5.5. Tuy nhiên bằng cách khác, ta có thể sử dụng ngôn ngữ hướng đối tượng Java. Trong Java các phương pháp ứng với các chương trình con – có thể khai báo một cách đồng bộ. Những phương pháp này chỉ có thể được thực hiện bởi một Java-Thread (tương ứng một chu kỳ), nếu không có Thread khác đang sử dụng phương pháp. Trong trường hợp xung đột Thread đến muộn phải chờ sự giải phóng của phương pháp.

Một Monitor không phải là quá trình tính toán, mà là một chương trình con, nó chỉ có thể sẽ chạy trong phần tới hạn của nó luôn chỉ bởi một quá trình tính toán duy nhất. Đối với người lập trình phương tiện đồng bộ hóa được gói gọn chặt chẽ với đối tượng cần được bảo vệ. Nếu Monitor đã tự mã hóa đúng và không thể bị thay đổi, thì lỗi lập trình do thiếu đồng bộ hóa hầu như không có.

Sơ đồ quá trình – thời gian nhìn chính xác như khi sử dụng Semaphore thông thường. Chỉ có một sự cải tiến nằm trong kỹ thuật phần mềm. Nó được trả giá bằng chi phí thời gian cao hơn do gọi các chương trình con.

5.5.4 Biến Bolt

Khi nhiều quá trình tính toán tác động đến dữ liệu chúng ta cần lưu tâm đến các vấn đề sau: đọc đồng thời các dữ liệu bằng nhiều quá trình không có hư hại gì, chẳng nào mà chưa có dấu ghi nào tác động đến dữ liệu. Đặc biệt trong các hệ thống ngân hàng dữ liệu có thể không cần thiết phải cản trở quá trình đọc bằng các đường dẫn tới hạn ngược trong việc sử dụng các Semaphore hoặc các Monitor. Để tăng hiệu quả trong các trường hợp này ta có thể thay đổi Semaphore bằng các biến Bolt. Giả sử có một quá trình viết *A* và hai quá

Thí dụ 5.5: Xây dựng một Monitor nhờ một Semaphore

	<pre> monitor subroutine KMON request kmonsema K = K + 1 release kmonsema return end </pre>	
task A		task B
<pre> Loop I = I + 1 call KMON goto Loop end </pre>		<pre> J = J + 1 call KMON end </pre>

trình dọc B và C :

task A	task B	task C
.	.	.
.	.	.
reserve $Boltx$	enter $Boltx$	enter $Boltx$
$x = \dots$	$\dots = x + \dots$	$\dots = x + \dots$
free $Boltx$	leave $Boltx$	leave $Boltx$
.	.	.
end	end	end

Biến Bolt có thể nhận những trạng thái khác nhau. Sự chuyển đổi với bốn phép toán khác nhau có thể được mô tả như sau:

- reserve :** Bao vây, nếu Bolt trong trạng thái „entered“ hoặc „reserved“. Sau khi thực hiện thành công thì biến Bolt ở trạng thái „reserved“.
- enter :** Chỉ bao vây, nếu Bolt ở trạng thái „reserved“ hoặc một số đếm enter (Entercount) lớn nhất tiêu biểu (đặc trưng) cho hệ thống đạt được. Sau khi thực hiện thành công thì biến Bolt ở trạng thái „entered“, số đếm enter tăng lên 1 so với trước khi thực hiện.
- leave :** Số đếm Enter giảm đi 1. Biến Bolt ở nguyên trạng thái „entered“, và số đếm mới là 0. Sau đó thì trạng thái mới là „free“, và nó trở nên – nếu sẵn có – quá trình ưu tiên ở mức cao nhất, quá trình này ở **reserve** đã thất bại, và quá trình lại hoạt động.
- free :** Trở lại từ trạng thái „reserved“. Trạng thái mới là „free“, nếu sẵn có quá trình ưu tiên mức cao nhất mà đang đợi **reserve** hoặc **enter** được khai thông.

Dầu ghi có thể nhận trước hết tác động (truy cập), nếu tất cả các dầu dọc đèn đã rời khỏi đường dẫn. Các dầu dọc không thể truy cập vào những dữ liệu đang trong quá trình xử lý bởi dầu ghi. Các dầu dọc không gây cản trở lẫn nhau.

Do các dầu dọc mới có thể thường xuyên làm việc, nên có thể xảy ra trường hợp một dầu ghi mặc dù được ưu tiên nhưng không khi nào đến lượt hoạt động. Từ nguyên cơ này, một nhóm chuyên gia của Hội Tin học Đức về ngôn ngữ PEARL đã có bổ sung trong PEARL-Bolts: Trong khi một RESERVE bị nghẽn lồi, chưa cho phép tiếp nhận một ENTER nữa (DIN 66253-2, 1997). Liên quan tới dạng của đường dẫn tới hạn và của diễn biến trong sơ đồ quá trình – thời gian các quy tắc phải được tuân thủ như ở Semaphore.

5.5.5 Semaphore đếm

Với những Semaphore đã được sử dụng cho đến nay, chúng chỉ có thể nhận các trạng thái đỏ hoặc xanh, người ta có thể điều chỉnh rất tốt những vấn đề của

cạnh tranh và của đường dẫn tới hạn (từng phần của nó còn được gọi là *sự loại trừ lẫn nhau*) của các quá trình khác nhau. Đối với các trường hợp thao tác liên tiếp trong cùng một vấn đề, việc điều khiển được giải quyết không tốt. Khi đó GS. DIJKSTRA đã mở rộng khái niệm Semaphore. Bên cạnh *Semaphore nhị phân* sử dụng ở trên ông ta còn định nghĩa *Semaphore đếm*. Ngoài trạng thái đỏ và xanh nguồn giá trị còn được mở rộng với các trạng thái 2 xanh, 3 xanh, 4 xanh v.v... „3 xanh“ có nghĩa là, ba lệnh yêu cầu sẽ chạy thành công và yêu cầu thứ tư sẽ dẫn đến việc khóa hóa quá trình đang yêu cầu. Một ứng dụng tiêu biểu – sơ đồ nhà sản xuất/người tiêu dùng – được trình bày trong thí dụ 5.6.

Thí dụ 5.6: Cấu trúc cơ bản của sơ đồ nhà sản xuất/người tiêu dùng

semaphore <i>S</i> preset (0);	tức là: <i>S</i> có giá trị ban đầu „đỏ“.
task <i>A</i> (Consumer)	task <i>B</i> (Producer)
...	...
request <i>S</i>	<i>A</i> (<i>J</i>) = ...
<i>X</i> = <i>A</i> (<i>I</i>)	<i>J</i> = <i>J</i> + 1
<i>I</i> = <i>I</i> + 1	release <i>S</i>
...	...

□

Ta cần chú ý việc sử dụng „lệnh“ đối với một cặp đối đáp ứng-yêu cầu duy nhất (Request-Release). Trong chương trình trên nhà sản xuất (Task *B*) có thể tạo ra dữ liệu dự trữ, ở đó *S* được đếm một cách liên tiếp. Người tiêu thụ (Task *A*) chỉ tiếp nhận các dữ liệu, khi ít nhất vẫn còn một dữ liệu „chưa sử dụng“ (*S* tối thiểu là 1) dự trữ. đương nhiên ở đây nhà sản xuất có thể „chiếm giữ“ trường đếm *A*, bởi vì chỉ có Task *A* chờ đợi Task *B*.

Thí dụ 5.7: Sơ đồ nhà sản xuất- người tiêu dùng hoàn chỉnh với bộ đệm vòng

semaphore <i>Datenda</i> preset (0);	Ban đầu không có dữ liệu
semaphore <i>Platzda</i> preset (100);	Ban đầu có 100 chỗ trống
integer <i>puffer</i> (100);	Bộ nhớ đệm
integer <i>i, j</i> khởi gán (1,1);	Chỉ số bắt đầu bằng 1
...	
task <i>A</i> (Consumer)	task <i>B</i> (producer)
...	...
request <i>Datenda</i> ;	request <i>Platzda</i> ;
<i>x</i> = <i>puffer</i> (<i>i</i>);	<i>puffer</i> (<i>j</i>) = ...datum ...
<i>i</i> = <i>i</i> + 1;	<i>j</i> = <i>j</i> + 1;
if (<i>i</i> > 100) then <i>i</i> = 1	if (<i>j</i> > 100) then <i>j</i> = 1;
release <i>Platzda</i> ;	release <i>Datenda</i> ;
...	...

□

Tại đây A chờ ít nhất cho đến khi một dữ liệu xuất hiện, nhưng cả B cũng chờ, nếu trong bộ đệm vòng không còn chỗ trống nào nữa. Quá trình A cũng tạo ra cái gì đó cho quá trình B , ấy là chỗ trống.

Trong khi cạnh tranh đường dường tới hạn các yêu cầu và các đáp ứng thường xuyên xuất hiện là những cặp cho một Semaphore và những cái như thế trong một Task, trong sơ đồ nhà sản xuất-người tiêu dùng chỉ một đáp ứng riêng biệt đứng đúng ở chỗ mà nó được đảm bảo, rằng dữ liệu chắc chắn là sẵn có và cũng chỉ một yêu cầu trên một Semaphore trong quá trình tiêu thụ đứng ở chỗ, mà dữ liệu phải sẵn có với độ tin cậy.

5.5.6 Rendezvous

Với ngôn ngữ lập trình Ada [5.12] có một kế hoạch đồng bộ hóa nữa, kế hoạch này trước hết ưu tiên giải quyết bài toán nhà sản xuất-người tiêu dùng. Ada mặc dù là hiếm khi bắt gặp trong lĩnh vực kỹ thuật dân dụng, nhưng lại được quan tâm về phần kế hoạch đồng bộ hóa định nghĩa ở đó.

Khi hoạch định Rendezvous một nhiệm vụ cung cấp một thủ tục nhận được trong nó, mà những nhiệm vụ khác có thể gọi nó từ bên ngoài. Tất nhiên „người gọi“ phải đợi đến khi nhiệm vụ đang cung cấp thực hiện một lệnh *accept*. Lệnh *accept* cũng có thể dẫn tới một pha chờ, cụ thể là khi không có đối tác nào đã thực hiện lời gọi.

Trong thí dụ 5.8 việc mã hóa khả thi theo ký hiệu tương tự Ada cho một bài toán nhà sản xuất/người tiêu thụ được trình bày, như thể hiện trong [5.19].

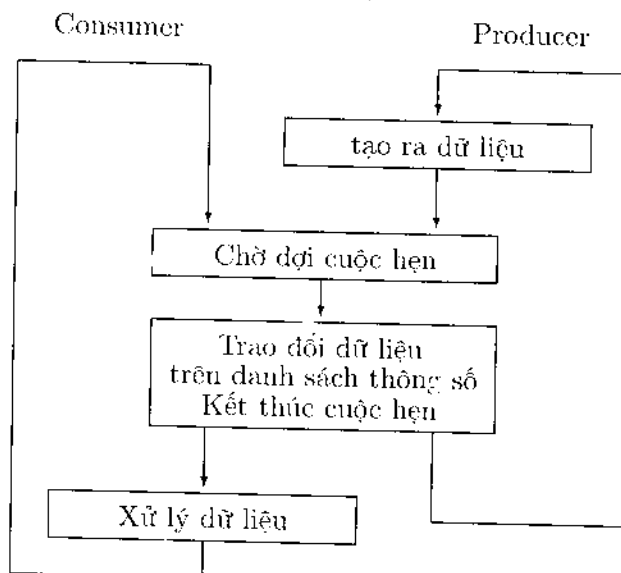
Thí dụ 5.8: Sơ đồ Producer/Consumer với Ada-Rendezvous

task consumer	task producer
entry Holdaten(paramlist);	...
entry ...	...
entry ...	...
	...
taskbody is:	...
...	consumer.Holdaten(paralist)
...	...
accept Holdaten	...
...	
... = eingabeparameter	
ausgabeparameter = ...	
...	
end Holdaten	

□

Trong „accept“ quá trình người tiêu thụ chờ đợi cho đến khi một quá trình khác nào đó đi cùng nó vào *Rendezvous*. Nhà sản xuất cũng chờ đợi lời gọi của

lỗi di khách hàng, đến khi Consumer thực hiện lệnh accept. Thỏa thuận là không tương xứng, bởi vì khách hàng không bao giờ biết một quá trình khác nào đó là đối tác Rendezvous tức thời của nó. Trái lại nhà sản xuất biết rất chính xác, anh ta có hẹn với ai (hình 5.16).

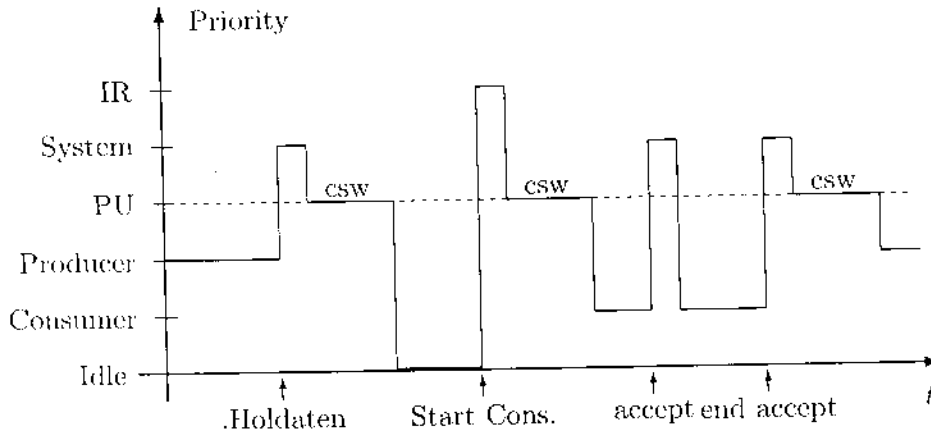


Hình 5.16: Sơ đồ hoạt động khi Rendezvous giữa hai nhiệm vụ.

Trong một chuỗi các hẹn gặp giữa „accept“ và „end“ dữ liệu có thể được trao đổi giữa hai quá trình trên danh sách thông số. Trong thí dụ 5.8 những số liệu Consumer có thể chuyển giao đến nhà sản xuất. Trong khi Rendezvous thì chỉ có quá trình thực hiện „accept“ „dịch chuyển“.

Sơ đồ quá trình thời gian tương ứng được thấy trên hình 5.17. Ở đó thừa nhận rằng, Producer đã chạy và muốn chuyển dữ liệu của anh ta bất kể khi nào. Sau đó Consumer được khởi động nhờ một ngắt và cuối cùng thực hiện một accept. Do nhà sản xuất xuất hiện ở điểm Rendezvous nên Consumer không phải chờ đợi, accept không dẫn đến các khối. Khi đạt tới đầu cuối accept mặc dù Consumer vẫn nằm trong trật tự chạy, nhưng do có sự ưu tiên cao hơn nên nhà sản xuất nhận được bộ xử lý trước.

Những cấu trúc đồng bộ hóa có thể được mô tả về những con đường vòng. Nếu người ta mã hóa một quá trình ưu tiên cao bằng một vòng lặp vĩnh cửu, mà trong đó nó thường xuyên thực hiện một „accept“ nhất định, như thế các quá trình khác sử dụng quá trình này như một giám sát viên (Monitor). Trong đó ta đã tận dụng, mỗi quá trình chỉ có thể đảm nhận tối đa một Rendezvous với một đối tác. Hiệu quả kinh tế không tốt do sự thay đổi hoàn cảnh đột ngột so với quan sát bằng Semaphore. Cũng trong sơ đồ Producer/Consumer



Hình 5.17: Sơ đồ quá trình thời gian khả thi dẫn đến Rendezvous trong thí dụ 5.8

cả hai quá trình đều không thể chạy tự do như nó có thể chạy với Semaphore đếm.

5.5.7 Các kênh

Một quá trình viết dữ liệu vào được gọi là một Kênh (*Kanal*). Tại đầu kia của kênh một quá trình chờ đợi có thể lấy được dữ liệu ra. Cấu trúc tương ứng Semaphore với sự mở rộng, thêm để dữ liệu có thể được chuyển từ một quá trình này đến một quá trình khác. Sơ đồ nhà sản xuất-người tiêu dùng với bộ đệm vòng bằng cách này có thể được thay thế chỉ bởi hai lời gọi hệ thống: „Write to channel“ và „Read from channel“. Nhược điểm là nó yêu cầu một *sự quản lý kênh* tốn nhiều thời gian, và qua đó giải pháp này kém hơn về tốc độ mã hóa trực tiếp bằng Semaphore.

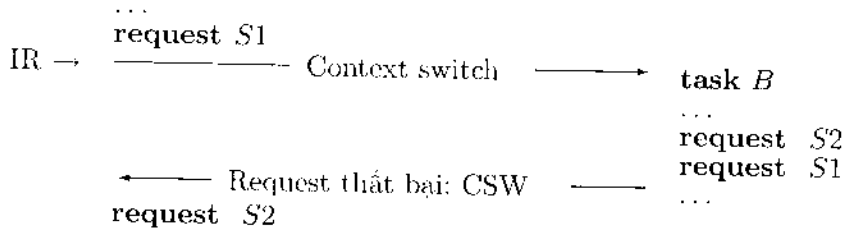
Đối với những đường tới hạn kế hoạch phác thảo kênh chỉ thích hợp với một đường vòng, mà ở đó mỗi quá trình tham gia vào trước hết cố gắng lấy dữ liệu thời gian ra và ở cuối đường dẫn tới hạn viết mới dữ liệu thời gian.

Người ta có thể lắp một kênh ẩn. Việc viết dữ liệu thời gian sau đó được chỉnh bằng kỹ thuật lập trình trực tiếp ở quá trình nhận. Trong trường hợp này người ta nói đến *Message Passing*, một phương tiện giao tiếp nội quá trình.

5.6 Sự bế tắc (Deadlock)

Dưới khái niệm này ẩn náu lỗi cấu trúc rất khó phát hiện và do đó rất nguy hiểm khi tạo ra phần mềm thời gian thực. Hiệu ứng *bế tắc* quen thuộc sẽ được nghiên cứu kỹ ở đây, tương tự như khi ta có thể để hai *đường dẫn tới hạn* lồng nhau, như trong thí dụ 5.9.

Thí dụ 5.9: Một chương trình dẫn tới bế tắc có thể
task A



□

Nếu không có sự can thiệp ngoài có thể cả hai quá trình trong thí dụ 5.9 không bao giờ được giải thoát ra khỏi „bế tắc“.

Đặc biệt thực tế ở đây là sự bế tắc hiểm khi xảy ra, cụ thể là khi ngắt gây ra chuyển đổi quá trình xảy ra trong kẽ hở thời gian rất hẹp giữa hai yêu cầu. Ở đây cũng còn có một lỗi lập trình tiềm ẩn khác nữa, mặc dù đã trải qua một pha thử rất dài của dự án. Trong thực tế có thể nhiều quá trình tham gia, qua đó sự nhận biết càng trở nên khó khăn hơn như trong thí dụ.

Một sự gỡ rối cũng như hiện tượng *Starvation* („bỏ đói“, tức là một quá trình khó tiến triển được nữa) không nhất thiết hạn chế đối với Semaphore, mà khả thi với tất cả các biện pháp đồng bộ hóa.

5.7 Đánh giá giải pháp thời gian thực

Tính đa dạng về cấu trúc như đã trình bày ở trên của việc lập trình đáp ứng không có các bộ vi điều khiển hay máy tính PC trong nhiều ứng dụng cơ điện tử. Thông thường một giải pháp phần mềm hay phần cứng nhất định được đưa ra trước tiên thông qua những suy tính về giá thành, độ tin cậy ... Sự thiếu thốn cấu trúc của hệ thời gian thực phải được tính đến sớm trong việc thiết kế, để nhận biết được những giới hạn không thể vượt qua trong những bước thiết kế sau này. Nhiều công cụ phát triển và mô phỏng thương mại tạo ra thủ tục đáp ứng ngắt trong ngôn ngữ lập trình C có thể tải xuống được cho bộ vi điều khiển được coi như là „giải pháp thời gian thực“. Đối với nhiều mục đích giải pháp này trước hết là đủ, tuy nhiên điều này sẽ thay đổi, nếu các sự kiện tiếp theo - như sự nổi mạng các Fieldbus chẳng hạn - sau này phải được nối thêm vào và những công cụ đồng bộ hóa trở nên cần thiết. Do đó việc thiết kế hệ thống xử lý thông tin nên bắt đầu một lần nữa hoàn toàn từ trước, và nên tránh lâm vào giải pháp (nhanh chóng) như là lâm vào ngõ cụt.

Câu hỏi về ngôn ngữ lập trình là thứ yếu so với câu hỏi về cấu trúc thuật toán, tuy rằng có sự khác nhau cơ bản trong việc tự xử lý tư liệu và độ an toàn sử dụng. Việc quản lý các sự kiện thông qua cơ sở lập trình „Task“ chỉ thực hiện được trong các ngôn ngữ Ada và PEARL. Ngôn ngữ Internet Java

thông hiểu cách làm việc song song với các xâu ký tự, nhưng không thích hợp đối với các mục tiêu của cơ điện tử, bởi vì sự dịch chuyển rất tốn thời gian các mã byte của Compiler chỉ đạt một phần rất nhỏ công suất tính toán số của Ada, C hay PEARL.

Ngôn ngữ lập trình ban đầu là ngôn ngữ phân chia hệ thống C sau đó là ngôn ngữ hướng đối tượng C++ được phổ biến khá rộng rãi. Mặc dù chúng chỉ được dùng để xử lý số liệu thời gian thực thông qua con đường vòng của các chương trình con, thư viện hoạt động hệ thống, nhưng là khả thi và là một đối tượng quan trọng và thân thiện. Như đã biết, C và C++ khác với Ada và PEARL không hiểu được các lệnh máy chuyển sang các quá trình làm việc song song, không phải là người dẫn lối đối với vào, ra các số liệu của quá trình. Ngay cả Semaphore và các mẫu số liệu thời gian cũng phải biểu diễn lại từ các dữ liệu cơ bản của máy. Trong phần thuật toán thông thường, Ada, Pascal, C và PEARL khác nhau không nhiều. Trong khi lập trình đa nhiệm của Ada khởi nguồn được lập trình cho các hệ quân sự phức tạp, trong PEARL [5.13], người ta cố gắng gắn bó các đòi hỏi của các hệ thời gian thực hài hòa tối ưu trong lập trình ngôn ngữ. Sự phân tích lỗi có thể có trong thời gian dịch cũng là một mục tiêu ở đây. PEARL được hoàn thiện bởi một nhóm các chuyên gia của Hội Tin học Đức, nhưng mới chỉ được áp dụng trong lĩnh vực nghiên cứu và trong các đề án quan trọng trong công nghệ.

Một câu hỏi quan trọng được đặt ra đầu tiên là các quá trình (Task) xuất hiện như thế nào, chúng có khả năng thao tác đến mức độ nào, và chúng có lớp bộ nhớ nào. Trong thế giới Windows các Threads cũng thuộc vào các Tasks. Người ta có thể chỉ ra các thuật ngữ Tasks và Threads tốt hơn bằng „Process-Explorer“ (www.sysinternals.com). Trong khi Windows-Task hoạt động tách riêng nhau nhờ các ô nhớ riêng rẽ phân tách nghiêm ngặt với nhau, các Threads cùng một Task có cùng lớp bộ nhớ và có thể trợ giúp nhau trên cùng một đối tượng chung. Nếu ta thay thế „Task“ bằng „Process“ thì các kết luận trên đúng trong UNIX/LINUX. Nếu như có nhiều người sử dụng, các Threads đặt lại đúng chỗ người sử dụng tương ứng theo tính ưu tiên thao tác. Trong Ada hoặc PEARL các Task mã hóa được hiểu như là giải pháp tạm thời trên các Threads và các Threads sẽ sao chép lại qua một môđun phần mềm khi chúng không tồn tại. Ngay trên Windows 95/98 ta có thể thiết lập với hàm „CreateThread“ khả năng tạo lập các quá trình tính toán giống như nó thể hiện, và không sử dụng việc xử lý số liệu thời gian thực theo nghĩa nghiêm ngặt của nó.

Trong chương trình Unix thời gian thực REAL/IX các quá trình Unix chính quy có thể đánh dấu là các „quá trình thời gian thực“. Nhờ các toán tử hệ thống đặc biệt các biến chung có thể được tạo thành, sự đánh mã số bộ nhớ của các quá trình tham gia nhận được các phân đoạn chung tương ứng. Dĩ nhiên sự tồn tại của một „quá trình thời gian thực“ như thế kết thúc sự làm việc đa sử dụng; các quá trình thời gian thực có tính ưu tiên tính trên các quá

trình vị trí làm việc sử dụng bình thường. Một quá trình thời gian thực tiêu tốn nhiều thời gian có thể dẫn đến sự dừng hoạt động. Việc hoạt động đa sử dụng thực là không thích hợp với một hoạt động thời gian thực có nhiều đòi hỏi mà các đòi hỏi lại mâu thuẫn nhau.

Từ lâu người ta đã cố gắng chuẩn hóa về phương diện quốc tế, để làm đơn giản hóa sự phục vụ của hệ Unix đối với miền thời gian thực (chuẩn POSIX). Khi quyết định một hệ cụ thể ta cần phải xem xét cận kê các vấn đề sau:

- Nếu hệ thống sử dụng những nhiệm vụ người sử dụng có khả năng thời gian thực như là cơ sở chức năng hay tồn tại chỉ sự mã hóa sơ cấp mà không có khả năng đồng bộ hóa các quá trình ngắt phần cứng? Nhiều giải pháp thời gian thực với máy tính PC đi theo con đường thứ hai. Ưu điểm về tốc độ thì không tồn tại, bởi vì đối với những nhiệm vụ tới hạn thời gian quá trình ngắt được sử dụng khi khẩn cấp cả trong những hệ điều hành đa nhiệm như là cơ sở hành động.
- Có sẵn phương tiện đồng bộ hóa nào và hiệu quả của nó ra sao? Người ta có thể đặt chẳng hạn như một cặp đối yêu cầu–đáp ứng vào một vòng lặp và bằng cách đó có thể đo thời gian trong trường hợp không có xung đột. Trong một số bộ xử lý Semaphore ¹⁾ nhị phân và biến Bolt do những lệnh máy đặc biệt (để hoàn thành chức năng hệ thống trong một lệnh) thực hiện nhanh hơn Semaphore đếm.
- Thời gian phản ứng t_R đối với những sự kiện ngoài lớn bao nhiêu? Từ đó người ta lên kế hoạch một quá trình trên một sự kiện ngoài, mà nó đưa tín hiệu ra ngoài bằng lệnh đầu tiên của nó và đo thời gian đáp ứng bằng một máy đo dao động. Những giá trị khoảng $11 \mu s$ với tần số 50 MHz 68060 hay dưới $2 \mu s$ đối với Power-PC ngày nay (năm 2000) là có thể đạt được trong những quá trình mã hóa ngôn ngữ bậc cao (PEARL) bằng sự chuyển đổi tình huống phức tạp.
- Kiểm tra tính ưu tiên: Thời gian đáp ứng được đo như trên được khuếch đại như thế nào, nếu những quá trình ưu tiên mức thấp gọi các chức năng hệ thống trong khi thực nghiệm, chẳng hạn như yêu cầu đến và giải phóng bộ nhớ hay yêu cầu thông tin vào/ra (đĩa mềm, cổng song song v.v...)?
- Tần số biên độ phân giải ngắt: Hai sự kiện ngắt như nhau phải có khoảng cách thời gian tối thiểu là bao nhiêu, để hệ thống còn có thể nhận biết được rằng nó xử lý hai quá trình? Như thế thời gian lưu lại trong mức ngắt phải được kiểm tra, và một phần quan trọng của t_{svmax} được xác định. Từ khoảng thời gian tính toán được một tần số, mà trong những bộ xử lý nhanh tần số không thể vượt qua 500 kHz. Việc đo đặc gặp khó khăn nếu không có bộ tạo xung kép. Người ta nhận được một kết quả gần đúng thô, khi ta triển khai một đường ngắt có giá trị bằng một máy phát tín hiệu thông thường, lập trình một Task không trên một bộ ngắt lân cận

¹⁾ sự đánh tín hiệu bằng cờ

cùng loại kích động. Người ta xoay tần số lên cao chậm rãi và ghi lại giá trị, mà tại đó có Task (chẳng hạn đưa ra văn bản trên Monitor) và dừng lại ở đó. Lưu ý: khi tần số còn cao, Task thường chạy lại, bởi vì phần cứng lờ đi các sự ngắt đơn giản.

- Tần số ngắt giới hạn kéo theo: Ta được phép kích thích đầu vào đến tần số nào, sao cho một nhiệm vụ đã lên kế hoạch trên đó (không kể hành động tính toán bên trong) còn có thể thực hiện tốt được?

Nếu hệ thống nhận ra rằng, quá trình tính toán không thể thực hiện? Đối với những quá trình đáp ứng được mã hóa ngắt phần cứng về nguyên lý thì không có khả năng nhận biết quá tải!

- Kiểm tra tính phù hợp kiến trúc: Những thông tin về cấu trúc hệ điều hành thường khó nhận được từ nhà cung cấp. Một vấn đề quan trọng ở đây là, liệu sự vào/ra được thực hiện như là chương trình con (cũng nằm trên mức của quá trình gọi) hoặc liệu chúng có được thực hiện thông qua những quá trình riêng với sự ưu tiên thích ứng động. Giải pháp hai chi phí tốn kém hơn có ưu điểm lớn là các nhiệm vụ tới hạn về thời gian ít bị ngăn cản bởi đầu ra của nó.
- Một phép thử nghiệm đầy ý nghĩa nhưng cũng khá tốn kém xác định tính tin cậy và tính duy nhất của pha của đáp ứng hệ thống trong sự phụ thuộc tần số yêu cầu trong điều kiện tải trọng thực. Thành phần ngẫu nhiên cao trong thời gian đáp ứng hay thậm chí những đáp ứng bỏ sót có thể sau này gây ra nhiều khi vận hành hệ cơ điện tử hoặc chuyển động lập cập.

Thí nghiệm vừa nêu được phát triển cho việc tối ưu hóa cấu trúc của hệ điều hành RTOS-UH và dựa trên tương quan Walsh trực giao. Thông qua việc lên kế hoạch một nhiệm vụ trên một ngắt, mà được kích thích với tần số 2ω của bộ tạo tín hiệu, người ta lập trình một „toggelndes FlipFlop“. Do đó mỗi khi kích hoạt mức đầu ra chuyển từ -1 đến +1 hoặc ngược lại. Trong trường hợp lý tưởng máy tính cung cấp một tín hiệu

$$w(t) = \operatorname{sgn}(\sin(\omega t)).$$

Tín hiệu tạo ra thực chất $v(t)$ sai lệch với $w(t)$. Nó được tương quan với hai tín hiệu tham chiếu trực giao dẫn ra từ bộ tạo lệch thời gian một góc δ . Nó cung cấp hai giá trị tương quan

$$a(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) * \operatorname{sgn}(\sin(\omega t + \delta)) dt,$$

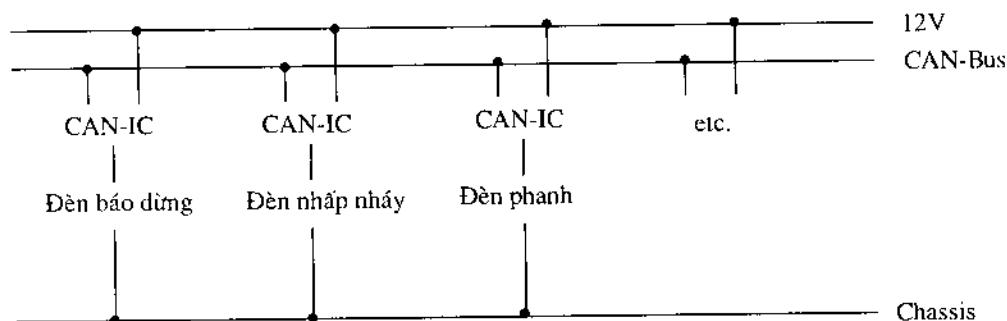
$$b(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) * \operatorname{sgn}(\cos(\omega t + \delta)) dt.$$

Trong đó T phải đủ lớn và là bội nguyên của chu kỳ ứng với ω . Nhờ δ mà pha tham chiếu được chọn, sao cho $b(\omega) = 0$. Như thế một hệ lý tưởng cung cấp $|a(\omega)| = 1$, mỗi giá trị nhỏ hơn thể hiện sự mất mát về chất lượng. Việc cấp (chuẩn bị) hai tín hiệu tham chiếu trực giao trễ góc (pha) δ là khá tốn kém. Trái lại việc tích phân có thể thực hiện nhờ một mạch đếm đơn giản, bởi vì tích dưới dấu tích phân bị hạn chế bởi các giá trị $+1$ và -1 . Phương pháp, thí nghiệm đo cũng như một số kết quả được mô tả lần đầu tiên trong [5.7]. Nó chỉ ra rằng, sự khai hiếm hệ điều hành chẳng hạn như chỉ một vài bộ số đáp ứng - được nhận biết rất rõ ràng. Điều đáng chú ý ở đây là một cấu trúc đáp ứng tương tự SPS phân tách kém khi thời gian chu trình nhỏ không thực tế. Cũng cần nhận ra rằng, các hệ điều hành cũng đều sở hữu các vị trí cộng hưởng, đó là những vùng tần số mà trong đó $|a(\omega)|$ có những giá trị không bình thường. Đối với những tần số ω đủ nhỏ và trong các hệ thời gian thực có cấu trúc chính xác, ta nhận được độ lớn của $a(\omega)$ giá trị 1, [5.7]. Với tần số tăng thì $|a(\omega)|$ giảm từ từ. Trong những hệ đa nhiệm tốt và bộ xử lý nhanh $|a(\omega)|$ giảm trước tiên ở vùng trên 100 kHz xuống những giá trị dưới 0,9. Sự sụp đổ thực hiện ở tần số cao thường đột ngột - chẳng hạn từ 0,7 đến 0 - chừng nào hệ lần đầu mất đi sự kích hoạt. Tương quan Walsh trực giao cho ta đường đặc tính $|a(\omega)|$ và $\delta(\omega)$, chúng biểu diễn một dạng đặc tính biên độ - tần số. Nó làm cho các hệ thời gian thực có thể so sánh được rất khách quan cả về phần quán tính đáp ứng ($\delta(\omega)$) cũng như độ chính xác ($a(\omega)$).

5.8 Mạng dẫn động - cảm biến thời gian thực

Nếu một máy tính điều khiển trung tâm tiêu biểu trước đây được nối qua số lượng dây dẫn lớn với các cảm biến và các cơ cấu dẫn động, thì ngày nay trường dẫn được sử dụng thay thế cấu trúc hình sao này. Bên cạnh sự tiết kiệm đáng kể về giá thành nối kết qua đó nó còn có tính linh hoạt khi trong cấu hình hệ thống, cả khi sau này muốn mở rộng và khi sửa chữa hệ thống. Bản thân những máy nhỏ hơn và nhiều ô tô có mạng này. Ở đây chỉ nói tới hệ thống trường dẫn CAN-Bus, bởi vì nó đặc biệt hấp dẫn khi so sánh với những hệ cạnh tranh (Interbus-S, PROFIBUS u.a.) trong lĩnh vực cơ điện tử. CAN-Bus được chuẩn hóa trong ISO 11898. Cái gần đây có thể tìm trong [5.18]. Với các trường dẫn (field bus) xuất hiện vấn đề là môi trường truyền dẫn, đường dẫn hai dây được xoắn, gần như phải đồng thời sử dụng cho những mục đích truyền khác nhau. Toàn bộ vấn đề tương tự với hệ đa nhiệm chỉ với bộ xử lý sẵn có. Nếu có nhiều người tham gia với mong muốn truyền thông tin đăng ký, thì phải quyết định một phương pháp tiếp cận thông tin, người tham gia nào thành công. Phương pháp tiếp cận thông tin của CAN-Bus được viết tắt là CSMA/CA. Đó là những chữ cái đầu của *Carrier-Sense Multiple Access Collision Avoid*. Cái tên CAN cũng chính viết tắt từ những chữ *Controller*

Area Network. Ban đầu CAN-Bus được phát triển cho công nghiệp ô tô (xem hình 5.18), nhưng ngày nay được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật điều khiển.



Hình 5.18: Việc mạng hóa CAN một thí dụ đối với PKW

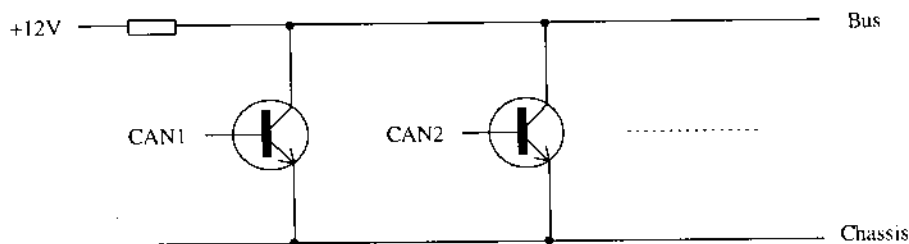
Cơ chế trao đổi thông tin trong CAN thuận tiện đối với thời gian thực. Nếu một cảnh báo có mức ưu tiên cao nhất được dẫn từ một cảm biến thông qua CAN-Bus đến máy tính, như thế tồn tại một thời gian đáp ứng lớn nhất có thể tính toán được $t_{R_{max}}$ – đó cũng là yêu cầu cho việc xử lý dữ liệu thời gian thực.

Một gói CAN được trình bày chính xác hơn trong hình 5.19.

Identifier	RTR	Control	Data field	check
← 11 →	← 1 →	← 6 →	← 64 →	← 16 →

Hình 5.19: Cấu trúc của Basic-CAN

Những con số trên hình 5.19 là số Bits của mỗi trường tương ứng. Trước mỗi gói là sự chờ đợi, sau đó là một hậu tố ngắn với một Bit trả lời. Sự phân phối các Bus điều khiển các linh kiện cạnh tranh trực tiếp với nhau, không phân biệt là „Master“ hay „Arbiter“. Trên Bus người ta phân biệt giữa Bits „trội“ và „lặn“. Trong cấu hình chỉ ra trên hình 5.20 trạng thái điện áp 0 là trội.



Hình 5.20: Thí dụ với trạng thái trội 0 V

Một công tắc điện tử đóng duy nhất ép cho giá trị điện áp trên Bus bằng 0.

Đó đó trạng thái này là trạng thái trội.

Trong một hệ thống cấp quang trạng thái trội có thể là trạng thái „có ánh sáng”: chừng nào chỉ một nguồn cấp ánh sáng, trên Bus logic là 1, không phụ thuộc vào các nguồn khác cung cấp gì.

Một điều khiển CAN sẵn sàng gửi dữ liệu trước hết vào một sự tạm ngưng (Pause), sau đó nó mang ID-Feld từng Bit một bắt đầu từ phía trái đến Bus, nơi nó đồng thời kiểm tra, liệu ID-Bitmuster xuất hiện ở đó có chính xác không. Chừng nào bộ điều khiển CAN gửi một Bit lùi lại và không tìm thấy trên Bus, thì trạng thái gửi được kết thúc và chuyển đến „(trạng thái) lắng nghe”. Do đó sự ưu tiên rất chắc chắn của thông tin được đảm bảo: Thông tin biểu diễn trên Bus ứng với Bit trội (số nguyên cao nhất) có mức ưu tiên cao nhất.

Bằng cách nào một đầu đo có thể nhận biết, một thông tin là có ý nghĩa, phân bố nó vào từng linh kiện. Trong cơ sở CAN đầu đo có thể phân loại nhờ một Bit phòng hộ và cảm thấy được tác động, khi tối thiểu các Bits này được sử dụng trong các mẫu của trường nhận dạng. Các linh kiện khác có thể xử lý một dãy các mẫu ID. Qua hai phương pháp này một sự phân phối đa chiều có thể thực hiện được, khiến nhiều đầu đo có thể tiếp nhận được thông tin.

Ngày nay những linh kiện bán trên thị trường hỗ trợ đến 1 000 000 Bit mỗi giây trong môi trường truyền dẫn. Người ta đã xây dựng được những cơ chế điều khiển việc lặp lại các thông tin nhằm lẫn và gây ra các ngắt quá trình, khi việc truyền các dữ liệu đã xong hoặc khi bộ điều khiển bị nhiễu, ví nó tạo ra hoặc nhận biết quá nhiều lỗi kiểm tra. Khi tốc độ truyền lớn chiều dài của hệ thống CAN-Bus bị giới hạn bởi hiệu quả thời gian chạy khoảng 40 m. Tuy nhiên các linh kiện có thể được hoạt động với tốc độ thấp hơn, mà với nó đạt được một sự mở rộng topo tương ứng.

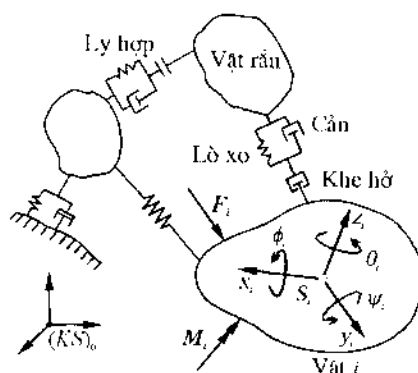
Với CAN việc ưu tiên quan trọng cho việc xử lý dữ liệu thời gian thực cả đối với các cấu trúc hòa mạng khi đáp ứng đối với các sự kiện đạt được. Nhiên phương pháp khác, kể cả nguyên lý CSMA/CD (CD = Collision Detect) của Ethernet, không có khả năng xử lý thời gian thực, vì rằng giới hạn trên $t_{R_{max}}$ đối với thông tin quan trọng nhất không được xác định.

6 Xây dựng mô hình của các hệ nhiều vật

Trong phần mở đầu đã giới thiệu, các hệ nhiều vật có điều khiển xây dựng nên một lớp mô hình thích hợp cho các hệ cơ điện tử. Chúng biểu diễn các mô hình có chức năng và mô tả các chức năng cơ bản như chức năng động học, chức năng động lực học và chức năng cơ điện tử (xem đoạn 1.4).

Một hệ nhiều vật (MKS) là một mô hình cơ học có các tính chất sau (hình 6.1):

- Hệ gồm N vật rắn (hệ nhiều vật có các vật rắn đàn hồi, được gọi là hệ nhiều vật lai).
 - Các vật rắn được nối ghép với nhau bằng các phần tử cơ chủ động (thí dụ các mô tơ dẫn động), các phần tử bị động hoặc các phần tử cơ điện tử. Đồng thời có các liên kết về mặt động học nhờ các ổ đỡ, các khớp, các bộ phận dẫn động.
- Các liên kết này tạo thành các điều kiện ràng buộc, hạn chế bậc tự do của hệ nhiều vật.
- Các ngoại lực F_i hoặc các ngoại mômen M_i ($i = 1, 2, \dots, N$) tác dụng lên vật rắn.



Hình 6.1: Hệ nhiều vật

Nếu ta ký hiệu N là số lượng các vật rắn thuộc hệ, r là số các điều kiện ràng buộc, thì số bậc tự do của hệ nhiều vật là

$$\begin{aligned} n &= 6N - r && (\text{chuyển động không gian}), \\ n &= 3N - r && (\text{chuyển động phẳng}). \end{aligned}$$

Một bậc tự do được gọi là bậc tự do chủ động, nếu nó được xác định bởi một khâu dẫn độc lập. Các bậc tự do của rôbot nói chung là các bậc tự do chủ động.

Một hệ nhiều vật có *cấu trúc cây*, nếu tính chất sau đây được thỏa mãn:

Ta xét con đường nối giữa hai vật i và j tùy ý của hệ. Nếu có thể đi từ vật i đến vật j mà mỗi khớp chỉ đi qua một lần, thì hệ nhiều vật được gọi là hệ nhiều vật có cấu trúc cây.

Các thí dụ về hệ nhiều vật có cấu trúc cây là các chuỗi động hở đơn hoặc rẽ nhánh. Việc tính toán hệ nhiều vật có cấu trúc cây thường tương đối đơn giản, do khả năng có thể sử dụng các thuật giải truy hồi. Ngược lại hệ nhiều vật không có cấu trúc cây là các hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng. Việc tính toán hệ nhiều vật có *cấu trúc mạch vòng* thường phức tạp hơn vì cần phải xét các điều kiện liên kết.

Trong các đoạn dưới đây, chúng ta sẽ xét các vấn đề cơ bản của động học và động lực học hệ nhiều vật. Trước hết ta khảo sát chuyển động của một vật, sau đó xét chuyển động của hệ nhiều vật.

Các tài liệu về động lực học hệ nhiều vật: [6.4-6.6, 6.8, 6.11-6.13, 6.18] và về các công cụ phần mềm [6.1, 6.2, 6.15].

6.1 Động học hệ nhiều vật

Nhiệm vụ của *động học* hệ nhiều vật là tìm vị trí, vận tốc, gia tốc của từng vật rắn của một hệ nhiều vật. Vị trí của một vật rắn được xác định bởi vị trí của một điểm định vị (chẳng hạn các tọa độ trọng tâm) và hướng quay của nó (chẳng hạn hướng của các trục quán tính chính của vật rắn).

Để mô tả chuyển động không gian của vật rắn ta cần phải đưa vào một hệ tọa độ quy chiếu $(KS)_R$. Việc giải quyết bài toán động học có thể đưa về tính toán vị trí, vận tốc và gia tốc của các hệ quy chiếu $(KS)_i$ gắn liền với vật rắn. Có hai khả năng khác nhau để chọn hệ tọa độ quy chiếu:

1. Hệ quy chiếu là hệ quy chiếu quán tính $(KS)_0$ (còn gọi là hệ cơ sở), tức là hệ tọa độ không có gia tốc. Trong các áp dụng kỹ thuật, hệ $(KS)_0$ là một hệ gắn liền với một giá đỡ không chuyển động. Chuyển động của vật rắn được mô tả trong hệ cơ sở bởi các tọa độ *quán tính* hoặc còn gọi là các *tọa độ tuyệt đối*.
2. Hệ quy chiếu là một hệ tọa độ chuyển động, chẳng hạn hệ tọa độ gắn liền với vật rắn thứ j của hệ nhiều vật. Trong trường hợp này chuyển động của vật rắn được mô tả một cách tương đối trong hệ quy chiếu động. Các tọa độ được sử dụng là *tọa độ tương đối*.

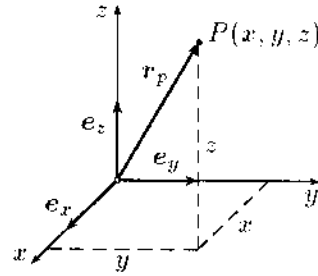
6.1.1 Các hệ tọa độ và các phép biến đổi tọa độ

Để đặc trưng cho một hệ tọa độ người ta thường sử dụng các *véc tơ đơn vị* e_x, e_y, e_z . Nếu các véc tơ này là độc lập tuyến tính, chúng tạo nên một cơ sở. Khi đó vị trí của một điểm P được xác định bởi véc tơ định vị (hình 6.2).

$$\mathbf{r}_P = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z \quad (6.1)$$

Các tọa độ x, y, z của véc tơ định vị có thể xếp thành một ma trận cột như sau

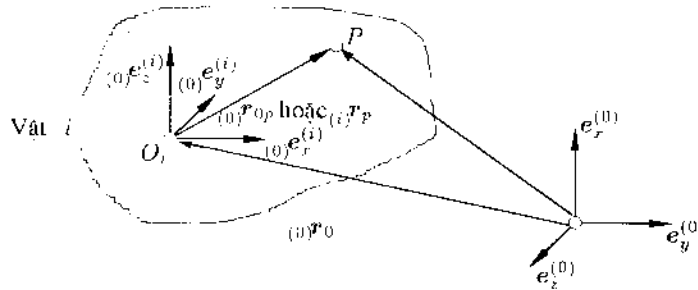
$$\mathbf{r}_P = [x, y, z]^T \quad (6.2)$$



Hình 6.2: Các véc tơ đơn vị của hệ tọa độ

Cách biểu diễn (6.2) tương đương với cách biểu diễn (6.1).

Dưới đây ta sẽ chỉ sử dụng các hệ tọa độ thuận và vuông góc. Trên hình 6.3 biểu diễn quan hệ giữa các tọa độ quán tính và các tọa độ vật. Để không nhầm lẫn cần phải vẽ chính xác các hệ tọa độ và các véc tơ.



Hình 6.3: Các tọa độ quán tính và tọa độ vật

Trong đó:

- O_i là một điểm quy chiếu của vật, P là một điểm bất kỳ thuộc vật,
- Các véc tơ đơn vị của hệ quán tính $(KS)_0$:

$$\mathbf{e}_x^{(0)}, \mathbf{e}_y^{(0)}, \mathbf{e}_z^{(0)},$$

- Các véc tơ đơn vị của hệ tọa độ gắn liền vào vật $(KS)_i$, biểu diễn trong $(KS)_0$:

$${}_{(0)}\mathbf{e}_x^{(i)}, {}_{(0)}\mathbf{e}_y^{(i)}, {}_{(0)}\mathbf{e}_z^{(i)},$$

- Véc tơ vị trí trong hệ quán tính $(KS)_0$:

$${}_{(0)}\mathbf{r}_P = x\mathbf{e}_x^{(0)} + y\mathbf{e}_y^{(0)} + z\mathbf{e}_z^{(0)},$$

– Vectơ vị trí trong hệ tọa độ $(KS)_i$:

$${}_{(i)}\mathbf{r}_P = u\mathbf{e}_x^{(i)} + v\mathbf{e}_y^{(i)} + w\mathbf{e}_z^{(i)}.$$

Các tọa độ của vectơ đơn vị tạo thành các cosin chỉ hướng. Nếu ta sắp xếp các tọa độ này thành một ma trận $(3,3)$, ta nhận được *ma trận quay*

$${}^{0i}\mathbf{R} = \begin{bmatrix} {}_{(0)}\mathbf{e}_x^{(i)} & {}_{(0)}\mathbf{e}_y^{(i)} & {}_{(0)}\mathbf{e}_z^{(i)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}. \quad (6.3)$$

Ma trận này xác định hướng của hệ $(KS)_i$ đối với hệ $(KS)_0$.

Một tính chất quan trọng của ma trận quay là tính trực giao đối với các hệ tọa độ vuông góc. Đối với ma trận quay các vectơ đơn vị trực giao nhau, tức là chúng vuông góc với nhau từng cặp và tích vô hướng có giá trị

$$\left({}_{(0)}\mathbf{e}_j^{(i)} \right)^T {}_{(0)}\mathbf{e}_k^{(i)} = \begin{cases} 0 & \text{khi } j \neq k \\ 1 & \text{khi } j = k \end{cases} \quad \text{và} \quad j, k = x, y, z.$$

Từ đó ta suy ra tính chất trực giao của ${}^{0i}\mathbf{R}$,

$${}^{0i}\mathbf{R} ({}^{0i}\mathbf{R})^T = ({}^{0i}\mathbf{R})^T {}^{0i}\mathbf{R} = \mathbf{I}. \quad (6.4)$$

Ta suy ra *ma trận quay nghịch đảo* từ phương trình (6.4)

$$({}^{0i}\mathbf{R})^{-1} = ({}^{0i}\mathbf{R})^T = {}^{i0}\mathbf{R}. \quad (6.5)$$

Ý nghĩa của phương trình này: Nghịch đảo của ma trận trực giao chính là ma trận chuyển vị của nó.

Các phép biến đổi tọa độ có thể xem là tổng hợp của phép tịnh tiến của phép quay. Từ hình 6.3 ta suy ra *phép tịnh tiến*

$${}_{(0)}\mathbf{r}_P = {}_{(0)}\mathbf{r} + {}_{(0)}\mathbf{r}_P$$

và *phép quay*

$${}_{(0)}\mathbf{r}_P = {}^{0i}\mathbf{R}_{(i)}\mathbf{r}_P.$$

Kết hợp lại ta được

$${}_{(0)}\mathbf{r}_P = {}_{(0)}\mathbf{r} + {}^{0i}\mathbf{R}_{(i)}\mathbf{r}_P. \quad (6.6)$$

Khi biết các tọa độ vật ${}_{(i)}\mathbf{r}_P$, vị trí điểm định vị và hướng quay của hệ tọa độ gắn liền vào vật rắn đối với hệ tọa độ cố định, ta có thể xác định được tọa độ điểm P trong hệ tọa độ cố định. Phương trình (6.6) biểu diễn một phép biến đổi tọa độ $(KS)_i \rightarrow (KS)_0$.

Tính toán ngược hệ thức này cho ta quan hệ

$${}_{(i)}\mathbf{r}_P = ({}^{0i}\mathbf{R})^T ({}_{(0)}\mathbf{r}_P - {}_{(0)}\mathbf{r}) = {}^{i0}\mathbf{R}_{(0)}\mathbf{r}_P \quad (6.7)$$

và biểu diễn phép biến đổi ngược tọa độ $(KS)_0 \rightarrow (KS)_i$.

Các trường hợp đặc biệt của phép biến đổi tổng quát:

- Phép quay thuần túy: ${}_{(0)}\mathbf{r} = \mathbf{0}$.
- Phép tịnh tiến thuần túy: ${}^{(0)}\mathbf{R} = \mathbf{I}$.

Các phương trình (6.6) và (6.7) là các phương trình cơ bản được dùng để nghiên cứu các bài toán động học. Việc áp dụng các phương trình này vào hệ nhiều vật cho ta công cụ thiết lập các phương trình động học đối với bài toán *động học thuận* và bài toán *động học ngược* (xem đoạn 6.1.6). Đạo hàm các phương trình này theo thời gian ta nhận được các phương trình quan hệ về vận tốc, về gia tốc.

6.1.2 Các thí dụ về các ma trận quay

Các hướng quay dương quanh các trục được xác định trên hình 6.4. Hệ tọa độ quay được ký hiệu bằng chữ cái R . Ta quy ước:

$${}_{(0)}\mathbf{r} = [x, y, z]^T, \quad {}_{(R)}\mathbf{r} = [u, v, w]^T.$$

Các phép quay sơ cấp

Phép quay quanh trục x (hình 6.5):

Quan hệ giữa các tọa độ của điểm P trong hệ tọa độ cơ sở và trong hệ tọa độ quay là

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

hay dưới dạng ngắn gọn

$${}_{(0)}\mathbf{r} = \mathbf{R}_x(\phi) {}_{(R)}\mathbf{r}$$

trong đó ma trận của phép quay sơ cấp quanh trục x có dạng:

$$\mathbf{R}_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

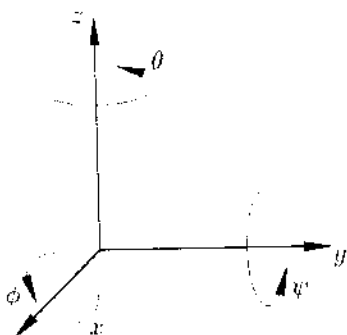
Một cách tương tự, ta tìm được các ma trận quay sơ cấp quanh các trục y và z (hình 6.6 và 6.7).

Phép quay quanh trục y (hình 6.6):

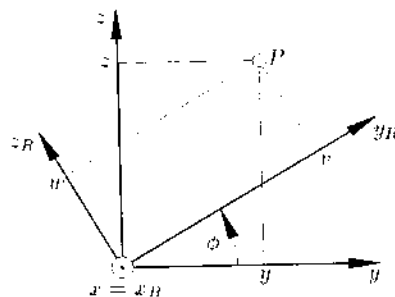
$$\mathbf{R}_y(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Phép quay quanh trục z (hình 6.7):

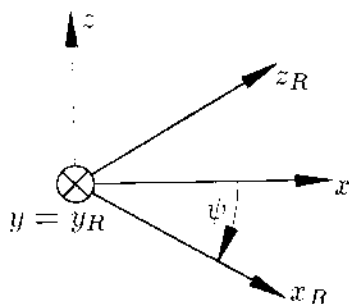
$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.10)$$



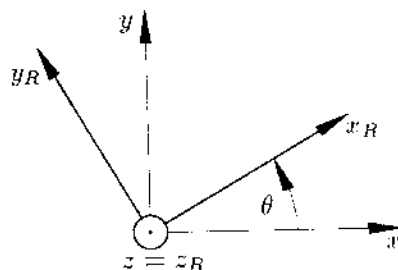
Hình 6.4:
Hướng quay dương



Hình 6.5:
Phép quay sơ cấp quanh trục x



Hình 6.6:
Phép quay sơ cấp quanh trục y



Hình 6.7:
Phép quay sơ cấp quanh trục z

Các phép quay tổng hợp

Các phép quay tổng hợp có thể được hình thành một cách đơn giản từ các phép quay sơ cấp liên tiếp nhau. Các góc EULER và KARDAN có một trị trị đặc biệt trong việc mô tả phép quay tổng hợp.

Các góc KARDAN:

Chúng ta thực hiện các phép quay sơ cấp theo trình tự sau

1. Quay quanh trục x : $R_x(\phi)$,
2. Quay quanh trục y mới: $R_y(\psi)$,
3. Quay quanh trục z mới: $R_z(\theta)$

và nhận được công thức

$${}_{(0)}\mathbf{r} = R_x(\phi)\mathbf{r}', \quad \mathbf{r}' = R_y(\psi)\mathbf{r}'', \quad \mathbf{r}'' = R_z(\theta)_{(R)}\mathbf{r}$$

Từ đó ta suy ra

$${}_{(0)}\mathbf{r} = \underbrace{R_x(\phi)R_y(\psi)R_z(\theta)}_{R_{\text{KARD}}(\phi, \psi, \theta)}_{(R)}\mathbf{r}.$$

Việc tính tích của ba ma trận quay sơ cấp dẫn đến ma trận quay đối với các góc KARDAN.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\text{KARD}}(\phi, \psi, \theta) &= \mathbf{R}_x(\phi) \mathbf{R}_y(\psi) \mathbf{R}_z(\theta) \\ &= \begin{bmatrix} c_\phi c_\theta & -c_\phi s_\theta & s_\psi \\ c_\phi s_\theta + s_\phi s_\psi c_\theta & c_\phi c_\theta - s_\phi s_\psi s_\theta & -s_\phi c_\psi \\ s_\phi s_\theta - c_\phi s_\psi c_\theta & s_\phi c_\theta + c_\phi s_\psi s_\theta & c_\phi c_\psi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Trong đó để đơn giản cách viết ta sử dụng ký hiệu tắt $s_\phi = \sin \phi$, $c_\theta = \cos \theta$, v.v. .

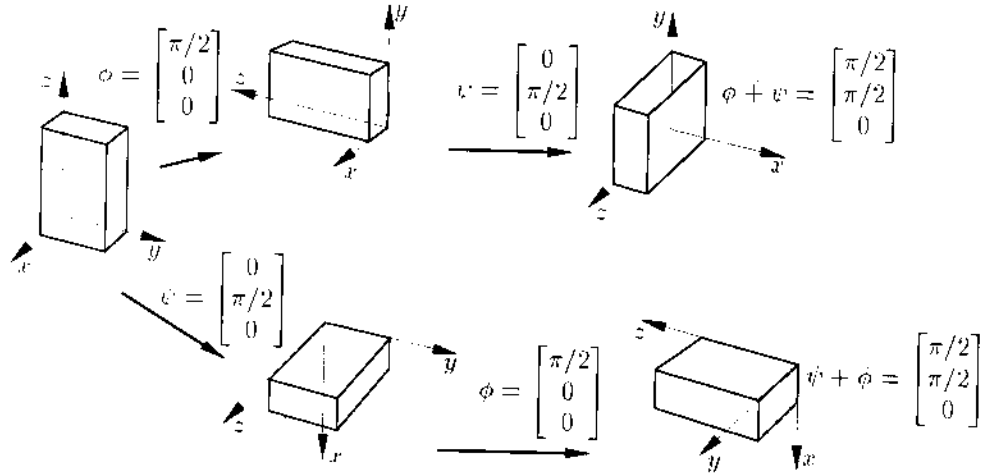
Các góc EULER:

Các phép quay cơ bản lần lượt thực hiện quanh các trục z , trục x mới và trục z mới. Ma trận quay EULER có dạng

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\text{EUL}}(\phi, \psi, \theta) &= \mathbf{R}_z(\phi) \mathbf{R}_x(\psi) \mathbf{R}_z(\theta) \\ &= \begin{bmatrix} -s_\phi c_\psi s_\theta + c_\phi c_\theta & -s_\phi c_\psi c_\theta - c_\phi s_\theta & s_\phi s_\psi \\ c_\phi c_\psi s_\theta + s_\phi c_\theta & c_\phi c_\psi c_\theta - s_\phi s_\theta & -c_\phi s_\psi \\ s_\psi s_\theta & s_\psi c_\theta & c_\psi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Các tích ma trận trong các phương trình (6.12) và (6.11) không có tính chất giao hoán, nghĩa là thứ tự thực hiện các phép nhân ma trận khác nhau cho ta kết quả khác nhau. Nói cách khác:

Trong các phép quay hữu hạn, thứ tự thực hiện các phép quay khác nhau cho ta các hướng khác nhau. Một thí dụ minh họa cho trên hình 6.8.



Hình 6.8: Tính không giao hoán của các phép quay hữu hạn

Thí dụ 6.1: Chuyển động trên mặt phẳng

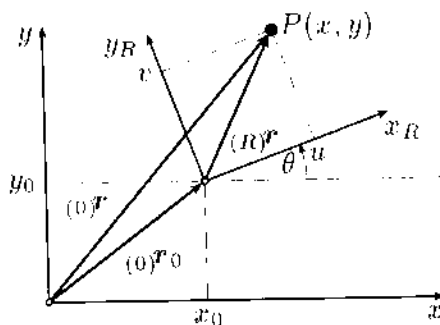
Trường hợp đặc biệt của chuyển động phẳng có thể suy ra từ hệ các phương

trình (6.6) và (6.7). Không giảm tổng quát ta chọn $z = 0$ và xét chuyển động trên mặt phẳng x, y (xem hình 6.9). Khi đó ta có

$${}_{(R)}\mathbf{r} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}, \quad {}_{(0)}\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad {}_{(0)}\mathbf{r}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}.$$

Phép quay chỉ có thể thực hiện quanh trục z và được biểu diễn bởi

$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$



Hình 6.9: Chuyển động phẳng

Lời giải:

Áp dụng các công thức một cách hình thức ta có thể nhận được các phương trình xác định vị trí, vận tốc và gia tốc.

Vị trí:

$${}_{(0)}\mathbf{r} = {}_{(0)}\mathbf{r}_0 + \mathbf{R}_z(\theta){}_{(R)}\mathbf{r} \quad (6.13)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}.$$

Vận tốc: Đạo hàm theo thời gian biểu thức (6.13) ta có

$${}_{(0)}\dot{\mathbf{r}} = {}_{(0)}\dot{\mathbf{r}}_0 + \dot{\mathbf{R}}_z(\theta){}_{(R)}\mathbf{r} + \mathbf{R}_z(\theta){}_{(R)}\dot{\mathbf{r}}. \quad (6.14)$$

Với ký hiệu

$$\dot{\mathbf{R}}_z(\theta) = \frac{\partial \mathbf{R}_z(\theta)}{\partial \theta} \dot{\theta} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix} \dot{\theta}$$

từ (6.14) ta có

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} - v\dot{\theta} \\ \dot{v} + u\dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (6.15)$$

Đối với vật rắn, kết quả sẽ đơn giản hơn do $\dot{u} = \dot{v} = 0$. Ta có thể tìm được một kết quả quan trọng tiếp theo cho vật rắn, nếu ta khử các tọa độ vật ${}_{(R)}\mathbf{r} = [u, v]^T$.

Từ phương trình (6.13) ta có

$${}_{(R)}\mathbf{r} = \mathbf{R}_z^T(\theta) ({}_{(0)}\mathbf{r} - {}_{(0)}\mathbf{r}) .$$

Thế hệ thức trên vào phương trình (6.14), dẫn đến

$${}_{(0)}\dot{\mathbf{r}} = {}_{(0)}\dot{\mathbf{r}} + \dot{\mathbf{R}}_z(\theta) \mathbf{R}_z^T(\theta) ({}_{(0)}\mathbf{r} - {}_{(0)}\mathbf{r}) .$$

Tích của hai ma trận $\dot{\mathbf{R}}_z(\theta) \mathbf{R}_z^T(\theta)$

$$\dot{\mathbf{R}}_z(\theta) \mathbf{R}_z^T(\theta) = \dot{\theta} \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta} \\ \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix}$$

có một ý nghĩa đặc biệt. Đó là một ma trận đối xứng lệch mà các phần tử của nó là vận tốc góc $\omega_z = \dot{\theta}$ của vật rắn phẳng.

Cuối cùng ta nhận được

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta} \\ \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} . \quad (6.16)$$

Gia tốc: Đạo hàm theo thời gian biểu thức (6.16) ta nhận được

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\ddot{\theta} \\ \ddot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta} \\ \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} - \dot{x}_0 \\ \dot{y} - \dot{y}_0 \end{bmatrix}$$

hay

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\theta}^2 & -\ddot{\theta} \\ \ddot{\theta} & -\dot{\theta}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{bmatrix} ,$$

nếu ta sử dụng hệ thức (6.16) để khử các thành phần $\dot{x} - \dot{x}_0$ hay $\dot{y} - \dot{y}_0$. $\square$

Thí dụ 6.2: Các phép quay vô cùng bé

Thay thế cho các góc quay hữu hạn ϕ , ψ , θ là các góc quay vô cùng bé $d\phi$, $d\psi$, $d\theta$. Tìm các biểu thức gần đúng bậc nhất của các ma trận quay vô cùng bé. Ta đặt $\cos d\phi = \cos d\psi = \cos d\theta = 1$ và $\sin d\phi = d\phi$, $\sin d\psi = d\psi$ cũng như $\sin d\theta = d\theta$.

Lời giải:

Từ các phương trình (6.8), (6.9) và (6.10) ta suy ra:

Các phép quay sơ cấp vô cùng bé

$$\mathbf{R}_x(d\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -d\phi \\ 0 & d\phi & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_y(d\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -d\psi & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_z(d\theta) = \begin{bmatrix} 1 & -d\theta & 0 \\ d\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Từ các quan hệ này dẫn đến trạng thái đầu ra, tức là trạng thái không quay (${}^0\mathbf{R} = \mathbf{I}$), khi đó ta có

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x(d\phi) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d\phi \\ 0 & d\phi & 0 \end{bmatrix}, & \mathbf{R}_y(d\psi) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & d\psi \\ 0 & 0 & 0 \\ -d\psi & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_z(d\theta) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & -d\theta & 0 \\ d\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Các phép quay tổng hợp

Bằng cách tương tự, từ các phương trình (6.12) và (6.11) ta suy ra các ma trận quay

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\text{ECL}}(d\phi, d\psi, d\theta) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & -d\phi - d\theta & 0 \\ d\phi + d\theta & 0 & -d\psi \\ 0 & d\psi & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_{\text{KARD}}(d\phi, d\psi, d\theta) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & -d\theta & d\psi \\ d\theta & 0 & -d\phi \\ -d\psi & d\phi & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.17)$$

(Bỏ qua vô cùng bé cấp hai).

Các kết quả trên suy ra có ý nghĩa sau:

Khi thực hiện các phép quay vô cùng bé, ở xấp xỉ bậc nhất, thứ tự thực hiện các phép quay không quan trọng, nghĩa là các phép quay vô cùng bé có đặc trưng của vectơ. Điều này cũng đúng với các đại lượng dẫn, như là vận tốc góc ϕ , ψ và θ (xem thêm đoạn 6.1.3). $\square$

6.1.3 Các tọa độ thuần nhất và phép biến đổi thuần nhất

Như đã chỉ ra ở trên, các phép biến đổi tọa độ có thể đưa về các phép tịnh tiến và các phép quay và được mô tả bằng phương trình (6.6).

Trong đó cần chú ý rằng, biến đổi tọa độ các điểm từ $(KS)_i \rightarrow (KS)_0$ được thực hiện bằng một phép biến đổi tuyến tính không thuần nhất dạng $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}$.

Bằng việc mở rộng thứ nguyên các vectơ và các ma trận, mỗi phép biến đổi tuyến tính không thuần nhất có thể viết một cách hình thức dưới dạng phương trình thuần nhất

$$\mathbf{y}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

Dễ nhận thấy rằng $\mathbf{y}^* = \mathbf{A}^*\mathbf{x}^*$ tương đương với $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}$.

Từ các diễn giải ở trên ta suy ra: có thể biểu diễn hai phép tịnh tiến và quay thành một *phép biến đổi thuần nhất*.

Từ các quan hệ này dẫn đến trạng thái đầu ra, tức là trạng thái không quay (${}^0\mathbf{R} = \mathbf{I}$), khi đó ta có

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_x(d\phi) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d\phi \\ 0 & d\phi & 0 \end{bmatrix}, & \mathbf{R}_y(d\psi) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & d\psi \\ 0 & 0 & 0 \\ -d\psi & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_z(d\theta) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & -d\theta & 0 \\ d\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Các phép quay tổng hợp

Bằng cách tương tự, từ các phương trình (6.12) và (6.11) ta suy ra các ma trận quay

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{EUL}(d\phi, d\psi, d\theta) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & -d\phi - d\theta & 0 \\ d\phi + d\theta & 0 & -d\psi \\ 0 & d\psi & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_{KARD}(d\phi, d\psi, d\theta) - \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} 0 & -d\theta & d\psi \\ d\theta & 0 & -d\phi \\ -d\psi & d\phi & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (6.17)$$

(Bỏ qua vô cùng bé cấp hai).

Các kết quả trên suy ra có ý nghĩa sau:

Khi thực hiện các phép quay vô cùng bé, ở xấp xỉ bậc nhất, thứ tự thực hiện các phép quay không quan trọng, nghĩa là các phép quay vô cùng bé có đặc trưng của véctơ. Điều này cũng đúng với các đại lượng dẫn, như là vận tốc góc ϕ , ψ và θ (xem thêm đoạn 6.1.3). $\square$

6.1.3 Các tọa độ thuần nhất và phép biến đổi thuần nhất

Như đã chỉ ra ở trên, các phép biến đổi tọa độ có thể đưa về các phép tịnh tiến và các phép quay và được mô tả bằng phương trình (6.6).

Trong đó cần chú ý rằng, biến đổi tọa độ các điểm từ $(KS)_1 \rightarrow (KS)_0$ được thực hiện bằng một phép biến đổi tuyến tính không thuần nhất dạng $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}$.

Bằng việc mở rộng thứ nguyên các véctơ và các ma trận, mỗi phép biến đổi tuyến tính không thuần nhất có thể viết một cách hình thức dưới dạng phương trình thuần nhất

$$\mathbf{y}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{b} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

Dễ nhận thấy rằng $\mathbf{y}^* = \mathbf{A}^*\mathbf{x}^*$ tương đương với $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}$.

Từ các diễn giải ở trên ta suy ra: có thể biểu diễn hai phép tịnh tiến và quay thành một *phép biến đổi thuần nhất*.

Định nghĩa:

Ký hiệu $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ và $\mathbf{r}_0 = [x_0, y_0, z_0]^T$, khi đó ta gọi

$$\mathbf{x} := \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4; \quad \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$$

là các tọa độ thuần nhất và

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \text{Ma trận quay} & \text{Véc tơ tịnh tiến} \\ 000 & \text{Hệ số tỷ lệ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{r}_0 \\ 000 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

là ma trận biến đổi thuần nhất.

Việc áp dụng các khái niệm này vào chuyển động của vật rắn được mô tả trên hình 6.3 dẫn đến¹⁾

$${}_{(0)}\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} {}_{(0)}\mathbf{r}_p \\ 1 \end{bmatrix}, \quad {}_{(i)}\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} {}_{(i)}\mathbf{r}_p \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_i^0 = \begin{bmatrix} {}^{0i}\mathbf{R} & {}_{(0)}\mathbf{r} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.18)$$

Với các ký hiệu này, phương trình (6.6) được viết lại một cách đơn giản như sau

$${}_{(0)}\mathbf{x}_p = \mathbf{T}_i^0 {}_{(i)}\mathbf{x}_p. \quad (6.19)$$

Về sự tương đương của cách biểu diễn (6.19) với cách biểu diễn (6.6) ta có thể kiểm tra bằng cách nhân trực tiếp.

Một vài tính chất của ma trận biến đổi thuần nhất $\mathbf{T}$ (Các chỉ số được bỏ đi cho đơn giản cách trình bày):

1. Ma trận $\mathbf{T}$ chứa đựng thông tin về hướng quay, được xác định bởi ma trận quay $\mathbf{R}$, và về điểm định vị của hệ tọa độ gắn chặt với vật rắn, được xác định bởi véc tơ định vị $\mathbf{r}$.
2. Đối với hệ tọa độ thuần thì $\det[\mathbf{T}] = \det[\mathbf{R}] = 1$, còn đối với hệ tọa độ ngược thì $\det[\mathbf{T}] = \det[\mathbf{R}] = -1$.
3. Ma trận nghịch đảo của ma trận $\mathbf{T}$ có dạng

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T & -\mathbf{R}^T \mathbf{r}_0 \\ 000 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

4. Trong trường hợp tổng quát, tọa độ thuần nhất có dạng $\mathbf{x} := \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \lambda \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^4$ với một hệ số tỷ lệ vô hướng λ , khi đó giữa các tọa độ vật lý (x, y, z) và các tọa độ thuần nhất (x_1, x_2, x_3, x_4) có quan hệ:

$$x = \frac{x_1}{\lambda}; \quad y = \frac{x_2}{\lambda}; \quad z = \frac{x_3}{\lambda}. \quad (6.21)$$

Khi $\lambda = 1$ ta nhận được cách biểu diễn chuẩn của các tọa độ thuần nhất.

¹⁾Khác với ký hiệu ma trận quay ${}^{0i}\mathbf{R}$, trong kỹ thuật cơ cấu máy và rôbốt người ta thường sử dụng ký hiệu ma trận biến đổi thuần nhất $\mathbf{T}_i^0$.

5. Các trường hợp đặc biệt là phép quay thuần túy ($\mathbf{r} = \mathbf{0}$) hoặc phép tịnh tiến thuần túy ($\mathbf{R} = \mathbf{I}$).

Khi đó ta có

$$\underline{\text{ROT}} := \mathbf{T}(\mathbf{r} = \mathbf{0}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ 000 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.22)$$

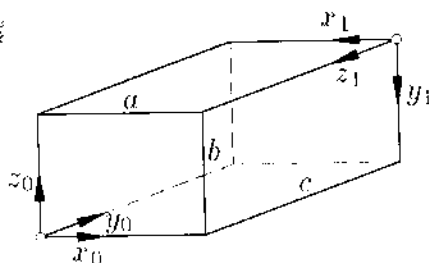
$$\underline{\text{TRANS}} := \mathbf{T}(\mathbf{R} = \mathbf{I}) = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{r} \\ 000 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.23)$$

Thí dụ 6.3: Phép biến đổi thuần nhất
Hãy xác định ma trận biến đổi thuần nhất $\mathbf{T}_1^0$ của các hệ tọa độ cho trên hình 6.10.

Lời giải:

Từ hình vẽ ta có

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{bmatrix} {}^{01}\mathbf{R} & \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \\ 000 & 1 \end{bmatrix}$$



Hình 6.10: Phép biến đổi thuần nhất

Ma trận quay ${}^{01}\mathbf{R}$ có thể được tính toán từ hai phép quay cơ bản.

$${}^{01}\mathbf{R} = \mathbf{R}_x\left(\frac{\pi}{2}\right)\mathbf{R}_z(\pi).$$

Từ các phương trình (6.8) và (6.10) ta có

$$\mathbf{R}_x\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}_z(\pi) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cuối cùng, kết quả cần tìm là

$$\mathbf{T}_1^0 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & -1 & b \\ 0 & -1 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Từ ${}_{(0)}\mathbf{x} = \mathbf{T}_{1(1)}^0 \mathbf{x}$ ta suy ra

$$x_0 = -x_1 + a; \quad y_0 = -z_1 + b; \quad z_0 = -y_1 + c.$$

Ta có thể thấy ngay kết quả trên một cách trực giác trong thí dụ đơn giản này. $\square$

Để xác định đầy đủ các tính chất của phép biến đổi, ta còn phải tìm các biểu thức vận tốc và gia tốc. Các biểu thức này có thể tìm được một cách đơn giản bằng cách đạo hàm theo thời gian biểu thức xác định vị trí.

Vận tốc:

Từ phương trình (6.19) cho vật rắn dẫn đến ${}_{(i)}\dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{0}$

$${}_{(0)}\dot{\mathbf{x}}_p = \dot{\mathbf{T}}_i {}_{(i)}\mathbf{x}_p. \quad (6.24)$$

$${}_{(0)}\ddot{\mathbf{x}}_p = \ddot{\mathbf{T}}_i {}_{(i)}\mathbf{x}_p. \quad (6.25)$$

Chú ý rằng

$${}_{(0)}\dot{\mathbf{x}}_p = \begin{bmatrix} {}_{(0)}\dot{\mathbf{r}}_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad {}_{(0)}\ddot{\mathbf{x}}_p = \begin{bmatrix} {}_{(0)}\ddot{\mathbf{r}}_p \\ 1 \end{bmatrix}$$

là các tọa độ thuần nhất của vectơ vận tốc, vectơ gia tốc trong hệ $(KS)_0$.

Sử dụng quan hệ ${}_{(i)}\mathbf{x}_p = (\mathbf{T}_i^0)^{-1} {}_{(0)}\mathbf{x}_p$, ta nhận được biểu thức vận tốc

$${}_{(0)}\dot{\mathbf{x}}_p = \dot{\mathbf{T}}_i^0 (\mathbf{T}_i^0)^{-1} {}_{(0)}\mathbf{x}_p. \quad (6.26)$$

Tích hai ma trận $\dot{\mathbf{T}}_i^0 (\mathbf{T}_i^0)^{-1}$ có một tính chất đặc sắc. Cụ thể là từ các phương trình (6.18) và (6.20)

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{T}}_i^0 (\mathbf{T}_i^0)^{-1} &= \begin{bmatrix} {}^{0i}\dot{\mathbf{R}} & {}_{(0)}\dot{\mathbf{r}} \\ 000 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ({}^{0i}\mathbf{R})^T & -({}^{0i}\mathbf{R})^T {}_{(0)}\mathbf{r} \\ 000 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} {}^{0i}\dot{\mathbf{R}} ({}^{0i}\mathbf{R})^T & {}_{(0)}\dot{\mathbf{r}} - {}^{0i}\dot{\mathbf{R}} ({}^{0i}\mathbf{R})^T {}_{(0)}\mathbf{r} \\ 000 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Người ta có thể chỉ ra ${}^{0i}\dot{\mathbf{R}} ({}^{0i}\mathbf{R})^T$ là ma trận đối xứng lệch. Chúng được ký hiệu bởi ${}^{0i}\tilde{\omega}$ và có cấu trúc như sau

$${}^{0i}\tilde{\omega} = {}^{0i}\dot{\mathbf{R}} ({}^{0i}\mathbf{R})^T = {}^{0i} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.27)$$

Rõ ràng là các phần tử của ma trận trên được thiết lập bởi các vận tốc góc ${}_{(0)}\omega_{xi} = \dot{\phi}_i$, ${}_{(0)}\omega_{yi} = \dot{\psi}_i$, ${}_{(0)}\omega_{zi} = \dot{\theta}_i$ của vật thứ i trong hệ quy chiếu quán tính $(KS)_0$.

Từ những tính toán ở trên và từ phương trình (6.26) ta suy ra công thức quan trọng để tính vận tốc

$${}_{(0)}\dot{\mathbf{r}}_p = {}_{(0)}\dot{\mathbf{r}} + {}^{0i}\tilde{\omega} {}_{(0)}\mathbf{r}_p. \quad (6.28)$$

Như vậy, vận tốc mỗi điểm thuộc vật rắn được chia thành hai thành phần:

- ${}_{(0)}\dot{\mathbf{r}}$ là vận tốc của gốc hệ tọa độ gắn liền với vật rắn.
- Tích ${}^{0i}\tilde{\omega} {}_{(0)}\mathbf{r}_p$ là phần vận tốc sinh ra do sự quay.

Ý nghĩa của ${}^{0i}\tilde{\omega}$ (còn gọi là toán tử sóng) là nhờ nó ta có thể chuyển tích hữu hướng của hai vectơ thành tích ma trận ¹⁾

$${}^{0i}\tilde{\omega}_{(0)}\mathbf{r}_p = {}^{0i}\begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \cdot ({}^{(0)}\omega_{yi} - y \cdot ({}^{(0)}\omega_{zi}) \\ x \cdot ({}^{(0)}\omega_{zi} - z \cdot ({}^{(0)}\omega_{xi}) \\ y \cdot ({}^{(0)}\omega_{xi} - x \cdot ({}^{(0)}\omega_{yi}) \end{bmatrix}.$$

Như vậy phương trình (6.28) cũng có dạng tương đương như sau

$${}_{(0)}\dot{\mathbf{r}}_p = {}_{(0)}\dot{\mathbf{r}} + {}_{(0)}\boldsymbol{\omega}_i \times {}_{(0)}\mathbf{r}_p \quad (6.29)$$

Gia tốc:

Bằng những suy luận tương tự, từ phương trình (6.25) ta suy ra công thức gia tốc

$${}_{(0)}\ddot{\mathbf{r}}_p = {}_{(0)}\ddot{\mathbf{r}} + {}^{0i}\tilde{\omega}_{(0)}\dot{\mathbf{r}}_p + {}^{0i}\tilde{\omega} \cdot {}^{0i}\tilde{\omega}_{(0)}\mathbf{r}_p, \quad (6.30)$$

trong đó ${}^{0i}\tilde{\omega}$ là toán tử sóng của gia tốc gốc. Tích hai ma trận

$${}^{0i}\tilde{\omega} {}^{0i}\tilde{\omega} = - \begin{bmatrix} \omega_y^2 + \omega_z^2 & -\omega_x\omega_y & -\omega_x\omega_z \\ -\omega_x\omega_y & \omega_x^2 + \omega_z^2 & -\omega_y\omega_z \\ -\omega_x\omega_z & -\omega_y\omega_z & \omega_x^2 + \omega_y^2 \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

là một ma trận đối xứng.

Thí dụ 6.4: Toán tử sóng

Hãy chứng minh lại tính chất (6.27) đối với các góc KARDAN!

Lời giải:

Theo phương trình (6.11) các góc KARDAN được xác định bởi

$$\mathbf{R}_{\text{KARD}} = \mathbf{R}_x(\phi)\mathbf{R}_y(\psi)\mathbf{R}_z(\theta).$$

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}}_{\text{KARD}}(\mathbf{R}_{\text{KARD}})^T &= (\mathbf{R}_x(\phi)\mathbf{R}_y(\psi)\mathbf{R}_z(\theta))^* (\mathbf{R}_x(\phi)\mathbf{R}_y(\psi)\mathbf{R}_z(\theta))^T \\ &= \dot{\mathbf{R}}_x(\phi)\mathbf{R}_x^T(\phi) + \mathbf{R}_x(\phi)\dot{\mathbf{R}}_y(\psi)\mathbf{R}_y^T(\psi)\mathbf{R}_x^T(\phi) \\ &\quad + \mathbf{R}_x(\phi)\mathbf{R}_y(\psi)\dot{\mathbf{R}}_z(\theta)\mathbf{R}_z^T(\theta)\mathbf{R}_y^T(\psi)\mathbf{R}_x^T(\phi). \end{aligned}$$

¹⁾ Tích hữu hướng $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ của hai vectơ $\mathbf{a}$ và $\mathbf{b}$ chính là $\tilde{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{b}$, với

$$\tilde{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix}$$

Chú ý rằng $\mathbf{R}_x(\phi)\mathbf{R}_x^T(\phi) = \mathbf{R}_y(\psi)\mathbf{R}_y^T(\psi) = \mathbf{R}_z(\theta)\mathbf{R}_z^T(\theta) = \mathbf{I}$, và chú ý đến tích các ma trận

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{R}}_x(\phi)\mathbf{R}_x^T(\phi) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dot{\phi} \\ 0 & \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix}, & \dot{\mathbf{R}}_y(\psi)\mathbf{R}_y^T(\psi) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\psi} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dot{\psi} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \dot{\mathbf{R}}_z(\theta)\mathbf{R}_z^T(\theta) &= \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta} & 0 \\ \dot{\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

ta tính được

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{R}}_{\text{KARD}}(\mathbf{R}_{\text{KARD}})^T &= \dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \dot{\psi} \begin{bmatrix} 0 & -s_\phi & c_\phi \\ s_\phi & 0 & 0 \\ -c_\phi & 0 & 0 \end{bmatrix} + \\ &\quad \dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & -c_\phi c_\psi & -s_\phi c_\psi \\ c_\phi c_\psi & 0 & -s_\psi \\ s_\phi c_\psi & s_\psi & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Từ phương trình (6.27) ta suy ra

$${}_{(0)}\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} + \dot{\theta}s_\psi \\ \dot{\psi}c_\phi - \dot{\theta}s_\phi c_\psi \\ \dot{\psi}s_\phi + \dot{\theta}c_\phi c_\psi \end{bmatrix}.$$

Với các góc rất bé ta có thể so sánh kết quả với phương trình (6.17)! □

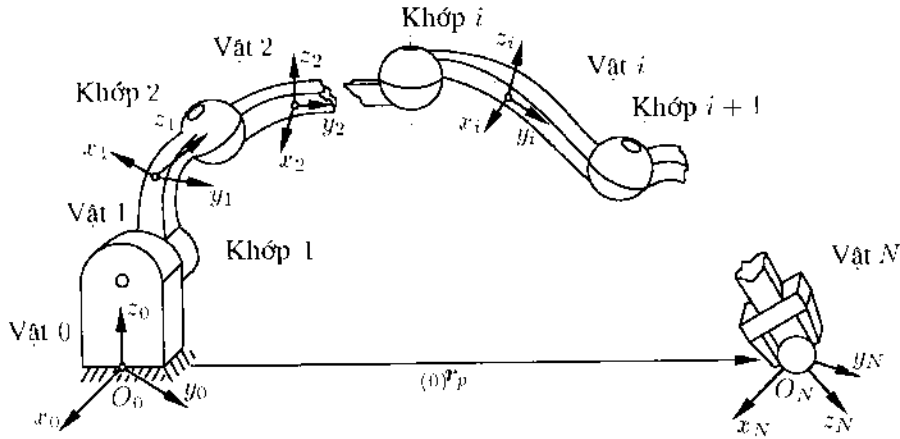
6.1.4 Các mô hình cơ học có cấu trúc cây

Thông thường các mô hình cơ học của các hệ cơ điện tử có thể mô tả bởi các chuỗi động học. Các chuỗi động học này có thể là các chuỗi rẽ nhánh hoặc không rẽ nhánh. Cấu trúc động học như thế được gọi là cấu trúc cây, tương tự như trong tự nhiên. Rôbot là một mô hình điển hình của chuỗi động học không rẽ nhánh (hình 6.11). Một thí dụ đơn giản về chuỗi động học rẽ nhánh được minh họa trên hình 6.12.

Đối với hệ nhiều vật có cấu trúc cây, việc mô tả các tính chất động học là bài toán đặc biệt đơn giản. Việc mô tả động học của loại cơ hệ này được thực hiện bằng các phép biến đổi kế tiếp nhau và cho phép áp dụng các thuật toán lặp. Ta xét hai vật rắn tùy ý i và j của một hệ cơ học gồm N vật rắn. Sử dụng các phép biến đổi thuận nhất cho ánh xạ $(KS)_j \rightarrow (KS)_i$ theo phương trình (6.19), ta có

$${}_{(i)}\mathbf{x}_p = \mathbf{T}_{j(i)}^i \mathbf{x}_p; \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (6.32)$$

Việc so sánh phương trình này với phương trình (6.19) cho ta thấy rằng hệ $(KS)_i$ đảm nhiệm vai trò là hệ quy chiếu.



Hình 6.11: Chuỗi động hở và không rẽ nhánh

Nếu xét hai vật rắn kề nhau, ta sẽ nhận được các công thức tính toán truy hồi, tức là gần $i = j - 1$. Khi đó ta có

$${}_{(j-1)}\mathbf{x}_p = \mathbf{T}_j^{j-1} {}_{(j)}\mathbf{x}_p; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (6.33)$$

Như thế ta có thể thiết lập phương trình động học của hệ nhiều vật có cấu trúc cây bằng cách vận dụng liên tiếp các phương trình trên

$${}_{(0)}\mathbf{x}_p = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \dots \mathbf{T}_N^{N-1} {}_{(N)}\mathbf{x}_p.$$

Phép biến đổi toàn thể

$$\mathbf{T}_N^0 = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \dots \mathbf{T}_N^{N-1} \quad (6.34)$$

có thể tìm một cách đơn giản bằng việc thực hiện các phép nhân ma trận, và cho biết vị trí của hệ tọa độ $(KS)_N$ so với hệ tọa độ $(KS)_0$.

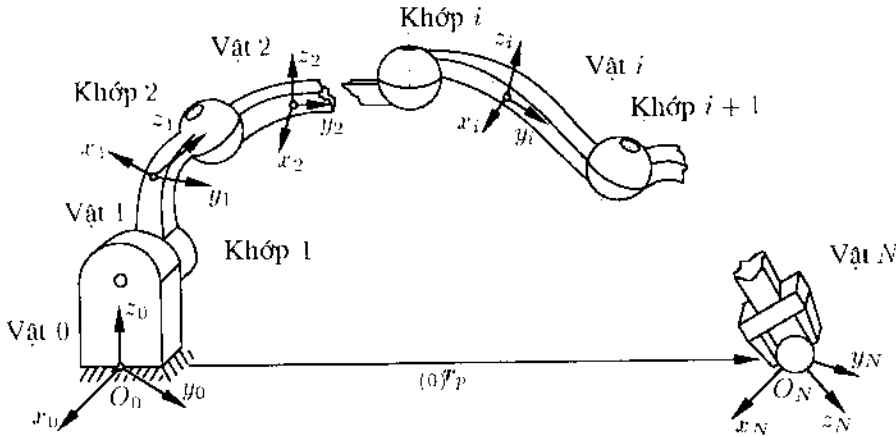
Để thực hiện các tính toán động học một cách thuận tiện, người ta thường sắp xếp các hệ tọa độ gắn liền vào vật rắn ở các khớp.

Việc đánh số các khâu và khớp được ghi trên hình 6.12.

Thí dụ 6.5: Giải thích việc đánh số các khâu các khớp

Từ hình 6.12 ta thấy cấu trúc cây này có hai nhánh; một nhánh chính và một nhánh phụ. Đối với nhánh chính ta có:

$$\left. \begin{aligned} {}_{(4)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{5(5)}^4 \mathbf{x}_{EP_1} \\ {}_{(1)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{2(2)}^1 \mathbf{x}_{EP_1} \\ {}_{(2)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{4(4)}^2 \mathbf{x}_{EP_1} \\ {}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{1(1)}^0 \mathbf{x}_{EP_1} \end{aligned} \right\} \quad {}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_1} = \underbrace{\mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_4^2 \mathbf{T}_{5(5)}^4}_{\mathbf{T}_5^0} \mathbf{x}_{EP_1}.$$



Hình 6.11: Chuỗi động hữ và không rẽ nhánh

Nếu xét hai vật rắn kề nhau, ta sẽ nhận được các công thức tính toán truy hồi, tức là gán $i = j - 1$. Khi đó ta có

$${}_{(j-1)}\mathbf{x}_p = \mathbf{T}_j^{j-1} {}_{(j)}\mathbf{x}_p; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (6.33)$$

Như thế ta có thể thiết lập phương trình động học của hệ nhiều vật có cấu trúc cây bằng cách vận dụng liên tiếp các phương trình trên

$${}_{(0)}\mathbf{x}_p = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \dots \mathbf{T}_N^{N-1} {}_{(N)}\mathbf{x}_p.$$

Phép biến đổi toàn thể

$$\mathbf{T}_N^0 = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \dots \mathbf{T}_N^{N-1} \quad (6.34)$$

có thể tìm một cách đơn giản bằng việc thực hiện các phép nhân ma trận, và cho biết vị trí của hệ tọa độ $(KS)_N$ so với hệ tọa độ $(KS)_0$.

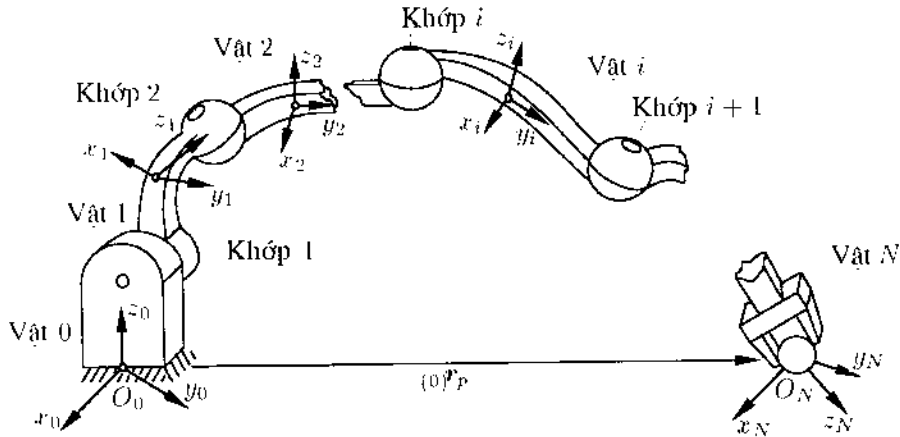
Để thực hiện các tính toán động học một cách thuận tiện, người ta thường sắp xếp các hệ tọa độ gắn liền vào vật rắn ở các khớp.

Việc đánh số các khâu và khớp được ghi trên hình 6.12.

Thí dụ 6.5: Giải thích việc đánh số các khâu các khớp

Từ hình 6.12 ta thấy cấu trúc cây này có hai nhánh; một nhánh chính và một nhánh phụ. Đối với nhánh chính ta có:

$$\left. \begin{aligned} {}_{(4)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{5(5)}^4 \mathbf{x}_{EP_1} \\ {}_{(1)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{2(2)}^1 \mathbf{x}_{EP_1} \\ {}_{(2)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{4(4)}^2 \mathbf{x}_{EP_1} \\ {}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{1(1)}^0 \mathbf{x}_{EP_1} \end{aligned} \right\} \quad {}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_1} = \underbrace{\mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_4^2 \mathbf{T}_5^4}_{\mathbf{T}_5^0} {}_{(5)}\mathbf{x}_{EP_1}.$$



Hình 6.11: Chuỗi động hữ và không rẽ nhánh

Nếu xét hai vật rắn kề nhau, ta sẽ nhận được các công thức tính toán truy hồi, tức là gán $i = j - 1$. Khi đó ta có

$${}_{(j-1)}\mathbf{x}_p = \mathbf{T}_j^{j-1} {}_{(j)}\mathbf{x}_p; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (6.33)$$

Như thế ta có thể thiết lập phương trình động học của hệ nhiều vật có cấu trúc cây bằng cách vận dụng liên tiếp các phương trình trên

$${}_{(0)}\mathbf{x}_p = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \dots \mathbf{T}_N^{N-1} {}_{(N)}\mathbf{x}_p.$$

Phép biến đổi toàn thể

$$\mathbf{T}_N^0 = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \dots \mathbf{T}_N^{N-1} \quad (6.34)$$

có thể tìm một cách đơn giản bằng việc thực hiện các phép nhân ma trận, và cho biết vị trí của hệ tọa độ $(KS)_N$ so với hệ tọa độ $(KS)_0$.

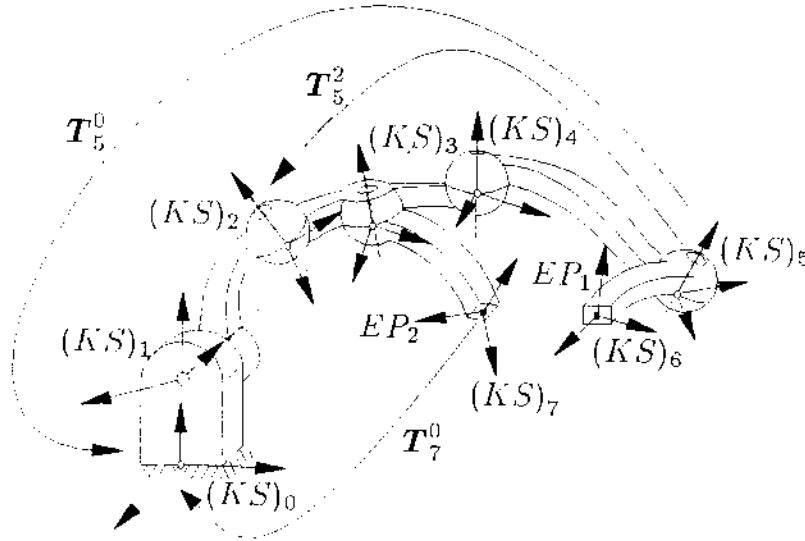
Để thực hiện các tính toán động học một cách thuận tiện, người ta thường sắp xếp các hệ tọa độ gắn liền vào vật rắn ở các khớp.

Việc đánh số các khâu và khớp được ghi trên hình 6.12.

Thí dụ 6.5: Giải thích việc đánh số các khâu các khớp

Từ hình 6.12 ta thấy cấu trúc cây này có hai nhánh; một nhánh chính và một nhánh phụ. Đối với nhánh chính ta có:

$$\left. \begin{aligned} {}_{(4)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{5(5)}^4 \mathbf{x}_{EP_1} \\ {}_{(1)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{2(2)}^1 \mathbf{x}_{EP_1} \\ {}_{(2)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{4(4)}^2 \mathbf{x}_{EP_1} \\ {}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_1} &= \mathbf{T}_{1(1)}^0 \mathbf{x}_{EP_1} \end{aligned} \right\} \quad {}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_1} = \underbrace{\mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_4^2 \mathbf{T}_{5(5)}^4}_{\mathbf{T}_5^0} \mathbf{x}_{EP_1}.$$



Hình 6.12: Chuỗi động hở và rẽ nhánh

Đối với nhánh phụ ta có:

$$\left. \begin{aligned} {}_{(2)}\mathbf{x}_{EP_2} &= \mathbf{T}_{3(3)}^2 \mathbf{x}_{EP_2} \\ {}_{(1)}\mathbf{x}_{EP_2} &= \mathbf{T}_{2(2)}^1 \mathbf{x}_{EP_2} \\ {}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_2} &= \mathbf{T}_{1(1)}^0 \mathbf{x}_{EP_2} \end{aligned} \right\} \quad {}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_2} = \underbrace{\mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_{3(3)}^2}_{\mathbf{T}_3^0} \mathbf{x}_{EP_2}.$$

Với các phương trình trên, bài toán động học được xác định hoàn toàn.

Để kết thúc phần này, ta trình bày một vài nét sơ bộ về tính toán động học các chuỗi động kín.

Giả sử trong hình 6.12 ta cho $EP_1 = EP_2$, khi đó cấu trúc cây của hệ sẽ mất đi. Ta có điều kiện khép kín ${}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_1} = {}_{(0)}\mathbf{x}_{EP_2}$. Từ đó suy ra

$$\mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_4^2 \mathbf{T}_{5(5)}^4 \mathbf{x}_{EP_1} = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \mathbf{T}_{3(3)}^2 \mathbf{x}_{EP_2} \quad \text{hoặc} \quad {}_{(5)}\mathbf{x}_{EP_1} = \mathbf{T}_4^5 \mathbf{T}_2^4 \mathbf{T}_{3(3)}^2 \mathbf{x}_{EP_2}.$$

Điều kiện này được gọi là *điều kiện khép kín*. Điều kiện này chỉ đảm bảo sự trùng hợp về tọa độ định vị. Ta còn phải đòi hỏi sự phù hợp về hướng quay. Ta có điều kiện: vị trí điểm định vị và hướng quay của hai hệ tọa độ $(KS)_6$ và $(KS)_7$ phải trùng nhau:

$$\mathbf{T}_4^2 \mathbf{T}_5^4 \mathbf{T}_6^5 = \mathbf{T}_2^3 \mathbf{T}_3^7 \quad \text{hoặc} \quad \mathbf{T}_5^6 \mathbf{T}_4^5 \mathbf{T}_2^4 \mathbf{T}_3^3 \mathbf{T}_7^3 = \mathbf{I}.$$

Điều kiện này mô tả tính phù hợp động học. □

Với những chú ý trên về thí dụ 6.5, ta đi đến quy trình tính toán động học của chuỗi động kín. Quy trình gồm hai bước:

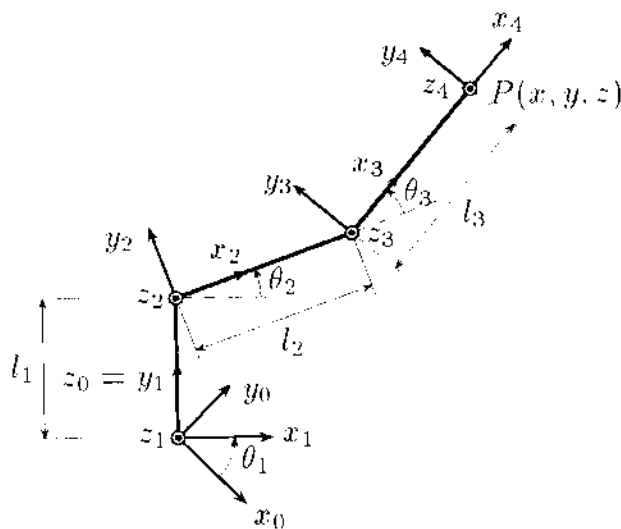
Bước 1: Tách chuỗi động kín thành một hệ có cấu trúc cây.

Bước 2: Xây dựng các điều kiện về sự phù hợp động học.

Các chỉ dẫn chi tiết hơn về tính toán động học hệ nhiều vật có cấu trúc chuỗi động kín xin xem trong cuốn sách [6.13].

Thí dụ 6.6: Áp dụng phép biến đổi thuần nhất vào rôbốt ba khớp quay. Cho rôbốt biểu diễn trên hình 6.13. Hãy xác định ma trận biến đổi T_4^0 và tìm phương trình chuyển động của các tọa độ định vị của điểm thao tác trong hệ quy chiếu cơ sở $(KS)_0$.

Cho biết: Chiều dài các khâu l_1, l_2, l_3 ; Các góc quay $\theta_1, \theta_2, \theta_3$.



Hình 6.13: Rôbốt có 3 khớp quay

Lời giải:

Các tọa độ khớp là

$$q = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T.$$

Ta sử dụng các hệ tọa độ gắn liền vào vật $(KS)_1$, $(KS)_2$, $(KS)_3$ và $(KS)_4$. Do rôbốt có cấu trúc động học hở và không rẽ nhánh nên nghiệm bài toán động học được tìm theo phương trình (6.34)

$$T_4^0 = T_1^0 T_2^1 T_3^2 T_4^3.$$

Các ma trận biến đổi được tính toán theo công thức 6.18.

Tổng ma trận T có dạng:

$$\begin{aligned} T_1^0 &= \begin{bmatrix} & 0 \\ {}^{01}R & 0 \\ & 0 \\ 000 & 1 \end{bmatrix}, & T_2^1 &= \begin{bmatrix} & 0 \\ {}^{12}R & l_1 \\ & 0 \\ 000 & 1 \end{bmatrix}, \\ T_3^2 &= \begin{bmatrix} & l_2 \\ {}^{23}R & 0 \\ & 0 \\ 000 & 1 \end{bmatrix}, & T_4^3 &= \begin{bmatrix} & l_3 \\ {}^{34}R & 0 \\ & 0 \\ 000 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

với

$${}^{01}R = R_z(\theta_1)R_x\left(\frac{\pi}{2}\right), \quad {}^{12}R = R_z(\theta_2), \quad {}^{23}R = R_z(\theta_3), \quad {}^{34}R = I.$$

Thế các ma trận quay cơ bản vào các ma trận biến đổi và tính toán, ta được

$$\begin{aligned} T_1^0 &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & T_2^1 &= \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ T_3^2 &= \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & l_2 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & T_4^3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Thế các ma trận biến đổi vào phương trình động học và chú ý đến các công thức lượng giác $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ và $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$, ta nhận được biến đổi cần tìm

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -c_1 s_{23} & s_1 & c_1(l_3 c_{23} + l_2 c_2) \\ s_1 c_{23} & -s_1 s_{23} & -c_1 & s_1(l_3 c_{23} + l_2 c_2) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & l_3 s_{23} + l_2 s_2 + l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

trong đó ta sử dụng các ký hiệu tắt $s_i = \sin \theta_i$; $c_i = \cos \theta_i$; $s_{23} = \sin(\theta_2 + \theta_3)$; $c_{23} = \cos(\theta_2 + \theta_3)$.

Từ ma trận T_1^0 ta có thể xác định các tọa độ của vị trí điểm định vị và các tọa độ định hướng quay của hệ tọa độ $(KS)_4$ của khâu thao tác.

Vị trí điểm định vị P là 3 phần tử đầu của cột thứ 4,

$$\begin{aligned} x &= \cos \theta_1 (l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_2 \cos \theta_2), \\ y &= \sin \theta_1 (l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3) + l_2 \cos \theta_2), \\ z &= l_3 \sin(\theta_2 + \theta_3) + l_2 \sin \theta_2 + l_1. \end{aligned} \tag{6.35}$$

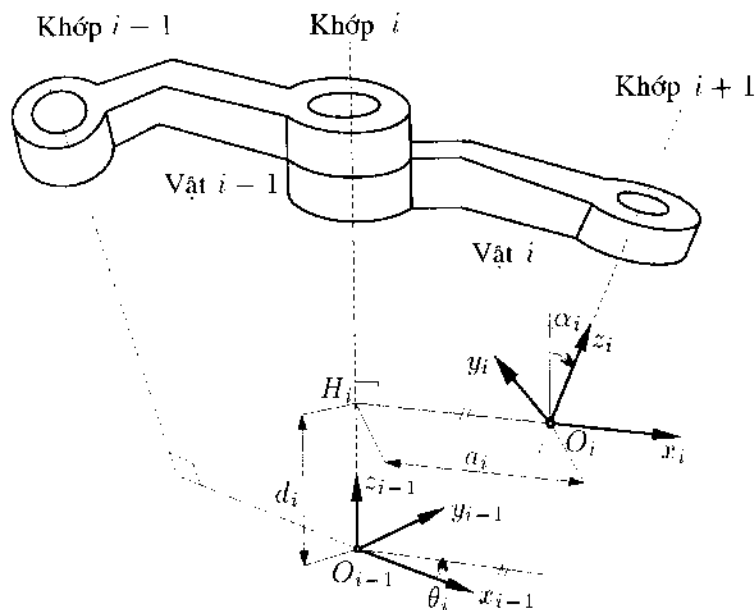
Khi biết các góc quay, ta có thể xác định vị trí của điểm P trong hệ quy chiếu quán tính từ các phương trình này và giải quyết xong bài toán động học thuận. $\square$

6.1.5 Ký hiệu Denavit-Hartenberg (Ký hiệu DH)

Ký hiệu DH là một phương pháp mô tả một cách hệ thống các điều kiện động học và đã được sử dụng để tính toán động học các cơ cấu không gian [6.7]. Phương pháp này đã được phát triển trong cơ học các cơ cấu và trong kỹ thuật robot [6.3], [6.14], [6.16], [6.17].

Phương pháp này dựa trên cách biểu diễn ma trận (4.4) về vị trí điểm định vị và hướng quay của vật rắn và sử dụng một số tối thiểu các tham số, được gọi là tham số DH, để mô tả động học.

Ý tưởng của phương pháp này là đưa ra một thủ tục rõ ràng như có thể về các hệ tọa độ gắn liền vào vật rắn. Trong đó từ các suy tính về mặt động học, đã lựa chọn trục khớp của mỗi cơ cấu làm một trục tọa độ. Trục này được chọn làm trục z .



Hình 6.14: Ký hiệu DENAVIT-HARTENBERG

Hình 6.14 chỉ ra hai vật rắn kế liền nhau của một hệ cơ học và các hệ tọa độ được lựa chọn theo ký hiệu DH. Các hệ tọa độ này được chọn theo quy tắc sau:

Quy tắc 1: Gốc tọa độ của hệ $(KS)_i$ nằm ở giao điểm giữa của đường pháp tuyến chung của các khớp i và $i+1$ với trục khớp $i+1$.

Quy tắc 2: Hướng của hệ $(KS)_i$ được chọn sao cho,

- Trục z hướng theo trục khớp $(i+1)$,
- Trục x hướng theo đường pháp tuyến chung kéo dài

- Trục y được chọn sao cho xyz tạo thành hệ tọa độ thuận.

Vị trí của hệ quy chiếu $(KS)_i$ so với hệ $(KS)_{i-1}$ được xác định bởi bốn tham số DENEVIT-HARTENBERG $(\theta, d, a, \alpha)_i$:

- θ_i : Góc quay quanh trục z_{i-1} , tức là $\angle(x_{i-1}, \overline{H_i O_i})$.
- d_i : Dịch chuyển dọc trục z_{i-1} , tức là đoạn $\overline{O_{i-1} H_i}$.
- a_i : Độ dài của pháp tuyến chung $\overline{H_i O_i}$.
- α_i : Góc quay quanh trục x_i , tức là $\angle(z_{i-1}, z_i)$.

Với việc xây dựng các khái niệm này, việc biến đổi tọa độ $(KS)_i \rightarrow (KS)_{i-1}$ được thực hiện bằng các phép biến đổi cơ bản sau:

1. Quay hệ $(KS)_{i-1}$ quanh trục z_{i-1} (một góc θ_i).
2. Tính tiến theo hướng của trục z_{i-1} (một đoạn d_i) và theo hướng của trục x_i (một đoạn a_i).
3. Quay quanh trục x_i (một góc α_i).

Như thế ta có hệ thức

$$T_i^{i-1} = \underline{\text{ROT}}(z, \theta_i) \cdot \underline{\text{TRANS}}(a_i, 0, d_i) \cdot \underline{\text{ROT}}(x, \alpha_i)$$

với

$$\underline{\text{ROT}}(z, \theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\underline{\text{TRANS}}(a_i, 0, d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\underline{\text{ROT}}(x, \alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Thực hiện phép nhân ma trận ta được kết quả

$$T_i^{i-1} = A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_i & \sin \theta_i \sin \alpha_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \sin \alpha_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6.36)$$

Phương trình (6.36) là ma trận biến đổi hai hệ tọa độ lân cận nhau theo ký hiệu DH. Các phép biến đổi thuận nhất được định nghĩa theo phương trình (6.36) còn được ký hiệu là ma trận A .

Để có thể áp dụng một cách thuận tiện khái niệm DH, ta còn một vài quy tắc bổ sung như sau:

Trong các áp dụng kỹ thuật ta thường gặp các khớp một bậc tự do. Khi đó chọn một trong 4 tham số DH làm tọa độ suy rộng. Nếu là khớp quay ta chọn θ_i làm tọa độ suy rộng ($q_i = \theta_i$), nếu là khớp tịnh tiến chọn d_i làm tọa độ suy rộng ($q_i = d_i$).

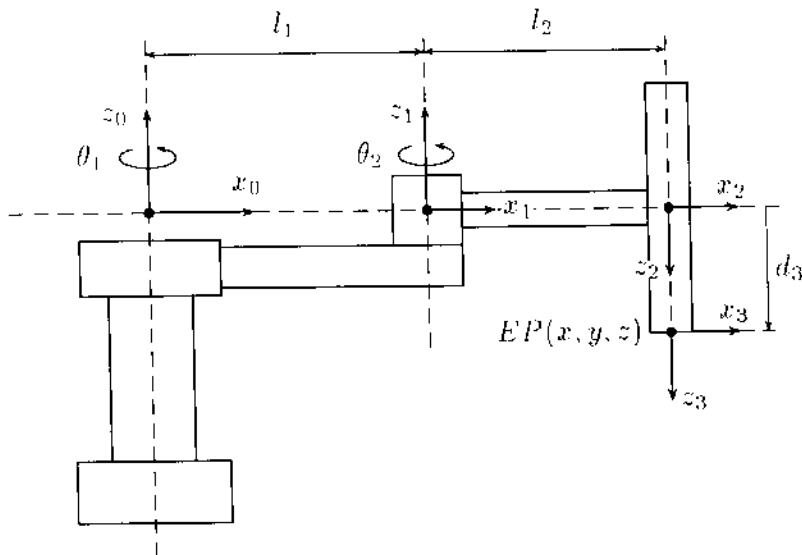
- Các ký hiệu DH không luôn duy nhất. Chẳng hạn khi hai trục khớp song song với nhau, khi đó có nhiều đường pháp tuyến chung, d_i không xác định. Ta có thể chọn d_i một cách theo chủ ý, thí dụ $d_i = 0$.
- Khi hai trục khớp giao nhau thì $a_i = 0$. Khi hai trục khớp vuông góc nhau thì $\alpha_i = \pm\pi/2$.

Khi lựa chọn các hệ tọa độ cơ sở $(KS)_0$ hay hệ tọa độ gắn vào khâu cuối $(KS)_N$, vì không có khâu trước nó trong trường hợp đầu và không có khâu sau nó trong trường hợp thứ hai nên các hệ tọa độ này chưa được xác định hoàn toàn theo quy tắc DH. Khi đó đối với hệ tọa độ cơ sở ta chọn trục z theo hướng của trục khớp, các trục x_0 và y_0 có thể chọn tùy ý.

Đối với hệ tọa độ gắn vào khâu cuối cùng $(KS)_N$ gốc tọa độ có thể được chọn tùy ý. Tuy nhiên thường ta chọn gốc tọa độ là điểm đỉnh vị của khâu thao tác. Ngoài ra, trục x_N chọn theo 1 pháp tuyến của hệ trước đó. Các trục khác chọn tùy ý.

Thí dụ 6.7: Ký hiệu DH của Rôbốt 3 bậc tự do (Rôbốt SCARA)

Trên hình 6.15 là các hệ tọa độ gắn liền vào các vật theo ký hiệu DH.



Hình 6.15: Ký hiệu DH

Lời giải:

Các số liệu của các hệ tọa độ gắn liền với vật được cho trong bảng DH như sau

TT.	θ	d	a	α
1	θ_1	0	l_1	0
2	θ_2	0	l_2	π
3	0	d_3	0	0

Biến đổi $(KS)_3 \rightarrow (KS)_0$ có thể thực hiện nhờ công thức

$$\mathbf{A}_3^0 = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \mathbf{A}_3^2.$$

Từ phương trình (6.36) và bảng DH ta suy ra

$$\mathbf{A}_1^0 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & l_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & l_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2^1 = \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 & l_2 c_2 \\ s_2 & -c_2 & 0 & l_2 s_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sau khi nhân ma trận ta được

$$\mathbf{A}_3^0 = \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 & l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ s_{12} & -c_{12} & 0 & l_1 s_1 + l_2 s_{12} \\ 0 & 0 & -1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Từ đó suy ra vị trí điểm thao tác

$$\begin{aligned} x &= l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2), \\ y &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ z &= -d_3. \end{aligned}$$

Hướng của hệ $(KS)_3$ có thể xác định nhờ công thức (6.40) và có kết quả như sau

$$\phi_{EP} = \pi, \quad \psi_{EP} = 0, \quad \theta_{EP} = -(\theta_1 + \theta_2).$$

□

6.1.6 Động học thuận và động học ngược

Việc mô tả động học một hệ nhiều vật được hiểu là quy định biến đổi, quy định này mô tả quan hệ hình học giữa các tọa độ suy rộng $\mathbf{q}$ và các tọa độ không gian $\mathbf{x}$ của một hệ nhiều vật. Trong trường hợp tổng quát, quy định này dẫn đến biểu thức đại số phi tuyến

$$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q}). \quad (6.37)$$

Việc tính toán vị trí của bàn kẹp EP là nhiệm vụ quan trọng nhất.

Động học thuận: Mọi vị trí của khâu thao tác (bàn kẹp) trong hệ quy chiếu quán tính ${}_{(0)}\mathbf{x} = [x, y, z, \phi, \psi, \theta]^T$ tương ứng với một vectơ tọa độ suy rộng $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \in \mathbb{Q}$. Điều này có thể tính toán một cách đơn giản bằng phương trình vectơ (6.37).

Hàm vectơ $\mathbf{f}(\cdot)$ được suy ra một cách đơn giản từ ma trận biến đổi thuận nhất.

Chẳng hạn nếu khâu thao tác EP là một vị trí xác định của vật thể thứ i của hệ nhiên vật, thì theo phương trình (6.34) ta có

$${}_{(0)}\mathbf{x}_{EP} = \mathbf{T}_{i(0)}^0 \mathbf{x}_{EP} \quad (6.38)$$

với

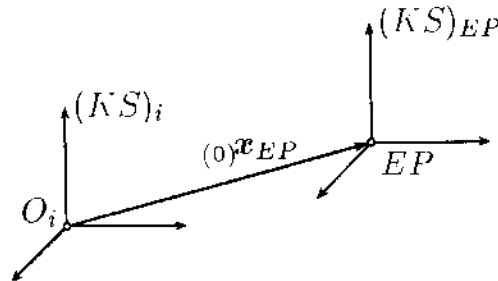
$$\mathbf{T}_i^0 = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \dots \mathbf{T}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Theo hình 6.16 vị trí của $(KS)_{EP}$ với giả thiết $(KS)_i$ và $(KS)_{EP}$ cùng hướng quay, ta có thể xác định bằng tích các ma trận

$$\mathbf{T}_{EP}^0 = \mathbf{T}_i^0 \underline{\text{TRANS}} \left({}_{(i)}\mathbf{x}_{EP}, {}_{(i)}\mathbf{y}_{EP}, {}_{(i)}\mathbf{z}_{EP} \right) = \begin{bmatrix} t'_{11} & t'_{12} & t'_{13} & t'_{14} \\ t'_{21} & t'_{22} & t'_{23} & t'_{24} \\ t'_{31} & t'_{32} & t'_{33} & t'_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bằng cách thực hiện các phép nhân ma trận và chú ý đến định nghĩa ma trận $\mathbf{T}$ (phương trình 6.18) ta tìm vị trí điểm định vị EP trong hệ quy chiếu quán tính

$$\begin{aligned} {}_{(0)}x_{EP} &= t'_{11} = t_{11}{}_{(i)}x_{EP} + t_{12}{}_{(i)}y_{EP} + t_{13}{}_{(i)}z_{EP} + t_{14}, \\ {}_{(0)}y_{EP} &= t'_{21} = t_{21}{}_{(i)}x_{EP} + t_{22}{}_{(i)}y_{EP} + t_{23}{}_{(i)}z_{EP} + t_{24}, \\ {}_{(0)}z_{EP} &= t'_{31} = t_{31}{}_{(i)}x_{EP} + t_{32}{}_{(i)}y_{EP} + t_{33}{}_{(i)}z_{EP} + t_{34}. \end{aligned} \quad (6.39)$$



Hình 6.16: Về tính toán vị trí của khâu thao tác EP

Hướng của $(KS)_{EP}$ có thể xác định dễ dàng từ các phần tử của ma trận T . Nếu sử dụng các góc KARDAN, so sánh với phương trình (6.11) ta suy ra

$$\phi_{EP} = \arctan\left(-\frac{t_{23}}{t_{33}}\right), \quad \psi_{EP} = \arcsin(t_{13}), \quad \theta_{EP} = \arctan\left(-\frac{t_{12}}{t_{11}}\right). \quad (6.40)$$

Di nhiên ta cũng có thể dùng các góc EULER để xác định hướng của $(KS)_{EP}$. Trong trường hợp này ta phải sử dụng phương trình (6.12). Như thế bài toán được giải quyết, ta xác định được hàm $f(\cdot)$.

Động học ngược: Cho biết vị trí điểm định vị và hướng của khâu thao tác EP , ta cần phải xác định các tọa độ suy rộng q tương ứng, tức là xác định cấu hình tương ứng của hệ nhiều vật.

Về mặt hình thức, bài toán này dẫn đến việc xây dựng một hàm ngược,

$$q = f^{-1}(x)$$

Khi giải bài toán này cần quan tâm đến các đặc điểm sau:

- Do tính phi tuyến của hàm $f(q)$, nghiệm giải tích của bài toán ngược chỉ có thể tìm được trong một số trường hợp đặc biệt.
- Các nghiệm của bài toán ngược thường không duy nhất, có thể có hữu hạn hoặc vô hạn nghiệm.

Để làm rõ hơn các đặc điểm trên ta xét các trường hợp sau:

1. $\dim(q) = \dim(x)$: Hệ chuẩn
Số bậc tự do bằng số chiều của vectơ tọa độ không gian. Phương trình $q = f^{-1}(x)$ có nghiệm duy nhất trong đa số các trường hợp.
2. $\dim(q) < \dim(x)$: Hệ không xác định
Hệ có quá ít bậc tự do. Phương trình $q = f^{-1}(x)$ chỉ có lời giải trong một số trường hợp đặc biệt.
3. $\dim(q) > \dim(x)$: Hệ siêu xác định (hệ có dư bậc tự do)
Hệ cơ học có nhiều bậc tự do hơn số cần thiết thực hiện chuyển động. Phương trình $q = f^{-1}(x)$ có vô số nghiệm.

Đối với hệ phẳng các nhận xét trên được trình bày trên hình 6.17.

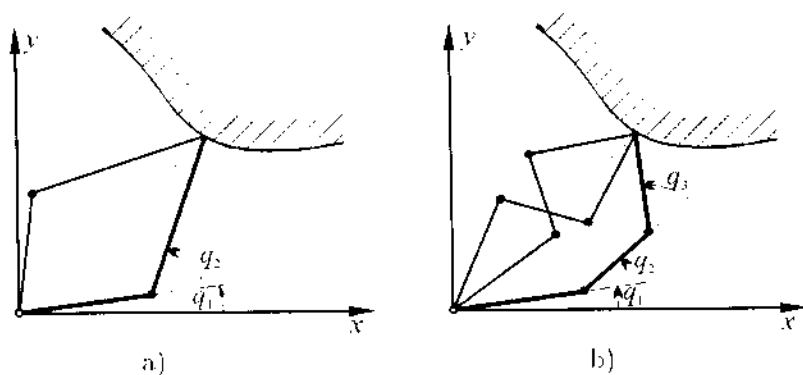
Thí dụ 6.8: Động học thuận và ngược của cơ cấu phẳng hai khâu (hình 6.18)

Lời giải:

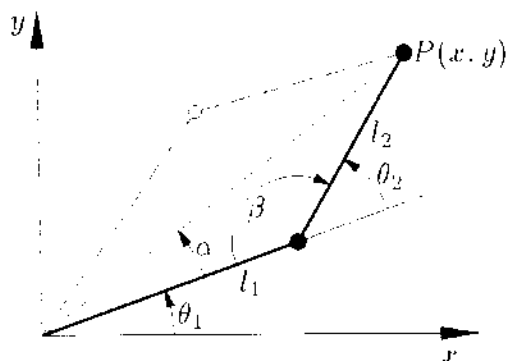
Từ hình vẽ ta có lời giải của bài toán thuận

$$x = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2),$$

$$y = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2).$$



Hình 6.17: Về khả năng giải được các bài toán động học ngược:
a) $\dim(\mathbf{q}) = 2$, $\dim(\mathbf{x}) = 2$; b) $\dim(\mathbf{q}) = 3$, $\dim(\mathbf{x}) = 2$



Hình 6.18: Động học cơ cấu hai khâu phẳng

Phép biến đổi ngược

$$\theta_1 = f_1^{-1}(x, y),$$

$$\theta_2 = f_2^{-1}(x, y)$$

dễ dàng thực hiện và cho kết quả như sau:

Nếu sử dụng góc phụ $\beta = \pi - \theta_2$ áp dụng định lý cosin ta có

$$x^2 + y^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos \theta_2 \quad \text{hay} \quad \theta_2 = \pm \arccos \left(\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} \right).$$

- Nếu sử dụng góc θ_2 và góc phụ α áp dụng định lý sin ta có

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{l_2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sin \theta_2 = \pm \frac{l_2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sqrt{1 - \cos^2 \theta_2} \\ &= \pm \frac{l_2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sqrt{1 - \left(\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2} \right)^2}. \end{aligned}$$

Với

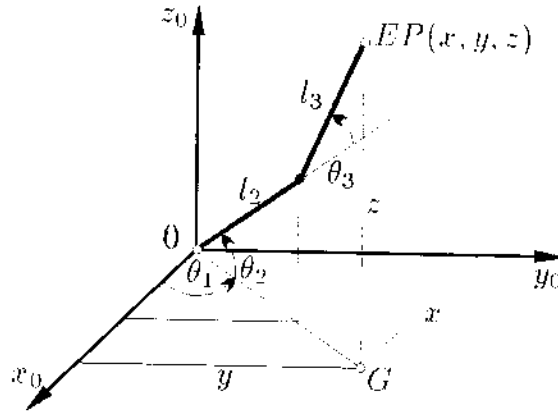
$$\tan(\alpha + \theta_1) = \frac{y}{x} \quad \text{hay} \quad \theta_1 = \pm \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \alpha$$

ta có nghiệm

$$\theta_1 = \pm \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \mp \arcsin\left[\sqrt{\frac{(2l_1l_2)^2 - (x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2)^2}{4l_1^2(x^2 + y^2)}}\right].$$

□

Thí dụ 6.9: Động học ngược rôbot ba khớp quay (Thí dụ 6.6)



Hình 6.19: Động học rôbot ba khớp quay

Bài toán động học ngược biểu diễn dưới dạng phương trình (6.35). Từ đó giải ra các góc khớp

$$\theta_i = f_i^{-1}(x, y, z); \quad i = 1, 2, 3.$$

Ta dễ dàng tìm được

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right).$$

Từ hình 6.19 ta thấy rằng, hệ quay quanh trục z_0 một góc θ_1 , các góc quay khác θ_2 và θ_3 có thể tách rời nhau. Do đó việc tìm lời giải của bài toán có thể thực hiện trên mặt phẳng chứa các điểm O , EP , G . Như vậy ta có thể sử dụng các kết quả của thí dụ 6.8. Tiếp nhận kết quả của thí dụ 6.8 ta có

$$\theta_2 = \pm \arctan\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \mp \arcsin\left[\sqrt{\frac{(2l_2l_3)^2 - (x^2 + y^2 + z^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{4l_2^2(x^2 + y^2 + z^2)}}\right].$$

$$\theta_3 = \pm \arccos \left(\frac{x^2 + y^2 + z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3} \right).$$

□

Từ những công thức nhận được ở trên ta thấy bài toán động học ngược phức tạp hơn bài toán động học thuận. Ngay ở mô hình rôbốt đơn giản với 3 khớp quay, các công thức của bài toán động học ngược đã khá rối rắm (xem đoạn 9.1).

Sự tồn tại của nghiệm giải tích phụ thuộc vào cấu trúc của các hệ nhiều vật. Các cấu trúc mà có nghiệm giải tích đối với bài toán động học ngược được gọi là các cấu trúc "có thể giải được về mặt động học". Việc tìm được nghiệm giải tích bài toán động học ngược có nhiều thuận lợi trong việc sử lý các số liệu thời gian thực đối với giải thuật điều khiển. Thí dụ một tiêu chuẩn đủ để có thể giải bài toán động học ngược bằng phương pháp giải tích đối với rôbốt 6 bậc tự do là 3 trục của nó giao nhau tại một điểm. Các trục này tạo thành một *khớp cầu*. Khi đó có thể phân tích hệ 6 phương trình đại số phi tuyến thành 2 hệ, mỗi hệ có 3 phương trình. Để tìm hiểu sâu hơn về động học ngược, độc giả có thể xem trong thêm các tài liệu [6.3], [6.14], [6.16].

6.1.7 Động học vi phân và ma trận Jacobi

Nhờ động học vi phân ta xây dựng được quan hệ giữa các vận tốc suy rộng và vận tốc tương ứng của điểm thao tác của hệ nhiều vật, ánh xạ này được thể hiện qua một ma trận, được gọi là ma trận JACOBI. Ma trận hoặc được tìm bằng phương pháp hình học (ma trận JACOBI hình học) hoặc được xác định bằng cách vi phân hình thức (ma trận JACOBI giải tích).

Đặc biệt là có nhiều khả năng khác nhau mô tả vận tốc góc, phụ thuộc vào việc sử dụng các góc KARDAN hay các góc EULER. Khi dùng ma trận JACOBI hình học, các vận tốc góc được biểu diễn trên các trục của hệ quy chiếu quán tính.

Ma trận JACOBI là một công cụ trợ giúp rất quan trọng trong việc tính toán nhiều bài toán của các hệ cơ điện tử. Nhờ các ma trận JACOBI ta có thể tìm được các cấu hình kỳ dị, nghiên cứu các hệ thừa bậc tự do, xây dựng các thuật giải cho bài toán động học ngược, nghiên cứu tĩnh học, thiết lập các phương trình vi phân chuyển động và thực hiện việc tuyến tính hóa các phương trình chuyển động.

Ma trận Jacobi giải tích

Nếu như đã biết quan hệ động học $\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$, thì ta có thể áp dụng quy tắc đạo hàm hàm hợp tìm được dễ dàng các quan hệ vi phân

$$d\mathbf{x} = \mathbf{J}(\mathbf{q})d\mathbf{q} \quad \text{hay} \quad \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (6.41)$$

với

$$\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T \quad \text{và} \quad \dot{\mathbf{x}} = [\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_m]^T$$

và ma trận JACOBI

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_1}, \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial q_n} \right] \in \mathbb{R}^{m \times n}. \quad (6.42)$$

Các phần tử của ma trận JACOBI được xác định bằng đạo hàm theo các tọa độ suy rộng

$$J_{ik} = \frac{\partial f_i}{\partial q_k} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Các chú ý:

1. Đối với trường hợp khâu thao tác chuyển động không gian thì $m = 6$. Khi đó $\dot{\mathbf{x}}$ được phân thành các phần vận tốc tịnh tiến và các thành phần vận tốc quay.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_T \\ \dot{\mathbf{x}}_R \end{bmatrix} \quad \text{với} \quad \dot{\mathbf{x}}_T = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T \quad \text{und} \quad \dot{\mathbf{x}}_R = [\dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\theta}]^T.$$

Các góc ϕ, ψ, θ có thể chọn là các góc KARDAN hoặc các góc EULER.

Như thế có thể phân tích phương trình (6.41) thành các phương trình sau

$$\dot{\mathbf{x}}_T = \mathbf{J}_T \dot{\mathbf{q}}, \quad \dot{\mathbf{x}}_R = \mathbf{J}_R \dot{\mathbf{q}} \quad (6.43)$$

trong đó ma trận $\mathbf{J}_T$ cỡ $(3, n)$ được gọi là ma trận JACOBI tịnh tiến còn ma trận $\mathbf{J}_R$ cỡ $(3, n)$ được gọi là ma trận JACOBI quay.

2. Phương trình (6.41) là một phương trình đại số tuyến tính giữa $\dot{\mathbf{x}}$ và $\dot{\mathbf{q}}$. Khi cho biết $\mathbf{q}$ và do đó biết $\mathbf{J}(\mathbf{q})$, ta có thể giải phương trình này bằng phương pháp giải hệ phương trình đại số tuyến tính quen biết để xác định $\dot{\mathbf{q}}$.
3. Khi $n = m$ và ma trận $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ là ma trận chính quy với $\mathbf{q} \in \mathbb{Q}$, tức là $\det[\mathbf{J}(\mathbf{q})] \neq 0$, thì việc giải theo $\mathbf{q}$ là đơn giản,

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{x}}. \quad (6.44)$$

4. Khi $n = m$ và $\det[\mathbf{J}(\mathbf{q})] = 0$, nghĩa là $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ là ma trận kỳ dị. Khi đó các cấu hình $\mathbf{q}$ tương ứng được gọi là các cấu hình kỳ dị. Trong trường hợp này tồn tại các quan hệ tuyến tính trong $\mathbf{J}(\mathbf{q})$.
5. Khi $n \neq m$ ta có thể giải một cách hình thức theo $\mathbf{q}$ bằng cách sử dụng khái niệm ma trận tựa nghịch đảo $\mathbf{J}_p^{-1}$ (xem phần Phụ lục A.2.4 và thí dụ 7.5).
6. Nếu vectơ tọa độ không gian được biểu diễn dưới dạng tham số hóa

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}[s(t)] \quad (6.45)$$

với s là tham số quỹ đạo (chẳng hạn s là độ dài cung, $0 \leq s \leq L$). thì khi đó phương trình (6.41) có dạng

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}'(s)\dot{s} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$

và

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_p^{-1}(\mathbf{q}) \mathbf{x}'(s)\dot{s}. \quad (6.46)$$

Trong đó ký hiệu $(\)' = \frac{d}{ds}$ và $\dot{s} = \frac{ds}{dt}$ là vận tốc quỹ đạo.

7. Từ phương trình (6.41) ta có thể dễ dàng thiết lập được công thức truy hồi, cho phép tính toán tương đối đơn giản $\mathbf{q}$ tại các điểm rời rạc. Trong trường hợp đơn giản nhất ta chia khoảng thời gian $[0, T]$ theo các phần bằng nhau Δt

$$t_k = k\Delta t: \quad k = 0, 1, 2, \dots, M; \quad t_0 = 0; \quad t_M = T.$$

Thay thế các đạo hàm trong (6.41) bằng các tỷ số sai phân

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}}(k\Delta t) &= \frac{\mathbf{q}((k+1)\Delta t) - \mathbf{q}(k\Delta t)}{\Delta t} = \frac{\mathbf{q}_{k+1} - \mathbf{q}_k}{\Delta t} \\ \dot{\mathbf{x}}(k\Delta t) &= \frac{\mathbf{x}((k+1)\Delta t) - \mathbf{x}(k\Delta t)}{\Delta t} = \frac{\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k}{\Delta t}. \end{aligned}$$

và từ phương trình (6.41) ta suy ra thủ tục lặp

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \mathbf{J}_p^{-1}(\mathbf{q}_k) (\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k), \quad k = 0, 1, \dots, M-1. \quad (6.47)$$

Ý nghĩa của phương trình (6.47) là, khi biết được các vectơ tọa độ không gian ở các vị trí điểm rời rạc $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M$ thì ta có thể tính toán lặp các tọa độ suy rộng tương ứng. Phương trình (6.47) cho ta một thuật giải tổng quát để giải bài toán động học ngược bằng phương pháp lặp. Khi tính toán số ta cần phải quan tâm đến tính chất ổn định của các thuật giải bằng số. Bởi vì khi đó sẽ xuất hiện các sai số tính toán, sai số làm tròn số (xem đoạn 9.1).

Ma trận Jacobi hình học

Nhờ khái niệm ma trận JACOBI hình học ta có thể thiết lập được quan hệ giữa $\dot{\mathbf{q}}$ với các vận tốc tịnh tiến $\dot{\mathbf{x}}_T = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ và các vận tốc góc $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ của khâu thao tác trong hệ quy chiếu quán tính.

Vectơ ${}_{(0)}\boldsymbol{\omega}$ có thể tính bằng cách sử dụng các góc KARDAN hoặc các góc EULER. Để tính toán vận tốc góc trong hệ quy chiếu quán tính người ta thường sử dụng các phép biến đổi tọa độ. Nếu sử dụng các góc KARDAN, ta có công thức

$${}_{(0)}\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_x(\phi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_x(\phi)\mathbf{R}_y(\psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}.$$

Chú ý đến các phương trình từ (6.8) đến (6.10) và tính chất $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$ ta tìm được

$${}_{(0)}\boldsymbol{\omega} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & s_\psi \\ 0 & c_\phi & -c_\phi s_\psi \\ 0 & s_\phi & c_\phi c_\psi \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{\text{KARD}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}_R}. \quad (6.48)$$

Chú ý đến phương trình (6.43) ta suy ra

$${}_{(0)}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{T}_{\text{KARD}} \dot{\mathbf{x}}_R = \mathbf{T}_{\text{KARD}} \mathbf{J}_R \dot{\mathbf{q}}.$$

Từ đó ta có thể thiết lập mối liên hệ giữa ma trận JACOBI giải tích $\mathbf{J}$ và ma trận JACOBI hình học $\mathbf{J}_G$. Từ hệ thức

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_T \\ {}_{(0)}\boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_G \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_T \\ \mathbf{T}_{\text{KARD}} \mathbf{J}_R \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}$$

ta suy ra công thức liên hệ khi sử dụng các góc KARDAN,

$$\mathbf{J}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_{\text{KARD}} \end{bmatrix} \mathbf{J}. \quad (6.49)$$

Nếu sử dụng các góc EULER ta có,

$${}_{(0)}\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_z(\phi) \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_z(\phi) \mathbf{R}_x(\psi) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

hay là

$${}_{(0)}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{T}_{\text{EUL}} \dot{\mathbf{x}}_R \quad \text{với} \quad \mathbf{T}_{\text{EUL}} = \begin{bmatrix} 0 & c_\phi & s_\psi s_\phi \\ 0 & s_\phi & -s_\psi c_\phi \\ 1 & 0 & c_\psi \end{bmatrix}. \quad (6.50)$$

Trong phương trình (6.49) ta phải thay $\mathbf{T}_{\text{KARD}}$ bằng $\mathbf{T}_{\text{EUL}}$.

Thí dụ 6.10: Tìm ma trận JACOBI đối với cơ cấu hai khâu trong thí dụ 6.8. Trong thí dụ 6.8 ta đã có các công thức của bài toán động học thuận

$$\begin{aligned} x &= l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos(\theta_1 - \theta_2), \\ y &= l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2). \end{aligned}$$

Ma trận JACOBI:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{bmatrix}$$

với

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial \theta_1} &= -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2), & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} &= -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2), \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} &= l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2), & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} &= l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2).\end{aligned}$$

Mã trận JACOBI nghịch đảo:

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{l_1 l_2 \sin \theta_2} \begin{bmatrix} l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}.$$

Các cấu hình kỳ dị:

$$\det[\mathbf{J}] = l_1 l_2 \sin \theta_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \theta_2 = 0, \pi, \dots$$

Khi $\theta_2 = 0$ ta nhận được cấu hình kỳ dị „vươn dài ra“, khi $\theta_2 = \pi$ cấu hình kỳ dị „gập vào“ (xem hình 6.18).

Động học ngược (khi $\theta_2 \neq 0, \pi$):

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{l_1 l_2 \sin \theta_2} \begin{bmatrix} l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ -l_1 \cos \theta_1 - l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \dot{x} + \\ &\quad \frac{1}{l_1 l_2 \sin \theta_2} \begin{bmatrix} l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \dot{y}.\end{aligned}$$

□

6.2 Động lực học các hệ nhiều vật

Động lực học là lý thuyết về chuyển động của các vật thể có khối lượng dưới tác dụng của các lực và các ngẫu lực. Trong động lực học ta thiết lập các quan hệ giữa các đại lượng động học và các đại lượng về lực.

Việc mô tả các tính chất chuyển động dẫn đến các *Phương trình chuyển động* dưới dạng hệ các phương trình vi phân. Các phương trình này tạo nên *mô hình động lực*. Đối với hệ các vật rắn n bậc tự do ta có n phương trình vi phân thường cấp 2.

Các hiểu biết về mô hình động lực có một vai trò quan trọng trong một loạt các bài toán sau:

a) Mô phỏng tính chất chuyển động:

Dựa trên các số liệu về các lực tác dụng lên cơ hệ và các số liệu về các điều kiện đầu hoặc các điều kiện biên, tính toán và biểu diễn chuyển động trên các đồ thị. Bài toán này được gọi là *động lực học thuận*.

b) Phân tích các cấu trúc cơ điện tử:

Xác định các ứng xử động cho việc thiết kế mẫu. Đặc biệt là việc thiết kế truyền động khi tính chất chuyển động đã biết từ các số liệu của mô hình động lực.

c) Tổng hợp điều khiển

Trợ giúp trong việc tổng hợp các giải thuật điều khiển. Bài toán lập trình quỹ đạo (tức là tính toán các đại lượng dẫn động cần thiết để thực hiện được đường cong quỹ đạo đã cho) là thí dụ điển hình về tổng hợp các thuật điều khiển. Bài toán này có thể xếp xếp vào lớp bài toán *động lực học ngược*.

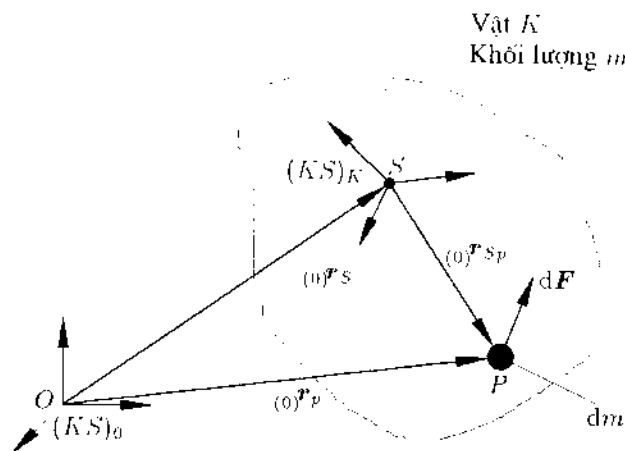
Để thiết lập mô hình động lực ta có thể sử dụng hai phương pháp khác nhau:

Phương pháp Newton-Euler: Tách hệ thành các vật rắn tự do chịu tác dụng của các ngoại lực và các lực liên kết. Áp dụng định lý biến thiên động lượng và định lý biến thiên mômen động lượng cho mỗi vật, ta nhận được một hệ 6 N phương trình. Khử các lực liên kết ta được các phương trình chuyển động (xem đoạn 6.2.2).

Phương pháp Lagrange: Khác với phương pháp NEWTON-EULER, trong phương pháp LAGRANGE ta sử dụng các nguyên lý cơ học để thiết lập các phương trình chuyển động. Trong mục này ta chỉ sử dụng các phương trình LAGRANGE loại 2 để thiết lập mô hình động lực (xem đoạn 6.2.3).

6.2.1 Các phương trình cơ bản của vật rắn

Xem như là phần mở đầu về động lực học hệ nhiều vật, ở đây ta sẽ trình bày vắn tắt các công thức quan trọng đối với mỗi vật rắn.



Hình 6.20: Các ký hiệu trên một vật rắn

Trên hình 6.20 ta sử dụng các ký hiệu:

- S là khối tâm vật rắn,
- P là một điểm bất kỳ của vật rắn,
- dm là một phần tử khối lượng,

$d\mathbf{F}$ là ngoại lực tác dụng lên phần tử dm ,

$\mathbf{F} = \int_K d\mathbf{F}$ là véctơ chính của các ngoại lực,

- $\mathbf{M}^{(0)} = \int_K {}_{(0)}\mathbf{r}_p \times d\mathbf{F} = \int_K {}_{(0)}\tilde{\mathbf{r}}_p d\mathbf{F}$ là mômen chính của các ngoại lực.

Với các ký hiệu trên, ta áp dụng các định lý:

Định lý! động lượng:

$$m {}_{(0)}\ddot{\mathbf{r}}_S = \int_K {}_{(0)}\ddot{\mathbf{r}}_p dm = \mathbf{F}, \quad (6.51)$$

- Định lý! mômen động lượng (trong hệ quy chiếu quán tính):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{L}}^{(0)} &= \mathbf{M}^{(0)} \quad \text{với} \\ \mathbf{L}^{(0)} &= \int_K {}_{(0)}\mathbf{r}_p \times {}_{(0)}\mathbf{v}_p dm = \int_K {}_{(0)}\tilde{\mathbf{r}}_{p(0)} \mathbf{v}_p dm, \end{aligned} \quad (6.52)$$

trong đó ${}_{(0)}\tilde{\mathbf{r}}_p$ biến thi toán tử sóng.

- Tính toán mômen động lượng của vật rắn

$$\mathbf{L}^{(0)} = {}_{(0)}\mathbf{r}_S \times {}_{(0)}\mathbf{v}_S m + {}_{\bullet}L_{rel}^{(S)} = {}_{(0)}\tilde{\mathbf{r}}_{S(0)} \mathbf{v}_S m + \mathbf{L}_{rel}^{(S)}.$$

Trong đó mômen động lượng tương đối được xác định bởi công thức

$$\mathbf{L}_{rel}^{(S)} = \int_K {}_{(0)}\mathbf{r}_{Sp} \times ({}_{(0)}\boldsymbol{\omega} \times {}_{(0)}\mathbf{r}_{Sp}) dm = - \int_K {}_{(0)}\tilde{\mathbf{r}}_{Sp(0)} \tilde{\mathbf{r}}_{Sp} dm \cdot {}_{(0)}\boldsymbol{\omega}.$$

Bây giờ ta đưa vào định nghĩa ma trận mômen quán tính cỡ (3,3) (ma trận quán tính) như sau

$${}_{(0)}\mathbf{I}^{(S)} = - \int_K {}_{(0)}\tilde{\mathbf{r}}_{Sp(0)} \tilde{\mathbf{r}}_{Sp} dm \quad (6.53)$$

khi đó biểu thức mômen động lượng tương đối sẽ có dạng

$$\mathbf{L}_{rel}^{(S)} = {}_{(0)}\mathbf{I}^{(S)} {}_{(0)}\boldsymbol{\omega}. \quad (6.54)$$

Biểu thức ma trận mômen quán tính (6.54) được xác định trong hệ quy chiếu cố định do đó phụ thuộc vào hướng quay của vật rắn. Ta xây dựng quan hệ giữa ma trận mômen quán tính của vật rắn đối với hệ quy chiếu cố định và đối với hệ động gắn liền với vật rắn. Đối với vật rắn quay quanh một điểm cố định, theo phương trình (6.6): ${}_{(0)}\mathbf{r}_{Sp} = {}^{0K}\mathbf{R}_{(K)} \mathbf{r}_p$, ta suy ra từ (6.54) hệ thức quan trọng sau

$${}_{(0)}\mathbf{I}^{(S)} = {}^{0K}\mathbf{R}_{(K)} \mathbf{I}^{(S)} ({}^{0K}\mathbf{R})^T. \quad (6.55)$$

Trong đó

$${}_{(K)}\mathbf{I}^{(S)} = - \int_K {}_{(K)}\tilde{\mathbf{r}}_P {}_{(K)}\tilde{\mathbf{r}}_P dm \quad (6.56)$$

là ma trận mômen quán tính của vật rắn đối với hệ tọa độ động gắn liền vào vật rắn. Khác với (6.54), ma trận này có các phần tử là hằng số. Nếu ta chọn hệ tọa độ là các trục quán tính chính của vật rắn thì ma trận ${}_{(K)}\mathbf{I}^{(S)}$ có dạng đường chéo.

- Định lý biến thiên mômen động lượng (trong hệ quy chiếu động $(KS)_K$ gắn liền vào vật rắn):

Nếu ta chọn gốc tọa độ ở khối tâm vật rắn (hình 6.20) thì ta có định lý .

$$\frac{d}{dt}\mathbf{L}^{(S)} = \frac{d}{dt}\left({}_{(0)}\mathbf{I}^{(S)}{}_{(0)}\boldsymbol{\omega}\right) = {}_{(0)}\mathbf{I}^{(S)}{}_{(0)}\dot{\boldsymbol{\omega}} + {}^{0K}\tilde{\boldsymbol{\omega}}{}_{(0)}\mathbf{I}^{(S)}{}_{(0)}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}^{(S)} \quad (6.57)$$

với $\mathbf{M}^{(S)} = \int_K {}_{(0)}\tilde{\mathbf{r}}_S p d\mathbf{F}.$

- Động năng:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int_K {}_{(0)}\mathbf{v}_P^T {}_{(0)}\mathbf{v}_P dm \\ &= \frac{1}{2} \left(\underbrace{{}_{(0)}\mathbf{v}_S^T {}_{(0)}\mathbf{v}_S m}_{\text{Phần tịnh tiến}} + \underbrace{{}_{(0)}\boldsymbol{\omega}^T \underbrace{{}^{0K}\mathbf{R}_{(K)}\mathbf{I}^{(S)}({}^{0K}\mathbf{R})^T}_{({}_{(0)}\mathbf{I}^{(S)})} {}_{(0)}\boldsymbol{\omega}}_{\text{Phần quay}} \right). \end{aligned} \quad (6.58)$$

Để hiểu cách áp dụng của định lý biến thiên mômen động lượng ta xét thí dụ sau.

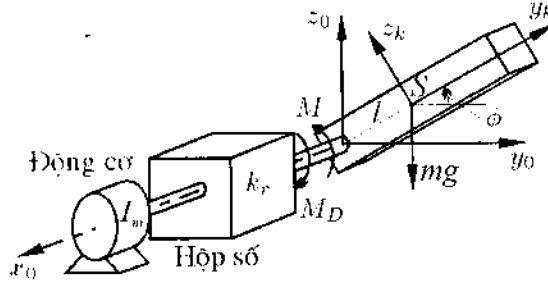
Thí dụ 6.11: Thiết lập phương trình vi phân chuyển động của một trục dẫn động (hình 6.21)

Hệ có một bậc tự do, vì chỉ thực hiện chuyển động quay quanh trục x . Tác dụng một ngẫu lực phát động M vào con lắc (khối lượng m). Hộp số nối từ động cơ có tỷ số truyền $k_r > 1$. Mômen quán tính của động cơ là I_m . Mômen cần có dạng

$$M_D = b_D \dot{\phi} + b_R \operatorname{sgn} \dot{\phi}$$

(trong đó b_D là hệ số cản nhớt, b_R là hệ số ma sát COULOMB). Ma trận mômen quán tính của con lắc đối với hệ tọa độ $(KS)_K$ gắn liền vào vật rắn có dạng

$${}_{(K)}\mathbf{I}^{(S)} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}.$$



Hình 6.21: Mô hình đơn giản của một hệ dẫn động

Lời giải:

Ta sử dụng các phương trình (6.55), (6.56) và (6.57) để thiết lập phương trình vi phân chuyển động.

Cụ thể ta có

$${}^{(0)}\mathbf{r}_S = l \begin{bmatrix} 0 \\ c_\phi \\ s_\phi \end{bmatrix}, \quad {}^{(0)}\mathbf{v}_S = l\dot{\phi} \begin{bmatrix} 0 \\ -s_\phi \\ c_\phi \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$${}^{(0)}\mathbf{I}^{(S)} = \mathbf{R}_x(\phi)({}^{(K)}\mathbf{I}^{(S)})\mathbf{R}_x^T(\phi) = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y c_\phi^2 + I_z s_\phi^2 & (I_y - I_z)c_\phi s_\phi \\ 0 & (I_y - I_z)c_\phi s_\phi & I_y s_\phi^2 + I_z c_\phi^2 \end{bmatrix}.$$

Do con lắc chỉ thực hiện chuyển động quay quanh trục \$x\$, cho nên chỉ có một phương trình vi phân chuyển động. Ta tìm được

$$\begin{aligned} \dot{L}_x^{(0)} &= (I_x + ml^2)\ddot{\phi} + k_r l m \ddot{\phi} \\ M_x^{(0)} &= M - mgl \cos \phi - M_D. \end{aligned}$$

Sử dụng phương trình (6.57) ta nhận được phương trình vi phân chuyển động của con lắc

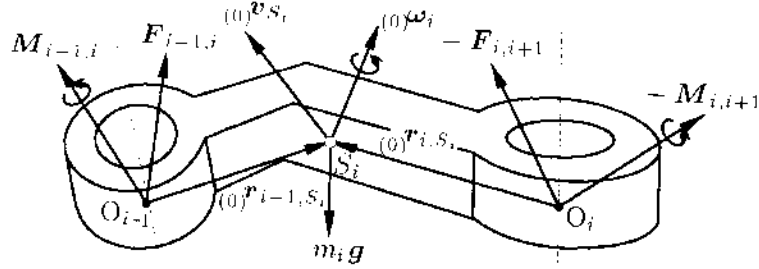
$$(I_x + ml^2 + k_r^2 I_m)\ddot{\phi} + b_D \dot{\phi} + b_R \operatorname{sgn} \dot{\phi} + mgl \cos \phi = M. \quad (6.59)$$

Phương trình (6.59) là một phương trình vi phân phi tuyến cấp 2. $\square$

6.2.2 Phương pháp Newton-Euler

Để áp dụng phương pháp NEWTON-EULER đầu tiên ta phải giải phóng các liên kết, tách một hệ nhiều vật thành các vật rắn riêng lẻ. Hình 6.22 là mô hình vật rắn thứ \$i\$.

Tác dụng tương hỗ giữa vật rắn thứ \$i\$ và các vật rắn lân cận được thay thế bằng các lực và các ngẫu lực liên kết \$\mathbf{F}_{i-1,i}\$, \$\mathbf{M}_{i-1,i}\$ và \$\mathbf{F}_{i,i+1}\$, \$\mathbf{M}_{i,i+1}\$. Trong đó \$\mathbf{F}_{i-1,i}\$ là lực do vật rắn thứ \$i-1\$ tác dụng lên vật thứ \$i\$, tương tự đối với

Hình 6.22: Mô hình vật rắn thứ i được tách riêng ra

mômen $M_{i-1,i}$. Tương tự $F_{i,i+1}$ và $M_{i,i+1}$ là lực và mômen do vật rắn thứ i tác dụng lên vật thứ $i+1$. Do liên kết bên phải, vật thứ i phải chịu tác dụng của phản lực liên kết $-F_{i,i+1}$ và $-M_{i,i+1}$.

Áp dụng các định lý biến thiên động lượng và định lý biến thiên mômen động lượng (các phương trình (6.51) và (6.57)) cho tất cả các vật rắn ($i = 1, 2, \dots, N$) và khử các phản lực liên kết, ta có thể thiết lập được các phương trình vi phân chuyển động của hệ nhiều vật theo hai bước như sau.

Bước 1: Định lý biến thiên động lượng:

$$m_i(0)\dot{\boldsymbol{v}}_{S_i} = \boldsymbol{F}_i \quad \text{với} \quad \boldsymbol{F}_i = \boldsymbol{F}_{i-1,i} - \boldsymbol{F}_{i,i+1} + m_i \boldsymbol{g} \quad (6.60)$$

Định lý biến thiên mômen động lượng:

$$\left. \begin{aligned} (0)\boldsymbol{I}_i^{(S)}(0)\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^0\tilde{\boldsymbol{\omega}}(0)\boldsymbol{I}_i^{(S)}(0)\boldsymbol{\omega}_i &= \boldsymbol{M}_i^{(S)} \quad \text{với} \\ \boldsymbol{M}_i^{(S)} &= \boldsymbol{M}_{i-1,i} - \boldsymbol{M}_{i,i+1} + (0)\tilde{\boldsymbol{r}}_{i,S_i}\boldsymbol{F}_{i,i+1} - (0)\tilde{\boldsymbol{r}}_{i-1,S_i}\boldsymbol{F}_{i-1,i}. \end{aligned} \right\} \quad (6.61)$$

Để tính toán các quan hệ động học, như trong đoạn 6.1 đã trình bày, ta đặt một trục của hệ tọa độ gắn vào vật trùng với trục của khớp động. Để tính toán động lực học, nếu ta chọn khối tâm là gốc tọa độ động thì các phương trình cơ bản sẽ rất đơn giản. Vì vậy cần phải thực hiện một phép biến đổi tiếp theo giữa các véctơ định vị $(0)\tilde{\boldsymbol{r}}_{i-1,S_i}$ và $(0)\tilde{\boldsymbol{r}}_{i,S_i}$.

Bước 2: Chú ý đến các quan hệ động học và khử các phản lực liên kết

Các phương trình (6.60) và (6.61) cho ta một hệ $6N$ phương trình đối với $3N$ vật tốc khối tâm $(0)\boldsymbol{v}_{S_i}$ và $3N$ vận tốc góc $(0)\boldsymbol{\omega}_i$. Tuy nhiên các đại lượng này không độc lập với nhau. Các quan hệ động học giữa các đại lượng này với vận tốc suy rộng $\dot{\boldsymbol{q}}$ được xác định bởi phương trình (6.41) bởi ma trận JACOBI,

$$\dot{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{J}_i(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}$$

hay theo phương trình (6.43) ta có thể tính riêng thành phần tịnh tiến và thành phần quay

$$(0)\boldsymbol{v}_{S_i} = \boldsymbol{J}_{Pi}\dot{\boldsymbol{q}}, \quad (0)\boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{J}_{Ri}\dot{\boldsymbol{q}}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (6.62)$$

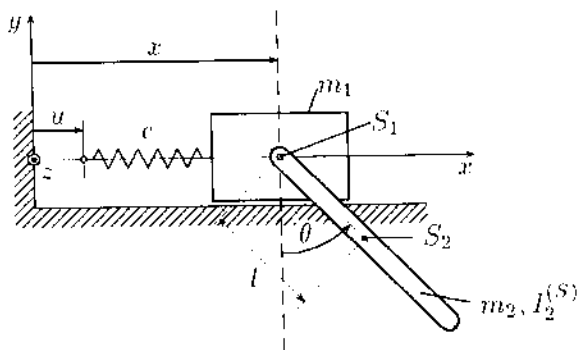
Các phương trình (6.62) cho phép ta trình bày các định lý động lượng và mômen động lượng qua tọa độ, vận tốc và gia tốc suy rộng. Ở đây ta cần nhắc lại rằng tập các tọa độ độc lập tuyến tính $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$ được biểu diễn qua vectơ tọa độ suy rộng. Ta có thể làm giảm 6N phương trình (6.60) và (6.61) nhờ khử các lực liên kết (thành từng cặp).

Từ những điều đã trình bày ở trên, ta thấy khi áp dụng phương pháp NEWTON-EULER hệ toàn thể được hình thành từ các hệ con. Vì vậy phương pháp NEWTON-EULER có tính chất của một phương pháp tổng hợp.

Thí dụ 6.12: Con lắc elliptic (hình 6.23)

Hãy áp dụng phương pháp NEWTON-EULER, thành lập phương trình vi phân chuyển động của hệ nhiều vật trên hình 6.23. Hệ khảo sát có thể xem là mô hình đơn giản của cần trục cần cầu có tải trọng dùng đưa như con lắc. Mô hình này có thể được sử dụng làm mô hình cơ bản nghiên cứu sự ổn định hóa của trạng thái cân bằng không ổn định. Khi đó thay $\theta = \pi + \Delta\theta$ (con lắc ngược). Bỏ qua ảnh hưởng của ma sát.

Cho biết: $m_1, m_2, I_2^{(S)} = \frac{1}{3}m_2l^2, l, c, u(t)$ kích động động học.



Hình 6.23: Con lắc với điểm treo chuyển động

Lời giải:

Hệ có $n = 2$ bậc tự do. Các tọa độ suy rộng được chọn như hình vẽ

$$\mathbf{q} = [x, \theta]^T.$$

Các tọa độ không gian của trọng tâm:

Vật 1:

$$\mathbf{x}_{S1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad \text{với} \quad x_1 = x, \quad y_1 = 0$$

Vật 2:

$$\mathbf{x}_{S2} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad \text{với} \quad x_2 = x + l \sin \theta, \quad y_2 = -l \cos \theta$$

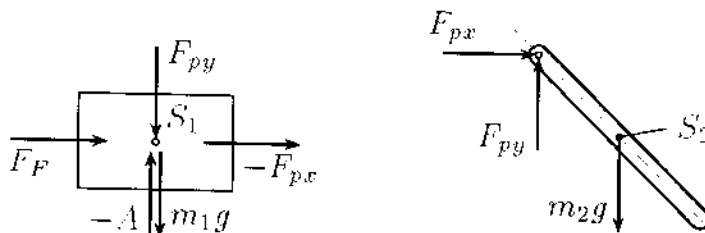
Các quan hệ động học:

$$\dot{x}_{Si} = \mathbf{J}_i(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}; \quad i = 1, 2$$

trong đó ma trận JACOBI có dạng

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x} & \frac{\partial x_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_1}{\partial x} & \frac{\partial y_1}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x} & \frac{\partial x_2}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x} & \frac{\partial y_2}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l \cos \theta \\ 0 & l \sin \theta \end{bmatrix}.$$

Ta giải phóng liên kết, thay liên kết bằng các phản lực liên kết như hình 6.24:



Hình 6.24: Tách hệ thành hai vật tự do (F_F lực đàn hồi, A phản lực của nền, F_{px} , F_{py} các lực liên kết tại khớp)

Định lý biến thiên động lượng và định lý biến thiên mômen động lượng:

Vật 1:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -F_{px} + F_F,$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -F_{py} + A - m_1 g = 0.$$

(Bỏ qua việc áp dụng định lý biến thiên mômen động lượng do không có chuyển động quay.)

Vật 2:

$$m_2 \ddot{x}_2 = F_{px},$$

$$m_2 \ddot{y}_2 = F_{py} - m_2 g,$$

$$I_2^{(S)} \ddot{\theta} = -F_{px} l \cos \theta - F_{py} l \sin \theta.$$

Lực đàn hồi:

$$F_F = -c(x - u).$$

Như thế ta có hệ 6 phương trình với 6 ẩn là F_{px} , F_{py} , F_F , A và hai tọa độ suy rộng x , θ .

Khử các lực liên kết ta được hệ hai phương trình vi phân chuyển động.

$$(m_1 + m_2) \ddot{x} + m_2 l \cos \theta \ddot{\theta} - m_2 l \dot{\theta}^2 \sin \theta + cx = cu,$$

$$(I_2^{(S)} + m_2 l^2) \ddot{\theta} + m_2 l \cos \theta \ddot{x} + m_2 l g \sin \theta = 0.$$

Hai phương trình trên có thể viết lại dưới dạng ma trận

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 l \cos \theta \\ m_2 l \cos \theta & I_2^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_2 l \dot{\theta}^2 \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cx \\ m_2 gl \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cu \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6.63)$$

trong đó $I_2^{(0)} = I_2^{(S)} + m_2 l^2$.

Phân lực liên kết

$$A = m_1 g + F_{py} = (m_1 + m_2)g + m_2 l(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta).$$

□

Thuật toán truy hồi

Từ cách thức thiết lập phương trình chuyển động bằng phương pháp NEWTON-EULER ta thấy, ở bước thứ nhất ta nhận được các phương trình chuyển động ở dạng chưa tối thiểu vì ta chưa xét đến liên kết giữa các khâu của hệ nhiều vật. Nếu như đã biết các tọa độ suy rộng, vận tốc và gia tốc suy rộng của tất cả các vật rắn, thì từ các phương trình (6.60) và (6.61) ta có thể tính toán lập các đại lượng lực $\mathbf{F}_i$ và mômen $\mathbf{M}_i^{(S)}$. Bài toán này được gọi là *bài toán ngược động lực học*.

1. Phép lập ngược để tính $\mathbf{F}_i$ và $\mathbf{M}_i^{(S)}$:

Muốn thế, ta biết đổi các phương trình (6.60) và (6.61) về dạng

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{i-1,i} &= \mathbf{F}_{i,i+1} - m_i \mathbf{g} + m_i {}^{(0)}\dot{\mathbf{v}}_{Si}, \\ \mathbf{M}_{i-1,i} &= \mathbf{M}_{i,i+1} - {}^{(0)}\tilde{\mathbf{r}}_{i,Si} \mathbf{F}_{i,i+1} + {}^{(0)}\tilde{\mathbf{r}}_{i-1,Si} \mathbf{F}_{i-1,i} \\ &\quad + {}^{(0)}\mathbf{I}_i^{(S)} {}^{(0)}\dot{\boldsymbol{\omega}}_i + {}^{0i}\tilde{\boldsymbol{\omega}} {}^{(0)}\mathbf{I}_i^{(S)} {}^{(0)}\boldsymbol{\omega}_i. \end{aligned} \quad (6.64)$$

Với các giả thiết

- a) Các đại lượng động học ${}^{(0)}\dot{\mathbf{v}}_{Si}$, ${}^{(0)}\boldsymbol{\omega}_i$, ${}^{(0)}\dot{\boldsymbol{\omega}}_i$, là đã biết và
- b) Các lực và ngẫu lực tác dụng lên điểm định vị của khâu thao tác $\mathbf{F}_{N,N+1}$,

$\mathbf{M}_{N,N+1}^{(S)}$ đã cho trước,

từ phương trình (6.64) ta có thể tính toán lập tất cả các lực và các ngẫu lực $\mathbf{F}_{0,1}$ và $\mathbf{M}_{0,1}^{(S)}$.

2. Phép lập thuận tính các đại lượng động học:

Như trong đoạn 6.1.5 đã trình bày, trong cơ học máy ký hiệu DH được dùng để xác định các quan hệ động học. Người ta đưa vào các hệ tọa độ gắn liền với vật rắn mà có trục z trùng với trục của khớp. Các quan hệ động học được biểu diễn theo ký hiệu DH có dạng:

Khớp tịnh tiến:

$$\begin{aligned} {}^{(0)}\boldsymbol{\omega}_{i+1} &= {}^{(0)}\boldsymbol{\omega}_i, \\ {}^{(0)}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{i+1} &= {}^{(0)}\dot{\boldsymbol{\omega}}_i, \\ {}^{(0)}\mathbf{v}_{i+1} &= {}^{(0)}\mathbf{v}_i + {}^{0i}\tilde{\boldsymbol{\omega}} {}^{(0)}\mathbf{r}_{i,i+1} + \dot{q}_{i+1} \mathbf{z}_i, \\ {}^{(0)}\dot{\mathbf{v}}_{i+1} &= {}^{(0)}\dot{\mathbf{v}}_i + {}^{0i}\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} {}^{(0)}\mathbf{r}_{i,i+1} + {}^{0i}\tilde{\boldsymbol{\omega}} {}^{(0)}\dot{\mathbf{r}}_{i,i+1} + 2{}^{0i}\tilde{\boldsymbol{\omega}} \mathbf{z}_i \dot{q}_{i+1} + \ddot{q}_{i+1} \mathbf{z}_i. \end{aligned} \quad (6.65)$$

Khớp quay:

$$\begin{aligned}
 {}_{(0)}\dot{\omega}_{i+1} &= {}_{(0)}\dot{\omega}_i + \dot{q}_{i+1} z_i, \\
 {}_{(0)}\dot{\omega}_{i+1} &= {}_{(0)}\dot{\omega}_i + {}^{0,i} \tilde{\omega} z_i + \dot{q}_{i+1} z_i, \\
 {}_{(0)}\dot{v}_{i+1} &= {}_{(0)}\dot{v}_i + {}^{0,i+1} \tilde{\omega} {}_{(0)}r_{i,i+1}, \\
 {}_{(0)}\dot{v}_{i+1} &= {}_{(0)}\dot{v}_i + {}^{0,i+1} \dot{\tilde{\omega}} {}_{(0)}r_{i,i+1} + {}^{0,i+1} \tilde{\omega} {}^{0,i+1} \tilde{\omega} {}_{(0)}r_{i,i+1}.
 \end{aligned} \tag{6.66}$$

Thực hiện biến đổi các tọa độ trọng tâm:

$$\begin{aligned}
 {}_{(0)}\dot{v}_{Si} &= {}_{(0)}\dot{v}_i + {}^{0,i} \tilde{\omega} {}_{(0)}r_{i,Si}, \\
 {}_{(0)}\dot{v}_{Si} &= {}_{(0)}\dot{v}_i + {}^{0,i} \dot{\tilde{\omega}} {}_{(0)}r_{i,Si} + {}^{0,i} \tilde{\omega} {}^{0,i} \tilde{\omega} {}_{(0)}r_{i,Si}.
 \end{aligned} \tag{6.67}$$

Như vậy ta được các phương trình truy hồi tính toán lập các đại lượng động học. Mỗi lần bước lập cần phải cho biết chuyển động của hệ quy chiếu cơ sở ${}_{(0)}\dot{\omega}_0$, ${}_{(0)}\dot{\omega}_0 = \mathbf{0}$, ${}_{(0)}\dot{v}_0$, ${}_{(0)}\dot{v}_0 = \mathbf{0}$.

Hình 6.25 Cho ta sơ đồ truy hồi.

Phương pháp lập trình bày ở trên được công bố đầu tiên trong [6.10] để giải bài toán động lực học ngược. Trong đó đã đưa ra các thuật toán truy hồi trên cơ sở các phương trình NEWTON-EULER. Phương pháp truy hồi cũng có thể áp dụng trên cơ sở các phương trình LAGRANGE loại 2. Trong đoạn 6.2.3 ta sẽ đề cập tới vấn đề này. Việc sử dụng phương pháp lập có thể rút ngắn đáng kể thời gian tính toán cho bài toán ngược động lực học tuyến tính bậc n („Thuật toán bậc- n “).

6.2.3 Phương pháp Lagrange

Một khả năng khác để thiết lập phương trình vi phân chuyển động của hệ nhiều vật là áp dụng phương trình LAGRANGE loại 2. Các phương trình này có dạng

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q \tag{6.68}$$

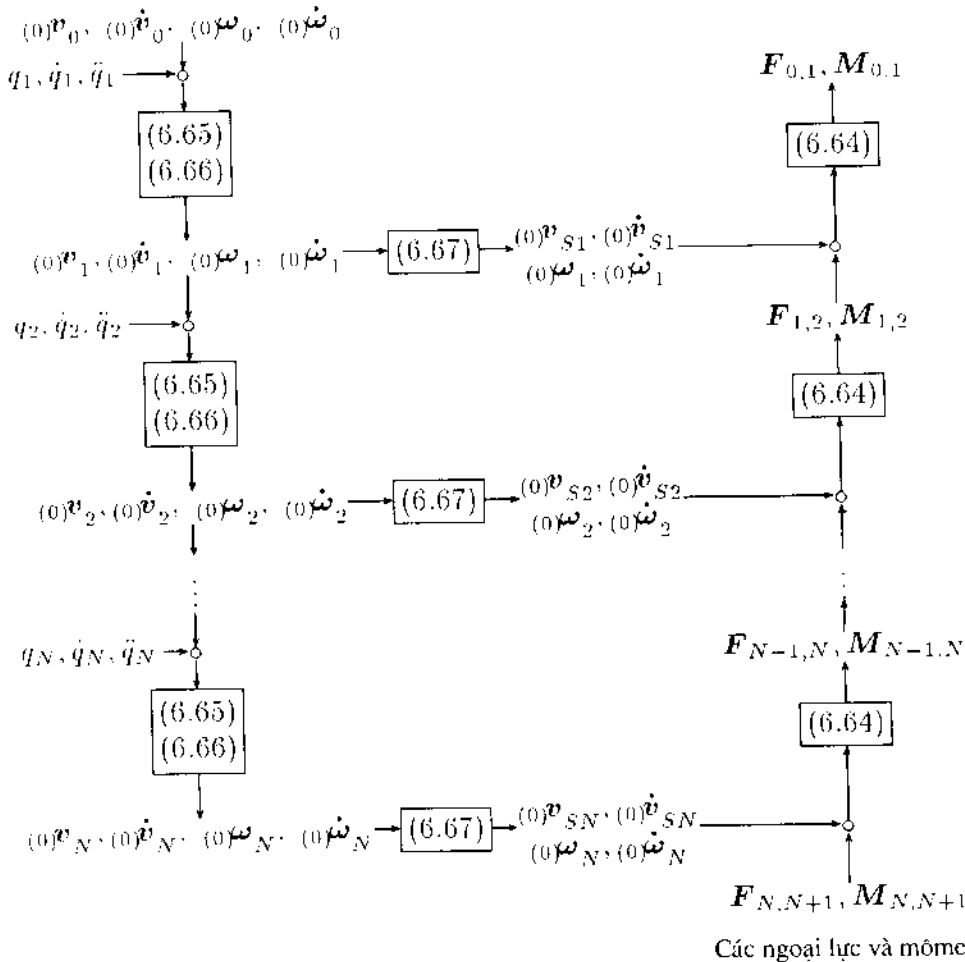
(xem thêm trong tài liệu [6.5], [6.12].)

trong đó T là động năng của hệ và $\mathbf{Q} = [Q_1, Q_2, \dots, Q_n]^T$ là véc tơ các lực suy rộng. Nếu trong hệ có các lực bảo toàn $\mathbf{Q}_k$, tức là các lực được biểu diễn qua hàm thế năng U , thì lực suy rộng có thể viết dưới dạng

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_k - \mathbf{Q}_n \quad \text{với} \quad \mathbf{Q}_k = -\frac{\partial U(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \tag{6.69}$$

Trong đó $U(\mathbf{q})$ là thế năng của hệ, $\mathbf{Q}_n$ bao gồm các thành phần lực suy rộng ứng với các lực không thế. Các phương trình LAGRANGE loại hai có thể được

Chuyển động của giá



Hình 6.25: Sơ đồ tính toán lặp thuận và ngược đối với hệ nhiều vật cấu trúc cây

viết dưới dạng

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial U}{\partial q} = Q_n. \quad (6.70)$$

Để áp dụng các phương trình Lagrange loại hai vào hệ nhiều vật ta cần phải tính các biểu thức sau:

Động năng T : Động năng của vật rắn thứ i được tính theo phương trình (6.58). Tổng động năng của các vật rắn thuộc hệ có dạng

$$T = \sum_{i=1}^N T_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left\{ {}_{(0)}\mathbf{v}_{Si(0)}^T \mathbf{v}_{Si} m_i + ({}_{(0)}\boldsymbol{\omega}_i)^T {}^{0i}\mathbf{R}_{(i)} \mathbf{I}^{(S)} ({}^{0i}\mathbf{R})^T {}_{(0)}\boldsymbol{\omega}_i \right\}. \quad (6.71)$$

Như đã trình bày trong phương pháp NEWTON-EULER, nếu các quan hệ động học của hệ nhiều vật được biểu diễn qua ma trận JACOBI theo phương trình (6.62),

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{J}_i \dot{\mathbf{q}} \quad \text{hay} \quad {}_{(0)}\mathbf{v}_{Si} = \mathbf{J}_{Ti} \dot{\mathbf{q}}, \quad {}_{(0)}\boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{J}_{Ri} \dot{\mathbf{q}}, \quad (6.72)$$

thì từ đó suy ra biểu thức động năng của hệ

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$$

với

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N \left\{ m_i (\mathbf{J}_{Ti})^T \mathbf{J}_{Ti} + (\mathbf{J}_{Ri})^T {}^{0i}\mathbf{R}_{(i)} \mathbf{I}^{(S)} ({}^{0i}\mathbf{R})^T \mathbf{J}_{Ri} \right\}. \quad (6.73)$$

Ma trận khối lượng $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ là ma trận xác định dương và đối xứng

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{M}^T(\mathbf{q}) > 0.$$

Véc tơ của các lực suy rộng $\mathbf{Q}$: Quan hệ giữa lực suy rộng $\mathbf{Q}$ và các ngoại lực tác dụng lên hệ nhiều vật $\mathbf{F}_i^{(e)}$ được tính theo nguyên lý công ảo [6.12],

$$\delta W = \sum_{i=1}^N \delta W_i = \sum_{i=1}^N \left[\left(\mathbf{F}_i^{(e)} \right)^T \delta \mathbf{x}_i \right] - \mathbf{Q}^T \delta \mathbf{q} = 0.$$

Chú ý đến phương trình (6.41), từ công thức trên ta suy ra

$$\mathbf{Q} = \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i^T \mathbf{F}_i^{(e)}. \quad (6.74)$$

Nếu phân tích lực thành các lực có thể và các lực không có thể,

$$\mathbf{F}_i^{(e)} = \mathbf{F}_{ki}^{(e)} + \mathbf{F}_{ni}^{(e)} = -\frac{\partial U_i}{\partial \mathbf{x}_i} + \mathbf{F}_{ni}^{(e)}$$

cuối cùng ta có

$$\mathbf{Q} = \underbrace{\sum_{i=1}^N \left(-\mathbf{J}_i^T \frac{\partial U}{\partial \mathbf{x}_i} \right)_{\mathbf{x}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{q})}}_{\mathbf{Q}_k} + \underbrace{\sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i^T \mathbf{F}_{ni}^{(e)}}_{\mathbf{Q}_n}. \quad (6.75)$$

Thế các biểu thức trên vào phương trình LAGRANGE loại hai dạng (6.68) hoặc (6.70), ta nhận được các phương trình chuyển động của hệ nhiều vật. Các phương trình này có dạng ($i = 1, 2, \dots, n$):

$$\underbrace{\sum_{j=1}^n M_{ij}(\mathbf{q}) \ddot{q}_j}_{\text{Các lực quán tính}} + \underbrace{\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n c_{i,jk}(\mathbf{q}) \dot{q}_j \dot{q}_k}_{\text{Các lực Euler và Coriolis}} + \underbrace{g_i(\mathbf{q})}_{\text{Các lực bảo toàn}} = \underbrace{Q_{ni}}_{\text{Các lực không bảo toàn}} \quad (6.76)$$

với

$$M_{ij}(\mathbf{q}) = \text{Phần tử } ij \text{ của ma trận khối lượng } \mathbf{M}(\mathbf{q}),$$

$$c_{i,jk}(\mathbf{q}) = \frac{\partial M_{ij}(\mathbf{q})}{\partial q_k} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{jk}(\mathbf{q})}{\partial q_i},$$

$$g_i(\mathbf{q}) = \frac{\partial U(\mathbf{q})}{\partial q_i} = \sum_{j=1}^n (\mathbf{J}_j)_i^T \frac{\partial U}{\partial \mathbf{x}_j}$$

(Ta sử dụng cách viết tắt: $(\mathbf{J}_j)_i$ là cột thứ i của $\mathbf{J}_j$).

Trong đó Q_{ni} là thành phần thứ i của lực suy rộng không bảo toàn. Chúng gồm lực suy rộng của lực phát động $Q_{Antr.i}$ và lực suy rộng của lực hao tổn Q_{Ri} :

$$Q_{ni} = -Q_{Ri}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + Q_{Antr.i}(t).$$

Các phương trình chuyển động (6.76) có thể viết dưới dạng ma trận như sau

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{Q}_R(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q}_{Antr.}(t) \quad (6.77)$$

Cách viết này thuận tiện cho việc nghiên cứu lý thuyết sau này, tuy nhiên cấu trúc từng số hạng không rõ như (6.76).

Khi sử dụng phương trình LAGRANGE loại hai, ta tiến hành theo các bước sau đây:

- Chọn các tọa độ suy rộng $\mathbf{q}$,
- Thiết lập các điều kiện ràng buộc động học,
- Tính động năng T và thế năng U ,
- Tính các lực suy rộng không bảo toàn,
- Thực hiện các phép tính đạo hàm.

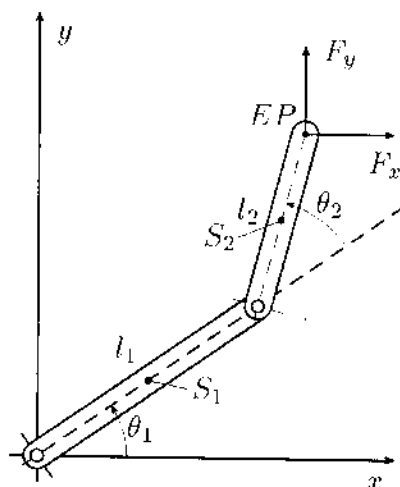
Đối với các hệ nhiều vật phức tạp, các bước tính toán như trên rất phiền phức và khó khăn. Ở đây ta phải xử lý có hiệu quả các điều kiện ràng buộc, tìm vận tốc, gia tốc và tọa độ suy rộng bằng các phép tính đạo hàm và có khi phải sử dụng khai triển TAYLOR

Đối với các hệ ít bậc tự do việc áp dụng phương trình LAGRANGE để thiết lập phương trình chuyển động thường dễ áp dụng hơn các phương trình NEWTON-EULER vì các lực liên kết lý tưởng đã bị loại bỏ trong quá trình thiết lập phương trình. Phần tính toán động học theo hai phương pháp trên là như nhau. Để tìm hiểu sâu hơn về động lực học hệ nhiều vật, xin xem các tài liệu [6.5], [6.9] và [6.12].

Thí dụ 6.13: Cơ cấu phẳng hai khâu như hình 6.26

Mỗi khâu là một thanh hình trụ đồng chất. Tại điểm thao tác EP có tác dụng của ngoại lực $\mathbf{F} = [F_x, F_y]^T$. Bỏ qua ảnh hưởng của ma sát.

Cho biết: $l_1, l_2, m_1, m_2; S_1, S_2$ là các khối tâm; $\mathbf{F} = [F_x, F_y]^T$.



Hình 6.26: Cơ cấu 2 khâu

Lời giải:

Ta sử dụng phương trình LAGRANGE (6.70) để thiết lập phương trình vi phân chuyển động. Theo các bước ở trên, ta tìm:

- Các tọa độ suy rộng: $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2]^T$,
- Quan hệ động học:

$${}_{(0)}\mathbf{x}_{S_1} = \frac{l_1}{2} \begin{bmatrix} c_1 \\ s_1 \end{bmatrix}, \quad {}_{(0)}\mathbf{x}_{S_2} = \begin{bmatrix} l_1 c_1 + \frac{1}{2} l_2 c_{12} \\ l_1 s_1 + \frac{1}{2} l_2 s_{12} \end{bmatrix}$$

(Ký hiệu tắt: $c_1 = \cos \theta_1, s_1 = \sin \theta_1, c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2), s_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2)$)

$${}_{(0)}\mathbf{v}_{S_1} = \mathbf{J}_{T_1} \cdot \dot{\mathbf{q}}, \quad {}_{(0)}\mathbf{v}_{S_2} = \mathbf{J}_{T_2} \cdot \dot{\mathbf{q}}$$

với ma trận JACOBI

$$\mathbf{J}_{T_1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}l_1s_1 & 0 \\ \frac{1}{2}l_1c_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_{T_2} = \begin{bmatrix} -l_1s_1 - \frac{1}{2}l_2s_{12} & -\frac{1}{2}l_2s_{12} \\ l_1c_1 + \frac{1}{2}l_2c_{12} & \frac{1}{2}l_2c_{12} \end{bmatrix}.$$

Động năng (theo biểu thức (6.71)):

$$T = \frac{1}{2}m_1({}_{(0)}\mathbf{v}_{S1})^2 + \frac{1}{2}m_2({}_{(0)}\mathbf{v}_{S2})^2 + \frac{1}{2}I_1({}_{(0)}\boldsymbol{\omega}_1)^2 + \frac{1}{2}I_2({}_{(0)}\boldsymbol{\omega}_2)^2$$

với

$${}_{(0)}\boldsymbol{\omega}_1 = \dot{\theta}_1, \quad {}_{(0)}\boldsymbol{\omega}_2 = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2, \quad I_1 = \frac{1}{12}m_1l_1^2, \quad I_2 = \frac{1}{12}m_2l_2^2.$$

Chú ý đến các điều kiện ràng buộc động học ta có biểu thức động năng

$$T = \frac{1}{2}M_{11}\dot{\theta}_1^2 + M_{12}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \frac{1}{2}M_{22}\dot{\theta}_2^2$$

với

$$M_{11} = \frac{1}{3}m_1l_1^2 + \frac{1}{3}m_2l_2^2 + m_2l_1^2 + m_2l_1l_2c_2,$$

$$M_{12} = M_{21} = \frac{1}{3}m_2l_2^2 + \frac{1}{2}m_2l_1l_2c_2,$$

$$M_{22} = \frac{1}{3}m_2l_2^2.$$

- Thế năng theo biểu thức (6.75):

$$U = m_1gy_1 + m_2gy_2 = m_1g\frac{l_1}{2}s_1 + m_2g(l_1s_1 + \frac{1}{2}l_2s_{12}),$$

$$\mathbf{Q}_k = -\frac{\partial U}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} -g_1(\mathbf{q}) \\ -g_2(\mathbf{q}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}m_1gl_1c_1 - m_2g(l_1c_1 + \frac{1}{2}l_2c_{12}) \\ -\frac{1}{2}m_2gl_2c_{12} \end{bmatrix}.$$

- Lực suy rộng không bảo toàn theo biểu thức (6.75):

Ngoại lực đặt tại điểm thao tác EP

$$\begin{aligned} x &= l_1c_1 + l_2c_{12} \\ y &= l_1s_1 + l_2s_{12} \end{aligned} \quad \text{hay} \quad \mathbf{J}_T = \begin{bmatrix} -l_1s_1 - l_2s_{12} & -l_2s_{12} \\ l_1c_1 + l_2c_{12} & l_2c_{12} \end{bmatrix}.$$

Từ $\mathbf{Q}_n = \mathbf{J}_T^T \mathbf{F}$ ta suy ra

$$\mathbf{Q}_n = \begin{bmatrix} Q_{n1} \\ Q_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-l_1s_1 - l_2s_{12})F_x + (l_1c_1 + l_2c_{12})F_y \\ -l_2s_{12}F_x + l_2c_{12}F_y \end{bmatrix}.$$

– Các phương trình chuyển động theo (6.76):

$$\begin{aligned} M_{11}\ddot{\theta}_1 + M_{12}\ddot{\theta}_2 + c_{1,12}\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + c_{1,22}\dot{\theta}_2^2 + g_1 &= Q_{n1}, \\ M_{12}\ddot{\theta}_1 + M_{22}\ddot{\theta}_2 + c_{2,11}\dot{\theta}_1^2 + g_2 &= Q_{n2} \end{aligned} \quad (6.78)$$

trong đó

$$\begin{aligned} c_{1,12} &= \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_1} = -m_2 l_1 l_2 s_2, \\ c_{1,22} &= \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta_2} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{22}}{\partial \theta_1} = -\frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 s_2, \\ c_{2,11} &= \frac{\partial M_{21}}{\partial \theta_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial M_{11}}{\partial \theta_2} = \frac{1}{2} m_2 l_1 l_2 s_2. \end{aligned}$$

Từ các phương trình (6.78) ta thấy rằng các phương trình vi phân chuyển động của cơ cấu hai khâu phẳng đơn giản có cấu trúc khá phức tạp. Chúng là một hệ hai phương trình vi phân cấp hai phi tuyến đối với θ_1 và θ_2 . Ta chỉ có thể giải hệ phương trình này bằng phương pháp số.

□

Thí dụ 6.14: Thiết lập phương trình vi phân chuyển động của một trục dẫn động có chú ý đến tính đàn hồi và cản của cơ cấu và trục máy công tác (hình 6.27)

Một động cơ có điều khiển dẫn động qua một cơ cấu bánh răng có tỷ số truyền $k_r = r_3/r_2$ cho bộ phận công tác. Phần quay của động cơ có mômen quán tính J_1 . Giả thiết rằng, lực cản của cơ cấu tỷ lệ bậc nhất với vận tốc góc với hệ số cản d (góc quay φ_1). Mômen quán tính của hai bánh răng là J_2 và J_3 . Độ cứng của cơ cấu và trục dẫn là c . Bộ phận công tác có mômen quán tính J_4 . Cho biết: $M_{Antr.}$, $J_1, J_2, J_3, J_4, r_2, r_3, d, c$

- Tìm các biểu thức động năng, thế năng, ma trận khối lượng $M(q)$.
- Thiết lập phương trình chuyển động bằng phương pháp LAGRANGE.

Lời giải:

Hệ có $n = 2$ bậc tự do. Ta chọn các tọa độ suy rộng

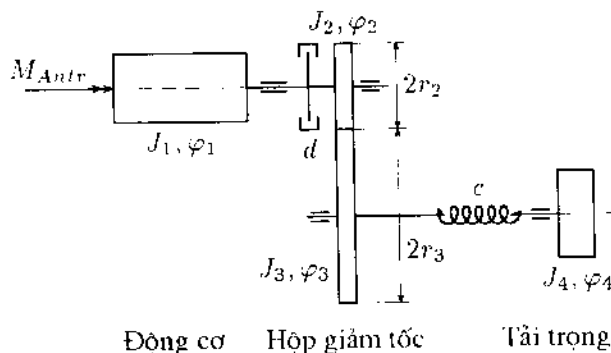
$$q = [\varphi_1, \varphi_4]^T.$$

- Động năng: Trong phương trình (6.71) ta phải quan tâm đến các phần quay,

$$T = \frac{1}{2}(J_1 + J_2)\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}J_3\dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\varphi}_4^2.$$

Chú ý đến tỷ số truyền $k_r = r_3/r_2 = -\varphi_1/\varphi_3$ ta có

$$T = \frac{1}{2}(J_1 + J_2 + \frac{r_2^2}{r_3^2}J_3)\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}J_4\dot{\varphi}_4^2.$$



Hình 6.27: Hệ dẫn động có điều khiển

Ma trận khối lượng $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ có dạng sau

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} J_1 + J_2 + \frac{r_2^2}{r_3^2} J_3 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix}$$

Trong thí dụ này, ma trận khối lượng không phụ thuộc vào các tọa độ suy rộng. Ta nhận thấy rằng các phần tử $c_{i,jk}$ luôn thỏa mãn $c_{i,jk} = 0$.

– Thế năng:

$$U = \frac{1}{2} c (\varphi_4 - \varphi_3)^2 = \frac{1}{2} c \left(\varphi_4 - \frac{r_2}{r_3} \varphi_1 \right)^2.$$

– Các phương trình chuyển động: Thế động năng, thế năng, lực suy rộng vào phương trình LAGRANGE loại hai (6.70) ta được

$$\left. \begin{aligned} (J_1 + J_2 + \frac{r_2^2}{r_3^2} J_3) \ddot{\varphi}_1 + d \dot{\varphi}_1 - c \frac{r_2}{r_3} \left(\varphi_4 - \frac{r_2}{r_3} \varphi_1 \right) &= M_{Antr.} \\ J_4 \ddot{\varphi}_4 + c \left(\varphi_4 - \frac{r_2}{r_3} \varphi_1 \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.79)$$

Các phương trình (6.79) là một hệ hai phương trình vi phân tuyến tính cấp hai hệ số hằng số.

□

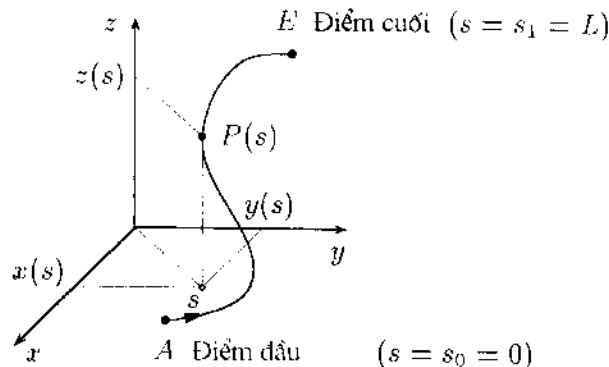
7 Lập trình quỹ đạo

Việc xác định các quỹ đạo của một hệ cơ điện tử theo các tiêu chuẩn xác định được hiểu là *lập trình quỹ đạo*. Các tiêu chuẩn được xác định thông qua chức năng của hệ và có thể thể hiện qua các tọa độ của khâu thao tác hoặc qua các tọa độ suy rộng. Trong việc xác định các quỹ đạo còn phải chú ý đến các điều kiện phụ, chúng được thể hiện dưới dạng các phương trình hoặc các bất phương trình và mô tả các tính chất động học hoặc động lực học của hệ khảo sát. Các quỹ đạo như thế được gọi là các quỹ đạo cho phép.

Chú ý: Trước khi trình bày một vài thí dụ, ta cần phải phân biệt hai thuật ngữ: đường dịch chuyển (Tiếng Anh: path) và quỹ đạo (Tiếng Anh: trajectory). Đường dịch chuyển (hay quỹ đạo hình học) là vị trí hình học của tất cả các điểm mà phù hợp động học của hệ. Quỹ đạo hình học được dùng để mô tả chuyển động về phương diện thuần túy hình học. Ngược lại, quỹ đạo động học (hay còn gọi là quỹ đạo) còn cho ta các thông tin về vận tốc và gia tốc. Việc liên kết giữa vị trí và thời gian được thực hiện qua việc mô hình hóa động lực và được mô tả bởi các phương trình chuyển động (6.76) của hệ. Dưới đây nếu không nhấn mạnh, ta sử dụng thuật ngữ quỹ đạo cho cả hai loại.

Trong nhiều trường hợp người ta phân loại bài toán lập trình quỹ đạo thành:

- Xác định hình học của quỹ đạo phụ thuộc vào một tham số quỹ đạo s (thí dụ như độ dài cung) một cách liên tiếp, tức là $\mathbf{x} = \mathbf{x}[s(t)]$ hay $\mathbf{q} = \mathbf{q}[s(t)]$.
- Xác định sự thay đổi theo thời gian của quỹ đạo, tức là chọn vận tốc quỹ đạo $\dot{s} = \dot{s}(t)$ (xem hình 7.1).



Hình 7.1: Về lập trình quỹ đạo

Các dạng quỹ đạo quan trọng trong kỹ thuật là các đoạn thẳng, các đoạn của

tiết diện hình nón (hình tròn, elíp, hyperbol) hoặc các quỹ đạo xoắn ốc.

Một vài tiêu chuẩn và các điều kiện phụ:

- Trong kỹ thuật thao tác, chuyển động điểm tới điểm (point-to-point) và chuyển động theo quỹ đạo liên tục (continous path) là các dạng chuyển động quan trọng. Trong bài toán chuyển động điểm tới điểm người ta chỉ cho biết trước các điểm biên của khoảng chuyển động khảo sát. Nếu không có các điều kiện phụ ta có thể chọn chuyển động một cách tự do. Ngược lại, trong bài toán chuyển động theo quỹ đạo liên tục, phải cho biết trước dạng quỹ đạo trong khoảng chuyển động. Sự gây ảnh hưởng chỉ có thể thực hiện thông qua vận tốc quỹ đạo.

Nếu như bài toán có nhiều nghiệm chấp nhận được, ta có thể sử dụng các phương pháp tối ưu để lựa chọn quỹ đạo tối ưu. Các tiêu chuẩn tối ưu hay được sử dụng là: Các quỹ đạo tối ưu về độ dài, các quỹ đạo tối ưu về thời gian, các quỹ đạo tối ưu về chi phí, về năng lượng, vv ...

Các điều kiện phụ được xét trong bài toán lập trình quỹ đạo, có dạng các phương trình:

- Các phương trình động học (6.41) mô tả các yêu cầu về mặt động học.
- Các phương trình động lực (6.76) mô tả quan hệ giữa chuyển động và lực.

Ngoài ra, một số bất phương trình cũng có ý nghĩa quan trọng thí dụ như

- Các giới hạn ràng buộc các đại lượng chuyển động

$$\mathbf{q}_{min} \leq \mathbf{q} \leq \mathbf{q}_{max}$$

$$\dot{\mathbf{q}}_{min} \leq \dot{\mathbf{q}} \leq \dot{\mathbf{q}}_{max}$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_{min} \leq \ddot{\mathbf{q}} \leq \ddot{\mathbf{q}}_{max}$$

- Các giới hạn ràng buộc các đại lượng lực phát động

$$\mathbf{Q}_{min} \leq \mathbf{Q} \leq \mathbf{Q}_{max}$$

Các bài toán cách ly rung có thể diễn đạt theo các khái niệm trên. Trong trường hợp này chuyển động dao động trong không gian cấu hình được mô tả qua quỹ đạo và mục tiêu là giảm dao động bằng các biện pháp chủ động hoặc bị động.

7.1 Lập trình quỹ đạo động học

Về nguyên tắc việc mô tả quỹ đạo được thể hiện bởi các tọa độ không gian của khâu thao tác $\mathbf{x}(t)$. Từ đó bằng việc giải bài toán động học ngược, ta xác định được các tọa độ suy rộng $\mathbf{q}(t)$ tương ứng (xem đoạn 6.1.6).

Từ sự biểu diễn tham số $\mathbf{x} = \mathbf{x}[s(t)]$ hoặc $\mathbf{q} = \mathbf{q}[s(t)]$, $s_0 \leq s \leq s_1 = L$, ta suy ra

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{d\mathbf{x}}{ds} \dot{s} = \mathbf{x}' \cdot \dot{s}, \quad \dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{ds} \dot{s} = \mathbf{q}' \cdot \dot{s}. \quad (7.1)$$

Dao hàm theo thời gian t các biến thức trên ta suy ra các hệ thức về gia tốc. Các kết quả đối với các tọa độ suy rộng và các tọa độ không gian của khâu thao tác được trình bày trên bảng 7.1, trong đó ta sử dụng khái niệm ma trận JACOBI.

Bảng 7.1: Về lập trình quỹ đạo ($\mathbf{J}_p^{-1}$ là ma trận tựa nghịch đảo của ma trận Jacobi)

Không gian cấu hình	Không gian thao tác
$\mathbf{q} = \mathbf{q}[s(t)]$	$\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$
$\dot{\mathbf{q}} = \frac{d\mathbf{q}}{ds} \dot{s} = \mathbf{q}' \dot{s}$	$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{x}' \dot{s}$
$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{q}'' \dot{s}^2 + \mathbf{q}' \ddot{s}$	$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}_p^{-1} (\mathbf{x}'' - \mathbf{J}_p' \mathbf{q}') \dot{s}^2 + \mathbf{q}' \ddot{s}$

(7.2)

7.1.1 Mô tả các đường cong không gian

Dưới đây ta sẽ trình bày một vài khái niệm về các tính chất quan trọng của các đường cong không gian. Trong hệ tọa độ quán tính, đường cong không gian được xác định bởi vectơ định vị $\mathbf{r}(s)$ trong đó s là tham số

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(s), \quad 0 \leq s \leq L.$$

Để nhận biết các tính chất của đường cong $\mathbf{r}(s)$ ở lân cận tham số $s = s_p$, ta sử dụng khai triển Taylor

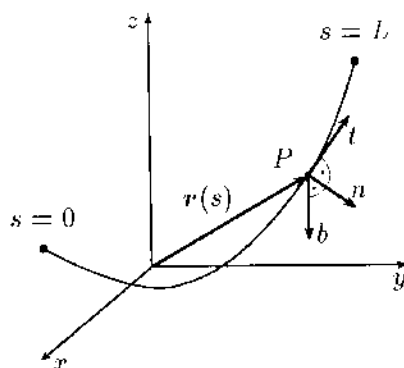
$$\mathbf{r}(s) = \mathbf{r}(s_p) + (s - s_p) \mathbf{r}'(s_p) + \frac{(s - s_p)^2}{2!} \mathbf{r}''(s_p) + \frac{(s - s_p)^3}{3!} \mathbf{r}'''(s_p) + \dots$$

Từ khai triển này ta đưa đến các khái niệm sau:

- Vectơ đơn vị tiếp tuyến: $\mathbf{t} := \mathbf{r}'(s_p)$
- Độ cong: $k := \|\mathbf{r}''(s_p)\|$
- Vectơ pháp tuyến chính: $\mathbf{n} := \frac{1}{k} \mathbf{r}''(s_p)$
- Vectơ trùng pháp tuyến: $\mathbf{b} := \mathbf{t} \times \mathbf{n}$
- Độ uốn: $w := \frac{1}{k} \mathbf{b} \mathbf{r}'''(s_p)$

Ý nghĩa hình học của các khái niệm trên được trình bày trên hình 7.2.

Ba vectơ $\mathbf{t}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$ tạo thành một hệ tọa độ tự nhiên tại điểm P của đường cong. Hệ tọa độ tự nhiên là một hệ tọa độ thuận, vuông góc đặt tại điểm P . Hai



Hình 7.2: Các khái niệm của đường cong không gian

vectơ $\mathbf{t}$ và $\mathbf{n}$ tạo thành *mặt phẳng tiếp tuyến* tại P ; Hai vectơ $\mathbf{n}$ và $\mathbf{b}$ tạo thành *mặt phẳng pháp tuyến*. Hai vectơ $\mathbf{t}$ và $\mathbf{b}$ tạo thành *mặt phẳng hiệu chỉnh*. Nếu cho biết vectơ đơn vị là hàm của s và biết vị trí ban đầu của vectơ định vị tại $s = 0$, ta có thể xác định được hàm

$$\mathbf{r}(s) = \mathbf{r}(0) + \int_0^s \mathbf{t}(s) ds \quad (7.3)$$

Thí dụ 7.1: Một vài đường cong không gian đơn giản

Đoạn thẳng giữa hai điểm P_i và P_{i+1}

Đối với vectơ đơn vị tiếp tuyến ta có

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i\|}.$$

Từ (7.3) ta suy ra biểu diễn tham số của quỹ đạo

$$\mathbf{r}(s) = \mathbf{r}_i + s\mathbf{t} = \mathbf{r}_i + \frac{s}{\|\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i\|}(\mathbf{r}_{i+1} - \mathbf{r}_i).$$

Đối với vận tốc, ta có

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{ds} \dot{s} = \dot{s}\mathbf{t}$$

trong đó $\dot{s}$ là vận tốc quỹ đạo.

Một đoạn đường tròn trong không gian (bán kính r)

Trước tiên ta đưa vào một hệ tọa độ phụ (KS) $_H$ và xác định đoạn đường tròn trong hệ tọa độ đó như sau

$${}_{(H)}\mathbf{r}(s) = \begin{bmatrix} {}_{(H)}x \\ {}_{(H)}y \\ {}_{(H)}z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \\ 0 \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos(s/r) \\ \sin(s/r) \\ 0 \end{bmatrix}$$

với $s = cr$ là độ dài cung tròn.

Khi $s \in [0, L]$ xác định một đoạn của cung tròn.

Việc biểu diễn tham số một đoạn của cung tròn trong hệ tọa độ $(KS)_R$ có thể thực hiện qua một phép biến đổi đơn giản theo phương trình (6.6).

$$({}_R)\mathbf{r}(s) = ({}_R)\mathbf{r}_0 + {}^{RH}\mathbf{R}({}_H)\mathbf{r}(s)$$

hay

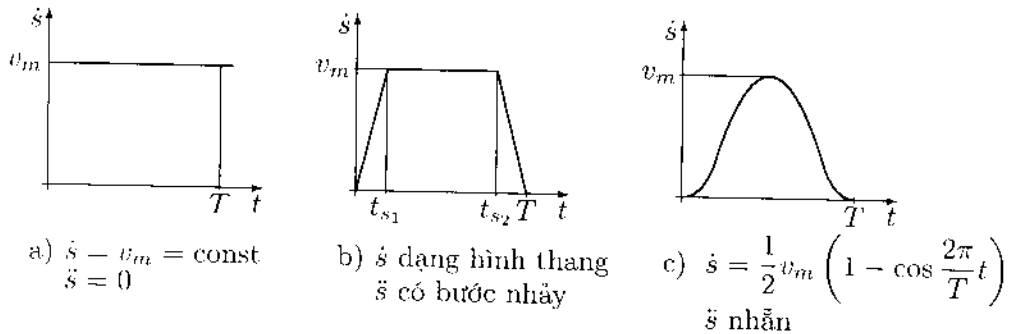
$$({}_R)\mathbf{r}(s) = ({}_R)\mathbf{r}_0 + {}^{RH}\mathbf{R}\mathbf{r} \begin{bmatrix} \cos(s/r) \\ \sin(s/r) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad 0 \leq s \leq L.$$

trong đó $({}_R)\mathbf{r}_0$ là vectơ định vị điểm giữa cung tròn và ${}^{RH}\mathbf{R}$ là ma trận quay, mô tả sự quay từ hệ $(KS)_H$ sang hệ $(KS)_R$. $\square$

7.1.2 Prôphin của vận tốc quỹ đạo

Trên hình 7.3 biểu diễn một vài prôphin điển hình của vận tốc quỹ đạo.

Prôphin vận tốc quỹ đạo dạng hình thang là dạng quan trọng đặc biệt, bởi vì dạng này được sử dụng trong kỹ thuật do tính chất dễ thực hiện của nó. Nhược điểm cơ bản của prôphin vận tốc dạng hình thang là sự diễn biến gia tốc của đại lượng này không liên tục. Ngược lại prôphin vận tốc dạng cosin (hình 7.3c) cho biến thiên gia tốc nhẵn, dễ đạo hàm.



Hình 7.3: Các prôphin vận tốc quỹ đạo điển hình

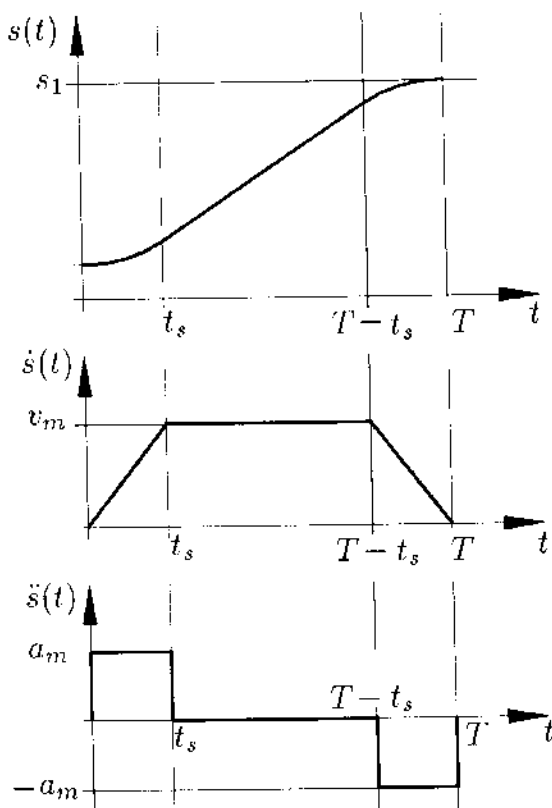
Dưới đây ta xét kỹ hơn prôphin vận tốc dạng hình thang và đối xứng ($t_{s1} = t_s$; $t_{s2} = T - t_s$):

Các điều kiện biên có dạng

$$\begin{aligned} s(0) &= s_0, & s(T) &= s_1 \\ \dot{s}(0) &= 0, & \dot{s}(T) &= 0. \end{aligned}$$

Prôphin vận tốc dạng hình thang sản sinh ra prôphin gia tốc dạng hình khối.

$$a = \begin{cases} +a_m & \text{với } 0 \leq t \leq t_s \quad (\text{Giai đoạn tăng tốc}) \\ 0 & \text{với } t_s < t \leq T - t_s \\ -a_m & \text{với } T - t_s < t \leq T \quad (\text{Giai đoạn hãm}). \end{cases}$$



Hình 7.4: Prôphin vận tốc dạng hình thang đối xứng

Tích phân hai lần quy luật gia tốc ở trên và chú ý đến các điều kiện biên ta có phương trình xác định tham số quỹ đạo (xem hình 7.4)

$$s(t) = \begin{cases} s_0 + \frac{1}{2}a_mt^2 & \text{với } 0 \leq t \leq t_s \\ s_0 - \frac{1}{2}a_mt_s^2 + a_mt_st & \text{với } t_s < t \leq T - t_s \\ s_1 - \frac{1}{2}a_mT^2 + a_mTt - \frac{1}{2}a_mt^2 & \text{với } T - t_s < t \leq T. \end{cases} \quad (7.4)$$

Thời gian mô phỏng phụ thuộc vào a_m và được tính từ

$$t_s^2 - t_sT + \frac{s_1 - s_0}{a_m} = 0$$

$$t_s = \frac{T}{2} \pm \sqrt{\frac{T^2}{4} - \frac{s_1 - s_0}{a_m}} \quad (7.5)$$

Từ các điều kiện này có thể suy ra trường hợp tối hạn khi đó prôphin vận tốc dạng tam giác. Khi đó $t_s = \frac{1}{2}T$. Từ phương trình trên ta suy ra

$$\frac{T^2}{4} - \frac{s_1 - s_0}{a_m} = 0 \quad \text{hay} \quad T = 2\sqrt{\frac{s_1 - s_0}{a_m}}.$$

Thí dụ 7.2: Chuyển động tối ưu về thời gian

Các kết quả trên cho phép giải thích một cách đơn giản bài toán sau: cần phải chọn một thời gian mở máy như thế nào để cho thời gian chuyển động T đạt cực tiểu, khi cho trước s_0 , s_1 và a_m .

Lời giải:

Từ phương trình (7.4) ta suy ra

$$T = t_s + \frac{1}{t_s} \frac{s_1 - s_0}{a_m}.$$

Điều kiện cần của cực trị là $\frac{dT}{dt_s} = 0$, do đó

$$1 - \frac{1}{t_s^2} \frac{s_1 - s_0}{a_m} = 0$$

và dẫn đến

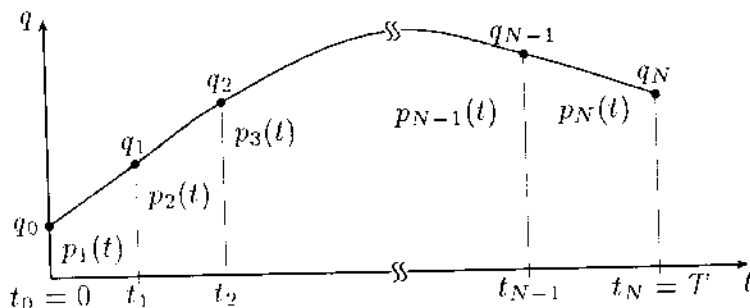
$$t_s = \sqrt{\frac{s_1 - s_0}{a_m}} = \frac{T}{2}. \quad (7.6)$$

Như thế nếu chọn prôphin vận tốc dạng tam giác thì thời gian chuyển động nhanh nhất. Prôphin gia tốc giữa hai pha mở máy và hãm máy, chuyển động dạng như thế được gọi là chuyển động *bang-bang*. $\square$

7.1.3 Việc tạo quỹ đạo tổng quát bằng các đa thức nội suy

Khi các quỹ đạo $q(t)$ hay $x(t)$, các quỹ đạo $q(s)$ hay $x(s)$ có prôphin vận tốc quỹ đạo $\dot{s}(t)$ được cho dưới dạng các điểm rời rạc, thì bài toán lập trình quỹ đạo có thể được giải quyết dựa trên việc xấp xỉ các hàm tại các điểm đã cho. Ta chia đoạn thời gian $[0, T]$ bởi dãy các điểm t_i tăng dần $t_{i+1} > t_i$ ($i = 0, 1, \dots, N-1$) thành N đoạn nhỏ $[t_i, t_{i+1}]$.

Hình 7.5 mô tả trường hợp $q(t)$ là một hàm vô hướng. Ký hiệu $p_i(t)$ là đa thức xấp xỉ của $q(t)$.

Hình 7.5: Xấp xỉ bằng đa thức $p_i(t)$

Tuỳ theo yêu cầu về tính liên tục của hàm $q(t)$ bên cạnh các giá trị $q(t_i) = q_i$ ta còn phải biết các đạo hàm $\dot{q}(t_i) = \dot{q}_i$ hoặc cả $\ddot{q}(t_i) = \ddot{q}_i$ tại các điểm chia. Chúng được cho trong bảng dưới đây:

	$t_0 = 0$	t_1	t_2	$\dots$	t_{N-1}	$t_N = T$
q	q_0	q_1	q_2	$\dots$	q_{N-1}	q_N
$\dot{q}$	$\dot{q}_0$	$\dot{q}_1$	$\dot{q}_2$	$\dots$	$\dot{q}_{N-1}$	$\dot{q}_N$
$\ddot{q}$	$\ddot{q}_0$	$\ddot{q}_1$	$\ddot{q}_2$	$\dots$	$\ddot{q}_{N-1}$	$\ddot{q}_N$

Chúng ta sử dụng *đa thức tối thiểu* làm đa thức xấp xỉ. Đa thức tối thiểu là đa thức mà bậc của nó được xác định từ khả năng tính toán duy nhất các hệ số của đa thức.

1. Tạo dựng các quỹ đạo liên tục C^0

Các quỹ đạo loại này được đặc trưng bởi tính chất liên tục đơn giản của nó có thể được xấp xỉ bằng các đa thức bậc nhất.

Các điều kiện biên có dạng

$$q(t_i) = q_i, \quad q(t_{i+1}) = q_{i+1}.$$

Nên ta sử dụng dạng xấp xỉ

$$p_i(t) = a_{0i} + a_{1i}t$$

Thế các hệ số a_{0i} , a_{1i} được xác định từ việc thay thế biểu thức trên vào các điều kiện biên, sau đó giải các hệ phương trình đại số tuyến tính

$$\begin{bmatrix} 1 & t_i \\ 1 & t_{i+1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_{0i} \\ a_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_i \\ q_{i+1} \end{bmatrix}. \quad (7.7)$$

Prophin vận tốc dạng hình thang sử dụng trong thí dụ 7.2 là một loại quỹ đạo liên tục C^0 điển hình.

2. Tạo dựng các quỹ đạo liên tục C^1 (Quỹ đạo không bị va chạm)

Các quỹ đạo loại này được đặc trưng bằng các tính chất liên tục của hàm $q(t)$ và đạo hàm của nó. Các điều kiện biên trong trường hợp này có dạng

$$\begin{aligned} q(t_i) &= q_i, & \dot{q}(t_i) &= \dot{q}_i, \\ q(t_{i+1}) &= q_{i+1}, & \dot{q}(t_{i+1}) &= \dot{q}_{i+1}. \end{aligned}$$

Đa thức tối thiểu phải là đường bậc ba

$$\begin{aligned} p_i(t) &= a_{0i} + a_{1i}t + a_{2i}t^2 + a_{3i}t^3, \\ \dot{p}_i(t) &= a_{1i} + 2a_{2i}t + 3a_{3i}t^2. \end{aligned}$$

Tương tự như trên, các hệ số a_{0i} , a_{1i} , a_{2i} , a_{3i} được suy ra từ hệ phương trình

$$\begin{bmatrix} 1 & t_i & t_i^2 & t_i^3 \\ 0 & 1 & 2t_i & 3t_i^2 \\ 1 & t_{i+1} & t_{i+1}^2 & t_{i+1}^3 \\ 0 & 1 & 2t_{i+1} & 3t_{i+1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0i} \\ a_{1i} \\ a_{2i} \\ a_{3i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \\ q_{i+1} \\ \dot{q}_{i+1} \end{bmatrix}. \quad (7.8)$$

3. Tạo dựng các quỹ đạo liên tục C^2 (Quỹ đạo không giật)

(Các quỹ đạo có các đạo hàm đến cấp hai liên tục)

Các điều kiện biên:

$$\begin{aligned} q(t_i) &= q_i, & \dot{q}(t_i) &= \dot{q}_i, & \ddot{q}(t_i) &= \ddot{q}_i, \\ q(t_{i+1}) &= q_{i+1}, & \dot{q}(t_{i+1}) &= \dot{q}_{i+1}, & \ddot{q}(t_{i+1}) &= \ddot{q}_{i+1}. \end{aligned}$$

Đa thức tối thiểu:

$$\begin{aligned} p_i(t) &= a_{0i} + a_{1i}t + a_{2i}t^2 + a_{3i}t^3 + a_{4i}t^4 + a_{5i}t^5, \\ \dot{p}_i(t) &= a_{1i} + 2a_{2i}t + 3a_{3i}t^2 + 4a_{4i}t^3 + 5a_{5i}t^4, \\ \ddot{p}_i(t) &= 2a_{2i} + 6a_{3i}t + 12a_{4i}t^2 + 20a_{5i}t^3. \end{aligned}$$

Các hệ số của đa thức tối thiểu được xác định từ hệ phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & t_i & t_i^2 & t_i^3 & t_i^4 & t_i^5 \\ 0 & 1 & 2t_i & 3t_i^2 & 4t_i^3 & 5t_i^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_i & 12t_i^2 & 20t_i^3 \\ 1 & t_{i+1} & t_{i+1}^2 & t_{i+1}^3 & t_{i+1}^4 & t_{i+1}^5 \\ 0 & 1 & 2t_{i+1} & 3t_{i+1}^2 & 4t_{i+1}^3 & 5t_{i+1}^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_{i+1} & 12t_{i+1}^2 & 20t_{i+1}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{0i} \\ a_{1i} \\ a_{2i} \\ a_{3i} \\ a_{4i} \\ a_{5i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_i \\ \dot{q}_i \\ \ddot{q}_i \\ q_{i+1} \\ \dot{q}_{i+1} \\ \ddot{q}_{i+1} \end{bmatrix}. \quad (7.9)$$

Thí dụ 7.3: Pha gia tốc không giật

Nếu ta chọn pha gia tốc như hình 7.3 các điều kiện biên có dạng ($t_i = t_1 = 0$ và $t_{i+1} = t_2 = t_s$):

$$\begin{aligned} s(0) &= \dot{s}(0) = \ddot{s}(0) = 0, \\ s(t_s) &= s_1, \quad \dot{s}(t_s) = \dot{s}_1 = v_m, \quad \ddot{s}(t_s) = 0. \end{aligned}$$

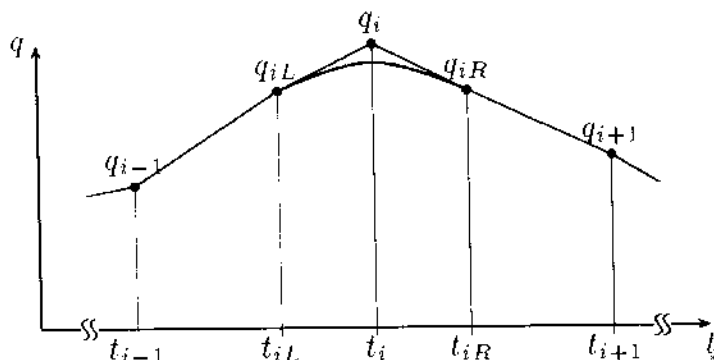
Ta xác định các hệ số của đa thức từ việc giải hệ phương trình đại số tuyến tính ở trên

$$\begin{aligned} a_0 = a_1 = a_2 = 0, \quad a_3 &= \frac{1}{t_s^3}(10s_1 - 4v_m t_s), \\ a_4 &= -\frac{1}{t_s^4}(15s_1 - 7v_m t_s), \quad a_5 = \frac{1}{t_s^5}(6s_1 - 3v_m t_s). \end{aligned}$$

Quỹ đạo không giật có dạng

$$s(t) = t^3(a_3 + a_4 t + a_5 t^2).$$

□



Hình 7.6: Nối các đoạn thẳng bằng đa thức bậc 3

Thí dụ 7.4: Nối các đoạn thẳng bằng đa thức bậc 3 (hình 7.6)

Quỹ đạo được cho bởi N đoạn thẳng, để khử sự không liên tục của các quỹ đạo hàm bậc nhất tại các điểm $t_0, t_1, \dots, t_N$, người ta thường thay các nội suy bậc nhất ở các góc bằng các đường bậc hai hoặc bậc ba. Việc tạo dựng quỹ đạo liên tục C^1 có thể thực hiện nhờ thay đổi nhỏ trong phương trình (7.8). Muốn vậy ta thay trong phương trình (7.8) $t_i \rightarrow t_{iL}$, $t_{i+1} \rightarrow t_{iR}$; $q_i \rightarrow q_{iL}$, $q_{i+1} \rightarrow q_{iR}$; $\dot{q}_i \rightarrow \dot{q}_{iL}$ và $\dot{q}_{i+1} \rightarrow \dot{q}_{iR}$. □

7.1.4 Lập trình quỹ đạo đối với các hệ dư bậc tự do (dư dẫn động)

Theo mục 6.1.6 một hệ nhiều vật mà số bậc tự do của nó lớn hơn số các tọa độ Đề các của khâu thao tác ($n > m$) được gọi là hệ nhiều vật dư bậc tự do (redundant). Bài toán động lực học ngược trong trường hợp này có nhiều nghiệm, ứng với mỗi điểm trên quỹ đạo ta có vô số các cấu hình của hệ. Việc lựa chọn một cấu hình „thích hợp“ có thể thực hiện bằng chiến lược lựa chọn

tối ưu. Trong trường hợp đơn giản nhất ta chọn một tiêu chuẩn chất lượng dạng

$$G(\dot{q}) = \dot{q}^T W \dot{q} \Rightarrow \text{Min!}, \quad (7.10)$$

trong đó W là ma trận vuông cấp n , đối xứng và xác định dương. Ma trận này được gọi là ma trận trọng số $W = W^T > 0$. Cấu hình nào „thích hợp“ với tiêu chuẩn này sẽ là nghiệm của bài toán

- với sự chú ý vận tốc bình phương nhỏ nhất và,
- thoả mãn điều kiện phụ (6.41).

Việc giải các bài toán cực trị có điều kiện phụ có thể thực hiện bằng phương pháp nhân tử Lagrange. Nhằm mục tiêu đó, ta xét điều kiện phụ dưới dạng tiêu chuẩn chất lượng mở rộng

$$G^*(\dot{q}, \lambda) = G(\dot{q}) - \lambda^T [J(q)\dot{q} - \dot{x}] \Rightarrow \text{Min!}$$

trong đó $\lambda \in \mathbb{R}^m$ được gọi là nhân tử Lagrange. Các điều kiện cần của sự tồn tại cực tiểu là

$$\begin{aligned} \frac{\partial G^*}{\partial \dot{q}} &= 2W\dot{q} - J^T(q)\lambda = 0, \\ \frac{\partial G^*}{\partial \lambda} &= -J(q)\dot{q} + \dot{x} = 0. \end{aligned}$$

Từ các phương trình trên ta có thể xác định λ và giải bài toán động học ngược. Từ phương trình thứ nhất ta suy ra

$$\dot{q} = \frac{1}{2} W^{-1} J^T(q) \lambda,$$

Thế biểu thức này vào phương trình thứ hai ở trên, ta được biểu thức xác định nhân tử Lagrange

$$\lambda = 2 [J(q)W^{-1}J^T(q)]^{-1}.$$

Do $J(q)W^{-1}J^T(q)$ là ma trận có hạng đầy đủ và do đó có ma trận nghịch đảo nên cách giải trên có thể có nghiệm. Sau khi khử λ ta có kết quả

$$\dot{q} = J_p^{-1} \dot{x} \quad \text{với} \quad J_p^{-1} = W^{-1} J^T(q) [J(q)W^{-1}J^T(q)]^{-1}. \quad (7.11)$$

Với công thức trên ta có lời giải cho bài toán động học ngược Robot dư bậc tự do.

Điều kiện đủ cho sự tồn tại cực tiểu là

$$\frac{\partial^2 G^*}{\partial \dot{q}^2} = W$$

luôn được thoả mãn do $\mathbf{W} > 0$.

Xét trường hợp đặc biệt khi $\mathbf{W} = \mathbf{I}$, ta có

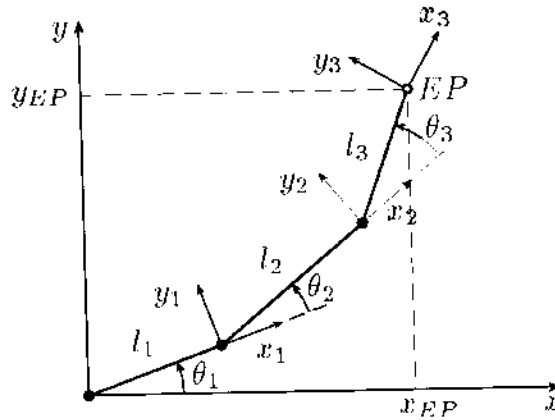
$$\mathbf{J}_p^{-1} = \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1}$$

trong đó $\mathbf{J}_p^{-1}$ là ma trận tựa nghịch đảo bên phải của ma trận $\mathbf{J}$ (xem phụ lục A.2.4).

Thí dụ 7.5: Bài toán động học ngược của cơ cấu phẳng ba khâu (hình 7.7). Nếu ta quan tâm đến điểm EP thì rôbốt này là rôbốt thừa bậc tự do. Ta có:

Véc tơ toạ độ không gian: $\mathbf{x} = [x_{EP}, y_{EP}]^T$

Véc tơ toạ độ suy rộng: $\mathbf{q} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3]^T$.



Hình 7.7: Cơ cấu phẳng ba khâu

Lời giải:

Bài toán động học thuận:

Các phương trình động học được xây dựng bằng các thông số DH:

Nr.	θ	d	a	α
1	θ_1	0	l_1	0
2	θ_2	0	l_2	0
3	θ_3	0	l_3	0

Theo phương trình (6.36) ta có các ma trận $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 & l_i c_i \\ s_i & c_i & 0 & l_i s_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad i = 1, 2, 3.$$

Bằng cách nhân các ma trận, ta tìm được ma trận biến đổi toàn thể

$$\mathbf{T}_3^0(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & l_1 c_1 + l_2 c_{12} + l_3 c_{123} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & l_1 s_1 + l_2 s_{12} + l_3 s_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

trong đó ký hiệu: $c_i = \cos \theta_i$, $s_i = \sin \theta_i$, $c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$, $s_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2)$, $c_{123} = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$, $s_{123} = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$.

Từ đó ta suy ra vị trí EP

$$\begin{aligned} x_{EP} &= t_{14} = l_1 c_1 + l_2 c_{12} + l_3 c_{123}, \\ y_{EP} &= t_{24} = l_1 s_1 + l_2 s_{12} + l_3 s_{123}, \\ z_{EP} &= t_{34} = 0. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Bài toán động học ngược:

Lời giải được thực hiện với sự trợ giúp của phương trình (7.12). Ta tính ma trận JACOBI

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{EP}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x_{EP}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x_{EP}}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y_{EP}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y_{EP}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y_{EP}}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} - l_3 s_{123} & -l_2 s_{12} - l_3 s_{123} & -l_3 s_{123} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} + l_3 c_{123} & l_2 c_{12} + l_3 c_{123} & l_3 c_{123} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

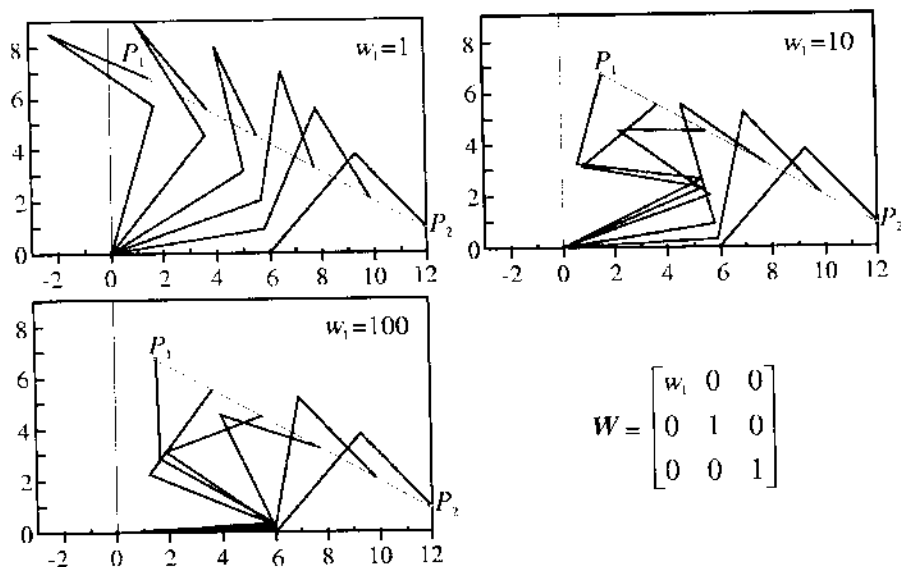
Hình 7.8 trình bày các kết quả tính toán số cho ba dạng ma trận trọng số $\mathbf{W}$ khác nhau, các kết quả tính toán theo công thức (6.47). Quỹ đạo được chọn là một đường thẳng nối điểm $P_1(1.4, 6.9)$ và $P_2(12, 1)$ với nhau và vận tốc quỹ đạo $\dot{s}$ là hằng số. Chọn $N = 100$, ta thấy ảnh hưởng của cách chọn ma trận $\mathbf{W}$ là rất rõ, thí dụ trên hình 7.8c ta nhận thấy chuyển động của khâu này rất nhỏ. $\square$

7.2 Lập trình quỹ đạo và động lực học ngược

Việc lập trình quỹ đạo có thể thực hiện trên cơ sở việc xây dựng mô hình động lực. Các phương trình chuyển động có thể được thành lập nhờ việc sử dụng các phương trình Lagrange (xem đoạn 6.2.2 và 6.2.3). Các phương trình chuyển động (6.77) có dạng

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + \mathbf{Q}_R(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{Q}_{Antr.}(t) \quad (7.13)$$

và biểu diễn quan hệ giữa tọa độ, vận tốc, gia tốc suy rộng và lực suy rộng. Bài toán lập phương trình quỹ đạo có thể giải theo các bước sau:



Hình 7.8: Động học ngược của một cơ cấu thừa bậc tự do ($l_1 = 6$, $l_2 = 5$, $l_3 = 4$; $N = 100$, vẽ sau mỗi 10 bước tính).

Bước 1 (Lập trình quỹ đạo): Xác định quỹ đạo trong các tọa độ không gian, tức là xác định $\mathbf{x}(t)$ hay $\mathbf{x}[s(t)]$ theo các tiêu chuẩn thích hợp (xem đoạn 7.1.1 và 7.1.2).

Bước 2 (Động học ngược): Giải bài toán động học ngược, tính các tọa độ, vận tốc và gia tốc suy rộng (xem Bảng 7.1),

Bước 3 (Động lực học ngược): Thế các biến thức $\mathbf{q}(t)$, $\dot{\mathbf{q}}(t)$ và $\ddot{\mathbf{q}}(t)$ vào phương trình (7.13) và tìm các lực và ngẫu lực dẫn động.

Việc tính toán trên mô hình các lực và ngẫu lực dẫn động từ các dữ kiện đã cho về quỹ đạo được gọi là bài toán động lực học ngược. Như thế bài toán *động lực học ngược* là một phương tiện trợ giúp cho việc lựa chọn thứ nguyên và điều khiển các lực dẫn động trong các hệ cơ điện tử. Nếu sử dụng ngôn ngữ lý thuyết điều khiển thì $\mathbf{Q}_{Antr.}$ được gọi là các đại lượng dẫn động, chúng chỉ phụ thuộc vào thời gian, không phụ thuộc vào trạng thái tức thời của hệ và do đó có tính chất điều khiển. Việc điều khiển các đại lượng dẫn động tìm được từ bài toán động lực học ngược thông thường là *điều khiển mômen*. Chúng biểu diễn một khối quan trọng trong chương trình điều khiển hiện đại (xem chương 8).

7.2.1 Tham số hoá các phương trình chuyển động

Theo phương trình (6.76), các phương trình chuyển động tương ứng với toạ độ suy rộng thứ i có thể viết dưới dạng tổng quát như sau,

$$\sum_{j=1}^n M_{ij}(\mathbf{q}) \ddot{q}_j - \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n c_{i,jk}(\mathbf{q}) \dot{q}_j \dot{q}_k + g_i(\mathbf{q}) + Q_{Ri}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = Q_{Antr.i}(t). \quad (7.14)$$

Thế các biểu thức về tham số quỹ đạo theo các phương trình (7.1) và (7.2) ta được

$$\sum_{j=1}^n M_{ij}(\mathbf{q}) (\dot{q}_j'' \dot{s}^2 + \dot{q}_j' \ddot{s}) + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n c_{i,jk}(\mathbf{q}) \dot{q}_j' \dot{q}_k' \dot{s}^2 + g_i(\mathbf{q}) + Q_{Ri}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}' \dot{s}) = Q_{Antr.i}(t).$$

Sắp xếp lại các biểu thức trong phương trình trên theo các đạo hàm theo thời gian của tham số quỹ đạo và chú ý đến đồng nhất thức

$$\ddot{s} = \frac{1}{2} \frac{d\dot{s}^2}{ds} = \frac{1}{2} (\dot{s}^2)'$$

ta có

$$\frac{1}{2} a_i(s) (\dot{s}^2)' + b_i(s) \dot{s}^2 + c_i(s) + Q_{Ri}(s, \dot{s}) = Q_{Antr.i}, \quad (7.15)$$

trong đó

$$\left. \begin{aligned} a_i(s) &= \sum_{j=1}^n M_{ij}(\mathbf{q}) \dot{q}_j', \\ b_i(s) &= \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n M_{ij}(\mathbf{q}) (\dot{q}_j'' + c_{i,jk}(\mathbf{q}) \dot{q}_j' \dot{q}_k'), \\ c_i(s) &= g_i(\mathbf{q}). \end{aligned} \right\} \quad (7.16)$$

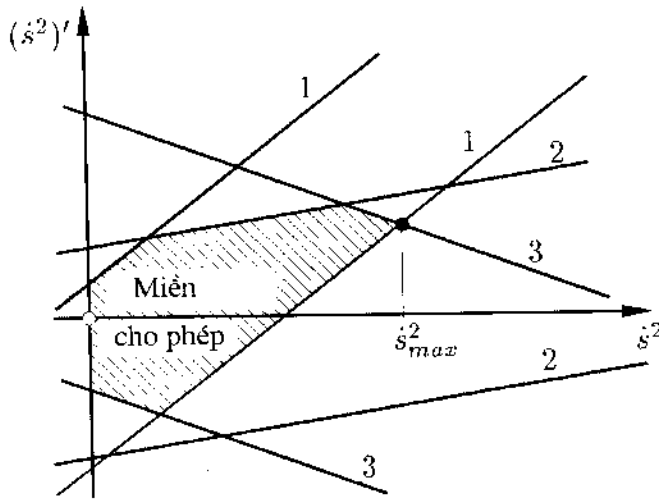
Trong việc lập phương trình quỹ đạo, cách biểu diễn (7.15) là có mục đích tìm vận tốc quỹ đạo và chú ý đến các giới hạn các đại lượng dẫn động.

Khi thay đổi prôphin vận tốc $\dot{s}$ ta có thể đánh giá nhanh chóng, hiệu quả phương trình chuyển động. Cách biểu diễn tham số hoá mô hình động lực là có thể, bởi vì các hệ số theo phương trình (7.16) chỉ phụ thuộc vào tham số quỹ đạo s và không phụ thuộc vào $\dot{s}$. Khi prôphin vận tốc thay đổi, các hệ số không thay đổi.

Chú ý đến các giới hạn của các đại lượng dẫn động

Các giới hạn của các đại lượng dẫn động có thể viết một cách đơn giản dưới dạng bất phương trình

$$Q_{imin} \leq Q_{Antr.i} \leq Q_{imax}$$



Hình 7.9: Miền cho phép (với $n = 3$, $Q_{Ri} = 0$)

và có thể biểu diễn trong mặt phẳng $(\dot{s}^2)' - \dot{s}^2$ như hình 7.9.

Ta dễ dàng nhận thấy, miền cho phép đối với $Q_{Ri} = 0$ được xác định bởi n cặp đường thẳng song song. Các đường thẳng này được xác định từ phương trình (7.15). Khi $a_i(s) \neq 0$ ta suy ra

$$(\dot{s}^2)' = \frac{2(Q_{imax} - c_i(s))}{a_i(s)} - \frac{2b_i(s)}{a_i(s)} \dot{s}^2, \quad (\dot{s}^2)' = \frac{2(Q_{imin} - c_i(s))}{a_i(s)} - \frac{2b_i(s)}{a_i(s)} \dot{s}^2.$$

Trong các quan hệ này, ứng với mỗi chỉ số i các phương trình trên xác định một cạnh đường thẳng cùng độ nghiêng $-2b_i(s)/a_i(s)$ và có các đoạn tung độ khác nhau. Như vậy một prôphin vận tốc cho phép được đặc trưng bởi toàn bộ miền tham số quỹ đạo bên giới hạn trong một đa giác.

Thí dụ 7.6: Lập trình quỹ đạo và miền cho phép

Cho cơ cấu trên hình 7.10, hãy

- Thiết lập phương trình chuyển động bằng phương pháp Lagrange và
- Tìm miền cho phép đối với quỹ đạo cần thiết cho trước.

Bỏ qua các lực tiêu hao.

Cho biết: Khâu 1: $m_1, I_{S_1}, a, M(t)$

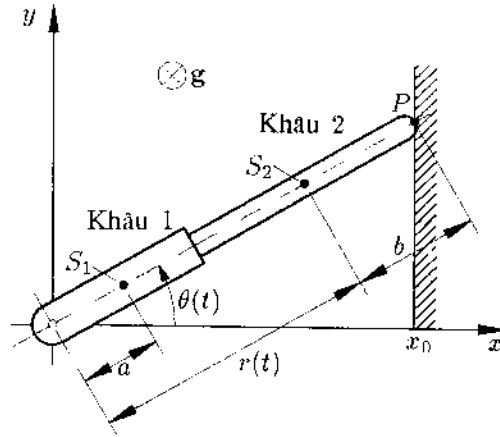
Khâu 2: $m_2, I_{S_2}, b, F(t)$

Quỹ đạo cần thiết: $x = x_0 = \text{const}$; $y = s$ với $s_1 \leq s \leq s_2$

Các giới hạn của các đại lượng dẫn động: $|F| \leq F_{max}$; $|M| \leq M_{max}$

Lời giải:

Hệ có hai bậc tự do. Ta chọn $r(t)$ và $\theta(t)$ là các tọa độ suy rộng.



Hình 7.10: Tay máy cực

a) Từ hình 7.10 ta suy ra các công thức động học

$$\begin{aligned} x &= (r + b) \cos \theta & \text{hay} & & r &= \sqrt{x^2 + y^2} - b \\ y &= (r + b) \sin \theta & & & \theta &= \arctan\left(\frac{y}{x}\right). \end{aligned}$$

Thế các biểu thức biểu diễn tham số quỹ đạo cần thiết vào các phương trình trên ta được:

$$r(s) = \sqrt{x_0^2 + s^2} - b, \quad \theta(s) = \arctan\left(\frac{s}{x_0}\right).$$

Động năng:

$$T = \frac{1}{2}m_2\dot{r}^2 + \frac{1}{2}(I + m_2r^2)\dot{\theta}^2 \quad \text{với} \quad I = I_{S_1} + I_{S_2} + m_1a^2.$$

Thế năng:

$$U \equiv 0.$$

Để các phương trình chuyển động có dạng đơn giản, ta viết I dưới dạng m_2

$$I = m_2R^2, \quad R \text{ là bán kính quán tính,}$$

và đưa vào các tọa độ không thứ nguyên

$$q_1 = \frac{r}{R}, \quad q_2 = \theta.$$

Sử dụng phương trình Lagrange loại II (phương trình (6.68)) ta tìm được phương trình chuyển động

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 - q_1\dot{q}_2^2 &= Q_1, \\ (1 + q_1^2)\ddot{q}_2 + 2q_1\dot{q}_1\dot{q}_2 &= Q_2, \end{aligned} \tag{7.17}$$

với

$$Q_1 = \frac{F}{m_2 R}, \quad Q_2 = \frac{M}{m_2 R^2}.$$

Sử dụng tham số quỹ đạo s theo phương trình (7.2), các phương trình trên có dạng

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} q_1' (\dot{s}^2)' + (q_1'' - q_1 q_2'^2) \dot{s}^2 &= Q_1, \\ \frac{1}{2} (1 + q_1^2) q_2' (\dot{s}^2)' + [(1 + q_1^2) q_2'' + 2q_1 q_1' q_2'] \dot{s}^2 &= Q_2, \end{aligned} \quad (7.18)$$

Các phương trình này là các cơ sở cho các tính toán tiếp theo sau.

Để hoàn chỉnh, các phương trình động học cũng được viết lại dưới dạng không thứ nguyên

$$\begin{aligned} q_1(s) &= \frac{r(s)}{R} = \sqrt{\left(\frac{x_0}{R}\right)^2 + \left(\frac{s}{R}\right)^2} - \frac{b}{R}, \\ q_2(s) &= \theta(s) = \arctan\left(\frac{s}{R} / \frac{x_0}{R}\right). \end{aligned}$$

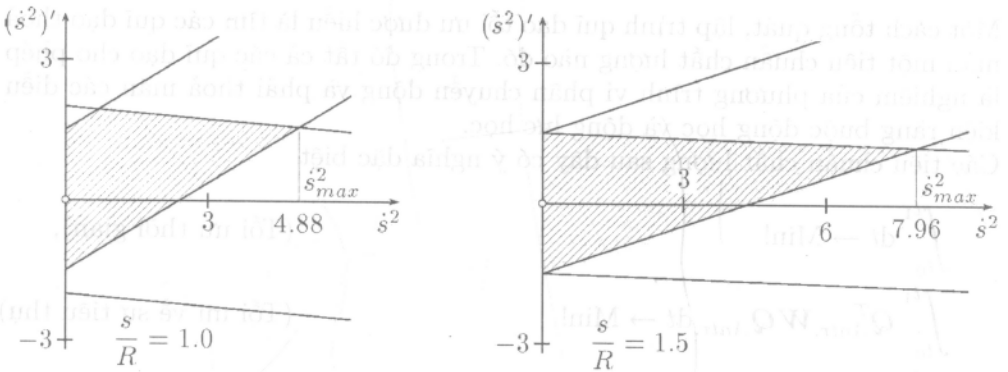
Đạo hàm các biểu thức trên ta được

$$\begin{aligned} q_1'(s) &= \frac{s}{\sqrt{x_0^2 + s^2}}, & q_2'(s) &= \frac{x_0^2}{x_0^2 + s^2}, \\ q_1''(s) &= -\frac{x_0^2}{\sqrt{(x_0^2 + s^2)^3}}, & q_2''(s) &= -\frac{2sx_0}{(x_0^2 + s^2)^2}. \end{aligned}$$

b) Theo các suy luận tổng quát ở trên, miền cho phép được giới hạn bởi $n = 2$ đường thẳng song song. Hình 7.11 chỉ ra dạng của miền cho phép khi ta chọn các tham số quỹ đạo $\frac{s}{R} = 1$ và $\frac{s}{R} = 1,5$, còn các tham số khác được chọn như sau: $\frac{x_0}{R} = 1$; $\frac{b}{R} = 0,1$; $1,0 \leq \frac{s}{R} \leq 3,0$; $|Q_1| \leq Q_{1max} = 0,7$; $|Q_2| \leq Q_{2max} = 1,0$.

Tổ hợp các tham số nằm trong miền gạch chéo là miền cho phép, chúng không vi phạm các giới hạn về các đại lượng dẫn động. Vận tốc quỹ đạo tối đa $\dot{s}_{max}$ được thể hiện rõ. Nếu sẵn có một loạt các hình ảnh như vậy, ta có thể tạo dựng quan hệ $\dot{s}_{max}(s)$ (hình 7.12).

Về mặt vật lý, từ hình 7.12 ta thấy: trong khuôn khổ giới hạn đại lượng dẫn động, vận tốc cực tối đa được biểu diễn dưới dạng hàm của quãng đường s . Theo các quy luật này, đồ thị chuyển động cần phải biểu diễn một chuyển động tối ưu về thời gian, tức là một chuyển động thực hiện trong khoảng thời gian ngắn nhất, thoả mãn các giới hạn đã cho.

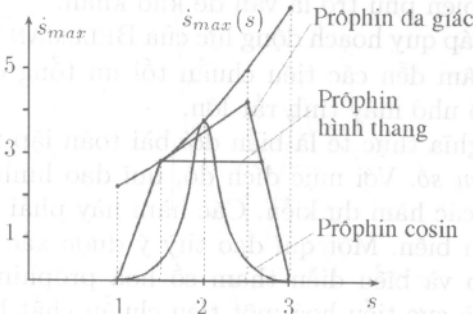


Hình 7.11: Miền cho phép với $\frac{s}{R} = 1$ và $\frac{s}{R} = 1,5$

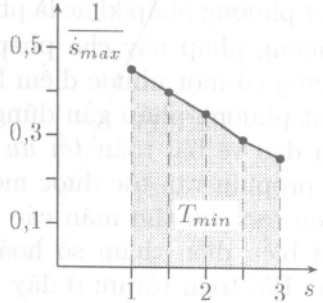
Thời gian cần thiết T_{min} có thể tính theo công thức tích phân sau (hình 7.13).

$$T_{min} = \int_{t_0}^{t_1} dt = \int_{s_0}^{s_1} \frac{1}{\dot{s}_{max}(s)} ds, \quad s(t_0) = s_0, \quad s(t_1) = s_1$$

Sau đó thời gian làm việc tối thiểu là diện tích miền ở dưới đường cong $\frac{1}{\dot{s}_{max}}$ giữa hai giới hạn s_0 và s_1 . □



Hình 7.12:
Vận tốc quỹ đạo và
Prôphim vận tốc cho phép
(sơ lược)



Hình 7.13:
Tính toán thời gian làm việc

7.2.2 Các chú ý về lập trình quỹ đạo

Thí dụ 7.6 trình bày ở trên có thể xem như là mở đầu về bài toán lập trình quỹ đạo tối ưu. Trong thí dụ đó đã chỉ ra: Bằng việc sử dụng miền cho phép, ta có thể xác định chuyển động tối ưu về thời gian.

Một cách tổng quát, lập trình qui đạo tối ưu được hiểu là tìm các qui đạo thoả mãn một tiêu chuẩn chất lượng nào đó. Trong đó tất cả các qui đạo cho phép là nghiệm của phương trình vi phân chuyển động và phải thoả mãn các điều kiện ràng buộc động học và động lực học.

Các tiêu chuẩn chất lượng sau đây có ý nghĩa đặc biệt

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} dt &\rightarrow \text{Min!} && \text{(Tối ưu thời gian),} \\ \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{Q}_{Antr.}^T \mathbf{W} \mathbf{Q}_{Antr.} dt &\rightarrow \text{Min!} && \text{(Tối ưu về sự tiêu thụ),} \\ \int_{t_0}^{t_1} (\mathbf{q}^T \mathbf{W}_1 \mathbf{q} + \mathbf{Q}_{Antr.}^T \mathbf{W}_2 \mathbf{Q}_{Antr.}) dt &\rightarrow \text{Min!} && \text{(Tối ưu về năng lượng)} \end{aligned}$$

($\mathbf{W}, \mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2$: Các ma trận trọng số).

Nội dung việc tính toán các qui đạo tối ưu là là vấn đề phức tạp về mặt toán học cũng như về mặt tính toán bằng số. Các nghiệm giải tích chỉ tồn tại trong một số trường hợp đặc biệt (chẳng hạn như các hệ tuyến tính với phiếm hàm mục tiêu bình phương).

Việc lập trình các qui đạo tối ưu có thể thực hiện nhờ *nguyên lý cực đại* của PONTRJAGIN [7.5]. Trong các hệ cơ học có số bậc tự do lớn hơn bằng hai, việc giải các phương trình vi phân HAMILTON là bài toán không đơn giản, bởi vì việc xác định các giá trị cho các biến phụ trợ là vấn đề khó khăn.

Một phương pháp khác là phương pháp quy hoạch động lực của BELLMAN [7.1]. Phương pháp này cho phép quan tâm đến các tiêu chuẩn tối ưu tổng quát, nhưng có một nhược điểm là cần bộ nhớ máy tính rất lớn.

Một phương pháp gần đúng có ý nghĩa thực tế là biến đổi bài toán lập trình qui đạo về bài toán *tối ưu hoá tham số*. Với mục đích đó, qui đạo hình học và prôphin vận tốc được mô tả bởi các hàm dự kiến. Các hàm này phải được chọn sao cho thoả mãn các điều kiện biên. Một qui đạo tuỳ ý được xác định khi biểu diễn tham số hoá qui đạo và biểu diễn tham số hoá prôphin vận tốc. Bài toán tối ưu ở đây thường là cực tiểu hoá một tiêu chuẩn chất lượng phụ thuộc vào một hay nhiều tham số. Để giải quyết bài toán tối ưu hoá phi tuyến ta có thể sử dụng các phương pháp số (thí dụ phương pháp gradien, phương pháp đơn hình, ...) được trình bày tại [7.2] và xem thêm trong các tài liệu: [7.3, 7.4, 7.6-7.8].

8 Điều khiển các hệ cơ điện tử

Như đã đề cập tới trong các chương 1 và 6, việc xây dựng mô hình và tính toán trên mô hình các hệ cơ điện tử có thể được thực hiện chủ yếu trong phạm vi của lớp các hệ nhiều vật. Đối với các hệ có điều khiển thì việc xây dựng mô hình phải được mở rộng đến hệ có các bộ phận này. Điều này có nghĩa rằng, mô hình không có phản hồi bao gồm hệ dẫn động (các bộ dẫn động có điều khiển), hệ nhiều vật (MKS) và hệ thống đo (các bộ cảm biến). Trong phần lớn các ứng dụng ta không cần quan tâm tới hệ thống đo trong mô hình. Đó là trường hợp khi tác dụng ngược lại của hệ thống đo lên động lực học của hệ cần được điều khiển có thể bỏ qua.

Việc lập trình quỹ đạo đã được đề cập tới trong chương 7 là một thí dụ điển hình của thiết kế điều khiển. Lập trình quỹ đạo kết hợp với động lực học ngược cho ta các lực và mômen dẫn động cần thiết để tạo ra một quỹ đạo $q_s(t)$ hay $x_s(t)$ như mong muốn.

Như đã trình bày trong chương 1, một sự cải thiện đáng kể ứng xử của hệ thống có thể đạt được nhờ *nguyên tắc phản hồi*. Trong đó vectơ điều khiển $u(t)$ được thiết lập từ sai lệch điều khiển tức thời $e(t)$,

$$u(t) = u[e(t)] \quad \text{với} \quad e(t) = q_s(t) - q(t). \quad (8.1)$$

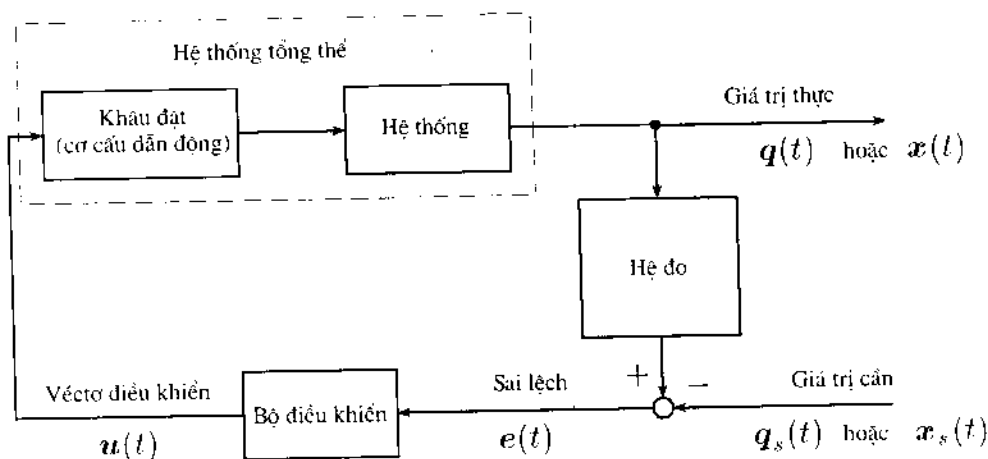
Bằng cách đó ta có thể xây dựng vectơ điều khiển phụ thuộc vào trạng thái của hệ. Hình 8.1 chỉ ra sơ đồ nguyên lý của một hệ có điều khiển. Các dạng điều khiển có phản hồi sau đây và các tổ hợp của chúng hay được sử dụng trong các bài toán ứng dụng:

$$\begin{aligned} u(t) &= K_P e(t), & \text{điều khiển P,} \\ u(t) &= K_D \dot{e}(t), & \text{điều khiển D,} \\ u(t) &= K_I \int_0^t e(\tau) d\tau, & \text{điều khiển I,} \end{aligned} \quad (8.2)$$

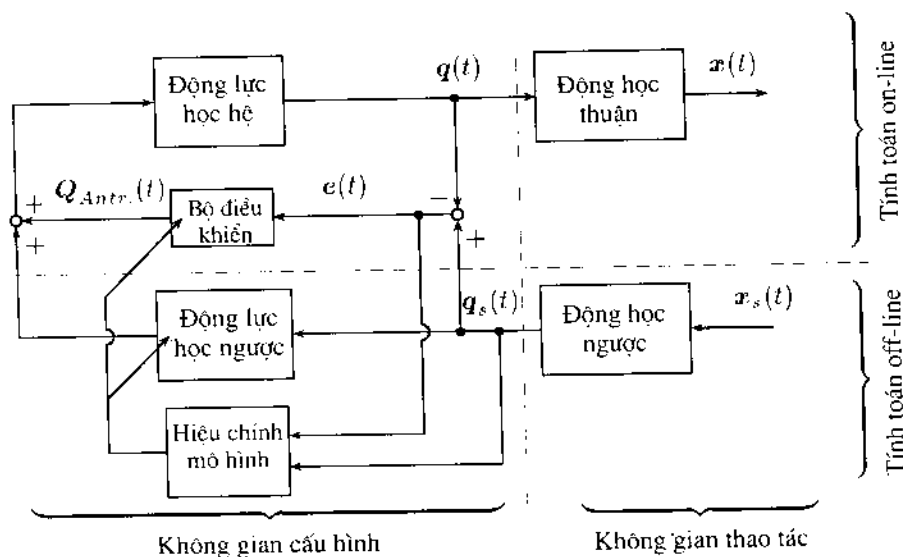
trong đó K_P, K_D, K_I là các ma trận tham số. Việc chọn các ma trận này được tiến hành trong giai đoạn thiết kế điều khiển và xác định tính chất ổn định của hệ thống.

Cấu trúc kỹ thuật điều khiển của một hệ cơ điện tử theo quan điểm xây dựng mô hình được minh họa trên hình 8.2. Mỗi quan hệ giữa không gian trạng thái và không gian cấu hình được mô tả thông qua động học thuận và động học ngược. Khối điều khiển bao gồm động lực học ngược và nhằm tạo ra các lực và mô men dẫn động. Nếu cần thiết cần phải thực hiện việc hoàn thiện thích

ngiht mô hình trong khối hiện chỉnh mô hình. Việc này có thể thực hiện thông qua thích nghi tham số (kiểu như nhận dạng tham số) và được sử dụng cho việc khởi tạo mô hình cũng như cho phương pháp điều khiển thích nghi.



Hình 8.1: Sơ đồ khối của một điều khiển



Hình 8.2: Cấu trúc kỹ thuật điều khiển của một hệ cơ điện tử

Như đã được nêu trong chương 6, động lực học của hệ nhiều vật thể rắn dẫn đến việc khảo sát các hệ phương trình vi phân thường. Hệ này được biểu thị trong kỹ thuật điều khiển như là các hệ với các *tham số tập trung*. Một loạt

các công cụ đã được hoàn thiện cho việc thiết kế điều khiển được trình bày trong các tài liệu [8.7], [8.9], [8.10], [8.15].

8.1 Tuyến tính hoá các phương trình chuyển động

Xuất phát điểm cho các khảo sát tiếp theo là các phương trình chuyển động (6.77). Chúng có thể được viết dưới dạng

$$\dot{M}(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = Q_{Antr}(t). \quad (8.3)$$

Hàm véctơ

$$h(q, \dot{q}) = c(q, \dot{q}) + g(q) + Q_R(q, \dot{q})$$

bao gồm các lực EULER và lực CORIOLIS $c(q, \dot{q})$, cũng như các lực có thể $g(q)$ và các lực hao tán $Q_R(q, \dot{q})$.

Giả sử bài toán lập trình quỹ đạo đã được giải, ta đã xác định được các đại lượng cần có $x_s(t)$, $q_s(t)$ và $Q_{Antr,s}(t)$ tương ứng với chuyển động yêu cầu và nếu xuất hiện các sai lệch nhỏ $x^0(t)$ hay $q^0(t)$ xung quanh quỹ đạo yêu cầu. Khi đó ta có thể tuyến tính hoá địa phương các phương trình chuyển động quanh quỹ đạo yêu cầu theo *kế hoạch hai bước* như sau:

Bước 1: Lập trình quỹ đạo và giải bài toán động lực học ngược trên cơ sở các phương trình chuyển động phi tuyến (8.3). Bài toán này nói chung được giải một cách không trực tuyến. Các lực và mômen dẫn động có thể được sử dụng cho điều khiển ban đầu (so sánh [8.2]).

Bước 2: Tuyến tính hoá xung quanh vị trí yêu cầu và áp dụng các phương trình được tuyến tính hóa cho thiết kế điều khiển. Việc điều khiển phải được thực hiện on-line (xem thêm hình 8.2).

Để dẫn đến các quan hệ cần thiết, ta sử dụng hệ thức

$$q(t) = q_s(t) + q^0(t), \quad Q_{Antr}(t) = Q_{Antr,s}(t) + Q_{Antr}^0(t).$$

Đối với một hệ phương trình vi phân dạng $f(\ddot{q}, \dot{q}, q) = Q$, việc tuyến tính hoá có thể được thực hiện bởi khai triển chuỗi TAYLOR và bỏ qua các số hạng phi tuyến

$$f(\ddot{q}_s + \ddot{q}^0, \dot{q}_s + \dot{q}^0, q_s + q^0) = f(\ddot{q}_s, \dot{q}_s, q_s) + \left. \frac{\partial f}{\partial \ddot{q}} \right|_s \ddot{q}^0 + \left. \frac{\partial f}{\partial \dot{q}} \right|_s \dot{q}^0 + \left. \frac{\partial f}{\partial q} \right|_s q^0.$$

Áp dụng quan hệ này ta tìm được các phương trình đối với đại lượng yêu cầu q_s và đối với các nhiễu q^0 :

Bước 1.

$$f(\ddot{q}_s, \dot{q}_s, q_s) = M(q_s(t))\ddot{q}_s(t) + h(q_s(t), \dot{q}_s(t)) = Q_{Antr,s}(t), \quad (8.4)$$

Bước 2.

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{q}}^0(t) + \mathbf{D}(t)\dot{\mathbf{q}}^0(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{q}^0(t) = \mathbf{Q}_{Antr}^0(t) \quad (8.5)$$

với các ký hiệu

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{M}(\mathbf{q}_s(t)), \quad \mathbf{D}(t) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right|_s, \quad \mathbf{K}(t) = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right|_s.$$

Các phương trình được tuyến tính hoá (8.5) được gọi là các phương trình nhiễu và có các ma trận với các phần tử biến đổi theo thời gian $\mathbf{M}(t)$, $\mathbf{D}(t)$ và $\mathbf{K}(t)$, nếu việc tuyến tính hoá xung quanh quỹ đạo yêu cầu $\mathbf{q}_s(t)$ được thực hiện (các hệ biến đổi theo thời gian).

Ngược lại nếu việc tuyến tính hoá được thực hiện xung quanh một điểm quy chiếu (điểm làm việc, vị trí cân bằng), ta có các ma trận hằng số (*hệ bất biến thời gian*).

Thí dụ 8.1: Các chuyển động nhỏ của con lắc với điểm treo di động (hình 6.23).

Với các phương trình (6.63) cho trong thí dụ 6.12, hãy xác định vị trí cân bằng tĩnh x_s , θ_s và các phương trình được tuyến tính hoá xung quanh vị trí cân bằng này.

Lời giải:

Trước hết ta sử dụng giả thiết

$$u(t) = u_s + u^0(t), \quad x(t) = x_s + x^0(t), \quad \theta(t) = \theta_s + \theta^0(t)$$

với u_s , x_s , $\theta_s = \text{const}$.

Các vị trí cân bằng tĩnh được tính toán từ các hệ thức

$$\begin{bmatrix} cx_s \\ m_2 gl \sin \theta_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cu_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

và có dạng

$$x_s = u_s,$$

$$\theta_s = \begin{cases} 0 & (\text{vị trí cân bằng ổn định}) \\ \pi & (\text{vị trí cân bằng không ổn định}). \end{cases}$$

Ta có được các phương trình nhiễu bằng cách áp dụng một cách hình thức phương trình (8.5):

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_2 l \dot{\theta}^2 \sin \theta + cx \\ -\frac{1}{3} m_2 gl \sin \theta \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
M &= M(q_s) = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 l \cos \theta_s \\ m_2 l \cos \theta_s & \frac{4}{3} m_2 l^2 \end{bmatrix}, \\
K &= \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x} & \frac{\partial h_1}{\partial \theta} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x} & \frac{\partial h_2}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -m_2 l \dot{\theta}^2 \cos \theta \\ 0 & m_2 g l \cos \theta \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & m_2 g l \cos \theta_s \end{bmatrix}, \\
D &= \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial h_1}{\partial \dot{\theta}} \\ \frac{\partial h_2}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial h_2}{\partial \dot{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2m_2 l \dot{\theta} \sin \theta \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_s = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Dáng chú ý là các trường hợp $\theta_s = 0$ (con lắc ổn định) và $\theta_s = \pi$ (con lắc không ổn định, con lắc ngược).

$\theta_s = 0$:

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & m_2 l \\ m_2 l & \frac{4}{3} m_2 l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}^0 \\ \ddot{\theta}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & m_2 g l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^0 \\ \theta^0 \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} u^0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$\theta_s = \pi$:

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2 l \\ -m_2 l & \frac{4}{3} m_2 l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}^0 \\ \ddot{\theta}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & -m_2 g l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^0 \\ \theta^0 \end{bmatrix} = c \begin{bmatrix} u^0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

□

8.1.1 Mô tả không gian trạng thái của các hệ tuyến tính

Các tính chất của nghiệm của phương trình (8.5) được xác định duy nhất bởi vectơ vị trí $q^0(t) \in \mathbb{R}^n$ nếu bên cạnh vị trí ban đầu $q^0(t_0) = q_0^0$ còn vận tốc ban đầu $\dot{q}^0(t_0) = \dot{q}_0^0$ cho trước. Bởi vậy sẽ hợp lý nếu ta kết hợp vectơ vị trí và vectơ vận tốc thành *vectơ trạng thái*

$$z(t) = \begin{bmatrix} q^0(t) \\ \dot{q}^0(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n} \quad (8.6)$$

và các phương trình chuyển động (8.5) trong không gian trạng thái $2n$ chiều được biến đổi thành:

$$\dot{z}(t) = A(t)z(t) + f(t), \quad z(t_0) = z_0 \quad (8.7)$$

với

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}(t)K(t) & -M^{-1}(t)D(t) \end{bmatrix}, \quad (2n, 2n) - \text{ma trận hệ}$$

$$f(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(t)Q_{Antr}^0(t) \end{bmatrix}, \quad (2n, 1) - \text{vectơ kích động}$$

$$z_0 = \begin{bmatrix} q_0^0 \\ \dot{q}_0^0 \end{bmatrix}, \quad \text{các điều kiện đầu.}$$

Nói chung ta chọn $t_0 = 0$ làm thời điểm ban đầu.

Để phục vụ cho các nghiên cứu tiếp theo, đặc biệt là cho việc thiết kế các hệ cơ học có điều khiển, hai việc mở rộng là cần thiết

Chia tách vectơ kích động

$$f(t) = Bu(t) + Rn(t) \quad (8.8)$$

với

B $(2n, f)$ - ma trận tác động điều khiển.

R $(2n, 2n)$ - ma trận tác động nhiễu.

$u(t)$ $(f, 1)$ - vectơ điều khiển.

$n(t)$ $(2n, 1)$ - vectơ nhiễu.

Đưa vào một phương trình đo

$$y(t) = C \cdot z(t) \quad (8.9)$$

với

C $(l, 2n)$ - ma trận đo ($l \leq 2n$),

y $(l, 1)$ - vectơ đo.

Theo phương trình (6.73) ta có $M(t) = M(q_s(t))$ là ma trận đối xứng và xác định dương, như vậy ma trận nghịch đảo M^{-1} bao giờ cũng tồn tại và phép biến đổi sang không gian trạng thái về cơ bản là thực hiện được. Đối với các hệ cơ học thông thường theo phương trình (8.5) ma trận A có một cấu trúc đặc biệt. Ma trận này gồm bốn các ma trận con, trong số đó có một ma trận 0 và một ma trận đơn vị (xem thêm phụ lục A.3).

Nếu $f = 1$, chỉ có một đầu vào tác động lên hệ, ma trận B suy biến thành một vectơ cột b .

Các phương trình trạng thái (8.7) có một ưu điểm, rằng các kết quả của động lực học của hệ tuyến tính có thể được sử dụng để nghiên cứu chúng, do đó có một nguồn phương pháp phong phú (so sánh, thí dụ với [8.6], [8.11], [8.12]).

Các hệ tuyến tính hệ số hằng số là đặc biệt quan trọng. Với các hệ này, các ma trận M , D , K cũng như A có các phần tử hằng số. Về nguyên tắc có hai phương pháp để tìm nghiệm (so sánh phụ lục A.3):

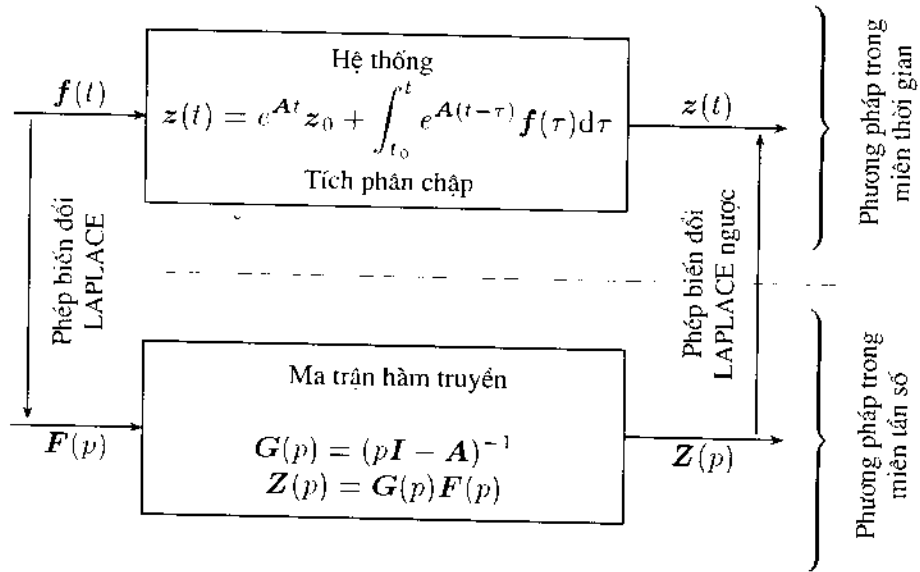
- Các phương pháp trong miền thời gian (Sử dụng ma trận cơ bản)
- Các phương pháp trong miền tần số (Chuyển tiếp sang miền tần số thông qua phép biến đổi FOURIER hoặc LAPLACE và áp dụng ma trận hàm truyền đạt).

Các quan hệ và cách thực hiện được biểu diễn trên hình 8.3.

Thí dụ 8.2: Biểu diễn trong không gian trạng thái cho con lắc ngược

Theo thí dụ 8.1, đối với con lắc ngược $\theta_s = \pi$. Bởi vậy ma trận khối lượng, ma trận độ cứng và ma trận cản có dạng

$$M = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2 l \\ -m_2 l & \frac{4}{3} m_2 l^2 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & -m_2 g l \end{bmatrix}, \quad D = 0.$$



Hình 8.3: Quan hệ của các phương pháp trong miền thời gian và trong miền tần số

Lời giải:

Cho ma trận khối lượng ta tìm được

$$M^{-1} = \frac{1}{l^2(4m_1 + m_2)} \begin{bmatrix} 4l^2 & 3l \\ 3l & 3\frac{m_1 + m_2}{m_2} \end{bmatrix}.$$

Biểu diễn trong không gian trạng thái:

Ta có được từ phương trình (8.7) cách biểu diễn này. Thử và thực hiện các phép nhân ma trận dẫn đến kết quả

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x^0 \\ \theta^0 \\ \dot{x}^0 \\ \dot{\theta}^0 \end{bmatrix}}_{\dot{z}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{4c}{4m_1 + m_2} & \frac{3m_2 g}{4m_1 + m_2} & 0 & 0 \\ -\frac{3c}{(4m_1 + m_2)l} & \frac{3(m_1 + m_2)g}{(4m_1 + m_2)l} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x^0 \\ \theta^0 \\ \dot{x}^0 \\ \dot{\theta}^0 \end{bmatrix}}_z + \underbrace{\frac{c}{4m_1 + m_2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}}_{b \cdot u^0} u^0.$$

Các trị riêng và tính ổn định:

Theo phương trình (A.34) các trị riêng có thể được tính toán từ phương trình

đặc trưng

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}] = \det \begin{bmatrix} \lambda & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & -1 \\ c_{11} & c_{12} & \lambda & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & \lambda \end{bmatrix} = 0$$

với

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{4c}{4m_1 + m_2}, & c_{12} &= \frac{-3m_2g}{4m_1 + m_2}, \\ c_{21} &= \frac{3c}{(4m_1 + m_2)l}, & c_{22} &= \frac{-3(m_1 + m_2)g}{(4m_1 + m_2)l}. \end{aligned}$$

Khai triển định thức ta có

$$\lambda^4 + (c_{11} + c_{22})\lambda^2 + c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21} = 0.$$

Từ đó các trị riêng được tính toán,

$$\lambda^2 = -\frac{1}{2}(c_{11} + c_{22}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(c_{11} - c_{22})^2 + 4c_{12}c_{21}}$$

hay

$$\lambda_{1,2,3,4} = \pm \sqrt{-\frac{1}{2}(c_{11} + c_{22}) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(c_{11} - c_{22})^2 + 4c_{12}c_{21}}}.$$

Bởi vì hệ thức

$$c_{11}c_{22} - c_{12}c_{21} = \frac{-3c}{4m_1 + m_2} \frac{g}{l}$$

luôn âm, ta có phân bố trị riêng sau

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm \delta, & \delta &> 0, \\ \lambda_{3,4} &= \pm j\omega, & \omega &> 0. \end{aligned}$$

Do $\lambda_1 > 0$ hệ có cấu trúc mạch hở là không ổn định. Việc ổn định hoá có thể đạt được thông qua điều khiển phù hợp (so sánh với mục 8.2.3 và thí dụ 8.16). $\square$

Thí dụ 8.3: Ma trận cơ bản của hệ dao động một bậc tự do với phương trình chuyển động

$$m\ddot{q} + d\dot{q} + cq = f(t).$$

Lời giải:

Bằng cách chuẩn hoá

$$\omega_0^2 = \frac{c}{m}; \quad \tau = \omega_0 t; \quad D = \frac{d}{2\sqrt{mc}}; \quad \frac{d}{d\tau} = ()'$$

phương trình chuyển động được chuẩn hoá có dạng:

$$q'' - 2Dq' + q = \frac{1}{c}f(\tau).$$

Phương trình trạng thái:

$$\mathbf{z}' = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{f}$$

với

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} q \\ q' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2D \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} 0 \\ f(\tau) \end{bmatrix}.$$

Các trị riêng:

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}] = \lambda^2 + 2D\lambda + 1 = 0,$$

$$\lambda_{1,2} = -D \pm j\omega \quad \text{với} \quad \omega = \sqrt{1 - D^2}.$$

Tính toán ma trận cơ bản (xem thêm phụ lục A.3):

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix}, \quad \Phi' = \mathbf{A}\Phi \quad \text{với} \quad \Phi(0) = \mathbf{I},$$

$$\Phi'_{11} = \Phi_{21}, \quad \Phi''_{11} + 2D\Phi'_{11} + \Phi_{11} = 0, \quad \Phi_{11}(0) = 1, \quad \Phi'_{11}(0) = 0,$$

$$\Phi'_{12} = \Phi_{22}, \quad \Phi''_{12} + 2D\Phi'_{12} + \Phi_{12} = 0, \quad \Phi_{12}(0) = 0, \quad \Phi'_{12}(0) = 1.$$

Ma trận cơ bản (nghiệm của các phương trình vi phân nhận được):

$$\Phi(\tau) = e^{-D\tau} \begin{bmatrix} \cos \omega\tau + \frac{D}{\omega} \sin \omega\tau & \frac{1}{\omega} \sin \omega\tau \\ -\frac{1}{\omega} \sin \omega\tau & \cos \omega\tau - \frac{D}{\omega} \sin \omega\tau \end{bmatrix}.$$

Nghiệm của phương trình dao động với điều kiện đầu ($q(0) = q'(0) = 0$):

$$q(\tau) = \frac{1}{c} \int_0^\tau \Phi_{12}(\tau - \xi) f(\xi) d\xi = \frac{1}{c\omega} \int_0^\tau e^{-D(\tau-\xi)} \sin \omega(\tau - \xi) f(\xi) d\xi.$$

Việc biểu diễn nghiệm dưới dạng tích phân DUHAMEL quen thuộc

$$q(\tau) = \frac{1}{c} \int_0^\tau h(\tau - \xi) f(\xi) d\xi = \frac{1}{c} \int_0^\tau h(\xi) f(\tau - \xi) d\xi.$$

Ta nhận ra dễ dàng ý nghĩa của $h(\xi) = \Phi_{12}(\xi)$, khi lực kích động $f(\xi)$ được thay bởi hàm Delta DIRAC $\delta(\xi)$. Khi đó ta có

$$q(\tau) = \frac{1}{c} h(\tau) = \frac{1}{c} \Phi_{12}(\tau) = \frac{1}{c\omega} e^{-D\tau} \sin \omega\tau$$

và như vậy phần hồi hệ thống của hệ dao động tuyến tính chịu kích động bởi xung DIRAC được biểu diễn thông qua $\Phi_{12}(\tau)$. $\square$

8.1.2 Các dạng biểu diễn khác của các hệ tuyến tính - dừng

Các phương trình trạng thái dạng thứ 2: Một nhược điểm của việc biểu diễn trạng thái theo phương trình (8.7) là làm mất tính đối xứng của các ma trận. Việc làm đối xứng có thể đạt được bằng cách bổ sung thêm một phương trình hình thức $\dot{q}^0 = v$ và nhân trái với ma trận khối lượng

$$\begin{aligned} M\ddot{q}^0 + D\dot{q}^0 + Kq^0 &= Q_{Antr}^0, \\ M\dot{q}^0 - Mv &= 0 \end{aligned}$$

hay là

$$\underbrace{\begin{bmatrix} D & M \\ M & 0 \end{bmatrix}}_{A_1} \dot{z} + \underbrace{\begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix}}_{A_2} z = \underbrace{\begin{bmatrix} Q_{Antr}^0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_1 u}$$

hoặc

$$A_1 \dot{z} + A_2 z = B_1 u. \quad (8.10)$$

Phương trình (8.10) được gọi là phương trình trạng thái dạng thứ hai. Các ma trận A_1 và A_2 là đối xứng. Do đó được gắn liền với các ưu điểm đáng kể khi tính toán số.

Mô tả trong không gian riêng: Dạng của véctơ trạng thái z được chọn trong phương trình (8.6) tuy là thích hợp nhưng thực sự không bắt buộc. Thông qua phép biến đổi đồng dạng với ma trận biến đổi T ta có thể đưa vào một véctơ toạ độ bất kỳ khác z_H ,

$$z = Tz_H \quad \text{hay} \quad z_H = T^{-1}z. \quad (8.11)$$

Thêm vào đó T phải là ma trận không suy biến, nghĩa là $\det[T] \neq 0$. Từ việc biểu diễn trong không gian trạng thái theo các phương trình (8.7) và (8.8) dẫn đến

$$T\dot{z}_H = ATz_H + Bu + Rn$$

hay

$$\dot{z}_H = T^{-1}ATz_H + T^{-1}Bu + T^{-1}Rn, \quad z_H(t_0) = T^{-1}z_0.$$

Phương trình này có thể được chuyển một cách tương tự sang việc mô tả trong không gian trạng thái dưới dạng

$$\begin{aligned} \dot{z}_H &= A_T z_H + B_T u + R_T n, & z_H(t_0) &= T^{-1}z_0 \\ y &= C_T z_H \end{aligned} \quad (8.12)$$

với

$$A_T = T^{-1}AT, \quad B_T = T^{-1}B, \quad R_T = T^{-1}R, \quad C_T = CT.$$

Các quan hệ đầu vào/đầu ra và theo đó ma trận đặc tính tần số đối với các phép biến đổi đồng dạng là bất biến. Từ đó dẫn đến rằng có vô số dạng biểu diễn trong không gian trạng thái cho cùng một quan hệ đầu vào/đầu ra. Các trị riêng đối với một phép biến đổi đồng dạng cũng là bất biến. Nếu ta sử dụng ma trận dạng riêng $\mathbf{V}_R$ thay cho ma trận biến đổi $\mathbf{T}$ thì khi đó theo phụ lục A.2.3 ta có

$$\mathbf{A}_T = \mathbf{V}_R^{-1} \mathbf{A} \mathbf{V}_R = \mathbf{\Lambda} = \text{diag} \{ \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2n} \}. \quad (8.13)$$

Thành phần thuần nhất của phương trình (8.12) được chia tách độc lập hoàn toàn và được chuyển đổi thành một hệ $2n$ phương trình vi phân cấp 1 riêng biệt. Phép biến đổi $\mathbf{T} = \mathbf{V}_R$ trên cơ sở các vectơ riêng được gọi là *phép biến đổi trực chính*, các tọa độ $\mathbf{z}_H$ được gọi là các *tọa độ chính* hay các *tọa độ dạng riêng*. Các tọa độ này định nên một *không gian riêng*.

Ưu điểm của việc áp dụng các tọa độ dạng riêng biểu hiện là

- Hệ nhiều vật được phân rã thành một hệ các phương trình riêng lẻ độc lập và bởi vậy trở nên dễ dàng tính toán,
- Với các hệ có số bậc tự do lớn ta có thể giản ước theo cách chỉ khảo sát r ($r < n$) dạng riêng quan trọng. Việc giản ước mô hình này đặc biệt có ý nghĩa thực tế khi xử lý các hệ có các tham số phân bố,
- Việc thiết kế điều khiển có thể thực hiện theo cách đơn giản trong không gian riêng, bởi vì chúng đưa đến các hệ SISO (so sánh đoạn 8.2.5).

Ngược lại, lời giải hoàn toàn của bài toán trị riêng có quan hệ với phép biến đổi đồng dạng phải được gọi là nhược điểm cơ bản.

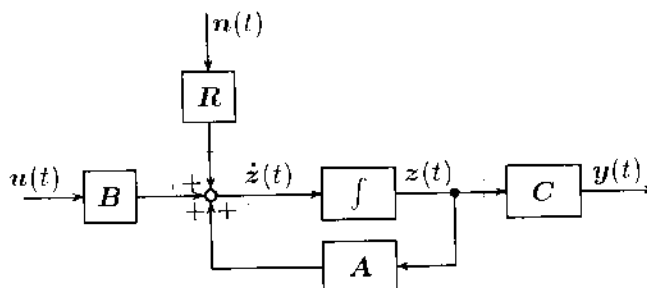
8.2 Thiết kế điều khiển các hệ tuyến tính đa biến vào/ra - MIMO

Điểm xuất phát là hệ phương trình (8.5) với n bậc tự do được tuyến tính hoá xung quanh quỹ đạo yêu cầu hoặc xung quanh điểm tham chiếu. Trong không gian trạng thái hệ này có dạng tổng quát

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{R}\mathbf{n}(t), \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{z}(t), \quad \mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0. \end{aligned} \quad (8.14)$$

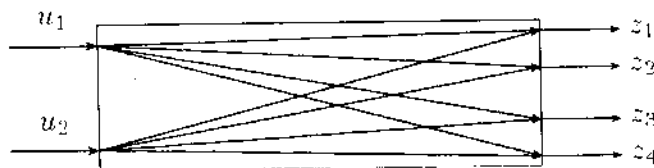
Mô hình hệ kỹ thuật cần điều khiển được biểu diễn bởi phương trình (8.14); chúng thành lập nên cơ sở của thiết kế điều khiển. Hình 8.4 mô tả sơ đồ khối liên quan với vấn đề trên

Các hệ đa biến luôn hình thành khi ứng xử của hệ kỹ thuật cần điều khiển yêu cầu một sự kết nối phối hợp với nhiều khâu điều khiển. Đặc trưng cho các hệ đa biến cần nhiều các thông số điều khiển và các thông số điều chỉnh, liên kết động chặt chẽ với nhau đến mức ta không thể coi chúng là các đại lượng



Hình 8.4: Sơ đồ khối của hệ có mạch hở

độc lập. Từ những ý tưởng trên rõ ràng rằng việc điều khiển các hệ nhiều vật đương nhiên dẫn đến vấn đề (bài toán) điều khiển đa biến. Việc biểu diễn gọn bài toán này được duy trì bởi các ký hiệu không gian trạng thái.

Hình 8.5: Liên kết trong một hệ đa biến ($2n = 4$ và $f = 2$)

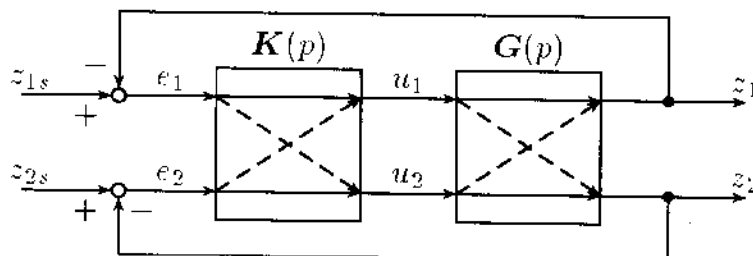
Hình 8.5 minh họa các đặc điểm liên kết của các hệ đa biến nêu trên với thí dụ $2n = 4$ và $f = 2$. Rõ ràng rằng hệ một biến là trường hợp đặc biệt trong sơ đồ này. Đối với trường hợp này, với sự trợ giúp của một đại lượng dẫn động một đại lượng điều khiển có thể nhận được một giá trị yêu cầu cho trước. Trong các tài liệu tiếng Anh các hệ đa biến được gọi là các hệ MIMO (Multiple Input-Multiple Output). Các hệ một biến gọi là các hệ SISO (Single Input-Single Output). Căn cứ vào số lượng các đại lượng đặt và đại lượng điều khiển ta cũng có thể sử dụng các khái niệm hệ MISO hay hệ SIMO.

8.2.1 Cấu trúc của các hệ đa biến

Cấu trúc vòng của điều khiển đa biến về cơ bản cũng giống như điều khiển một biến. Sự khác nhau là ở chỗ, các tín hiệu được biểu diễn qua mũi tên có đặc trưng vectơ và trong các khối không phải là các hàm truyền đạt mà là các ma trận hàm truyền đạt. Khó khăn lớn nhất khi thiết kế điều khiển cho các hệ đa biến là việc ấn định cấu trúc phân hồi cho hệ kỹ thuật và bộ điều khiển.

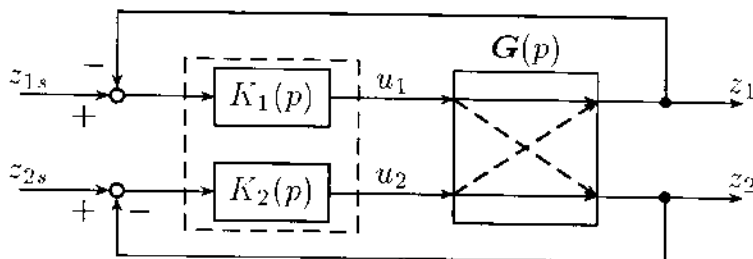
Điều khiển tập trung: Hình 8.6 chỉ ra cấu trúc của vòng điều chỉnh tiêu chuẩn. Theo cấu trúc này, tồn tại một sự khác biệt cơ bản giữa hai hệ điều khiển một biến tách rời và hệ điều khiển đa biến biểu diễn trên hình, ở chỗ.

quan hệ chéo giữa u_1 với z_2 và u_2 với z_1 không được phép bỏ qua và việc điều khiển tác động ngược lại các quan hệ này.



Hình 8.6: Điều khiển tập trung

Điều khiển phi tập trung: Thực tế, hệ thống cần điều khiển là một hệ đa biến, nhưng không có nghĩa bắt buộc rằng điều khiển phải là điều khiển đa biến. Điều này chỉ có nghĩa khi ta phải xét đến các quan hệ chéo bên trong hệ kỹ thuật. Với điều khiển phân ly, việc điều khiển được thực hiện nhờ các khối điều khiển phân ly K_i (hình 8.7).



Hình 8.7: Điều khiển phân quyền

Khi quan hệ chéo của $G(p)$ được thiết lập yếu, điều khiển đa biến sẽ được phân tách một cách gần đúng thành nhiều điều khiển một biến. Một thí dụ điển hình cho vấn đề này là việc điều khiển từng trục riêng của Rôbốt (xem thêm thí dụ 8.6 và mục 9.1).

Nối ghép các hệ thống con: Khi một hệ đa biến gồm nhiều hệ thống con được nối ghép lại, hàm truyền đạt của toàn bộ hệ có thể được tính toán từ các hàm truyền đạt của các hệ con. Khi ghép song song hai hệ con, ma trận hàm truyền đạt bằng tổng các ma trận truyền đạt thành phần.

$$G(p) = G_1(p) + G_2(p). \quad (8.15)$$

Đối với ghép nối tiếp hai hệ con, ta có

$$Z_1(p) = G_1(p)F(p) \quad \text{và} \quad Z_2(p) = G_2(p)Z_1(p)$$

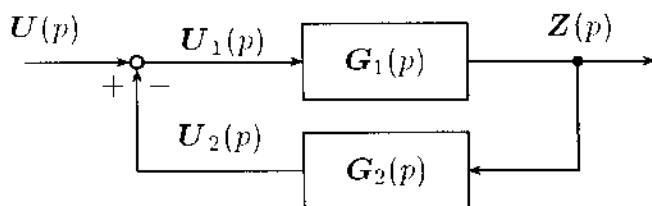
và ma trận truyền đạt của toàn bộ hệ (ma trận hàm truyền đạt tương đương) có dạng

$$\mathbf{G}(p) = \mathbf{G}_2(p) \cdot \mathbf{G}_1(p). \quad (8.16)$$

Trong phương trình (8.16) ta phải chú ý rằng các ma trận hàm truyền đạt thành phần được liên kết theo chiều ngược lại với chiều đi (luồng) tín hiệu. Bằng việc kết hợp cách ghép song song và nối tiếp ta có thể tạo lập được các hệ đa biến rất khác nhau.

Thí dụ 8.4: Nối ghép phản hồi theo hình 8.8

Giả sử cho trước đầu vào của hệ thống qua $U(p)$ và đầu ra bởi $Z(p)$.



Hình 8.8: Nối ghép phản hồi

Lời giải:

Xét nhánh xuôi:

$$Z(p) = G_1(p)U_1(p) = G_1(p)(U(p) - U_2(p)).$$

Xét nhánh ngược:

$$U_2(p) = G_2(p)Z(p).$$

Bằng cách thế biểu thức ta có đối với toàn bộ hệ

$$Z(p) = G_1(p)U(p) - G_1(p)G_2(p)Z(p),$$

cuối cùng ta có

$$Z(p) = (I + G_1(p)G_2(p))^{-1} G_1(p)U(p).$$

Như vậy ma trận hàm truyền đạt của hệ có phản hồi là

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(p) &= (\mathbf{I} + \mathbf{G}_1(p)\mathbf{G}_2(p))^{-1} \mathbf{G}_1(p) \quad \text{hoặc} \\ \mathbf{G}(p) &= \mathbf{G}_1(p) (\mathbf{I} + \mathbf{G}_2(p)\mathbf{G}_1(p))^{-1}. \end{aligned} \quad (8.17)$$

Kết cấu chung của một hệ đa biến có phản hồi được biểu diễn theo phương trình (8.17). $\square$

8.2.2 Điều khiển hệ đa biến tuyến tính

Dưới đây ta đề cập tới các cấu trúc điều khiển quan trọng cho hệ tuyến tính đa biến và đưa ra một số nhận xét về các phương pháp thiết kế. Để thực hiện việc điều khiển, ta sử dụng một luật điều khiển tuyến tính với một ma trận phản hồi K cỡ $(f, 2n)$ còn cần phải xác định.

Phản hồi trạng thái tuyến tính

$$u(t) = K(z_s(t) - z(t)) + Fr(t), \quad (8.18)$$

F ma trận truyền thẳng,

$r(t)$ đầu vào tham khảo.

Như đã biết, không chỉ sai lệch điều khiển được phản hồi theo một tỷ lệ nào đó mà còn phải tiếp nhận thêm một tín hiệu dẫn hay tín hiệu đầu vào tham khảo. Động lực học hệ có điều khiển có thể bị ảnh hưởng bởi việc chọn ma trận K và không phụ thuộc vào việc chọn ma trận F .

Phản hồi tín hiệu ra tuyến tính

$$u(t) = K(y_s(t) - y(t)) + Fr(t). \quad (8.19)$$

Đối với phản hồi đầu ra tuyến tính chỉ những đại lượng đầu ra thực sự đo được như là thông tin về trạng thái của mạch một biến hiện thời được sử dụng. Với $C = I$ thì phản hồi trạng thái và phản hồi tín hiệu ra là như nhau.

Thí dụ ta chọn

$$K = [K_P, K_D],$$

một ứng xử PD trong toạ độ suy rộng tương ứng với phản hồi trạng thái tỷ lệ theo (8.18).

$$Kz(t) = K_P q^0(t) + K_D \dot{q}^0(t).$$

Thế đẳng thức (8.18) vào (8.14) ta có hệ thức cho hệ có điều khiển (mạch kín)

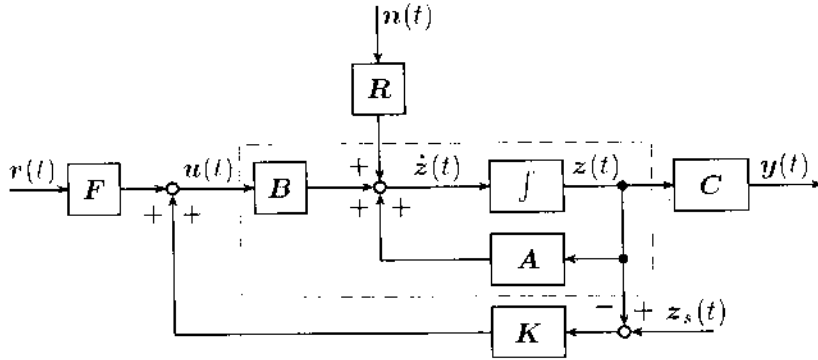
$$\dot{z}(t) = \underbrace{(A - BK)}_{A_G} z(t) + BKz_s(t) + BFr(t) + Rn(t) \quad (8.20)$$

$$z(t_0) = z_0.$$

Hình 8.9 biểu diễn sơ đồ khối tương ứng.

Phản hồi trạng thái đóng một vai trò quan trọng khi khảo sát ổn định của hệ kỹ thuật cần điều khiển. Việc ứng dụng trong kỹ thuật của chúng đòi hỏi các nhận biết về toàn bộ các đại lượng trạng thái, các đại lượng này chỉ có được qua đo đạc. Tuy nhiên điều kiện này được thỏa mãn chỉ tại một số ít hệ thống. Bởi vậy ta sẽ khảo sát trong mục 8.2.7, vectơ trạng thái đầy đủ có thể được tạo lập từ các đại lượng đầu ra đo được như thế nào.

Trong miền tần số cho phép ta mô tả các quan hệ biểu diễn theo phương trình (8.20) bằng các ma trận hàm truyền đạt. Đó là:



Hình 8.9: Sơ đồ khối của hệ mạch kín

- Ma trận hàm truyền cho các đại lượng yêu cầu

$$G_s(p) = (pI - A_G)^{-1}BK, \quad (8.21)$$

- Ma trận hàm truyền cho các đại lượng nhiễu

$$G_n(p) = (pI - A_G)^{-1}R, \quad (8.22)$$

- Ma trận hàm truyền cho các đại lượng dẫn

$$G_r(p) = (pI - A_G)^{-1}BF. \quad (8.23)$$

Bằng cách phân chia này sự ảnh hưởng của từng thành phần riêng trong phương trình (8.20) có thể được biểu diễn và khảo sát riêng rẽ. Chẳng hạn, đáp ứng của các đại lượng trạng thái so với các đại lượng yêu cầu được đặc trưng bởi hàm truyền (8.21).

Ma trận nghịch đảo $(pI - A_G)^{-1}$ xuất hiện trong các quan hệ này có thể được biểu diễn thông qua ma trận phụ trợ của chúng

$$(pI - A_G)^{-1} = \frac{\text{adj}[pI - A_G]}{\det[pI - A_G]}.$$

Các không điểm của tử số là các vị trí triệt tiêu của hàm truyền của hệ. Khi tín hiệu đầu vào có tần số đi qua không điểm, tín hiệu này sẽ không được truyền bởi hệ.

Các không điểm tại mẫu số gọi là các điểm cực và trùng với các trị riêng của hệ. Mỗi hàm truyền có cùng một biểu thức mẫu số và bởi vậy có cùng các trị riêng. Thông qua các trị riêng λ_i , $i = 1, 2, \dots, m$, $m = 2n$ của ma trận $A_G = A - BK$, động lực học của hệ kín được xác định. Chúng là nghiệm của phương trình đặc trưng

$$\det[pI - A_G] = p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \dots + b_1p + b_0 = 0 \quad (8.24)$$

hay bằng cách phân tích

$$(p - \lambda_1)(p - \lambda_2) \dots (p - \lambda_m) = 0.$$

Nếu toàn bộ các trị riêng đều có phần thực âm, hệ sẽ ổn định tiệm cận. Một khả năng dễ đánh giá tính ổn định tiệm cận của một hệ mà không cần xác định chính xác nghiệm của phương trình đặc trưng chính là việc áp dụng tiêu chuẩn HURWITZ (so sánh, thí dụ [8.6], [8.12]).

Nhiều phương pháp phân tích và thiết kế xuất phát từ phản hồi trạng thái hoặc phản hồi tín hiệu ra. Cả hai đều là điều khiển tỷ lệ, chúng không đảm bảo bám theo giá trị mong muốn khi đại lượng điều khiển là hàm bước nhảy. Bởi vì với phản hồi trạng thái vectơ trạng thái đầy đủ được phản hồi, việc tạo ảnh hưởng rộng khắp đối với động lực học của vòng điều khiển là có thể. Bởi vậy phản hồi trạng thái là dạng điều khiển tỷ lệ tốt nhất có thể. So sánh với dạng này, phản hồi tín hiệu ra là dạng điều khiển có thể thực hiện tốt nhất về mặt áp dụng kỹ thuật, bởi vì chúng chỉ cần sử dụng các đại lượng đầu ra thực sự đo được như là thông tin về trạng thái hiện thời của hệ.

Thí dụ 8.5: Điều khiển một biến (hệ SISO)- dạng điều khiển chuẩn tắc

Một hệ động lực dưới dạng

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = ke(t)$$

biểu thị là một hệ một biến ($a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, k = \text{const}$). Hệ có một tín hiệu đầu vào $e(t)$ và một đầu ra $y(t)$.

Lời giải:

Biến đổi LAPLACE được biểu diễn bởi

$$Y(p) = \mathcal{L}\{y(t)\}, \quad Y_s(p) = \mathcal{L}\{y_s(t)\} \quad \text{và} \quad E(p) = \mathcal{L}\{e(t)\}$$

khi đó ta có

- Hàm truyền của hệ mở

$$Y(p) = G(p)E(p) \quad \text{với} \quad G(p) = \frac{k}{p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0},$$

- Hàm truyền của hệ kín theo hình 8.10

$$Y(p) = G(p)(U(p) + R(p)), \quad U(p) = K(p)E(p), \quad E(p) = Y_s(p) - Y(p)$$

và như vậy

$$Z(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)K(p)} (G(p)Z_s(p) + R(p)).$$

Đối với hệ một biến đã cho ta có thể biểu diễn trong không gian trạng thái dưới dạng

$$\dot{\mathbf{z}}_R = \mathbf{A}_R \mathbf{z}_R + \mathbf{b}_R u$$

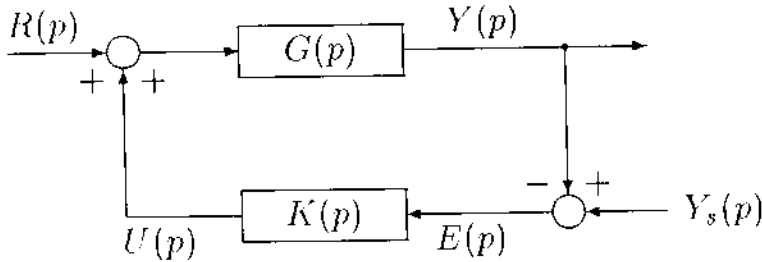
với

$$z_R = [y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T, \quad u = e.$$

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix},$$

$$b_R = [0, 0, 0, \dots, k]^T.$$

Việc biểu diễn này được biểu thị là *dạng điều khiển chuẩn tắc*. Các hệ số của đa thức đặc trưng của hệ kỹ thuật nằm ở hàng cuối của ma trận A_R . $\square$



Hình 8.10: Sơ đồ khối của một hệ SISO

Ta có thể thay đổi vị trí của các trị riêng trên mặt phẳng phức thông qua việc chọn phù hợp các phần tử của K , khi hệ có đặc điểm kết cấu *tính điều khiển được*. Điều đó có thể được kiểm tra theo các tiêu chuẩn của HAUTUS hay KALMAN (so sánh, thí dụ [8.6], [8.10], [8.15])

Để xác định các phần tử của K có hai nhóm phương pháp khác nhau:

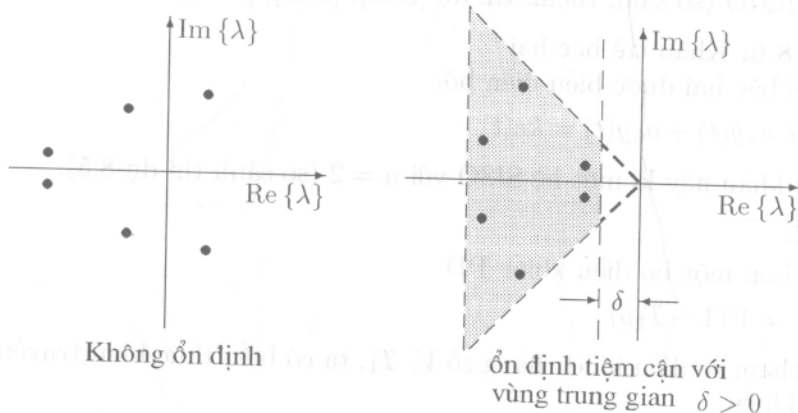
- Thiết kế điều khiển bằng cách gán trước điểm cực (hay cho trước các điểm cực, pole placement)
- Thiết kế một bộ điều khiển trạng thái tối ưu (hay điều khiển LQ, điều khiển RICCATI).

Trong khi với phương pháp gán cực các vị trí điểm cực được cho trước *trực tiếp*, việc thiết kế một bộ điều khiển trạng thái tối ưu thông qua ẩn định các vị trí điểm cực một cách *gián tiếp* theo cách tiêu chuẩn tích phân được cực tiểu hoá.

8.2.3 Thiết kế điều khiển bằng cách gán trước điểm cực

Các trị riêng của hệ động lực xác định một cách quyết định các chuyển động riêng và ứng xử đầu vào đầu ra của hệ. Bởi vậy, mục tiêu của phương pháp

gắn cực là bằng cách cho trước phân bố vị trí các điểm cực như mong muốn, ta phải xác định các phần tử của ma trận phản hồi $\mathbf{K}$ sao cho các trị riêng của $\mathbf{A}_G$, $\lambda = EW(\mathbf{A}_G)$, trùng với các vị trí điểm cực đã cho. Qua đó các đặc trưng riêng của vòng điều khiển như là thời gian dao động riêng, biên độ dao động, di tần hay cộng hưởng có thể được ấn định. Hình 8.11 chỉ ra phân bố vị trí các điểm cực điển hình cho một hệ không ổn định và một hệ ổn định.



Hình 8.11: Sự phân bố các điểm cực ($\lambda = EW(\mathbf{A}_G)$)

Vùng định vị của các trị riêng của một hệ có điều khiển, ổn định tiệm cận được đánh dấu màu xám trên hình 8.11. Vùng này được xác định bởi độ ổn định (độ ổn định tối thiểu), cần tối thiểu cũng như các biên đối với việc giảm nhiễu do hoặc bởi sự giới hạn các đại lượng đặt.

Đối với hệ đa biến, tất cả các trị riêng của hệ đều phải được xét đến và phải thỏa mãn các yêu cầu đã nêu. Bởi vậy bài toán tìm trị riêng đầy đủ bao giờ cũng phải được giải quyết.

Cách thực hiện cơ bản khi thiết kế một vòng phản hồi trạng thái có thể được tổng kết như sau:

- Hệ kỹ thuật phải hoàn toàn điều khiển được.
- Hệ kỹ thuật phải có sẵn tối thiểu một khâu dẫn động ($f \geq 1$).
- Chất lượng điều khiển được xác định bởi các yêu cầu đối với các chuyển động riêng. Điều này được xác định thông qua vị trí của các điểm cực cho vòng kín.
- Các tham số điều khiển có thể được xác định thí dụ từ phương trình (8.32) đối với $f = 1$ hoặc từ phương trình (8.37) với điều khiển dạng riêng.
- Các chuyển động của hệ kín được tính toán ứng với các điều kiện đầu và các nhiễu khác nhau.
- Nếu các yêu cầu về chất lượng điều khiển không được thỏa mãn, việc thiết kế điều khiển phải được lặp lại bằng việc sử dụng các điểm cực được thay đổi.

Việc khảo sát bằng giải tích của việc thiết kế phản hồi trạng thái chỉ có thể thực hiện đối với các hệ đơn giản. Để minh họa ta xét hai thí dụ dưới đây. Đối với bài toán thiết kế tổng quát có nhiều phương pháp thiết kế đã được phát triển. Trường hợp tương đối đơn giản của một hệ thống chỉ với một khâu dẫn động được xét đến tiếp theo trong các thí dụ 8.6 và 8.7. Điều khiển nhóm đôi (điều khiển dyadic) được coi như là bước trung gian đến trường hợp tổng quát của hệ MIMO (so sánh thêm, thí dụ [8.10], [8.11], [8.15]).

Thí dụ 8.6: Khâu trễ bậc hai

Khâu trễ bậc hai được biểu diễn bởi

$$\ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = k e(t)$$

Như vậy khâu này là một hệ SISO với $n = 2$ (so sánh thí dụ 8.5).

Lời giải:

Nếu ta chọn một bộ điều khiển PD

$$K(p) = V(1 + T_1 p)$$

với các tham số điều khiển hằng số V , T_1 , ta có biểu thức hàm truyền của hệ có điều khiển

$$\frac{G(p)}{1 + G(p)K(p)} = \frac{k}{p^2 + (a_1 + kVT_1)p + a_0 + kV}.$$

Ngoài ra còn đòi hỏi, các điểm cực của hệ có điều khiển nằm tại vị trí

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm j\omega, \quad (\delta, \omega > 0)$$

ta tìm được theo cách đơn giản cho việc gán trước cực

$$p^2 + (a_1 + kVT_1)p + a_0 + kV = (p - \lambda_1)(p - \lambda_2),$$

$$-(\lambda_1 + \lambda_2) = 2\delta = a_1 + kVT_1,$$

$$\lambda_1 \lambda_2 = \delta^2 + \omega^2 = a_0 + kV$$

và tiếp theo

$$V = \frac{1}{k}(\delta^2 + \omega^2 - a_0),$$

$$T_1 = \frac{2\delta - a_1}{\delta^2 + \omega^2 - a_0}.$$

Ngược lại vị trí của các điểm cực cũng có thể được tính toán từ các quan hệ này thông qua biến thiên của V và T_1 .

Cuối cùng ta có đáp ứng hệ thống với kích động bước nhy $\mathcal{L}\{1\} = \frac{1}{p}$,

$$Y(p) = \frac{1}{p} \frac{k}{(p - \lambda_1)(p - \lambda_2)} = \frac{1}{p} \frac{k}{(p + \delta)^2 + \omega^2}$$

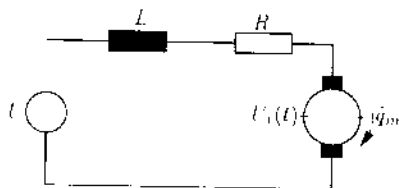
hoặc bởi biến đổi ngược

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(p)\} = k \left[1 - e^{-\delta t} \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right) \right].$$

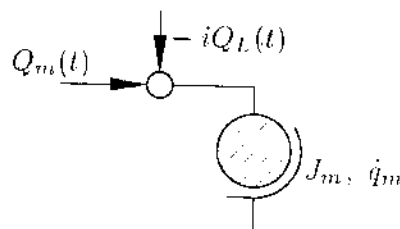
□

Thí dụ 8.7: Điều khiển vị trí bằng động cơ điện một biến.

Các động cơ điện một chiều thường xuyên được sử dụng để duy trì ổn định các tốc độ quay, mômen quay và vị trí do chúng có các đặc tính điều khiển rất tốt. Việc điều khiển trục được khảo sát như một thí dụ của một hệ cơ điện, trong đó một động cơ điện một chiều được nối với một cơ cấu chấp hành thông qua một hộp số (so sánh thêm Mục 2.2.1, phương trình (2.33) và (2.34).



Hình 8.12: Mạch điện phần ứng



Hình 8.13: Phần hệ cơ

Lời giải:

Phần hệ điện

Phương trình mạch điện phần ứng được đơn giản hoá (hình 8.12) có thể được biểu diễn dưới dạng

$$L \frac{di_a}{dt} + Ri_a = U - U_i(t); \quad \text{và} \quad U_i(t) = k_m \dot{q}_m,$$

trong đó:

- i_a - dòng phần ứng,
- $\dot{q}_m$ - vận tốc góc của động cơ,
- L - điện cảm phần ứng,
- R - điện trở phần ứng,
- U_i - sức từ động cảm ứng,
- U - điện áp phần ứng,
- k_m - hằng số động cơ.

Phần hệ cơ

Các phương trình chuyển động có dạng (hình 8.13)

$$J_m \ddot{q}_m + d_m \dot{q}_m = Q_m - i_Q L \quad \text{và} \quad Q_m = k_m i_a,$$

trong đó:

- J_m mômen quán tính của phần ứng và hộp số,
- $Q_m(t)$ mômen quay của động cơ,
- $Q_L(t)$ mômen tải trọng (từ cơ cấu chấp hành tiếp sau),
- i tỷ số truyền của hộp số,
- d_m hằng số cản.

Hệ điện và hệ cơ được nối với nhau.

Nếu ta tổng hợp thành một véctơ trạng thái

$$z = [z_1, z_2, z_3]^T = [q_m, \dot{q}_m, i_a]^T$$

các phương trình cho mô hình hệ kỹ thuật với $U(t)$ là đại lượng điều khiển và $Q_L(t)$ là đại lượng nhiễu có dạng

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_m \\ \dot{q}_m \\ i_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{d_m}{J_m} & \frac{k_m}{J_m} \\ 0 & -\frac{k_m}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_m \\ \dot{q}_m \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U(t) + \frac{i}{J_m} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} Q_L(t). \quad (8.25)$$

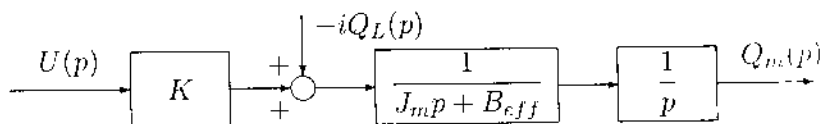
Ta có thể đơn giản hóa các phương trình trên cơ sở $\frac{L}{R} \ll \frac{J_m}{k_m}$, nghĩa là hằng số thời gian của phần điện nhỏ hơn nhiều so với phần cơ. Do đó có thể khử dòng điện ứng, $i_a = \frac{1}{R}(U - U_i)$, từ các phương trình, và mô hình hệ trở nên đơn giản

$$J_m \ddot{q}_m + B_{eff} \dot{q}_m = KU(t) - iQ_L(t) \quad (8.26)$$

với

$$B_{eff} = d_m + \frac{k_m^2}{R}; \quad \text{và} \quad K = \frac{k_m}{R}.$$

Hình 8.14 chỉ ra sơ đồ khối của mô hình hệ kỹ thuật ($Q_m(p) = \mathcal{L}\{q_m(t)\}$; $U(p) = \mathcal{L}\{U(t)\}$; $Q_L(p) = \mathcal{L}\{Q_L(t)\}$).



Hình 8.14: Động cơ điện một chiều không điều khiển

Sau đó động cơ điện một chiều có thể được mô tả thông qua một khâu trễ bậc 1 PT₁ với khâu I được kết nối tiếp theo. Ta sử dụng một bộ điều khiển PD

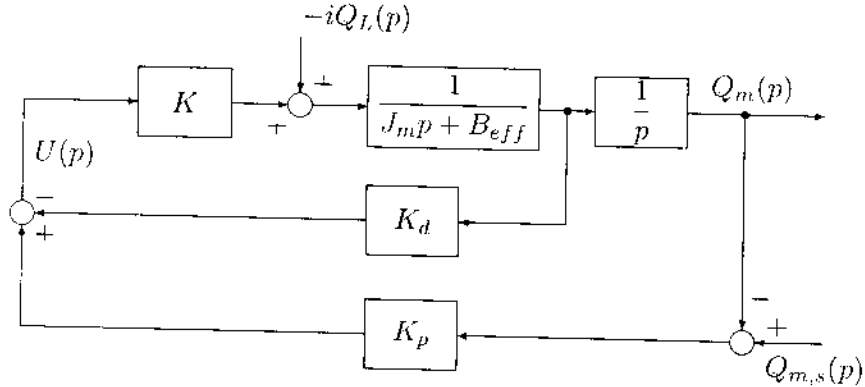
theo hình 8.15 với các hằng số điều khiển K_p và K_d như là phương pháp điều khiển, nghĩa là

$$U(t) = -K_d \dot{q}_m(t) - K_p(q_m(t) - q_{m,s}(t))$$

hay

$$U(p) = -K_d p Q_m(p) - K_p(Q_m(p) - Q_{m,s}(p)).$$

Các đại lượng tham chiếu (góc quay cần thiết) được ký hiệu là $q_{m,s}(t)$ hay $Q_{m,s}(p) = \mathcal{L}\{q_{m,s}(t)\}$. Ta có các biểu thức sau cho các hàm truyền



Hình 8.15: Động cơ điện một chiều có điều khiển

Hàm truyền đối với đại lượng mong muốn

$$\frac{Q_m(p)}{Q_{m,s}(p)} = \frac{K_p K}{J_m p^2 + (B_{eff} + K_d K)p + K_p K}$$

Hàm truyền đối với các đại lượng nhiễu

$$\frac{Q_m(p)}{Q_L(p)} = \frac{-i}{J_m p^2 + (B_{eff} + K_d K)p + K_p K}$$

Việc thiết kế bộ điều khiển, thí dụ theo phương pháp gán cực, tuân theo với sự trợ giúp của phương trình đặc trưng

$$J_m p^2 + (B_{eff} + K_d K)p + K_p K = 0.$$

Từ điều kiện ổn định tiệm cận

$$\operatorname{Re}(\lambda_{1,2}) = \operatorname{Re} \left[-\frac{B_{eff} + K_d K}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{B_{eff} + K_d K}{4} \right)^2 - K_p K} \right] \leq \delta < 0$$

ta có thể xác định được các hằng số K_d và K_p .

□

8.2.4 Gán trước cực cho hệ điều khiển có một khâu dẫn

Theo phương trình (8.8) số chiều của vectơ điều khiển trong trường hợp này $f = 1$. Khi đó mô hình hệ có dạng

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{b}u(t) + \mathbf{r}n(t), \quad \mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0 \quad (8.27)$$

với $\mathbf{b}$ là vectơ tác động điều khiển cỡ $(m, 1)$ và $\mathbf{r}$ là vectơ tác động nhiễu cỡ $(m, 1)$.

Tiếp theo ta đưa ra cách biểu diễn cho phản hồi trạng thái tỷ lệ, trong đó các tham số điều khiển được biểu diễn theo trị riêng λ_i của hệ không có điều khiển và các trị riêng mong muốn ρ_i của hệ có điều khiển tương ứng với việc cho trước vị trí các điểm cực. Thêm vào đó ta giả thiết rằng các chuyển động riêng của hệ không có điều khiển $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z}$ coi như đã biết thông qua các trị riêng $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ cũng như thông qua các vectơ riêng bên phải $\mathbf{v}_{1R}, \dots, \mathbf{v}_{mR}$ và các vectơ riêng bên trái $\mathbf{v}_{1L}, \dots, \mathbf{v}_{mL}$.

Mục tiêu điều khiển là tác động đến các dạng riêng đầu tiên $k \leq m$ của hệ với tín hiệu điều khiển $u(t)$ sao cho hệ có điều khiển có phân bố vị trí các điểm cực như cho trước. Do $k \leq m$ nên không phải tất cả các dạng riêng được thay đổi một cách cố mục đích. Việc chọn các dạng riêng cần tác động phụ thuộc vào từng bài toán đặt ra và nói chung là một câu hỏi khó giải đáp. Với các nhận xét trên ta đưa ra hệ thức cho phản hồi trạng thái

$$u(t) = - \sum_{j=1}^k k_j \mathbf{v}_{jL}^T \mathbf{z}(t), \quad k \leq m. \quad (8.28)$$

Điều này là có thể, vì các vectơ riêng là độc lập tuyến tính và bởi vậy thành lập nên một hệ vectơ cơ sở. Các tham số k_j , $j = 1, 2, \dots, k$, được gọi là các tham số điều khiển dạng riêng và được xác định bởi phương pháp gán cực. Thế phương trình (8.28) vào (8.27) ta có

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \underbrace{\left(\mathbf{A} - \mathbf{b} \sum_{j=1}^k k_j \mathbf{v}_{jL}^T \right)}_{\mathbf{A}_G} \mathbf{z}(t) + \mathbf{r}n(t), \quad \mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0. \quad (8.29)$$

Mã trận hệ thống của hệ có điều khiển được rút gọn bởi ký hiệu $\mathbf{A}_G$. Các trị riêng của ma trận này được biểu thị là λ_{G_i} . Bên cạnh đó ta phân chia

$$\lambda_{G_i} = \begin{cases} \rho_i & \text{khí } i = 1, 2, \dots, k \\ \lambda_i & \text{khí } i = k + 1, k + 2, \dots, m. \end{cases}$$

Tiếp theo vectơ điều khiển $\mathbf{b}$ được khai triển theo các vectơ riêng bên phải (xem thêm mục A.2.3),

$$\mathbf{b} = \mathbf{V}_R \mathbf{p} = \sum_{i=1}^m p_i \mathbf{v}_{iR}. \quad (8.30)$$

Do tính trực giao của các vectơ riêng $\mathbf{V}_R^T \mathbf{V}_L = \mathbf{I}$ ta có các hệ số của chuỗi

$$\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_m]^T = \mathbf{V}_R^{-1} \mathbf{b} = \mathbf{V}_L^T \mathbf{b}. \quad (8.31)$$

Với sự chuẩn bị này các tham số điều khiển dạng riêng k_j có thể được tính toán. Kết quả cần tìm cuối cùng có dạng

$$k_j = - \frac{\prod_{i=1}^k (\lambda_{G_i} - \lambda_j)}{p_j \prod_{i=1, i \neq j}^k (\lambda_i - \lambda_j)}. \quad (8.32)$$

Việc dẫn ra quan hệ này có thể tìm thấy trong các tài liệu, thí dụ [8.10], [8.11]. Phương trình (8.32) chỉ ra rằng, các tham số điều khiển được xác định như thế nào từ các trị riêng λ_i của hệ không có điều khiển và các trị riêng λ_{G_i} của hệ có điều khiển. Hiển nhiên là khi sai khác $(\lambda_{G_i} - \lambda_j)$ trở nên càng lớn thì các tham số điều khiển càng lớn. Kết quả này chỉ ra một kết luận hiển nhiên là: tác động điều khiển càng mạnh, thì động lực học của hệ mở càng xa với động lực học của hệ có điều khiển.

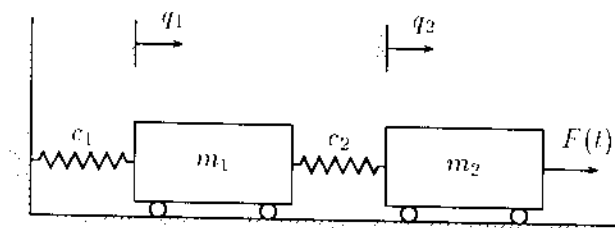
Thí dụ 8.8: Hệ dao động hai bậc tự do với một khâu dẫn (hình 8.16)

Trong hệ dao động vẽ trên hình, lực kích động $F(t)$ được coi như đại lượng điều khiển, nghĩa là $F(t) = u(t)$. Ta phải thiết kế một vòng phản hồi trạng thái tỷ lệ, sao cho với chúng điểm cực của dạng dao động riêng đầu tiên có một độ ổn định $\delta = 1/10$ [1/s]. Hãy tìm

- Các phương trình chuyển động được biểu diễn trong không gian trạng thái.
- Các hệ số của phản hồi trạng thái.
- Ma trận hệ thống của hệ có điều khiển.

Bỏ qua thành phần hao tán.

Cho biết: $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 4$ kg, $c_1 = c_2 = 30$ kgs⁻².



Hình 8.16: Điều khiển một hệ dao động

Lời giải:

Với thí dụ đã cho $m = 4$ và $k = 2$.

- Ma trận khối lượng, ma trận độ cứng và ma trận cản có dạng

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 & -30 \\ -30 & 30 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Theo phương trình (8.7) ta có dạng biểu diễn trong không gian trạng thái

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{b}u$$

với

$$\mathbf{z} = [q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]^T,$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -30 & 15 & 0 & 0 \\ 7,5 & -7,5 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \left[0, 0, 0, \frac{1}{4}\right]^T, \quad u(t) = F(t).$$

b) Phản hồi trạng thái được tính toán theo phương trình (8.28). Thêm vào đó bài toán xác định trị riêng phải được giải quyết. Các trị riêng của $\mathbf{A}$ được xác định từ $\det[\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}] = 0$ và có dạng

$$\lambda_1 = 1,81388j; \quad \lambda_2 = -1,81388j; \quad \lambda_3 = 5,84907j; \quad \lambda_4 = -5,84907j.$$

Từ đó ta có thể tính toán được các ma trận dạng riêng bên phải và bên trái:

$$\mathbf{V}_R = [\mathbf{v}_{1R}, \mathbf{v}_{2R}, \mathbf{v}_{3R}, \mathbf{v}_{4R}] = \begin{bmatrix} -0,2876 & -0,2876 & -0,5024 & -0,5024 \\ -0,5123 & -0,5123 & 0,1412 & 0,1412 \\ -0,5217j & 0,5217j & -2,9398j & 2,9398j \\ -0,9289j & 0,9289j & 0,8256j & -0,8256j \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{V}_L = [\mathbf{v}_{1L}, \mathbf{v}_{2L}, \mathbf{v}_{3L}, \mathbf{v}_{4L}] = \begin{bmatrix} -0,2367 & -0,2367 & -0,8595 & -0,8595 \\ -0,8431 & -0,8431 & 0,4826 & 0,4826 \\ 0,1305j & -0,1305j & 0,1469j & -0,1469j \\ 0,4649j & -0,4649j & -0,0825j & 0,0825j \end{bmatrix}.$$

Các điểm cực của hệ có điều khiển được cho trước và có dạng

$$\lambda_{G_1} = -1 + \lambda_1, \quad \lambda_{G_2} = -1 + \lambda_2, \quad \lambda_{G_3} = \lambda_3, \quad \lambda_{G_4} = \lambda_4.$$

Các tham số điều khiển dạng riêng k_1 và k_2 được xác định từ phương trình (8.32). Trước hết ta phải xác định các hệ số của chuỗi $p_{1,2}$ theo phương trình (8.31)

$$p_1 = \mathbf{v}_{1L}^T \mathbf{b} = 0,1162j,$$

$$p_2 = \mathbf{v}_{2L}^T \mathbf{b} = -0,1162j.$$

Ta tìm thấy các tham số điều khiển dạng riêng

$$k_1 = -\frac{(\lambda_{G_1} - \lambda_1)(\lambda_{G_2} - \lambda_1)}{p_1(\lambda_2 - \lambda_1)} = -2,3722 - 8,6058j,$$

$$k_2 = -\frac{(\lambda_{G_1} - \lambda_2)(\lambda_{G_2} - \lambda_2)}{p_2(\lambda_1 - \lambda_2)} = \bar{k}_1 = -2,3722 + 8,6058j.$$

Từ đó ta có thể đưa ra dạng của phản hồi trạng thái tỷ lệ,

$$\begin{aligned} u(t) &= F(t) - (k_1 \mathbf{v}_{1L}^T + k_2 \mathbf{v}_{2L}^T) \mathbf{z}(t) = -2 \operatorname{Re} \{k_1 \mathbf{v}_{1L}^T\} \mathbf{z}(t) \\ &= -1.1229z_1 - 4.0000z_2 - 2.2461z_3 - 8.0017z_4 \\ &= -1.1229q_1 - 4.0000q_2 - 2.2461\dot{q}_1 - 8.0017\dot{q}_2. \end{aligned}$$

c) Ma trận hệ thống của hệ kín có dạng

$$\mathbf{A}_G = \mathbf{A} - \mathbf{b}(k_1 \mathbf{v}_{1L}^T + k_2 \mathbf{v}_{2L}^T) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -30 & 15 & 0 & 0 \\ 7,2193 & -8,5000 & -0,5615 & -2,0004 \end{bmatrix}$$

Ma trận $\mathbf{A}_G$ có các trị riêng $\lambda_{G1,2} = -1 \pm 1.81338j$; $\lambda_{G3,4} = \pm 5.84907j$, giống như đã được cho trước bởi phép gán cực. $\square$

8.2.5 Điều khiển dạng riêng

Khó khăn đối với phương pháp gán cực xuất hiện khi chọn ma trận hệ thống $\mathbf{A}_G$ với đặc điểm là ma trận này phải có các trị riêng ổn định được định trước. Ta sẽ không gặp phải vấn đề này nếu như ma trận hệ thống có dạng đường chéo, vì khi đó các phần tử đường chéo chính là các trị riêng.

Trong phụ lục A.2.3 đã chỉ ra, việc chuyển đổi từ không gian trạng thái sang không gian riêng có thể thực hiện được nhờ phép biến đổi đồng dạng (hay phép biến đổi trụ chính). Phép chéo hoá ma trận hệ thống theo cách trên có thể được tận dụng cho việc thiết kế điều khiển.

Ý tưởng gần kề của điều khiển dạng riêng là, thực hiện phép gán cực trong không gian riêng và tiếp theo, thực hiện phép biến đổi ngược sang không gian trạng thái. Như vậy ta phải thực hiện các bước sau:

a) Biến đổi mô hình hệ sang không gian riêng

Như đã chỉ ra trong mục 8.1.2, các toạ độ riêng $\mathbf{z}_H$ (các toạ độ chính) có thể được đưa vào bởi phép biến đổi đồng dạng. Như vậy ta thay thế

$$\mathbf{z} = \mathbf{T} \mathbf{z}_H \quad \text{hay} \quad \mathbf{z}_H = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{z}.$$

Thế công thức trên vào các phương trình (8.7), (8.8), (8.9) ta có

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_H &= \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{T} \mathbf{z}_H + \mathbf{u}_H + \mathbf{n}_H, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{T} \mathbf{z}_H. \end{aligned} \tag{8.33}$$

Ta đưa vào vectơ điều khiển dạng riêng cũng như vectơ nhiễu dạng riêng thông qua $\mathbf{u}_H = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{u}$ và $\mathbf{n}_H = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{n}$.

Ma trận

$$\mathbf{T}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{T} = \mathbf{\Lambda} = \operatorname{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2n}\}$$

có dạng đường chéo nếu như ma trận $\mathbf{A}$ có các trị riêng hoàn toàn khác nhau và theo Phụ lục A.2.3

$$\mathbf{T} = \mathbf{V}_R \quad \text{hay} \quad \mathbf{T}^{-1} = \mathbf{V}_R^{-1} = \mathbf{V}_L^T$$

được chọn ($\mathbf{V}_R, \mathbf{V}_L$ là các ma trận dạng riêng bên phải và bên trái).

b) Xác định điều khiển dạng riêng tỷ lệ

Nếu ta sử dụng một phản hồi tỷ lệ,

$$\mathbf{u}_H = \mathbf{K}_H(\mathbf{z}_{Hs} - \mathbf{z}_H) + \mathbf{r}_H \quad (8.34)$$

($\mathbf{K}_H = \text{diag}\{k_{H1}, \dots, k_{H2n}\}$, $\mathbf{r}_H = \mathbf{V}_L^T \mathbf{F} \mathbf{r}$ véctơ tham chiếu dạng riêng) thì dẫn đến một quan hệ đơn giản

$$\dot{\mathbf{z}}_H = \underbrace{(\boldsymbol{\Lambda} - \mathbf{K}_H)}_{\boldsymbol{\Lambda}_G} \cdot \mathbf{z}_H + \mathbf{K}_H \mathbf{z}_{Hs} + \mathbf{r}_H + \mathbf{n}_H.$$

Từ đó dẫn đến một hệ thống được tách rời hoàn toàn nhờ các toạ độ chính

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_{Hi} &= \lambda_i z_{Hi} + u_{Hi} + n_{Hi} \\ u_{Hi} &= k_{Hi}(z_{Hsi} - z_i) + r_{Hi} \end{aligned} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (8.35)$$

Phép biến đổi trực chính cũng cho ta $m = 2n$ hệ một biến (Các hệ PT_1). Các trị riêng của ma trận hệ thống

$$\boldsymbol{\Lambda}_G = \begin{bmatrix} \lambda_1 - k_{H1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 - k_{H2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_m - k_{Hm} \end{bmatrix}.$$

có thể dễ dàng xác định và có dạng

$$\lambda_{Gi} = \lambda_i - k_{Hi}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (8.36)$$

Các trị riêng này được cho trước khi gán cực. Các tham số điều khiển cần thiết k_{Hi} được tính toán từ hệ thức

$$k_{Hi} = \lambda_i - \lambda_{Gi}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (8.37)$$

Bởi vậy ta biết được các phần tử của ma trận phản hồi $\mathbf{K}_H$.

c) Phép biến đổi ngược về không gian trạng thái

Phép biến đổi này có dạng

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A} \mathbf{z} - \mathbf{V}_R (\boldsymbol{\Lambda} - \boldsymbol{\Lambda}_G) \mathbf{V}_L^T \mathbf{z} + \mathbf{V}_R \mathbf{K}_H \mathbf{V}_L^T \mathbf{z}_s + \mathbf{F} \mathbf{r}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \mathbf{z} \end{aligned}$$

với ma trận phản hồi

$$\mathbf{K} = \mathbf{V}_R \mathbf{K}_H \mathbf{V}_L^T = \mathbf{V}_R (\boldsymbol{\Lambda} - \boldsymbol{\Lambda}_G) \mathbf{V}_L^T. \quad (8.38)$$

Các mối quan hệ được biểu diễn trên cho ta thấy rằng phép gán cực trong không gian riêng có thể thực hiện hết sức đơn giản. Chi phí cho tính toán chủ yếu là trong việc giải bài toán tìm trị riêng để có được dạng biểu diễn trong không gian trạng thái. Nhược điểm là phép gán cực phải được thực hiện đối với các tọa độ chính. Các tọa độ này liên hệ với các thông số trạng thái thông qua một phép biến đổi tuyến tính và nói chung khó khăn để diễn giải.

Tương tự như trong mục 8.2.4, trong điều khiển dạng riêng ta có thể chỉ ra ảnh hưởng có mục đích đến vị trí của các điểm cực được chọn. Đối với các điểm cực mà ta không nên thay đổi vị trí của chúng, các tham số điều khiển được đơn giản được gán bằng 0. Theo phương trình (8.36) đối với các điểm cực này $\lambda_{G_i} = \lambda_i$.

Trong mục 9.4 vấn đề cách ly dao động chủ động cho một kết cấu dầm bằng phương pháp điều khiển dạng riêng sẽ được đề cập tới.

8.2.6 Điều khiển tuyến tính tối ưu (điều khiển LQ)

Trong nhiều bài toán, các yêu cầu về chất lượng của hệ kỹ thuật cần điều khiển không chỉ liên quan tới các đại lượng đặc trưng được lựa chọn, thí dụ như thời gian quá độ hoặc lượng quá điều chỉnh, mà còn đánh giá các tín hiệu đặt và tín hiệu điều khiển một cách liên tục trên toàn bộ khoảng thời gian $[0, T]$. Khi đó là có cơ sở để ta tiến hành thiết kế điều khiển nhờ một *chỉ tiêu chất lượng tích phân*. Các tiêu chuẩn được sử dụng rộng rãi có dạng

$$I(u_{opt}) = \min_u \left\{ \frac{1}{2} z^T(T) S z(T) + \frac{1}{2} \int_0^T (z^T(t) Q(t) z(t) + u^T(t) R(t) u(t)) dt \right\}. \quad (8.39)$$

hàm mục tiêu này cũng được gọi là mặt điều khiển bậc hai suy rộng (điều khiển LQ¹⁾).

Trong chỉ tiêu chất lượng, các đại lượng trạng thái được nhân với các ma trận trọng số đối xứng, xác định dương $Q = Q^T \geq 0$ và $S = S^T \geq 0$ cũng như các đại lượng điều khiển được nhân với ma trận trọng số $R = R^T > 0$. Véc tơ trạng thái được đánh giá tại thời điểm cuối cùng T cho trước bởi số hạng đầu tiên của tổng, tích phân của biểu thức chứa các đại lượng trạng thái và đại lượng điều khiển được lấy trong toàn bộ khoảng $[0, T]$. Phép nhân với ma trận trọng số cho ta độ sai lệch với „trạng thái 0“. Cách thực hiện này phù hợp một cách tự nhiên với quy trình 2 bước trong mục 8.1, trong đó cả véc tơ trạng thái và véc tơ điều khiển được đưa vào như là các sai lệch của các đại lượng danh nghĩa.

Bài toán thiết kế bộ điều khiển bằng cách tìm cực tiểu của một tiêu chuẩn bình phương đã được R.E. KALMAN thiết lập và giải lần đầu tiên [8.3], [8.8] năm 1960.

¹⁾Linear-Quadratic

Nghiệm $\mathbf{u}_{opt}(t)$ của bài toán tối ưu xác định bởi phương trình (8.39) gọi là *điều khiển tối ưu*. Do thiếu hụt liên hệ với véctơ trạng thái $\mathbf{z}(t)$, nghiệm này biểu diễn một điều khiển trong chuỗi tác dụng hở (chẳng hạn thiếu tính bền vững đối với sai số mô hình).

Nếu chỉ áp dụng dạng điều khiển $\mathbf{u}(t)$, mà được thực hiện nhờ phản hồi trạng thái tỉ lệ, nghĩa là

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}(t)\mathbf{z}(t), \quad (8.40)$$

bài toán tối ưu theo phương trình (8.39) có thể được đưa đến việc tìm ma trận phản hồi $\mathbf{K}(t)$.

$$I(\mathbf{K}_{opt}) = \min_{\mathbf{K}} \left\{ \frac{1}{2} \mathbf{z}^T(T) \mathbf{S} \mathbf{z}(T) + \frac{1}{2} \int_0^T \mathbf{z}^T(t) (\mathbf{Q}(t) + \mathbf{K}^T(t) \mathbf{R}(t) \mathbf{K}(t)) \mathbf{z}(t) dt \right\}. \quad (8.41)$$

Theo cách biểu diễn này, các phần tử của ma trận $\mathbf{K}(t)$ trong trường hợp tổng quát là các hàm số của biến thời gian.

Đối với bài toán tối ưu hoá các hệ động lực liên đang tồn tại một lý thuyết toán học hoàn chỉnh. Lý thuyết này là quen thuộc dưới các tên gọi *nguyên lý cực đại* của L.S. PONTRJAGIN và *quy hoạch động* của R. BELLMAN và có ý nghĩa đặc biệt đối với các hệ phi tuyến cũng như khi giới hạn không gian điều khiển và/hoặc không gian trạng thái (xem thêm [8.3], [8.4]).

Không tiếp tục diễn giải thêm, sau đây ta đưa ra các kết quả quan trọng nhất:

– Quy luật điều khiển tối ưu

$$\mathbf{u}_{opt}(t) = -\mathbf{R}^{-1}(t) \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{z}(t) \quad (8.42)$$

Ma trận phản hồi tối ưu có dạng $\mathbf{K}_{opt} = \mathbf{R}^{-1}(t) \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t)$ và cho ta một phản hồi trạng thái tỷ lệ.

– Ma trận $\mathbf{P}(t)$ trong phương trình (8.42) phải được tính toán từ một phương trình vi phân RICCATI¹⁾ dưới dạng ma trận

$$\dot{\mathbf{P}} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0; \quad \mathbf{P}(T) = \mathbf{S}. \quad (8.43)$$

Đối với việc điều khiển thì ma trận $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ đối xứng, xác định dương là đáng quan tâm.

Từ các mối quan hệ này ta thấy rõ rằng phương trình RICCATI (8.43) đóng một vai trò trung tâm khi thiết kế các bộ điều khiển tối ưu (các bộ điều khiển RICCATI). Nếu ta tìm được nghiệm, quy luật điều khiển tối ưu sẽ tìm được với phương trình (8.42). Động lực học của hệ kín (hệ có điều khiển) được xác định bởi ma trận hệ thống

$$\mathbf{A}_G(t) = \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1}(t) \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t). \quad (8.44)$$

¹⁾ Jacopo Francesco Riccati (1676 - 1754), nhà Toán học người Italia

Do sự phụ thuộc vào thời gian của ma trận hệ thống, một hệ không dừng được biểu diễn qua phương trình (8.44).

Phương trình (8.43) biểu diễn một hệ gồm m^2 các phương trình phi tuyến đối với các thành phần của $\mathbf{P}$. Do tính đối xứng của $\mathbf{P}$ số phương trình giảm xuống còn $\frac{1}{2}m(m+1)$. Các nghiệm của phương trình thông thường chỉ có thể xác định được bằng phương pháp số do $\mathbf{P}(T) = \mathbf{S}$ được xác định thông qua tích phân ngược. Các nghiệm của phương trình RICCATI đối với $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ và các ma trận hằng số $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ có một ý nghĩa đặc biệt. Đối với trạng thái xác lập, nghĩa là khi $T \rightarrow \infty$ thì $\lim_{T \rightarrow \infty} \mathbf{P} = \mathbf{P}_0 = \text{const}$, phương trình (8.43) suy biến đối với trường hợp này thành một phương trình đại số RICCATI

$$\mathbf{P}_0 \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}_0 - \mathbf{P}_0 \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_0 + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (8.45)$$

Tương tự như phương trình (8.43), động lực học của hệ có điều khiển được biểu diễn thông qua ma trận hệ thống $\mathbf{A}_G = \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_0$, các trị riêng của ma trận này được xác định từ phương trình đặc trưng

$$\det [\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_0] = 0. \quad (8.46)$$

Các giải thích:

1. Với phương trình vi phân ma trận RICCATI (8.43) có thể áp dụng đối với các bài toán dừng hoặc không dừng. Mặc dầu ít được áp dụng nhưng chúng cho ta một cách tiếp cận thông thường để khảo sát các bài toán điều khiển tuyến tính, không dừng nói chung.
2. Nghiệm giải tích của phương trình đại số RICCATI chỉ có thể tìm được đối với các hệ tới hai bậc tự do với nhiều phí tổn.
3. Để giải phương trình đại số RICCATI cho hệ có bậc tự do cao hơn hiện có nhiều phương pháp khác nhau. Một phương pháp trực tiếp thông qua phép chéo hoá ma trận HAMILTON [8.11], [8.15]. Điều này dẫn tới việc tính toán các trị riêng và các vectơ riêng. Việc tính toán này có thể thực hiện nhờ các chương trình tính có sẵn. Ý tưởng cơ bản như dưới đây:

Trước hết phương trình đại số RICCATI được viết lại dưới dạng,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_0 \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}_0 - \mathbf{P}_0 \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_0 + \mathbf{Q} \\ = [\mathbf{P}_0 \quad \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \\ \mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{P}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (8.47)$$

Biểu thức

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \\ \mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2m, 2m} \quad (8.48)$$

được gọi là ma trận HAMILTON-Matrix. Phân bố trị riêng và vectơ riêng của ma trận này cho ta chìa khoá của lời giải. Thông qua phép biến đổi

đồng dạng ta có thể chỉ ra rằng các trị riêng của ma trận $\mathbf{H}$ phải thỏa mãn các điều kiện dưới đây

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{H}] = \det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_G] \det[\lambda \mathbf{I} + \mathbf{A}_G] = 0$$

hay

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_G] = 0 \quad \text{và} \quad \det[\lambda \mathbf{I} + \mathbf{A}_G] = 0.$$

Từ đó ta suy ra, $2m$ trị riêng của ma trận HAMILTON chính là bằng các trị riêng của $\mathbf{A}_G$ và $-\mathbf{A}_G$. Cả hai tập hợp các trị riêng này nằm đối xứng qua trục ảo (phức). Để thiết kế điều khiển ta chỉ cần m trị riêng có phần thực âm và các vectơ riêng bên phải của chúng. Nhờ ma trận dạng riêng bên phải $\mathbf{V}_R$, phép biến đổi dạng riêng và theo đó phép chéo hoá ma trận $\mathbf{H}$ được thực hiện.

$$\Lambda_G = \mathbf{V}_R^{-1} \mathbf{H} \mathbf{V}_R.$$

Ta tiến hành phân định ma trận $\mathbf{V}_R$ thành hai ma trận con $\mathbf{V}_{R_1}$ và $\mathbf{V}_{R_2}$ cỡ (m, m)

$$\mathbf{V}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{R_1} \\ \mathbf{V}_{R_2} \end{bmatrix} \quad (8.49)$$

sau khi biến đổi ta nhận được nghiệm của phương trình đại số RICCATI

$$\mathbf{P}_0 = -\mathbf{V}_{R_2} \cdot \mathbf{V}_{R_1}^{-1}. \quad (8.50)$$

Như vậy các bước thực hiện giải phương trình RICCATI được tổng kết như sau:

- Thành lập ma trận HAMILTON $\mathbf{H}$,
- Tính toán trị riêng của $\mathbf{H}$, chia tách các trị riêng ổn định với các trị riêng không ổn định, phân định ma trận dạng riêng bên phải
- Tính toán $\mathbf{P}_0$ theo phương trình (8.50), thí dụ thông qua việc giải hệ phương trình

$$\mathbf{P}_0 \cdot \mathbf{V}_{R_1} = -\mathbf{V}_{R_2}.$$

4. Việc chọn lựa các ma trận trọng số $\mathbf{Q}$ và $\mathbf{R}$ có thể gây ảnh hưởng đến sự phân bố vị trí của các điểm cực. Tuy nhiên điều này xảy ra một cách rất gián tiếp và phải được thực hiện thông qua các phép thử (đương nhiên theo một định hướng nào đó). Một quy tắc đánh giá ảnh hưởng của $\mathbf{Q}$ và $\mathbf{R}$ đến vị trí của các trị riêng là đã biết chỉ trong những trường hợp đặc biệt. Dễ dàng hơn nếu ta cho $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ và phép nhân chỉ thực hiện với $\mathbf{Q}$. Thậm chí $\mathbf{Q}$ thường được giả thiết là ma trận đường chéo. Theo kinh nghiệm, những thay đổi rõ rệt trong ứng xử của vòng điều chỉnh chỉ đạt được khi mà các phần tử của các ma trận trọng số bị thay đổi ở mức cao. Việc tăng giá trị các phần tử đường chéo của $\mathbf{Q}$ có hậu quả (phạt “) là các tọa độ tương ứng của vectơ trạng thái có xu hướng dẫn đến một ứng xử dao động có biên lớn.

5. Thông qua việc cải biến tiêu chuẩn chất lượng (8.39) ta có thể làm cho toàn bộ các vị trí điểm cực của bộ điều khiển tối ưu nằm phía bên trái của một giá trị biên $\text{Re}(\lambda) = -\delta$ với $\delta > 0$ trên mặt phẳng phức. Tiêu chuẩn này có dạng

$$J_\delta = \min_u \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty (z^T Q z + u^T R u) e^{\delta t} dt \right\}. \quad (8.51)$$

Từ đó ta có các kết quả cho việc thiết kế bộ điều khiển tối ưu như dưới đây

$$\begin{aligned} u_{opt} &= -R^{-1} B^T P_\delta z(t), \\ P_\delta A_\delta + A_\delta^T P - P_\delta B R^{-1} B^T P_\delta + Q &= 0 \end{aligned} \quad (8.52)$$

với

$$A_\delta = A + \delta I.$$

Như ta nhận thấy từ phương trình (8.52), cấu trúc của các quan hệ này vẫn giữ nguyên. Bởi vậy chi phí tính toán phương trình RICCATI tăng lên không đáng kể. Ưu điểm là thông qua việc thiết kế RICCATI này, độ ổn định $\delta > 0$ được bảo đảm.

6. Một cách cải biến tiêu chuẩn chất lượng khác cho phép ta khảo sát các bài toán điều khiển bám đuổi (Folgerregelung). Tiêu chuẩn này có dạng

$$I = \min_{u \in Kz} \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty [(z^T(t) - z_s^T(t)) Q (z(t) - z_s(t)) + u(t) R u(t)] dt \right\}. \quad (8.53)$$

trong đó $z_s(t)$ biểu thị quỹ đạo yêu cầu đã được quy định. Chúng có thể được ấn định thông qua lập trình quỹ đạo (xem chương 7). Để thiết kế hệ dẫn động ta phải giải thêm bài toán động lực học ngược của các hệ nhiều vật.

Thí dụ 8.9: Điều khiển vị trí tối ưu động cơ điện một chiều

Theo thí dụ 8.7, phương trình (8.26) cho động cơ điện một chiều được đơn gian hóa có dạng

$$J_m \ddot{q}_m + B_{eff} \dot{q}_m = K U(t) - i Q_L(t).$$

Cần phải xác định luật điều khiển tối ưu theo phương trình (8.42), với chỉ tiêu tối ưu sau

$$I = \min_U \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\infty (q \dot{q}_m^2(t) + r U^2(t)) dt \right\}$$

Cho biết: J_m , B_{eff} , K , i , q , $r = 1$, $Q_L(t)$

Lời giải:

a) Trước hết đưa ra sự biến diễn trong không gian trạng thái cho hệ ,

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{b}u + \mathbf{r}n$$

với

$$\mathbf{z} = [q_m, \dot{q}_m]^T, \quad u = U(t), \quad n = Q_L(t),$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B_{eff}}{J_m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K}{J_m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{i}{J_m} \end{bmatrix}.$$

Ma trận trọng số trong chỉ tiêu chất lượng có dạng

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = r = 1.$$

b) Luật điều khiển tối ưu được xác định từ phương trình (8.45). Ký hiệu các phần tử của ma trận $\mathbf{P}_0$ với $p_{ik} = p_{ki}$, $i, k = 1, 2$, thực hiện phép nhân ta thu được

$$u_{opt} = -\frac{K}{J_m}(p_{12}q_m + p_{22}\dot{q}_m).$$

Để xác định luật điều khiển tối ưu cuối cùng cần phải thiết lập và giải phương trình ma trận RICCATI. Phương trình ma trận như sau

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B_{eff}}{J_m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -\frac{B_{eff}}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{K^2}{J_m^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

hay sắp xếp theo các phần tử,

$$-\frac{K^2}{J_m^2}p_{12}^2 + q = 0,$$

$$p_{11} - p_{12}\frac{B_{eff}}{J_m} - \frac{K^2}{J_m^2}p_{12}p_{22} = 0,$$

$$2(p_{12} - \frac{B_{eff}}{J_m}p_{22}) + \frac{K^2}{J_m^2}p_{22}^2 = 0.$$

Giải hệ phương trình này được p_{12} và p_{22} như sau

$$p_{12} = \frac{J_m}{K}\sqrt{q},$$

$$p_{22} = \frac{B_{eff}J_m}{K^2} \left(\sqrt{1 + 2\frac{J_mK}{B_{eff}^2}\sqrt{q}} - 1 \right).$$

Cuối cùng ta tìm được luật điều khiển tối ưu như sau

$$u_{opt}(t) = -\sqrt{q}q_m(t) - \frac{B_{eff}}{K} \left(\sqrt{1 + 2\frac{J_m K}{B_{eff}^2} \sqrt{q}} - 1 \right) \dot{q}_m(t).$$

Giống như mong đợi, việc tối ưu hóa dẫn đến một ứng xử PD. Thông qua việc chọn các trọng số q bộ điều khiển được thiết kết. Thêm vào đó, ta nên chọn có mục đích các trị riêng của hệ có điều khiển tối ưu

$$J_m \ddot{q}_m + \sqrt{B_{eff}^2 + 2J_m K \sqrt{q}} \dot{q}_m + K \sqrt{q} q_m = -iQ_L(t).$$

Các trị riêng giải ra được từ phương trình đặc trưng

$$J_m^2 \lambda^2 + \sqrt{B_{eff}^2 + 2J_m K \sqrt{q}} \lambda + K \sqrt{q} = 0$$

và chúng phụ thuộc vào trọng số q đã chọn. $\square$

Thí dụ 8.10: Bộ cân dao động tích cực của một tải trọng dạng con lắc (so sánh thí dụ 6.12)

Nguyên lý điều khiển cần thực có thể được diễn giải trên một con lắc có điểm treo di động. Nhờ một luật điều khiển dạng $u(t) = K(z_s(t) - z(t))$ ứng xử dao động của hệ được tác động, sao cho khối lượng m_2 đạt đến vị trí đích z_1 mà không bị dao động nhiều từ một vị trí đầu ra z_0 . Trong đó ma trận phản hồi K được xác định nhờ thiết kế RICCATI!

Cho biết: $m_1 = 500$ kg, $m_2 = 50$ kg, $c = 25 \cdot 10^3$ N · m⁻¹, $l = 8,5$ m, $z_0^T = [0, 0, 0, 0]^T$, $z_1^T = [1, 0, 0, 0]^T$

Lời giải:

Theo như thí dụ 8.1 phương trình chuyển động đã được tuyến tính hóa quanh vị trí $\theta_s = 0$ như sau

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{m_1 + m_2}{m_2 l} & 1 \\ 1 & \frac{4}{3}l \end{bmatrix}}_M \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{x}^0 \\ \ddot{\theta}^0 \end{bmatrix}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{c}{m_2 l} & 0 \\ 0 & g \end{bmatrix}}_K \underbrace{\begin{bmatrix} x^0 \\ \theta^0 \end{bmatrix}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{c}{m_2 l} \\ 0 \end{bmatrix}}_{Q_{Antr}^0} u^0.$$

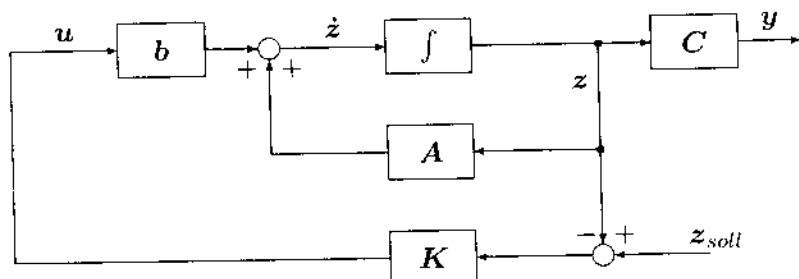
Biến đổi phương trình chuyển động về dạng trong không gian trạng thái

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x^0 \\ \theta^0 \\ \dot{x}^0 \\ \dot{\theta}^0 \end{bmatrix}}_{\dot{z}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{4m_1 + m_2}{3c} & \frac{3m_2 g}{3(m_1 + m_2)} & 0 & 0 \\ \frac{(4m_1 + m_2)l}{(4m_1 + m_2)l} & -\frac{(4m_1 + m_2)l}{(4m_1 + m_2)l} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x^0 \\ \theta^0 \\ \dot{x}^0 \\ \dot{\theta}^0 \end{bmatrix}}_z + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{4m_1 + m_2}{3c} \\ -\frac{(4m_1 + m_2)l}{(4m_1 + m_2)l} \end{bmatrix}}_{bu} u^0.$$

Trong thí dụ này sử dụng đại lượng đó là dịch chuyển tổng thể của tải trọng (theo phương ngang)

$$y = \underbrace{[1 \ 2l \ 0 \ 0]}_C z = x^0 + 2l\theta^0.$$

Sơ đồ khối cho hệ tổng thể được chỉ ra trong hình 8.17.



Hình 8.17: Sơ đồ khối của điều khiển cầu trực

Giá trị mong muốn ở đây là $z_s = [x_s \ 0 \ 0 \ 0]^T$ với một hàm dốc (tuyến tính)

$$x_s = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < t_0 \\ t - t_0 & \text{khi } t_0 \leq t \leq 1 + t_0 \\ 1 & \text{khi } t > 1 + t_0 \end{cases}$$

và $t_0 = 0,5$ s. Mục đích của việc điều khiển là, đạt $\theta^0(t) \approx 0$ cho mọi thời gian t , do đó có thể thiết lập qua $y \approx x^0 = x_s$. Điều này đạt được, khi di chuyển $y(t)$ thích ứng tốt nhất có thể với dịch chuyển tham chiếu x_s .

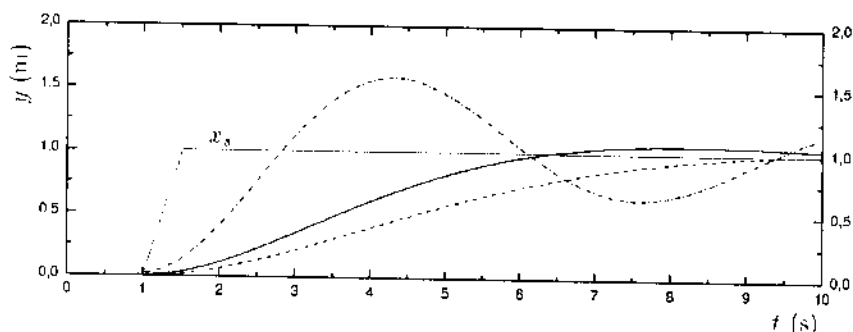
Giải phương trình đại số RICCATI bằng cách chéo hóa số (phép biến đổi trực chính ma trận HAMILTON). Kết quả tính toán cho trường hợp $R = I = 1$ và ba ma trận trọng số khác nhau Q được thể hiện trên hình 8.18:

$$\begin{aligned} \text{-----} \quad Q &= \text{diag} \{300, 10^6, 1, 1\}, & (\text{độ vượt quá mạnh}) \\ \text{-----} \quad Q &= \text{diag} \{10^3, 10^6, 1, 1\}, & (\text{độ vượt quá không lớn (gering)}) \\ \text{-----} \quad Q &= \text{diag} \{10^5, 10^6, 1, 1\}, & (\text{độ vượt quá nhỏ}). \end{aligned}$$

Từ việc thể hiện này thấy rõ rằng các tham trọng số phải được thay đổi theo nhiều hướng để làm nên sự ảnh hưởng đến chất lượng điều khiển. □

8.2.7 Thiết kế bộ quan sát và điều khiển

Để thi hành việc thiết kế điều khiển theo phương trình (8.18) ta phải biết tất cả các thành phần của vectơ trạng thái $z(t)$. Điều đó nghĩa là tất cả các



Hình 8.18: Đáp ứng của hệ $y(t)$ của điều khiển RICCATI với ba trọng số khác nhau

biến trạng thái phải có thể đo được. Trường hợp này ta nói rằng hệ là *quan sát được hoàn toàn*. Nhưng trong phần lớn các ứng dụng thực tế chỉ có *không quan sát được hoàn toàn*, nghĩa là không phải tất cả các đại lượng trạng thái có thể thu thập được bằng kỹ thuật đo. Sự quan sát không hoàn toàn có thể có nguyên nhân một mặt về nguyên tắc, chẳng hạn như các biến trạng thái của một phép đo là không thể tiếp cận được, mặt khác có thể là do chi phí đo đối với những biến trạng thái riêng rẽ quá cao. Trong những trường hợp này vectơ trạng thái đầy đủ cần phải được xây dựng lại từ các phép đo. Phương pháp trợ giúp cho việc này được gọi là *thiết kế bộ quan sát*. Kết quả là một ước lượng $\hat{z}(t)$ của vectơ trạng thái. Sau đó điều khiển trạng thái có thể được thực hiện bằng vectơ trạng thái ước lượng. Cho việc này hiện đã có sẵn các phương pháp thiết kế.

Đối với việc thực thi phản hồi trạng thái với bộ quan sát, *nguyên lý phân ly* có ý nghĩa quyết định. Nó cho phép - như được chỉ ra - thiết kế riêng rẽ phản hồi trạng thái và quan sát trạng thái.

Bộ quan sát thể hiện một mô hình tính toán của hệ vật lý với mục đích, tạo ra một ước lượng ổn định tiệm cận $\hat{z}$ của vectơ trạng thái z . Nó cũng phải cố gắng đạt $\hat{z}$ tiệm cận z khi $t \rightarrow \infty$. Về vấn đề này von D.G. LUENBERGER năm 1964 đã đề xuất bộ quan sát như thể hiện trên hình 8.19. Trong đó $y(t)$ là vectơ đo, C là ma trận đo và F_B là một ma trận cần được xác định nhờ việc thiết kế bộ quan sát.

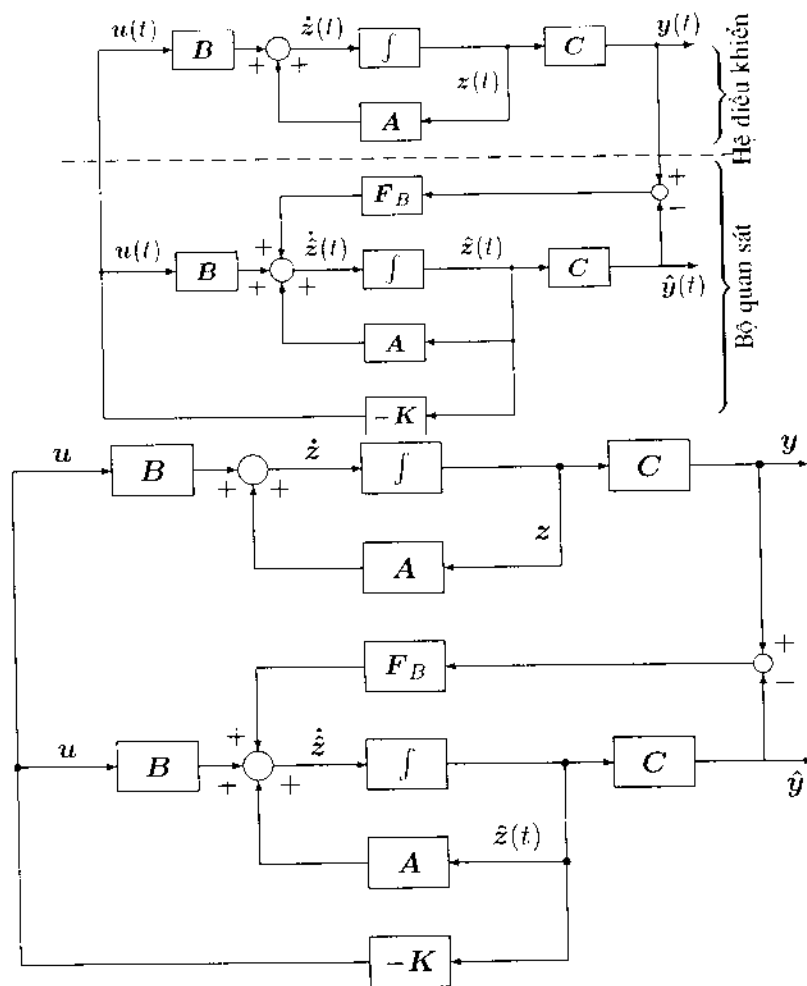
Cấu trúc của bộ quan sát LUENBERGER chỉ ra rằng, nó đề cập ở đây đến phản hồi tín hiệu ra. Mô hình hệ và bộ quan sát được mắc song song, mở rộng thêm một phản hồi tỉ lệ của sai lệch $y - \hat{y}$.

Theo hình 8.19 bộ quan sát có dạng

$$\dot{\hat{z}}(t) = A\hat{z}(t) + Bu(t) + F_B(y(t) - C\hat{z}(t)). \quad (8.54)$$

Nếu ký hiệu sai lệch ước lượng bởi $e(t) = z(t) - \hat{z}(t)$, dễ dàng nhận được sai lệch của mô hình bộ quan sát và mô hình hệ

$$\dot{e}(t) = Az(t) + Bu(t) - A\hat{z}(t) - Bu(t) - F_B \cdot C(z(t) - \hat{z}(t))$$



Hình 8.19: Điều khiển với bộ quan sát trạng thái (bộ quan sát LUENBERGER)

hay

$$\dot{e}(t) = (A - F_B \cdot C) e(t). \quad (8.55)$$

Dẫn đến ta nhận được sự ước lượng tiệm cận, khi mà các trị riêng của ma trận $A - F_B \cdot C$ thực sự có phần thực âm. Từ đó có thể dẫn ra phương pháp gán trước điểm cực cho ma trận F_B . Khi $e \rightarrow 0$ thì dẫn tới $\hat{z} \rightarrow z$. Như thế hệ thống quan sát (8.54) phù hợp mô hình hệ gốc (nguyên bản).

Việc phản hồi được thực hiện bằng cách sử dụng vectơ ước lượng.

$$u(t) = -K \hat{z}(t). \quad (8.56)$$

Đặt phương trình sai lệch và quan sát cùng nhau được,

$$\begin{bmatrix} \hat{z} \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK & F_B C \\ 0 & A - F_B C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z} \\ e \end{bmatrix}. \quad (8.57)$$

Vì rằng ma trận hệ trong phương trình (8.57) sở hữu một khối tam giác, nên việc tính toán các trị riêng thỏa mãn

$$\begin{aligned} \det \begin{bmatrix} \lambda I - A + BK & F_B C \\ 0 & \lambda I - A + F_B C \end{bmatrix} \\ = \det [\lambda I - A + BK] \cdot \det [\lambda I - A + F_B C] = 0. \end{aligned}$$

Điều này chứng tỏ tính chất đã nêu „nguyên lý phân ly“, rằng các điểm cực của bộ quan sát có thể chọn độc lập với các điểm cực của điều khiển.

$$\det [\lambda I - A + BK] = 0, \quad \det [\lambda I - A + F_B C] = 0. \quad (8.58)$$

Với các kết quả này tất cả các phương pháp đã nêu để thiết kế phản hồi trạng thái được chuyển sang bài toán đã nêu phần trước.

Đặc biệt ta có:

- Các trị riêng của ma trận $A - F_B C$ có thể được dịch chuyển tùy ý thông qua việc chọn thích hợp ma trận F_B , nếu hệ (A, C) là hoàn toàn quan sát được. Ta có thể chỉ ra rằng, hệ (A^T, C^T) là hoàn toàn điều khiển được.
- Để các sai lệch quan sát giảm nhanh có thể, thì các trị riêng của ma trận $A - F_B C$ nên có độ ổn định tối thiểu lớn hơn trị riêng của hệ có điều khiển, tức là ma trận $A - BK$. Như thế các quá trình riêng của bộ quan sát giảm nhanh hơn các quá trình riêng của hệ điều khiển.

Sự thực hiện tiếp theo có thể tìm thấy trong các tài liệu [8.10], [8.11].

Một thí dụ cho việc thiết kế điều khiển với bộ quan sát trạng thái được trình bày trong mục 9.3.

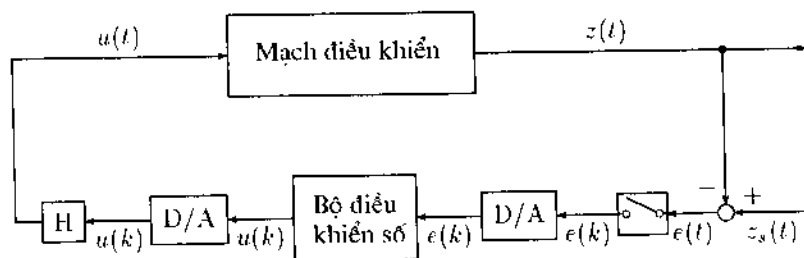
8.3 Điều khiển số (Điều khiển trích mẫu dữ liệu)

Trong các thiết bị hiện đại việc điều khiển không còn sử dụng kỹ thuật tương tự thông qua việc sử dụng các bộ khuếch đại, mà sử dụng sự trợ giúp của máy vi tính. Nhờ điều khiển số, việc xử lý các tín hiệu mô tả trạng thái của hệ trong từng khoảng thời gian được thực hiện trên máy vi tính nhằm mục tiêu xác định các đại lượng đặt cần thiết. Bằng phương pháp này người ta có thể thực thi được một dải rộng các cấu trúc điều khiển, những cấu trúc mà chưa giải quyết được bằng sử dụng kỹ thuật hiện nay hoặc với chi phí phần cứng khổng lồ.

Với việc xử lý không liên tục theo thời gian hai câu hỏi cơ bản sau được đặt ra:

- Những sự thay đổi nào trong ứng xử hệ được mong đợi, khi điều khiển được thiết kế trên cơ sở mô hình liên tục theo thời gian, nhưng được thực thi một cách không liên tục?
- Tiêu chuẩn thiết kế nào cho phương pháp khảo sát không liên tục theo thời gian tổng thể?

Trong phần dưới đây đưa ra một cách nhìn ngắn gọn vào vấn đề thiết kế điều khiển số. Ở đây lại chỉ khảo sát các hệ tuyến tính, để đưa ra sự tương đương và sự khác biệt đối với hệ liên tục theo thời gian. Tiếp nữa giả thiết rằng, hệ không liên tục được tạo ra nhờ việc lấy mẫu từ hệ liên tục theo thời gian. Do đó nó còn được gọi một cách thông thường là *điều khiển từ dữ liệu lấy mẫu*. Hình 8.20 chỉ ra cấu trúc nguyên lý của một vòng điều khiển số. Tín hiệu sai số $e(t)$ được đọc tại những thời điểm rời rạc t_k và được biểu diễn qua ma trận số $e(k)$. Trong máy vi tính luật điều khiển được chuyển đổi và tạo ra tín hiệu đặt $\hat{u}(k)$, tín hiệu này được biến đổi nhờ sự chuyển đổi D/A (số - tương tự) với khâu “giữ” H thành một đại lượng đặt tương tự $u(t)$



Hình 8.20: Điều khiển số

Trong những khảo sát tiếp theo các bộ chuyển đổi A/D và D/A được bỏ qua. Ngoài ra còn giả thiết rằng, các phần tử cấu thành sử dụng có độ phân giải đủ lớn. Cho sự tìm hiểu cơ sở thì chúng đóng vai trò thứ yếu. Bạn đọc có thể tham khảo thêm các tài liệu: [8.1], [8.7], [8.10].

8.3.1 Lấy mẫu tín hiệu và khâu giữ tín hiệu

Các thông tin cần thiết khi điều khiển số được tạo ra thông qua một khâu lấy mẫu - giữ tổ hợp. Trật tự này được ký hiệu như là mạch sample-and-hold tạo bởi một mạch nối tiếp của khâu lấy mẫu và khâu giữ, và thực hiện các chức năng lấy mẫu và ghi nhớ. Nhờ đó giá trị đo gần nhất được giữ cố định đến khi một giá trị mới xuất hiện. Kết quả là một hàm bậc thang các tín hiệu. Các khái niệm sử dụng sau đây đã được giới thiệu trong chương 4, chương về xử lý tín hiệu.

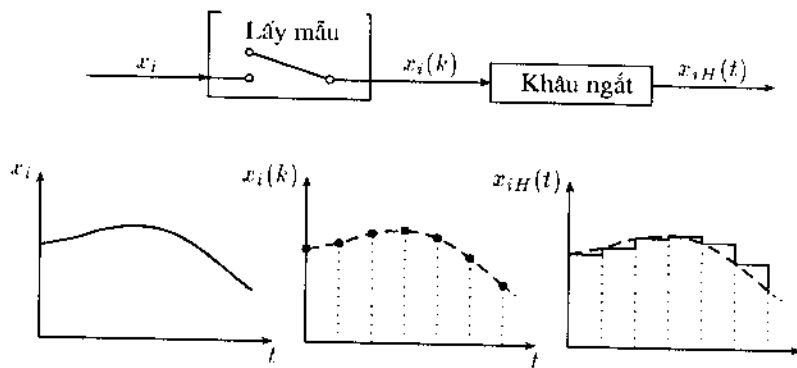
Các khâu của quá trình là:

- *Rời rạc hóa thời gian*: khoảng thời gian $[0, T]$ được chia thành N khoảng thời gian đều nhau $[kT_0, (k+1)T_0)$; $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$.

- *Lấy mẫu*: vectơ tín hiệu $\mathbf{x}(t)$, $t \in [0, T]$ được lấy mẫu với thời gian lấy mẫu T_0 và được mô tả bằng các giá trị tín hiệu rời rạc $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(t = kT_0)$.
- *Khâu giữ*: tín hiệu thời gian $\mathbf{x}(t)$ được thay thế bởi hàm bậc thang của nó,

$$\mathbf{x}_H(t) = \mathbf{x}(k) \quad \text{khi} \quad t \in [kT_0, (k+1)T_0).$$

Kết quả của phương pháp được thể hiện theo sơ đồ như trên hình 8.21 cho một thành phần của vectơ tín hiệu.



Hình 8.21: Lấy mẫu với khâu giữ

Khi sử dụng các tín hiệu lấy mẫu cho việc thiết kế điều khiển cần chú ý các điều sau:

1. Việc lấy mẫu tín hiệu liên quan đến sự giảm bớt nội dung tín hiệu. Ngoài ra nó có thể dẫn đến sự chồng chéo của các thành phần phổ. Hiệu ứng này được gọi là *Aliasing*,
2. Đối với một tín hiệu có dải (band) hạn chế thì tránh được hiệu ứng Aliasing, khi tần số vòng lấy mẫu thỏa mãn lý thuyết lấy mẫu của von C.E. SHANNON

$$\omega_T = \frac{2\pi}{T_0} \quad (8.59)$$

nghĩa là thỏa mãn

$$\omega_T > 2\omega_{max} \quad (8.60)$$

(ω_{max} tần số vòng lớn nhất xuất hiện trong tín hiệu).

3. Việc sử dụng lý thuyết lấy mẫu trong kỹ thuật điều khiển là không thể thực hiện được, vì rằng các tín hiệu điển hình có dải tần không hạn chế. Điều này đúng với chẳng hạn như hàm va chạm hay hàm bước nhảy.
4. Trong các ứng dụng thực tế việc hạn chế dải tần được cường ép nhờ bộ lọc Antialiasing, tức là nhờ *bộ lọc tần thấp* trước khi lấy mẫu.

5. Để giữ chi phí thực thi khi thiết kế điều khiển trong giới hạn, thời gian lấy mẫu nên chọn đủ lớn nhưng thỏa mãn lý thuyết lấy mẫu. Ngoài ra, thời gian lấy mẫu nhỏ quá dẫn đến ma trận dữ liệu được quy định quá tồi vì sự tương đương quá rộng của tín hiệu đo. Tất cả các điểm cực của hệ cố đạt được trong trường hợp tới hạn $T_0 \rightarrow 0$ gần $e^{\lambda T_0} \rightarrow 1$, xem (8.74).

8.3.2 Hệ không liên tục trong miền thời gian

Như được chỉ ra trong chương 6, việc mô hình hóa các hệ liên tục dẫn đến các phương trình vi phân cho ứng xử vào ra. Một cách tương tự ta nhận được mô hình cho hệ không liên tục theo thời gian là các phương trình sai phân.

Dại số hóa việc mô tả mô hình liên quan đến sự chuyển tiếp sang phương trình sai phân. Đặc biệt đối với hệ tuyến tính khảo sát ở đây phương pháp này dẫn đến các phương trình đại số tuyến tính đối với ứng xử vào-ra.

Công cụ chính thức để chuyển sang phương trình sai phân là việc thay thế tỉ số vi phân bởi tỉ số sai phân của nó hay là thay tích phân bởi tổng tương ứng. Để giới thiệu ta khảo sát thí dụ sau đây.

Thí dụ 8.11: Dao động đơn giản trong biểu diễn không liên tục

Phương trình chuyển động của một hệ dao động đơn giản như sau

$$m\ddot{q}(t) + d\dot{q}(t) + cq(t) = b_0 u(t), \quad q(0) = q_0, \quad \dot{q}(0) = \dot{q}_0.$$

Cho biết: $m, d, c, b_0, q_0, \dot{q}_0$; $u(t)$ kích động ngoài hay đại lượng đặt; T_0 thời gian lấy mẫu

Lời giải:

Phương án 1:

Trước hết các đạo hàm được thay bằng các tỉ số sai phân của nó, trường hợp đơn giản nhất

$$\begin{aligned} \dot{q}(k) &= \frac{1}{T_0} (q(k+1) - q(k)), \\ \ddot{q}(k) &= \frac{1}{T_0^2} (\dot{q}(k+1) - \dot{q}(k)) = \frac{1}{T_0^2} (q(k+2) - 2q(k+1) + q(k)). \end{aligned} \quad (8.61)$$

Thế vào phương trình vi phân chuyển động ta có

$$m(q(k+2) - 2q(k+1) + q(k)) + T_0 d(\dot{q}(k+1) - \dot{q}(k)) + T_0^2 c q(k) = T_0^2 b_0 u(k).$$

Từ đó sắp xếp lại ta thu được dạng biểu diễn không liên tục theo thời gian

$$a_2 q(k+2) + a_1 q(k+1) + a_0 q(k) = T_0^2 b_0 u(k) \quad (8.62)$$

với cách viết tắt

$$a_2 = m, \quad a_1 = -2m + T_0 d, \quad a_0 = m - T_0 d + T_0^2 c$$

và điều kiện đầu

$$q(0) = q_0, \quad q(1) = T_0 \dot{q}_0 + q_0.$$

ở đây cần lưu ý rằng, các hệ số của phương trình sai phân không trùng với các hệ số của phương trình. Phát biểu này nói chung là đúng. Từ phương trình (8.62) sự biến diễn hồi quy có thể được dẫn ra để tính toán giá trị hàm tại các vị trí trợ giúp rời rạc kT_0 ,

$$q(0) = q_0,$$

$$q(1) = T_0 \dot{q}_0 + q_0,$$

$$q(2) = \frac{1}{a_2} [T_0^2 b_0 u(0) - a_1 q(1) - a_0 q(0)],$$

$$q(3) = \frac{1}{a_2} [T_0^2 b_0 u(1) - a_1 q(2) - a_0 q(1)],$$

...

$$q(N) = \frac{1}{a_2} [T_0^2 b_0 u(N-2) - a_1 q(N-1) - a_0 q(N-2)]$$

hay ngắn gọn hơn

$$q(k+1) = \frac{1}{a_2} [T_0^2 b_0 u(k-1) - a_1 q(k) - a_0 q(k-1)], \quad k = 1, 2, \dots, N-1.$$

Phương án 2:

Việc rời rạc hóa theo thời gian cũng có thể được thực hiện trong không gian trạng thái. Phương trình có dạng

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{b}u$$

với

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c}{m} & -\frac{d}{m} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{b_0}{m} \end{bmatrix}.$$

Lại thế

$$\dot{\mathbf{z}}(k) = \frac{1}{T_0} (\mathbf{z}(k+1) - \mathbf{z}(k))$$

nhận được phương trình sai phân

$$\mathbf{z}(k+1) = (T_0 \mathbf{A} + \mathbf{I})\mathbf{z}(k) + T_0 \mathbf{b}u(k). \quad (8.63)$$

Qua việc khai triển ra chắc chắn rằng phương trình (8.62) và (8.63) dẫn ra các kết quả như nhau. $\square$

Phương trình sai phân cho hệ một vào-một ra (hệ SISO): Dạng tổng quát cho hệ một vào-một ra đã rời rạc hóa như sau

$$\begin{aligned} y(k+n) + a_{n-1}y(k+n-1) + \dots + a_1y(k+1) + a_0y(k) \\ = b_ru(k+r) + b_{r-1}u(k+r-1) + \dots + b_1u(k+1) + b_0u(k). \end{aligned} \quad (8.64)$$

Các hệ số $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}; b_0, b_1, \dots, b_r$ được giả thiết là đã biết. Chúng không giống như các hệ số của phương trình chuyển động tương ứng, như đã chỉ ra trong thí dụ 8.11. „Bậc“ của tín hiệu đầu ra ký hiệu bởi n và của tín hiệu đầu vào bởi r . Thường thì $n > r$. Phương trình (8.64) cũng có thể được viết theo cách hồi qui.

$$y(k+n) = \left[\sum_{i=0}^r b_i u(k+i) - \sum_{i=0}^{n-1} a_i y(k+i) \right]. \quad (8.65)$$

Để giải phương trình (8.64) hay (8.65) ta phải cho trước n giá trị đầu tiên của tín hiệu ra và các giá trị của tín hiệu vào, nghĩa là

$$y(i) = y_0 \quad \text{với } i = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

Chúng là (tiếp nhận) các hàm của các điều kiện đầu và đảm bảo sự khởi đầu của quá trình lặp. Dưới đây liệt kê một số khái niệm quan trọng và các tính chất của phương trình sai phân :

1. Phương trình sai phân xuất hiện qua sự trích mẫu là xấp xỉ của mô hình liên tục. Để giảm bớt sai số lấy mẫu đặc biệt phải sử dụng cách xấp xỉ đối với tỉ số sai phân tốt hơn đẳng thức hơn (8.61).
2. Khi tính toán $y(k)$ chỉ cần có các giá trị của tín hiệu vào và ra, mà chúng xuất hiện cho đến thời điểm này. Trên cơ sở tính chất này phương trình (8.64) còn được gọi là *mô hình ARMA* (Autoregressive-Moving Average Model). Do đó có thể nói rằng, tín hiệu ra hiện tại một mặt phụ thuộc vào n giá trị cuối cùng của đầu ra (Autoregressive Model) và mặt khác phụ thuộc vào „giá trị trung gian có trọng số“ của r giá trị cuối cùng của đầu vào (Moving Average Model). Sự thực hiện cho việc này cũng nhận được trong mục 4.2.2.
3. Từ đó dẫn ra rằng, một phương trình sai phân chỉ mô tả ứng xử hệ có tính chất „địa phương“, bởi vì trạng thái hệ chỉ trong thời điểm tiếp theo có thể được tính từ số liệu của n giá trị đầu ra cuối cùng và r giá trị đầu vào cuối cùng.
4. Quan sát hoàn toàn trong hệ nhiều vật (MKS) nghĩa là do tất cả các tọa độ kể cả các đạo hàm bậc nhất của chúng. Bài toán này được chuyển đổi thông qua phương trình sai phân khi mô tả mô hình. Cần thiết là chỉ đo các tọa, tất nhiên là n và r thời điểm trước đó.

Phương trình sai phân trong không gian trạng thái : Hệ nhiều đầu vào-ra rời rạc tuyến tính có thể được mô tả trong không gian trạng thái như phương trình sau:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{A}_d \mathbf{z}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k), & \mathbf{z}(0) &= \mathbf{z}_0 \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C} \mathbf{z}(k), & k &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (8.66)$$

Phương trình thứ hai biểu diễn phương trình đo hay phương trình đầu ra. Một sự so sánh với ký hiệu không gian trạng thái đối với mô hình liên tục theo phương trình (8.7) và (8.9) chỉ cho thấy sự tương đương của hai dạng thể hiện.

Để loại bỏ sự nhầm lẫn các ma trận hệ, chỉ số d cho „diskret“ (rời rạc) được đưa vào phương trình (8.66).

Do sự tương đương với các hệ liên tục theo thời gian mà nhiều phương pháp thiết kế và phương pháp phân tích cho việc điều khiển (cho hệ liên tục) được sử dụng kể cả trực tiếp và được cải biên. Chẳng hạn như phương pháp biến đổi về dạng chuẩn, giải bài toán ổn định hay tiêu chuẩn về cấu trúc tính điều khiển được và tính quan sát được.

Thí dụ 8.12: Ma trận cơ bản cho hệ bất biến thời gian không liên tục

Đối với hệ bất biến thời gian thì các ma trận $\mathbf{A}_d$ và $\mathbf{B}_d$ không phụ thuộc vào k . Bằng cách sử dụng lại phương trình (8.66) ta nhận được

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(1) &= \mathbf{A}_d \mathbf{z}(0) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(0), \\ \mathbf{z}(2) &= \mathbf{A}_d \mathbf{z}(1) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(1) = \mathbf{A}_d^2 \mathbf{z}(0) + \mathbf{A}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}(0) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(1), \\ &\dots \\ \mathbf{z}(k) &= \mathbf{A}_d \mathbf{z}(k-1) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k-1) \\ &= \mathbf{A}_d^k \mathbf{z}(0) + \mathbf{A}_d^{k-1} \mathbf{B}_d \mathbf{u}(0) + \dots + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k-1). \end{aligned}$$

Phương trình cuối cùng có thể viết lại dưới dạng

$$\mathbf{z}(k) = \underbrace{\mathbf{A}_d^k \mathbf{z}(0)}_{\text{thuần nhất}} + \underbrace{\sum_{j=0}^{k-1} \mathbf{A}_d^{k-1-j} \mathbf{B}_d \mathbf{u}(j)}_{\text{không thuần nhất}} \quad (8.67)$$

và chỉ ra sự tương đương so với phương trình trạng thái liên tục (A.69). Số hạng thuần nhất biểu thị chuyển động tự do, tức là đáp ứng của hệ khi điều kiện đầu không triệt tiêu, số hạng thứ hai mô tả cường bức dưới dạng tổng chập (Faltung). Tương tự phương trình (A.70) ma trận cơ bản (ma trận truyền) của hệ không liên tục được ký hiệu bởi

$$\Phi(k) = \mathbf{A}_d^k. \quad (8.68)$$

□

Thí dụ chỉ ra rằng, việc tính toán ma trận cơ bản cho hệ không liên tục ít tốn thời gian hơn là tính toán cho hệ liên tục, vì rằng chỉ phải tính lũy thừa ma trận $\mathbf{A}_d$ đến bậc $k-1$.

Dưới đây diễn tả hai khả năng để chuyển đổi một hệ liên tục thời gian thành hệ không liên tục thời gian.

Khả năng 1:

Nếu đặt

$$\Delta \mathbf{z}(k) = \mathbf{z}(k+1) - \mathbf{z}(k),$$

thì ta tìm từ phương trình (8.66) mô hình trạng thái

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{z}(k) &= (\mathbf{A}_d - \mathbf{I})\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{z}(k). \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (8.69)$$

Trị số của vectơ trạng thái tại thời điểm $(k+1)T_0$ có thể được tính từ

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{z}(k) + \Delta \mathbf{z}(k) = \mathbf{z}_0 + \sum_{j=0}^k \Delta \mathbf{z}(j).$$

Sơ đồ khối được thể hiện trong hình 8.22 và cho thấy một cấu trúc tương tự như hình 8.4. Khác nhau là ở chỗ, thay vì khâu tích phân ta dùng một khâu tổng và ma trận hệ thống bây giờ là $\mathbf{A}_d - \mathbf{I}$.

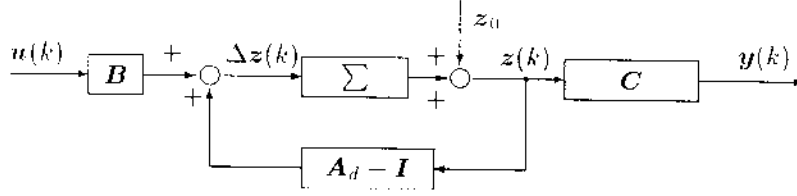
Khả năng 2:

Theo phương trình (A.69) đối với hệ dừng (bất biến về thời gian) thì nghiệm của phương trình trạng thái có thể được biểu diễn bằng tích phân chập. Nếu nổi trước quá trình một khâu giữ bậc không (sample-and-hold-element), thì từ đó dẫn ra một phương trình sai phân. Thêm vào đó ta viết được phương trình (A.69) cho hai thời điểm liên tiếp $t_k = kT_0$ và $t_{k+1} = (k+1)T_0$.

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k) &= e^{\mathbf{A}kT_0} \mathbf{z}_0 + \int_0^{kT_0} e^{\mathbf{A}(kT_0-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau, \\ \mathbf{z}(k+1) &= e^{\mathbf{A}(k+1)T_0} \mathbf{z}_0 + \int_0^{(k+1)T_0} e^{\mathbf{A}[(k+1)T_0-\tau]} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau \\ &= e^{\mathbf{A}T_0} \left[e^{\mathbf{A}kT_0} \mathbf{z}_0 + \int_0^{kT_0} e^{\mathbf{A}(kT_0-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau \right] \\ &\quad + \int_{kT_0}^{(k+1)T_0} e^{\mathbf{A}[(k+1)T_0-\tau]} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

So sánh hai quan hệ cho ta

$$\mathbf{z}(k+1) = e^{\mathbf{A}T_0} \mathbf{z}(k) + \int_{kT_0}^{(k+1)T_0} e^{\mathbf{A}[(k+1)T_0-\tau]} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau.$$



Hình 8.22: Sơ đồ khối của một mô hình trạng thái không liên tục

Do lấy mẫu cùng khâu giữ nên $\mathbf{u}(\tau) = \mathbf{u}(\tau = kT_0) = \text{const}$ trong khoảng thời gian $[kT_0, (k+1)T_0]$, và có thể đánh giá tích phân. Kết quả là

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{z}(k) + \mathbf{C}_d \mathbf{B} \mathbf{u}(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (8.70)$$

Trong đó đã sử dụng các viết ngắn gọn sau

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_0}, \quad \mathbf{C}_d = \int_0^{T_0} e^{\mathbf{A}(T_0-\tau)} \mathbf{A} d\tau = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{A}_d - \mathbf{I}). \quad (8.71)$$

Nếu sử dụng khai triển chuỗi đối với $e^{\mathbf{A}T_0}$, với M đủ lớn thì ta có thể dùng các gần đúng $\mathbf{A}_d$ và $\mathbf{C}_d$,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_d &\approx \mathbf{I} + \mathbf{A}R, \\ \mathbf{C}_d &\approx \mathbf{R}, \end{aligned}$$

với

$$\mathbf{R} = T_0 \sum_{j=0}^M (\mathbf{A}T_0)^j \frac{1}{(j+1)!}.$$

Phương trình sai phân dạng vectơ tìm được như vậy lại có cấu trúc tiêu biểu cho việc tính toán hồi quy các tọa độ trạng thái. Ưu điểm so với phương trình (8.67) là ở chỗ, sai số lấy mẫu có thể được giảm nhờ dạng rời rạc hóa đã chọn. Bởi vì việc tính toán này được thực hiện off-line, nên có thể chọn $M \gg 1$ và do đó sai số rời rạc hóa trong thực tế được đặt bằng không. Nếu khai triển chuỗi dừng lại sau khâu đầu tiên, tức là đặt $M = 0$, từ phương trình (8.71) dẫn đến $\mathbf{R} = T_0 \mathbf{I}$ và do đó dẫn đến kết quả đã biết

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_d &= T_0 \mathbf{A} + \mathbf{I}, \\ \mathbf{C}_d &= T_0 \mathbf{I}. \end{aligned}$$

Mô hình trạng thái cho trường hợp này như sau

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= (T_0 \mathbf{A} + \mathbf{I}) \mathbf{z}(k) + T_0 \mathbf{B} \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k+1) &= \mathbf{C} \mathbf{z}(k+1). \end{aligned} \quad (8.72)$$

Từ đó dẫn ra rằng, khi $M = 1$ có thể cho một xấp xỉ tốt hơn đối với hệ lấy mẫu dữ liệu so với việc sử dụng tỉ số sai phân đơn giản theo phương trình (8.61). Các ma trận $\mathbf{A}_d$ và $\mathbf{C}_d$ khi $M = 1$ có dạng

$$\mathbf{A}_d = \mathbf{I} + T_0 \mathbf{A} + \frac{1}{2} T_0^2 \mathbf{A}^2,$$

$$\mathbf{C}_d = T_0 \left(\mathbf{I} + \frac{1}{2} T_0 \mathbf{A} \right).$$

Thí dụ 8.13: Khâu trễ PT_1 không liên tục ứng xử truyền của một khâu PT_1 (hay khâu trễ bậc 1) được mô tả qua phương trình

$$T_1 \dot{z}(t) + z(t) = K u(t), \quad t \geq 0.$$

Đại lượng điều khiển cho bởi $u(t) = u_0(1 - e^{-t/T_2})$. Hãy xác định

- đáp ứng của hệ trong miền thời gian khi $z(0) = z_0$,
- mô hình không liên tục khi thời gian lấy mẫu T_0 .

Cho biết: T_0 , T_1 , T_2 , K , u_0 , z_0

Lời giải:

Phương trình trạng thái có dạng

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{b}u,$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{z}$$

với

$$\mathbf{z} = [z], \quad \mathbf{y} = [y], \quad \mathbf{A} = [a] = \left[-\frac{1}{T_1}\right], \quad \mathbf{b} = [b] = \left[\frac{K}{T_1}\right], \quad \mathbf{C} = [l].$$

- Theo phương trình A.69 nghiệm tổng quát được thể hiện qua

$$z(t) = e^{-\frac{t}{T_1}} z_0 + \frac{K}{T_1} \int_0^t e^{-\frac{1}{T_1}(t-\tau)} u(\tau) d\tau.$$

Tích phân đưa ra kết quả là

$$z(t) = z_0 e^{-\frac{t}{T_1}} + K u_0 e^{-\frac{t}{T_1}} \left[e^{-\frac{\tau}{T_1}} \Big|_0^t - \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{\frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2} \tau} \Big|_0^t \right].$$

Sau khi biến đổi thu được kết quả cần tìm là

$$z(t) = z_0 e^{-\frac{t}{T_1}} + K u_0 \left(1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-\frac{t}{T_2}} \right).$$

Vì $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = Ku_0$ nên khâu PT_1 thể hiện như một khâu tỉ lệ (điều khiển P).

b) Theo phương trình (8.70) có thể đưa ra ngay được sự biểu diễn không liên tục theo thời gian,

$$z(k+1) = a_d z(k) + c_d b u(k).$$

Các hệ số a_d và c_d được xác định từ phương trình (8.71)

$$a_d = e^{-\frac{T_0}{T_1}}, \quad c_d = \int_0^{T_0} e^{-\frac{\tau}{T_1}} d\tau = T_1(1 - a_d).$$

Từ đó ta nhận được phương trình trạng thái không liên tục

$$z(k+1) = a_d z(k) + K(1 - a_d)u(k),$$

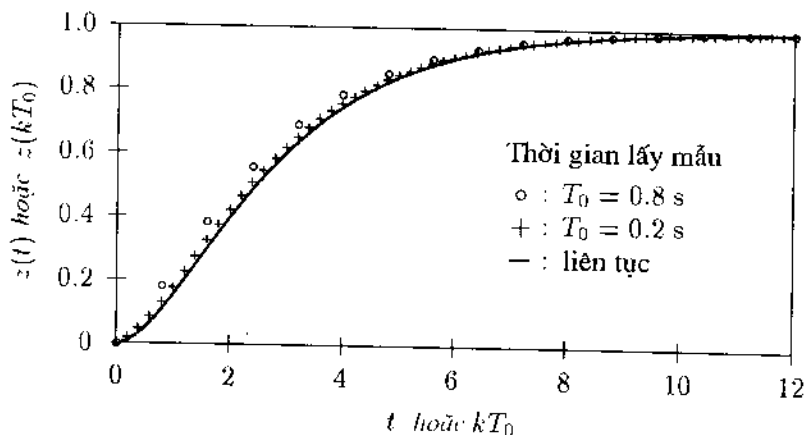
$$y(k+1) = lz(k+1).$$

Nếu nhân phương trình trạng thái với l sẽ đưa ra sự mô tả không liên tục cần tìm cho khâu PT_1 ,

$$y(k+1) = a_d y(k) + lK(1 - a_d)u(k),$$

$$y(0) = lz(0), \quad u(0) = u_0.$$

Trên hình 8.23 sự ảnh hưởng của thời gian lấy mẫu đối với chất lượng xấp xỉ của một mô hình không liên tục với hai giá trị khác nhau T_0 . □



Hình 8.23: So sánh : khâu PT_1 liên tục – không liên tục ($T_1 = 2$, $T_2 = 1$, $K = u_0 = 1$, $z_0 = 0$)

8.3.3 Hệ không liên tục trong miền tần số

Khi nghiên cứu hệ không liên tục phương pháp miền tần số đóng vai trò ít quan trọng hơn so với hệ liên tục. Nguyên do là việc sử dụng mạnh mẽ các

phương pháp xử lý tín hiệu và kỹ thuật điều khiển hiện đại, mà chúng chủ yếu làm việc trong miền thời gian.

Phép biến đổi Z là một công cụ thích hợp để chuyển đổi hệ không liên tục vào miền tần, đặc biệt hàm truyền Z cho hệ tuyến tính được xây dựng nhờ phép biến đổi này. Vì thế, dưới đây đưa ra một số liên hệ quan trọng đến *phép biến đổi Z* và *hàm truyền Z* [8.5].

Phép biến đổi Z: Phép biến đổi Z là một phép biến đổi LAPLACE đặc biệt. Nó xuất hiện khi sử dụng phép biến đổi LAPLACE đối với chuỗi xung $x(k) = x(t = kT_0)$; $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$. Trong đó giả thiết rằng, hàm lấy mẫu được mô tả bởi một chuỗi các xung DIRAC

$$x(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)\delta(t - kT_0) \quad (8.73)$$

(xem mục 4.2 và hình 8.21).

Sử dụng biến đổi LAPLACE ta nhận được

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{x(t)\} = X(p) &= \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{N-1} x(k)\delta(t - kT_0)e^{-pt} \right] dt \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} x(k) (e^{pT_0})^{-k}. \end{aligned}$$

Nếu thay

$$z = e^{pT_0}, \quad (8.74)$$

thì ta nhận được phép biến đổi Z

$$\mathcal{Z}\{x(k)\} = X(z) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)z^{-k}. \quad (8.75)$$

Trong phương trình (8.75) cần chú ý rằng, z là một biến phức, nghĩa là một hàm giải tích được mô tả bởi $X(z)$. Tương tự phép biến đổi LAPLACE, phép biến đổi Z cũng thỏa mãn các định lý tuyến tính, định lý căn và định lý tích chập. Đặc biệt có ý nghĩa đối với hệ không liên tục là *định lý trượt*. Định lý có dạng như sau

$$\mathcal{Z}\{x(k - n)\} = \mathcal{Z}\{x(k)\} z^{-n} = X(z)z^{-n} \quad (8.76)$$

và phát biểu là trượt một khoảng thời gian nT_0 trong miền thời gian có thể được biểu diễn bằng một phép nhân với hệ số trượt z^{-n} trong miền tần số. Định lý trượt được sử dụng trước hết khi đạo hàm hàm truyền Z. Nếu $n > 0$,

dẫn đến sự trượt sang trái trên trục thời gian. Điều đó tương ứng một phép nhân với z^{-n} trong miền ảnh (tần số). Đối với $n < 0$ ta có điều ngược lại. Phép biến đổi Z ngược tính theo công thức

$$x(k) = \frac{1}{2\pi j} \oint X(z) z^{k-1} dz. \quad (8.77)$$

Trong đó đường tích phân phải là một đường tròn trong mặt phẳng z , nó bao gồm cả những điểm kì dị của $X(z)$.

Thí dụ 8.14: Hệ dao động đơn giản theo thí dụ 8.11

Theo phương trình (8.62) phương trình sai phân cho hệ dao động đơn giản có dạng

$$a_2 q(k+2) + a_1 q(k+1) + a_0 q(k) = T_0^2 b_0 u(k).$$

Sử dụng quy tắc trượt dẫn tới sự biểu diễn trong miền tần số.

$$a_2 z^2 Q(z) + a_1 z Q(z) + a_0 Q(z) = T_0^2 b_0 U(z)$$

giải ra được $Q(z)$ như sau

$$Q(z) = G(z) \cdot U(z)$$

trong đó $G(z)$ là hàm truyền Z với

$$G(z) = \frac{T_0^2 b_0}{a_2 z^2 + a_1 z + a_0}.$$

Để xây dựng chuỗi xung $q(k)$ từ $Q(z)$, ta có thể sử dụng phép biến đổi ngược theo (8.77), nhưng cách này rất tốn kém thời gian. Một cách đơn giản hơn bằng việc chia đa thức.

$$G(z) = \frac{T_0^2 b_0}{a_2} \left(z^{-2} - \frac{a_1}{a_2} z^{-3} + \dots \right),$$

rồi sau đó dùng phép biến đổi ngược. □

Ma trận hàm truyền Z: Ta khảo sát mô hình trong không gian trạng thái với điều kiện đầu triệt tiêu

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{A}_d \mathbf{z}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k), \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{0} \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C} \mathbf{z}(k). \end{aligned} \quad (8.78)$$

Sử dụng phép biến đổi Z ($\mathcal{Z}\{\mathbf{z}(k)\} = \mathbf{Z}(z)$, $\mathcal{Z}\{\mathbf{u}(k)\} = \mathbf{U}(z)$) cho ta

$$z \mathbf{Z}(z) = \mathbf{A}_d \mathbf{Z}(z) + \mathbf{B}_d \mathbf{U}(z) \quad \text{hay} \quad (z \mathbf{I} - \mathbf{A}_d) \mathbf{Z}(z) = \mathbf{B}_d \mathbf{U}(z).$$

Như đã chỉ ra trong thí dụ 8.14, ma trận của hàm truyền được định nghĩa bởi

$$\mathbf{G}(z) = (z \mathbf{I} - \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{B}_d. \quad (8.79)$$

Thông qua hàm tử $G_{\mu\nu}(z)$ ứng xử truyền giữa vị trí đáp ứng μ và vị trí kích động ν được mô tả.

Trị số của hàm truyền $|G_{\mu\nu}(z)|$ có thể được biểu diễn trong mặt phẳng z . Ma trận nghịch đảo $(z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d)^{-1}$ xuất hiện trong phương trình (8.79) có thể được biểu diễn qua ma trận liên hợp của nó,

$$(z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d)^{-1} = \frac{\text{adj}[z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d]}{\det[z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d]} \quad (8.80)$$

Tương tự như mục 8.2.2 thỏa mãn:

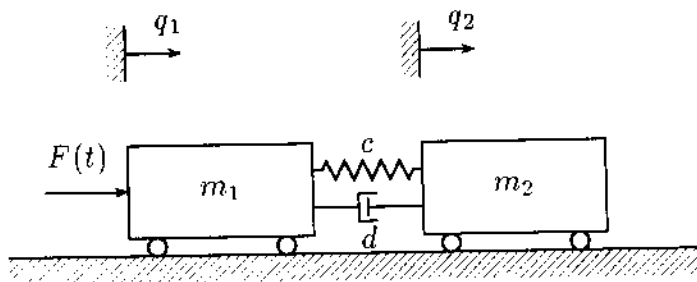
- Các không điểm của $G_{\mu\nu}(z)$ là các không điểm của hàm truyền của hệ.
- Các điểm cực của $G_{\mu\nu}(z)$ trùng với các trị riêng của hệ, mà hệ này được mô tả bởi ma trận $\mathbf{A}_d$.
- Mỗi hàm truyền có một mẫu số như nhau $\det[z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d]$.

Thí dụ 8.15: Các không điểm và điểm cực

Đối với hệ dao động thể hiện trên hình 8.24 các không điểm và điểm cực của hàm truyền Z sau cần được xác định

$$G_1(z) = \frac{Z\{q_1(k)\}}{Z\{F(k)\}}; \quad G_2(z) = \frac{Z\{q_2(k)\}}{Z\{F(k)\}}.$$

Cho biết: $m_1, m_2, c, d, T_0, F(t)$.



Hình 8.24: Hệ dao động không nổi giá

Lời giải:

Phương trình như sau

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d & -d \\ -d & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Theo phương trình (8.7) ta có như sau

$$\dot{z} = \mathbf{A}z + \mathbf{b}u$$

với

$$\mathbf{z} = [q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]^T, \quad u(t) = F(t)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c}{m_1} & \frac{c}{m_1} & -\frac{d}{m_1} & \frac{d}{m_1} \\ \frac{c}{m_2} & -\frac{c}{m_2} & \frac{d}{m_2} & -\frac{d}{m_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Việc chuyển sang dạng thể hiện không liên tục theo (8.70) và (8.71),

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{z}(k) + \mathbf{C}_d \mathbf{b} u(k)$$

với

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_0} = \mathbf{I} + T_0 \mathbf{A} + \frac{1}{2} T_0^2 \mathbf{A}^2 + \dots,$$

$$\mathbf{C}_d = T_0 \left[\mathbf{I} + \frac{1}{2} \mathbf{A} T_0 + \frac{1}{6} T_0^2 \mathbf{A}^2 + \dots \right].$$

Hàm truyền Z cần tìm có thể được tính từ phương trình (8.79),

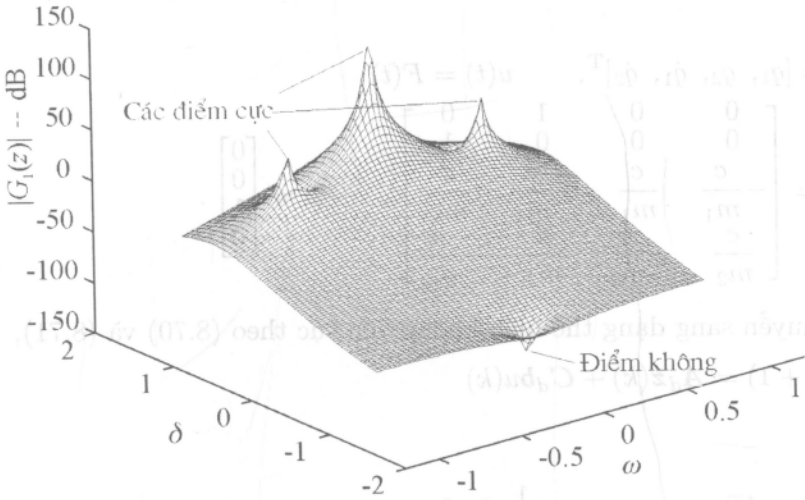
$$\mathbf{G}(z) = (z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{C}_d \mathbf{b}.$$

Ta có thể suy luận một cách dễ dàng, rằng do cấu trúc đặc biệt của vectơ tác động điều khiển $\mathbf{b} = [0, 0, 1, 0]^T$ nên chỉ các phần tử của cột thứ ba của $(z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{C}_d$ là cần thiết cho việc giải thí dụ này. Nếu sử dụng ký hiệu $\frac{\text{adj}[z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d]_{i3}}{\det[z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d]}$, ta tìm được

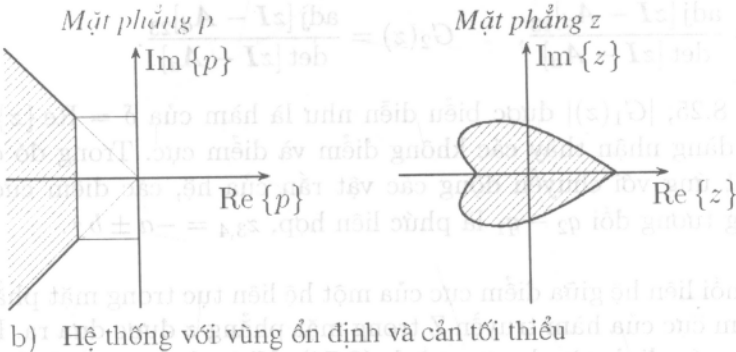
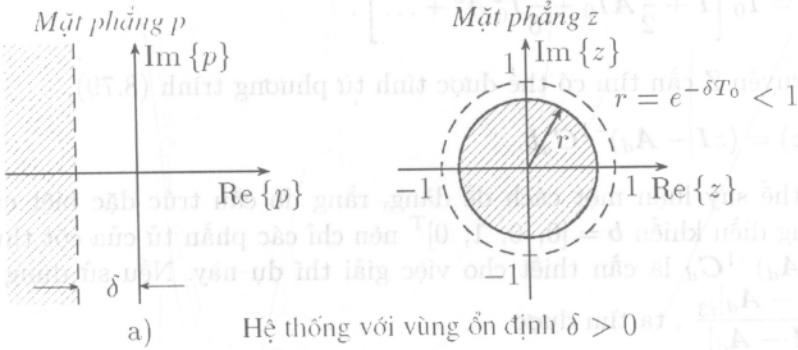
$$G_1(z) = \frac{\text{adj}[z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d]_{13}}{\det[z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d]}, \quad G_2(z) = \frac{\text{adj}[z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d]_{23}}{\det[z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d]}.$$

Trong hình 8.25, $|G_1(z)|$ được biểu diễn như là hàm của $\delta = \text{Re}\{z\}$ và $\omega = \text{Im}\{z\}$. Dễ dàng nhận thấy các không điểm và điểm cực. Trong đó các điểm cực $z_{1,2} = 1$ ứng với chuyển động các vật rắn của hệ, các điểm cực đối với chuyển động tương đối $q_2 - q_1$ là phức liên hợp, $z_{3,4} = -a \pm bj$. □

Cuối cùng mối liên hệ giữa điểm cực của một hệ liên tục trong mặt phẳng phức p và các điểm cực của hàm truyền Z trong mặt phẳng z được đưa ra. Điều này có thể được xác định từ phương trình (8.74). Nhờ phương trình (8.74) một ánh xạ từ mặt phẳng p vào mặt phẳng z được định nghĩa. Mối liên hệ này thể hiện trên hình 8.26 cho hai phân bố điểm cực quan trọng (hệ có độ ổn định $\delta > 0$ và phân bố như trên hình 8.11b).



Hình 8.25: Các không điểm và điểm cực



Hình 8.26: Phân bố điểm cực trong mặt phẳng p và mặt phẳng z

8.3.4 Thiết kế điều khiển số

Trong mục trước đã chỉ ra rằng, việc mô tả hệ động liên tục và hệ không liên tục theo thời gian có sự tương tự lớn. Do đó cấu trúc của vòng điều khiển số không khác nhiều so với cấu trúc trong hệ liên tục, như thế các phương pháp thiết kế và phân tích cho hệ liên tục tiếp tục được sử dụng ở đây.

Đặc biệt điều này là đúng, khi mà hệ không liên tục được tạo thành từ một hệ liên tục nhờ lấy („trích“) mẫu và thời gian trích mẫu là nhỏ so với hằng số thời gian massgebenden T_s của hệ. Về quy tắc thỏa mãn

$$T_0 < \frac{1}{30} T_s.$$

Điều khiển liên tục có thể được thay thế ở một xấp xỉ tốt bởi một điều khiển trích mẫu, mà việc trích mẫu trong việc thiết kế không cần phải chú ý tới. Tương tự phương trình (8.2), (8.18) và (8.19) có các điều khiển sau đây:

Điều khiển P

$$u(k) = K_P e(k), \quad K_P = \text{const} \quad (8.81)$$

hay trong miền ảnh với $Z\{u(k)\} = U(z)$ và $Z\{e(k)\} = E(z)$

$$U(z) = K_P E(z).$$

Điều khiển D

Nếu thay đạo hàm của tín hiệu sai lệch $\dot{e}(t)$ bởi tỉ số sai phân

$$\Delta e(k) = \frac{1}{T_0} (e(k) - e(k-1)),$$

ta nhận được

$$u(k) = \frac{1}{T_0} K_D (e(k) - e(k-1)), \quad K_D = \text{const}. \quad (8.82)$$

Do đó hàm truyền Z của điều khiển D có dạng

$$U(z) = \frac{1}{T_0} \frac{z-1}{z} K_D E(z).$$

Điều khiển I

Nhờ việc xấp xỉ tích phân theo công thức hình thang

$$K_I \int_0^t e(\tau) d\tau = T_0 K_I \left[\frac{1}{2} e(0) + \frac{1}{2} e(k) + \sum_{i=1}^{k-1} e(i) \right]$$

sự biến diễn hồi quy đối với điều khiển I có thể được đưa ra,

$$u(k) = u(k-1) + \frac{1}{2} T_0 K_I [e(k-1) + e(k)], \quad K_I = \text{const}. \quad (8.83)$$

Từ đó cho ta hàm truyền

$$U(z) = \frac{1}{2}T_0 \frac{z+1}{z-1} K_I E(z).$$

Điều khiển PID

Ta nhận được điều khiển này bằng cách tổ hợp các điều khiển trên.

$$U(z) = \left(K_P + \frac{1}{2}T_0 \frac{z+1}{z-1} K_I + \frac{1}{T_0} \frac{z-1}{z} K_D \right) E(z) = \frac{C_2 z^2 + C_1 z + C_0}{z(z-1)} E(z)$$

với các viết tắt

$$C_2 = K_P + \frac{1}{2}T_0 K_I + \frac{1}{T_0} K_D,$$

$$C_1 = -K_P + \frac{1}{2}T_0 K_I + \frac{2}{T_0} K_D,$$

$$C_0 = \frac{1}{T_0} K_D.$$

Điều khiển PID cũng có hàm truyền Z bậc hai. Từ đó dẫn đến việc biểu diễn trong miền thời gian,

$$u(k+2) = u(k+1) + C_2 e(k+2) + C_1 e(k+1) + C_0 e(k)$$

hay qua việc dịch chỉ số

$$u(k) = u(k-1) + C_2 e(k) + C_1 e(k-1) + C_0 e(k-2). \quad (8.84)$$

Từ kết quả này thấy rõ rằng, giá trị hiện thời của véctor điều khiển được tính từ các giá trị của nó trước đó $u(k-1)$ và từ sai số điều khiển trong ba giá trị phụ trợ cuối cùng.

Phản hồi trạng thái tuyến tính

$$u(k) = K(z_s(k) - z(k)) + Fr(k). \quad (8.85)$$

Phản hồi tín hiệu ra tuyến tính

$$y(k) = K(y_s(k) - y(k)) + Fr(k). \quad (8.86)$$

Các ma trận tham số K , K_P , K_D , K_I trong luật điều khiển vừa nêu được xác định thông qua việc thiết kế điều khiển. Điều này có thể thực hiện tương tự như mục 8.2.3 tới mục 8.2.6 bằng việc gán trước điểm cực trong không gian trạng thái hay không gian riêng hay nhờ việc thiết kế một bộ điều khiển tối ưu. Để thực thi một phản hồi trạng thái, thông thường ta phải thiết kế một bộ quan sát. Trong khuôn khổ cuốn sách này chúng tôi không trình bày cách mô tả không liên tục liên quan đến các phương pháp này và bạn đọc có thể xem trong [8.1].

Cuối cùng một vài điểm về tính ổn định cần được chú ý. Xuất phát điểm là từ mô hình không gian trạng thái mở rộng thêm phần kích động nhiễu theo phương trình (8.78).

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{z}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k) + \mathbf{R}_d \mathbf{n}(k). \quad (8.87)$$

Chẳng hạn nếu chọn phản hồi trạng thái tuyến tính kể trên và đặt ma trận truyền thẳng $\mathbf{F} = \mathbf{0}$, phương trình cho hệ có điều khiển như sau

$$\mathbf{z}(k+1) = (\mathbf{A}_d - \mathbf{B}_d \mathbf{K}) \mathbf{z}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{K} \mathbf{z}_s(k) + \mathbf{R}_d \mathbf{n}(k)$$

hay trong miền ảnh

$$\mathbf{Z}(z) = (z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{K})^{-1} [\mathbf{B}_d \mathbf{K} \mathbf{Z}_s(z) + \mathbf{R}_d \mathbf{N}(z)]$$

với ma trận của hàm truyền cho đại lượng đặt

$$\mathbf{G}_s(z) = (z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{K})^{-1} \mathbf{B}_d \mathbf{K} \quad (8.88)$$

và ma trận của hàm truyền cho đại lượng nhiễu

$$\mathbf{G}_n(z) = (z\mathbf{I} - \mathbf{A}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{K})^{-1} \mathbf{R}_d \quad (8.89)$$

$$(\mathcal{Z}\{\mathbf{z}_s(k)\} = \mathbf{Z}_s(z); \mathcal{Z}\{\mathbf{n}(k)\} = \mathbf{N}(z)).$$

Rõ ràng là, ma trận hệ thống của vòng điều khiển $\mathbf{A}_G = \mathbf{A}_d - \mathbf{B}_d \mathbf{K}$ trong cách này phụ thuộc vào ma trận phản hồi $\mathbf{K}$, như trong trường hợp hệ liên tục. Tính ổn định tồn tại, nếu tất cả các trị riêng nằm trong vòng tròn đơn vị.

$$|z_i| < 1, \quad i = 1, 2, \dots, 2n.$$

Nếu yêu cầu độ ổn định $\delta > 0$, thì cần phải có điều kiện chặt chẽ hơn

$$|z_i| < e^{-\delta T_0}$$

(so sánh hình vẽ 8.26a).

Hai nhận xét sau kết thúc phần này:

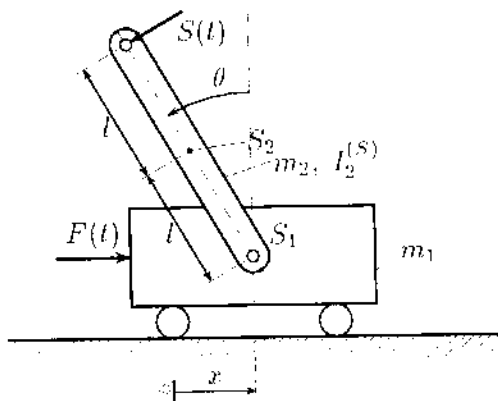
- Nếu hệ là điều khiển được hoàn toàn và quan sát được hoàn toàn, thì các trị riêng của hệ có điều khiển về nguyên tắc có thể được đặt tự do nhờ ma trận phản hồi.
- Tính ổn định của vòng điều khiển liên tục chỉ là một *điều kiện cần* cho tính ổn định của hệ không liên tục nhận được nhờ trích mẫu. Một hệ liên tục ổn định có thể trở thành không ổn định qua việc rời rạc hóa. Nên nhớ rằng, việc rời rạc hóa (không liên tục hóa) được tạo ra nhờ trích mẫu cộng thêm khâu giữ. Qua đó xuất hiện trong hệ một thời gian chết $T_t = \frac{1}{2}T_0$. Do đó sự trượt pha liên quan đến nó có thể là nguyên nhân của sự mất ổn định.

Thí dụ 8.16: Điều khiển trích mẫu cho con lắc ngược (hình 8.27)

Điều khiển trích mẫu theo phương pháp gắn điểm cực cho con lắc ngược có điểm treo di chuyển theo phương ngang cần được thiết kế. Lực ngang $F(t)$ được xem là lực dẫn động. Ngoài ra trên đỉnh con lắc có lực nhiễu $S(t)$ tác dụng.

1. Hãy đưa ra phương trình chuyển động được tuyến tính hóa ở dạng không thứ nguyên?
2. Đưa ra mô hình rời rạc trong không gian trạng thái bằng việc sử dụng tỉ số sai phân đơn giản!
3. Hãy thiết kế phản hồi trạng thái tuyến tính, sao cho hàm truyền Z có điểm cực ổn định $z_{1,2} = \delta \pm j\omega$ với $\delta^2 + \omega^2 < 1$!
4. Hàm truyền Z đối với lực nhiễu $S(t)$ như thế nào?

Cho biết: $m_1, m_2, l, I_2^{(S)} = \frac{1}{3}m_2l^2, \delta, \omega, S(t)$, bỏ qua ảnh hưởng của ma sát.



Hình 8.27: Làm ổn định con lắc ngược

Lời giải:

1. Các kết quả của thí dụ 8.1 và 8.2 có thể được sử dụng để dẫn ra phương trình chuyển động. Trong đó ta thay kích động dịch chuyển bằng kích động lực $F(t)$ và thêm vào lực nhiễu $S(t)$ để tạo ra mômen đối với điểm quay $2lS(t)$. Kết quả là

$$\begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2l \\ -m_2l & \frac{4}{3}m_2l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -m_2gl \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(t) \\ 2lS(t) \end{bmatrix}.$$

Bằng việc khử biến x cho ta

$$\ddot{\theta}(t) - \frac{3(m_1 + m_2)g}{4m_1 + m_2} \theta(t) = \frac{6(m_1 + m_2)}{(4m_1 + m_2)m_2l} S(t) + \frac{3}{(4m_1 + m_2)l} F(t).$$

Thế $\tau = \omega_0 t$ với $\omega_0^2 = \frac{3(m_1 + m_2)g}{4m_1 + m_2 l}$ ta có thể tìm được dạng không thứ nguyên cần tìm của phương trình chuyển động,

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \theta(\tau) - \theta(\tau) = u(\tau) + n(\tau)$$

với các viết tắt $\frac{d}{d\tau} = ()'$ và đại lượng đặt $u(\tau) = \frac{F(\tau)}{(m_1 + m_2)g}$ cũng như

$$\text{đại lượng nhiễu } n(\tau) = \frac{2}{m_2 g} S(\tau).$$

Mô hình liên tục trong không gian trạng thái có dạng

$$\mathbf{z}'(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{z}(\tau) + \mathbf{b}u(\tau) + \mathbf{r}n(\tau)$$

với

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \theta \\ \theta' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

2. Khi sử dụng tỉ số sai phân đơn giản $(\mathbf{z}(k+1) - \mathbf{z}(k))/T_0$ ta nhận được mô hình không liên tục trong không gian trạng thái

$$\mathbf{z}(k+1) = [\mathbf{I} + T_0 \mathbf{A}] \mathbf{z}(k) + T_0 \mathbf{b}u(k) + T_0 \mathbf{r}n(k).$$

3. Theo phương trình (8.85) ta chọn phản hồi trạng thái

$$u(k) = \mathbf{k}^T (\mathbf{z}_s(k) - \mathbf{z}(k))$$

với $\mathbf{k} = [k_1, k_2]^T$. Đối với vectơ đại lượng mong muốn thỏa mãn $\mathbf{z}_s(k) \equiv 0$. Các tham số điều khiển k_1 và k_2 được tính toán từ điểm cực của hàm truyền. Chúng được tính từ phương trình sau

$$\det [\mathbf{z}\mathbf{I} - (\mathbf{I} + T_0 \mathbf{A} - T_0 \mathbf{b}\mathbf{k}^T)] = \det \begin{bmatrix} z - 1 & -T_0 \\ T_0(k_1 - 1) & z - 1 + T_0 k_2 \end{bmatrix} = 0$$

hay

$$z^2 - (2 - T_0 k_2)z + 1 - T_0 k_2 - T_0^2 + T_0^2 k_1 = 0.$$

Từ liên hệ này ta tính được các tham số điều khiển k_1 và k_2 phụ thuộc δ và ω .

$$k_1 = \frac{(\delta - 1)^2 + \omega^2 + T_0^2}{T_0^2},$$

$$k_2 = \frac{2(1 - \delta)}{T_0}.$$

4. Hàm truyền Z đối với đại lượng nhiễu có thể được đưa ra,

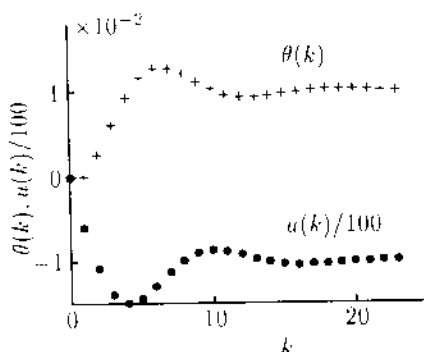
$$G_n(z) = \frac{T_0}{(z - \delta)^2 + \omega^2} \left[\frac{T_0}{z - 1} \right], \quad Z_n(z) = G_n(z)N(z).$$

Trong miền thời gian nó có dạng

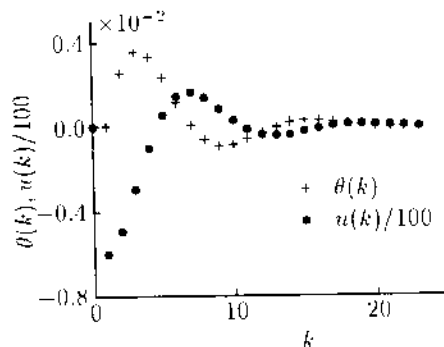
$$\theta(k+2) - 2\delta\theta(k+1) + (\delta^2 + \omega^2)\theta(k) = T_0^2 n(k).$$

Trên hình 8.28 là đáp ứng của hệ và đại lượng đặt cần thiết trong hai trường hợp:

- $n(k) = 1$ khi $k \geq 0$ (hàm bước nhảy),
- $n(k) = \begin{cases} 1 & \text{khi } k = 0 \text{ và } k = 1 \\ 0 & \text{khi } k \geq 2 \end{cases}$ (va chạm dạng chữ nhật)



a) Đáp ứng đối với hàm bước nhảy



b) Đáp ứng đối với xung chữ nhật

Hình 8.28: Con lắc ngược được ổn định bằng điều khiển trích mẫu: a) Đáp ứng đối với hàm bước nhảy, b) Đáp ứng đối với va chạm dạng chữ nhật ($T_0 = 0,05$ s; $\delta = 0,7$; $\omega = 0,4$)

□

8.4 Giới thiệu các phương pháp điều khiển khác

Trên đây mới chỉ khảo sát các mô hình tuyến tính cho việc thiết kế phản hồi tuyến tính. Các mô hình này nhận được bằng việc tuyến tính hóa phương trình chuyển động của hệ nhiều vật (MKS) quanh vị trí (đại lượng) yêu cầu. Trên cơ sở mô hình này có thể xử lý được một lớp lớn các vấn đề cơ điện tử. Thế nhưng, trong chuỗi các vấn đề thực tế việc mở rộng là cần thiết. Sự mở rộng này một mặt liên quan đến lớp mô hình và mặt khác liên quan đến kế hoạch điều khiển. Việc mở rộng lớp mô hình trở nên cần thiết, nếu

- vectơ nhiễu có tính chất ngẫu nhiên,
- các ảnh hưởng phi tuyến không thể bỏ qua,
- các bài toán hệ liên tục cần phải được nghiên cứu (các hệ có tham số phân bố).

Kế hoạch điều khiển cần được cải thiện, nếu

- luật điều khiển phải thích nghi với sự thay đổi trong mô hình (điều khiển thích nghi), việc tối ưu hóa kế hoạch điều khiển để đạt chỉ tiêu chất lượng dạng bình phương, dạng tích phân (chẳng hạn như điều khiển H^∞),
- tính chính xác của mô hình là khó có thể đạt được (điều khiển bền vững),
- sự tiến triển tương lai của đại lượng dẫn và hệ thống kỹ thuật cần được quan tâm (điều khiển dự đoán, báo trước),
- không thể thiết kế được điều khiển dựa trên mô hình theo mục 8.1. Thì có thể sử dụng mô hình dựa trên điều khiển (điều khiển mờ).

Các tính chất này và mở rộng chỉ có thể thực thi được, nếu bộ điều khiển được phép phi tuyến và thời gian (thỏa đáng) cho phép cũng như có được khả năng tính toán phù hợp việc thực thi nó.

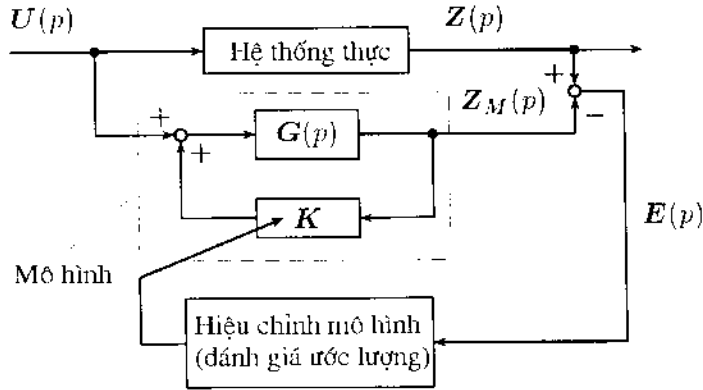
Dưới đây đưa ra một cái nhìn ngắn gọn về một số mở rộng quan trọng. Để tìm hiểu chi tiết bạn đọc có thể tìm trong các tài liệu như [8.1], [8.2], [8.7], [8.10], [8.15].

Điều khiển thích nghi: Điều khiển này hoạt động có sự trợ giúp của mô hình, nghĩa là mô hình của hệ thống kỹ thuật coi như đã biết, và sự thay đổi mô hình được mô tả qua sự thay đổi tham số. Sự thay đổi này được xác định thông qua một thuật toán nhận dạng và qua đó việc điều khiển được điều chỉnh. Trong đó sự phụ thuộc tham số của mô hình thường được giả thiết là tuyến tính, để có thể áp dụng phương pháp ước lượng tham số tuyến tính. Phương pháp này hoạt động một cách hồi qui, do đó nó rất hiệu quả và bổ sung rất tốt vào các phương pháp hồi quy của điều khiển số (so sánh mục 8.3). Hình 8.29 chỉ ra sơ đồ khối của điều khiển thích nghi.

Điều khiển H^∞ : Trong mục 8.2.6 điều khiển LQ được dẫn ra như là lời giải của bài toán tối ưu dựa trên tiêu chuẩn bình phương tích phân (điều khiển RICCATI). Tiêu chuẩn bình phương mặc dù hữu ích đối với hệ tuyến tính, vì nó dẫn tới nghiệm dạng kín, nhưng không bắt buộc. Nếu sử dụng chỉ tiêu chất lượng tổng quát, thì thiết kế điều khiển thường chỉ có thể tiến hành về mặt số nhờ phương pháp tìm nghiệm đặc biệt. Các hạn chế này một mặt là số lượng lớn tham số điều khiển, mà nó xác định số chiều của không gian tham số, và mặt khác là dạng của tiêu chuẩn chất lượng sử dụng, mà tiêu chuẩn này không cần phải khả vi và do đó nó hạn chế phương pháp tối ưu sử dụng.

Từ khía cạnh ứng dụng việc tối thiểu hóa chuẩn $\| \cdot \|_\infty$ đã chứng minh đối với ma trận hàm truyền. Ma trận này được xác định như sau

$$\|G(p)\|_\infty = \sup_{\omega} \sigma_{\max} \{G(j\omega)\}, \quad (8.90)$$



Hình 8.29: Sơ đồ khối của điều khiển thích nghi

trong đó σ_{max} là giá trị kỳ dị lớn nhất của ma trận $G(p)$. Nó có thể biểu diễn nhờ chuẩn véctơ EUKLID

$$\sigma_{max} = \max_{x \neq 0} \frac{\|Gx\|_2}{\|x\|_2},$$

xem phụ lục A.2.4.

Bài toán điều khiển dưới đây chỉ ra việc ứng dụng phương pháp này,

$$\begin{aligned} Z(p) &= G_u(p)U(p) + G_s(p)Z_s(p), \\ Y(p) &= CZ(p) \end{aligned} \quad (8.91)$$

với phản hồi tín hiệu ra tuyến tính

$$U(p) = -KY(p),$$

như thể thỏa mãn quan hệ sau

$$Z(p) = (I + G_u(p)KC)^{-1} G_s(p)Z_s(p).$$

ứng sử bám như mô tả dưới đây

$$E(p) = Z_s(p) - Z(p) = G(p)Z_s(p)$$

với

$$G(p) = I - (I + G_u(p)KC)^{-1} G_s(p). \quad (8.92)$$

Trong điều khiển H^∞ sai số bám sẽ nhỏ, nếu các phần tử của ma trận phản hồi K được xác định từ điều kiện

$$\min_K \|G(p)\|_\infty = \min_K \left(\sup_\omega \sigma_{max} \{G(j\omega)\} \right). \quad (8.93)$$

Điều khiển H^∞ còn là điều khiển Minimax.

Để đơn giản xét hệ một biến vào-ra. Như thế dẫn đến

$$\|G(j\omega)\|_{\infty} = \sup_{\omega} |G(j\omega)| \quad (8.94)$$

và mô tả cực đại của đặc tính biên độ tần số. Theo phương trình (8.93) các tham số điều khiển được chọn từ yêu cầu mức vượt biên độ nhỏ.

Như thế sự khác biệt của điều khiển H^{∞} với điều khiển cổ điển, như phương pháp gán trước điểm cực, là rõ ràng: Mục tiêu của việc thiết kế điều khiển không phải sự phân bố điểm cực yêu cầu, mà là độ vượt biên độ nhỏ mới là mục tiêu của nó.

Để làm sáng tỏ phương pháp ta khảo sát thí dụ 8.7 một lần nữa.

Thí dụ 8.17: Điều khiển vị trí nhờ động cơ điện một chiều

Theo phương trình (8.26) ta có phương trình chuyển động (đối với $Q_L(t) \equiv 0$)

$$J_m \ddot{q}_m(t) + B_{eff} \dot{q}_m(t) = KU(t).$$

Sử dụng phương trình đo sau

$$y(t) = l(q_m(t) - q_{ms}(t)).$$

Nghĩa là chỉ sai lệch vị trí đối với giá trị yêu cầu được đo.

Đối với điều khiển phản hồi tín hiệu ra

$$U(t) = -K_p y(t)$$

tham số điều khiển K_p cần được xác định từ phương trình (8.93).

Cho biết: $J_m, B_{eff}, K, l, q_{ms}(t)$

Lời giải:

Chuyển sang miền tần số ta được

$$(J_m p^2 + B_{eff} p) Q_m(p) = KU(p).$$

$$Y(p) = l(Q_m(p) - Q_{ms}(p)).$$

Do đó phương trình (8.92) có dạng sau

$$G(p) = \frac{J_m p^2 + B_{eff} p}{J_m p^2 + B_{eff} p + K K_p l}.$$

Từ đó nhận được đặc tính biên độ - tần số như sau

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{J_m^2 \omega^4 + B_{eff}^2 \omega^2}{(K K_p l - J_m \omega)^2 + B_{eff}^2 \omega^2}},$$

cực đại của nó nằm tại

$$\omega_M^2 = \frac{K K_p l}{2 J_m} \left(1 + \sqrt{1 + 2 \frac{B_{eff}^2}{J_m K K_p l}} \right).$$

Tham số điều khiển K_p có thể được xác định từ điều kiện

$$\min_{K_p} \sup_{\omega} |G(j\omega)| = \min_{K_p} \|G(j\omega)\|_{\omega^2 = \omega_M^2}.$$

□

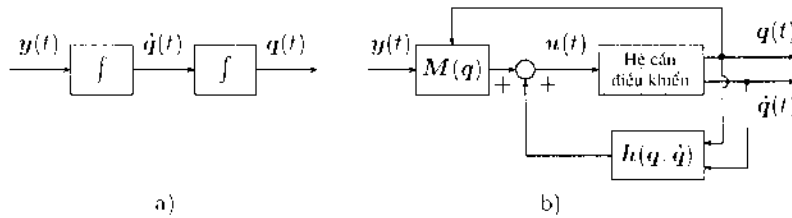
Tuyến tính hóa toàn cục nhờ bù truyền thẳng: Nếu tác động chéo và phi tuyến trong mô hình hệ kỹ thuật không thể bỏ qua, thì ta có thể sử dụng phương pháp phân tách bằng bù truyền thẳng. Bù thành phần phi tuyến ở đây với mục đích thay thế mô hình phi tuyến bằng n hệ một biến bậc hai. Để làm sáng tỏ ý tưởng này ta khảo sát phương trình chuyển động (8.3) của một hệ nhiều vật trong không gian cấu hình,

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = Q_{Antr}(t).$$

Với $Q_{Antr}(t) = u(t)$ là véctơ điều khiển, ta đưa vào biến mới $y(t) = \ddot{q}(t)$, như thế phương trình chuyển động được viết lại như sau,

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= y, \\ u &= M(q)y + h(q, \dot{q}). \end{aligned} \quad (8.95)$$

Hình 8.30 là những sơ đồ khối tương ứng. Ta nhận thấy rằng, véctơ $y(t)$ hoạt động như đầu vào trong cả hai hệ con. Điều có ý nghĩa cho việc mở rộng là, hệ thể hiện trong hình 8.30a là tuyến tính và có thể làm ổn định được nhờ điều khiển tuyến tính theo nghĩa thông thường. Hình 8.30b chứa tính chất phi tuyến của hệ và thể hiện phương pháp diễn hình trong động lực học ngược, điều này thể hiện ở chỗ, từ các giá trị đã biết của $q(t)$, $\dot{q}(t)$, $\ddot{q}(t)$ tính được đại lượng đặt cần thiết (xem mục 6.2).



Hình 8.30: Tuyến tính hóa toàn cục: a) động lực học ngược. b) bù truyền thẳng

Hợp hai sơ đồ lại dẫn đến một luật điều khiển tuyến tính

$$y(t) = K_P (q_s(t) - q(t)) + K_D (\dot{q}_s(t) - \dot{q}(t)) + \ddot{q}_s(t). \quad (8.96)$$

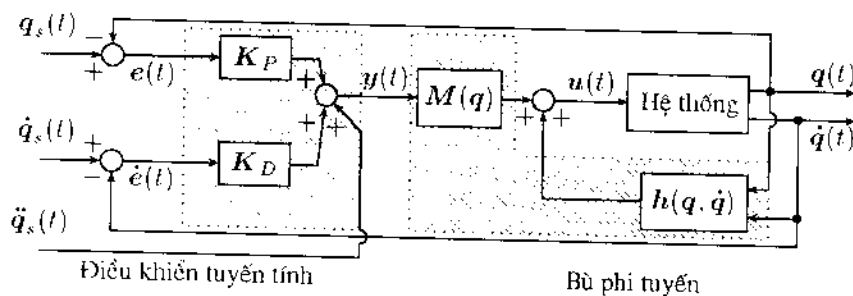
Các ma trận chéo K_P và K_D chứa các tham số điều khiển. Đối với sai lệch của quỹ đạo yêu cầu $e(t) = q_s(t) - q(t)$ ta nhận được liên hệ đơn giản

$$\ddot{e}(t) + K_D \dot{e}(t) + K_P e(t) = 0, \quad (8.97)$$

phương trình này biểu hiện một hệ gồm n hệ một biến bậc hai. Tham số điều khiển có thể xác định được dễ dàng bằng giải tích, chẳng hạn bằng phương pháp gần trước điểm cực. Hình 8.31 chỉ ra sơ đồ khối cho hệ có điều khiển. Nó tạo thành nhờ kết nối hai sơ đồ khối trong hình 8.30 với sự trợ giúp của phân hồi tuyến tính.

Lưu ý:

- Nhờ việc bù truyền thẳng mà việc tuyến tính hóa bài toán đạt được, việc tuyến tính này là *toàn cục* cần phân biệt với phương pháp tuyến tính hóa địa phương như mục 8.1.
- Giả thiết cho việc này là có thể bù „hoàn hảo“ các ảnh hưởng phi tuyến. Điều đó chỉ có thể đạt được, nếu mô hình là biết được „chính xác“, một đòi hỏi khó có thể đáp ứng được.
- Những ảnh hưởng phi tuyến có thể mô tả một cách đơn giản có thể dễ dàng bù được, thí dụ như thành phần trọng lượng nằm trong số đó. Một cách tổng quát thì không thể bù một cách đầy đủ được. Và do đó các vấn đề về độ nhạy hay tính bền vững chống lại sự không chính xác của mô hình cần được nghiên cứu.
- Trong kỹ thuật robot bù truyền thẳng còn được gọi là *điều khiển trước mômen*, bởi vì để tạo ra một quỹ đạo mong muốn thì các lực và mômen cần thiết cần được tính toán và được nối vào hệ kỹ thuật cần điều khiển như là một điều khiển trước, xem thêm các mục 8.1 và 6.2.2 cùng như trong [8.2], [8.14].



Hình 8.31: Sơ đồ khối cho điều khiển tuyến tính với bù truyền thẳng

Điều khiển bền vững: Một điều khiển là bền vững, nếu nó không nhạy cảm đối với sự khác nhau giữa hệ thực và mô hình, mà mô hình này dùng làm cơ sở để thiết kế điều khiển. Vì rằng sai lệch giữa thực tế và mô hình là không thể tránh khỏi và có thể có những nguyên nhân rất khác nhau (như sự không chắc chắn trong tham số mô hình, việc xây dựng mô hình chưa đạt đủ độ sâu, chú ý không đầy đủ đến các cảm biến và các cơ cấu chấp hành, điều kiện môi trường thay đổi, v.v...), các điều khiển phải luôn bền vững từ góc độ thực tế.

Tính ổn định bền vững được coi như một thước đo chất lượng điều khiển bền vững, vì nó đảm bảo sự ổn định cả khi mô hình không chính xác. Trong trường hợp đơn giản thước đo này có thể đạt được thông qua việc lựa chọn thích hợp độ ổn định $\delta > 0$ như đã giới thiệu. (xem hình 8.11).

Ảnh hưởng của sự không chắc chắn trong mô hình được ước lượng nhờ việc phân tích độ nhạy. Để làm điều đó cần thiết phải thành lập một mô hình nhạy cảm, cơ sở của nó thường là “mô tả giới hạn chuẩn” độ không chắc chắn mô hình. Về nguyên tắc điều khiển chỉ có thể bền vững chống lại sự không chắc chắn trong mô hình, nếu hàm độ nhạy của vòng điều khiển được tạo nên với mô hình gần đúng bị chặn.

Ta đưa vào ma trận độ nhạy

$$S(p) = (I + G(p)K(p))^{-1}. \quad (8.98)$$

Tính bền vững có thể lớn nhất đạt được, nếu chuẩn của ma trận $S(p)$ trở nên nhỏ, nghĩa là

$$\min_{K(p)} \|S(p)\|_{\infty}. \quad (8.99)$$

Bằng cách làm yếu đi, thay vì phương trình (8.99) ta sử dụng ước lượng với giới hạn trên $W > 0$,

$$\|S(p)\|_{\infty} < W. \quad (8.100)$$

Từ các liên hệ này mối liên quan chặt chẽ của điều khiển bền vững với điều khiển H^{∞} trở nên rõ ràng. Để chi tiết hơn xin tham khảo thêm, như trong [8.1], [8.2], [8.10], [8.14].

Điều khiển dựa trên kinh nghiệm: Nếu độ không chắc chắn khi xây dựng mô hình quá lớn, những mô hình xuất hiện bằng việc mô hình hóa cổ điển có thể trở nên không đủ độ tin cậy hay thậm chí mất ý nghĩa. Đó là các trường hợp mà quá trình được khảo sát phức tạp và cơ chế tác động trong nó cũng phức tạp, chẳng hạn như trong các hệ đa biến hay hệ phi tuyến mạnh, các hệ với nhiều cấu trúc con liên kết với nhau hay hệ bị gây nhiễu mạnh, hay trong những tình huống vận hành hiếm hoi.

Giải pháp cho trường hợp vừa nêu là thiết lập và sử dụng các mô hình dựa trên kinh nghiệm cho hệ kỹ thuật cần điều khiển ở dạng *IF-THEN*¹⁾.

Để làm sáng tỏ phương pháp về nguyên lý lần nữa ta khảo sát thí dụ về con lắc ngược 8.16, mặc dù bài toán này là có thể giải bằng thiết kế điều khiển dựa trên mô hình.

Thí dụ 8.18: Con lắc ngược với điều khiển hướng điều chỉnh

Trạng thái hệ của con lắc có thể được mô tả chẳng hạn thông qua sáu loại (tập) sau đây:

¹⁾ Quy tắc điều khiển mờ Nêu-Tư

K1:	góc lắc tốt.	$ \theta < 1^\circ$
K2:	góc lắc trung bình.	$1^\circ \leq \theta < 5^\circ$
K3:	góc lắc tồi.	$ \theta \geq 5^\circ$
K4:	con lắc rơi.	$\text{sgn}(\theta) = \text{sgn}(\dot{\theta})$
K5:	vị trí xe tốt.	$ x < 1m$
K6:	dấu các đạo hàm như nhau.	$\text{sgn}(\dot{\theta}) = \text{sgn}(\dot{x})$

Sau khi cố định việc phân lớp ta thực hiện đánh giá trạng thái hệ hiện thời, chẳng hạn như

- 1: sự kiện xuất hiện.
- 0: sự kiện không xuất hiện.

Qua sự đánh giá *dual* này một chuỗi các sự kiện được xác định. Chúng phục vụ như thông tin đầu vào của một quá trình ra quyết định cho việc dẫn ra đại lượng đầu ra cần thiết, trong trường hợp này là đại lượng đặt $F(t)$.

Quá trình ra quyết định này thể hiện nhiệm vụ mô hình hóa nhất định, trong nhiệm vụ này sẽ tìm ra những mối liên quan hệ thống theo quy tắc. Quy tắc này có dạng tổng quát sau :

IF tình trạng đầu vào $K_i = 1$ (thực), THEN $a = 1$,
nghĩa là sự kiện đầu ra a xuất hiện.

hay

IF tình trạng đầu vào $K_i = 1$ (thực), THEN $a = 0$,
nghĩa là sự kiện đầu ra a không xuất hiện (liegt nicht vor).

Trong trường hợp con lắc đảo giá trị đại lượng đặt F có thể được chọn như là sự kiện đầu ra a :

$$a = \begin{cases} 1 & \text{khi } F = F_{max} \\ 0 & \text{khi } F = 0 \\ -1 & \text{khi } F = -F_{max} \end{cases}$$

Hai thí dụ đối với các luật điều khiển có thể dễ ổn định hóa con lắc là:

IF ($K1 = 1$ và $K4 = 0$ và $K5 = 1$), THEN $a = 0$.

hoặc

IF ($K2 = 1$ và $K4 = 1$ và $K5 = 1$), THEN $a = 1$.

□

Trước khi kết thúc phần giới thiệu hai bình luận sau được đưa ra:

1. Như đã nêu trên, khó khăn chính nằm ở việc dẫn ra một điều khiển thích hợp. Cơ sở cho nó là dựng nên những mối liên hệ có tính hệ thống có thể nhận biết được, chúng sẽ được kiểm tra, bổ sung và cải thiện trong quá trình dạy (Teach-Phase). Quá trình này cũng có thể chuyển qua việc phân loại đã được sử dụng và được mở rộng bởi các chuyên gia.

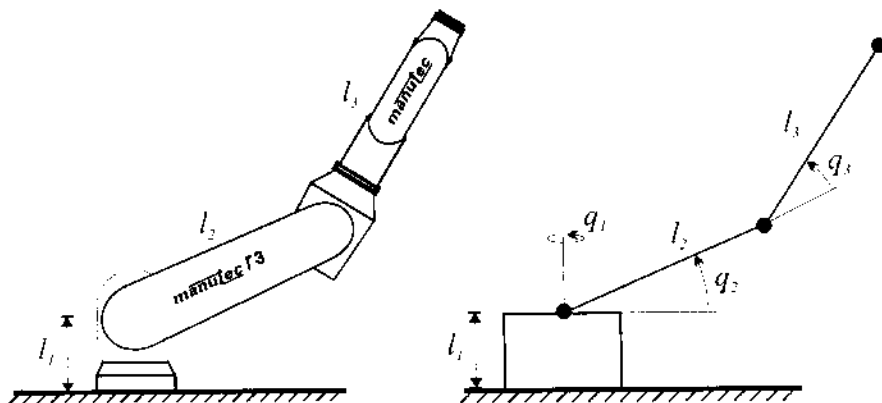
2. Dãy sự kiện không nhất thiết bắt buộc phải từ một sự đánh giá đối ngẫu. Thông thường theo nghĩa logic đối ngẫu tồn tại những trạng thái không hoặc khó quyết định. Do đó ta có thể sử dụng thành công *điều khiển mờ*¹⁾ dựa trên các tập mờ. Sự khác nhau cơ bản với lý thuyết tập đối ngẫu (cổ điển) là ở chỗ, thuộc tính của một sự kiện thuộc vào một lớp (tập) được mô tả bằng một hàm thuộc tính (liên tục), mà giá trị của nó nằm trong khoảng 0 và 1. Quá trình này được gọi là *mờ hóa*. Sau đó việc ra quyết định phải là logic mờ và đưa ra những quyết định đa giá trị. Cuối cùng để dẫn ra một đại lượng đặt „rõ“ thì phải thực hiện một việc đó là *giải mờ* (hay gọi là *làm rõ hóa*).

Bạn đọc quan tâm có thể đọc tài liệu [8.13].

¹⁾fuzzy control

thế thì môi trường làm việc sẽ được quan sát nhờ sự trợ giúp của các cảm biến và chuyển động của rôbot sẽ được điều chỉnh cho phù hợp.

- **Dạng đặc biệt:** Trong nhiều ứng dụng đặc biệt cấu hình của rôbot cần được điều chỉnh cho phù hợp với yêu cầu của từng nhiệm vụ. Ngoài các rôbot sử dụng cho kỹ thuật dưới nước và không gian, các hệ thống đặc biệt phục vụ nghiên cứu như các rôbot tự hành và rôbot đàn hồi.



Hình 9.1: Rôbot công nghiệp điển hình và mô hình động học các trục cơ bản

Phần dưới đây sẽ áp dụng lý thuyết trình bày trong các chương 6, 7 và 8 vào tính toán một số rôbot cụ thể. Để tránh cái gọi là „sự tác hại của thứ nguyên“

¹⁾ và để có thể tính toán được hoàn chỉnh, ta sẽ xét một rôbot có ba bậc tự do, ($n = 3$) như hình 9.1. Ở đây chỉ xét ba trục cơ bản của một rôbot sáu trục. Việc giới hạn này chỉ cho phép xác định điểm định vị của bàn kẹp trong không gian, còn hướng của bàn kẹp chưa xác định. Ta sử dụng các số liệu bằng số của các tham số hình học và các đại lượng động lực, ta sẽ nhận được kết quả gần giống như tính toán rôbot chuẩn ba trục trong [9.13].

Dưới đây sẽ thảo luận nhiều vấn đề khác nhau tương ứng với các yêu cầu đặt ra cho rôbot. Trong đó đề cập đến vấn đề tiêu biểu là điều khiển rôbot công nghiệp thương mại, mà các bước chính ở đây cũng sẽ áp dụng được cho các hệ khác. Những vấn đề được chia thành năm nhóm với những bộ câu hỏi, trong đó có sử dụng các liên hệ ngang.

Trong những mục tiếp theo tất cả các đại lượng vật lý có thứ nguyên m, kg và s. Để đơn giản cho việc biểu diễn những đơn vị này sẽ không được đưa ra cùng các đại lượng. Ngoài ra trong kỹ thuật rôbot các viết tắt biểu diễn các hàm $\sin$ và $\cos$ hay được sử dụng:

$$s_i := \sin(q_i), \quad c_i := \cos(q_i), \quad s_{ij} := \sin(q_i + q_j), \quad c_{ij} := \cos(q_i + q_j). \quad (9.1)$$

¹⁾Eng.: curse of dimensionality

9.1.1 Mô hình động học

Việc tính toán động học cung cấp một quy định để mô tả quan hệ hình học giữa vị trí của bàn kẹp $\mathbf{x}$ và các tọa độ khớp $\mathbf{q}$ của rôbot. Rôbot trong hình 9.1 có ba trục quay ($n = 3$), trục quay thứ nhất thẳng đứng, trục thứ hai và thứ ba nằm song song với nhau. Hệ tọa độ quán tính của rôbot được gắn liền với chân của trục quay thẳng đứng. Vectơ tọa độ khớp được chọn là

$$\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]^T. \quad (9.2)$$

Ngoài ra để đơn giản tính toán hướng, của bàn kẹp không được đề cập tới trong các phần khảo sát dưới đây. Như thế vectơ vị trí của bàn kẹp giảm thứ nguyên xuống còn $m = 3$.

$$\mathbf{x} = [x, y, z]^T. \quad (9.3)$$

Dù rằng rôbot có cấu trúc tương đối đơn giản nhưng động học của nó sẽ được xác định bằng phương pháp tọa độ DENAVIT-HARTENBERG, để làm rõ các tiếp cận này đối với những hệ lớn (so sánh với mục 6.1.5).

Ký hiệu Denavit-Hartenberg (ký hiệu DH)

Việc mô tả phép biến đổi thuần nhất giữa hệ tọa độ quán tính $(KS)_0$ và hệ tọa độ bàn kẹp $(KS)_3$ được thực hiện trước hết qua việc xác định các hệ tọa độ DH. Theo các quy tắc trình bày trong mục 6.1.5 ta tiến hành các bước như sau:

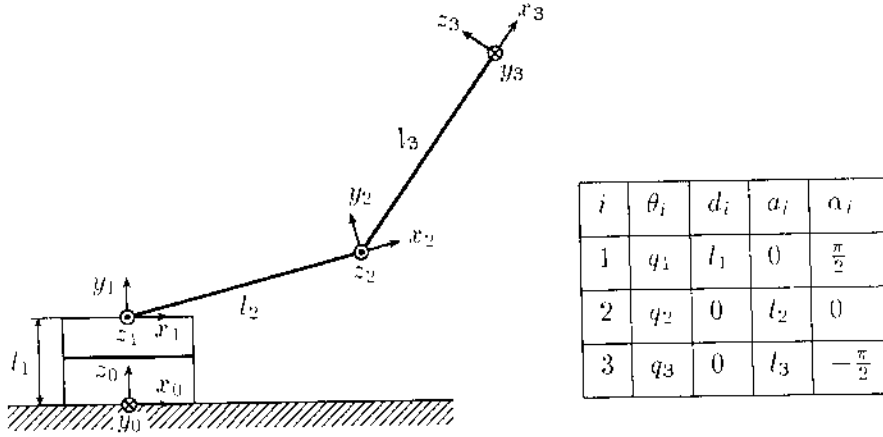
1. Đánh số các trục chuyển động i ($i = 1, 2, 3$).
2. Xác định các trục $\mathbf{z}_i$ và từ đó xác định các hệ trục tọa độ $(KS)_i$ ($i = 0, \dots, 3$).
3. Xác định các đường vuông góc giữa các trục chuyển động và đặt các trục $\mathbf{x}_i$ ($i = 0, \dots, 3$).
4. Xác định các trục $\mathbf{y}_i$ tuân theo quy ước "hệ tọa độ thuận" ($i = 0, \dots, 3$).

Trong thí dụ này tính tùy ý của việc xác định hệ tọa độ gắn liền bàn kẹp (khâu thao tác) đã được sử dụng, để xác định hướng của bàn kẹp. Cụ thể khi rôbot ở vị trí tĩnh ($\mathbf{q}_0 = [0, 0, 0]^T$) các hệ tọa độ $(KS)_0$ và $(KS)_3$ nằm song song nhau. Vị trí của các hệ tọa độ được chỉ ra trên hình 9.2.

Bước tiếp theo là chỉ ra các tham số DH :

1. θ_i : góc quay quanh trục $\mathbf{z}_{i-1}$,
2. d_i : khoảng cách theo hướng trục $\mathbf{z}_{i-1}$,
3. a_i : khoảng cách theo hướng trục $\mathbf{x}_i$,
4. α_i : góc quay quanh trục $\mathbf{x}_i$.

Bảng tham số DH cũng được trình bày trên hình 9.2.



Hình 9.2: Các hệ tọa độ DH và các tham số DH tương ứng

Thay các tham số DH vào phương trình (6.36) cho ta ba phép biến đổi đối với các khâu liên kế

$$\begin{aligned}
 A_1^0 &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & -c_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2^1 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & l_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & l_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 A_3^2 &= \begin{bmatrix} c_3 & 0 & -s_3 & l_3 c_3 \\ s_3 & 0 & c_3 & l_3 s_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{9.4}$$

Nhân các ma trận này cho ta ma trận của phép biến đổi toàn thể

$$A_3^0 = A_1^0 A_2^1 A_3^2 = \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -s_1 & -c_1 s_{23} & c_1 (l_2 c_2 + l_3 c_{23}) \\ s_1 c_{23} & c_1 & -s_1 s_{23} & s_1 (l_2 c_2 + l_3 c_{23}) \\ s_{23} & 0 & c_{23} & l_1 + l_2 s_2 + l_3 s_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{9.5}$$

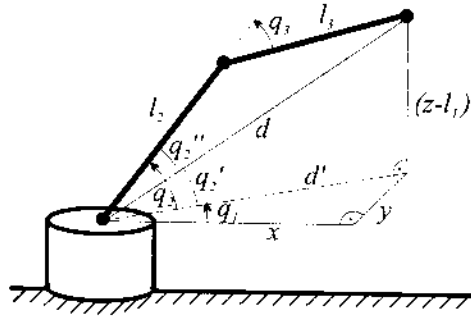
Động học thuận

Động học thuận của rôbot được lấy ra từ ba phần tử đầu tiên của cột cuối cùng trong phương trình của phép biến đổi toàn thể (9.5)

$$x = f(q) = \begin{bmatrix} c_1 (l_2 c_2 + l_3 c_{23}) \\ s_1 (l_2 c_2 + l_3 c_{23}) \\ l_1 + l_2 s_2 + l_3 s_{23} \end{bmatrix}. \tag{9.6}$$

Động học ngược

Như đã chỉ rõ trong mục 6.1.6, trong trường hợp tổng quát, việc tính toán động học ngược không thể giải được bằng công thức. Và cũng không có phương

Hình 9.3: Động học rôbot với $q_3 < 0$

pháp giải tích tổng quát nào cho bài toán động học ngược rôbot. Người ta phải phát triển một cách tìm nghiệm đặc biệt cho mỗi một bài toán động học mới hoặc là giải nó bằng phương pháp số. Trong trường hợp dưới đây, bài toán động học ngược được tính toán nhờ chú ý đến yếu tố hình học của rôbot cùng với các đại lượng trợ giúp như trình bày trên hình 9.3.

Đối với mỗi vị trí xác định của bàn kẹp $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ ta nhận được góc q_1 qua việc áp dụng quan hệ lượng giác trong một tam giác có các cạnh là các đoạn x , y và d' ,

$$q_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right). \quad (9.7)$$

Góc q_3 nhận được bằng việc áp dụng định lý cosin đối với tam giác có các cạnh l_2 , l_3 và d .

$$d^2 = l_2^2 + l_3^2 - 2l_2l_3 \cos(\pi - |q_3|).$$

Với bình phương độ dài đường chéo $d^2 = x^2 + y^2 + (z - l_1)^2$ ta nhận được

$$q_3 = \pm \arccos \frac{x^2 + y^2 + (z - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3}. \quad (9.8)$$

Mặc dù trong hình 9.3 góc q_3 giả thiết là âm, nhưng dấu $\pm$ trong phương trình (9.8) cho biết quan hệ này cũng đúng cho trường hợp $q_3 > 0$.

Để tính nốt góc còn lại q_2 ta chú ý đến mặt phẳng tạo bởi hai khâu 2 và 3. Góc q_2 nhận được từ tổng

$$q_2 = q_2' - q_2'' \quad \text{với} \quad \begin{cases} q_2'' < 0 & \text{khi } q_3 > 0 \\ q_2'' > 0 & \text{khi } q_3 < 0 \end{cases}.$$

Từ hình vẽ 9.3 ta có

$$\sin(q_2') = \frac{z - l_1}{d}.$$

và cùng với chú ý $\sin(\pi - |q_3|) = \sin(|q_3|)$, sử dụng định lý sin đối với tam giác tạo bởi ba cạnh l_2 , l_3 và d ta có hệ thức

$$\frac{l_3}{\sin(q_2'')} = \frac{d}{\sin(|q_3|)}.$$

Cuối cùng ta nhận được

$$q_2 = \arcsin \left(\frac{(z - l_1)}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - l_1)^2}} \right) \mp \arcsin \left(\frac{\sqrt{(2l_2l_3)^2 - (x^2 + y^2 + (z - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}}{2l_2\sqrt{x^2 + y^2 + (z - l_1)^2}} \right), \quad (9.9)$$

trong đó dấu '-' khi q_3 dương và dấu '+' khi q_3 âm.

Những cấu hình đặc biệt

Một số trường hợp đặc biệt cần phải được chú ý khi giải bài toán động học ngược mô tả bởi các phương trình (9.7), (9.8) và (9.9) đối với rôbốt này:

Phương trình (9.7) không thể tính được khi $x = 0$. Đây là một hạn chế thuần túy về mặt toán học, chẳng hạn bằng việc lựa chọn $q_1 = \arcsin(y/d')$ có thể tránh được sự kỳ dị này.

Trường hợp $x = 0$ và $y = 0$, nghĩa là bàn kẹp của rôbốt nằm ngay trên trục z_0 . Cấu hình này chỉ phụ thuộc vào q_2 và q_3 , vì thế không thể tính được q_1 .

Ngược với bài toán nghịch đảo ma trận JACOBI khi cánh tay rôbốt trải ra $\sqrt{x^2 + y^2 + (z - l_1)^2} = l_2 + l_3$ (so sánh với mục 9.1.2) bài toán động học ngược không gặp vấn đề gì.

- Việc thiết lập và các phương trình kết quả chỉ nghiệm đúng trong không gian làm việc của rôbốt $d \leq l_2 + l_3$.

9.1.2 Động học vi phân và tĩnh học

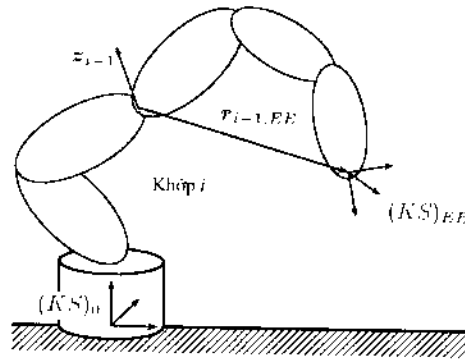
Quan hệ giữa vận tốc khớp và vận tốc của bàn kẹp trong tọa độ Dècác được thiết lập nhờ ma trận JACOBI. Ngoài ra nguyên lý công ảo chỉ ra rằng, nhờ ma trận JACOBI này ta có được quan hệ giữa lực tác dụng lên bàn kẹp và lực khớp. Nhờ sự sử dụng ở hai bài toán này mà ma trận JACOBI có một vai trò trung tâm trong kỹ thuật rôbốt.

Tính các ma trận Jacobi hình học

Việc tính toán ma trận JACOBI hình học của một rôbốt có thể dùng đạo hàm của động học thuận (so sánh phương trình (6.42)) hoặc nhờ việc cộng hình học. Cột thứ i của ma trận JACOBI hình học

$$J_{Gi} = \begin{bmatrix} J_{Ti} \\ J_{Ri} \end{bmatrix} \quad (9.10)$$

mô tả chuyển động của bàn kẹp gây nên bởi chuyển động của khớp thứ i và do đó (khi sử dụng ký hiệu DH cho phân tích động học) phụ thuộc vào hướng chuyển động $\mathbf{z}_{i-1}$ và vectơ vị trí $\mathbf{r}_{i-1,EE}$.



Hình 9.4: Tính toán hình học ma trận JACOBI

Mối liên hệ thể hiện trong hình vẽ 9.4 đúng cho cả khớp quay và khớp tịnh tiến. Đối với mỗi loại khớp phương trình (9.10) có dạng:

Khớp tịnh tiến:
$$\mathbf{J}_{G_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (9.11)$$

Khớp quay:
$$\mathbf{J}_{G_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{i-1} \times \mathbf{r}_{i-1,EE} \\ \mathbf{z}_{i-1} \end{bmatrix}. \quad (9.12)$$

Tính toán ma trận Jacobi

Tính toán ma trận JACOBI của rôbốt trên hình 9.1 được xác định trong phần này bằng quan sát hình học phương trình (9.11) và (9.12). Vì hướng của bàn kẹp không được chú ý đến trong thí dụ này, nên ma trận JACOBI có thứ nguyên $(n \times m) = (3 \times 3)$. Hơn nữa rôbốt chỉ có các khớp quay nên với sự trợ giúp của phương trình (9.12) ma trận JACOBI của rôbốt được tính như sau

$$\mathbf{J} = [\mathbf{z}_0 \times \mathbf{r}_{0,EE} \quad \mathbf{z}_1 \times \mathbf{r}_{1,EE} \quad \mathbf{z}_2 \times \mathbf{r}_{2,EE}]. \quad (9.13)$$

Tất cả các vectơ trong phương trình (9.13) biểu diễn trong hệ gắn với giá. Chúng có thể được tính toán như dưới đây nhờ phép biến đổi thuận nhất

trình bày trong mục 9.1.1:

$$\begin{aligned}
 z_0 &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ 0 \end{bmatrix} = A_1^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ -c_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\
 \begin{bmatrix} z_2 \\ 0 \end{bmatrix} &= A_1^0 A_2^1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 \\ -c_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\
 \begin{bmatrix} r_{0,EE} \\ 1 \end{bmatrix} &= A_3^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1(l_2c_2 + l_3c_{23}) \\ s_1(l_2c_2 + l_3c_{23}) \\ l_1 + l_2s_2 + l_3s_{23} \\ 1 \end{bmatrix}, \\
 \begin{bmatrix} r_{1,EE} \\ 0 \end{bmatrix} &= (A_3^0 - A_1^0) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1(l_2c_2 + l_3c_{23}) \\ s_1(l_2c_2 + l_3c_{23}) \\ l_2s_2 + l_3s_{23} \\ 0 \end{bmatrix}, \\
 \begin{bmatrix} r_{2,EE} \\ 0 \end{bmatrix} &= (A_3^0 - A_1^0 A_2^1) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_3c_1c_{23} \\ l_3s_1c_{23} \\ l_3s_{23} \\ 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Thế vào phương trình (9.13) cho ta ma trận JACOBI của rôbốt,

$$J = \begin{bmatrix} -s_1(l_2c_2 + l_3c_{23}) & -c_1(l_2s_2 + l_3s_{23}) & -s_{23}c_1l_3 \\ c_1(l_2c_2 + l_3c_{23}) & -s_1(l_2s_2 + l_3s_{23}) & -s_{23}s_1l_3 \\ 0 & l_2c_2 + l_3c_{23} & l_3c_{23} \end{bmatrix}. \quad (9.14)$$

Ma trận Jacobi nghịch đảo và các cấu hình kỳ dị

Nghịch đảo ma trận JACOBI bằng giải tích tính như sau

$$J^{-1} = \frac{\text{adj}[J]}{\det[J]}. \quad (9.15)$$

Các thành phần của ma trận nghịch đảo này tương đối dài và không cần thiết cho các tính toán tiếp theo cho nên ta không viết riêng ra ở đây. Ta quan tâm đến trường hợp không tính được ma trận nghịch đảo (các cấu hình kỳ dị). Điều đó có nghĩa là tại cấu hình kỳ dị rôbốt mất đi ít nhất một bậc tự do trong không gian làm việc. Sự kỳ dị xuất hiện tại những nơi mà mẫu số của phương trình (9.15) bằng không, nghĩa là

$$\det[J] = -s_3(c_2l_2 + c_{23}l_3)l_2l_3 = 0, \quad (9.16)$$

như thế cần phân biệt hai trường hợp:

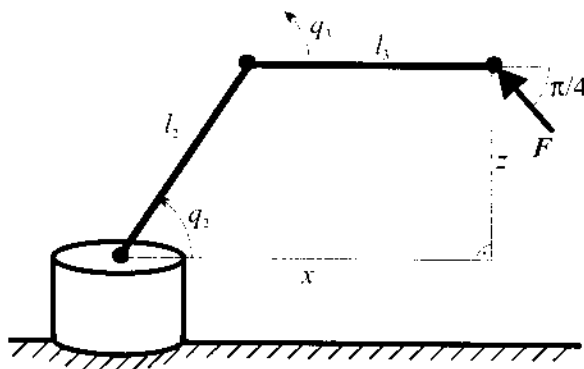
1. $s_3 = 0 \Leftrightarrow q_3 = 0 \vee q_3 = \pi$: khâu 2 nằm trên khâu 3, hoặc là nằm trên phần kéo dài của nó ('tay duỗi thẳng'). Do đó, chuyển động theo phương dọc cánh tay là không thể.

2. $(c_2 l_2 + c_{23} l_3) = 0$: Từ phương trình (9.6) suy ra $x = 0$ và $y = 0$. Bàn kẹp nằm trên phần kéo dài của trục quay thứ nhất z_0 , ('Rôbốt nắm lấy chính mình'). Do đó chỉ còn lại *một* hướng chuyển động trong mặt phẳng tạo bởi x_0 và y_0 là có thể.

Tính toán độ đàn hồi của rôbốt bằng ma trận Jacobi chuyển vị

Để làm thí dụ cho việc ứng dụng ma trận JACOBI, độ cứng vững tính theo không gian Đêcác lớn nhất và nhỏ nhất cho một cấu hình đặc biệt của rôbốt được tính toán. Các kích thước hình học của rôbốt được cho như sau

$$l_1 = 0,5; \quad l_2 = 0,5 \text{ và } l_3 = 0,7.$$



Hình 9.5: Tác dụng của một lực lên bàn kẹp

Diểm làm việc ứng với hình vẽ 9.5 được cho bởi

$$q_{AP} = \left[0, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4} \right]^T.$$

Một lực ngoài F tác dụng lên bàn kẹp như trên hình vẽ,

$$F = \left[-\frac{F_0}{\sqrt{2}}, 0, \frac{F_0}{\sqrt{2}} \right]^T.$$

Thế vào phương trình (9.14) nhận được ma trận JACOBI tại điểm làm việc đã cho như sau

$$J(q_{AP}) = \begin{bmatrix} 0 & -0,3536 & 0 \\ 1,0536 & 0 & 0 \\ 0 & 1,0536 & 0,7 \end{bmatrix}$$

và từ phương trình (6.74) nhận được mômen khớp

$$Q_F = J^T F = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,7450 \\ 0,4950 \end{bmatrix} F_0.$$

Độ cứng trong những hộp truyền động của rôbốt đối với tất cả các khớp có thể được mô tả bởi một ma trận độ cứng $\mathbf{C}$. Trong thí dụ này nó được cho như sau

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0,667 \cdot 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 1,111 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0,833 \cdot 10^6 \end{bmatrix}.$$

Do có tính đàn hồi nên khi các khớp chịu tác dụng của lực $\mathbf{Q}_F$ vị trí của bàn kẹp bị xê dịch. Với ma trận đàn hồi $\mathbf{H} = \mathbf{J}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{J}^T$ ta tìm được dịch chuyển cho rôbốt này

$$\Delta \mathbf{x} = \underbrace{\mathbf{J}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{J}^T}_{\mathbf{H}} \mathbf{F} = \begin{bmatrix} -0,3166 \cdot 10^{-6} \\ 0 \\ 1,3595 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix} F_0.$$

Việc so sánh $\Delta \mathbf{x}$ và $\mathbf{F}$ chỉ ra, ma trận đàn hồi ảnh hưởng đến các hướng khác nhau là khác nhau do quan hệ động học phi tuyến của rôbốt (ứng xử đàn hồi, phi đẳng hướng).

Một vấn đề quan trọng nữa về mặt kỹ thuật cần được xác định là, theo hướng nào trong không gian rôbốt có độ cứng vững nhỏ nhất cũng như lớn nhất. Điều này có thể chỉ ra nhờ việc khảo sát trị riêng của ma trận đàn hồi [9.1]

$$\mathbf{H} = 1 \cdot 10^{-6} \begin{bmatrix} 0,1125 & 0 & -0,3353 \\ 0 & 1,6641 & 0 \\ -0,3353 & 0 & 1,5873 \end{bmatrix}$$

và dẫn đến bài toán trị riêng và vectơ riêng:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1,6641 \cdot 10^{-6} \quad , \quad \mathbf{v}_{R1} = [0, 1, 0]^T, \\ \lambda_2 &= 1,6599 \cdot 10^{-6} \quad , \quad \mathbf{v}_{R2} = [-0,2117, 0, 0,9773]^T, \\ \lambda_3 &= 39,870 \cdot 10^{-9} \quad , \quad \mathbf{v}_{R3} = [0,9773, 0, 0,2117]^T. \end{aligned}$$

Tính toán trên chỉ ra rằng, theo hướng mềm nhất $\mathbf{v}_{R1}$ cho dù một mômen tác dụng lên trục 1, còn theo hướng cứng nhất $\mathbf{v}_{R3}$ đường tác dụng của lực nằm gần theo hướng của khâu 3 và do đó chỉ độ đàn hồi của khâu 2 chịu lực tác dụng.

9.1.3 Lập trình quỹ đạo

Việc lập trình quỹ đạo có một ý nghĩa quan trọng trong việc điều khiển rôbốt công nghiệp, bởi vì nó thể hiện giao diện giữa sự ứng dụng và người thao tác. Đặc biệt những phương pháp dài dòng dễ vượt qua trở ngại các đường dịch chuyển không liên tục sẽ không trình bày ở đây. Với ba loại quỹ đạo trình bày dưới đây chúng ta sẽ làm sáng tỏ mối quan hệ giữa không gian cấu hình và không gian thao tác của rôbốt.

Định nghĩa chuyển động điểm đến điểm (quĩ đạo I)

Phương pháp di chuyển điểm đến điểm (*point-to-point*) là dạng dịch chuyển đơn giản nhất. Ở đây chỉ cần cho trước điểm đầu và điểm cuối của đường dịch chuyển. Đường nối hai điểm này có thể chọn tùy ý. Loại điều khiển này thường được ứng dụng cho việc xếp các sản phẩm thành hàng ngang dọc và cho công việc hàn điểm.

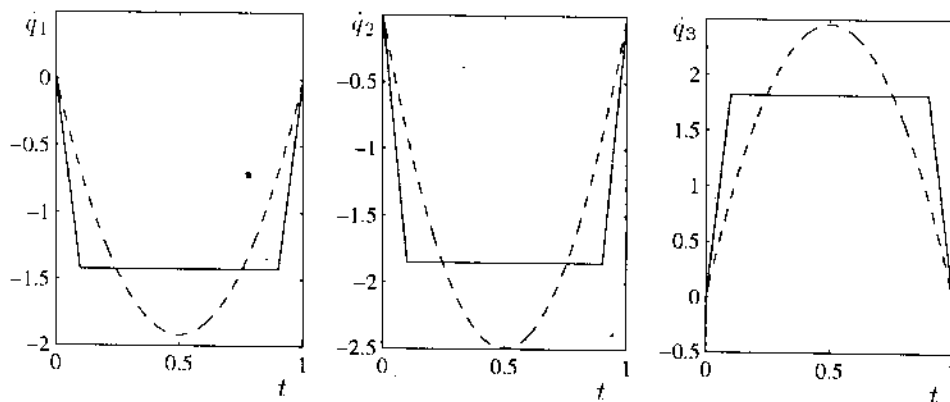
Trước tiên đường Ia được xác định, đường này có profile vận tốc dạng hình thang như mục 7.1.2. Điểm đầu và điểm cuối được cho như sau

$$\underbrace{\mathbf{x}_{IA} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0,3 \\ 1,0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{IB} = \begin{bmatrix} 1,0 \\ 0,3 \\ 1,0 \end{bmatrix}}_{\text{không gian làm việc}} \iff \underbrace{\mathbf{q}_{IA} = \begin{bmatrix} 1,571 \\ 2,429 \\ -2,179 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_{IB} = \begin{bmatrix} 0,292 \\ 0,763 \\ -0,541 \end{bmatrix}}_{\text{không gian cấu hình}} \quad (9.17)$$

vận tốc và gia tốc cực đại được chọn sao cho tất cả các trục có pha gia tốc, pha vận tốc hằng và sự trễ pha như nhau

$$\mathbf{a}_{max,I} = \begin{bmatrix} -14,21 \\ -18,50 \\ 18,20 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_{max,I} = \begin{bmatrix} -1,421 \\ -1,850 \\ 1,820 \end{bmatrix}.$$

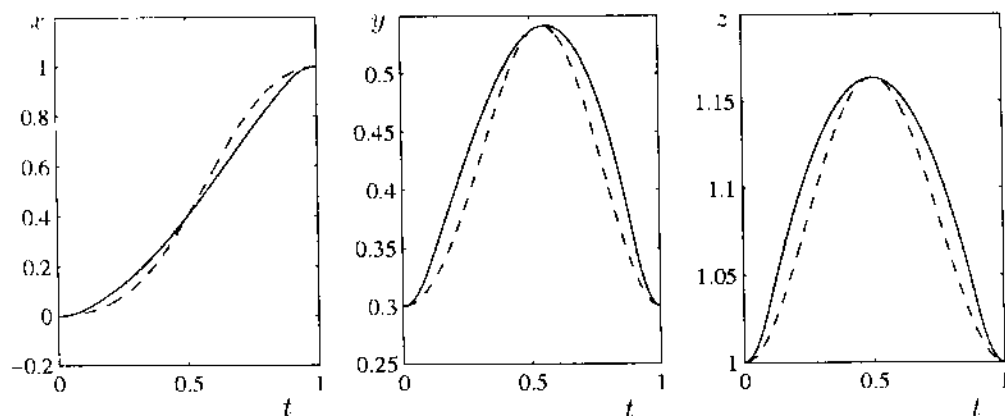
Đồ thị vận tốc theo thời gian được thể hiện trên hình vẽ 9.6, tọa độ Đề các của bàn kẹp trên hình vẽ 9.7.



Hình 9.6: Đồ thị vận tốc đối với đường Ia (—) và đường Ib (---) trong không gian khớp

Một phương án tiếp theo (đường Ib) là sử dụng đa thức thí dụ như đa thức bậc ba cho mỗi khớp,

$$q_i = a_{3,i}t^3 + a_{2,i}t^2 + a_{1,i}t + a_{0,i} \quad \text{với} \quad i = 1, 2, 3,$$



Hình 9.7: Tọa độ bàn kẹp trong không gian làm việc tương ứng đường Ia (—) và Ib (---)

các đa thức này thỏa mãn điểm đầu và điểm cuối và đồng thời tại hai điểm này vận tốc triệt tiêu. Theo phương trình (7.8), từ các điều kiện biên ta có thể viết được một hệ phương trình đại số tuyến tính như sau

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & T & T^2 & T^3 \\ 0 & 1 & 2T & 3T^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}_{I,i}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_{0i} \\ a_{1i} \\ a_{2i} \\ a_{3i} \end{bmatrix}}_{\mathbf{a}_{I,i}} = \begin{bmatrix} q_{IA,i} \\ 0 \\ q_{IB,i} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{với } i = 1, 2, 3.$$

Đối với đường có profin vận tốc dạng hình thang ta có ($T = 1$)

$$\mathbf{a}_{I,1} = \begin{bmatrix} 1,571 \\ 0,000 \\ -3,838 \\ 2,559 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_{I,2} = \begin{bmatrix} 2,429 \\ 0,000 \\ -4,996 \\ 3,331 \end{bmatrix}, \quad \text{và} \quad \mathbf{a}_{I,3} = \begin{bmatrix} -2,1790 \\ 0,000 \\ 4,9138 \\ -3,2759 \end{bmatrix}.$$

Dồ thị vận tốc và tọa độ Đềcác của bàn kẹp theo thời gian được thể hiện trên hình vẽ 9.6 và 9.7.

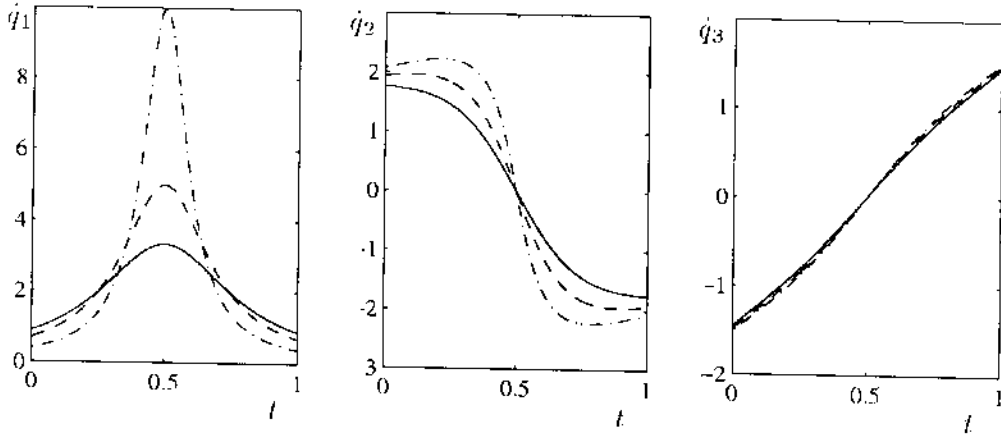
Cần phải nhận thấy rằng, cả hai quỹ đạo trên đều không phải là đường thẳng. Ngay cả tọa độ z cũng không phải là hằng số, mặc dù điểm đầu và điểm cuối có cùng một độ cao.

Các chuyển động lân cận cấu hình kỳ dị (quỹ đạo II)

quỹ đạo II được mô tả bởi những điểm đầu và cuối như sau

$$\mathbf{x}_{II, Anf} = \begin{bmatrix} h_{II} \\ -0,5 \\ 1,0 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad \mathbf{x}_{II, End} = \begin{bmatrix} h_{II} \\ 0,5 \\ 1,0 \end{bmatrix},$$

ở đây bàn kẹp của rôbot sẽ dịch chuyển giữa những điểm này theo một đường thẳng với vận tốc hằng số $v_{II} = 1$. Tham số tự do h_{II} xác định khoảng cách của đường dịch chuyển từ điểm kỳ dị $\mathbf{x}_{sing} = [0, 0, 1]^T$. Vận tốc hằng số của bàn kẹp trong không gian Dêcác được chuyển đổi sang vận tốc khớp như thể hiện trong hình vẽ 9.8 nhờ nghịch đảo ma trận JACOBI.



Hình 9.8: Vận tốc khớp cho đường II với $h_{II} = 0,3$ (—), $h_{II} = 0,2$ (---) và $h_{II} = 0,1$ (-.-)

Ta thấy rằng, ở giữa đường dịch chuyển nơi mà khoảng cách đến điểm kỳ dị giảm, vận tốc khớp của trục thứ nhất tăng đáng kể. Đồng thời độ dốc của vận tốc khớp trục 2 thay đổi nhiều hơn, điều này làm cho gia tốc tăng lên. Sự tăng lên nhanh chóng của vận tốc và gia tốc khớp là hiệu ứng phụ tiêu biểu khi chuyển động gần điểm kỳ dị. Giá trị của chúng có thể lớn tới mức mà động cơ không thể cấp đủ mômen cần thiết và làm cho sai số dịch chuyển lớn.

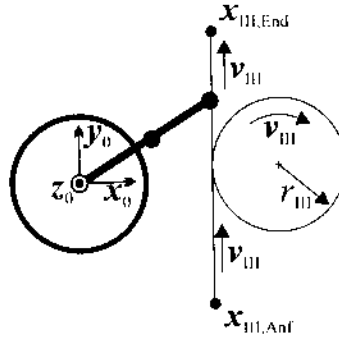
Chuyển động tròn trong mặt phẳng (quĩ đạo III)

Dễ ứng dụng các phương trình động lực và điều khiển trong mục 9.1.4 và 9.1.5 đường III được tạo thành từ đoạn thẳng và một đường tròn tương ứng hình vẽ 9.9.

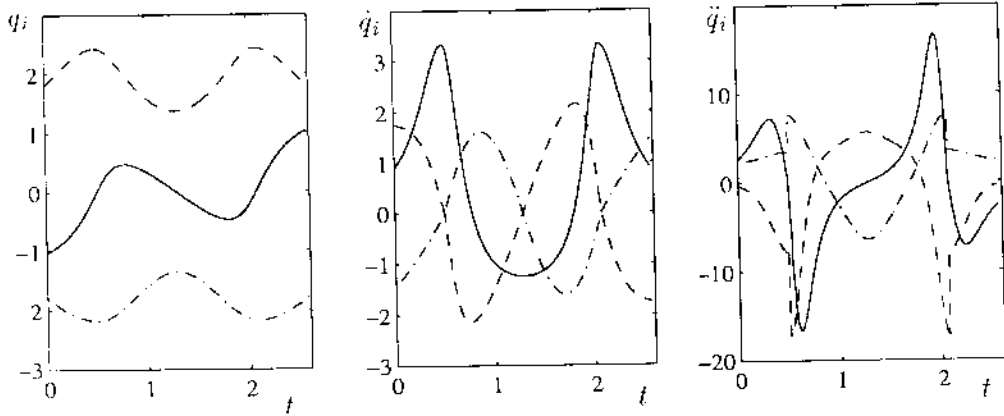
Điểm đầu và điểm cuối là

$$\mathbf{x}_{III, Anf} = \begin{bmatrix} 0,3 \\ -0,5 \\ 1,0 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad \mathbf{x}_{III, End} = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,5 \\ 1,0 \end{bmatrix},$$

đường tròn có bán kính $r_{III} = 0,25$. Bàn kẹp di chuyển trên đường tròn với vận tốc hằng số $v_{III} = 1$. Tọa độ khớp, vận tốc và gia tốc được thể hiện trên hình vẽ 9.10. Những bước nhảy trong đồ thị gia tốc xuất hiện khi bàn kẹp chuyển từ đoạn thẳng sang cung tròn.



Hình 9.9: Quan sát rôbốt khi chuyển động dọc đường III

Hình 9.10: Đồ thị vị trí, vận tốc và gia tốc cho đường III
(trục 1: —, trục 2: ---, trục 3: - · -)

9.1.4 Mô hình động lực học

Mối liên hệ giữa mômen động cơ và chuyển động của rôbốt được mô tả bởi phương trình vi phân chuyển động của hệ. Trong mục này phương trình LA-GRANGE sẽ được sử dụng để thiết lập phương trình vi phân chuyển động và sử dụng nó để tính toán mômen động cơ ứng với quỹ đạo xác định trong mục 9.1.3 (quỹ đạo III).

Phương trình chuyển động theo phương pháp Lagrange

Phương trình chuyển động của rôbốt được thiết lập nhờ phương trình LA-GRANGE loại 2 theo phương trình (6.70). Các phương trình này cho một hệ ba bậc tự do có dạng như sau

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad \text{với } i = 1, 2, 3, \quad (9.18)$$

trong đó Q_i là mômen động cơ tác dụng lên từng trục

$$\mathbf{Q}_{Antr} = [Q_1, Q_2, Q_3]^T. \quad (9.19)$$

Đối với phương trình (9.18) ta cần tính động năng (so sánh (6.71))

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i \mathbf{v}_{Si}^T \mathbf{v}_{Si} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \omega_{si}^{T 0i} \mathbf{R}_{(i)} \mathbf{I}^{(Si) 0i} \mathbf{R}^T \omega_{si} \quad (9.20)$$

và thế năng của hệ

$$U = - \sum_{i=1}^3 m_i \mathbf{g}_0^T \mathbf{x}_{0.Si}. \quad (9.21)$$

Dấu $-$ trong biểu thức (9.21) là vì vectơ gia tốc trọng trường ngược chiều với trục z của hệ quy chiếu quán tính

$$\mathbf{g}_0 = [0, 0, -g]^T \quad \text{với } g = 9,81.$$

Động năng và thế năng của rôbot được tính theo các biểu thức (9.20) và (9.21). Giả thiết rằng, các khâu 2 và 3 của rôbot là các thanh dài mảnh. Khối tâm của các khâu này nằm chính giữa thanh

$$\mathbf{x}_{0.S2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} l_2 c_1 c_2 \\ \frac{1}{2} l_2 s_1 c_2 \\ l_1 + \frac{1}{2} l_2 s_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{0.S3} = \begin{bmatrix} c_1 (l_2 c_2 + \frac{1}{2} l_3 c_{23}) \\ s_1 (l_2 c_2 + \frac{1}{2} l_3 c_{23}) \\ l_1 + l_2 s_2 + \frac{1}{2} l_3 s_{23} \end{bmatrix}. \quad (9.22)$$

Tenxơ quán tính có dạng đường chéo như sau

$${}_{(2)}\mathbf{I}^{(S2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad {}_{(3)}\mathbf{I}^{(S3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{bmatrix}.$$

Vật 1 chỉ có thể quay quanh trục cố định y của nó và do đó chỉ một phần tử của Tenxơ quán tính có ý nghĩa là

$${}_{(1)}\mathbf{I}^{(S1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vận tốc khối tâm các khâu nhận được nhờ đạo hàm vectơ vị trí của nó (9.22)

$\mathbf{v}_{Si} = \frac{d}{dt} \mathbf{x}_{0.Si}$. Trục chuyển động z_{i-1} của khâu i đối với khâu $i-1$ theo ký hiệu DH như sau,

$$\mathbf{z}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z}_1 = \begin{bmatrix} s_1 \\ -c_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z}_2 = \begin{bmatrix} s_1 \\ -c_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Nhờ tính cộng được của vận tốc góc nên ta có vận tốc quay của các khâu như sau

$$\begin{aligned}\omega_{s1} &= z_0 \dot{q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}, \quad \omega_{s2} = \omega_{s1} + z_1 \dot{q}_2 = \begin{bmatrix} s_1 \dot{q}_2 \\ -c_1 \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}, \\ \omega_{s3} &= \omega_{s2} + z_2 \dot{q}_3 = \begin{bmatrix} s_1(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\ -c_1(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Các ma trận quay ${}^{0i}\mathbf{R}$ là các ma trận (3×3) ở góc trên bên trái của phép biến đổi thuần nhất $\mathbf{A}_0^i$:

$$\begin{aligned}{}^{01}\mathbf{R} &= \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 \\ s_1 & 0 & -c_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad {}^{02}\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c_1 c_2 & -c_1 s_2 & s_1 \\ s_1 c_2 & -s_1 s_2 & -c_1 \\ s_2 & c_2 & 0 \end{bmatrix}, \\ {}^{03}\mathbf{R} &= \begin{bmatrix} c_1 c_{23} & -s_1 & -c_1 s_{23} \\ s_1 c_{23} & c_1 & -s_1 s_{23} \\ s_{23} & 0 & c_{23} \end{bmatrix}.\end{aligned}$$

Kết quả tính toán động năng quay và tịnh tiến cùng với thế năng các khâu của rôbốt được cho trong bảng 9.1.

Với những số hạng này phương trình chuyển động (9.18) được thiết lập nhờ các phép tính đạo hàm. Sau một vài biến đổi nhận được

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}_{\text{Antr}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & M_{23} \\ 0 & M_{23} & M_{33} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}(\mathbf{q})} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix}}_{\ddot{\mathbf{q}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} c_{1,12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + c_{1,13} \dot{q}_1 \dot{q}_3 \\ c_{2,11} \dot{q}_1^2 + c_{2,33} \dot{q}_3^2 + c_{2,23} \dot{q}_2 \dot{q}_3 \\ c_{3,11} \dot{q}_1^2 + c_{3,22} \dot{q}_2^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}(\mathbf{q})}, \quad (9.23)$$

trong đó các phần tử của ma trận $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ và vectơ $\mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ cũng như vectơ $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ được đưa ra trong bảng 9.2.

Mômen động cơ đối với quỹ đạo III

Phương trình động lực sẽ được sử dụng để nghiên cứu ảnh hưởng của các đại lượng động lực đến mômen động cơ trong chuyển động dọc theo quỹ đạo III. Để làm điều này, các vị trí, vận tốc và gia tốc khớp (xem hình 9.10) được thay vào phương trình chuyển động (9.23) và các tham số động lực được chọn như sau:

$$\overset{\kappa}{m}_2 = 60; \quad m_3 = 25; \quad J_1 = 1,0; \quad J_2 = 2,5; \quad J_3 = 3,0. \quad (9.24)$$

Hình vẽ 9.11 thể hiện các mômen động cơ. Các thành phần khác nhau $\mathbf{Q}_{\text{Träg.}} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}$, $\mathbf{Q}_{\text{Zentr}} = \mathbf{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ và $\mathbf{Q}_{\text{Grav}} = \mathbf{g}(\mathbf{q})$ của mômen cũng được mô tả trong hình vẽ. Các đồ thị chỉ ra rằng, phần lớn mômen động cơ cần thiết của trục

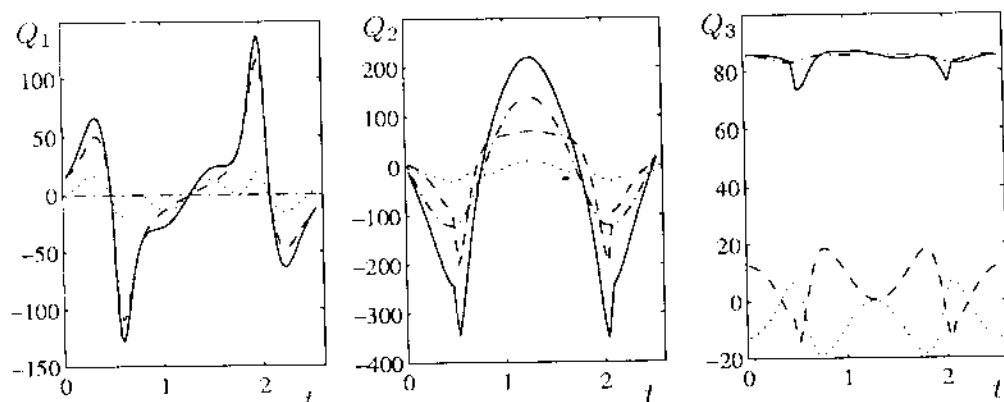
Bảng 9.1: Các phân động năng và thế năng các khâu của rôbốt

$\frac{1}{2}m_1\mathbf{v}_{S1}^T\mathbf{v}_{S1}$	0
$\frac{1}{2}m_2\mathbf{v}_{S2}^T\mathbf{v}_{S2}$	$\frac{1}{8}m_2l_2^2(\dot{q}_2^2 + c_2^2\dot{q}_1^2)$
$\frac{1}{2}m_3\mathbf{v}_{S3}^T\mathbf{v}_{S3}$	$\frac{1}{2}m_3(\frac{1}{4}l_3^2((\dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 + c_{23}^2\dot{q}_1^2) + l_2l_3s_2s_{23}\dot{q}_2(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) - l_2l_3c_2c_{23}(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_2\dot{q}_3) + l_2^2(\dot{q}_2^2 + c_2^2\dot{q}_1^2))$
$\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_{S1}^T\mathbf{I}_{S1}\boldsymbol{\omega}_{S1}$	$\frac{1}{2}J_1\dot{q}_1^2$
$\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_{S2}^T\mathbf{I}_{S2}\boldsymbol{\omega}_{S2}$	$\frac{1}{2}J_2(c_2^2\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2)$
$\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_{S3}^T\mathbf{I}_{S3}\boldsymbol{\omega}_{S3}$	$\frac{1}{2}J_3((\dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 + c_{23}^2\dot{q}_1^2)$
$m_1\mathbf{g}_0^T\mathbf{x}_{0,S1}$	const.
$m_2\mathbf{g}_0^T\mathbf{x}_{0,S2}$	$\frac{1}{2}m_2g_0l_2s_2$
$m_3\mathbf{g}_0^T\mathbf{x}_{0,S3}$	$m_3g_0(l_2s_2 + \frac{1}{2}l_3s_{23})$

Bảng 9.2: Các số hạng trong phương trình chuyển động (9.23)

M_{11}	$J_1 + (\frac{1}{4}m_2l_2^2 + m_3l_2^2 + J_2)c_2^2 + (J_3 + \frac{1}{4}m_3l_3^2)c_{23}^2 + m_3l_2l_3c_2c_{23}$
M_{22}	$J_2 + J_3 + m_3l_2l_3c_3 + (\frac{1}{3}m_2 + m_3)l_2^2 + \frac{1}{4}m_3l_3^2$
M_{33}	$J_3 + \frac{1}{4}m_3l_3^2$
M_{23}	$J_3 - \frac{1}{4}m_3l_3^2 + \frac{1}{2}m_3l_2l_3c_3$
$c_{1,12}$	$-((2m_3l_2^2 + \frac{1}{2}m_2l_2^2 + 2J_2)s_2c_2 + m_3l_2l_3(c_2s_{23} + s_2c_{23}) + (2J_3 + \frac{1}{2}m_3l_3^2)c_{23}s_{23})$
$c_{1,13}$	$-(m_3l_2l_3c_2s_{23} + (2J_3 + \frac{1}{2}m_3l_3^2)c_{23}s_{23})$
$c_{2,11}$	$\frac{1}{2}m_3l_2l_3(s_2c_{23} + c_2s_{23}) + (m_3l_2^2 + J_2 + \frac{1}{4}m_2l_2^2)s_2c_2 + (J_3 + \frac{1}{4}m_3l_3^2)s_{23}c_{23}$
$c_{2,33}$	$-\frac{1}{2}m_3l_2l_3s_3$
$c_{2,23}$	$-m_3l_2l_3s_3$
$c_{3,11}$	$\frac{1}{2}m_3l_2l_3c_2s_{23} + (J_3 + \frac{1}{4}m_3l_3^2)c_{23}s_{23}$
$c_{3,22}$	$\frac{1}{2}m_3l_2l_3s_3$
g_2	$(m_3l_2 + \frac{1}{2}m_2l_2)c_2 + \frac{1}{2}m_3l_3c_{23}$
g_3	$\frac{1}{2}m_3l_3c_{23}$

2 và 3 là để thăng lại trọng lực. Còn đối với trục 1, trục không chịu tác dụng của trọng lực, mômen do thành phần gia tốc chiếm phần lớn nhất. Qua đây cũng thấy rằng, ảnh hưởng của mômen do lực Coriolis và lực ly tâm là không lớn.



Hình 9.11: Đồ thị mômen động cơ cho đường III và các phần khác nhau của nó
(tổng thể: —, phần do quán tính: ---, phần do trọng lượng: ···, phần do lực ly tâm: ····)

9.1.5 Điều khiển riêng rẽ từng trục

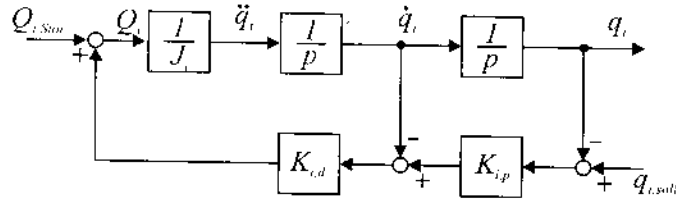
Trong điều khiển rôbốt công nghiệp cho đến nay chỉ sử dụng điều khiển riêng rẽ từng trục. Trước hết là vì, với công suất tính toán sử dụng hiện nay việc thi hành các thuật toán điều khiển trung tâm là chưa thể. Hơn nữa, điều khiển từng trục độc lập đơn giản và đạt độ tin cậy, nó được sử dụng trong phần lớn các ứng dụng. Để làm thí dụ, dưới đây sẽ mô tả cách hoạt động của điều khiển Cascade để rôbốt di chuyển dọc quỹ đạo III.

Thiết kế điều khiển từng trục độc lập dựa trên giả thiết, mỗi trục của rôbốt được hiểu như một đối tượng điều khiển độc lập. Những mối liên hệ phi tuyến đến các trục khác được xem xét như nhiễu tác dụng lên hệ, ảnh hưởng của chúng sẽ được giảm tối thiểu nhờ việc thiết kế bộ điều khiển phù hợp.

Các kết quả mô phỏng được trình bày dựa trên mô hình động học và động lực học tính toán trong mục này. Những mô phỏng được thực hiện bằng phương pháp tích phân RUNGE-KUTTA, ở đây không đi sâu trình bày phương pháp này.

Điều khiển Cascade

Hình vẽ 9.12 chỉ ra sơ đồ khối của trục được điều khiển i ($i = 1, 2, 3$). Trong sơ đồ có một mô hình của hệ kỹ thuật được giả thiết là không tổn thất (không ma sát) và một điều khiển Cascade. Cấu trúc điều khiển này được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp, bởi vì nó cho phép hệ hoạt động cả khi không có một mô hình chính xác. Nhờ cách làm tương tự như trong thí dụ 8.7 ta có

Hình 9.12: Sơ đồ khối trục động cơ i với điều khiển Cascade

hàm truyền của đại lượng dẫn

$$F_F(p) = \frac{\mathcal{L}\{q_i\}}{\mathcal{L}\{q_{i, \text{soll}}\}} = \frac{K_{i,d}K_{i,p}}{J_i p^2 + K_{i,d}p + K_{i,d}K_{i,p}}$$

và hàm truyền của nhiễu

$$F_S(p) = \frac{\mathcal{L}\{q_i\}}{\mathcal{L}\{Q_{\text{stoer}}\}} = \frac{1}{J_i p^2 + K_{i,d}p + K_{i,d}K_{i,p}}.$$

Để đánh giá tác dụng của điều khiển ta sử dụng định lý giá trị biên trong phép biến đổi LAPLACE¹⁾ [9.14]

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p) \quad \text{với} \quad F(p) = \mathcal{L}\{f(t)\}. \quad (9.25)$$

Hàm bước nhảy $1(t)$ ($\mathcal{L}\{1(t)\} = \frac{1}{p}$) là đại lượng dẫn, ta có

$$q_{\text{end}} = \lim_{p \rightarrow 0} pF_F(p) \frac{1}{p} = 1.$$

Do đó ở đây không xuất hiện sai số cố định (lâu dài). Trái lại với một nhiễu bước nhảy tồn tại sai số là

$$q_{\text{end}} = \lim_{p \rightarrow 0} pF_S(p) \frac{1}{p} = \frac{1}{K_{i,d}K_{i,p}}.$$

Để giảm sai số này, các hệ số điều khiển $K_{i,d}$ và $K_{i,p}$ cần phải chọn đủ lớn, việc chọn này cũng là cần thiết để giảm thời gian chuyển tiếp của hệ.

Thiết kế bộ điều khiển

Tính ổn định của vòng điều khiển kín quyết định bởi vị trí điểm cực của hệ, cũng chính là nghiệm (điểm không) của đa thức đặc trưng (mẫu số của hàm truyền)

$$J_i p^2 + K_{i,d}p + K_{i,d}K_{i,p} = 0.$$

¹⁾ Giả thiết cần thiết cho sự tồn tại một giá trị biên cho việc áp dụng định lý giá trị biên được đảm bảo trong thí dụ này.

Hai nghiệm của phương trình này là

$$\lambda_{1,2} = -\frac{K_{i,d}}{2J_i} \pm \sqrt{\frac{K_{i,d}^2}{4J_i^2} - \frac{K_{i,d}K_{i,p}}{J_i}}. \quad (9.26)$$

Thiết kế điều khiển cho vòng điều khiển kín sao cho ứng xử của hệ là không chu kỳ. Qua đó một mặt hệ có một thời gian chuyển tiếp ngắn có thể, nhưng mặt khác cần phải tránh những vượt quá không mong muốn (hãy suy nghĩ hậu quả của nó trong trường hợp xếp theo hàng ngang dọc hoặc khi phay). Trong trường hợp tối hạn cả hai nghiệm của hệ trùng nhau, điều này đạt được bằng cách cho biểu thức trong dấu căn của (9.26) bằng không

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{K_{i,d}}{2J_i}.$$

Tại một điểm cực mong muốn $\lambda = \lambda_{gew}$ ta có

$$K_{i,d} = -2J_i\lambda_{gew}. \quad (9.27)$$

Biểu thức trong dấu căn của phương trình (9.26) triệt tiêu cho ta

$$\frac{K_{i,d}^2}{4J_i^2} - \frac{K_{i,d}K_{i,p}}{J_i} = 0 \quad \text{phương trình (9.27)} \quad K_{i,p} = -\frac{\lambda_{gew}}{2}. \quad (9.28)$$

Để thiết kế bộ điều khiển, ngoài các điểm cực, ta cần biết mômen quán tính khối của từng trục J_i . Đó là các phần tử H_{ii} trên đường chéo của ma trận khối lượng $\mathbf{M}(\mathbf{q})$; các đại lượng này thay đổi dọc theo quỹ đạo đường III,

$$\begin{aligned} 5,524 &\leq M_{11} \leq 9,313, \\ 13,56 &\leq M_{22} \leq 20,44, \\ M_{33} &= 6,0625. \end{aligned}$$

i	λ_{gew}	J_i	$K_{i,d}$	$K_{i,p}$
1	-50	9,313	931	25
2	-50	20,44	2044	25
3	-50	6,0625	606	25

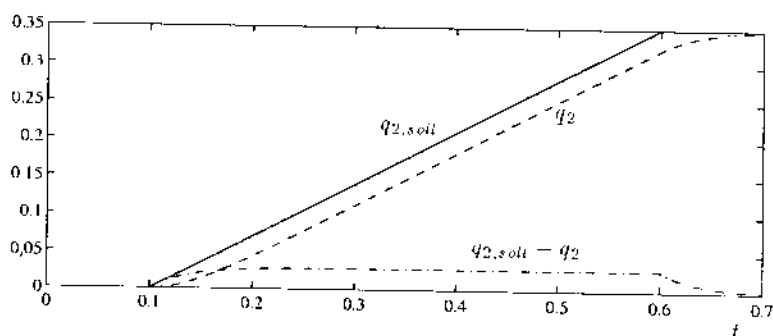
Bảng 9.3:

Các hệ số điều khiển tính toán nhờ các phương trình (9.27) và (9.28)

Để lựa chọn các hệ số của bộ điều khiển cần phải chú ý để ứng xử của hệ không được phép vượt xa giá trị mong muốn. Để được như vậy, đối số trong dấu căn của phương trình (9.26) phải luôn lớn hơn 0 cả khi giá trị của J_i thay đổi, cái này dẫn tới điều kiện

$$\frac{K_{i,d}}{4K_{i,p}} > J_i.$$

Điều này đạt được khi trong phương trình (9.27) các giá trị H_{ii} đối với J_i được chọn lớn nhất khi robot di chuyển dọc theo quỹ đạo cho. Các hệ số điều khiển đối với điểm cực $\lambda_{gew} = -50$ được đưa ra trong bảng 9.3.



Hình 9.13: Do sai số với $J_2 = 20,44$ và $\lambda_{gew} = -50$

Sai số bám

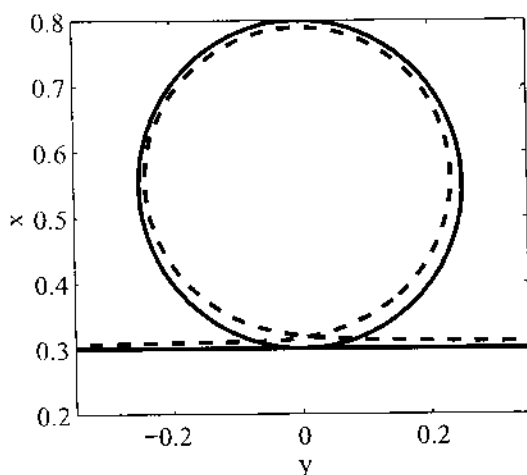
Ta có thể dùng cấu trúc điều khiển như trong hình 9.12, tác động điều khiển chỉ thực hiện khi một sai số vị trí $q_{i,soll} - q_i$ xuất hiện. Nó biểu diễn một đại lượng đặc trưng cho dạng điều khiển này và các dạng điều khiển tương tự và được gọi là *sai số bám*. Sai số bám thông thường đo trong trạng thái bình ổn, bằng cách cho trước đại lượng đặt là một hàm tuyến tính $q_{i,soll}$ với vận tốc hằng số. Hình 9.13 chỉ cho biết dịch chuyển mong muốn và dịch chuyển thực cũng như sai số bám cho trường hợp vận tốc hằng số $\dot{q}_{i,soll} = 0,7$. Ở đây sai số bám có độ lớn là 0,028. Tỷ lệ vận tốc đối với sai số bám tương ứng với độ khuếch đại điều khiển trong vòng điều khiển vị trí. Độ khuếch đại này trong ứng dụng kỹ thuật thường ký hiệu k_v và làm như thước đo cho động lực học của bộ điều khiển. Đối với thí dụ trong hình 9.13 ta có

$$k_v = \frac{v_{\text{bình ổn}}}{\Delta q} = \frac{0,7}{0,028} = 25.$$

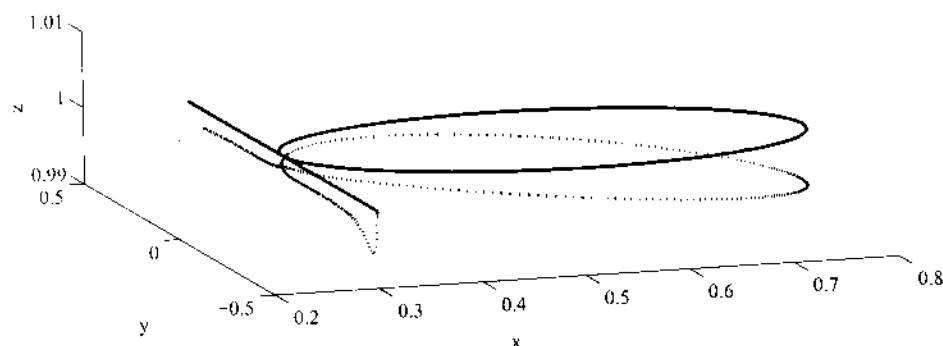
Trong bảng 9.3 các điểm cực như nhau được đặt cho tất cả các bộ điều khiển. Qua ma trận JACOBI chỉ ra rằng, bản kẹp dịch chuyển dọc theo một đoạn thẳng trong không gian Đềcát mà không có sai số (cho dù quan hệ động học là phi tuyến). Nhưng khi chuyển động theo đường tròn thì xuất hiện một „sự co lại“, trị số của sự co lại này phụ thuộc vào vận tốc dọc quỹ đạo. Hiệu ứng này được thể hiện trên hình 9.14, ở đó để làm rõ hiện hiệu ứng co lại vận tốc dọc quỹ đạo III được nâng lên $v_{III} = 3$.

Trong khi sai số bám là kết quả của sự trễ trong vòng điều khiển vị trí, ảnh hưởng của hiệu ứng phi tuyến, cái mà được chú ý đến như là nhiễu, cũng có thể được xem xét. Do đó các thành phần z của vị trí đặt và thực của bản kẹp đối với đường III (với $v_{III} = 1$) được thể hiện trên hình tọa độ 9.15.

Việc điều khiển phải giữ bản kẹp dọc theo đường đi chuyển ở độ cao $x_{III,soll} = 1$. Những sai số có thể nhận thấy là do các đại lượng động lực không được chú ý đến trong phương trình chuyển động.



Hình 9.14: Hiệu ứng „co lại“ dọc theo đường tròn III với $v = 3$ (quĩ đạo đặt: —, quỹ đạo thực: --)



Hình 9.15: Ảnh hưởng của hiệu ứng động lực phi tuyến đến vị trí của bàn kẹp trong hệ Hénon (vị trí đặt: —, vị trí thực: ...)

Lưu ý về các luật điều khiển khác

Cấu trúc điều khiển đã sử dụng trong phần vừa rồi bước đầu làm sáng tỏ tính chất cơ bản của hệ điều khiển. Khi khảo sát thực tế hơn ta phải chú ý đến trước hết cả ảnh hưởng của tỷ số truyền trong hệ truyền động, tỷ số này làm giảm đáng kể sai số động lực. Hơn nữa, một điều khiển trước vận tốc và phần điều khiển tích phân có thể được sử dụng để giảm sai số bám. Thêm vào đó khi thiết kế điều khiển ta cũng cần phải chú ý đến tổn thất qua bộ truyền

động. Cuối cùng tồn tại một số cấu trúc điều khiển trung tâm. Việc làm sáng tỏ các hiện ứng xuất hiện ở đây không nhiều ý nghĩa trong phạm vi mô phỏng (và cũng trong thí dụ này), vì rằng có các sự khác biệt đáng kể khi sử dụng hệ thực.

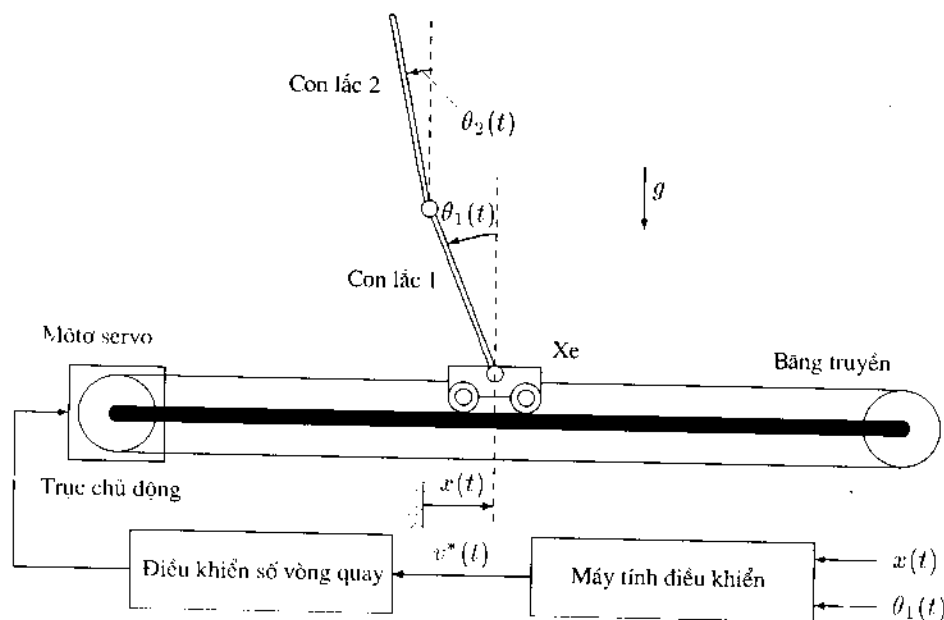
9.2 Làm ổn định hóa con lắc kép

T. Lilge, Viện Kỹ thuật điều khiển, Trường Đại học Hannover.

Trong phần này ta sẽ khảo sát việc ổn định hóa một con lắc kép quanh vị trí cân bằng không ổn định của nó (con lắc ngược). Việc điều khiển thực hiện theo sự phản hồi trạng thái, trong đó có sử dụng bộ quan sát, bởi vì không thể đo được tất cả các biến trạng thái. Điều khiển được thực hiện trên một máy tính nhờ việc rời rạc hóa theo thời gian. Phần trình bày sau đây chủ yếu lấy ra từ các công trình [9.6] và [9.8].

9.2.1 Mô tả hệ

Hình 9.16 chỉ ra các phần cơ bản của một con lắc kép tại Viện Kỹ thuật điều khiển thuộc Trường Đại học Hannover.



Hình 9.16: Các phần cơ bản của con lắc kép

Mô tơ servo làm cho xe chạy trên một đường ray nằm ngang dưới sự trợ giúp của đai dẫn động. Trên xe được lắp con lắc kép tạo thành bởi hai thanh, thanh

2 có thể quay 360° quanh trục nối. Góc $\theta_1(t)$ của thanh 1 được đo bởi một cảm biến dạng đĩa chia bước chính xác (5000 vạch chia, ứng với độ phân giải là 0.018°). Vị trí xe $x(t)$ cũng được đo bằng một cảm biến cùng loại lắp với trục động cơ. Đĩa này có bán kính là 0.7 m, do đó độ phân giải của thước đo vị trí xe là $22 \mu\text{m}$. Các đại lượng còn lại như góc $\theta_2(t)$ không được đo.

Để thực hiện việc điều khiển ta sử dụng một máy tính điều khiển có hệ điều hành thời gian thực RTOS-UH. Một thiết bị điều khiển tốc độ động cơ tiêu chuẩn điều khiển động cơ servo, trong đó đại lượng đặt là vận tốc $v^*(t)$ của xe tạo bởi máy tính điều khiển. Giá trị này được biểu diễn trong máy tính điều khiển bằng dải chuẩn từ -1.0 đến 1.0 và đưa ra tín hiệu dạng điện áp. Các thông số kỹ thuật của thiết bị được liệt kê trong bảng 9.4.

Bảng 9.4: Các thông số kỹ thuật của hệ con lắc kép

Khối lượng thanh 1	$m_1 = 0.2041 \text{ kg}$
Khối lượng thanh 2	$m_2 = 0.1947 \text{ kg}$
Khoảng cách từ trọng tâm đến trục quay 1	$l_1 = 0.1896 \text{ m}$
Khoảng cách từ trọng tâm đến trục quay 2	$l_2 = 0.4310 \text{ m}$
Khoảng cách giữa hai trục	$l_3 = 0.647 \text{ m}$
Mômen quán tính khối thanh 1 đối với khối tâm	$J_1^{(S)} = 0.01151 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Mômen quán tính khối thanh 2 đối với khối tâm	$J_2^{(S)} = 0.014578 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Hệ số ma sát tại ổ thanh 1 nối xe	$d_1 = 0.0015 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$
Hệ số ma sát tại ổ thanh 1 nối thanh 2	$d_2 = 0.001 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3$
Khuếch đại tính của điều khiển tốc độ quay	$k_v = \dot{x}/v^* = 3.4 \text{ m/s}$
Hằng số thời gian của điều khiển tốc độ quay	$T_1 = 0.015 \text{ s}$
Công suất động cơ	4 kW

9.2.2 Mô hình hóa hệ

Việc thiết lập phương trình chuyển động cho con lắc kép có thể thực hiện bằng phương pháp LAGRANGE hay bằng phương trình NEWTON-EULER (so sánh mục 6.2.2 và 6.2.3). Với các giả thiết thanh 1 và 2 là những vật rắn và ma sát tại các ổ trục tỷ lệ với vận tốc, và bỏ qua tác động của hệ con lắc lên xe, ta có các phương trình chuyển động như sau :

$$\begin{aligned}
 & r_5 \ddot{\theta}_1(t) \cos(\theta_1(t) - \theta_2(t)) + r_6 \ddot{\theta}_2(t) - r_5 \dot{\theta}_1(t)^2 \sin(\theta_1(t) - \theta_2(t)) \\
 & \quad + r_3 \ddot{x}(t) \cos(\theta_2(t)) - d_2(\dot{\theta}_1(t) - \dot{\theta}_2(t)) = r_8 \sin(\theta_2(t)), \\
 & r_5 \ddot{\theta}_2(t) \cos(\theta_1(t) - \theta_2(t)) + r_4 \ddot{\theta}_1(t) + r_5 \dot{\theta}_2(t)^2 \sin(\theta_1(t) - \theta_2(t)) \\
 & \quad + r_2 \ddot{x}(t) \cos(\theta_1(t)) + d_2(\dot{\theta}_1(t) - \dot{\theta}_2(t)) + d_1 \dot{\theta}_1(t) = r_7 \sin(\theta_1(t)),
 \end{aligned} \tag{9.29}$$

trong đó $\ddot{x}(t)$ là gia tốc của xe. Cần phải chú ý rằng, khác với các thí dụ khác trong cuốn sách này chúng tôi sử dụng tọa độ tuyệt đối mô tả các góc. Các hệ số r_i nhận được từ các đại lượng đặc trưng cơ học của hệ,

$$\begin{aligned} r_2 &= m_1 l_1 + m_2 l_3, & r_3 &= m_2 l_2, \\ r_4 &= J_1^{(S)} + m_1 l_1^2 + m_2 l_3^2, & r_5 &= m_2 l_2 l_3, \\ r_6 &= J_2^{(S)} + m_2 l_2^2, & r_7 &= g(m_1 l_1 + m_2 l_3), \\ r_8 &= g m_2 l_2. \end{aligned}$$

Xe cùng với bộ phận dẫn động được mô tả bằng một mô hình tuyến tính

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_w(t) &= \mathbf{A}_w \mathbf{z}_w(t) + \mathbf{b}_w v^*(t), \\ y_w(t) &= \mathbf{c}_w^T \mathbf{z}_w(t), \quad \mathbf{z}_w(0) = \mathbf{z}_{w0} \end{aligned} \quad (9.30)$$

với

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_w(t) &= \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1/T_1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b}_w &= \begin{bmatrix} 0 \\ k_v/T_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}_w^T = [1 \quad 0], \end{aligned}$$

trong đó giá trị đặt của vận tốc xe $v^*(t)$ là giá trị đầu ra của máy tính điều khiển. Việc điều khiển tốc độ quay của động cơ servo có thể thực hiện được với giả thiết vừa nêu trên, rằng hệ con lắc không tác động trở lại xe.

9.2.3 Phương trình chuyển động tuyến tính hóa

Con lắc kép cần được giữ ổn định tại vị trí cân bằng phía trên ($\theta_{1S} = 0$, $\theta_{2S} = 0$). Với giả thiết rằng, trong hệ điều khiển chỉ xuất hiện những sai lệch nhỏ quanh vị trí cân bằng này, như thế có thể sử dụng mô hình tuyến tính hóa lân cận điểm cân bằng này cho việc thiết kế bộ điều khiển và khâu quan sát. Đối với các góc ta có

$$\theta_i(t) = \theta_{iS} + \vartheta_i(t) \quad \text{với } i = 1, 2. \quad (9.31)$$

Do $\theta_{iS} = 0$, nên ta có thể tiếp tục sử dụng ký hiệu $\theta_i(t)$ cho phương trình được tuyến tính hóa. Tuyến tính hóa phương trình (9.29) cho ta

$$\begin{aligned} r_5 \ddot{\theta}_1(t) + r_6 \ddot{\theta}_2(t) - d_2 \dot{\theta}_1(t) + d_2 \dot{\theta}_2(t) + r_3 \ddot{x}(t) &= r_8 \theta_2(t), \\ r_5 \ddot{\theta}_2(t) + r_4 \ddot{\theta}_1(t) + d_2 \dot{\theta}_1(t) - d_2 \dot{\theta}_2(t) + d_1 \dot{\theta}_1(t) + r_2 \ddot{x}(t) &= r_7 \theta_1(t). \end{aligned} \quad (9.32)$$

Với $\mathbf{z}_p(t) = [\theta_1(t), \theta_2(t), \dot{\theta}_1(t), \dot{\theta}_2(t)]^T$ và $\ddot{x}(t)$ như là đại lượng đầu vào của hệ con lắc, sau khi thay các tham số ta thu được phương trình trạng thái

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_p(t) &= \mathbf{A}_p \mathbf{z}_p(t) + \mathbf{b}_p \ddot{x}(t), \\ y_p(t) &= \mathbf{c}_p^T \mathbf{z}_p(t), \quad \mathbf{z}_p(0) = \mathbf{z}_{p0} \end{aligned} \quad (9.33)$$

với

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 38.22 & -20.84 & -0.08447 & 0.04898 \\ -40.90 & 38.52 & 0.1101 & -0.07211 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1.772 \\ 0.2422 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c}_p^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0].$$

Hệ xe (9.30) đã được biểu diễn ở dạng tuyến tính. Việc đưa vào biến trạng thái mới, biểu diễn sai lệch lân cận điểm làm việc, không thực hiện trên cơ sở quan sát hệ.

Hệ con lắc chỉ chịu ảnh hưởng của đại lượng đầu vào là $\ddot{x}(t)$ của xe. Với giả thiết rằng, $\ddot{x}(t)$ là đại lượng đo có sẵn, ta thiết kế bộ quan sát riêng cho hai hệ con. Tuy nhiên, việc đo $\ddot{x}(t)$ không đơn giản, vì rằng mới chỉ có $x(t)$ là biết và do đó giá trị này phải được đạo hàm hai lần, việc đạo hàm này rất nhạy cảm với nhiễu ngoài. Hơn nữa, để thiết kế điều khiển hai hệ cần phải hợp nhất thành một hệ chung, bởi vì một điều khiển tách riêng cho xe và con lắc là không thể. Ở đây cũng gặp vấn đề đối với đại lượng $\ddot{x}(t)$, vì nó chẳng phải là đại lượng đầu vào lân cận trạng thái hay là tổ hợp tuyến tính của trạng thái của xe. Do đó cần phải tìm một cách biểu diễn cho hệ con lắc không gặp các vấn đề nêu trên.

Ta sử dụng phép đổi biến sau đây

$$\mathbf{z}_v(t) = \mathbf{z}_p(t) - \mathbf{b}_p \ddot{x}(t) \quad (9.34)$$

Vì chỉ hai phần tử cuối cùng của ma trận $\mathbf{b}_p$ khác không, nên hai phần tử đầu tiên của vectơ trạng thái $\theta_1(t)$ và $\theta_2(t)$ không thay đổi. Nhờ phép biến đổi ta thu được cách biểu diễn tương đương với phương trình (9.33)

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_v(t) &= \mathbf{A}_v \mathbf{z}_v(t) + \mathbf{b}_v \ddot{x}(t), \\ y_v(t) &= \mathbf{c}_v^T \mathbf{z}_v(t), \quad \mathbf{z}_v(0) = \mathbf{z}_{v0} \end{aligned} \quad (9.35)$$

với

$$\mathbf{A}_v = \mathbf{A}_p, \quad \mathbf{b}_v = \mathbf{A}_p \mathbf{b}_p, \quad \mathbf{c}_v^T = \mathbf{c}_p^T. \quad (9.36)$$

Đại lượng đầu vào $\ddot{x}(t)$ của cách biểu diễn này là một biến trạng thái của hệ xe, như thế có thể hợp các hệ con lại được. Ngoài ra, vị trí của xe cho việc tính toán bộ quan sát con lắc chỉ phải vì phân có một lần để nhận được đại lượng đầu vào của hệ. Và từ đây góc $\theta_1(t)$ sẽ là đại lượng đầu ra.

Một nhược điểm của phản hồi trạng thái là lỗi ứng xử tổ hợp của bộ điều khiển. Với giả thiết của một hệ điều khiển kín ổn định, thì có sai số cố định đối với hệ con lắc. Các vận tốc góc bằng không, và con lắc phải đứng ở vị trí thẳng đứng (vị trí nghỉ). Đối với xe mặc dù vận tốc ở vị trí cân bằng bằng

không, nhưng xe không nằm ở vị trí gốc tọa độ như mong muốn. Để tránh điều này, một biến trạng thái nữa được đưa vào

$$\dot{q}(t) = x(t), \quad q(0) = 0.$$

Tại vị trí cân bằng đầu vào của tích phân được bổ sung (trong máy tính điều khiển) $x(t)$ bằng không. Cuối cùng ta đưa ra phương trình tổng thể như sau

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_G(t) &= \mathbf{A}_G \mathbf{z}_G(t) + \mathbf{b}_G v^*(t), \\ \mathbf{y}_G(t) &= \mathbf{C}_G \mathbf{z}_G(t), \quad \mathbf{z}_G(0) = \mathbf{z}_{G0} \end{aligned} \quad (9.37)$$

với

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_G(t) &= \begin{bmatrix} z_v(t) \\ \vdots \\ z_w(t) \\ \vdots \\ q(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_p & \vdots & \mathbf{0} & \mathbf{b}_v & \vdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{A}_w & \vdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b}_G &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{b}_w \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y}_G(t) = \begin{bmatrix} y_v(t) \\ y_w(t) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_G &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9.38)$$

9.2.4 Thiết kế bộ quan sát cho các hệ con

Bộ quan sát xe

Hệ xe mở rộng với một nhiều hằng số (thí dụ như ma sát) làm cơ sở cho bộ quan sát xe

$$\dot{\mathbf{z}}_{wr}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1/T_1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z}_{wr}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ k_v/T_1 \\ 0 \end{bmatrix} v^*(t), \quad (9.39)$$

$$y_{wr}(t) = [1 \ 0 \ 0] \mathbf{z}_{wr}(t), \quad \mathbf{z}_{wr}(0) = \mathbf{z}_{wr0},$$

với

$$\mathbf{z}_{wr}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ r(t) \end{bmatrix}.$$

Giá trị ước lượng T_1/k_v của đại lượng nhiễu $r(t)$ cần phải được chú ý đến trong luật điều khiển, để bù lại đại lượng nhiễu một cách độc lập với phản hồi trạng thái ban đầu. Do bộ quan sát và việc điều khiển được thực hiện trên cùng một máy tính, nên việc rời rạc hóa theo thời gian là cần thiết. Theo

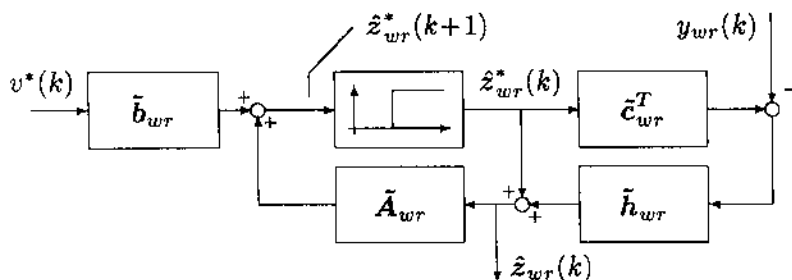
phương pháp rời rạc hóa các hệ dừng tuyến tính như đã nêu trong đoạn 8.3.2 có thể áp dụng cho hệ xe mô tả bởi phương trình (9.39) với thời gian trích mẫu là $T_0 = 0.004$ s

$$\begin{aligned} z_{wr}(k+1) &= \tilde{A}_{wr} z_{wr}(k) + \tilde{b}_{wr} v^*(k), \\ y_{wr}(k) &= \tilde{c}_{wr}^T z_{wr}(k), \quad z_{wr}(0) = z_{wr0}, \end{aligned} \quad (9.40)$$

trong đó

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{wr} &= \begin{bmatrix} 1 & 3.511\text{E-}3 & -7.333\text{E-}6 \\ 0 & 0.7659 & -3.511\text{E-}3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \tilde{b}_{wr} &= \begin{bmatrix} 1.662\text{E-}3 \\ 0.7958 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{c}_{wr}^T = [1 \quad 0 \quad 0] \end{aligned}$$

và $z_{wr}(k)$ là dạng viết tắt của $z_{wr}(kT_0)$. Một bộ quan sát rời rạc theo thời gian với sơ đồ khối như trên hình 9.17 được thiết kế.



Hình 9.17: Sơ đồ khối của bộ quan sát xe

Phương trình bộ quan sát có dạng

$$\begin{aligned} \hat{z}_{wr}^*(k+1) &= \tilde{A}_{wr} \hat{z}_{wr}(k) + \tilde{b}_{wr} v^*(k), \\ \hat{y}_{wr}(k) &= \tilde{c}_{wr}^T \hat{z}_{wr}^*(k), \\ \hat{z}_{wr}(k) &= \hat{z}_{wr}^*(k) + \tilde{h}_{wr}(\hat{y}_{wr}(k) - y_{wr}(k)), \\ \hat{z}_{wr}(0) &= \hat{z}_{wr0}. \end{aligned} \quad (9.41)$$

Sai số động lực của bộ quan sát $e_{wr}(k) = \hat{z}_{wr}(k) - z_{wr}(k)$ được tính

$$e_{wr}(k+1) = (I + \tilde{h}_{wr} \tilde{c}_{wr}^T) \tilde{A}_{wr} e_{wr}(k), \quad (9.42)$$

sao cho có thể cho trước trị riêng của lỗi quan sát thông qua $\tilde{h}_{wr}$.

Bộ quan sát cho con lắc

Biểu diễn hệ rời rạc theo thời gian ta có

$$\begin{aligned} z_v(k+1) &= \tilde{A}_v z_v(k) + \tilde{b}_v \dot{x}(k), \\ y_v(k) &= \tilde{c}_v^T z_v(k), \quad z_v(0) = z_{v0}, \end{aligned} \quad (9.43)$$

với

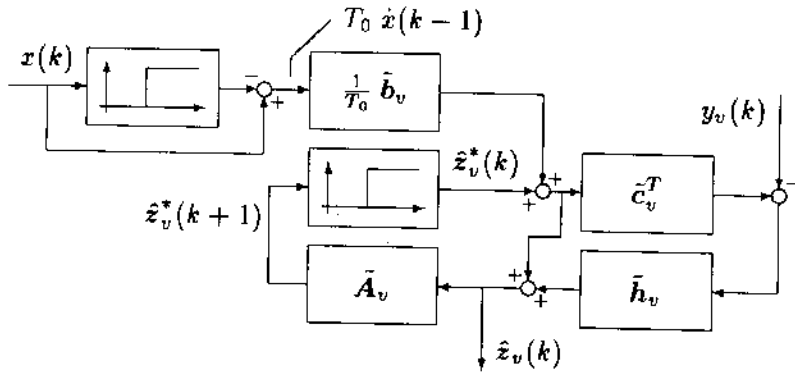
$$\bar{\mathbf{A}}_v = \begin{bmatrix} 1.00031 & -1.667\text{E-}4 & 4.000\text{E-}3 & 1.695\text{E-}7 \\ -3.271\text{E-}4 & 1.00031 & 4.444\text{E-}7 & 4.000\text{E-}3 \\ 1.529\text{E-}1 & -8.335\text{E-}2 & 9.999\text{E-}1 & 2.918\text{E-}5 \\ -1.636\text{E-}1 & 1.541\text{E-}1 & 1.132\text{E-}4 & 1.00002 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_v = \begin{bmatrix} -7.087\text{E-}3 \\ 9.680\text{E-}4 \\ 6.393\text{E-}5 \\ -1.957\text{E-}4 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{c}}_v^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0].$$

Đại lượng đầu vào $\dot{x}(k)$ được tính gần đúng theo công thức về tỷ số sai phân

$$\dot{x}(k) \approx \frac{x(k+1) - x(k)}{T_0}. \quad (9.44)$$

Do ở đây giá trị $x(k+1)$ cần phải tính, nên ta đưa ra cấu trúc của bộ quan sát như trên hình 9.18.



Hình 9.18: Sơ đồ khối của bộ quan sát con lắc

Trên hình 9.18 $\dot{x}(k-1)$ tương ứng với giá trị đầu vào $\dot{x}(k)$ nhưng chậm về thời gian. Bằng cách này cho phép ta sử dụng tỷ số sai phân trước đây, mà không phải ước lượng giá trị tương lai. Ta đưa ra phương trình quan sát

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_v^*(k+1) &= \bar{\mathbf{A}}_v \hat{\mathbf{z}}_v(k), \\ \hat{y}_v(k) &= \tilde{\mathbf{c}}_v^T (\hat{\mathbf{z}}_v^*(k) + \tilde{\mathbf{b}}_v \dot{x}(k-1)), \\ \hat{\mathbf{z}}_v(k) &= \hat{\mathbf{z}}_v^*(k) + \tilde{\mathbf{h}}_v (\hat{y}_v(k) - y_v(k)) + \tilde{\mathbf{b}}_v \dot{x}(k-1), \\ \hat{\mathbf{z}}_v^*(0) &= \hat{\mathbf{z}}_{v0}^*, \end{aligned} \quad (9.45)$$

và sai số động lực của bộ quan sát được miêu tả bằng phương trình sai phân

$$\mathbf{e}_v(k+1) = (\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{h}}_v \tilde{\mathbf{c}}_v^T) \bar{\mathbf{A}}_v \mathbf{e}_v(k). \quad (9.46)$$

Cho trước các trị riêng của bộ quan sát thực hiện nhờ việc chọn $\tilde{\mathbf{h}}_v$ tương ứng.

9.2.5 Phản hồi trạng thái của toàn hệ

Để thiết kế phản hồi trạng thái trước hết cần rời rạc hóa hệ (9.38) với $T_0 = 0.004$ s:

$$\begin{aligned} z_G(k+1) &= \bar{A}_G z_G(k) + \bar{b}_G v^*(k), \\ y_G(k) &= \bar{C}_G z_G(k), \quad z_G(0) = z_{G0}, \end{aligned} \quad (9.47)$$

với

$$\bar{A}_G = \begin{bmatrix} 1.00031 & -1.667\text{E-}4 & 4.000\text{E-}3 & 1.695\text{E-}7 & 0.0 & -6.221\text{E-}3 & 0.0 \\ -3.271\text{E-}4 & 1.00031 & 4.444\text{E-}7 & 4.000\text{E-}3 & 0.0 & 8.497\text{E-}4 & 0.0 \\ 1.529\text{E-}1 & -8.335\text{E-}2 & 9.999\text{E-}1 & 2.918\text{E-}5 & 0.0 & 3.342\text{E-}5 & 0.0 \\ -1.636\text{E-}1 & 1.541\text{E-}1 & 1.132\text{E-}4 & 1.00002 & 0.0 & -1.463\text{E-}4 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 3.511\text{E-}3 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 7.659\text{E-}1 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 4.0\text{E-}3 & 7.334\text{E-}6 & 1.0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{b}_G = \begin{bmatrix} -2.945\text{E-}3 \\ 4.024\text{E-}4 \\ 1.037\text{E-}4 \\ -1.680\text{E-}4 \\ 1.662\text{E-}3 \\ 7.958\text{E-}1 \\ 2.265\text{E-}6 \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Luật điều khiển có thể được xác định nhờ cho trước điểm cực hay bằng một phương pháp khác

$$v^*(k) = \bar{k}_G^T z_G(k).$$

Do không thể đo được hết các thành phần của vectơ trạng thái $z_G(k)$, nên ở đây nó được thay thế bởi $\hat{z}_G(k)$,

$$\hat{z}_G(k) = \begin{bmatrix} \hat{z}_v^T(k) & \hat{z}_{wr1}(k) & \hat{z}_{wr2}(k) & q(k) \end{bmatrix}^T.$$

trong đó:

$\hat{z}_{wr1}$ và $\hat{z}_{wr2}$ là hai trạng thái đầu tiên của bộ quan sát cho xe, cũng chính là giá trị ước lượng vị trí và vận tốc xe,

$q(k)$ là tích phân vị trí xe xác định trong máy tính điều khiển, quy tắc tính toán nó được cho bởi những dòng cuối cùng của ma trận $\bar{A}_G$ và $\bar{b}_G$.

Để bù lại nhiễu mà chú ý trong mô hình bộ quan sát cho xe theo phương trình (9.39), ta cần đến một đầu nối của trạng thái quan sát tương ứng $\hat{z}_{wr3}(k)$.

Như vậy cuối cùng ta có luật điều khiển

$$v^*(k) = \bar{k}_G^T \hat{z}_G(k) + \frac{T_1}{k_v} \hat{z}_{wr3}(k). \quad (9.48)$$

9.2.6 Các tham số điều khiển

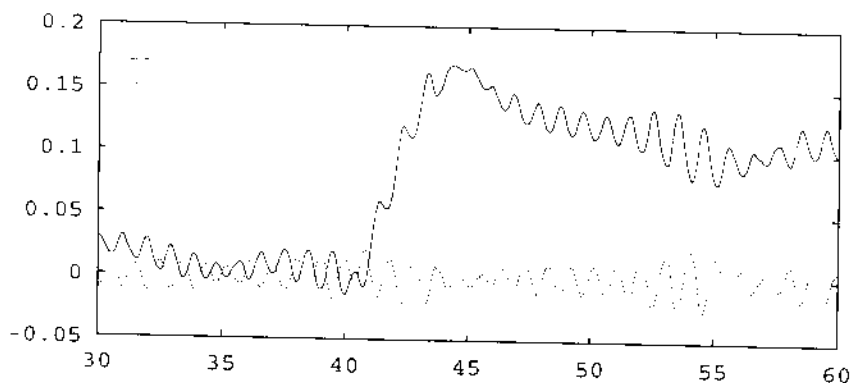
Các tham số của vectơ phản hồi $\tilde{\mathbf{h}}_{wr}$ và $\tilde{\mathbf{h}}_v$ của các bộ quan sát cũng như $\tilde{\mathbf{k}}_G^T$ của điều khiển được đưa ra nhờ cho trước điểm cực. Đối với con lắc kép, các giá trị điểm cực sau đây là phù hợp với hệ rời rạc theo thời gian:

Hệ	Trị riêng của hệ rời rạc theo thời gian						
Bộ quan sát xe	0.1	0.2	0.3				
Bộ quan sát con lắc	0.93	0.94	0.95	0.96			
Hệ đóng kín	0.975	0.982	0.982	0.984	0.984	0.988	0.9995

Những điểm cực này thể hiện một sự thỏa hiệp phù hợp giữa sự tác động nhanh và sự chi phí thấp cũng như tính bền vững của điều khiển. Những bộ quan sát có những trị riêng nhỏ hơn rõ ràng các trị riêng của hệ đóng, như thế sai số quan sát giảm đủ nhanh. Ta có các vectơ phản hồi

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{h}}_{wr} &= \begin{bmatrix} -0.992 \\ -259.3 \\ 35886.4 \end{bmatrix}, & \tilde{\mathbf{k}}_G &= \begin{bmatrix} 0.823 \\ -1.269 \\ -0.000562 \\ -0.224 \\ -0.0580 \\ 0.165 \\ -0.00616 \end{bmatrix}, \\ \tilde{\mathbf{h}}_v &= \begin{bmatrix} -0.202 \\ 2.256 \\ -4.484 \\ 14.53 \end{bmatrix},\end{aligned}\quad (9.49)$$

Việc tính toán vectơ phản hồi trạng thái $\tilde{\mathbf{k}}_G$ cần phải được thực hiện trên cơ sở tính toán ma trận điều khiển được tại vị trí cân bằng khảo sát một cách nhanh chóng và có độ chính xác cao, để đảm bảo sai số tính toán là đủ nhỏ.

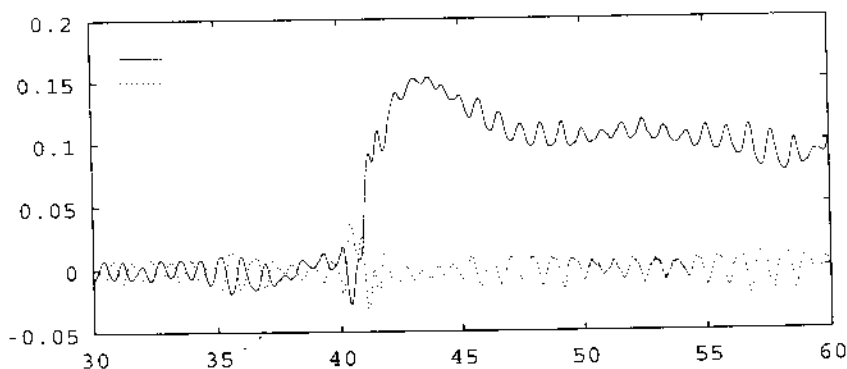


Hình 9.19: Điều khiển con lắc kép, trị riêng của hệ đóng:
0.975, 0.982, 0.982, 0.984, 0.984, 0.988, 0.9995

Hình 9.19 biểu diễn đồ thị của $\theta_1(t)$ và $x(t)$ trong hệ điều khiển kín. Tại thời điểm $t = 40$ s xảy ra bước nhảy vị trí xe lên 0.1 m, bước nhảy này xe đạt được

sau khoảng 13 s. Nhận thấy rằng cả xe và con lắc có một chu trình tới hạn, vì rằng hệ không thể đạt vị trí cân bằng tĩnh nhờ hiệu ứng ăn theo, mà cần yêu cầu một tác động (một cách trực quan ta có thể nói rằng, con lắc cần được cân bằng).

Qua việc làm nhỏ giá trị riêng của hệ kín xuống 0.97, 0.98, 0.98, 0.982, 0.982, 0.985, 0.999 sẽ cho ta một chu trình tới hạn với tần số cao hơn và biên độ nhỏ hơn, như được thấy trên hình 9.20. Giá trị mong muốn mới của xe đạt được sau khoảng 7 s.



Hình 9.20: Điều khiển con lắc kép, trị riêng của hệ đóng:
0.97, 0.98, 0.98, 0.982, 0.982, 0.985, 0.999

Véc tơ phản hồi cần thiết đối với các trị riêng này là

$$\bar{k}_G = [0.962, -1.863, -0.0560, -0.347, -0.1511, 0.145, -0.02886]^T, \quad (9.50)$$

Véc tơ này có các thành phần lớn hơn so với các thành phần của véc tơ phản hồi (9.49). Điều đó dẫn đến một sự tác động mạnh hơn và tính bền vững của hệ điều khiển thấp hơn.

9.2.7 Thực hiện điều khiển trên máy tính

Điều khiển con lắc kép được thực hiện bằng ngôn ngữ bậc cao PEARL trong hệ điều hành thời gian thực RTOS-UH. Gói chương trình gồm 15 nhiệm vụ sau:

- Khởi gán điều khiển và lên kế hoạch các nhiệm vụ điều khiển.
- Đọc các giá trị đo và tính toán phản hồi trạng thái được bộ quan sát trợ giúp trong một công việc được ưu tiên cao (trong các công việc điều khiển nêu sau đây), cứ sau 4 ms nó được thực hiện.
- Đưa ra một cách chu trình các đại lượng quan trọng trong một cửa sổ.
- Đưa ra các đồ thị trong một cửa sổ đồ họa.

- Lắp việc đưa vào dữ liệu các điểm cực mới của bộ quan sát và của vòng điều khiển đóng cũng như các tính toán thông số điều khiển thu gọn. Cần có thông báo khi các tham số đưa vào không tương thích, bằng cách bảo vệ các tác động công việc điều khiển trên các biến tương ứng và hiện thực hóa chúng trong một công việc khác nhờ một cột tín hiệu.
- Lắp việc đưa vào các thông số khác và vị trí xe mong muốn. Cho trước dịch chuyển của xe dạng hình sin là có thể.

Nhờ tính khả thi thời gian thực của hệ điều hành mà công việc điều khiển ưu tiên về thời gian lấy mẫu được kích hoạt và ở đó một công việc chạy (liên tục) có độ ưu tiên thấp hơn (như đưa ra đồ thị) lần ắt. Vì thời gian của việc điều khiển nhỏ hơn 4 ms và thời gian xử lý còn lại cũng không được sử dụng hoàn toàn bởi các công việc khác của chương trình, do đó ngoài điều khiển con lắc kép còn có thể sử dụng máy tính cho các công việc khác như xử lý dữ liệu, biên dịch chương trình. Cần chú ý rằng công việc điều khiển phải được ưu tiên cao.

9.3 Bàn gá từ cho máy công cụ

M. Ruskowski, K.-D. Tieste, Viện Cơ học, Trường Đại học Hannover

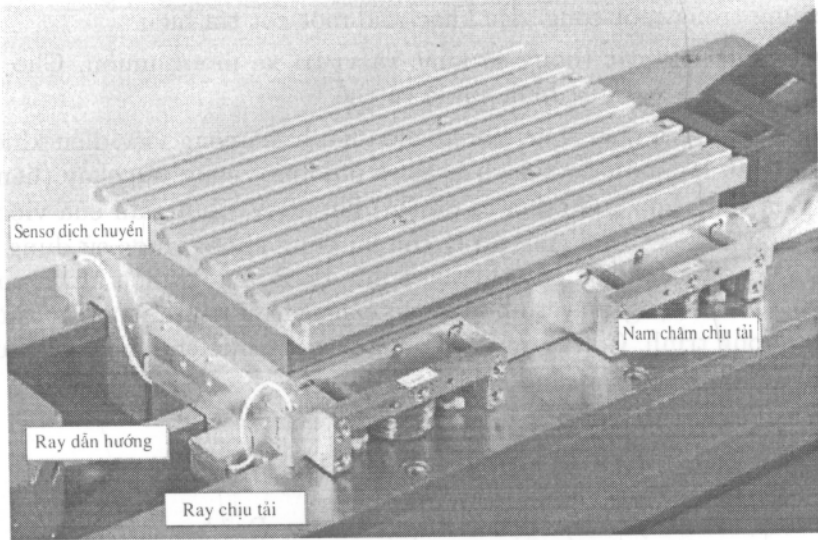
Sự phát triển và ứng dụng các đệm từ mở ra trong nhiều ngành kỹ thuật những phạm vi sử dụng mới. Như đã biết đó là đệm từ trong các máy ly tâm, trục máy phay, và các máy bơm. Cho đến nay, bộ dẫn từ tĩnh tiến như tàu điện từ đã thực hiện. Dạng dẫn động từ trình bày ở đây thể hiện một nguyên lý dẫn động kiểu mới cho máy công cụ.

Liên quan với bài toán cơ học trình bày sau này, các ổ đỡ từ là một thí dụ điển hình của các *hệ cơ điện tử có điều khiển*. Dưới đây sẽ trình bày một số thảo luận cơ sở để đưa ra khái niệm, để mô hình hóa và để thiết kế điều khiển một bàn dẫn từ tuyến tính.

Dẫn động tĩnh tiến trong máy công cụ được thực hiện thông thường bằng dẫn động trực lăn. Trong dẫn động trực lăn sự tiếp xúc lăn nhận cả chức năng tham khảo vị trí cũng như chức năng truyền lực. Trái lại, với truyền động từ ta có thể tách biệt hai chức năng này. Lực được tạo ra bởi nam châm điện, trong khi đó tham khảo vị trí được đưa ra nhờ các cảm biến dịch chuyển. Độ chính xác có thể đạt được của bàn gá từ về cơ bản được xác định qua chất lượng của cảm biến dịch chuyển, chúng được lắp vào để xác định độ cao năng. Những ưu điểm cơ bản nữa của bàn gá từ là chúng làm việc theo kiểu không tiếp xúc. Do đó nó hoàn toàn không bị mài mòn và có thể được sử dụng trong môi trường có bụi cũng như trong chân không. Trên cơ sở nguyên lý làm việc nó được sử dụng như một động cơ hay như một cảm biến, để nhận được các thông tin về trạng thái hệ hiện thời.

Cơ sở để hiểu về chức năng cũng như các kết luận tiếp theo về bàn gá từ có

thể tìm đọc trong các tài liệu [9.7], [9.11], [9.12]. Trong [9.12] đã chỉ ra rằng, một điều khiển nhiều biến tối ưu thích hợp đảm bảo độ cứng cao với độ cần và tính bền vững như nhau của bàn ga từ tĩnh tiến.



Hình 9.21: Bàn dẫn từ tĩnh tiến

Bàn ga dẫn động từ (hình 9.21) về cơ bản tạo thành từ một xe trượt, xe này được nâng giữ nhờ sáu cặp nam châm điện, các lực từ tác động lên ba đường ray neo. Ngoài nam châm điện ra các cảm biến dịch chuyển được lắp vào để đo độ cao nâng của các xe trượt.

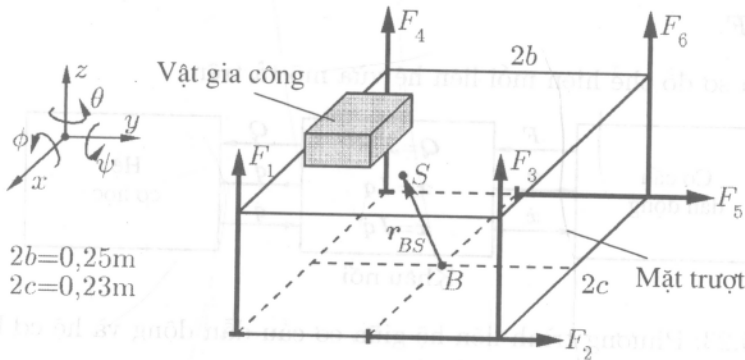
Nhiệm vụ của điều khiển là nhờ các tín hiệu cảm biến mà dòng điện đặt vào nam châm điện sao cho xe trượt của bàn ga dẫn động từ được giữ ở vị trí cân bằng không phụ thuộc vào các lực tác dụng lên nó.

9.3.1 Xây dựng mô hình

Với việc thiết kế điều khiển, trước hết phải tìm một mô hình toán học mô tả hệ, mô hình này làm đơn giản hệ nhiều biến, sao cho thuật toán điều khiển một mặt phải được thực hiện theo thời gian thực trên một máy tính và mặt khác phải đảm bảo một độ cứng động lực đủ lớn.

Bàn ga dẫn động từ được coi như một vật rắn với sáu bậc tự do. Ngoại trừ phương trượt x , vật rắn này được treo bởi những bộ phận dẫn động từ. Do đó số bậc tự do của hệ giảm xuống còn $n = 5$. Giờ đây bài toán điều khiển là ổn định bàn trượt trong năm bậc tự do này. Một điểm đáng chú ý khi thiết kế điều khiển là bàn dẫn còn có thể chịu tải của vật gia công, như thế xe trượt có vectơ trọng tâm $\mathbf{r}_{BS} = [\mathbf{r}_{BS_x}, \mathbf{r}_{BS_y}, \mathbf{r}_{BS_z}]^T$ phụ thuộc tải trọng và nó cũng

có khối lượng và mômen quán tính thay đổi.



Hình 9.22: Mô hình vật rắn tự do của bàn gá đệm từ

Hình 9.22 thể hiện mô hình vật rắn tự do cùng với hệ tọa độ sử dụng để mô tả bàn gá đệm từ. Để viết phương trình chuyển động chọn điểm đối xứng B của vật rắn làm điểm quy chiếu, đối với điểm này thì phương trình cần tính toán sẽ đơn giản. Chuyển động của thanh dẫn được mô tả nhờ vectơ tọa độ suy rộng $\mathbf{q} = [y, z, \phi, \psi, \theta]^T$ và vectơ vận tốc suy rộng $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\theta}]^T$. Nếu ký hiệu $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_6]^T$ là vectơ dịch chuyển của các động cơ, như thế liên hệ giữa dịch chuyển động cơ và các tọa độ suy rộng được thể hiện qua ma trận JACOBI (xem. mục 6.1.7). Ma trận này là

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{q}} \in \mathbb{R}^{6 \times 5} \quad (9.51)$$

và theo hình 9.22 ma trận JACOBI có dạng

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -b & -c & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 1 & b & -c & 0 \\ 0 & 1 & -b & c & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -c \\ 0 & 1 & b & c & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.52)$$

Quan hệ giữa dịch chuyển $\mathbf{x}$ và dịch chuyển của điểm quy chiếu $\mathbf{q}$ có dạng

$$\mathbf{x} = \mathbf{J}\mathbf{q}, \quad (9.53)$$

và vận tốc của chúng có quan hệ hệ sau

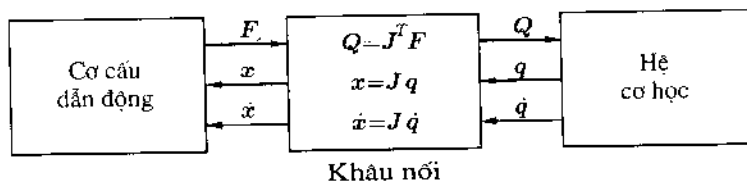
$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}. \quad (9.54)$$

Lực của sáu động cơ được sắp xếp trong vectơ $\mathbf{F} = (F_1, F_2, \dots, F_6)^T$. Quan hệ giữa vectơ lực $\mathbf{Q}$ đối với điểm quy chiếu B và vectơ các lực động cơ $\mathbf{F}$ được

tính qua ma trận JACOBI chuyển vị như sau ¹⁾

$$Q = J^T F. \quad (9.55)$$

Hình 9.23 là sơ đồ thể hiện mối liên hệ vừa mô tả trên.



Hình 9.23: Phương trình liên hệ giữa cơ cấu dẫn động và hệ cơ học

Giả thiết rằng chuyển động là nhỏ ta có phương trình chuyển động đối với điểm quy chiếu B như sau

$$M\ddot{q} = Q. \quad (9.56)$$

Ảnh hưởng của cản (thí dụ như lực cản của không khí) được bỏ qua trong việc mô hình hóa ở đây. Ma trận khối lượng đối xứng M của bàn gá phụ thuộc tải. Nó được tính như sau

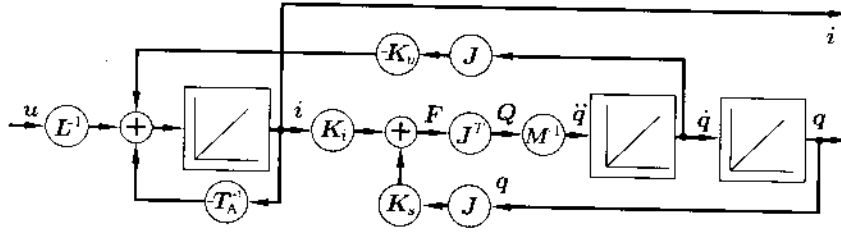
$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & -m r_{BS_x} & 0 & m r_{BS_x} \\ 0 & m & m r_{BS_y} & -m r_{BS_x} & 0 \\ -m r_{BS_x} & m r_{BS_y} & J_{xx}^{(B)} & J_{xy}^{(B)} & J_{xz}^{(B)} \\ 0 & -m r_{BS_x} & J_{yx}^{(B)} & J_{yy}^{(B)} & J_{yz}^{(B)} \\ m r_{BS_x} & 0 & J_{zx}^{(B)} & J_{zy}^{(B)} & J_{zz}^{(B)} \end{bmatrix}. \quad (9.57)$$

Ma trận khối lượng cấu thành từ ma trận khối lượng dạng đường chéo cỡ (2, 2) nằm ở phía trên bên trái, ma trận mômen quán tính khối cỡ (3, 3) nằm ở phía dưới bên phải, và hai ma trận khối cỡ (2, 3) và (3, 2) trên đường chéo phụ thể hiện mômen tĩnh.

Mười hai nam châm điện của bàn gá được đặt từng đôi một và được mô tả như các động động lực tuyến tính (xem mục 2.2.3). Các thông số của sáu động cơ cấu tạo giống nhau được hợp lại viết dạng vectơ. Đáp ứng động lực của chúng được đặc trưng bởi việc sử dụng các ma trận đường chéo $L^{-1} = \text{diag}\{L_1^{-1}, \dots, L_6^{-1}\}$ và $T_A^{-1} = \text{diag}\{R_1/L_1, \dots, R_6/L_6\}$ với độ từ cảm L_i và các hằng số thời gian L_i/R_i . Ma trận các hệ số lực-dòng điện $K_i = \text{diag}\{k_{i1}, \dots, k_{i6}\}$ cho biết ảnh hưởng của dòng điện lên lực tác dụng. Các ma trận $K_v = \text{diag}\{k_{v1}, \dots, k_{v6}\}$ và $K_s = \text{diag}\{k_{s1}, \dots, k_{s6}\}$ miêu tả tác động trở lại của của hệ cơ lên các động cơ. Ở đây tích LK_v xác định điện áp

¹⁾xem mục 6.2.3, phương trình (6.74).

cầm ứng gây ra do chuyển động của bàn gá đệm từ trong các cuộn dây động cơ. Ma trận K_s miêu tả độ cứng âm của các nam châm điện. Nó là nguyên nhân cho sự mất cân bằng của một đệm từ không có điều khiển và do đó bàn gá cũng không ổn định. Vectơ dòng điện $i = [i_1, \dots, i_6]^T$ cũng như vectơ điện áp $u = [u_1, \dots, u_6]^T$ được sử dụng đối với các động cơ.



Hình 9.24: Sơ đồ khối mô tả động lực học bàn gá đệm từ

Hình 9.24 chỉ ra sơ đồ khối mô tả động lực học bàn gá đệm từ. Phương trình động lực mô tả hệ như sau

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i &= L^{-1} u - T_A^{-1} i - K_v J \dot{q}, \\ \ddot{q} &= M^{-1} J^T (K_v i + K_s J q). \end{aligned} \quad (9.58)$$

Để biểu diễn dưới dạng phương trình trạng thái ta chọn vào vectơ $z = [q \ \dot{q} \ i]^T \in \mathbb{R}^{16}$

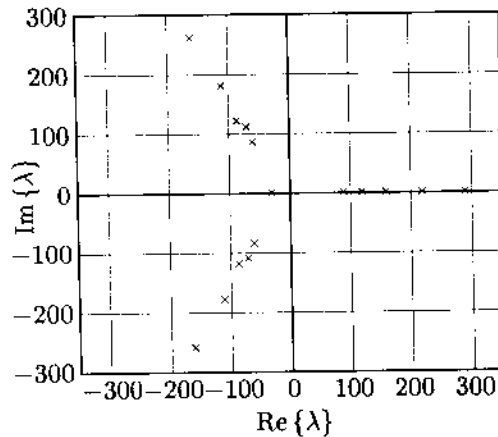
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ M^{-1} J^T K_s J & 0 & M^{-1} J^T K_v \\ 0 & K_v J & T_A^{-1} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ i \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L^{-1} \end{bmatrix}}_B u. \quad (9.59)$$

Phương trình do có dạng

$$y = \begin{bmatrix} q \\ i \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ i \end{bmatrix}. \quad (9.60)$$

Từ các phương trình này ta thấy rõ ràng là hệ cơ điện của bàn gá đệm từ là một hệ nhiều biến (MIMO) tuyến tính, không thay đổi theo thời gian. Có nhiều phương pháp thiết kế điều khiển cho với hệ này.

Các trị riêng (điểm cực của vòng điều khiển mở) của ma trận hệ A của bàn gá không tải được thể hiện trên hình 9.25. Sự phân bố điểm cực này là tiêu biểu cho đệm từ. Các điểm cực có phần thực dương được tạo ra do độ cứng âm của nam châm điện. Chúng là nguyên nhân cho sự mất cân bằng của một



Hình 9.25: Phân bố các trị riêng của ma trận hệ khi bàn gá không tải

đệm từ không có điều khiển. Do đó một bộ điều khiển vị trí cho sự hoạt động của một đệm từ tích cực là cần thiết.

Mô hình hệ bàn gá có sáu điện áp u cho các nam châm điện như là biến đầu vào và sáu dòng điện i , cũng như năm thành phần của vectơ dịch chuyển q là các biến đầu ra.

Ở đây cần phải xem xét, các đại lượng đặt và đo nào nên được sử dụng để điều khiển bàn gá. Về việc này ta cần nghiên cứu các tiêu chuẩn về tính điều khiển đầy đủ và tính quan sát đầy đủ.

Ma trận cho tính điều khiển được cho hệ n biến trạng thái như sau

$$Q_S = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B]. \quad (9.61)$$

Ma trận này phải có hạng n , thì hệ mới hoàn toàn điều khiển được. Cũng như vậy, ma trận cho tính quan sát được

$$Q_B = [C, CA, CA^2, \dots, CA^{n-1}]^T \quad (9.62)$$

phải có hạng n , thì hệ mới hoàn toàn quan sát được.

Đối với một hệ nhiều biến như bàn gá việc chứng minh tính điều khiển được và quan sát được được thực hiện nhờ các chương trình toán học, mà nó góp phần biến đổi phương trình trên phương diện giải tích. Các kết quả của việc khảo sát tính điều khiển được và quan sát được được tóm tắt trong bảng 9.5 và đưa ra các kết luận sau:

1. Trong trường hợp vectơ điện áp u là biến đầu vào và vectơ dịch chuyển q là biến đầu ra, sử dụng *điều khiển bậc tự do*, ma trận điều khiển được có kích cỡ (16,96), và ma trận quan sát được có kích cỡ (80,16).

Để chứng minh tính điều khiển hoàn toàn, ta xét ma trận Q_S cỡ (16,18) tạo thành từ ba ma trận cỡ (16,6) đầu tiên đứng nối tiếp nhau, hạng của ma trận này là 16. Và do đó bàn gá là hoàn toàn điều khiển được.

Bảng 9.5: Các loại điều khiển bàn gá

	Biến đo	Biến đặt	Q_B	Q_S
1. Điều khiển bậc tự do	q	u	15	16
2. Dệm từ „không cảm biến“	i	u	16	16
3. Điều khiển phân tầng	i, q	u	16	16

Khi kiểm tra tính hoàn toàn quan sát được ma trận quan sát Q_B cỡ (80, 16) chỉ đạt được hạng 15. Do đó bàn gá với vectơ điện áp u là biến đầu vào và vectơ dịch chuyển q là biến đầu ra là không hoàn toàn điều khiển được. Tính không hoàn toàn quan sát được có thể giải thích từ cấu trúc của bàn gá: vectơ dịch chuyển q được đo. Dựa trên khả năng chéo hóa của hệ cơ mà ta có thể tính được $\dot{q}$ từ q . Nhưng không thể xác định một cách rõ ràng vectơ dòng điện i của sáu dòng điện cho các nam châm từ nằm thành phần của vectơ dịch chuyển, bởi vì ở đây ta sử dụng sáu động cơ để điều khiển năm bậc tự do của bàn gá.

Tuy vậy, hệ không quan sát được hoàn toàn vẫn được sử dụng trong điều khiển bậc tự do như mô tả trong mục sau đây. Để thiết kế điều khiển ta không xuất phát từ hệ vật lý, mà từ một *hệ thay thế ảo*, bằng cách coi sáu nam châm điện của bàn gá tương đương năm động cơ ảo.

- Đối với *định vị từ không cảm biến* [9.15] thì ta coi điện áp u là biến đặt và dòng điện cho động cơ như là đại lượng đo. Đối với cấu hình này tính điều khiển được và quan sát được hoàn toàn được đảm bảo. Tuy nhiên, bàn gá „không cảm biến“ không thích hợp cho điều chỉnh cứng xe trượt bàn gá, bởi vì dịch chuyển chỉ được quan sát một cách không trực tiếp từ mô hình và không thể đạt được điều khiển cứng.
- Khi *điều khiển phân tầng độc lập* cả vectơ vị trí q lẫn vectơ dòng điện i được sử dụng như là các đại lượng đo. Vectơ dòng điện i là đại lượng đo cho điều khiển dòng điện, vectơ vị trí q sử dụng cho việc điều khiển vị trí. Như vậy, tính hoàn toàn điều khiển được của hệ này được đảm bảo nhờ các đại lượng đo phụ.

9.3.2 Điều khiển từng bậc tự do

Ý tưởng của điều khiển từng bậc tự do dựa trên cơ sở có thể chéo hóa hoàn toàn phương trình của hệ cơ cũng như của hệ điện, sao cho việc điều khiển bàn gá có thể thực hiện nhờ năm bộ điều khiển một biến độc lập. Phương thức này được gọi là điều khiển dạng riêng và được mô tả trong mục 8.2.5. Trong đó bài toán trị riêng đầy đủ phải giải được.

Dưới đây đề xuất một phương pháp dựa trên cơ sở vật lý, phương pháp này dựa trên việc sử dụng tính đối xứng của xe trượt.

Xuất phát từ phương trình trạng thái (9.58) của bàn gá. Phương trình hệ được thiết lập với giả thiết giản ước dưới đây, rằng khối tâm S trùng với điểm quy chiếu B :

$$\frac{d}{dt}\mathbf{i} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{u} - \mathbf{T}_A^{-1}\mathbf{i} - \mathbf{K}_v\mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}, \quad (9.63)$$

$$\frac{d}{dt}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{J}^T\mathbf{K}_i\mathbf{i} + \mathbf{J}^T\mathbf{K}_s\mathbf{J}\mathbf{q}). \quad (9.64)$$

Ma trận khối lượng $\mathbf{M}$ có dạng đường chéo, bởi vì bàn gá đối xứng nên các trục quán tính chính trùng với các trục của hệ tọa độ. Ma trận JACOBI như sau

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -b & -c & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 1 & b & -c & 0 \\ 0 & 1 & -b & c & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -c \\ 0 & 1 & b & c & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.65)$$

Thêm nữa giả thiết rằng, tất cả sáu động cơ có đáp ứng động lực như nhau, nghĩa là $L_1 = L_2 = \dots = L_6$, $R_1 = R_2 = \dots = R_6$. Do đó có thể thu tác dụng lực của các động cơ thành các lực và mômen tác dụng tại khối tâm S của hệ cơ, mỗi lực này tác dụng theo một hướng riêng biệt. ở đây ta cần một phép chuyển vị $\mathbf{T}$, nó làm chéo hóa tích ma trận $\mathbf{J}^T\mathbf{K}_i$. Bởi vì ma trận $\mathbf{K}_i$ đã là ma trận chéo, ta sử dụng ma trận tựa nghịch đảo $\mathbf{J}_p^{-1}$ của ma trận JACOBI,

$$\mathbf{T} = \mathbf{J}_p^{-1} = (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1}\mathbf{J}. \quad (9.66)$$

Đối với bàn gá ta có

$$\mathbf{J}_p^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4b} & -\frac{1}{4c} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2c} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4b} & -\frac{1}{4c} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4b} & \frac{1}{4c} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2c} \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4b} & \frac{1}{4c} & 0 \end{bmatrix}. \quad (9.67)$$

Từ vectơ dòng điện thực ta đưa ra một vectơ dòng điện mới cho các động cơ ảo qua phép chuyển đổi sau

$$\mathbf{i}_v = \mathbf{J}^T\mathbf{i}. \quad (9.68)$$

Các động cơ nói đến ở đây được hiểu là các động cơ ảo, lực và mômen của chúng tác dụng tại khối tâm S theo từng phương riêng biệt. Ngược lại, dòng

điện của các động thực được tính từ dòng điện của các động cơ ảo nhờ ma trận tựa nghịch đảo

$$\mathbf{i} = \mathbf{J}_p^{-1} \mathbf{i}_v. \quad (9.69)$$

Nếu nhân trái phương trình dòng điện (9.63) của các động cơ với $\mathbf{J}^T$, ta có

$$\mathbf{J}^T \frac{d}{dt} \mathbf{i} = \mathbf{J}^T \mathbf{L}^{-1} \mathbf{u} - \mathbf{J}^T \mathbf{T}_A^{-1} \mathbf{i} - \mathbf{J}^T \mathbf{K}_v \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}}. \quad (9.70)$$

Vì các ma trận $\mathbf{L}^{-1} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{I}$ và $\mathbf{T}_A^{-1} = \mathbf{T}_A^{-1} \mathbf{I}$ là các ma trận đường chéo có các phần tử như nhau, (mở dấu ngoặc), trong đó các ma trận được đưa ra ngoài dấu ngoặc có cỡ (5, 5) do ma trận JACOBI không vuông và do đó ký hiệu $\bar{\mathbf{L}}^{-1} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{I}$ và $\bar{\mathbf{T}}_A^{-1} = \mathbf{T}_A^{-1} \mathbf{I}$:

$$\mathbf{J}^T \frac{d}{dt} \mathbf{i} = \bar{\mathbf{L}}^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{u} - \bar{\mathbf{T}}_A^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{i} - \mathbf{J}^T \mathbf{K}_v \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}}. \quad (9.71)$$

Các ma trận $\bar{\mathbf{T}}_A^{-1}$ và $\bar{\mathbf{L}}^{-1}$ là ma trận đường chéo cỡ (5, 5) của các động cơ ảo. Trong phần tiếp theo các dòng điện và điện áp của động cơ thực được thay bởi dòng điện và điện áp của động cơ ảo từ các phương trình $\mathbf{J}^T \mathbf{i} = \mathbf{i}_v$ và $\mathbf{J}^T \mathbf{u} = \mathbf{u}_v$. Phương trình dòng điện cho các động cơ ảo như sau

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}_v = \bar{\mathbf{L}}^{-1} \mathbf{u}_v - \bar{\mathbf{T}}_A^{-1} \mathbf{i}_v - \mathbf{J}^T \mathbf{K}_v \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}}. \quad (9.72)$$

Như thế việc chéo hóa phương trình dòng điện đã đạt được. Độ cứng âm của các động cơ ảo được xác định nhờ ma trận

$$\bar{\mathbf{K}}_s = k_s \mathbf{J}^T \mathbf{J} \quad (9.73)$$

với

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4b^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2c^2 \end{bmatrix}. \quad (9.74)$$

Tương tự như vậy ta có

$$\bar{\mathbf{K}}_v = k_v \mathbf{J}^T \mathbf{J}. \quad (9.75)$$

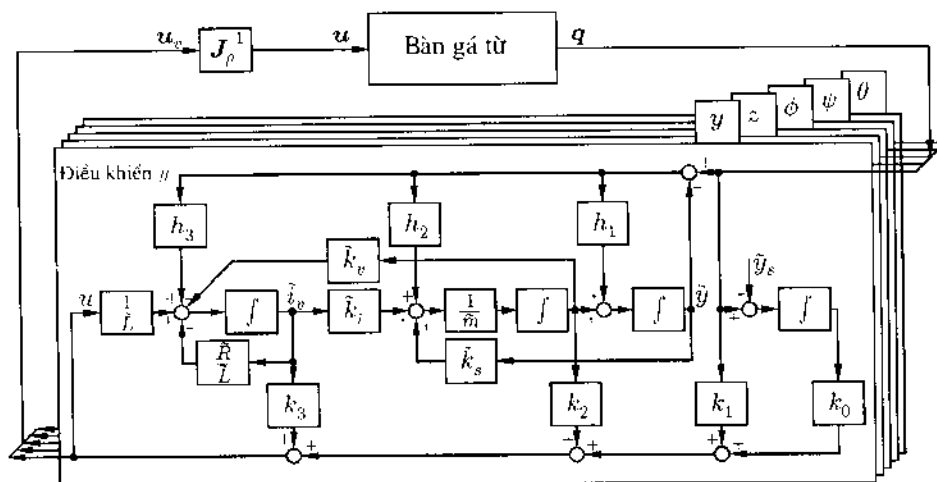
Phép biến đổi trên dạng đường chéo đã liên hợp sáu động cơ về năm động cơ ảo. Một trạng thái động cơ được tách ra từ sự thay thế này và tính quan sát được hoàn toàn được tái thiết lập. Do đó xuất hiện các phương trình tách rời như sau

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{i} &= \bar{\mathbf{L}}^{-1} \mathbf{u} - \bar{\mathbf{T}}_A^{-1} \mathbf{i} - \bar{\mathbf{K}}_v \dot{\mathbf{q}}, \\ \frac{d}{dt} \dot{\mathbf{q}} &= \mathbf{M}^{-1} (\bar{\mathbf{K}}_i \mathbf{i} + \bar{\mathbf{K}}_s \mathbf{q}). \end{aligned} \quad (9.76)$$

Các phương trình tách rời được phân tích thành năm phương trình của các hệ một biến nhờ việc chọn một vectơ trạng thái mới

$$z = [\dot{q}_y, \dot{q}_y, \dot{q}_y, q_z, \dot{q}_z, \dot{q}_z, q_\phi, \dot{q}_\phi, \dot{q}_\phi, q_\psi, \dot{q}_\psi, \dot{q}_\psi, q_\theta, \dot{q}_\theta, \dot{q}_\theta]^T.$$

Việc nhóm thành các bộ ba có ưu điểm là ma trận hệ A sẽ có cấu trúc dạng khối trên đường chéo. Bộ điều khiển từng bậc tự do riêng rẽ được thể hiện trên hình vẽ 9.26. Để thiết kế bộ quan sát và bộ điều khiển cho từng hệ một biến phương pháp điều khiển tuyến tính tối ưu theo RICCATI được áp dụng (xem mục 8.2.6).



Hình 9.26: Điều khiển từng bậc tự do cho bàn gá

Ưu điểm của điều khiển từng bậc tự do nằm trong việc xây dựng mô hình hệ điều khiển kín. Tuy nhiên nó có những nhược điểm tiềm tàng sau:

1. Không thể điều chỉnh lại được ma trận khối lượng của bàn gá, khi tải trọng thay đổi.
2. Ngoài 10 thông số của ma trận khối lượng cho mỗi bậc tự do điều khiển điện áp còn có năm tham số của nam châm; như thế tổng cộng là 30 tham số, chúng cần phải được biết đủ chính xác để đưa vào sử dụng. Thêm nữa, việc thao tác loại điều khiển này khá tốn kém, cho nên điều khiển từng bậc tự do có vấn đề khi sử dụng thực tế bàn gá.

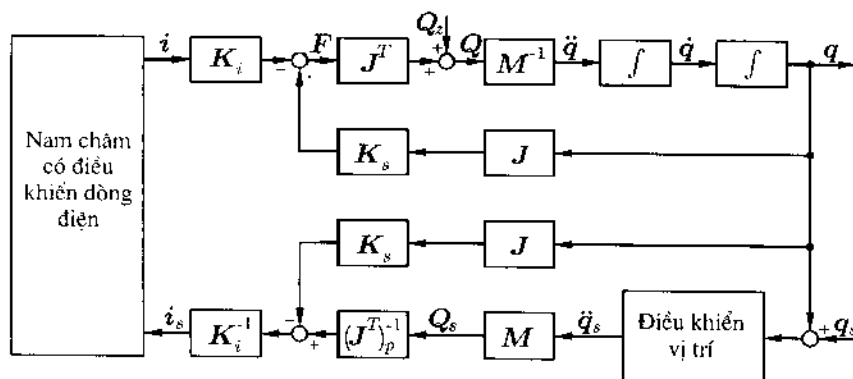
9.3.3 Điều khiển từng khối tách biệt

Cách tiếp cận khác của điều khiển từng khối tách biệt là chia nhỏ việc điều khiển bàn gá thành hai nhiệm vụ, các nhiệm vụ này có thể được khảo sát độc lập với nhau:

1. Điều khiển vị trí hệ cơ học,

2. Điều khiển servo nhanh dòng nam châm.

Từ góc độ điều khiển vị trí các nam châm điện có thể được khảo sát như là các động cơ hoạt động không trễ, làm việc không tác dụng ngược, như thế dòng điện cho các nam châm i bám sát dòng điện đặt i_s và thỏa mãn phương trình $i = i_s$. Hình 9.27 thể hiện sơ đồ khối cho điều khiển vị trí bàn gá.



Hình 9.27: Điều khiển từng khối tách biệt cho bàn gá

Các phương trình hệ cơ (xem (9.58)) được thiết lập đối khi chọn điểm đối xứng B làm điểm quy chiếu. Vì các động cơ từ góc độ điều khiển vị trí là các khâu đặt không trễ, do đó phương trình chuyển động không còn động lực học động cơ.

$$\ddot{q} = M^{-1} (J^T (K_i i + K_s J q)) . \quad (9.77)$$

Điều khiển phân lớp tách biệt có thể được khảo sát như trường hợp đặc biệt của bù truyền thẳng (bù trước) feedforward. Phương pháp điều khiển phân lớp tách biệt dựa trên việc bù độ cứng âm của bàn gá và mô phỏng ngược động lực học của nó. Bởi vì gia tốc đặt $\ddot{y}_s$ được sử dụng như là đại lượng đầu ra của điều khiển vị trí, nên không cần đến thông tin về phân bố khối lượng của bàn gá. Tải trọng của bàn gá chỉ có ảnh hưởng đến ma trận khối lượng M , như thế việc nhận dạng và thích nghi được đảm bảo.

Như nói trên, gia tốc đặt $\ddot{y}_s$ được sử dụng là đại lượng đặt của điều khiển vị trí. Dòng đặt i_s tính từ dịch chuyển y và gia tốc đặt $\ddot{y}_s$ như sau

$$i = i_s = K_i^{-1} ((J^T)^{-1} M \ddot{q}_s - K_s J q) , \quad (9.78)$$

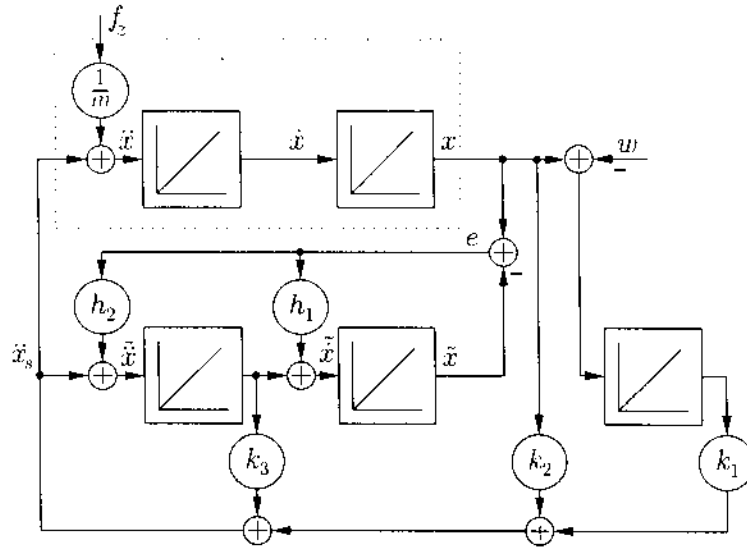
như thế nhờ phương pháp này phương trình chuyển động được chéo hóa:

$$\ddot{q} = \underbrace{M^{-1} J^T K_i K_i^{-1} (J^T)^{-1} M}_{I} \ddot{q}_s - \underbrace{K_i K_i^{-1} K_s J q + K_s J q}_0 \quad (9.79)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}_s. \quad (9.80)$$

Bằng phương pháp điều khiển phân lớp tách biệt hệ điều khiển bàn gá được phân ra thành một phần phụ thuộc tải, trong đó sự móc nối trong hệ nhiều biến được bù và một hệ điều khiển vị trí, trong đó năm bậc tự do được điều khiển không phụ thuộc tải trọng và không phụ thuộc nhau.

Thiết kế hệ điều khiển vị trí dựa trên hệ đã chuẩn hóa của bàn gá (phương trình (9.80)). Do đó nó có thể thực hiện nhờ phương pháp hệ một biến.



Hình 9.28: Điều khiển trạng thái từng khối liên tục theo thời gian

Chọn vectơ trạng thái $\mathbf{z} = [q_I, q, \dot{q}]^T$ cho hệ cần điều khiển. Vectơ trạng thái cho hệ quan sát để tạo ra vận tốc $\dot{q}$ là $\tilde{\mathbf{z}} = [\tilde{q}, \tilde{\dot{q}}]^T$.

Ma trận hệ cho bộ điều khiển và bộ quan sát như sau

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

vectơ điều khiển $\mathbf{b} = [0 \ 0 \ 1]^T$ và $\mathbf{b}_b = [0 \ 1]^T$ và các vectơ đo $\mathbf{c} = [0 \ 1 \ 0]^T$ và $\mathbf{c}_b = [1 \ 0]^T$. Vectơ phản hồi cho bộ quan sát $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2]^T$. Đại lượng dẫn w cũng như gia tốc nhiễu ngoài f_z tác động qua các vectơ $\mathbf{w} = [-1 \ 0 \ 0]^T$ và $\mathbf{f} = [0 \ 0 \ 1]^T$. Vectơ khuếch đại điều khiển $\mathbf{k}$ cấu thành từ phản hồi $\mathbf{k}_m = [k_1 \ k_2 \ 0]^T$ đối với dịch chuyển đo và trạng thái tích phân tính toán cũng như từ phản hồi $\mathbf{k}_b = [0 \ k_3]^T$ đối với vận tốc quan sát được.

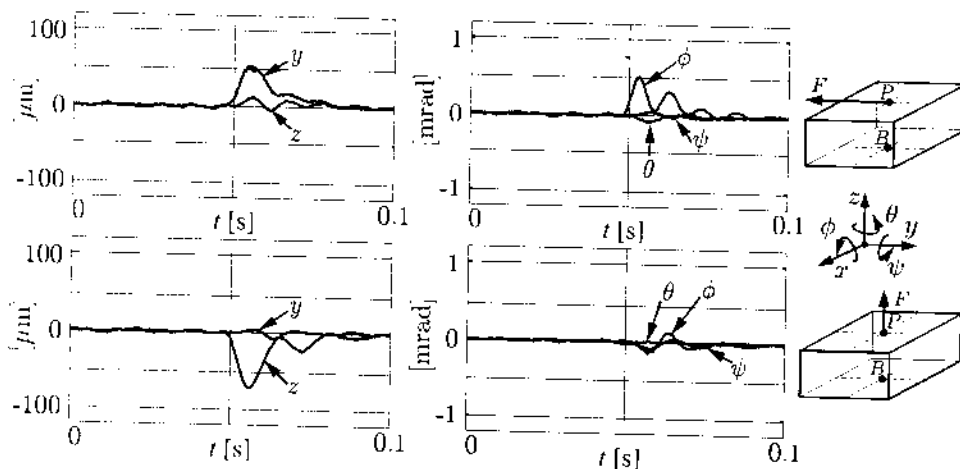
Như vậy ta nhận được các phương trình trạng thái cho bộ điều khiển và bộ quan sát:

$$\dot{z} = Az + bk_m z + bk_b \tilde{z} + f f_z + w w, \quad (9.81)$$

$$\dot{\tilde{z}} = \tilde{A}_b \tilde{z} + b_b k_m z + b_b k_b \tilde{z} + h c z - h c_b \tilde{z}. \quad (9.82)$$

Đại chuyển được sử dụng là đại lượng đầu ra

$$z = c^T z. \quad (9.83)$$



Hình 9.29: Đo đáp ứng bước nhảy lực nhiều

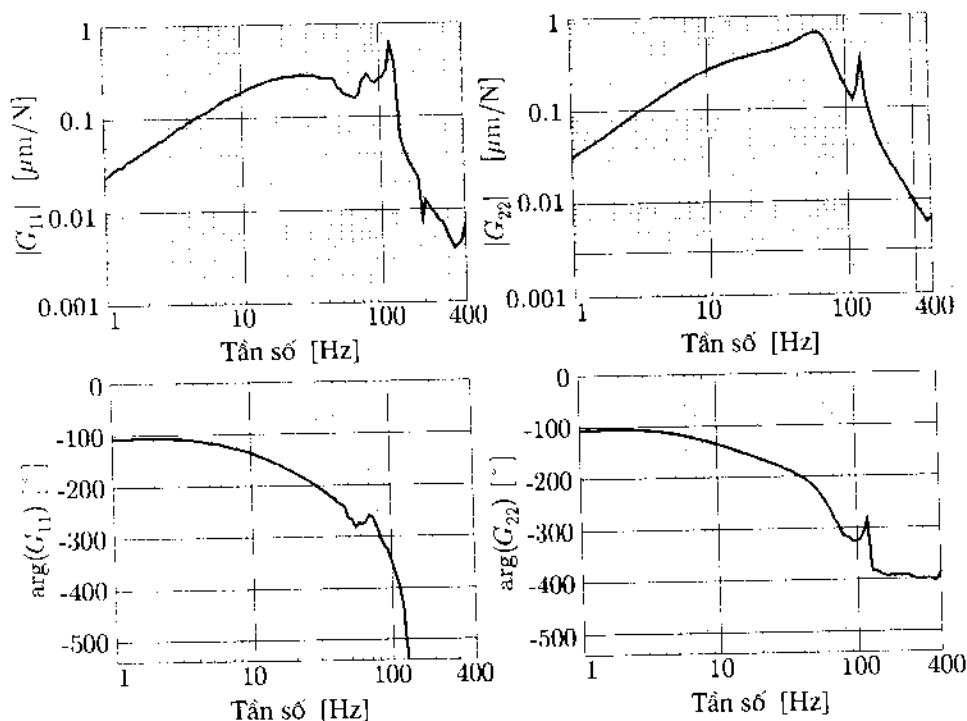
Với giả thiết các hệ số của ma trận quan sát trùng với các hệ số của đối tượng điều khiển, nguyên lý tách biệt có thể được áp dụng cho phép tính toán riêng rẽ phản hồi cho bộ quan sát và bộ điều khiển (xem mục 8.2.7).

Tính toán độ khuếch đại k thực hiện như khi điều khiển từng bậc tự do riêng rẽ nhờ thiết kế RICCATI.

9.3.4 Kết quả đo

Do bàn gá được sử dụng trong máy công cụ là bộ phận chuyển động tịnh tiến, nên các số liệu về độ cứng của nó và phản ứng của nó đối với các lực và mômen nhiễu cần được quan tâm trước hết. Mô tả toàn diện đáp ứng của hệ nhiễu biến đổi hồi nhiễu thời gian, bởi vì sự móc nối giữa *tất cả* các thành phần lực nhiễu với *tất cả* các đại lượng đáp ứng phải được đo. Để làm điều này ta phải cần đến 25 lần đo trên bàn gá.

Một nhận xét về đáp ứng của bàn gá đối với bước nhảy lực ngoài có thể được đưa ra bởi đáp ứng bước nhảy lực nhiễu, như trình bày trong hình 9.29. Để đo đặc điều khiển bàn gá khi có một lực bước nhảy 200 N tác dụng. Hình 9.29 đưa ra đáp ứng bước nhảy của điểm tham khảo B trong điều khiển phân



Hình 9.30: Đặc trưng tần số pha-biên độ

lớp tách riêng. Kết quả đo đặc cho trường hợp một tải trọng tại điểm B theo hướng dương trục y (kết quả đo 1) và theo hướng dương trục z (kết quả đo 2). Từ kết quả đo 1, lực bước nhảy gây nên một chuyển động theo hướng y và một chuyển động xoay ϕ , bởi vì trọng tâm S không trùng với điểm quy chiếu B . Ba bậc tự do còn lại khó bị ảnh hưởng bởi lực bước nhảy. Chuyển động theo hướng y trong khoảng thời gian $30 \mu\text{m}$ và dừng lại sau khoảng 40 ms . Lực nâng theo trục z gây nên chuyển động theo hướng z , trong khi đó bốn bậc tự do còn lại gần như không bị ảnh hưởng. Dịch chuyển theo hướng z có thể so sánh với dịch chuyển theo hướng y từ kết quả đo thứ nhất.

Trong khi mô tả tính đàn hồi trong hệ một biến, chẳng hạn như ổ đỡ từ một bậc tự do, bằng một hàm truyền phức $G(j\omega) = Y(j\omega)/F(j\omega)$ là có thể, hệ nhiều biến lại cần đến một ma trận truyền $\mathbf{G}(j\omega)$ của độ cứng động lực. Đối với bàn gá năm bậc tự do, ma trận hàm truyền cầu thành từ 25 hàm truyền phức, chúng được xác định từ việc đo đặc.

Ở đây các đáp ứng tần số $G_{11}(j\omega)$ và $G_{22}(j\omega)$ nên được khảo sát thay thế cho ma trận đáp ứng tần số, cái mô tả tính đàn hồi dọc theo phương y và z . Hình 9.30 thể hiện đặc trưng biên độ $|G_{ii}(j\omega)|$ cũng như đặc trưng pha $\arg(G_{ii}(j\omega))$. Đáp ứng tần số được xác định với một kích động hình sin nhiễu

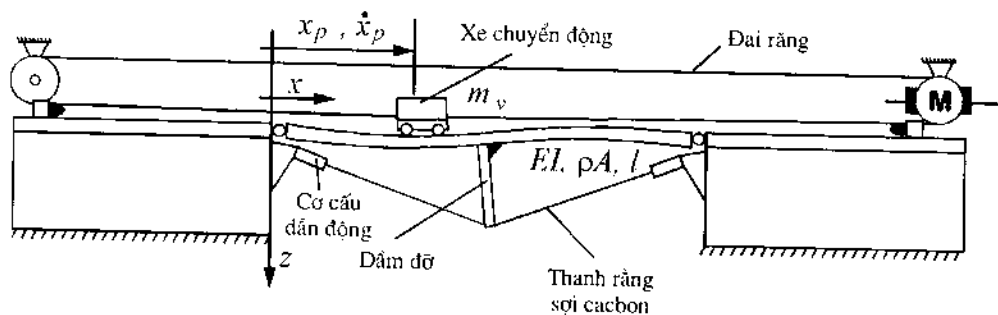
cấp nhờ việc đặt chồng một lực nhiễu tại đầu ra của điều khiển. Đáp ứng tần số-dộ đàn hồi cho thấy tính đàn hồi tĩnh triệt tiêu nhờ phân tích phân trong hệ điều khiển. Cực đại của độ đàn hồi động lực nằm tại xấp xỉ 20 Hz. Giá trị lớn nhất của độ đàn hồi là $|G_{11}|_{max} = 0.17 \mu\text{m/N}$ theo hướng y và $|G_{22}|_{max} = 0.14 \mu\text{m/N}$ cho hướng z .

Các giá trị đàn hồi này cho phép sử dụng bàn gá như những thành phần của một máy công cụ. Thực nghiệm trên một máy phay đã đặt cơ sở cho sử dụng bàn gá từ.

9.4 Mô hình hóa và điều khiển một dầm cầu đàn hồi

H. Reckmann, T. Frischgesell, O. Schuette, Viện Cơ học, Trường Đại học Hannover

Mô hình xe cộ tốc độ cao trên dầm cầu đàn hồi có nhiều ứng dụng thực tiễn. Tuy nhiên tính động lực cao của hệ này làm xuất hiện nhiều vấn đề. Dầm cầu bị kích động bởi vận tốc cao và khối lượng động lớn gây nên những dao động không mong muốn với biên độ khá lớn. Trong kỹ thuật thực hành những dao động này làm giảm độ chính xác, thí dụ như của cần cầu tự động cũng như vận tốc làm việc của nó, ở đây cần phải giảm dao động. Trong kỹ thuật xe cộ và vận tải nói chung dao động làm giảm tính tiện nghi và tính an toàn của xe. Biến dạng động lực lớn thậm chí có thể phá hủy cả dầm cầu.



Hình 9.31: Dầm cầu đàn hồi thực nghiệm

Bài toán dao động được giải quyết trong thực tế thường bằng việc sử dụng các dầm cầu lớn, do có độ cứng và khối lượng lớn nên chúng có biên độ dao động nhỏ và biến dạng nhỏ dưới tác dụng của tải trọng.

Trái lại với hệ có độ cứng lớn, thụ động các khả năng chống dao động tích cực cho một dầm cầu đàn hồi được khảo sát dưới đây. Nhờ các khâu chủ động mà độ võng của dầm cầu được bù đắp, sử dụng can tích cực và giảm được biên độ dao động. Phục vụ cho mục đích này độ võng của dầm cầu cần được xác định

bằng những cảm biến thích hợp. Trong nghiên cứu này dầm cầu đàn hồi được mô hình hóa như một dầm BERNOULLI-EULER liên tục. Phương trình vi phân chuyển động của dầm này được xấp xỉ nhờ khai triển FOURIER, cũng như nhờ việc rời rạc hóa bằng phương pháp *phần tử hữu hạn*. Mô hình *phần tử hữu hạn* mở rộng với các đại lượng đặt và đo được sử dụng trong điều khiển trạng thái nhờ khâu quan sát. Điều này tạo khả năng giảm biến dạng của dầm cầu bằng biện pháp thích hợp.

9.4.1 Đặt bài toán

Hình 9.31 chỉ sơ đồ nguyên lý của một mô hình thực nghiệm. Mô hình này cấu thành từ một khâu tăng tốc, một khâu trễ và một dầm cầu đàn hồi ở giữa (độ cứng chống uốn EI , khối lượng phân bố ρA , chiều dài l). Một động cơ đồng bộ kéo xe chuyển động thông qua một đai răng. Xe này được kéo với vận tốc không đổi trên dầm cầu đàn hồi. Trong các thí nghiệm thực hiện tỷ lệ khối lượng μ giữa khối lượng xe m_v và khối lượng dầm cầu ρAl là 0.5, nghĩa là khối lượng chuyển động bằng một nửa khối lượng dầm cầu.

Khi xe chạy trên cầu với vận tốc lớn $\dot{x}_p$ dầm cầu nhẹ bị kích động dao động mạnh và bị biến dạng lớn. Để giảm hiệu ứng không mong muốn này hệ được gia cường thêm một bộ phận phụ trợ. Với sự hỗ trợ của dầm đỡ và hai thanh sợi cacbon dầm cầu trước hết được tạo ứng suất trước và do đó làm tăng độ cứng. Thêm nữa hai động cơ cho phép can thiệp vào hệ một cách chủ động. Các động cơ này là các động cơ từ tính, chúng có thể tác dụng lên các sợi cacbon một lực kéo. Qua dầm đỡ có thể tạo ra một lực và mômen tại giữa dầm cầu. Nếu hai động cơ kéo hai thanh sợi cacbon cùng pha, thì phần giữa cầu được nâng lên do lực tác dụng, còn khi hai động cơ kéo ngược pha nhau, thì dầm cầu sẽ bị uốn do tác dụng của mômen.

Độ võng cầu tại vị trí xe hiện thời x_p theo hướng z là $w(x_p)$. Mục đích của tác động chủ động lên hệ là làm cho chuyển động ngang của xe chính xác kể cả khi tỷ lệ khối lượng lớn, $\mu \geq 1$, và tốc độ xe $\dot{x}_p$ lớn. Nghĩa là, độ võng tại vị trí xe nên bằng không, $w(x_p) = 0$.

Dưới đây sẽ mô tả, dầm cầu đàn hồi và bộ phận gia cường có thể được mô hình hóa như thế nào và tìm mô hình cơ học để thiết kế bộ điều khiển như thế nào.

9.4.2 Phương trình vi phân chuyển động

Cầu là một dầm uốn có liên kết gối tại hai đầu. Ở đây khảo sát hệ tuyến tính không cản, đáp ứng dao động của nó được tính toán nhờ việc sử dụng lý thuyết BERNOULLI-EULER. Phương trình chuyển động cho dầm có độ cứng EI và khối lượng phân bố ρA không đổi như sau:

$$EI \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = f(x_p, t). \quad (9.84)$$

Lực $f(x_p, t)$ gây ra do khối lượng xe chuyển động trên cầu tính từ trọng lượng m_v và lực quán tính của xe theo hướng z

$$f(x_p, t) = m \left(g - \frac{d^2 w(x, t)}{dt^2} \right) \delta(x - x_p). \quad (9.85)$$

Lực $f(x_p, t)$ chỉ tác dụng tại vị trí tức thời x_p của xe. Do đó, trong phương trình (9.85) nó được tính nhờ hàm DIRAC $\delta(x - x_p)$, hàm này có giá trị khác không chỉ tại vị trí x_p . Để giải phương trình vi phân (9.84) ta cần đến bốn điều kiện biên với bậc tương ứng. Với dầm đặt trên hai gối ta có

$$w(0, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=0} = 0, \quad w(l, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=l} = 0.$$

Ngoài ra, ta còn cần đến hai điều kiện đầu

$$w(x, 0) = w_{x0}, \quad \left. \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = \dot{w}_{x0}.$$

9.4.3 Giải bằng phương pháp chuỗi Fourier

Dịch chuyển thẳng đứng $w(x, t)$ được khai triển dưới dạng chuỗi FOURIER như sau

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} q_i(t) \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right). \quad (9.86)$$

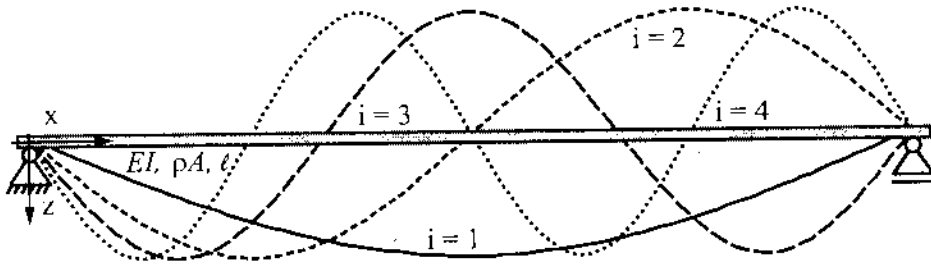
Các số hạng điều hòa trong phương trình (9.86) là các dạng dao động riêng của dầm và chúng thỏa mãn các điều kiện biên. Các dạng dao động riêng còn được gọi là dạng riêng hay là nốt. Các hàm $q_i(t)$ là các biến cần được xác định bằng cách giải tiếp theo. Các tọa độ suy rộng độc lập

$$\dot{q}_i(t) = \frac{2}{l} \int_0^l w(x, t) \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right) dx \quad (9.87)$$

mô tả đầy đủ dao động của dầm. Hình 9.32 cho thấy bốn dạng dao động riêng đầu tiên của dầm. Dao động của dầm nhận được bằng cách tổng hợp tất cả các dạng dao động riêng. Vì biên độ dao động của các nốt giảm mạnh khi tần số tăng lên, nên thông thường các dạng dao động với tần số cao có thể bỏ qua được. Đối với dầm dầm hồi khai triển chuỗi (9.86) có thể cắt tại $n = 6$.

Động năng T và thế năng U của dầm được đưa ra bằng phương pháp tách biến, phương trình (9.86) trở thành

$$T = \frac{1}{2} \rho A \sum_{i=1}^{\infty} \dot{q}_i^2(t) \int_0^l \sin^2\left(\frac{i\pi x}{l}\right) dx = \frac{\rho A l}{4} \sum_{i=1}^{\infty} \dot{q}_i^2(t), \quad (9.88)$$



Hình 9.32: Bốn dạng dao động riêng đầu tiên của dầm đàn hồi

$$U = \frac{1}{2} EI \sum_{i=1}^{\infty} \dot{q}_i^2(t) \int_0^l \left(\frac{d^2 \sin(i\pi x/l)}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{EI\pi^4}{4l^3} \sum_{i=1}^{\infty} i^4 q_i^2(t). \quad (9.89)$$

Sử dụng phương trình LAGRANGE loại 2 (xem mục 6.2.3, phương trình (6.70)) đối với các tọa độ độc lập $q_i(t)$,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_{ni} \quad , \quad i = 1, 2, \dots \quad (9.90)$$

ta nhận được phương trình vi phân chuyển động thứ i như sau

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \frac{2}{\rho A l} Q_{ni}(t) \quad \text{với} \quad \omega_i^2 = \frac{EI\pi^4 i^4}{\rho A l^4}, \quad (9.91)$$

ở đây ω_i là tần số dao động riêng thứ i của hệ. Nghiệm của phương trình vi phân thường tuyến tính cấp hai hệ số hằng này là (xem, chẳng hạn như [9.9])

$$q_i(t) = A_i \cos w_i t + B_i \sin w_i t + \frac{2}{r A l w_i} \int_0^t Q_{ni}(t) \sin w_i(t - t^*) dt^*. \quad (9.92)$$

Các hệ số A_i và B_i nhận được từ độ võng ban đầu của dầm do trọng lượng riêng của dầm. Chúng là

$$w_{stat}(x, t=0) = \frac{16}{5} w_{stat,max} \frac{x}{l} \left(\frac{x^3}{l^3} - 2 \frac{x^2}{l^2} + 1 \right), \quad (9.93)$$

$$w_{stat,max} = \frac{5\rho A g l^4}{384 EI},$$

trong đó $w_{stat,max}$ là độ võng lớn nhất tại giữa dầm. Nếu phương trình (9.93) được biến đổi về dạng (9.86) hay (9.87), thì dịch chuyển ban đầu của các tọa độ suy rộng như sau

$$q_{stat,i}(t=0) = \frac{2}{l} \int_0^l w_{stat}(x, 0) \sin \left(\frac{i\pi x}{l} \right) dx. \quad (9.94)$$

Để xác định các hệ số A_i , đặt phương trình (9.94) bằng phương trình (9.93) khi $t = 0$. Ta nhận được

$$A_i = \frac{2}{l} \int_0^l w_{stat}(x, 0) \sin\left(\frac{i\pi x}{l}\right) dx. \quad (9.95)$$

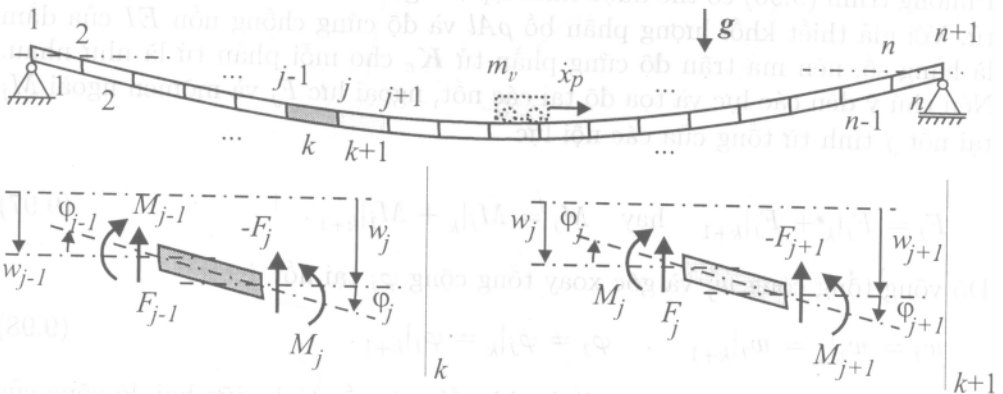
Các hệ số B_i có thể chọn bằng không, do số hạng điều hòa trong phương trình (9.92) triệt tiêu khi $t = 0$. Tích phân (đối với) các lực suy rộng không bảo toàn Q_{ni} tác dụng trên dầm cũng bằng không khi $t = 0$.

Lực Q_{ni} trong phương trình (9.91) và (9.92) được gộp lại từ ba thành phần: một thành phần tĩnh do trọng lượng riêng của dầm, hai thành phần động lực gây ra do trọng lượng và lực quán tính của xe. Một thành phần thứ tư xuất hiện khi đại lượng đặt của cơ cấu phụ trợ được lắp thêm vào. Các lực suy rộng không được khai triển dạng tường minh cho dầm liên tục ở đây, bởi vì mục tiêu điều khiển cho dầm liên tục là khó đạt được bằng phương pháp chuỗi FOURIER để giải phương trình (9.84): Về nguyên tắc có thể nhận được các lực suy rộng Q_{ni} trong phương trình (9.92), nhưng khi đó hệ gồm i hay $n = 6$ phương trình trở nên rất phức tạp [9.4], [9.9]. Nếu mô tả dầm cùng với bộ phận gia cường, thì ta sẽ có thêm một số lượng lớn các số hạng nữa.

Ta cần phải giải một hệ phương trình khá lớn trong mỗi lần trích mẫu, bởi vì các đại lượng dẫn động phải thay đổi thì mới đạt được mục tiêu đề ra.

Ta có thể đạt được một sự kết nối khâu dẫn động vào mô hình hệ đơn giản hơn, nếu ta không xem xét dầm như một cấu trúc liên tục, mà được rời rạc hóa theo phương ngang bằng cách sử dụng các phần tử hữu hạn.

9.4.4 Mô hình phần tử hữu hạn của dầm



Hình 9.33: Mô hình dầm cầu với các phần tử 2 nốt tuyến tính

Ngược với cách mô tả chính xác hệ bởi phương trình đạo hàm riêng, phương pháp phần tử hữu hạn là một phương pháp gần đúng. Một cấu trúc được chia

nhỏ thành một số hữu hạn các phần tử, mà chúng được nối với nhau bằng các nốt. Các tính chất của mỗi phần tử như độ cứng và khối lượng cũng như mômen quán tính khối được mô tả bằng các ma trận. Từ các ma trận của các phần tử ta lập được một hệ phương trình tuyến tính bậc cao, chúng mô tả gần đúng tính chất của cấu trúc tổng thể. Phương pháp phần tử hữu hạn được trình bày trong nhiều tài liệu, thí dụ như [9.2], [9.5].

9.4.5 Thiết lập phương trình vi phân

Dầm cầu được chia nhỏ thành một số n hữu hạn các phần tử chiều dài l_e nối kết với nhau. Phần nối giữa các phần tử gọi là các nốt. Dầm được rời rạc hóa bằng các phần tử tuyến tính dầm 2 bậc tự do/2 nốt. Nghĩa là mỗi phần tử trong số n phần tử có hai nốt. Mỗi nốt trong $n+1$ nốt có hai bậc tự do: dịch chuyển tại nốt theo phương thẳng đứng w_j và góc xoay w'_j hay φ_j . Đường võng của dầm nhận được từ các độ võng của các nốt riêng rẽ. Hình 9.33 cho thấy dầm cầu đã được rời rạc hóa và hai phần tử cắt ra cạnh nhau k và $k+1$. Các ngoại lực F_{j-1} , F_j và các mômen M_{j-1} , M_j tác dụng lên phần tử k . Đối với trường hợp tĩnh, mối quan hệ giữa lực suy rộng tác dụng Q_k và các tọa độ suy rộng q_k cho từng phần tử dạng ma trận như sau (xem thí dụ như [9.5])

$$\underbrace{\begin{bmatrix} F_{j-1} \\ M_{j-1} \\ F_j \\ M_j \end{bmatrix}}_{Q_k} = \frac{EI}{l_e^3} \underbrace{\begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ 6l_e & 4l_e^2 & -6l_e & 2l_e^2 \\ -12 & -6l_e & 12 & -6l_e \\ 6l_e & 2l_e^2 & -6l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix}}_{K_e} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} w_{j-1} \\ \varphi_{j-1} \\ w_j \\ \varphi_j \end{bmatrix}}_{q_k}. \quad (9.96)$$

Phương trình (9.96) có thể được thiết lập bằng cách như vậy cho tất cả n phần tử. Với giả thiết khối lượng phân bố ρAl và độ cứng chống uốn EI của dầm là hằng số, nên ma trận độ cứng phần tử K_e cho mỗi phần tử là như nhau. Nếu chú ý đến các lực và tọa độ tại các nốt, ngoại lực F_j và mômen ngoài M_j tại nốt j tính từ tổng của các nội lực

$$F_j = F_j|_k + F_j|_{k+1} \quad \text{hay} \quad M_j = M_j|_k + M_j|_{k+1}. \quad (9.97)$$

Độ võng tổng cộng w_j và góc xoay tổng cộng φ_j tại nốt j

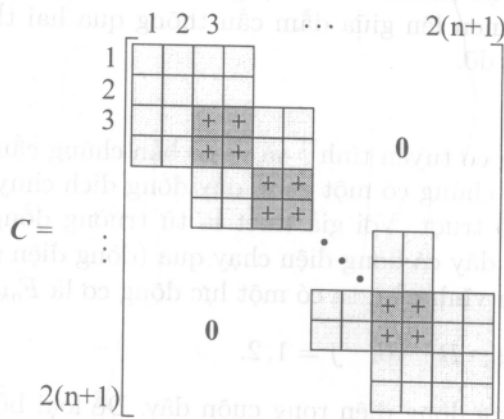
$$w_j = w_j|_k = w_j|_{k+1}, \quad \varphi_j = \varphi_j|_k = \varphi_j|_{k+1}. \quad (9.98)$$

Độ võng tại vị trí xe được xác định nhờ nối tuyến tính giữa hai độ võng của phần tử dưới xe. Độ võng tại các nốt và góc xoay tại nốt được gộp lại trong vectơ tọa độ suy rộng $q(t)$.

$$q(t) = [w_1, \varphi_1, w_2, \varphi_2, \dots, w_n, \varphi_n, w_{n+1}, \varphi_{n+1}]^T, \quad (9.99)$$

véc tơ này có số lượng phần tử bằng số bậc tự do của hệ, $2(n+1)$. Từ các ma trận độ cứng phần tử $\mathbf{K}_e$ ta có thể nhận được ma trận độ cứng tổng thể $\mathbf{K}$, bằng cách đặt các ma trận $\mathbf{K}_e$ vào một ma trận theo dạng đường chéo, hình 9.34. Các số hạng nằm trong các vùng chồng lên nhau bằng tổng của các phần tử trái và phải, tương tự như phương trình (9.97). Cũng như thế ta xác định các số hạng của ma trận khối lượng phần tử $\mathbf{M}_e$ và từ đó thu được ma trận khối lượng tổng thể $\mathbf{M}$, (xem thí dụ như [9.5]),

$$\mathbf{M}_e = \frac{\rho A l_e}{420} \begin{bmatrix} 156 & -22l_e & 54 & 13l_e \\ -22l_e & 4l_e^2 & -13l_e & -3l_e^2 \\ 54 & -13l_e & 156 & 22l_e \\ 13l_e & -3l_e^2 & 22l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix}. \quad (9.100)$$



Hình 9.34: Cấu trúc của ma trận $\mathbf{K}$

Cả $\mathbf{K}$ và $\mathbf{M}$ là các ma trận thưa đối xứng. Các số hạng cần được đưa vào trong các tính toán tiếp theo và được mô tả bởi ma trận cần $\mathbf{D}$. Ma trận $\mathbf{D}$ cũng được chọn đối xứng, chẳng hạn như theo giả thiết tiện lợi (sử dụng căn Rayleigh), $\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$, (thí dụ như trong [9.2]). Đáp ứng dao động của dầm uốn rời rạc được miêu tả bởi phương trình vi phân ma trận (9.101)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}_a(t). \quad (9.101)$$

Véc tơ ngoại lực suy rộng $\mathbf{f}_a(t)$, phương trình (9.102), mô tả ảnh hưởng của trọng lượng riêng dầm như là tích của ma trận khối lượng $\mathbf{M}$ và véc tơ gia tốc trọng trường $\mathbf{g} = [g, 0, g, \dots, g, 0]^T$. Thành phần trọng lực này tác dụng tại các nốt. Bỏ qua ảnh hưởng của mômen, nên sử dụng các phần tử không trong véc tơ $\mathbf{g}$.

Tác động của khối lượng xe m_v lên dầm cầu do trọng lượng và lực quán tính của nó thể hiện bằng véc tơ $\mathbf{f}_a(t)$. Véc tơ $\mathbf{f}_a(t)$ còn chứa cả đại lượng đặt $\mathbf{f}_s(t)$

của bộ phận gia cường, lực này tác dụng tại điểm giữa dầm $x = x_m$,

$$\mathbf{f}_a(t) = \mathbf{M} \mathbf{g} + m_v \mathbf{g}|_{x=x_p(t)} - m_v \ddot{\mathbf{q}}(t)|_{x=x_p(t)} + \mathbf{f}_s(t)|_{x=x_m}. \quad (9.102)$$

Véc tơ $\mathbf{f}_a(t)$ đối với mô hình n phần tử có $2(n+1)$ thành phần. Lực của xe chủ tác dụng lên nốt nằm ngay dưới xe tại vị trí x_p ; lực đặt F_s và mômen đặt M_s của động cơ được tính tại điểm giữa dầm x_m và tác dụng trên nốt giữa của cầu trục. Tối đa là ba nốt của dầm chịu tác dụng của ngoại lực: nốt giữa, nốt trái và nốt phải của vị trí xe hiện thời. Để có được nốt giữa, ta nên chia dầm với số phần tử là chẵn và như thế số nốt sẽ là lẻ.

9.4.6 Mô hình hóa bộ phận gia cường

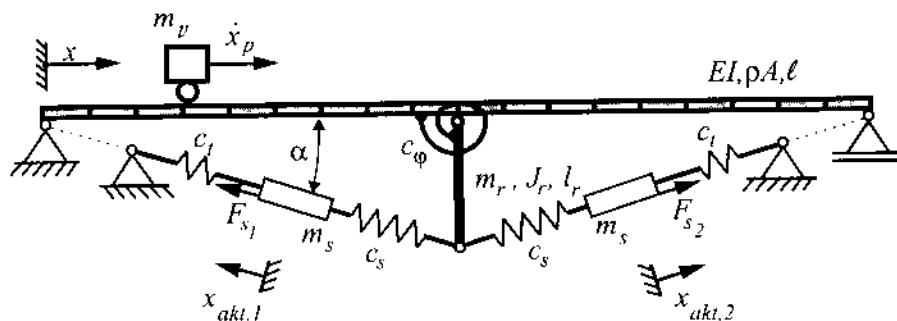
Bộ phận gia cường tạo thành từ hai động cơ, các động cơ này có thể tác dụng một lực và một mômen lên giữa dầm cầu thông qua hai thanh làm bằng sợi cacbon và một dầm đỡ.

Lực động cơ

Các động cơ là động cơ tuyến tính¹⁾ và về cơ bản chúng cấu thành từ hai nam châm vĩnh cửu giữa chúng có một cuộn dây đồng dịch chuyển được, cuộn dây được dẫn nhờ các ổ trượt. Với giả thiết là từ trường đồng nhất (mật độ từ thông B) giữa cuộn dây có dòng điện chạy qua (dòng điện i , số vòng N , chiều dài l) và nam châm vĩnh cửu, ta có một lực động cơ là $F_{akt,j}$ (lực LORENTZ)

$$F_{akt,j} = N \cdot i \cdot l_{Sp} \cdot B \quad \text{với } j = 1, 2. \quad (9.103)$$

Lực động cơ tỷ lệ với dòng điện trong cuộn dây. Để loại bỏ lực tĩnh tác dụng lên động cơ, chúng được làm căng trước nhờ các lò xo. Các dịch chuyển $x_{akt,j}$ được đo bởi cuộn dây di động²⁾, chúng được tích hợp trong động cơ.



Hình 9.35: Mô hình cơ học của dầm cầu chủ động

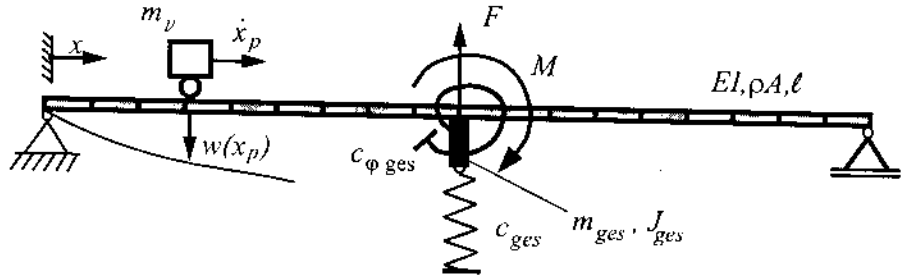
¹⁾ Nguyên lý làm việc của động cơ tuyến tính được miêu tả trong mục 2.

²⁾ Về nguyên lý đo của cuộn di động, xem chương 3.

Mô hình cơ học của hệ

Hình 9.35 biểu diễn mô hình cơ học của bộ phận gia cường. Độ cứng xoắn của dầm đỡ c_φ và độ cứng của các thanh c_s là lớn so với độ cứng lò xo c_t của động cơ, như thế ta có thể xem dầm đỡ và hai thanh sợi cacbon là rắn tuyệt đối. Khối lượng m_s bao gồm khối lượng thanh và khối lượng động cơ. Thanh chống có chiều dài l_r , khối lượng m_r và mômen quán tính khối J_r đối với nút giữa dầm. Từ góc giữa các thanh sợi cacbon với phương ngang α và dịch chuyển của khối lượng động cơ $x_{akt,j}$ ta có thể tính được lực động cơ cần thiết tạo ra một mômen và một lực ở giữa dầm,

$$(F_{akt})_{1,2} = \frac{F}{2 \sin(\alpha)} \pm \frac{M}{2 l_r \cos(\alpha)} + c_t (x_{akt})_{1,2}. \quad (9.104)$$



Hình 9.36: Mô hình thay thế bộ phận gia cường

Mô hình bộ phận gia cường được thay bằng một mô hình có khối lượng tổng cộng m_{ges} và mômen quán tính khối tổng cộng J_{ges} , hình 9.36. Khối lượng tổng cộng - tham gia vào chuyển động theo phương thẳng đứng - được tổng hợp từ một phần khối lượng động cơ và khối lượng dầm đỡ. Khi khối lượng này dịch chuyển một đoạn Δl lên trên, thì khối lượng động cơ dịch chuyển một lượng $\Delta x = \Delta l \sin(\alpha)$. Lực lò xo theo phương thẳng đứng được tính là

$$F_{Feder} = c_{t,v} \cdot \Delta l = c_t \cdot \Delta x \cdot \sin(\alpha) \quad (9.105)$$

Độ cứng và khối tổng thể đối với chuyển động theo phương thẳng đứng

$$m_{ges} = 2 \cdot m_s \cdot \sin(\alpha) + m_r, \quad c_{ges} = 2 \cdot c_t \cdot \sin(\alpha).$$

Từ cân bằng mômen đối với điểm giữa dầm tính được các đại lượng thay thế sau,

$$J_{ges} = 2 \cdot m_s \cdot l_r^2 \cdot \cos^2(\alpha) + J_r, \quad c_{\varphi ges} = 2 \cdot c_t \cdot l_r^2 \cdot \cos^2(\alpha).$$

Các tham số của bộ phận gia cường xác định đối với nút giữa của dầm có thể cộng thêm vào các phần tử của nút giữa trong các ma trận M và C .

9.4.7 Phép biến đổi dạng riêng

Qua việc rời rạc hóa bằng các phần tử hữu hạn đã giảm được bậc tự do của hệ. Dầm liên tục có vô hạn bậc tự do và do đó có vô hạn dạng dao động riêng, trong khi đó mô hình các phần tử hữu hạn chỉ có thể dao động theo $2(n+1)$ dạng riêng (hoặc một¹⁾). Đáp ứng cơ học của dầm được xác định chủ yếu qua các dạng riêng có tần số thấp. Các một có tần số cao thông thường được bỏ qua, vì rằng biên độ của nó nhỏ so với các một có tần số thấp. Kết quả mô phỏng đạt được bằng mô hình các phần tử hữu hạn đã chỉ ra rằng, nếu quan tâm khảo sát bốn một (hệ phần tử hữu hạn với 25 nốt) cho ta kết quả gần đúng khá tốt. Nghiệm của phương trình (9.101) tìm được tương tự như khi ta khảo sát dầm là hệ liên tục bằng phương pháp tách biến, phương trình (9.86). Bằng phép biến đổi dạng riêng²⁾ ta chuyển đổi các tọa độ suy rộng $\mathbf{q}$ sang các tọa độ riêng (tọa độ chính) $\mathbf{q}_H$,

$$\mathbf{q}(x, t) = \mathbf{V}_R(x)\mathbf{q}_H(t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{V}_R = [\mathbf{v}_{R1}, \mathbf{v}_{R2}, \dots, \mathbf{v}_{Rm}]. \quad (9.106)$$

Ma trận dạng riêng $\mathbf{V}_R$ chứa các vectơ riêng phải $\mathbf{v}_{Ri}$ của dầm, tương ứng các dạng riêng, xem hình 9.32. Dương nhiên các vectơ này ở dạng rời rạc. Ma trận $\mathbf{v}_{Ri}$ là các vectơ riêng phải đối với bài toán trị riêng ,

$$\mathbf{q}(t) = \hat{\mathbf{q}}e^{j\omega_i t}, \quad (-\omega_i^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \hat{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (9.107)$$

hay

$$(-\omega_i^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{v}_{Ri} = \mathbf{0} \quad (9.108)$$

với $i = 1, 2, \dots, m$.

Khi chú ý đến m dạng riêng (một) có ma trận $\mathbf{V}_R \in \mathbb{R}^{2(n+1) \times m}$. Vectơ $\mathbf{q}_H(t)$ cỡ $(m, 1)$ và chứa các biên độ thay đổi theo thời gian của từng dạng riêng. So sánh trực tiếp với phương trình (9.86) vectơ $\mathbf{q}_H(t)$ có các phần tử đầu tiên $q_i(t)$ với $i = 1, \dots, m$.

Nếu áp dụng phép biến đổi dạng riêng (9.106) cho các phương trình (9.101) và (9.102) và nhân trái kết quả với $\mathbf{V}_R^T$, nhận được phương trình chuyển động của dầm uốn trong tọa độ riêng $\mathbf{q}_H(t)$,

$$\begin{aligned} & \underbrace{\mathbf{V}_R^T \mathbf{M} \mathbf{V}_R}_{\mathbf{I}} \ddot{\mathbf{q}}_H(t) + \underbrace{\mathbf{V}_R^T \mathbf{D} \mathbf{V}_R}_{\mathbf{D}_M} \dot{\mathbf{q}}_H(t) + \underbrace{\mathbf{V}_R^T \mathbf{K} \mathbf{V}_R}_{\mathbf{K}_M} \mathbf{q}_H(t) \\ &= \mathbf{V}_R^T \mathbf{M} \mathbf{g} + \mathbf{V}_R^T m_v \mathbf{g}|_{x_p} - \mathbf{V}_R^T m_v \frac{d^2 (\mathbf{V}_R \mathbf{q}_H(t))}{dt^2} \Big|_{x_p} + \mathbf{V}_R^T \mathbf{f}_s(t). \end{aligned} \quad (9.109)$$

¹⁾ Tiếng Anh: mode.

²⁾ Xem phụ lục A.2.3: phép biến đổi đồng dạng; xem mục 8.2.5: điều khiển dáng.

Ma trận dạng riêng là tổ hợp các vectơ riêng độc lập tuyến tính, nên phép nhân trước và sau $\mathbf{V}_R^T$ [ma trận] $\mathbf{V}_R$ chuyển các ma trận đối xứng $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}$ và $\mathbf{K}$ thành các ma trận đường chéo¹⁾, các ma trận này chỉ có các phần tử trên đường chéo chính.

Ký hiệu $\mathbf{D}_M$ là ma trận cản riêng, ma trận $\mathbf{K}_M$ được gọi là ma trận phổ. Như thế ta có $2(n+1)$ phương trình chuyển động riêng rẽ; bậc của hệ và thời gian tính toán của hệ đã giảm đáng kể. Ma trận $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}$ và $\mathbf{K}$ có cỡ là $(2(n+1), 2(n+1))$. Còn các ma trận $\mathbf{V}_R^T \mathbf{M} \mathbf{V}_R$, $\mathbf{D}_M$ và $\mathbf{K}_M$ chỉ còn cỡ $m \times m$. Ma trận dạng riêng $\mathbf{V}_R^T$ được chuẩn hóa, sao cho tích $\mathbf{V}_R^T \mathbf{M} \mathbf{V}_R$ là một ma trận đơn vị $\mathbf{I}$. Đạo hàm hai lần vectơ $\mathbf{V}_R \mathbf{q}_H(t)$ trong phương trình (9.109) theo thời gian xuất hiện các số hạng phụ, chúng phải được tính đến trong ma trận khối lượng tổng thể $\mathbf{M}^*$, trong ma trận cản tổng thể $\mathbf{D}^*$ cũng như trong ma trận quán tính khối tổng thể $\mathbf{K}^*$.

Các đạo hàm cần thiết $\mathbf{V}_R$ theo tọa độ x , $\mathbf{V}'_R$ và $\mathbf{V}''_R$, được tạo thành từ các hàm liên tục của các dạng riêng của dầm, xem hình 9.32. Đối với mỗi dạng riêng trong m dạng riêng quan tâm đạo hàm bậc nhất và bậc hai được tính. Chúng sẽ được rời rạc hóa tại các nốt của mô hình phần tử hữu hạn và được chứa trong $\mathbf{V}'_R$ và $\mathbf{V}''_R$. Với

$$\begin{aligned} \frac{d^2 (\mathbf{V}_R \mathbf{q}_H(t))}{dt^2} &= \mathbf{V}_R \ddot{\mathbf{q}}_H(t) + 2\mathbf{V}'_R \dot{x}(t) \dot{\mathbf{q}}_H(t) \\ &\quad + (\mathbf{V}''_R \dot{x}^2(t) + \mathbf{V}'_R \ddot{x}(t)) \mathbf{q}_H(t), \end{aligned} \quad (9.110)$$

ta có gia tốc riêng của hệ ở dạng tường minh như sau

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}_H(t) &= \underbrace{\left(\mathbf{I} + m_v \mathbf{V}_R^T \mathbf{V}_R \right|_{x_p}}_{\mathbf{M}^*}^{-1} \cdot \left[- \underbrace{\left(\mathbf{D}_M + 2 m_v \dot{x} \mathbf{V}_R^T \mathbf{V}'_R \right|_{x_p}}_{\mathbf{D}^*} \dot{\mathbf{q}}_H(t) \right. \\ &\quad \left. - \underbrace{\left(\mathbf{K}_M + m_v \dot{x}^2 \mathbf{V}_R^T \mathbf{V}''_R \right|_{x_p}}_{\mathbf{K}^*} \mathbf{q}_H(t) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{V}_R^T \left(\mathbf{M} \mathbf{g} + m_v \mathbf{g} \right|_{x_p} \right) + \mathbf{V}_R^T \mathbf{f}_s(t) \right|_{x_m} \Big]. \end{aligned} \quad (9.111)$$

Xét trường hợp tốc độ xe không đổi ($\dot{x}$ và $\dot{x}_p$ là hằng số), do đó bỏ đi thành phần $\ddot{x}$ trong phương trình (9.110). Khi chú ý đến khối lượng xe chuyển động m_v , các ma trận chỉ cho hai nốt của vị trí xe hiện thời mới khác không. Các ma trận $\mathbf{M}^*$, $\mathbf{D}^*$ và $\mathbf{K}^*$ là đối xứng và được hợp thành từ một phần dầm và một phần khối lượng của xe. Ma trận khối lượng $\mathbf{M}^*$ là không kỳ dị, nghĩa là định thức khác không. Ma trận đảo $\mathbf{M}^*$ của nó tồn tại.

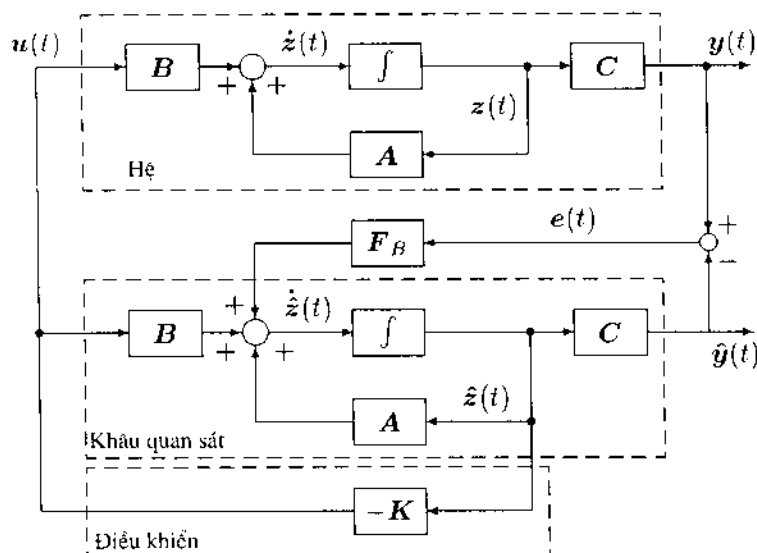
¹⁾Chéo hóa ma trận được trình bày trong phụ lục A.3.2: Phép biến đổi dạng riêng

Để nghiên cứu điều khiển một cách đơn giản hơn ta viết hệ trong không gian trạng thái. Ma trận hệ A và ma trận điều khiển B phụ thuộc biến thời gian và phụ thuộc vào vị trí xe chuyển động. Phương trình (9.112) mô tả dầm uốn trong dạng rời rạc bằng phần tử hữu hạn như sau

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_H(t) \\ \dot{q}_H(t) \end{bmatrix}}_{\dot{z}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & E \\ -M^{*-1}K^* & -M^{*-1}D^* \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} q_H(t) \\ \dot{q}_H(t) \end{bmatrix}}_{z(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -M^{*-1}V_R^T \end{bmatrix}}_B \cdot \underbrace{\left(f_s(t) + Mg + m_v g|_{x_p} \right)}_{u(t)}. \quad (9.112)$$

Véc tơ $q(t)$, thể hiện chuyển vị của các nốt, tính từ $q_H(t)$ khi sử dụng phép biến đổi dạng riêng, phương trình (9.106).

9.4.8 Điều khiển với sự trợ giúp của khâu quan sát



Hình 9.37: Điều khiển với khâu quan sát

Phương trình mô tả (9.112) một mặt cho phép mô phỏng độ võng của dầm mặt khác nó cần thiết cho việc điều khiển dạng riêng. Véc tơ trạng thái $z(t)$ chứa các dịch chuyển dạng riêng $q_H(t)$ và các vận tốc dạng riêng $\dot{q}_H(t)$. Bởi vì biên độ và sự thay đổi biên độ một dạng dao động riêng là không thể đo trực tiếp được, nhưng các đại lượng này nên được sử dụng cho việc điều khiển, chúng được ước lượng nhờ khâu quan sát. Điều khiển trạng thái xác định từ

các trạng thái được xây dựng lại các đại lượng đặt $\mathbf{f}_s(t)$, các đại lượng này cùng với trọng lực xe $m_v \mathbf{g}$ và trọng lượng riêng của dầm $\mathbf{Mg}$ tạo nên vectơ điều khiển. Hình 9.37 trình bày vòng điều khiển tổng thể¹⁾.

Khâu quan sát

Khâu quan sát chứa phương trình mô tả hệ (9.112) và được tác động bằng chính vectơ điều khiển $\mathbf{u}(t)$ như đối với hệ. Do sai số mô hình nên cần phân biệt vectơ trạng thái $\mathbf{z}(t)$ của hệ thực và của bộ điều khiển $\hat{\mathbf{z}}(t)$. Để giảm sự sai khác này, các vectơ đầu ra của hệ $\mathbf{y}(t)$ và $\hat{\mathbf{y}}(t)$ được so sánh, xem mục 9.37. Sự sai lệch tín hiệu ra, sai số quan sát $\mathbf{e}(t)$, được phản hồi về hệ qua ma trận quan sát $\mathbf{F}_B$. Mục đích của phản hồi là các trạng thái được sao chép sau một quá trình chuyển tiếp tiến gần trạng thái hệ và sau đó di theo trạng thái hệ. Để thiết kế ma trận quan sát, ta khảo sát hệ kín của khâu quan sát. Sai số quan sát được mô tả qua phương trình vi phân sau,

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} - \mathbf{F}_B \mathbf{C}) \cdot \mathbf{e}. \quad (9.113)$$

Ma trận $\mathbf{F}_B$ được chọn sao cho trị riêng của ma trận $\mathbf{A} - \mathbf{F}_B \mathbf{C}$ có phần thực âm.

Sử dụng phương pháp cho trước điểm cực, ở đây điểm cực λ_{Bi} của vòng điều khiển kín được cho trước và ma trận quan sát $\mathbf{F}_B$ được xác định sao cho phương trình (9.114) được thỏa mãn

$$\prod_{i=1}^m (p - \lambda_{Bi}) = \det [p\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{F}_B \mathbf{C})]. \quad (9.114)$$

Phương pháp cho trước điểm cực là chấp nhận được, nếu hệ là quan sát được, nghĩa là điều kiện sau đây được thỏa mãn,

$$\text{Rg} [\mathbf{Q}_B] = \text{Rg} [\mathbf{C}, \mathbf{C}\mathbf{A}, \mathbf{C}\mathbf{A}^2, \dots, \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1}]^T = n, \quad (9.115)$$

(xem [9.3] và [9.10]).

Tính toán ma trận quan sát bằng phương pháp cho trước điểm cực không thể thực hiện trong thời gian thực vì chi phí thời gian lớn, nên nó được tính trước (off-line) cho các vị trí riêng rẽ của xe, [9.10]. Các giá trị khác sẽ được nội suy tuyến tính trực tiếp (on-line) từ các giá trị đã nhận được.

9.4.9 Phản hồi trạng thái tuyến tính

Điều khiển trạng thái xác định từ các trạng thái do khâu quan sát tạo nên, một phần của vectơ điều khiển $\mathbf{u}(t)$ chứa đại lượng đặt $\mathbf{f}_s(t)$. Vectơ đặt $\mathbf{f}_s(t)$ được tính như sau

$$\mathbf{f}_s(t) = -\mathbf{K} \cdot \hat{\mathbf{z}}(t). \quad (9.116)$$

¹⁾ Xem chương 8: Điều khiển hệ cơ điện tử, mục đặc biệt 8.2.7: Thiết kế khâu quan sát và điều khiển.

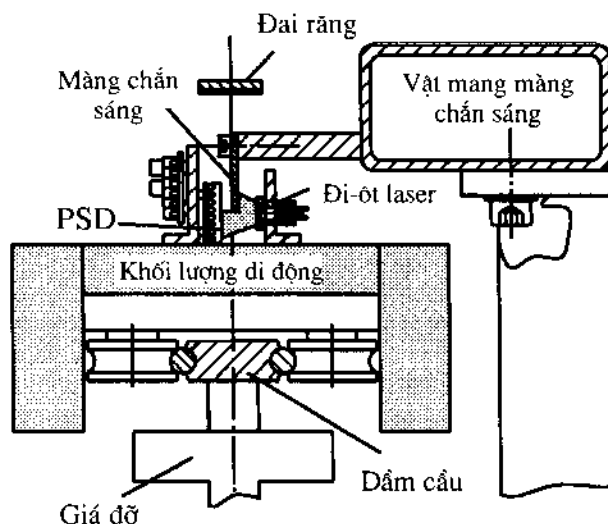
Ma trận phản hồi K cũng được xác định bằng việc cho trước điểm cực. Đối với điểm cực cho trước λ_{Gi} ma trận này được xác định sao cho phương trình (9.117) được thỏa mãn,

$$\prod_{i=1}^m (p - \lambda_{Gi}) = \det [pI - (A - BK)]. \quad (9.117)$$

Ta cần đưa ra tiêu chuẩn cần thiết của tính điều khiển được, bởi vì độ vồng của dầm có thể bị ảnh hưởng bởi đại lượng đặt tại mỗi vị trí của xe.

9.4.10 Hệ thống đo

Để đo độ vồng $w(x_p)$ tại vị trí của xe, ta có thể sử dụng một hệ thống đo di kèm.

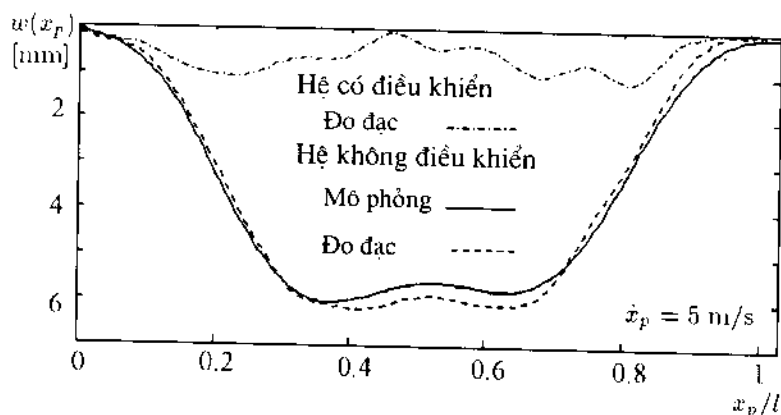


Hình 9.38: Sơ đồ hệ thống đo

Hệ thống đo này dựa trên việc đo cường độ ánh sáng với bộ phát hiện Si (PSD). Ánh sáng phát ra mạnh từ một điốt quang gặp PSD, từng phần ánh sáng bị tắt do một màng chắn. Vì màng chắn cố định với giá của thiết bị thí nghiệm, khi độ vồng lớn nhiều ánh sáng gặp PSD. ánh sáng không bị tắt gặp phần diện tích của PSD gây nên dòng photon i_{PSD} , dòng photon này được xử lý nhờ mạch khuếch đại. Mỗi quan hệ $i_{PSD} = f(w(x_p))$ là phi tuyến và được xác định bằng việc calib. Hình 9.38 thể hiện một mặt cắt của xe với hệ thống đo đã mô tả.

9.4.11 Kết quả

Hình 9.39 thể hiện sự so sánh độ võng $w(x_p)$ của hệ thụ động (không điều khiển) với độ võng của hệ chủ động (có điều khiển). Độ võng $w(x_p)$ được biểu diễn theo vị trí xe đã được chuẩn hóa x_p/l khi vận tốc xe hằng số $\dot{x}_p = 5$ m/s. Khi chiều dài dầm cầu khoảng $l = 2,5$ m thì thời gian xe chạy trên cầu là một nửa giây. Các đồ thị của hệ thụ động chỉ ra rằng mô hình các



Hình 9.39: So sánh độ võng giữa mô phỏng và đo đạc

phần tử hữu hạn mô tả tốt dầm cầu với bộ phận gia cường. Các kết quả mô phỏng của phương trình (9.112) phù hợp với độ võng đo được từ thực nghiệm. Đồ thị của hệ có điều khiển chỉ ra rằng độ võng của dầm cầu được giảm nhiều nhờ điều khiển trạng thái cùng với khâu quan sát.

A Cơ sở toán học

Để người đọc dễ dàng hiểu được các chương của cuốn sách, phần này sẽ trình bày một số khái niệm và các công thức toán học quan trọng.

A.1 Phép biến đổi Laplace và phép biến đổi Fourier

Phép biến đổi LAPLACE và phép biến đổi FOURIER thuộc vào tập các phép biến đổi tích phân. Nhờ các phép biến đổi này hàm $x(t)$ trong *miền gốc* qua một toán tử biến đổi trở thành hàm $X(p)$ trong *miền ảnh*. Các ký hiệu khác để chỉ miền gốc và miền ảnh là *miền thời gian* và *miền tần số*.

A.1.1 Phép biến đổi Laplace

Thủ tục biến đổi có dạng

$$x(t) = X(p) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-pt} dt, \quad (\text{A.1})$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{X(p)\} = x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} X(p)e^{pt} dp \quad (\text{A.2})$$

trong đó p là biến phức¹⁾

$$p = \delta + j\omega.$$

Với giả thiết tích phân suy rộng trong (A.1) tồn tại.

$$\int_0^{+\infty} |x(t)e^{-\delta t}| dt < \infty.$$

$X(p)$ được gọi là biến đổi LAPLACE của $x(t)$. Ta sử dụng chữ cái lớn để chỉ hàm ảnh và hàm này là hàm của biến phức.

Các tính chất:

(a) *Định lý tuyến tính*:

$$\mathcal{L}\{a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t)\} = a_1 X_1(p) + a_2 X_2(p). \quad (\text{A.3})$$

Biến đổi LAPLACE là một phép biến đổi tích phân tuyến tính.

¹⁾Nhiều tài liệu thường sử dụng biến s thay cho biến p .

(b) *Định lý dịch chuyển:*

$$\mathcal{L}\{x(t - \tau)\} = e^{-p\tau} X(p). \quad (\text{A.4})$$

Nếu biến thời gian của hàm gốc dịch chuyển một lượng là τ ($\tau > 0$) thì hàm $X(p)$ nhân với $e^{-p\tau}$ trong miền ảnh.

(c) *Định lý cân:*

$$\mathcal{L}\{e^{-\alpha t} x(t)\} = X(p + \alpha). \quad (\text{A.5})$$

(d) *Tích phân:*

$$\mathcal{L}\left\{\int_0^t x(\tau) d\tau\right\} = \frac{1}{p} \mathcal{L}\{x(t)\} = \frac{1}{p} X(p). \quad (\text{A.6})$$

Biến đổi LAPLACE của một tích phân có thể tính toán một cách đơn giản bằng cách nhân hàm ảnh $X(p)$ với $1/p$.

(e) *Vi phân:*

$$\mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = p\mathcal{L}\{x(t)\} - \mathcal{L}\{x(0)\} = pX(p) - x(0). \quad (\text{A.7})$$

Biến đổi LAPLACE của vi phân trong miền thời gian tương ứng với phép nhân với p trong miền ảnh, các điều kiện đầu cần phải được chú ý. Đối với đạo hàm bậc hai ta có

$$\mathcal{L}\{\ddot{x}(t)\} = p^2 X(p) - px(0) - \dot{x}(0). \quad (\text{A.8})$$

(f) *Định lý tích chập:*

Tích chập của hai hàm $x(t)$ và $g(t)$ được định nghĩa ở trong miền thời gian như sau

$$x(t) * g(t) = \int_0^t x(\tau) g(t - \tau) d\tau \quad (\text{A.9})$$

Trong miền ảnh ta có quan hệ

$$\mathcal{L}\{x(t) * g(t)\} = X(p) \cdot G(p), \quad (\text{A.10})$$

với giả thiết $x(0) = 0$ và $g(0) = 0$.

(g) *Phép biến đổi LAPLACE ngược:* Một khó khăn trong việc áp dụng phép biến đổi LAPLACE là thực hiện biến đổi ngược. Về nguyên tắc khi thực hiện các phép biến đổi LAPLACE ngược, ta hay sử dụng một số phương pháp khá thuận tiện như sau

- Khai triển chuỗi,
- Phân tích thành các phân thức đơn giản,
- Áp dụng định lý thặng dư của hàm phức.

Nói chung khi áp dụng phép biến đổi LAPLACE ta nên sử dụng các bảng công thức biến đổi đã có sẵn (xem [A.1]).

A.1.2 Phép biến đổi Fourier

Khi hàm $x(t)$ khả tích tuyến tính trong khoảng $(-\infty, \infty)$, các biểu thức

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (\text{A.11})$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{X(j\omega)\} = x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{A.12})$$

được gọi là biến đổi FOURIER của hàm $x(t)$ và biến đổi FOURIER ngược của $X(j\omega)$. Hàm $X(j\omega)$ còn được gọi là *phổ* FOURIER.

Các tính chất:

(a) Do

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < \infty$$

nên miền xác định của biến đổi Fourier nhỏ hơn miền xác định của biến đổi LAPLACE. Một cách chặt chẽ, đa số các hàm quan trọng trong kỹ thuật không biến đổi FOURIER được.

(b) Biến đổi FOURIER $X(j\omega)$ là một hàm phức. Hàm này có thể biểu diễn trong hệ tọa độ Đề các

$$X(j\omega) = C(\omega) - jS(\omega) \quad (\text{A.13})$$

hay trong hệ tọa độ cực

$$X(j\omega) = X(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (\text{A.14})$$

Trong đó ta đã sử dụng các ký hiệu tắt

$$C(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cos \omega t dt; \quad S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \sin \omega t dt; \quad (\text{A.15})$$

và

$$X(\omega) = |X(j\omega)|; \quad \tan \varphi(\omega) = \frac{S(\omega)}{C(\omega)}. \quad (\text{A.16})$$

Trong động lực học hệ thống, độ lớn $X(\omega)$ được gọi là *đường biên độ tần số*, hàm $\varphi(\omega)$ được gọi là *đường pha tần số*.

(c) Nếu $x(t)$ là hàm chẵn, tức là $x(t) = x(-t)$ thì

$$X(j\omega) = C(\omega), \quad (\text{A.17})$$

nếu $x(t)$ là hàm lẻ, tức là $x(t) = -x(-t)$ thì

$$X(j\omega) = -jS(\omega). \quad (\text{A.18})$$

- (d) Nếu $x(t)$ chỉ xác định với $t \geq 0$ và khác không, ta có biến đổi FOURIER một phía

$$X_E(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (\text{A.19})$$

Bằng cách lấy đối xứng qua trục tung ta có thể xác định biến đổi FOURIER hai phía. Do $x(t) = x(-t)$ ta có

$$X(j\omega) = 2 \int_0^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt = 2X_E(j\omega). \quad (\text{A.20})$$

- (e) Quan hệ giữa phép biến đổi FOURIER một phía và phép biến đổi LAPLACE có dạng

$$X_E(j\omega) = \lim_{\delta \rightarrow 0} X(p) = \lim_{p \rightarrow j\omega} X(p). \quad (\text{A.21})$$

Ta có thể xem phép biến đổi FOURIER một phía như là trường hợp riêng của phép biến đổi LAPLACE.

- (f) Do tính chất (e), định lý tuyến tính, định lý dịch chuyển, định lý căn, định lý tích chập, tích phân, vi phân của phép biến đổi FOURIER được xây dựng tương tự như phép biến đổi LAPLACE.
- (g) Trong kỹ thuật người ta hay sử dụng tần số f thay cho tần số vòng $\omega = 2\pi f$. Khi đó các phương trình (A.11) và (A.12) có dạng

$$X(jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt, \quad (\text{A.22})$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(jf)e^{j2\pi ft} df. \quad (\text{A.23})$$

A.2 Phép tính ma trận

A.2.1 Các khái niệm và các quy tắc tính đơn giản

- (a) Ma trận $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ có thứ nguyên (n, m) , tức là ma trận có n hàng và m cột. Các phần tử a_{ij} thể là các số thực hoặc phức, nhưng cũng có thể là các hàm của một hay nhiều biến.
- (b) Cho ma trận A có thứ nguyên (n, m) và B có thứ nguyên (m, n) , khi đó ta có

$$(AB)^T = B^T A^T \quad \text{und} \quad (AB)^* = B^* A^*, \quad (\text{A.24})$$

trong đó A^T là ma trận chuyển vị của ma trận A và A^* là ma trận HERMITE của A .

- (c) Một ma trận có thứ nguyên (n, n) được gọi là ma trận vuông. Ký hiệu I là ma trận đơn vị. Một ma trận vuông A là ma trận chính quy nếu định thức của nó khác không,

$$\det[A] \neq 0 \quad \Rightarrow \quad A \text{ là ma trận chính quy.}$$

Nếu $\det[A] = 0$, A là ma trận kỳ dị.

- (d) Nếu A là ma trận chính quy thì nó sẽ có ma trận nghịch đảo. Ma trận nghịch đảo A^{-1} của A được xác định bởi công thức sau

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}[A]}{\det[A]}, \quad (\text{A.25})$$

trong đó ma trận phụ trợ

$$\text{adj}[A] = B^T$$

được tính từ ma trận B với các phần tử

$$b_{ij} = (-1)^{i+j} \det[A^{ij}]. \quad (\text{A.26})$$

Ma trận A^{ij} được suy ra từ ma trận A bằng cách bỏ đi các phần tử ở hàng thứ i và các phần tử ở cột thứ j .

- (e) Nếu A là ma trận chính quy thì

$$\det[A^{-1}] = \frac{1}{\det[A]}. \quad (\text{A.27})$$

- (f) Nếu ma trận $I + AB$ là ma trận khả đảo, thì $I + BA$ cũng là ma trận khả đảo, và ta có hệ thức

$$(I + AB)^{-1}A = A(I + BA)^{-1}. \quad (\text{A.28})$$

- (g) A là ma trận trực giao nếu $AA^T = I$. Từ đó ta suy ra

$$A^{-1} = A^T.$$

Như thế ta có một thủ tục đơn giản để xác định ma trận nghịch đảo của một ma trận trực giao.

- (h) Một ma trận đối xứng $A = A^T$ là xác định dương nếu dạng toàn phương $x^T Ax$ luôn lấy giá trị dương với mọi $x \neq 0$

$$x^T Ax > 0 \quad \text{với } x \neq 0. \quad (\text{A.29})$$

Ma trận A được gọi là bán xác định dương nếu như

$$x^T Ax \geq 0 \quad (\text{A.30})$$

với mọi $x \neq 0$. Nếu các bất đẳng thức trên có dấu ngược lại, ta có định nghĩa ma trận xác định âm, bán xác định âm.

- (i) Hạng của ma trận là số cực đại các ma trận cột độc lập tuyến tính. Nó cũng bằng cấp cực đại của các định thức con khác không.

A.2.2 Các trị riêng và các vectơ riêng

Từ $\mathbf{A}$ là ma trận vuông cấp (n, n) , ta thiết lập hệ phương trình thuần nhất

$$(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{v}_R = \mathbf{0} \quad (\text{A.31})$$

và

$$\mathbf{v}_L^T(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \mathbf{0}^T \quad \text{hay} \quad (\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}^T)\mathbf{v}_L = \mathbf{0}. \quad (\text{A.32})$$

Từ các phương trình này ta định nghĩa bài toán giá trị riêng

- (a) Các phương trình (A.31) và (A.32) có nghiệm không tầm thường $\mathbf{v}_L$, $\mathbf{v}_R \neq \mathbf{0}$ khi ma trận $\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}$ là ma trận chính quy, tức là

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}] = 0. \quad (\text{A.33})$$

- (b) Việc tính định thức con $\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}$ dẫn đến đa thức đặc trưng

$$P(\lambda) = \det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}] = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0.$$

Các trị riêng được xác định từ phương trình đặc trưng

$$P(\lambda) = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0 = 0 \quad (\text{A.34})$$

hoặc dưới dạng thừa số

$$P(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) \dots (\lambda - \lambda_n) = 0. \quad (\text{A.35})$$

Ứng với mọi ma trận $\mathbf{A}$ cấp (n, n) cho ta đúng n trị riêng $\lambda_i = \lambda_i(\mathbf{A})$; $i = 1, 2, \dots, n$.

Tập hợp các trị riêng tạo thành một phổ

$$\sigma\{\mathbf{A}\} = \{\lambda_1(\mathbf{A}), \lambda_2(\mathbf{A}), \dots, \lambda_n(\mathbf{A})\}. \quad (\text{A.36})$$

Bán kính phổ $\varrho(\mathbf{A})$ được định nghĩa là trị riêng có trị tuyệt đối lớn nhất

$$\varrho(\mathbf{A}) = \max_{i=1,2,\dots,n} |\lambda_i(\mathbf{A})|. \quad (\text{A.37})$$

- (c) Ứng với mỗi trị riêng λ_i ta có nghiệm không tầm thường của các phương trình (A.31) hay (A.32). Các nghiệm này được gọi là các vectơ riêng. Trong đó $\mathbf{v}_{Ri}$ được gọi là vectơ riêng bên phải và $\mathbf{v}_{Li}$ là vectơ riêng bên trái.
- (d) Hai ma trận $\mathbf{A}$ và $\mathbf{A}^T$ có cùng trị riêng, tuy nhiên nếu $\mathbf{A}$ không đối xứng thì chúng có các vectơ riêng khác nhau.
- (e) Nếu $\mathbf{A}$ là ma trận thực, các trị riêng của nó hoặc là thực hoặc là phức liên hợp. Phổ của một ma trận thực đối xứng $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$ nằm trên trục thực, phổ của ma trận thực đối xứng lệch $\mathbf{A} = -\mathbf{A}^T$ nằm trên trục ảo.

- (f) Theo định lý CAYLEY-HAMILTON, ma trận $\mathbf{A}$ là nghiệm của phương trình đặc trưng của chính nó

$$P(\mathbf{A}) = \mathbf{A}^n + a_{n-1}\mathbf{A}^{n-1} + \dots + a_1\mathbf{A} + a_0\mathbf{A}^0 = \mathbf{0}. \quad (\text{A.38})$$

Từ đây ta có thể suy ra rằng, nếu $\mathbf{A}$ là ma trận vuông cấp n thì lũy thừa $\mathbf{A}^n$ và các lũy thừa bậc cao hơn của $\mathbf{A}$ có thể biểu diễn bởi tổ hợp tuyến tính của $\mathbf{A}^0, \mathbf{A}^1, \dots, \mathbf{A}^{n-1}$.

- (g) Bài toán giá trị riêng tổng quát có dạng

$$(\lambda \mathbf{B} + \mathbf{A})\mathbf{v}_R = \mathbf{0}. \quad (\text{A.39})$$

Nếu $\mathbf{B}$ là ma trận chính quy, ta có thể đưa bài toán giá trị riêng tổng quát về bài toán giá trị riêng đặc biệt.

A.2.3 Phép biến đổi đồng dạng (phép biến đổi về các trục chính)

Phép biến đổi đồng dạng ma trận vuông $\mathbf{A}$ được định nghĩa dưới dạng

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T} \quad (\text{A.40})$$

với $\mathbf{T}$ là ma trận không suy biến. Trong đó:

- Ma trận $\mathbf{\Lambda}$ là ma trận đường chéo.
- Các trị riêng của các ma trận $\mathbf{\Lambda}$ và $\mathbf{A}$ là trùng nhau. Từ đó ta suy ra các trị riêng nằm trên đường chéo chính của ma trận $\mathbf{\Lambda}$,

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}. \quad (\text{A.41})$$

Để xác định ma trận $\mathbf{T}$ ta cần phải giải bài toán trị riêng đầy đủ. Quá trình thực hiện như sau:

- (a) Nếu tất cả các vectơ riêng của ma trận $\mathbf{A}$ là độc lập tuyến tính, chúng sẽ tạo nên *ma trận dạng riêng*. Người ta phân biệt

- Ma trận dạng riêng bên phải:

$$\mathbf{V}_R = [\mathbf{v}_{R1}, \mathbf{v}_{R2}, \dots, \mathbf{v}_{Rn}], \quad (\text{A.42})$$

- Ma trận dạng riêng bên trái:

$$\mathbf{V}_L = [\mathbf{v}_{L1}, \mathbf{v}_{L2}, \dots, \mathbf{v}_{Ln}]. \quad (\text{A.43})$$

Nếu các trị riêng là các trị riêng đơn thì các vectơ riêng tương ứng độc lập tuyến tính.

- (b) Nếu sử dụng các ma trận dạng riêng, bài toán trị riêng, bài toán trị riêng (A.31) và (A.32) có thể viết lại dưới dạng

$$\mathbf{A}\mathbf{V}_R = \mathbf{V}_R\mathbf{\Lambda} \quad \text{và} \quad \mathbf{V}_L^T\mathbf{A} = \mathbf{\Lambda}\mathbf{V}_L^T. \quad (\text{A.44})$$

Từ đó ta suy ra

$$\mathbf{V}_R^{-1}\mathbf{A}\mathbf{V}_R = \mathbf{\Lambda} \quad \text{và} \quad \mathbf{V}_L^T\mathbf{A}(\mathbf{V}_L^T)^{-1} = \mathbf{\Lambda}. \quad (\text{A.45})$$

(c) So sánh với phương trình (A.40) ta có các quan hệ quan trọng

$$\mathbf{T} = \mathbf{V}_R \quad \text{và} \quad \mathbf{T} = (\mathbf{V}_L^T)^{-1}. \quad (\text{A.46})$$

(d) Ứng với hai trị riêng khác nhau, các vectơ riêng bên phải và bên trái trực giao nhau

$$\mathbf{v}_{Li}^T \mathbf{v}_{Rk} = \mathbf{v}_{Rk}^T \mathbf{v}_{Li} = 0 \quad \text{khi} \quad \lambda_i \neq \lambda_k. \quad (\text{A.47})$$

(e) Bằng cách chuẩn hóa thích hợp, ta có thể nhận được các hệ thức,

$$\mathbf{V}_L^T \mathbf{V}_R = \mathbf{V}_R \mathbf{V}_L^T = \mathbf{I} \quad (\text{A.48})$$

hay

$$\mathbf{V}_L^T = \mathbf{V}_R^{-1}. \quad (\text{A.49})$$

(f) Từ đó phương trình (A.40) có thể viết lại dưới dạng

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}_L^T \mathbf{A} \mathbf{V}_R. \quad (\text{A.50})$$

(g) Từ phương trình (A.50) ta có

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}_R \mathbf{A} \mathbf{V}_L^T = \sum_{i=1}^n \lambda_i(\mathbf{A}) \mathbf{v}_{Ri} \mathbf{v}_{Li}^T \quad (\text{A.51})$$

Vậy mỗi ma trận có thể phân tích theo các trị riêng và các vectơ riêng của nó.

(h) Đối với ma trận đối xứng $\mathbf{A} = \mathbf{A}^T$, các vectơ riêng bên trái và bên phải trùng nhau, các ma trận dạng riêng bên phải và bên trái cũng trùng nhau $\mathbf{V}_R = \mathbf{V}_L = \mathbf{V}$. Trong trường hợp này các ma trận dạng riêng là các ma trận trực giao

$$\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I}, \quad (\text{A.52})$$

do đó

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}^T \mathbf{A} \mathbf{V}. \quad (\text{A.53})$$

(i) Trong trường hợp có các trị riêng bội, ta có thể biến đổi ma trận $\mathbf{A}$ về dạng JORDAN bằng phương trình (A.50).

Các ma trận dạng riêng có vai trò quan trọng trong phép biến đổi dạng riêng (xem mục A.3.2).

A.2.4 Các hệ phương trình tuyến tính và phép phân tích theo các trị kỳ dị

Một hệ phương trình tuyến tính có n ẩn $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ có dạng

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \quad (\text{A.54})$$

trong đó $\mathbf{A}$ là ma trận cỡ (m, n) và $\mathbf{b}$ là véc tơ m phần tử.

Khi

- $m < n$ số phương trình ít hơn số ẩn, hệ không xác định,
- $m = n$ số phương trình bằng số ẩn,
- $m > n$ số phương trình nhiều hơn số ẩn, hệ siêu xác định.

- (a) Khi $m = n$ và $\mathbf{A}$ là ma trận chính quy, nghiệm của phương trình (A.54) có thể viết dưới dạng

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}. \quad (\text{A.55})$$

- (b) Khi $m \neq n$, để giải phương trình (A.54) ta phải sử dụng ma trận tựa nghịch đảo. Ma trận tựa nghịch đảo được định nghĩa bởi hệ thức sau

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_p^{-1} &= \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1} && \text{khi } m < n, \text{ (tựa nghịch đảo bên phải);} \\ \mathbf{A}_p^{-1} &= (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T && \text{khi } m > n, \text{ (tựa nghịch đảo bên trái).} \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

- (c) Nghiệm của hệ phương trình không xác định ($m < n$) là không duy nhất. Tập các nghiệm của hệ phụ thuộc vào $n - m$ tham số độc lập. Từ tập các nghiệm ta có thể chọn một nghiệm xác định qua việc áp dụng một chiến lược tối ưu. Người ta thường hay lựa chọn tiêu chuẩn cực tiểu bình phương

$$\min_{\mathbf{x}} (\mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x})$$

với $\mathbf{W}$ là ma trận trọng số xác định dương. Khi đó nghiệm có dạng

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}_p^{-1}\mathbf{b} \quad \text{với} \quad \mathbf{A}_p^{-1} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{A}^T)^{-1}. \quad (\text{A.57})$$

Khi $\mathbf{W} = \mathbf{I}$ ta nhận được ma trận tựa nghịch đảo bên phải theo phương trình (A.56).

- (d) Nghiệm của hệ siêu xác định ($m > n$) thường được tìm theo nghĩa sai số bình phương tối thiểu

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|^2$$

và có dạng

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{b}. \quad (\text{A.58})$$

Phương trình (A.58) là các phương trình chuẩn tắc của phương pháp bình phương tối thiểu (*least squares-Method*)

Từ các phương trình tìm được ta thấy tích $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ và $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$ có vai trò đặc biệt quan trọng khi giải hệ phương trình đại số tuyến tính có ma trận hệ số dạng chữ nhật. Để phân biệt với các ma trận vuông, các trị riêng của chúng được gọi là các trị kỳ dị.

- (e) Cho $\mathbf{A}$ là ma trận thực chữ nhật cỡ (m, n) , các trị riêng của $\mathbf{A}$ được định nghĩa bởi hệ thức

$$\sigma_i(\mathbf{A}) = \sqrt{\lambda_i(\mathbf{A}^T \mathbf{A})}. \quad (\text{A.59})$$

- (f) Ma trận vuông $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ cấp (n) và ma trận vuông $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$ cấp (m) là các ma trận đối xứng. Hai ma trận này có cùng các trị kỳ dị dương và khác không như nhau, chúng có thể được sắp xếp theo độ lớn. Nếu gọi r là hạng của ma trận $\mathbf{A}$, ta có

$$\sigma_1(\mathbf{A}) \geq \sigma_2(\mathbf{A}) \geq \dots \geq \sigma_r(\mathbf{A}) > 0$$

($\text{Rg}[\mathbf{A}] = r$).

- (g) Trị kỳ dị lớn nhất trùng với chuẩn của phổ của ma trận $\mathbf{A}$,

$$\sigma_{\max}(\mathbf{A}) = \sigma_1(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\|_{sp} = \max_{\mathbf{x} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2}. \quad (\text{A.60})$$

Đối với trị kỳ dị nhỏ nhất

$$\sigma_{\min}(\mathbf{A}) = \sigma_r(\mathbf{A}) = \min_{\mathbf{x} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\mathbf{A}\mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2}, \quad (\text{A.61})$$

trong đó $\|\mathbf{x}\|_2$ là chuẩn véctơ EUCLID,

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \left\{ \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{A.62})$$

- (h) Tương tự như phương trình ((A.51)) ta có thể phân tích ma trận $\mathbf{A}$ cỡ (m, n) theo các trị kỳ dị. Ta có

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}_R \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}_L^T = \sum_{i=1}^r \sigma_i(\mathbf{A}) \mathbf{v}_{Ri} \mathbf{v}_{Li}^T, \quad (\text{A.63})$$

trong đó ma trận vuông $\mathbf{V}_R$ cấp n là ma trận dạng riêng của $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ và ma trận $\mathbf{V}_L$ cấp (m, m) là ma trận dạng riêng của $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$. Ma trận $\mathbf{\Sigma}$ cỡ (m, n) của các trị kỳ dị có dạng

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_r \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad m \geq n = r, \quad (\text{A.64})$$

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_r & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad r = m \leq n.$$

Trong động lực học hệ thống, người ta nghiên cứu các chuẩn tín hiệu hoặc chuẩn của các ma trận hàm truyền trong miền thời gian (hàm của t), hoặc trong miền ảnh hay miền tần số (hàm của p hay ω). Các chuẩn cũng là hàm của các biến này.

A.3 Các hệ động lực tuyến tính hệ số hằng số

Phương trình trạng thái của một hệ động lực tuyến tính hệ số hằng số có thể viết dưới dạng

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), & \mathbf{z}(0) &= \mathbf{z}_0, \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{z}(t)\end{aligned}\tag{A.65}$$

trong đó:

- $\mathbf{z}(t)$ -- véc tơ trạng thái có n phần tử,
- $\mathbf{u}(t)$ -- véc tơ điều khiển hoặc nhiễu có f phần tử,
- $\mathbf{y}(t)$ -- véc tơ đầu ra có l phần tử,
- $\mathbf{A}$ -- ma trận của hệ (các phần tử là hằng số) cỡ (n, n) ,
- $\mathbf{B}$ -- ma trận điều khiển hoặc nhiễu cỡ (n, f) ,
- $\mathbf{C}$ -- ma trận đo (các phần tử là hằng số) cỡ (l, n) .

Việc giải phương trình (A.65) có thể thực hiện trong miền thời gian bằng phương pháp biến thiên hằng số hoặc thực hiện trong miền ảnh bằng phép biến đổi LAPLACE. Ở đây ta trình bày việc áp dụng phương pháp biến đổi LAPLACE để giải phương trình này. Theo phương trình (A.7) ta có

$$\begin{aligned}p\mathbf{Z}(p) - \mathbf{z}(0) &= \mathbf{A}\mathbf{Z}(p) + \mathbf{B}\mathbf{U}(p) \\ \mathbf{Y}(p) &= \mathbf{C}\mathbf{Z}(p)\end{aligned}$$

dẫn đến

$$\mathbf{Z}(p) = \mathbf{G}(p)\mathbf{z}(0) + \mathbf{G}(p)\mathbf{B}\mathbf{U}(p),\tag{A.66}$$

$$\mathbf{Y}(p) = \mathbf{C}\mathbf{G}(p)\mathbf{z}(0) + \mathbf{C}\mathbf{G}(p)\mathbf{B}\mathbf{U}(p),\tag{A.67}$$

trong đó

$$\mathbf{G}(p) = (p\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\tag{A.68}$$

được gọi là *ma trận hàm truyền* (ma trận truyền tần số).

Phép biến đổi LAPLACE ngược có thể thực hiện được khi ta sử dụng định lý tích chập (các phương trình (A.9) và (A.10)). Do

$$\mathcal{L}^{-1}\{(p\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\} = e^{\mathbf{A}t}$$

nên nghiệm của phương trình trong miền thời gian có dạng

$$z(t) = \underbrace{e^{At} z_0}_{z_{homogen}} + \underbrace{\int_0^t e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau}_{z_{inhomogen}}. \quad (A.69)$$

Hàm ma trận

$$\Phi(t) = e^{At} \quad (A.70)$$

được gọi là *ma trận cơ bản* (ma trận chuyển trạng thái - state transition matrix).

- (a) Các phương trình (A.66), (A.67) và (A.69) là các hệ thức cơ bản của lý thuyết hệ động lực tuyến tính. Chúng mô tả quan hệ vào/ra trong miền ảnh (các phương trình (A.66), (A.67)) hoặc trong miền thời gian (phương trình (A.69)) và có thể sử dụng khi tín hiệu điều khiển hoặc tín hiệu kích động là tuần hoàn, chuyển tiếp hoặc ngẫu nhiên.
- (b) Đối với hệ ổn định tiệm cận, nghiệm của phương trình thuần nhất sẽ tắt theo luật số mũ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|z_{homogen}(t)\| = 0. \quad (A.71)$$

Đối với nghiệm không thuần nhất ta có

$$z(t) = \int_0^\infty e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau \approx \int_0^T e^{A(t-\tau)} B u(\tau) d\tau \quad (A.72)$$

(ta coi như T đủ lớn).

A.3.1 Ma trận cơ bản và các tính chất của nó

Tương tự như khai triển hàm số lũy thừa, ma trận cơ bản được xác định bởi công thức

$$\Phi(t) = I + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} (At)^i \quad (A.73)$$

Nhờ ma trận cơ bản nghiệm của phương trình trạng thái thuần nhất ($u = 0$) có dạng

$$z_{homogen}(t) = \Phi(t) z_0 \quad (A.74)$$

Trạng thái ban đầu z_0 được truyền tới trạng thái $z(t)$ nhờ ma trận cơ bản $\Phi(t)$.

(a) Ma trận cơ bản có các đặc điểm sau:

$$\begin{aligned}
 - & \quad \dot{\Phi}(t) = A\Phi(t), \quad \Phi(0) = I, \\
 - & \quad \Phi(t_1 + t_2) = \Phi(t_1)\Phi(t_2), \\
 - & \quad \Phi^{-1}(t) = \Phi(-t), \\
 - & \quad \det[\Phi(t)] = e^{t \cdot \text{tr} A}
 \end{aligned} \tag{A.75}$$

(Công thức của JACOBI và LIOVILLE),

$$- \quad \Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G(p)\}.$$

(b) Đối với hệ dao động tuyến tính hệ số hằng số ta có

$$M\ddot{q}(t) + D\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t), \quad q(0) = q_0, \quad \dot{q}(0) = \dot{q}_0. \tag{A.76}$$

Nếu ta đưa vào vectơ trạng thái dạng

$$z = [q \quad \dot{q}]$$

thì ma trận của hệ A có dạng cấu trúc khối

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad \text{với} \quad A_{21} = -M^{-1}K, \quad A_{22} = -M^{-1}D. \tag{A.77}$$

Ma trận cơ bản cũng có cấu trúc khối

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(t) & \Phi_{12}(t) \\ \Phi_{21}(t) & \Phi_{22}(t) \end{bmatrix}.$$

Do tính chất thứ nhất của (A.75) ta suy ra $\dot{\Phi}_{11} = \Phi_{21}$, $\dot{\Phi}_{12} = \Phi_{22}$, và

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(t) & \Phi_{12}(t) \\ \dot{\Phi}_{11}(t) & \dot{\Phi}_{12}(t) \end{bmatrix}. \tag{A.78}$$

Nghiệm của phương trình (A.76) có thể biểu diễn dưới dạng

$$q(t) = \Phi_{11}(t)q_0 + \Phi_{12}(t)\dot{q}_0 + \int_0^t \Phi_{12}(t-\tau)f(\tau)d\tau \tag{A.79}$$

Như vậy mối quan hệ giữa kích động $f(t)$ và dao động $q(t)$ được xác định qua các ma trận khối $\Phi_{11}(t)$ và $\Phi_{12}(t)$.

A.3.2 Phép biến đổi dạng riêng

Phép biến đổi dạng riêng là một ứng dụng đặc biệt của phép biến đổi đồng dạng (được trình bày trong mục A.2.3) đối với các hệ động lực ((A.65)). Thực hiện phép biến đổi tuyến tính

$$z(t) = Tz_H(t) = Vz_H(t), \tag{A.80}$$

trong đó $z_H(t)$ là các tọa độ mới và được gọi là (các tọa độ chính). Theo phương trình (A.46) ta chọn ma trận của phép biến đổi là ma trận dạng riêng bên phải $T = V_R$. Theo phép biến đổi này, ma trận A có thể biểu diễn theo phương trình (A.50) với ma trận đường chéo Λ khi có các trị riêng đơn,

$$\begin{aligned} \dot{z}_H(t) &= \Lambda z_H(t) + V_L^T B u(t), & z_H(0) &= V_L^T z(0), \\ y(t) &= C V_R z_H(t). \end{aligned} \quad (A.81)$$

- (a) Hệ phương trình vi phân (A.81) viết trong các tọa độ chính là một hệ n phương trình vi phân cấp một tách rời nhau.
 (b) Ma trận ma trận hàm truyền đối với các tọa độ chính có dạng một ma trận đường chéo,

$$G_H(p) = (pI - \Lambda)^{-1} = \text{diag} \left\{ \frac{1}{p - \lambda_1}, \frac{1}{p - \lambda_2}, \dots, \frac{1}{p - \lambda_n} \right\}. \quad (A.82)$$

- (c) Nhờ phép biến đổi LAPLACE ngược trong không gian trạng thái ta có

$$Z(p) = V_R G_H(p) V_L^T z(0) + V_R G_H(p) V_L^T B U(p). \quad (A.83)$$

Các phần tử của ma trận hàm truyền $G(p) = V_R G_H(p) V_L^T$ có dạng

$$G_{kl}(p) = \sum_{i=1}^n \frac{(v_{ki})_R (v_{li})_L}{p - \lambda_i}, \quad k, l = 1, 2, \dots, n, \quad (A.84)$$

trong đó:

- $(v_{ki})_R$ các phần tử của ma trận dạng riêng bên phải,
 $(v_{li})_L$ các phần tử của ma trận dạng riêng bên trái.

A.3.3 Tính điều khiển được và tính quan sát được

Các khái niệm *tính điều khiển được* và *tính quan sát được* có một vai trò quan trọng trong các bài toán phân tích (đặc biệt khi thiết kế hệ điều khiển) và nhận dạng các hệ động lực. Để thuận tiện, ta sử dụng cách trình bày theo các dạng riêng như phương trình (A.81).

- (a) *Tính điều khiển được hoàn toàn*: Khi đó mỗi tọa độ $z_{H_i}(t)$ có thể tác động được bởi ít nhất một hàm kích động $u_j(t)$, tức là phương trình (A.81) không được xuất hiện các hàng triệt tiêu. Điều kiện đó xảy ra khi ma trận điều khiển Q_S có hạng đầy đủ,

$$\text{Rg}[Q_S] = \text{Rg}[B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] = n. \quad (A.85)$$

- (b) *Tính quan sát được hoàn toàn*: Khi đó mỗi tọa độ $z_{H_i}(t)$ có mặt trong vectơ đầu ra, tức là quan sát được, ma trận C^T không có cột nào bị triệt tiêu. Điều đó xảy ra khi ma trận quan sát Q_B có hạng đầy đủ,

$$\text{Rg}[Q_B] = \text{Rg}[C, CA, CA^2, \dots, CA^{n-1}]^T = n. \quad (A.86)$$

Các tiêu chuẩn (A.85) và (A.86) là các tiêu chuẩn KALMAN. Đó là các điều kiện cần và đủ để hệ điều khiển được hoàn toàn hoặc quan sát được hoàn toàn.

Tài liệu tham khảo

- [1.1] BENDAT, J. S. und PIERSOL, A. G.: *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. Wiley Interscience, New York London Sydney Toronto, 1971.
- [1.2] BOCKLISCH, S. F.: *Prozeßanalyse mit unscharfen Verfahren*. VEB Verlag Technik, Berlin, 1987.
- [1.3] BRADLEY, D.A., DAWSON, D. und LOADER, J.: *Mechatronics - Electronics in products and processes*. Chapman & Hall, London, 1991.
- [1.4] BREMER, H.: *Dynamik und Regelung mechanischer Systeme*, Band 67 der Reihe Teubner-Studienbücher: Mechanik. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1988.
- [1.5] BUUR, J.: *A Theoretical Approach to Mechatronics Design*. PhD thesis, Lyngby. Technical University of Denmark, 1990.
- [1.6] DAVENPORT, W. P. und ROOT, W. L.: *Introduction to Random Signals and Noise*. McGraw-Hill, New York, 1958.
- [1.7] HARDTKE, H.-J., HEIMANN, B. und SOLLMANN, H.: *Technische Mechanik II, Kinematik/Kinetik - Systemdynamik - Mechatronik*. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München Wien, 1997.
- [1.8] ISERMANN, R.: *Identifikation dynamischer Systeme*. Band I und II. 2. Auflage. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1992.
- [1.9] ISERMANN, R.: *Fachtagung Integrierte mechanisch-elektronische Systeme, Darmstadt, März 1993*. Fortschr.- Ber. VDI Reihe 12 Nr. 179. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1993.
- [1.10] ISERMANN, R.: *Mechatronische Systeme*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1999.
- [1.11] KORTÜM, W. und LUGNER, P.: *Systemdynamik und Regelung von Fahrzeugen - Einführung und Beispiele*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1994.
- [1.12] *Mechatronics, An International Journal*. Pergamon Press, 1991.
- [1.13] MIU, D.K.: *Mechatronics - Electromechanics and Contromechanics*. Springer-Verlag, New York Berlin Heidelberg u.a., 1993.
- [1.14] NAIKE, H. G.: *Einführung in die Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*. 2. Auflage. Verlag Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1988.
- [1.15] POPP, K. und SCHIEHL, W.: *Fahrzeugdynamik*. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1993.
- [1.16] RODDECK, W.: *Einführung in die Mechatronik*. B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1997.
- [1.17] SCHWEITZER, G.: *Mechatronik - Aufgaben und Lösungen*. VDI-Berichte Nr. 78. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1989.

- [1.18] STADLER, W.: *Analytical Robotics and Mechatronics*. McGraw-Hill Series in Electr. and Computer Engineering. McGraw-Hill, New York, 1995.
 - [1.19] UNBEHAUEN, H.: *Regelungstechnik*. Band I bis III. 8. Auflage. Verlag Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1994.
 - [1.20] WALLASCHEK, J.: *Modellierung und Simulation als Beitrag zur Verkürzung der Entwicklungszeiten mechatronischer Produkte*. VDI-Berichte 1215. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1995.
 - [1.21] WALLASCHEK J. und KÜMMEL, M.: *Mechatronik – Neue Impulse für die Produktentwicklung*. HNI-Verlagschriftenreihe. Workshop Entwicklung und Transfer von Entwicklungssystemen der Mechatronik, Paderborn, Juni 1997.
-
- [2.1] DEPERT, W. und STOLL, K.: *Pneumatik-Anwendungen*. Vogel Verlag, Würzburg, 1990.
 - [2.2] FRISCHGESELL, T.: *Modellierung und Regelung eines elastischen Fahrweges*. Fortschr.-Ber., Reihe 11, Nr. 248. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1997.
 - [2.3] JANOCHA, H.: *Aktoren*. Springer-Verlag, Berlin u. a., 1992.
 - [2.4] JENDRITZA, D.J. und JANOCHA, H. (EDS.): *Adaptronics and Smart Structures*. Springer-Verlag, Berlin u. a., 1997.
 - [2.5] KALLENBACH, E.: *Elektromagnete*. B.G. Teubner, Stuttgart, 1994.
 - [2.6] KARNOPP, D. und ROSENBERG, R.C.: *Analysis and Simulation of Multipoint Systems*. MIT Press, Cambridge, 1968.
 - [2.7] KÜPFMÜLLER, K.: *Einführung in die theoretische Elektrotechnik*. Springer-Verlag, Berlin u. a., 1965.
 - [2.8] NYE, J.F.: *Physical Properties of Crystals: Their Presentation by Tensors and Matrices*. Clarendon Press, Oxford, 1957(Reprint 1985).
 - [2.9] PI PHYSIK INSTRUMENTE, Waldbronn: *Piezo Guide, Piezostelltechnik in Theorie und Praxis*, 1991.
 - [2.10] POPP, K.: *Beiträge zur Dynamik von Magnetschwebefahrzeugen auf geständerten Fahrwegen*. Fortschr.-Ber., Reihe 12, Nr. 35. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1978.
 - [2.11] POPP, K. und FRISCHGESELL, T.: *Vibration Control of Beam Structures, Using Friction Elements and Piezoceramic Actuators*. In: *J. of Computer and Systems and Sciences International*, 33 (3), Seiten 65–71, 1995.
 - [2.12] POPP, K. und SCHIEHLEN, W.: *Fahrzeugdynamik*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1993.
 - [2.13] RUSCHMEYER, K.: *Piezokeramik*. Expert Verlag, Renningen-Malmsheim, 1995.
 - [2.14] SCHWEITZER, G., BLEULER, H. und TRAXLER, A.: *Active Magnetic Bearings*. Hochschulverlag, Zürich, 1994.

- [2.15] STADLER, W.: *Analytical Robotics and Mechatronics*. McGraw Hill, New York u.a., 1995.
- [2.16] STÖLTING, H.D. und BEISSE, A.: *Elektrische Kleinmaschinen*. B.G. Teubner, Stuttgart. 1987.
- [2.17] TIESTE, K.-D.: *Mehrgrößenregelung und Parameteridentifikation einer Linear-Magnetführung*. Fortschr.-Ber., Reihe 8, Nr. 656. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1997.
- [2.18] ULBRICH, H., WANY, Y.X. und BORMANN, J.: *Design of Actuators for Mechanism Control*. In: *IUTAM-Symposium on Active Control of Vibration, Bath*, Seiten 215 – 223, 1994.
- [2.19] VALVO BAUELEMENTE, Hamburg: *Piezoxide (PXE) Datenbuch*, 1991.

- [3.1] BUSSE, R.: *Feldbussysteme im Vergleich*. Pflaum Verlag, München, 1997.
- [3.2] CHEN, Y.: *One-dimensional Signal Analysis*. Wiley & Sons, New York, 1984.
- [3.3] DARIO, P.: *Piezoelectric Polymers: New Sensor Materials for Robotic Application.*, Band 2. Proc. 13th ISIR, pp 14/34 - 14/49, 1983.
- [3.4] EISSLER, W. und KNAPPMANN, R.-J. U.A.: *Praktischer Einsatz von berührungslos arbeitenden Sensoren*. Reihe Kontakt & Studium, Band 202 - Meß und Prüftechnik. Expert Verlag, Ehningen, 1989.
- [3.5] GERLACH, G. und DÖTZEL, W.: *Grundlagen der Mikrosystemtechnik*. Carl Hanser Verlag, München Wien, 1997.
- [3.6] GUTNIKOV, V., LENK, A. und MENDE, U.: *Sensorelektronik*. Verlag Technik, Berlin, 1984.
- [3.7] HAUPTMANN, P.: *Sensoren: Prinzipien und Anwendung*. Carl Hanser Verlag, München, 1991.
- [3.8] JUCKENACK, D.: *Handbuch der Sensortechnik*. 2. Auflage. Verlag Moderne Industrie, Landsberg, 1990.
- [3.9] PROFOS, P.: *Meßfehler*. B.G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1984.
- [3.10] SCHIESSLE, E.: *Sensortechnik und Meßwertaufnahme*. Vogel Fachbuchverlag, Würzburg, 1992.
- [3.11] SCINELL, G. (HRSG.): *Sensoren in der Automatisierungstechnik*. Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1991.
- [3.12] SEIFART, M.: *Analoge elektrische Schaltungen*. Verlag Technik, Berlin, 1987.
- [3.13] TRÄNKLER, H.-R.: *Taschenbuch der Meßtechnik*. 2. Auflage. R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1990.
- [3.14] WALCHER, H.: *Weg- und Winkelmessung im Maschinenbau*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1985.

-
- [4.1] BENDAT, J.S. und PIERSOL, A.G.: *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*. John Wiley, New York, 1988.
 - [4.2] BRIGHAM, E.O.: *FFT - Schnelle Fourier-Transformation*. 4. Auflage. R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1989.
 - [4.3] FLIEGE, N.: *Systemtheorie*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1991.
 - [4.4] ISERMANN, R.: *Digitale Regelsysteme*. 2.Auflage, Band I,II. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1987.
 - [4.5] ISERMANN, R.: *Identifikation dynamischer Systeme*. 2. Auflage. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1992.
 - [4.6] NATKE, H.G.: *Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse*. 2. Auflage. Verlag Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1988.
 - [4.7] OPPENHEIM, A.V. und WILLSKY, A.S.: *Signale und Systeme*. VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim, 1989.
 - [4.8] PROFOS, P. und PFEIFER, T.: *Grundlagen der Meßtechnik*. 4. Auflage. R. Oldenbourg Verlag, München Wien, 1993.

 - [5.1] ARLT, R. und GERTH, W.: *Hardware für ein fehlertolerierendes Multiprozessor Prozeßrechnersystem*. Kongreßbericht zum Kongreß Echtzeit 90, Agentur für technische Fachkongresse München, 1990.
 - [5.2] DIJKSTRA, E.W.: *Co-operating Sequential Processes in Programming Languages*. (edited by F. Genuys) Academic Press, 1968. Seiten 43 - 112.
 - [5.3] DREBINGER, L. (Herausgeber): *Echtzeit 90*. Agentur für technische Fachkongresse München, 1990. Kongreßbericht zum Kongreß Echtzeit 90.
 - [5.4] FÄRBER, G.: *Prozeßrechentechnik*. 3. Auflage. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1995.
 - [5.5] FUHRF, B.: *The Design of a RISC-Based Real-Time Multiprocessor System for Real-Time Applications*. In: RZEHA, H. (Herausgeber): *Echtzeitsysteme und Fuzzy Control*. Verlag Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1994.
 - [5.6] GERTH, W.: *Einführung in die Informatik 1*. (für Maschinenbaustudenten), Vorlesungsskript Uni Hannover, 2000.
 - [5.7] GERTH, W. und WOITTE, B.: *Orthogonale Walshkorrelation zur qualitativen Beurteilung der Reaktivität von Betriebssystemen*. Workshop PEARL 2000. Reihe Informatik Aktuell, Springer Verlag, November 2000.
 - [5.8] HUSMANN, H.: *Ein Beitrag zur Dynamik feldbusgestützter Regelkreise*. Doktorarbeit, Fachbereich Elektrotechnik, Uni Hannover, 1997.
 - [5.9] LAUBER, R.: *Prozeßautomatisierung*. 2. Auflage. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1989.

- [5.10] LILGE, T. und GRALLA, C.: *Drei Echtzeitsysteme für die digitale Regelung im Vergleich*. In: RZEHAKE, H. (Herausgeber): *Echtzeitsysteme und Fuzzy Control*. Verlag Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1994.
 - [5.11] LIONS, J.L.: *Flight 501 Failure, report by the Inquiry Board*. ESA WWW-page, Juli 1996.
 - [5.12] NAGL, M.: *ADA, eine Einführung in die Programmiersprache der Softwaretechnik*. 4. Auflage. Verlag Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1992.
 - [5.13] *Programmiersprache PEARL90*. Deutsche Norm DIN 66253-2, Beuth Verlag Berlin, 1997.
 - [5.14] REINHARDT, H.: *Automatisierungstechnik*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1996.
 - [5.15] REISSENWEBER, B.: *Prozeßdatenverarbeitung, Echtzeitprogrammierung mit PEARL, Assembler und C*. 2. Auflage. Oldenbourg-Verlag, München Wien, 1995.
 - [5.16] REMBOLD, U. und LEVI, P.: *Realzeitsysteme und Prozeßautomatisierung*. Hanser Verlag, München Wien, 1994.
 - [5.17] RZEHAKE, H.: *Die Echtzeitdatenverarbeitung: Grundlagen und Methoden für die Praxis*. In: *Echtzeitsysteme und Fuzzy Control*. Verlag Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1994.
 - [5.18] RZEHAKE, H. (Herausgeber): *Echtzeit 96*, Kongreßbericht. Franzis Verlag, 1996.
 - [5.19] SHUMATE, K.: *Understanding Concurrency in Ada*. McGraw-Hill, New York, 1988.
-
- [6.1] ADAMS: *www.adams.com*. Proceed. European Adam's User Conferences.
 - [6.2] ALASKA: *www.tu-chemnitz.de/ifm/*. Liste der Veröffentlichungen.
 - [6.3] ASADA, H. und SLOTINE, J.-J. E.: *Robot Analysis and Control*. John Wiley & Sons, New York, 1986.
 - [6.4] BESTLE, D.: *Analyse und Optimierung von Mehrkörpersystemen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1994.
 - [6.5] BREMER, H.: *Dynamik und Regelung mechanischer Systeme*. Teubner Studienbücher Mechanik. B.G. Teubner, Stuttgart, 1988.
 - [6.6] BREMER, H. und PFEIFFER, F.: *Elastische Mehrkörpersysteme*. Teubner Studienbücher Mechanik. B.G. Teubner, Stuttgart, 1992.
 - [6.7] DENAVIT, J. und HARTENBERG, R.S.: *A Kinematic Notation for Lower Pair Mechanisms Based on Matrices*. J. Applied Mechanics, Nr. 22, Seiten 215–221, 1955.
 - [6.8] HARDTKE, H.-J., HEIMANN, B. und SOLLMANN, H.: *Technische Mechanik II. Kinematik/Kinetik - Systemdynamik - Mechatronik*. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München Wien, 1997.

-
- [6.9] KANE, T.R. und LEVINSON, D.A.: *Dynamics: Theory and Application*. McGraw-Hill Inc., New York, 1985.
- [6.10] LUH, J.Y.S., WALKER, M.H. und PAUL, R.P.C.: *On-line Computational Scheme for Mechanical Manipulators*. A.S.M.E. J. Dyn. Syst. Meas. Contr. 102, 1980.
- [6.11] PFEIFFER, F. und REITHMEIER, E.: *Roboterdyamik*. Teubner Studienbücher Mechanik. B.G. Teubner, Stuttgart, 1987.
- [6.12] SCHIEHLEN, W.: *Technische Dynamik*. Teubner Studienbücher Mechanik. B.G. Teubner, Stuttgart, 1986.
- [6.13] SCHIEHLEN, W. (ED.): *Multibody Systems Handbook*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1990.
- [6.14] SCIAVICCO, L. und SICILIANO, B.: *Modeling and Control of Robot Manipulators*. Electrical Engin. Series. McGraw-Hill Inc., New York, 1996.
- [6.15] SIMPACK: www.simpack.de. List of Publications and Literature.
- [6.16] SPONG, M.W. und VIDYASAGAR, M.: *Robot Dynamics and Control*. John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [6.17] STADLER, W.: *Analytical Robots and Mechatronics*. McGraw-Hill Series in Elektr. and Computer Engineering. McGraw-Hill Inc., New York, 1995.
- [6.18] WITTENBURG, J.: *Dynamics of Systems of Rigid Bodies*. B.G. Teubner, Stuttgart, 1977.
-
- [7.1] BELLMAN, R.: *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton New Jersey, 1957.
- [7.2] HEFER, E. und LUNDERSTÄDT, R.: *Numerische Methoden der Optimierung*. Oldenburg-Verlag, Oldenburg, 1975.
- [7.3] JOHANNI, R.: *Optimale Bahnplanung bei Industrierobotern*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1988.
- [7.4] LATOMBE, J.-C.: *Robot Motion Planning*. Kluwer Academic Publishers, Boston Dordrecht London, 1991.
- [7.5] PONTRJAGIN, L.S., BOLTJANSKI, R.V. und GAMKRELIDZE, R.: *Mathematische Theorie optimaler Prozesse*. Oldenburg-Verlag, Oldenburg, 1964.
- [7.6] SCIAVICCO, L. und SICILIANO, B.: *Modeling and Control of Robot Manipulators*. McGraw-Hill Comp., New York, 1996.
- [7.7] SPÄTH, H.: *Spline-Algorithmen zur Konstruktion glatter Kurven und Flächen*. Oldenbourg-Verlag, München, Wien, 1983.
- [7.8] TZAFESTAS, S.G.: *Advances in Intelligent Autonomous Systems*. Kluwer Academic Publishers, Boston Dordrecht London, 1999.

-
- [8.1] ACKERMANN, J.: *Abtastregelungen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1983.
 - [8.2] ASADA, H. und SLOTINE, J.-J.E.: *Robot Analysis and Control*. John Wiley & Sons, New York, 1986.
 - [8.3] ATHANS, M. und FALB, F.L.: *Optimal Control*. McGraw-Hill, New York, 1976.
 - [8.4] BREMER, H.: *Dynamik und Regelung mechanischer Systeme*. Teubner-Studienbücher: Mechanik. Band 67. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1988.
 - [8.5] DOETSCH, G.: *Anleitung zum Gebrauch der z-Transformation*. Oldenbourg-Verlag, München, 1985.
 - [8.6] HARDTKE, H.-J., HEIMANN, B. und SOLLMANN, H.: *Technische Mechanik II. Kinematik/Kinetik - Systemdynamik - Mechatronik*. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München Wien, 1997.
 - [8.7] ISERMANN, R.: *Digitale Regelsysteme*. 2.Auflage, Band I,II. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1987.
 - [8.8] KALMAN, R.E.: *When is a linear control system optimal?* Trans. ASME. Series D. Journal of Basic Engn, (1961)95-100, 1961.
 - [8.9] LEONHARD, W.: *Einführung in die Regelungstechnik*. Band 1 und 2, 5. Auflage. Verlag Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1989.
 - [8.10] LUNZE, J.: *Regelungstechnik II. Mehrgrößensysteme - Digitale Regelung*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1997.
 - [8.11] MEIROVITCH, L.: *Dynamics and Control of Structures*. John Wiley & Sons, New York, 1990.
 - [8.12] MÜLLER, P.C.: *Stabilität und Matrizen*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1977.
 - [8.13] PEDRYCZ, W.: *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*. Research Studies Press Ltd., Taunton, Somerset, 1989.
 - [8.14] SCIAVICCO, L. und SICILIANO, B.: *Modeling and Control of Robot Manipulators*. Series in Electr. and Computer Engineering. McGraw-Hill, New York, 1996.
 - [8.15] UNBEHAUEN, H.: *Regelungstechnik*. Band I bis III. 8. Auflage. Verlag Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1994.
-
- [9.1] ASADA, H. und SLOTINE, J.-J.E.: *Robot Analysis and Control*. John Wiley & Sons, New York, 1986.
 - [9.2] BATHE, K.-J.: *Finite-Elemente-Methoden*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1990.
 - [9.3] FÖLLINGER, O.: *Regelungstechnik -Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. Hüthig Verlag, Heidelberg, 1994.
 - [9.4] FRISCHGESELL, T.: *Modellierung und Regelung eines elastischen Fahrwegs*. VDI-Fortschr.-Ber., Reihe 11, Nr. 248. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1997.

- [9.5] GASCH, R. und KNOTHE, K.: *Strukturdynamik – Kontinua und ihre Diskretisierung*, Band 2. Springer Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1989.
- [9.6] INSTITUT FÜR REGELUNGSTECHNIK: *Beobachtergestützte Abtastregelung eines Doppelpendels. Umdruck zum Oberstufenlabor Regelungstechnik II*, Universität Hannover, September 1994.
- [9.7] KALLENBACH, E.: *Elektromagnete. Grundlagen, Berechnung, Konstruktion. Anwendung*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1994.
- [9.8] KLUGE, M. und THOMA, M.: *Beobachtergestützte Regelung eines Doppelpendels*. Automatisierungstechnik, 39(9):304 – 309, 1992.
- [9.9] MAGNUS, K. und POPP, K.: *Schwingungen*. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1997.
- [9.10] POPP, K., FRISCHGESELL, T., RECKMANN, H. und SCHÜTTE, O.: *Regelung eines elastischen Fahrwegs unter Verwendung eines variablen Beobachters*. Technische Mechanik, zur Veröffentlichung eingereicht, Magdeburg, 1997.
- [9.11] STÖLTING, H.-D. und BEISSE, A.: *Elektrische Kleinmaschinen: Eine Einführung*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1987.
- [9.12] TIESTE, K.-D.: *Mehrgrößenregelung und Parameteridentifikation einer Linear-Magnetführung*. VDI-Fortschr.-Ber., Reihe 8, Nr. 656. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1997.
- [9.13] TÜRK, S.: *Zur Modellierung der Dynamik von Robotern mit rotatorischen Gelenken*. VDI-Fortschr.-Ber., Reihe 8, Nr. 211. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1990.
- [9.14] UNBEHAUEN, H.: *Regelungstechnik*. Band I bis III. 8. Auflage. Verlag Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1994.
- [9.15] VISHER, D.: *Sensorlose und spannungsgesteuerte Magnetlager*. Doktorarbeit, DISS ETH Zürich, 1988.

Tài liệu tham khảo của phụ lục A

- [A.1] BRONSTEIN, I.N. und SEMENDJAJEW, K.A.: *Teubner-Taschenbuch der Mathematik*. Teil 1. B.G. Teubner, Stuttgart Leipzig, 1996.

Danh mục từ khóa

- Bit lặn. 174
- Bit trời. 174
- Bolt. 163-164
- Bond-Graph. 22
- Burst. 85
- Bàn gá từ. 345
- Bán kính phổ. 380
- Bốn cực. 21
- Bộ chuyển đổi
 - , quay. 28, 38
 - , quá trình. 146, 148
 - , tương tự - số. 68
 - , tĩnh tiến. 33
 - , điện động. 30
 - , áp điện. 56
- Bộ khuếch đại thuật toán. 99
- Bộ lọc hình thức. 133
- Bộ mã hóa quang học. 90
- Bộ phân giải
 - , cảm ứng. 89
 - , quang học. 89
- Bộ phát xung tham chiếu. 93
- Bộ từ tỷ lệ. 49
- Bù truyền thẳng. 308
- Cho trước điểm cực. 371
- Chu trình lệnh. 140
- Chuyển đổi tình huống. 145, 146, 157
- Chuyển động tối ưu về thời gian. 231
- Chuyển động điểm đến điểm. 323
- Chuẩn của phổ. 384
- Chuỗi động học. 191
- Chỉ tiêu chất lượng. 273
- Con lắc ngược. 214
- Con trỏ chỉ thị. 140
- Công suất. 21
- Cơ cấu dẫn động
 - , áp điện. 57
 - , bằng vật liệu giãn nở. 58
 - , hóa điện. 58
 - , lưu biến từ. 57
 - , lưu biến điện. 57
 - , ngăn xếp. 61
 - , nhiệt lưỡng kim. 57
 - , từ giảo. 57
 - , áp điện. 56
- Cảm biến
 - , HALL. 82
 - , siêu âm. 86
 - , thông minh. 69
 - , tích hợp. 68
 - , từ trường. 81
- Các cơ cấu dẫn động thủy khí. 44
- Các cảm biến đo nhiều thành phần lực. 107
- Các kênh đồng bộ hóa. 168
- Các phương trình chuẩn tắc của phương pháp LS. 383
- Các phương trình nhiễu. 248
- Các phân tử
 - , áp điện. 85
- Các phép quay sơ cấp. 181
- Các tọa độ chính. 388
- Cấu hình kỳ dị. 320, 324
- Cấu trúc
 - , cây. 178
 - , mạch vòng. 178
- Cửa sổ thời gian. 119
- DFT. 130
- Dây điện trở. 98
- Dạng dao động riêng. 361
- Dạng điều khiển chuẩn tắc. 262
- Dầm cầu
 - , đàn hồi. 359

Dầm uốn, 360

Da nhiệm, 146

Điều chỉnh

- , từ thông kích thích, 30

- , điện trở, 30

- , điện áp, 31

Điều khiển

- , H^∞ , 305

- , bền vững, 309

- , D, 299

- , dạng riêng, 271

- , dựa trên kinh nghiệm, 310

- , I, 299

- , LQ, 273

- , mờ, 310, 312

- , P, 299

- , phi tập trung, 257

- , PID, 245, 300

- , Riccati, 262

- , số, 283

- , thích nghi, 305

- , trạng thái tối ưu, 262

- , trích mẫu, 283, 284

- , tập trung, 256

- , tối ưu, 274

- , tối ưu tuyến tính, 273

- , vị trí, 265, 277

- , Cascade, 330

- , riêng rẽ từng trục, 330

- , tốc độ, 33

- , tốc độ quay, 30

Điểm cực, 262

Điện thế kế

- , dạng dây, 76

- , chất dẻo dẫn, 76

- , hỗn hợp, 76

Điện áp HALL, 82

Đo quãng đường bằng từ giảo, 88

Đoạn tín hiệu, 115

Đường biên độ tần số, 377

Đường pha tần số, 377

Đặc tính

- , (M, ω) -, 33

- , biên độ tần số, 126

- , pha tần số, 126

Đệm từ, 345

Định luật

- , HOOKE, 97

- , KIRCHHOFF, 9

Định lý

- , căn, 376

- , dịch chuyển, 376

- , mômen động lượng, 210

- , trượt, 294

- , tuyến tính, 375

- , tích chập, 376

- , động lượng, 210

Đồng bộ hóa

- , quá trình, 156, 169

Độ ổn định, 263

- , tối thiểu, 263

Động cơ

- , không đồng bộ, 31

- , không đồng bộ có phần stato
ngắn, 41

- , kích từ nối tiếp, 30

- , kích từ song song, 30

- , một chiều, 30

- , đồng bộ, 31, 32

- , đồng bộ có phần stato dài, 41

Động học, 178

- , ngược, 199, 201, 316

- , thuận, 199, 200, 316

- , vi phân, 318

Động lực học, 208

- , hệ nhiều vật, 178

- , ngược, 209, 216, 237

- , thuận, 208

Động năng, 211

ENTER Bolt, 164

FREE Bolt, 164

Gán trước điểm cực, 262

Góc

- , EULER, 183

- , KARDAN, 182

- Góc
 -, KARDAN, 206
 Gốm áp điện, 85
 Hiệu ứng
 -, quang điện, 102
 -, từ đàn hồi, 105
 -, áp điện, 85
 Hàm truyền, 8
 Hàm truyền Z, 294
 Hằng số điện môi
 -, điện trường, 84
 Hệ, 4
 Hệ bất biến theo thời gian, 248
 Hệ cơ sở, 178
 Hệ cơ điện tử, 5
 Hệ không dừng, 275
 Hệ một đầu vào - ra, SISO, 256
 Hệ nhiều vật, 177
 Hệ nhiều đầu vào - ra, MIMO, 256
 Hệ quy chiếu quán tính, 178
 Hệ quán tính, 12
 Hệ rời rạc theo thời gian, 343
 Hệ số đo k , 98
 Hệ thống
 -, ngắt ưu tiên, 143
 -, vòi phun bắn chần, 49
 -, vòi phun ống thu, 49
 Hệ tuyến tính đa biến, 255
 Hệ tọa độ quy chiếu, 178
 Hệ đa biến, 255
 Hệ điều hành thời gian thực, 336
 Hệ động lực học, 5
 Khâu quan sát, 371
 Khâu trễ
 -, PT_1 không liên tục, 292
 -, bậc 1, 292
 -, bậc 2, 8
 Khâu trích mẫu và giữ, 290
 Khâu đặt lực, 50
 Khâu đếm chương trình, 140
 Không gian
 -, cầu hình, 12
 -, làm việc, 13
 -, riêng, 254, 255, 271
 Không quan sát được hoàn toàn, 281
 Kế hoạch chu trình, 155
 Kế hoạch hai bước, 247
 Ký hiệu DH, 315
 Leakage, 120
 LEAVE Bolt, 164
 Liên hệ ngược, 245
 Lấy mẫu, 128
 Lập lịch trình theo sự kiện, 154
 Lập trình quỹ đạo, 225, 322
 -, động học, 226
 Lệnh máy, 140
 Lực
 -, LORENTZ, 25
 -, từ kháng, 35
 -, từ trở, 25
 Lực LORENTZ, 81, 366
 Lực kế ép, 105
 Ma trận
 -, HAMILTON, 275
 -, JACOBI, 318
 -, hàm truyền Z, 295
 -, truyền thẳng, 259
 -, tính quan sát được, 350
 -, tính điều khiển được, 350
 -, chuyển trạng thái, 386
 -, cơ bản, 386
 -, hàm truyền, 385
 -, truyền tần số, 385
 Ma trận JACOBI, 204, 347
 -, giải tích, 204
 -, hình học, 206
 Ma trận dạng riêng, 381
 -, bên phải, 381
 -, bên trái, 381
 Ma trận quay, 180
 -, nghịch đảo, 180
 Miền thời gian, 113

Miền tần số, 113

Mô hình

- , ARMA, 288
- , AR, 134
- , ARMA, 134
- , MA, 133
- , phần tử hữu hạn, 363
- , động lực, 208

Mô tả không gian trạng thái, 249

Mã Gray, 89

Máy điện sơ cấp, 25

Mạch cầu

- , WHEATSTONE, 99

Mặt phẳng

- , pha, 124
- , hiệu chỉnh, 228
- , mặt tiếp, 228
- , pháp tuyến, 228

Nguyên lý

- , công ảo, 219
- , cực đại, 244, 274
- , phân ly, 281

Phân tích dạng riêng, 127

Phôtô diốt, 102

- , bốn cực, 104
- , phần tử, 102
- , sai phân, 102

Phương pháp

- , LAGRANGE, 209, 217, 326, 336
- , NEWTON-EULER, 209, 212, 336
- , bình phương tối thiểu, 112
- , tách biến, 361

Phương pháp đo

- , cảm ứng, 78
- , gia tăng số đếm, 90
- , diện dung, 83
- , điện thế, 76

Phương trình

- , trạng thái dạng thứ 2, 254
- , vi phân RICCATI, 274
- , đại số RICCATI, 275

Phương trình LAGRANGE loại 2, 217, 362

Phương trình chuyển động tuyến tính hóa, 337

Phương trình sai phân, 286

- , trong không gian trạng thái, 289

Phản hồi, 245

- , trạng thái, 342
- , trạng thái tuyến tính, 259
- , tín hiệu ra tuyến tính, 259

Phần tử hữu hạn, 360

Phép biến đổi

- , FOURIER, 377
- , FOURIER rời rạc, 130
- , LAPLACE, 375
- , Z ngược, 295
- , dạng riêng, 368, 387
- , thuần nhất, 186
- , trục chính, 255
- , về các trục chính, 381
- , Z, 294
- , đồng dạng, 381

Quan sát được hoàn toàn, 281

Quy hoạch động, 244, 274

Quá trình, 5

Quá trình giám sát, 146

Quĩ đạo

- , không bị va chạm, 232
- , không giật, 233

Quĩ đạo pha, 125

RELEASE Semaphore, 160

Rendezvous, 166, 168

REQUEST Semaphore, 160

RESERVE Bolt, 164

Rôbot

- , công nghiệp, 313
- , dịch vụ, 313

Sai số

- , bán, 333
- , ngắt quãng, 119
- , trễ, 74
- , điểm không, 73
- , độ dốc, 74

- , độ tuyến tính, 74
- Semaphore. 159, 162, 166
- , đếm, 164
- Sơ đồ nhà sản xuất/người tiêu dùng, 165
- Sơ đồ quá trình theo thời gian, 150
- Sơ đồ trạng thái quá trình, 146
 - , giám sát, 146
 - , quá trình tiện ích, 147
- Sự bế tắc, 168
- Sự trôi dạt 0 do nhiệt độ, 78
- Task, 148
- Tham số DH, 315
- Thiết bị khuếch đại, 99
- Thiết kế
 - , bộ quan sát, 280, 339
 - , điều khiển, 262
- Thời gian đáp ứng, 138, 154, 171
- Toán tử sóng, 190, 210
- Truy vấn
 - , theo ngắt thời gian, 140
 - , điều khiển theo chương trình, 139
 - , điều khiển theo nhóm ngắt, 143
- Trường gần, 85
- Trạng thái trội, 175
- Trị riêng, 380
- Trở kháng từ, 35
- Tuyến tính hóa toàn cục, 308
- Tần số lấy mẫu, 129
- Tình huống, 148
- Tín hiệu, 111
 - , ngẫu nhiên, 111
 - , tiền định, 111
- Tính quan sát được, 388
 - , đầy đủ, 350
- Tính điều khiển được, 388
 - , hoàn toàn, 350
 - , đầy đủ, 350
- Tọa độ
 - , dạng riêng, 255
 - , thuần nhất, 186
 - , tuyệt đối, 178
 - , tương đối, 178
- Tốc độ không tải, 26
- Tối ưu
 - , thời gian, 244
 - , về năng lượng, 244
 - , về sự tiêu thụ, 244
- Từ giảo, 88
- Từ trường quay, 39
- Tựa nghịch đảo, 383
- Tựa nghịch đảo
 - , bên phải, 383
 - , bên trái, 383
- Van servo nhiều tầng, 50
- Véc tơ riêng, 380
 - , bên phải, 380
 - , bên trái, 380
- Véc tơ trạng thái, 249
- Vùng Fresnel, 85
- Xây dựng mô hình
 - , lý thuyết, 9
 - , thực nghiệm, 9
- Xử lý dữ liệu thời gian thực, 137

Danh mục dịch một số thuật ngữ

<i>Tiếng Đức</i>	<i>Tiếng Anh</i>	<i>Tiếng Việt</i>
Absolutkoordinaten	Absolute coordinate	Tọa độ tuyệt đối
Abtastregelung	Sampling control Discrete control	Điều khiển trích mẫu
Abtastung	Sampling	Sự trích mẫu
Adaptive Regelung	Adaptive control	Điều khiển thích nghi
Ähnlichkeits- transformation	Similarity transformation	Phép biến đổi đồng dạng
Aktor	Actuator	Cơ cấu dẫn động
- elektrochemische	- electrochemical	- hóa điện
- elektrorheologie	- electrorheologic	- lưu biến điện
fluidische	- fluid	- thủy khí
- magnetorheologie	- magnetorheologic	- lưu biến từ
- magnetostriktive	- magnetostrictive	- từ giãn
- piezoelektrische	- piezoelectric	- áp điện
Aliasing	Aliasing	Aliasing
Amplitudenfrequenzgang	Amplitude frequency response	Đáp ứng biên độ-tần số
Analog-Digital-Wandler	Analog-Digital converter	Bộ chuyển đổi tương tự - số
Arbeitsraum	Workspace	Không gian làm việc
Asynchronmotor	asynchronous motor	Động cơ không đồng bộ
Bahnplanung	Path planning	Lập trình quỹ đạo
-- kinematische	-kinematical	- động hình học
Basissystem	Basis system	Hệ tọa độ cơ sở
Baumstruktur	Tree structure	Cấu trúc cây
Befehlszyklus	Command cycle	Chu trình mệnh lệnh
Beobachtbarkeit,	Observability	Tính quan sát được
- vollständige	- [full] complete	- hoàn toàn
Beobachtbarkeitsmatrix	Observability matrix	Ma trận tính quan sát được
Beobachter	Observer	Bộ quan sát
Beobachterentwurf	Observer design	Thiết kế bộ quan sát
Bewegungsgleichung	Equation of motion	Phương trình chuyển động
- linearisierte	- linearized	- tuyến tính hóa
Biegebalken	Bending beam	Dầm uốn
Bond-Graphen	Bond-Graph	Giản đồ Bond
Brückenschaltung	bridge circuit	Mạch cầu
-. Wheatstonesche		
Contextswitch	Context switch	Chuyển đổi tình huống

Kostenfunction	Cost functional	Phiếm hàm trả giá
D-Regelung	D-controller	Điều khiển D
Deadlock	Deadlock	Sự bế tắc
Dezentrale Regelung	decentralized control	Điều khiển tản quyền [phi tập trung]
DFT	Discrete FOURIER transformation	Phép biến đổi FOURIER rời rạc
DH-Notation (Denavit-Hartenberg)	DH-Notation	Ký hiệu DH
DH-Parameter	DH-Parameter	Tham số DH
Differentielle Kinematik	Differential Kinematics	Động học vi phân
Differenzgleichungen - im Zustandsraum	Different equations - in state space	Phương trình sai phân - trong không gian trạng thái
Differenzfotodiode	differential Foto-diode	Đi-ốt quang sai phân
Digitale Regelung	Digital control	Điều khiển số
Direkte Kinematik	Direct Kinematics	Động hình học thuận
Dominanter Zustand	Dominant state	Trạng thái trội
Dominantes Bit	Dominant Bit	Bit trội
Drahtpotentiometer	wire-wound potentiometer	Điện thế kế (dạng dây)
Drallsatz	principle of angular momentum	Định lý mômen động lượng
Drehmagnet	Rotary magnet	Nam châm quay
Drehmatrix	Rotational matrix	Ma trận quay
Drehwandler	Rotary converter	Bộ chuyển đổi kiểu quay
Drehzahlregelung	rotation speed control	Điều khiển số vòng quay
Dynamik	Dynamics	Động lực học
- , direkte	- , direct	- , thuận
- , inverse	- , inverse	- , ngược
Dynamische Programmierung	Dynamic Programming	Quy hoạch động
Dämpfungssatz	Damping theorem	Định lý cản (Biến đổi Fourier)
Echtzeitbetriebssystem	Real-time operating system	Hệ điều hành thời gian thực
Echtzeitdaten- verarbeitung	Real-time data processing	Xử lý dữ liệu thời gian thực
Effekt	Effect	Hiệu ứng, ảnh hưởng
- , fotoelektrischer	- , foto-electric	- , quang điện

. magnetoelastischer	. magneto-elastic	-, đàn từ
. piezoelektrischer	, piezo-electric	-, áp điện
Eigenschwingungsformen	natural mode	Dạng dao động riêng
Eigenvektor	Eigenvector	Véc tơ riêng
Eigenwerte	Eigenvalue	Trị riêng
Einzelachsregelung	Independent joint control	Điều khiển từng trục độc lập
Elementardrehungen	Elementary rotation	Các phép quay sơ cấp
Elementarmaschine	Elementary machine	Máy sơ cấp
Elemente	Elements	Các phần tử
. piezoelektrische	-, piezoelectric	-, áp điện
Energie	Energie	Năng lượng
-, kinetische	-, kinetic	Động năng
Energieoptimalität	Energie optimization	Tối ưu năng lượng
Energiewandler	Energie converter	Bộ chuyển đổi năng lượng
Ereignisscheduling	Event scheduling	Lập trình các sự kiện
Euler-Winkel	Euler angles	Các góc Euler
Fahrweg	roadway	đường ray, đường ô tô
-, elastischer	-, elastic	-, đàn hồi
Faltungssatz	Convolution theorem	Định lý tích chập
feedforward	feedforward	Bù truyền thẳng
Kompensation	compensation	
Feldkonstante	Field constant	Hằng số trường
-, elektrische	-, electric	điện
Feldregelung	Feldregelung	Điều khiển trường
Finite-Elemente-	Finite Element	Mô hình các
Modell (FEM)	Model (FEM)	phần tử hữu hạn
Fotodiode	Foto diode	Đi-ốt quang
Fourier-Transformation	Fourier Transformation	Phép biến đổi Fourier
-, diskrete	-, discrete	-, rời rạc
Frequenzbereich	Frequent domain	Miền tần số
Frequenzgangmatrix	frequency response matrix	ma trận đáp ứng tần số
Fundamentalmatrix	Fundamental matrix	Ma trận cơ bản
Fuzzy-Regelung	Fuzzy control	Điều khiển mờ
Gleichstrommotor	DC motor	Mô tơ điện một chiều
Globale Linearisierung	Global linearization	Tuyến tính hóa toàn cục
Gütekriterium	performance criterion	Tiêu chuẩn chất lượng
H_1 -Regelung	H_1 -control	Điều khiển theo chuẩn H_1

Hall-Sensor	hall sensor	Cảm biến Hall
Hall-Spannung	hall voltage	Điện áp Hall
Hauptachsen- transformation	principle axis transformation	Phép biến đổi trục chính
Hauptkoordinaten	principle coordinates	Các tọa độ chính
Homogene Koordinaten	Homogeneous coordinates	Các tọa độ thuần nhất
homogene Transformation	Homogeneous transformation	Phép biến đổi thuần nhất
Hookesches Gesetz	Hook's law	Định luật Hook
Hybridpotentiometer	Hybrid potentiometer	Điện thế kế lai
Hysteresefehler	Hysteresis error	Sai số do trễ
I-Regelung	I-control	Điều khiển I (Integral)
Impulssatz	principle of linear momentum	Định lý động lượng
Induktive Meßverfahren	Inductive measurement methods	Các phương pháp đo cảm ứng
Industrieroboter	Industrial robot	Rôbot công nghiệp
Inertialsystem	Inertial system	Hệ quán tính
Inverse Kinematik	Inverse Kinematics	Động học ngược
Jacobi-Matrix	Jacobian matrix	Ma trận Jacobi
-, analytische	-, analytical	-, giải tích
-, geometrische	-, geometric	-, hình học
Kanäle	Channels	Các kênh
Kapazitive Meßverfahren	Capacitive measurement methods	Các phương pháp đo điện dung
Kardan-Winkels	Cardan angles	Các góc cardan
Kaskadenregelung	Cascade control	Điều khiển Cascade
Kenulinie	Characteristic curve	Đường đặc tính
Kinematik	Kinematics	Động hình học, động học
-, direkte	-, direct	-, thuận
-, inverse	-, inverse	-, ngược
kinematische Ketten	kinematic chain	Chuỗi động
-, geschlossene	-, closed	-, đóng (kín)
-, offene	-, open	-, mở (hở)
Kinetik	Kinetics	Động lực học
Konfiguration	Configuration	Cấu hình
-, singuläre	-, singular	-, kỳ dị (không chính qui)
Konfigurationsraum	Configuration space	Không gian cấu hình

Kontext	Context	Tình huống
Kontextswitch	Context switch	Chuyển đổi tình huống
Kraftstellglied	Force setting element	Khâu đặt lực
Kritischer Pfad	Critical Path	Đường tới hạn
Kurzstator	Shot stator	Động cơ dị bộ stato ngắn
Asynchronmotoren	asynchronous motor	
Lagrangesche Gleichungen 2. Art	Lagrangian equation 2. Art	Phương trình Lagrange loại 2
Lagrangesche Methode	Lagrangian method	Các phương pháp Lagrange
Lagrangesche Multiplikatoren	Lagrangian multipliers	Các nhân tử Lagrange
Langstator	Long stator	Động cơ đồng bộ stato dài
-Synchronmotor	synchronous motor	
Laplace-Transformation	Laplace transformation	Phép biến đổi Laplace
LEAVE Bolt	LEAVE Bolt	
Leerlaufgeschwindigkeit	no-load running velocity	Tốc độ chạy không tải
Leistung	Power	Công suất
Linear-Magnetführung	Linear magnetic (guiding)	Sự dẫn động từ tịnh tiến
lineare Ausgangsrückführung	Linear output feedback	Phản hồi đầu ra tuyến tính
lineare Zustandsrückführung	Linear state feedback	Phản hồi trạng thái tuyến tính
Linearitätsfehler	Linearity error	Sai số độ tuyến tính
Linearitätssatz	Linearity theorem	Định lý tuyến tính
Linearwandler	Linear converter	Khâu chuyển đổi tuyến tính
Linkseigenvektoren	Left eigenvectors	Các vectơ riêng (bên trái)
Linksmodalmatrix	Left modal matrix	Ma trận dạng riêng (bên trái)
Lorentz-Kraft	Lorentz force	Lực Lorentz
LQ-Regelung	LQ control (linear quadratic)	Điều khiển tối ưu LQ tuyến tính
MA-Modell	MA-Model	Mô hình MA
Magnetfeldsensoren	Magnet field sensors	Các cảm biến từ trường
Magnetlager	Magnetic lager	Ổ đỡ từ
Magnetostriktion	Magnetostriction	Hiện tượng từ giãn
Maschinenbefehl	Machine command	Câu lệnh máy
Maximum-Prinzip	Maximum-Principle	Nguyên lý cực đại
Mehrgrößensysteme	Multivariable	Hệ đa biến

- , lineare	system	
Mehrkomponenten	- , linear	- , tuyến tính
-Kraftsensoren	Multi-component	Cảm biến lực nhiều
Mehrkörperdynamik	force sensor	thành phần
Mehrkörpersystem	Multibody dynamics	Động học lực hệ nhiều vật
(MKS)	Multibody system	Hệ nhiều vật
Methode der kleinsten	(MBS)	
Quadrate	Least squares	Phương pháp bình phương
Meßverfahren	method	bé nhất
	Measurement	Các phương pháp đo
	methods	
- , inkrementale	- , incremental	- , gia tăng
MIMO-Systeme	MIMO Systems	Các hệ nhiều đầu vào-đầu ra
Mindeststabilitätsgrad	Minimum	Độ ổn định tối thiểu
	stability grad	
Modalanalyse	Modal analysis	Phân tích dạng riêng
Modale Regelung	Modal control	Điều khiển dạng riêng
Modalkoordinaten	Modal coordinates	Các tọa độ riêng
Modalmatrizen	Modal matrix	Ma trận dạng riêng
Modalraum	Modal space	Không gian riêng
Modaltransformation	Modal	Phép biến đổi
	transformation	dạng riêng
Modell	Model	Mô hình
- , dynamisches	- , dynamic	- , động lực học
Modellbildung	Modelling	Mô hình hóa
		(xây dựng mô hình)
- , experimentelle	- , experimental	- , bằng thực nghiệm
- , theoretische	- , theoretical	- , bằng lý thuyết
Motor	Motor	Động cơ, Mô-tơ
- , Nebenschluß	- , parallel	- , kích từ song song
- , Reihenschluß	- ,	- , kích từ nối tiếp
MR-Modell	MR Model	Mô hình MR
Multitasking	Multitasking	Đa nhiệm
Newton-Euler-Methode	Newton-Euler	Phương pháp Newton-Euler
	method	
Normalgleichungen	Normal equation	Phương trình chuẩn của
der LS-Methode	of LS method	Phương pháp bình
		phương bé nhất
Nullpunktfehler	Null point error	Sai số điểm không
optimale Steuerung	optimale control	Điều khiển tối ưu
Optoencoder	Opto-encoder	Mã hóa quang học
P-Regelung	P-control	Điều khiển tỷ lệ (P)

Pendel -, inverses	Pendulum -, inverse	Con lắc -, ngược
Phasenebene	Phase plane	Mặt phẳng pha
Phasenfrequenzgang	Phase-frequency response	Đáp ứng pha – tần số
Phasenporträt	Phase portrait	Quỹ đạo pha
PID-Regelung	PID-control	Điều khiển PID
Piezokeramik	Piezoceramic	Gốm áp (điện)
Positionsregelung	Position control	Điều khiển vị trí
Prinzip der virtuellen Arbeit	Principle of virtual work	Nguyên lý công ảo
Prioritätsinterruptsystem	Priori interrupt system	Hệ thống ngắt ưu tiên
Producer-Consumer -Schema	Producer-Consumer -Schema	Biểu đồ nhà sản xuất- người tiêu thụ
Proportionalmagnet	Proportional magnet	Từ trường tỷ lệ
Prozeß	Process	Quá trình
Prozeß-Zeitdiagramm	Process-time diagram	Biểu đồ quá trình thời gian
Prozeßumschalter	Process switch	Chuyển đổi quá trình
Prozeßzustandsgraph	Process state graph	Biểu đồ trạng thái quá trình
Nutzerprozesse	- user-process	
- Supervisorprozesse	- supervisor-process	
Pseudoinverse	Pseudo-inverse	Tựa nghịch đảo
-, linke	-, left	-, bên trái
-, rechte	-, right	-, bên phải
ptp-Bewegung	ptp-motion	Dịch chuyển điểm đến điểm
Quadrantenfotodiode	Quadrant foto diode	Đi-ốt quang (cung phần tư)
Reaktionszeit	response time	Thời gian đáp ứng
Rechtseigenvektoren	Right eigenvector	Véc tơ riêng bên phải
Rechtsmodalmatrix	Right modal matrix	Ma trận dạng riêng bên phải
Referenz- koordinatensystem	Reference coordinate system	Hệ tọa độ quy chiếu
Regelbasierte Regelung	Rule based control	Điều khiển dựa trên quy tắc (IF - THEN)
Regelung	Control	Điều khiển
-, optimale lineare	-, optimal linear	-, tối ưu tuyến tính
Regelungsentwurf	Control design	Thiết kế điều khiển
Regelungsnormalform	Control normal form	Dạng điều khiển chuẩn
Regler	Controller	Bộ điều khiển

, PID	, PID	-, PID
rektifizierende Ebene	rectifying level	Mức hiệu chỉnh
Relativdrall	relative angular momentum	Mômen động lượng tương đối (tính trong hệ động)
Relativkoordinaten	Relative coordinate	Tọa độ tương đối
Reluktanzkraft	Reluctance force	Lực từ trở
Riccati-Gleichung	Riccati-equation	Phương trình Riccati
, algebraische	, algebraic	-, đại số
, Differentialgleichung	, differential	, vi phân
Riccati-Regler	Riccati-controller	Điều khiển Riccati
Robuste Regelung	Robust control	Điều khiển bền vững
Rotationsmatrix	Rotation matrix	Ma trận quay
-, inverse	-, inverse	-, nghịch đảo
Ruckfreie Trajektorien	shock-free trajectory	Quỹ đạo dao hàm gia tốc trơn
Rückkopplung	feedback	Phản hồi
Sample-and-hold-Glied	sample-and-hold element	Phần tử trích mẫu và giữ
Sample-Frequenz	Sample-Frequency	Tần số trích mẫu
Schleppfehler	tracking error	Sai số bám
Semaphor	Semaphore	Cờ hiệu
Sensor	Sensor	Cảm biến
, integrierter	-, integrated	-, tích hợp
, intelligenter	-, intelligent	-, thông minh
Separationsansatz	Separation ansatz	Phương pháp tách biến
Separationsprinzip	Separation principle	Nguyên lý phân ly
Serviceroboter	Service robot	Rôbot dịch vụ
Servventile	Servo ventil	Van servo
Signal	Signal	Tín hiệu
-, determiniertes	-, determined	-, tiền định
-, stochastisches	-, stochastic	-, ngẫu nhiên
Signalkennfunktionen	Signal characteristic function	Hàm tín hiệu đặc trưng
Signalkennwerte	Signal characteristic values	Các tín hiệu giá trị đặc trưng
SISO-Systeme	SISO System	Hệ một đầu vào - đầu ra
Spannungsregelung	Voltage control	Điều khiển điện áp
Spektralnorm	Spectral norm	Chuẩn phổ
Spektralradius	Spectral radius	Bán kính phổ
Stabilitätsreserve	Stability (grad)	Độ ổn định
Stapelbauweise	stack structure	Cấu trúc kiểu stack
Steuerbarkeit	Controllability	Khả năng điều khiển được

-, vollständige Steuerbarkeitsmatrix	-, complete Controllability matrix	-, hoàn toàn Ma trận của tính điều khiển được
Supervisorprozesse	Supervisor process	Quá trình giám sát
Synchronisation von Prozessen	Synchronization of Processes	Đồng bộ hóa các quá trình
Synchronmotor System	Synchronic motor System	Mô tơ đồng bộ hệ thống, đối tượng
-, mechanisches	-, mechanical	-, cơ học
-, zeitinvariantes	-, time-invariant	-, bất biến thời gian
-, zeitvariantes	-, time-variant	-, thay đổi theo thời gian
-, zeitdiskrete	-, time-discrete	-, rời rạc theo thời gian
Systemdynamik	System dynamics	Động học hệ
Tachogenerator	Tacho generator	Thiết bị đo tốc độ quay
Task	Task	Nhiệm vụ
Tildeoperator	Tilde operator	Toán tử sóng
Trajektorienplanung	Trajectory planning	Lập trình quỹ đạo
Transitionsmatrix	Transition matrix	Ma trận truyền
Übergangsmatrix	transition matrix	Ma trận truyền
Übertragungsfunktion	Transfer function	Hàm truyền
Übertragungsfunktionsmatrix	Transfer function matrix	Ma trận hàm truyền
Ultraschallsensor	ultrasonic sensor	Cảm biến siêu âm
unvollständige Beobachtung	complete observer	Sự quan sát được đầy đủ
Verbrauchsoptimalität	consumption optimization	Tối ưu hóa sự tiêu hao (nhiên liệu)
Verfahren	Methods	Các phương pháp
-, potentiometrisches	-, potentiometric	-, phân thể
Verschiebungssatz		Định lý dịch chuyển
Verzögerungsglieder	Delay element	Khâu trễ
-, 1. Ordnung	-, 1st order	-, bậc một
-, 2. Ordnung	-, 2nd order	-, bậc hai
Vierpole	Four poles	Bốn cực
vollständige Beobachtung	complete observability	Khả năng quan sát được hoàn toàn
Wandler	converter	Bộ chuyển đổi
-, elektrodynamischer	-, electrodynamic	-, điện động
-, piezoelektrischer	-, piezoelectric	-, áp điện
Weggeber	displacement sensor	Đầu đo dịch chuyển
-, magnetostriktiver	-, magnetostrictive	-, từ giảo
Widerstand	resistance	Trở kháng

-, magnetischer	-, magnetic	-, từ
Widerstandsregelung	resistance control	Điều khiển trở kháng
Z-Rücktransformation	Inverse	Phép biến đổi Z ngược
Z-Transformation	Z-Transformation	Phép biến đổi Z
Z-Übertragungsfunktion	Z-transfer function	Hàm truyền Z
Zeitbereich	Time domain	Miền thời gian
Zeitdiskretes PT_1 -Glieder	Time-discrete	Khâu PT_1 rời rạc
	PT_1 -element	theo thời gian
Zeitfenster	Time window	Cửa sổ thời gian
Zeitinterruptgesteuerte	Time interrupt	Truy vấn điều khiển
Abfrage	controlled request	ngắt thời gian
Zeitoptimale Regelung	Time-optimal	Điều khiển tối ưu
	control	thời gian
Zeitoptimalität	Time optimization	Tối ưu thời gian
Zeitscheduling	time scheduling	Lên kế hoạch theo
		thời gian
zeitvariantes	time invariant	Hệ bất biến thời gian
System	system	
Zentrale Regelung	central control	Điều khiển tập trung
Zustandsgleichungen	state equation	Phương trình trạng thái
2. Form	of 2nd form	dạng 2
Zustandsraum-	state space	Mô tả không gian
beschreibung	describing	trạng thái
Zustandsregler	state control	Điều khiển trạng thái
-, optimaler	-, optimal	-, tối ưu
Zustandsrückführung	state feedback	Phản hồi trạng thái
Zustandsvektor	state vector	Véc tơ trạng thái
Zwei-Stufen-Konzept	Two step concept	Kế hoạch hai bước
Zyklische Einplanung	cyclical planning	Lập trình theo chu trình

Cơ điện tử

Chịu trách nhiệm xuất bản: PGS. TS. Tô Đăng Hải

Biên tập và sửa bài: ThS. Nguyễn Huy Tiến
Ngọc Linh

Trình bày bìa: Xuân Dũng

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

70 TRẦN HƯNG ĐẠO, HÀ NỘI

In 300 cuốn, khổ 16x24 cm tại Xưởng in NXB Văn hóa Dân tộc.
Quyết định xuất bản số: 82-2008/CXB/37-02/KHKT-21/02/2008
In xong và nộp lưu chiểu Quý II năm 2008.

GS. TSKH. B. Heimann
GS. TSKH. W. Gerth
GS. TSKH. K. Popp

Cơ điện tử

2 0 8 0 7 1



Giá: 108 000đ