

[HTTP://DETHITHPT.COM](http://dethithpt.com)

TOÁN 11

680 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỔ HỢP – XÁC SUẤT

BIÊN SOẠN VÀ SƯU TẦM

Chủ đề II. TỔ HỢP, XÁC SUẤT

- Câu 1.** Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?
A. 18 B. 3 C. 9 D. 6
- Câu 2.** Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?
- 
- A. 18 B. 9 C. 24 D. 10
- Câu 3.** Có bao nhiêu số điện thoại gồm sáu chữ số bất kì?
A. 10^6 số B. 151200 số C. 6 số D. 6^6 số
- Câu 4.** Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình? (Có thể thăm một bạn nhiều lần)
A. $7!$ B. 35831808 C. $12!$ D. 3991680
- Câu 5.** Có bao nhiêu cách sắp xếp bốn bạn An, Bình, Chi, Dung ngồi vào một bàn dài gồm có 4 chỗ?
A. 4 B. 24 C. 1 D. 8
- Câu 6.** Trên mặt phẳng cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D trong đó không có bất kì ba điểm nào thẳng hàng. Từ các điểm đã cho có thể thành lập được bao nhiêu tam giác?
A. 6 tam giác B. 12 tam giác C. 10 tam giác D. 4 tam giác
- Câu 7.** Nếu tất cả các đường chéo của đa giác lồi 12 cạnh được vẽ thì số đường chéo là
A. 121 B. 66 C. 132 D. 54
- Câu 8.** Một tổ có 10 học sinh gồm 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra một nhóm gồm 5 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn trong đó có ba nam và hai nữ?

A. 10 cách

B.

252 cách

C.

120 cách

D. 5 cách

Câu 9. Cho $S = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$. Khi đó, S là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1-2x)^5$

B.

 $(1+2x)^5$

C.

 $(2x-1)^5$ D. $(x-1)^5$

Câu 10. Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần gieo đều xuất hiện mặt sấp là

A. $\frac{4}{16}$

B.

 $\frac{2}{16}$

C.

 $\frac{1}{16}$

D.

 $\frac{6}{16}$

Câu 11. Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6" là

A. $\frac{5}{6}$

B.

 $\frac{7}{36}$

C.

 $\frac{11}{36}$

D.

 $\frac{5}{36}$

Câu 12. Có bốn tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Rút ngẫu nhiên ba tấm. Xác suất của biến cố "Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 8" là

A. 1

B.

 $\frac{1}{4}$

C.

 $\frac{1}{2}$

D.

 $\frac{3}{4}$

Câu 13. Một người chọn ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày cỡ khác nhau. Xác suất để hai chiếc chọn được tạo thành một đôi là

A. $\frac{4}{7}$

B.

 $\frac{3}{14}$

C.

 $\frac{1}{7}$

D.

 $\frac{5}{28}$

Câu 14. Một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là

- A. $\frac{2}{10}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{4}{10}$ D. $\frac{5}{10}$

Câu 15. Một hộp chứa sáu quả cầu trắng và bốn quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả màu trắng?

- A. $\frac{1}{21}$ B. $\frac{1}{210}$ C. $\frac{209}{210}$ D. $\frac{8}{105}$

Câu 16. Một xưởng sản xuất có n máy, trong đó có một số máy hỏng. Gọi A_k là biến cố: “Máy thứ k bị hỏng”. $k = 1, 2, \dots, n$. Biến cố A : “Cả n đều tốt đều tốt” là

- A. $A = A_1 A_2 \dots A_n$ B. $A = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{n-1} A_n$ C. $A = A_1 A_2 \dots A_{n-1} \bar{A}_n$ D. $A = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_n$

Câu 17. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5?

- A. 60 B. 80 C. 240 D. 600

Câu 18. Với các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau?

- A. 240 B. 360 C. 312 D. 288

Câu 19. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau và số tạo thành nhỏ hơn 432000?

- A. 720 B. 286 C. 312 D. 414

Câu 20. Nếu một đa giác lồi có 44 đường chéo thì số cạnh của đa giác này là

- A. 11 B. 10 C. 9 D. 8

Câu 21. Hệ số của x^3 trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^6$ là

- A. 1 B. 60 C. 12 D. 6

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 29. Một đề thi có 20 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có một phương án đúng. Khi thi, một học sinh đã chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời với mỗi câu của đề thi đó. Xác suất để học sinh đó trả lời không đúng cả 20 câu là

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{20}$ D. $\left(\frac{3}{4}\right)^{20}$

Câu 30. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $p(A) = \frac{12}{35}$ B. $p(A) = \frac{1}{25}$ C. $p(A) = \frac{4}{49}$
D. $p(A) = \frac{2}{35}$

CHƯƠNG 2

TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

§1 QUI TẮC CỘNG – QUI TẮC NHÂN

Câu 1. Giả sử một công việc có thể được tiến hành theo 2 phương án A và B. Phương án A có thể thực hiện bằng n cách, phương án B có thể thực hiện bằng m cách. Khi đó, số cách thực hiện công việc là:

A. mn . **B. $m+n$.** C. $\frac{1}{2}mn$. D. $\frac{m+n}{2}$.

- Câu 2.** Giả sử một công việc có thể tiến hành theo 2 công đoạn A và B. Công đoạn A có thể thực hiện bằng n cách, công đoạn B có thể thực hiện bằng m cách. Khi đó, số cách thực hiện công việc là:
- A.** mn . **B.** $m+n$. **C.** $\frac{1}{2}mn$. **D.** $\frac{m+n}{2}$.
- Câu 3.** Từ A đến B có 3 con đường, từ B đến C có 4 con đường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đường đi từ A đến C (qua B)?
- A.** 7. **B.** 12. **C.** 81. **D.** 64.
- Câu 4.** Từ A đến B có 3 con đường, từ B đến C có 4 con đường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đường đi từ A đến C (qua B) và trở về từ C đến A (qua B) và không đi lại các con đường đã đi rồi?
- A.** 72. **B.** 132. **C.** 18. **D.** 23.
- Câu 5.** Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi có bao nhiêu số gồm 3 chữ số được thành lập từ các chữ số thuộc A ?
- A.** 256. **B.** 216. **C.** 36. **D.** 18.
- Câu 6.** Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số thuộc A ?
- A.** 256. **B.** 216. **C.** 180. **D.** 120.
- Câu 7.** Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có thể lập được bao nhiêu số lẻ có 4 chữ số khác nhau từ A ?
- A.** 360. **B.** 180. **C.** 27. **D.** 18.
- Câu 8.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số khác nhau từ A ?
- A.** 8. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 24.
- Câu 9.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số?
- A.** 899. **B.** 900. **C.** 901. **D.** 999.
- Câu 10.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng 2 chữ số đứng kề nhau phải khác nhau?
- A.** 9^5 . **B.** $9!$. **C.** $9.8.7.6.5$. **D.** $9^5 - 9.5$.

- Câu 11.** Bạn muốn mua một cây bút chì và một cây bút mực. Bút mực có 8 màu, bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Vậy bạn có bao nhiêu cách lựa chọn?
A. 64. **B.** 32. **C.** 20. **D.** 16.
- Câu 12.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và lớn hơn 300.000 ?
A. $5! \cdot 3!$. **B.** $5! \cdot 2!$. **C.** $5!$. **D.** $5! \cdot 3$.
- Câu 13.** Cho tập hợp $A = \{2; 3; 5; 8\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên x sao cho $400 < x < 600$?
A. 3^2 . **B.** 4^4 . **C.** $4!$. **D.** 4^2 .
- Câu 14.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau?
A. 752. **B.** 160. **C.** 156. **D.** 240.
- Câu 15.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5.
A. 42. **B.** 40. **C.** 38. **D.** 36.
- Câu 16.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?
A. 600. **B.** 240. **C.** 80. **D.** 60.
- Câu 17.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Có bao nhiêu tập con của A ?
A. 64. **B.** 16. **C.** $8!$. **D.** 2^8 .
- Câu 18.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Có bao nhiêu tập con của A chứa số 1 ?
A. $2^8 - 1$ **B.** 2^7 **C.** $2^7 - 1$ **D.** 2^6
- Câu 19.** Có bao nhiêu số tự nhiên là ước của 30^4 nhưng không tính 1 và 30^4 ?
A. 170. **B.** 250. **C.** 125. **D.** 123.
- Câu 20.** Có bao nhiêu số tự nhiên là ước của 30^4 nhưng không là ước của 60 ?
A. 125. **B.** 113. **C.** 65. **D.** 62.

§2 HOÁN VỊ

- Câu 21.** Có bao nhiêu cách xếp 6 người vào một bàn dài có 6 chỗ ngồi?
A. 120. B. 360. C. 150. **D. 720.**
- Câu 22.** Có bao nhiêu cách xếp 6 người vào một bàn tròn có 6 chỗ ngồi?
A. 120. B. 360. C. 150. D. 720.
- Câu 23.** Cho các chữ số 0;1;2;3;4;5. Từ các chữ số này ta có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau từng đôi một và chia hết cho 9 ?
A. 16. B. 18. C. 6. D. 24.
- Câu 24.** Từ các chữ số 1;2;3;4;5;6 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau và có tổng các chữ số là 10 ?
A. 10. B. 12. C. 15. **D.** 18.
- Câu 25.** Có 5 cuốn sách toán khác nhau và 5 cuốn sách văn khác nhau. Có bao nhiêu cách xếp chúng thành 1 hàng sao cho các cuốn sách cùng môn thì đứng kề nhau?
A. 10! B. 2.5! C. 5!.5!. **D.** 2.5!.5!.
- Câu 26.** Có bao nhiêu cách xếp 5 cuốn sách toán khác nhau và 5 cuốn sách văn khác nhau đứng xen kẽ?
A. 10! B. 2.5! C. 5!.5!. **D.** 2.5!.5!.
- Câu 27.** Trên giá sách có 30 cuốn: trong đó có 27 cuốn có tác giả khác nhau và 3 cuốn của cùng một tác giả. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các cuốn sách của cùng một tác giả được xếp kề nhau?
A. 27!+3!. B. 28!+3!. C. 27!.3!. **D.** 28!.3!.
- Câu 28.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số khác nhau, trong đó không có chữ số 0 và chữ số 1 đứng ở vị trí chính giữa?
A. 8⁸. **B.** 8!. C. 9⁹ – 8!. D. 9! – 8!.
- Câu 29.** Một bộ chuyện tranh gồm 30 tập. Có bao nhiêu cách xếp 30 tập thành một hàng sao cho tập 1 và tập 2 không đứng kề nhau?
A. 2.29! **B.** 28.29!. C. 30!. D. 29!.

Câu 30. Có bao nhiêu cách xếp 10 người vào 1 bàn dài sao cho ông X và ông Y ngồi cách nhau?

- A. $9!$. **B.** $2.9!$. C. $8!$. D. $2.8!$.

Câu 31. Từ các chữ số 1;2;3;4;5 có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, trong đó các chữ số khác nhau từng đôi một và chữ số đầu tiên khác 2 ?

- A.** 96. B. 98. C. 480. D. 600.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	B	A	B	D	B	D	B	A	A	D	A	C	D	A	D	B	D	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	A	A	D	D	D	D	B	B	B	A									

§3 CHÍNH HỢP

Câu 31. Xét hai mệnh đề sau đây:

(I): Mỗi hoán vị n phần tử của một tập hợp là một cách sắp xếp các phần tử của tập hợp đó theo một thứ tự nào đó.

(II): Mỗi hoán vị n phần tử của một tập hợp là một chỉnh hợp chập n của n phần tử đó.

Hãy chọn phương án đúng.

- A.** Chỉ có (I) đúng. **B.** Chỉ có (II) đúng. **C.** (I) và (II) đều đúng. **D.** (I) và (II) đều sai.

- Câu 32.** Có bao nhiêu tờ vé số có các chữ số đôi một khác nhau biết rằng mỗi tờ vé số có 5 chữ số ?
A. 67000. B. 30240. C. 40672. D. 15120.
- Câu 33.** Lớp 11A có 45 học sinh. Có bao nhiêu cách phân công một nhóm gồm 2 người trực nhật trong một ngày, trong đó có một nhóm trưởng ?
A. 1980. B. 990. C. 2025. D. 1936.
- Câu 34.** Có thể có tối đa bao nhiêu số điện thoại gồm 7 chữ số và các chữ số đều khác nhau ?
A. 823533. B. 823543. C. 544320. D. 604800.
- Câu 35.** Có bao nhiêu số có 2 chữ số, mà các chữ số đều là số lẻ và khác nhau ?
A. 35. B. 45. C. 24. D. 20.
- Câu 36.** Có 10 môn học và một ngày học 5 tiết. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các môn học trong một ngày ?
A. 252. B. 1512. C. 30240. D. 20000.
- Câu 37.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau từng đôi một biết số đó có chứa các chữ số 2, 4, 5 và không chứa chữ số 0.
A. 1800. B. 3600. C. 10800. D. 4320.
- Câu 38.** Trên bàn cờ vua có 64 ô và chỉ có 2 quân xe khác màu. Có bao nhiêu cách sắp xếp để quân này có thể ăn quân kia ?
A. 896. B. 112. C. 784. D. 224.
- Câu 39.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó không có chữ số 0.
A. 126. B. 15120. C. 30240. D. 252.
- Câu 40.** Có bao nhiêu từ gồm 2 hay 3 mẫu tự khác nhau được thành lập từ 6 mẫu tự của từ FRIEND (các từ không cần có nghĩa) ?
A. 720. B. 270. C. 150. D. 30.

§ 4 TỔ HỢP

- Câu 41.** Cho tập hợp A gồm có n phần tử và một số nguyên k thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Mỗi tập hợp con gồm k phần tử của A được gọi là
- A. một chỉnh hợp chập k của n phần tử.
 - B. một tổ hợp chập k của n phần tử.
 - C. số chỉnh hợp chập k của n phần tử.
 - D. số tổ hợp chập k của n phần tử.
- Câu 42.** Với một tổ hợp chập k của n phần tử thì ta có thể tạo ra bao nhiêu chỉnh hợp chập k của n phần tử ?
- A. k .
 - B. $2k$.
 - C. n .
 - D. $k!$.
- Câu 43.** Từ cái bình đựng 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh, có bao nhiêu cách để lấy 2 viên cùng màu ?
- A. 4.
 - B. 9.
 - C. 18.
 - D. 22.
- Câu 44.** Từ một hội đồng gồm có 5 nam và 4 nữ, người ta cần tuyển ra 4 người để thành lập ban quản trị hội đồng. Hỏi có bao nhiêu cách tuyển chọn như thế ?
- A. 126.
 - B. 240.
 - C. 260.
 - D. 3024.
- Câu 45.** Từ một hội đồng gồm có 5 nam và 4 nữ, người ta cần tuyển ra 4 người để thành lập ban quản trị hội đồng, trong đó phải có ít nhất 1 nam và 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách tuyển chọn như thế ?
- A. 126.
 - B. 110.
 - C. 120.
 - D. 20.
- Câu 46.** Từ 12 người, người ta thành lập một ban kiểm tra gồm 2 lãnh đạo và 3 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập ban kiểm tra như thế ?
- A. $C_{12}^2 \cdot C_{10}^3$.
 - B. $C_{12}^5 \cdot C_{10}^2$.
 - C. $C_{12}^2 \cdot C_{12}^5$.
 - D. $C_{12}^2 \cdot C_{12}^3$.
- Câu 47.** Từ một nhóm nhà khoa học gồm 2 nhà toán học và 10 nhà kinh tế học người ta thành lập một đoàn gồm 8 người. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập sao cho đoàn có ít nhất một nhà toán học ?
- A. 440.
 - B. 450.
 - C. 490.
 - D. 495.

- Câu 48.** Bình có 7 cuốn truyện, An có 9 cuốn truyện (các cuốn truyện đều khác nhau). Bình và An, mỗi người cho nhau mượn 5 cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách cho mượn như thế ?
A. 147. B. 5040. C. 2646. D. 4920.
- Câu 49.** Cho một lục giác lồi có các đường chéo cắt nhau từng đôi một đồng thời không có 3 đường chéo nào đồng qui. Hỏi có bao nhiêu giao điểm tạo nên bởi các đường chéo đó ?
A. 30. B. 25. C. 15. D. 36.
- Câu 50.** Một hội đồng quản trị gồm có 11 người, trong đó có 7 nam và 4 nữ. Có bao nhiêu cách thành lập ban thường trực hội đồng gồm có 3 người, trong đó có ít nhất 1 người là nam ?
A. 161. B. 126. C. 119. D. 3528.
- Câu 51.** Một lớp học năng khiếu (ca, hát) gồm có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách thành lập đội văn nghệ gồm 6 người từ lớp ấy sao cho trong đội có ít nhất 4 nam ?
A. 763.806. B. 2.783.638. C. 5.608.890. D. 412.803.
- Câu 52.** Có 9 cuốn sách cần gói thành 3 gói thứ tự 2 cuốn, 3 cuốn, 4 cuốn. Có bao nhiêu cách gói ?
A. 72. B. 1260. C. 246. D. 1560.
- Câu 53.** Có 28 cây domino, chia đều cho 4 người chơi. Hỏi có bao nhiêu cách chia ?
A. $\frac{28!}{(7!)^4}$. B. $\frac{28!}{4!}$. C. $\frac{28!}{7!.4}$. D. $\frac{28!}{7!.4!}$.
- Câu 54.** Phân công 7 học sinh thành từng nhóm 1 người, 2 người, 4 người về 3 địa điểm. Hỏi có bao nhiêu cách?
A. 22. B. 5145. C. 63. D. 105.
- Câu 55.** Thập giác lồi (10 cạnh) là một đa giác có bao nhiêu đường chéo ?

A. 36.

B. 45.

C. 25.

D. 35.

Câu 56. Có 7 hoa hồng và 5 hoa lan (khác nhau). Có bao nhiêu cách chọn ra 3 hoa hồng và 2 hoa lan ?

A. 360.

B. 270.

C. 350.

D. 320.

Câu 57. Một rổ trái cây gồm có 7 quả táo và 3 quả cam. Có bao nhiêu cách chia rổ trái cây đó thành hai phần có số quả bằng nhau sao cho mỗi phần đều có cam ?

A. 105.

B. 210.

C. 38.

D. 76.

Câu 58. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số gồm 3 chữ số 6 và 4 chữ số 5 ?

A. 42.

B. 35.

C. 70.

D. 84.

Câu 59. Bốn tác giả cùng viết một cuốn sách gồm 17 chương. Người thứ nhất và người thứ ba, mỗi người viết 5 chương; người thứ hai viết 4 chương; người thứ tư viết 3 chương. Có bao nhiêu cách phân công nếu các chương sách hoàn toàn độc lập với nhau ?

A. 14.756.

B. 6739.

C. 75.720.

D. 171.531.360.

Câu 60. Cho một thập giác lồi. Có bao nhiêu tam giác mà 3 đỉnh là 3 đỉnh của thập giác đồng thời không có cạnh nào là cạnh của thập giác ?

A. 40.

B. 50.

C. 60.

D. 100.

ĐÁP ÁN

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	A	D	D	C	A	A	B	C	B	D	B	A	C	A	B	C	D	A
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60										
C	B	A	D	D	C	A	B	D	B										

§ 5 NHỊ THỨC NEWTON

- Câu 61.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$
A. 495 B. 792 C. 924 D. 220
- Câu 62.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(1-x)^{12}$
A. 792 B. -792 C. -924 D. 495
- Câu 63.** Tìm số hạng thứ 13 trong khai triển
 $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^{15} = C_{15}^0 (\sqrt[3]{3})^{15} + C_{15}^1 (\sqrt[3]{3})^{14} (\sqrt{2}) + \dots + C_{15}^{15} (\sqrt{2})^{15}$
A. 87360 B. $43680\sqrt{2}$ C. $24570\sqrt[3]{3}$ D. $27027\sqrt{2}$
- Câu 64.** Tìm n biết hệ số của số hạng thứ 3 trong khai triển sau là 36
 $\left(a^2\sqrt{a} + \frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n = C_n^0 (a^2\sqrt{a})^n + C_n^1 (a^2\sqrt{a})^{n-1} \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right) + \dots + C_n^n \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n$
A. n=7 B. n=8 C. n=9 D. n=10
- Câu 65.** Tìm n biết tỉ số của hệ số của số hạng thứ 4 và thứ 3 trong khai triển sau là 10/3
 $\left(a^2\sqrt{a} + \frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n = C_n^0 (a^2\sqrt{a})^n + C_n^1 (a^2\sqrt{a})^{n-1} \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right) + \dots + C_n^n \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n$
A. n=7 B. n=8 C. n=9 D. n=12
- Câu 66.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(x+1)^4 + (x+1)^5 + (x+1)^6 + (x+1)^7$
A. 28 B. 41 C. 32 D. 35
- Câu 67.** Tìm hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$
A. 455 B. 5005 C. 3003 D. 1365
- Câu 68.** Tìm n sao cho $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$
A. n=10 B. n=11 C. n=12 D. n=13
- Câu 69.** Tìm n sao cho $C_n^2 C_n^{n-2} + 2C_n^2 C_n^3 + C_n^3 C_n^{n-3} = 100$

A. n=4**B.** n=8**C.** n=10**D.** n=14**Câu 70.** Tìm n sao cho $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$ **A.** n=5**B.** n=9**C.** n=10**D.** n=15**Câu 71.** Cho $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ thỏa $a_0 + a_1 + \dots + a_n = 729$. Tìm n và số hạng thứ 5.**A.** n=7; $560x^4$ **B.** n=7; $280x^4$ **C.** n=6; $240x^4$ **D.** n=6; $60x^4$ **Câu 72.** Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$ biết tổng các hệ số trong khai triển bằng 1024.**A.** 165**B.** 210**C.** 252**D.** 792**Câu 73.** Cho tập A gồm n phần tử, $n \geq 4$. Biết số tập con gồm 4 phần tử của A bằng 20 lần số tập con gồm 2 phần tử của A. Tìm n.**A.** n=16**B.** n=17**C.** n=18**D.** n=19**Câu 74.** Tìm số không chứa x trong khai triển $\left(2nx + \frac{1}{2nx^2}\right)^{3n}$ biết tổng các hệ số bằng 64.**A.** 210**B.** 240**C.** 250**D.** 360**Câu 75.** Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển $(a+b)^n$ biết tổng các hệ số bằng 4096.**A.** 462**B.** 792**C.** 924**D.** 1716**Câu 76.** Số hạng thứ ba trong khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ không chứa x. Tìm x biết số hạng này bằng số hạng thứ 2 trong khai triển $(1+x^3)^{30}$ **A.** x=1**B.** x=2**C.** x=-1**D.** x=-2**Câu 77.** Hiệu các hệ số của 2 số hạng thứ ba trong khai triển $(a+b)^{n+1}$ và $(a+b)^n$ bằng 225. Tìm n?**A.** 125**B.** 220**C.** 450**D.** 225

Câu 78. Tổng các hệ số của số hạng thứ 3 và số hạng thứ 3 từ cuối trở lên trong khai triển $(a+b)^n$ bằng 9900. Tìm n?

- A. 90 **B. 100** C. 110 D. 120

Câu 79. Xét khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^n$, biết tích của số hạng thứ tư và số hạng thứ tư kể từ số hạng cuối cùng trở lên bằng 14400. Tìm n?

- A. 10** B. 11 C. 12 D. 15

Câu 80. Biết số hạng thứ tư trong khai triển $(5+2x)^{16}$ lớn hơn số hạng thứ ba và thứ năm. Tìm các giá trị của x?

- A. $\frac{15}{14} < x < \frac{15}{13}$ **B. $\frac{15}{28} < x < \frac{10}{13}$** C. $\frac{3}{7} < x < \frac{5}{8}$ D. $\frac{7}{17} < x < \frac{8}{17}$

Câu 81. Biết hệ số của số hạng thứ ba lớn hơn hệ số của số hạng thứ hai là 9, trong khai triển $(a+b)^n$. Tìm tổng các hệ số.

- A. 64** B. 32 C. 128 D. 16

Câu 82. Giải phương trình $C_n^{n-2} + 2n = 9$

- A. n=3** B. n=4 C. n=6 D. n=10

Câu 83. Giải bất phương trình $C_n^5 < C_n^3$

- A. $4 < n < 6$ B. $4 < n < 7$ C. $5 < n < 8$ **D. $-1 < n < 8$**

Câu 84. Giải bất phương trình $8C_{105}^n < 3C_{105}^{n+1}$

- A. $0 \leq n \leq 20$ **B. $0 \leq n \leq 21$** C. $0 \leq n \leq 27$ D. $0 \leq n \leq 25$

Câu 85. Tìm các số hạng là số nguyên trong khai triển $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^5$

- A. 48 B. 72 C. 24 **D. 60**

Câu 86. Tìm các số hạng là số nguyên trong khai triển $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^8$

- A. 625; 7000; 7000; 1120; 16** B. 600; 7500; 3000; 100; 25
C. 500; 1000; 780; 50; 30 D. 625; 7000; 1120; 500; 95

Câu 87. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển $(\sqrt{3} + \sqrt[4]{5})^{124}$ là số nguyên

- A. 28 B. 30 C. 32 D. 33

Câu 88. Tìm số hạng chứa x^8 trong khai triển $(\sqrt{x} + \sqrt{2})^{18}$

- A. $306x^8$ B. $53\sqrt{2}x^8$ C. $306\sqrt{2}x^8$ D. $1632\sqrt{2}x^8$

Câu 89. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^{12}$.

- A. $\frac{55}{9}$ B. $\frac{495}{81}$ C. $\frac{220}{27}$ D. $\frac{495}{27}$

Câu 90. Có bao nhiêu số hạng là số hữu tỉ trong khai triển $(\sqrt[4]{3} + \sqrt[3]{4})^{100}$

- A. 9 B. 10 C. 12 D. 15

Câu 91. Có bao nhiêu số hạng là số hữu tỉ trong khai triển $(\sqrt[5]{9} + \sqrt[9]{5})^{225}$

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

Câu 92. Tìm n sao cho trong khai triển $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 3\right)^n$ thì tỉ số giữa số hạng thứ tư và số hạng thứ ba bằng $3\sqrt{2}$

- A. $n=5$ B. $n=6$ C. $n=8$ D. $n=10$

Câu 93. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4$

- A. $\frac{27}{64}$ B. $\frac{9}{32}$ C. $\frac{27}{32}$ D. $\frac{27}{128}$

Câu 94. Tìm số hạng ở chính giữa trong khai triển $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}} + \sqrt[3]{x}\right)^{10}$

- A. $210x\sqrt{x}$ B. $252\frac{x^2}{\sqrt[5]{x}}$ C. $252(\sqrt[3]{x})^2$ D. $210\frac{1}{x\sqrt[5]{x}}$

Câu 95. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $(1 + 3x + 2x^3)^{10}$

- A. 17550 B. 270 C. 21130 D. 16758

- Câu 96.** Cho $(x-2)^{100} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{100}x^{100}$. Tính $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$
- A. 2^{100} B. 1 C. 0 D. -1

ĐÁP ÁN

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	B	A	C	D	A	C	C	A	A	C	C	C	B	C	B	D	B	A	B

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96				
A	A	D	B	D	A	B	A	A	A	B	C	D	C	B	B				

§6. BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

- Câu 97.** Có 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 viên. Tính xác suất để được 2 viên bi xanh.

A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

- Câu 98.** Cho tập $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Lập các số có 2 chữ số khác nhau được lấy từ tập M. Lấy ngẫu nhiên 1 số trong các số đó. Tính xác suất lấy được 1 số chia hết cho 9.

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{2}{15}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 99. Gieo 3 đồng xu. Tính xác suất để có ít nhất 2 đồng xu lật ngửa?

A. $\frac{3}{8}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{7}{8}$

Câu 100. Gieo 2 con xúc sắc xanh và đỏ. Gọi a là số chấm xuất hiện trên con xúc sắc màu xanh; b là số chấm xuất hiện trên con xúc sắc màu đỏ. Tính xác suất của biến cố A chẵn và B lẻ.

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{9}$

Câu 101. Một dãy ghế có 12 chỗ ngồi cho 12 người. Tính xác suất để ông X ngồi ở 2 đầu dãy ghế?

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$

Câu 102. Một người gọi điện lại quên 2 chữ số cuối cùng mà chỉ nhớ rằng hai chữ số đó khác nhau. Tính xác suất gọi một lần đúng số điện thoại của người đó.

A. $\frac{1}{98}$

B. $\frac{1}{90}$

C. $\frac{1}{45}$ D. $\frac{1}{49}$

Câu 103. Gieo 3 đồng xu, hai mặt của đồng xu thứ nhất lần lượt ghi điểm 0 và 1, của đồng xu thứ 2 ghi 1 và 2, của đồng xu thứ 3 ghi 2 và 3. Tính xác suất khi tổng số điểm ở các mặt là 3?

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{16}$

Câu 104. Có 6 viên bi gồm 2 xanh, 2 đỏ, 2 vàng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên. Tính xác suất để được 2 viên xanh?

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{15}$

C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{15}$

Câu 105. Trong số 100 bóng đèn có 4 bóng bị hỏng. Tính xác suất để lấy được 2 bóng tốt.

A. $\frac{152}{165}$

B. $\frac{24}{25}$

C. $\frac{149}{162}$ D. $\frac{151}{164}$

Câu 106. Có 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên. Tính xác suất trong 3 viên có 2 viên màu đỏ.

A. $\frac{18}{35}$

B. $\frac{6}{35}$

C. $\frac{9}{35}$ D. $\frac{8}{35}$

Câu 107. Có 7 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên. Tính xác suất để lấy được 2 viên xanh trong 3 viên.

A. $\frac{19}{20}$

B. $\frac{7}{20}$

C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{21}{40}$

Câu 108. Có 2 viên bi xanh và 5 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên. Tính xác suất để lấy được 1 bi xanh và 1 bi trắng.

A. $\frac{4}{7}$

B. $\frac{11}{21}$

C. $\frac{10}{21}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 109. Có 3 viên bi đỏ, 3 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Lấy ngẫu nhiên 3 viên. Tính xác suất để trong 3 viên lấy ra có đúng 1 viên bi đỏ?

A. $\frac{21}{40}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{19}{40}$ D. $\frac{23}{40}$

Câu 110. Một đợt xổ số phát hành 20.000 vé, trong đó có 1 giải nhất, 100 giải nhì, 200 giải ba, 1000 giải tư và 5000 giải khuyến khích. Tính xác suất để 1 người mua 3 vé trúng 1 giải nhì và 2 giải khuyến khích.

A. $\frac{C_{100}^1 + C_{5000}^2}{C_{20000}^3}$

B. $\frac{C_{100}^1 \cdot C_{5000}^2}{C_{20000}^3}$

C. $\frac{1}{100} \cdot \frac{2}{5000}$

D. $\frac{1}{100} + \frac{1}{5000}$

Câu 111. Có 12 bóng đèn, trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt.

A. $\frac{27}{100}$

B. $\frac{13}{110}$

C. $\frac{23}{44}$ D. $\frac{7}{11}$

§7. CÁC QUI TẮC TÍNH XÁC SUẤT

Câu 112. Cho 2 biến cố A và B với $P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{1}{4}$ và $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. $P(A \cdot B) = \frac{1}{12}$

B. A và B độc lập

C. A và B xung khắc

D. A và B không

xung khắc

Giả thiết sau dùng chung cho 2 câu 2 và 3. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 5 học sinh giỏi, 10 học sinh khá, 10 học sinh trung bình, 5 học sinh yếu. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để:

Câu 113. Cả 3 đều là học sinh yếu

A. $\frac{1}{416}$

B. $\frac{1}{406}$

C. $\frac{2}{417}$

D. $\frac{3}{406}$

Câu 114. Có ít nhất 1 học sinh giỏi

A. $\frac{87}{203}$

B. $\frac{86}{204}$

C. $\frac{88}{203}$

D. $\frac{87}{204}$

Câu 115. Cho 5 đoạn thẳng có chiều dài là 1, 3, 5, 7, 9cm. Lấy ngẫu nhiên ra 3 đoạn thẳng. Tính xác suất để 3 đoạn thẳng đó lập nên tam giác.

A. 0.3

B. 0.25

C. 0.35

D. 0.4

Giả thiết sau sử dụng chung cho các câu 5, 6, 7. Một công nhân đứng 3 máy. Xác suất để trong 1 ca làm việc: Máy I không hư hỏng là 0.9, máy II không hư hỏng là 0.8, máy III không hư hỏng là 0.7. Tìm xác suất để trong ca làm việc:

Câu 116. Cả 3 máy đều không hư

A. 0.504

B. 0.503

C. 0.54

D. 0.53

Câu 117. Cả 3 máy đều hư

A. 0.06

B. 0.006

C. 0.016

D. 0.026

Câu 118. Có ít nhất 1 máy không hư

A. 0.995

B. 0.94

C. 0.994

D. 0.996

Câu 119. Có 12 bóng đèn, trong đó có 8 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để lấy được ít nhất 1 bóng tốt.

A. $\frac{28}{55}$

B. $\frac{1}{55}$

C. $\frac{54}{55}$

D. $\frac{42}{55}$

Câu 120. Có 4 bi xanh, 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi khác màu.

A. $\frac{1}{36}$

B. $\frac{13}{18}$

C. $\frac{5}{18}$

D. $\frac{1}{12}$

Câu 121. Có 3 bi trắng, 3 bi đỏ, 4 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 bi. Tính xác suất biến cố số bi đỏ bằng số bi trắng.

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{10}$

C. $\frac{1}{30}$

D. $\frac{2}{3}$

Câu 122. Gieo 2 con xúc sắc một xanh, một đỏ. Gọi a là số chấm trên con xanh, b là số chấm trên con đỏ. Tính xác suất để có a chẵn, b lẻ và $a + b = 7$

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

Câu 123. Hai xạ thủ cùng bắn vào 1 tấm bia. Xác suất trúng lần lượt là 0.8 và 0.7. Tính xác suất trúng bia của ít nhất một người.

A. 0.75

B. 0.24

C. 0.9 D. 0.94

Câu 124. Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia. Xác suất trúng đích lần lượt là 0.6, 0.7, 0.8. Tính xác suất có ít nhất một người bắn trúng bia.

A. 0.476

B. 0.7

C. 0.695 D.

0.756

Câu 125. Xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0.51. Tính xác suất sao cho sinh 3 lần thì có ít nhất 1 trai (mỗi lần sinh 1 con)

A. 0.95

B. 0.88

C. 0.80 D. 0.99

Câu 126. Một con xúc sắc được gieo 3 lần. Gọi A là biến cố tổng số chấm xuất hiện ở 2 lần gieo đầu bằng số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ 3. Khi đó $P(A)$ bằng:

A. $\frac{10}{216}$

B. $\frac{15}{216}$

C. $\frac{16}{216}$ D. $\frac{12}{216}$

ĐÁP ÁN

97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111
B	B	B	C	C	B	A	B	A	A	D	D	A	B	D

112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126
C	B	C	B	A	B	C	C	B	A	D	D	D	B	D

CHƯƠNG II. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

BÀI 1: QUY TẮC ĐẾM

Câu 127. Cho các số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

A. 12 B. 24 C. 64 D. 256

Câu 128. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà các chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị?

A. 40 B. 45 C. 50 D. 55

Câu 129. Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:

A. 5 B. 15 C. 55 D. 10

Câu 130. Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 3 và 2:

A. 12 B. 16 C. 17 D. 20

Câu 131. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số:

A. 900 B. 901 C. 899 D. 999

Câu 132. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số lập từ các số 0, 2, 4, 6, 8 với điều các chữ số đó không lặp lại:

A. 60 B. 40 C. 48 D. 10

Câu 133. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng:

A. 100 B. 91 C. 10 D. 90

Câu 134. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn:

A. 25 B. 75 C. 100 D. 15

Câu 135. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số:

A. 256 B. 120 C. 24 D. 16

Câu 136. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số?

A. 256 B. 120 C. 24 D. 16

Câu 137. Cho 6 chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7. số các số tự nhiên chẵn có 3 chữ số lập thành từ 6 chữ số đó:

A. 36 B. 18 C. 256 D. 108

Câu 138. Cho 6 chữ số 4, 5, 6, 7, 8, 9. số các số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau lập thành từ 6 chữ số đó:

A. 120 B. 180 C. 256 D. 216

Câu 139. Bạn muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách chọn

A. 64 B. 16 C. 32 D. 20

Câu 140. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:

A. 3260 B. 3168 C. 5436 D. 12070

Câu 141. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số và các chữ số đó phải khác nhau:

A. 160 B. 156 C. 752 D. 240

Câu 142. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5:

A. 60 B. 80 C. 240 D. 600

Câu 143. Cho hai tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{c, d, e\}$. Chọn khẳng định *sai* trong các khẳng định sau:

- A. $N(A) = 4$ B. $N(B) = 3$ C. $N(A \cup B) = 7$
D. $N(A \cap B) = 2$

Câu 144. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau:

- A. 4536 B. 4^9 C. 2156 D. 4530

Câu 145. Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (Có thể thăm một bạn nhiều lần).

- A. $7!$ B. 35831808 C. $12!$ D. 3991680

Câu 146. Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình thăm một bạn không quá một lần

- A. 3991680 B. $12!$ C. 35831808 D. $7!$

Câu 147. Cho các số 1, 2, 5, 7 có bao nhiêu cách chọn ra một số gồm 3 chữ số khác nhau từ 5 chữ số đã cho:

- A. 120 B. 256 C. 24 D. 36

Câu 148. Cho các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số lấy từ 7 chữ số trên sao cho chữ số đầu tiên bằng 3 là:

- A. 7^5 B. $7!$ C. 240 D. 2410

Câu 149. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

- A. 6 B. 72 C. 720 D. 144

Câu 150. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố A đến thành phố C có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 2 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 3 con đường. không có con đường nào nối từ thành phố C đến thành phố B. Hỏi có bao nhiêu con đường đi từ thành phố A đến thành phố D:

- A. 6 B. 12 C. 18 D. 36

Câu 151. Từ các số 1, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên khác nhau:

A. 6 B. 8 C. 12 D. 27

Câu 152. Có bao nhiêu số có 2 chữ số, mà tất cả các chữ số đều lẻ:

A. 25 B. 20 C. 30 D. 10

Câu 153. Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:

A. 1000 B. 100000 C. 10000 D. 1000000

Câu 154. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số lớn hơn 4 và đôi một khác nhau:

A. 240 B. 120 C. 360 D. 24

Câu 155. Từ các số 1, 2, 3 có thể lập được bao nhiêu số khác nhau và mỗi số có các chữ số khác nhau:

A. 15 B. 20 C. 72 D. 36

BÀI 2: HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

Câu 156. Một liên đoàn bóng rổ có 10 đội, mỗi đội đấu với mỗi đội khác hai lần, một lần ở sân nhà và một lần ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

A. 45 B. 90 C. 100 D. 180

Câu 157. Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

A. 180 B. 160 C. 90 D. 45

Câu 158. Giả sử ta dùng 5 màu để tô cho 3 nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng hai lần. Số các cách để chọn những màu cần dùng là:

A. $\frac{5!}{2!}$ B. 8 C. $\frac{5!}{3!2!}$ D. 5^3

Câu 159. Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là:

A. 35 B. 120 C. 240 D. 720

Câu 160. Nếu tất cả các đường chéo của đa giác đều 12 cạnh được vẽ thì số đường chéo là:

A. 121

B. 66

C. 132 D. 54

Câu 161. Nếu một đa giác đều có 44 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

A. 11

B. 10

C. 9 D. 8

Câu 162. Sau bữa tiệc, mỗi người bắt tay một lần với mỗi người khác trong phòng. Có tất cả 66 người lần lượt bắt tay. Hỏi trong phòng có bao nhiêu người:

A. 11

B. 12

C. 33 D. 67.

Câu 163. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là:

A. C_7^3 B. A_7^3 C. $\frac{7!}{3!}$ D. 7

Câu 164. Tên 15 học sinh được ghi vào 15 tờ giấy để vào trong hộp. Chọn tên 4 học sinh để cho đi du lịch. Hỏi có bao nhiêu cách chọn các học sinh:

A. 4!

B. 15!

C. 1365 D.

32760

Câu 165. Một hội đồng gồm 2 giáo viên và 3 học sinh được chọn từ một nhóm 5 giáo viên và 6 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 200

B. 150

C. 160 D. 180

Câu 166. Một tổ gồm 12 học sinh trong đó có bạn An. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực trong đó phải có An:

A. 990

B. 495

C. 220 D. 165

Câu 167. Từ một nhóm 5 người, chọn ra các nhóm ít nhất 2 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn:

A. 25

B. 26

C. 31 D. 32

Câu 168. Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 5

B. 6

C. 7 D. 8

Câu 169. Một tổ gồm 7 nam và 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực sao cho có ít nhất 2 nữ?

- A. $(C_7^2 + C_6^5) + (C_7^1 + C_6^3) + C_6^4$ B.
 $(C_7^2 \cdot C_6^2) + (C_7^1 \cdot C_6^3) + C_6^4$
C. $C_{11}^2 \cdot C_{12}^2$ D. Đáp số khác

Câu 170. Số cách chia 10 học sinh thành 3 nhóm lần lượt gồm 2, 3, 5 học sinh là:

- A. $C_{10}^2 + C_{10}^3 + C_{10}^5$ B. $C_{10}^2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5$ C. $C_{10}^2 + C_8^3 + C_5^5$
D. $C_{10}^5 + C_5^3 + C_2^2$

Câu 171. Một thí sinh phải chọn 10 trong số 20 câu hỏi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 10 câu hỏi này nếu 3 câu đầu phải được chọn:

- A. C_{20}^{10} B. $C_{10}^7 + C_{10}^3$ C. $C_{10}^7 \cdot C_{10}^3$ D.
 C_{17}^7

Câu 172. Trong các câu sau câu nào *sai*?

- A. $C_{14}^3 = C_{14}^{11}$ B. $C_{10}^3 + C_{10}^4 = C_{11}^4$
C. $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 16$ D. $C_{10}^4 + C_{11}^5 = C_{11}^5$

Câu 173. Mười hai đường thẳng có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

- A. 12 B. 66 C. 132 D. 144

Câu 174. Cho biết $C_n^{n-k} = 28$. Giá trị của n và k lần lượt là:

- A. 8 và 4 B. 8 và 3 C. 8 và 2 D.
Không thể tìm được

Câu 175. Có tất cả 120 cách chọn 3 học sinh từ nhóm n (chưa biết) học sinh. Số n là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $n(n+1)(n+2)=120$ B. $n(n+1)(n+2)=720$
C. $n(n-1)(n-2)=120$ D. $n(n-1)(n-2)=720$

Câu 176. Từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số từ 4 chữ số khác nhau?

- A. $7!$ B. 7^4 C. $7.6.5.4$ D.
 $7!.6!.5!.4!$

Câu 177. Số cách chọn một ban chấp hành gồm một trưởng ban, một phó ban, một thư kí và một thủ quỹ được chọn từ 16 thành viên là:

A. 4

B. $\frac{16!}{4}$ C. $\frac{16!}{12!.4!}$

D.

 $\frac{16!}{2!}$

Câu 178. Trong một buổi hoà nhạc, có các ban nhạc của các trường đại học từ Huế, Đà Nẵng, Quy Nhơn, Nha Trang, Đà Lạt tham dự. Tìm số cách xếp đặt thứ tự để các ban nhạc Nha Trang sẽ biểu diễn đầu tiên.

A. 4

B. 20

C. 24 D. 120

Câu 179. Ông và bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

A. 720

B. 1440

C. 20160

D.

40320

Câu 180. Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?

A. $5!.7!$ B. $2.5!.7!$ C. $5!.8!$

D.

12!

Câu 181. Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

A. 120

B. 216

C. 312 D. 360

Câu 182. Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

A. 288

B. 360

C. 312 D. 600

Câu 183. Trong tủ sách có tất cả 10 cuốn sách. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho quyển thứ nhất ở kệ quyển thứ hai:

A. $10!$

B. 725760

C. $9!$ D. $9! - 2!$

Câu 184. Trong một hộp bánh có 6 loại bánh nhân thịt và 4 loại bánh nhân đậu xanh. Có bao nhiêu cách lấy ra 6 bánh để phát cho các em thiếu nhi:

A. 240

B. 151200

C. 14200

D.

210

BÀI 3: NHỊ THỨC NEWTON

Câu 185. Nếu $A_x^2 = 110$ thì:

- A. $x = 10$ B. $x = 11$ C. $x = 11$ hay $x = 10$ D. $x = 0$

Câu 186. Trong khai triển $(2a - b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

- A. -80 B. 80 C. -10 D. 10

Câu 187. Trong khai triển nhị thức $(a + 2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$). Có tất cả 17 số hạng. Vậy n bằng:

- A. 17 B. 11 C. 10 D. 12

Câu 188. Trong khai triển $(3x^2 - y)^{10}$, hệ số của số hạng chính giữa là:

- A. $3^4 \cdot C_{10}^4$ B. $-3^4 \cdot C_{10}^4$ C. $3^5 \cdot C_{10}^5$ D. $-3^5 \cdot C_{10}^5$

Câu 189. Trong khai triển $(2x - 5y)^8$, hệ số của số hạng chứa $x^3 \cdot y^3$ là:

- A. -22400 B. -40000 C. -8960 D. -4000

Câu 190. Trong khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$, hệ số của x^3 ($x > 0$) là:

- A. 60 B. 80 C. 160 D. 240

Câu 191. Trong khai triển $\left(a^2 + \frac{1}{b}\right)^7$, số hạng thứ 5 là:

- A. $35 \cdot a^6 b^{-4}$ B. $-35 \cdot a^6 b^{-4}$ C. $35 \cdot a^4 b^{-5}$ D. $-35 \cdot a^4 b$

Câu 192. Trong khai triển $(2a - 1)^6$, ba số hạng đầu là:

- A. $2 \cdot a^6 - 6 \cdot a^5 + 15a^4$ B. $2 \cdot a^6 - 15 \cdot a^5 + 30a^4$
C. $64 \cdot a^6 - 192 \cdot a^5 + 480a^4$ D. $64 \cdot a^6 - 192 \cdot a^5 + 240a^4$

Câu 193. Trong khai triển $(x - \sqrt{y})^{16}$, hai số hạng cuối là:

- A. $-16x\sqrt{y^{15}} + y^8$ B. $-16x\sqrt{y^{15}} + y^4$
C. $16xy^{15} + y^4$ D. $16xy^{15} + y^8$

- Câu 194.** Trong khai triển $\left(8a^2 - \frac{1}{2}b\right)^6$, số hạng thứ 10 là:
A. $-80a^9.b^3$ B. $-64a^9.b^3$ C. $-1280a^9.b^3$ D. $60a^6.b^4$
- Câu 195.** Trong khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$, số hạng không chứa x là:
A. 4096 B. 86016 C. 168 D. 512
- Câu 196.** Trong khai triển $(2x - 1)^{10}$, hệ số của số hạng chứa x^8 là:
A. -11520 B. 45 C. 256 D. 11520
- Câu 197.** Trong khai triển $(a - 2b)^8$, hệ số của số hạng chứa $a^4.b^4$ là:
A. 1120 B. 560 C. 140 D. 70
- Câu 198.** Trong khai triển $(3x - y)^7$, số hạng chứa x^4y^3 là:
A. $-4536x^4y^3$ B. $-486x^4y^3$ C. $4536x^4y^3$ D. $486x^4y^3$
- Câu 199.** Trong khai triển $(0,2 + 0,8)^5$, số hạng thứ tư là:
A. 0,0064 B. 0,4096 C. 0,0512 D. 0,2048
- Câu 200.** Hệ số của x^3y^3 trong khai triển $(1+x)^6(1+y)^6$ là:
A. 20 B. 800 C. 36 D. 400
- Câu 201.** Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x + 2y)^4$ là:
A. $C_4^2x^2y^2$ B. $6(3x^22y^2)$ C. $6C_4^2x^2y^2$ D. $36C_4^2x^2y^2$
- Câu 202.** Trong khai triển $(x - y)^{11}$, hệ số của số hạng chứa x^8y^3 là:
A. C_{11}^3 B. $-C_{11}^3$ C. $-C_{11}^5$ D. C_{11}^8
- Câu 203.** Khai triển $(x + y)^5$ rồi thay x, y bởi các giá trị thích hợp. Tính tổng $S = C_5^0 + C_5^1 + \dots + C_5^5$
A. 32 B. 64 C. 1 D. 12
- Câu 204.** Tổng $T = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n$ bằng:
A. $T = 2^n$ B. $T = 2^n - 1$ C. $T = 2^n + 1$ D. $T = 4^n$

Câu 205. Nghiệm của phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$ là:

- A. $x = 11$ và $x = 5$ B. $x = 5$
C. $x = 11$ D. $x = 10$ và $x = 2$

Câu 206. Số $(5! - P_4)$ bằng:

- A. 5 B. 12 C. 24 D. 96

Câu 207. Tính giá trị của tổng $S = C_6^0 + C_6^1 + \dots + C_6^6$ bằng:

- A. 64 B. 48 C. 72 D. 100

Câu 208. Hệ số đứng trước $x^{25} \cdot y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$ là:

- A. 2080 B. 3003 C. 2800 D. 3200

Câu 209. Kết quả nào sau đây *sai*:

- A. $C_{n+1}^0 = 1$ B. $C_n^n = 1$ C. $C_n^1 = n + 1$ D. $C_n^{n-1} = n$

Câu 210. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$ là:

- A. C_{18}^9 B. C_{18}^{10} C. C_{18}^8 D. C_{18}^3

Câu 211. Nếu $2A_n^4 = 3A_{n-1}^4$ thì n bằng:

- A. $n = 11$ B. $n = 12$ C. $n = 13$ D. $n = 14$

Câu 212. Khai triển $(1-x)^{12}$, hệ số đứng trước x^7 là:

- A. 330 B. -33 C. -72 D. -792

BÀI 4: PHÉP THỬ VÀ KHÔNG GIAN MẪU

Câu 213. Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên:

- A. Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp
B. Gieo 3 đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa
C. Chọn bất kì 1 HS trong lớp và xem là nam hay nữ
D. Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi

B. {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS}

C. {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN} D. {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, NSS, SNN}

D. 8

D. 39

D. $A = \{(6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)\}$

D. 6

D. 16

D. Ω và ϕ

Câu 221. Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là:

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

BÀI 5: XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Câu 222. Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là:

- A. 0, 2 B. 0, 3 C. 0, 4 D. 0, 5

Câu 223. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá bích là:

- A. $\frac{1}{13}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{12}{13}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 224. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách (A) là:

- A. $\frac{2}{13}$ B. $\frac{1}{169}$ C. $\frac{4}{13}$ D. $\frac{3}{4}$

Câu 225. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách (A) hay lá rô là:

- A. $\frac{1}{52}$ B. $\frac{2}{13}$ C. $\frac{4}{13}$ D. $\frac{17}{52}$

Câu 226. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách (A) hay lá già (K) hay lá đầm (Q) là:

- A. $\frac{1}{2197}$ B. $\frac{1}{64}$ C. $\frac{1}{13}$ D. $\frac{3}{13}$

Câu 227. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá bời (J) màu đỏ hay lá 5 là:

- A. $\frac{1}{13}$ B. $\frac{3}{26}$ C. $\frac{3}{13}$ D. $\frac{1}{238}$

Câu 228. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được một lá rô hay một lá hình người (lá bời, đầm, già) là:

- A. $\frac{17}{52}$ B. $\frac{11}{26}$ C. $\frac{3}{13}$ D. $\frac{3}{13}$

Câu 229. Gieo một con súc sắc 3 lần. Xác suất để được mặt số hai xuất hiện cả 3 lần là:

- A. $\frac{1}{172}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{1}{20}$ D. $\frac{1}{216}$

Câu 230. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 11 là:

- A. $\frac{1}{18}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{2}{25}$

Câu 231. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 7 là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{7}{12}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 232. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt chia hết cho 3 là:

- A. $\frac{13}{36}$ B. $\frac{11}{36}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 233. Gieo ba con súc sắc. Xác suất để nhiều nhất hai mặt 5 là:

- A. $\frac{5}{72}$ B. $\frac{1}{216}$ C. $\frac{1}{72}$ D. $\frac{215}{216}$

Câu 234. Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 235. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ ta kết luận hai biến cố A và B là:

- A. Độc lập B. Không độc lập C. Xung khắc D. Không xung khắc.

Câu 236. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc. Xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 237. Gieo ngẫu nhiên 2 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để sau hai lần gieo kết quả như nhau là:

- A. $\frac{5}{36}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Câu 238. Gieo đồng tiền 2 lần. Xác suất để sau hai lần gieo thì mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 239. Gieo hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện ở hai mặt trên chia hết cho 3 là:

- A. $\frac{13}{36}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{11}{36}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 240. Một con súc sắc cân đối đồng chất được gieo 5 lần. Xác suất để tổng số chấm ở 2 lần gieo đầu bằng số chấm ở lần gieo thứ ba:

- A. $\frac{10}{216}$ B. $\frac{15}{216}$ C. $\frac{16}{216}$ D. $\frac{12}{216}$

Câu 241. Một túi chứa 2 bi trắng và 3 bi đen. Rút ra 3 bi. Xác suất để được ít nhất 1 bi trắng là:

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{9}{10}$ D. $\frac{4}{5}$

Câu 242. Có 10 hộp sữa trong đó có 3 hộp hư. Chọn ngẫu nhiên 4 hộp. xác suất để được nhiều nhất 3 hộp hư:

- A. $\frac{5}{21}$ B. $\frac{41}{42}$ C. $\frac{1}{21}$ D. $\frac{1}{41}$

Câu 243. Chọn ngẫu nhiên một số có 2 chữ số từ các số 00 đến 99. Xác suất để có một con số tận cùng là 0 là:

- A. 0,1 B. 0,2 C. 0,3 D. 0,4

Câu 244. Chọn ngẫu nhiên một số có 2 chữ số từ các số 00 đến 99. Xác suất để có một con số lẻ và chia hết cho 9:

- A. 0,12 B. 0,6 C. 0,06 D. 0,01

Câu 245. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ và nhân 2 số ghi trên 2 thẻ với nhau. Xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ là số lẻ là:

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{5}{18}$

C. $\frac{3}{18}$

D. $\frac{7}{18}$

Câu 246. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt chia hết cho 3 là:

A. $\frac{13}{36}$

B. $\frac{11}{36}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 247. Sắp 3 quyển sách Toán và 3 quyển sách Vật Lí lên một kệ dài. Xác suất để 2 quyển sách cùng một môn nằm cạnh nhau là:

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{10}$

C. $\frac{1}{20}$

D. $\frac{2}{5}$

Câu 248. Một hộp đựng 4 bi xanh và 6 bi đỏ lần lượt rút 2 viên bi. Xác suất để rút được một bi xanh và 1 bi đỏ là:

A. $\frac{4}{15}$

B. $\frac{6}{25}$

C. $\frac{8}{25}$

D. $\frac{4}{15}$

Câu 249. Một bình đựng 5 quả cầu xanh và 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu khác màu là:

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{3}{11}$

D. $\frac{3}{14}$

Câu 250. Gieo 3 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc đó bằng nhau:

A. $\frac{5}{36}$

B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{1}{18}$

D. $\frac{1}{36}$

Câu 251. Gieo đồng tiền 5 lần cân đối và đồng chất. Xác suất để được ít nhất một đồng tiền xuất hiện mặt sấp là:

A. $\frac{31}{32}$

B. $\frac{21}{32}$

C. $\frac{11}{32}$

D. $\frac{1}{32}$

Câu 252. Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu toàn màu xanh là:

A. $\frac{1}{20}$

B. $\frac{1}{30}$

C. $\frac{1}{15}$

D. $\frac{3}{10}$

Câu 253. Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Xác suất để được 2 quả cầu xanh và 2 quả cầu trắng là:

A. $\frac{1}{20}$

B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{1}{7}$

D. $\frac{4}{7}$

Câu 254. Gieo 2 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt của 2 con súc sắc đó không vượt quá 5 là:

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{7}{18}$

C. $\frac{8}{9}$

D. $\frac{5}{18}$

Chương II: TỔ HỢP - XÁC SUẤT

Câu 1. Cho hai tập hợp hữu hạn A và B, kí hiệu $n(A)$ là số phần tử của tập hợp A. Khi đó

A. $n(A \cup B) = n(A) \cup n(B)$

B. $n(A \cup B) = n(A) - n(B)$

C. $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

D. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Câu 2. Cho hai tập hợp hữu hạn A và B không có phần tử chung, ký hiệu $n(A)$ là số phần tử của tập hợp A. Khi đó

A. $n(A \cup B) = n(A) \cup n(B)$

B. $n(A \cup B) = n(A) \cap n(B)$

C. $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

D. $n(A \cup B) = n(A) - n(B)$

Câu 3. Cho hai tập hợp hữu hạn A và B, kí hiệu $n(A)$ là số phần tử của tập hợp A. Khi đó

A. $n(A \setminus B) = n(A) - n(B)$

B. $n(A \setminus B) = n(A) - n(B) + n(A \cap B)$

C. $n(A \setminus B) = n(A) - n(B) - n(A \cap B)$

D. $n(A \setminus B) = n(A) - n(A \cap B)$

Câu 4. Phát biểu nào sau đây là sai ?

A. Nếu A và B là hai tập hợp không giao nhau thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

B. Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo một trong hai phương án A và B. Có n cách thực hiện phương án A và m cách thực hiện phương án B. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi m+n cách.

C. Giả sử phải thực hiện hai công việc A hoặc B. Có n cách thực hiện công việc A và m cách thực hiện công việc B. Khi đó hai công việc có thể thực hiện bởi $m+n$ cách.

D. Giả sử phải thực hiện hai công việc A hoặc B độc lập với nhau. Có m cách thực hiện công việc A và n cách thực hiện công việc B. Khi đó có thể thực hiện được hai công việc bởi $m+n$ cách.

Câu 5. Một bạn có 20 quyển sách, 30 quyển vở. Khi đó tổng số sách vở của hai bạn ấy là bao nhiêu?

- A. 20 B. 30 C. 50 D. 10

Câu 6. Một khung gỗ có hình ngũ giác lồi ABCDE (các đỉnh lấy theo thứ tự đó) và có một thanh gỗ nối đường chéo AD. Một con kiens đi từ A đến D một cách ngẫu nhiên. Khi đó số cách khác nhau mà con kiến có thể đi là bao nhiêu?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 7. Một trường trung học phổ thông có 150 học sinh khối 10, có 250 học sinh khối 11 và có 180 học sinh khối 12. Khi đó, tổng số học sinh của trường đó là bao nhiêu?

- A. 150 B. 250 C. 180 D. 580

Câu 8. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một trong số các viên bi thuộc hộp đó?

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 60

Câu 9. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một trong các viên bi thuộc hộp đó?

- A. 10 B. 15 C. 25 D. 5

Câu 10. Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 15 bạn học giỏi môn văn, 20 bạn học giỏi môn toán, 10 bạn vừa học giỏi văn vừa học giỏi toán. Khi đó, số bạn không học giỏi môn nào (trong số hai môn là văn hoặc toán) của lớp đó là bao nhiêu

- A. 5 B. 15 C. 20 D. 25

Câu 11. Một câu lạc bộ có 60 người đăng kí học một trong hai môn cờ vua hoặc bóng đá. Biết rằng trong số đó có 50 người đăng kí học môn cờ vua, người đăng kí học môn bóng đá. Khi đó, số người đăng kí học cả hai môn cờ vua và bóng đá là bao nhiêu?

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 0

Câu 12. Từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng ô tô, tàu hỏa hoặc tàu thủy. Mỗi ngày có 2 chuyến ô tô, 10 chuyến tàu hỏa, 15 chuyến tàu thủy. Khi đó, một người muốn đi từ tỉnh A đến tỉnh B có thể lựa chọn số cách đi khác nhau là bao nhiêu?

- A. 10 B. 15 C. 25 D. 50

Câu 13. Một đội thi đẩy bóng bàn có 6 vận động viên nam và 5 vận động viên nữ. Ljo đó, số cách chọn ngẫu nhiên một đội nam nữ trong số các vận động viên của đội để thi đấu là bao nhiêu?

- A. 5 B. 6 C. 11 D. 30

Câu 14. Cho tập hợp A gồm m phần tử, tập B gồm n phần tử. Khi đó, số cách chọn ngẫu nhiên một cặp (x,y) trong đó x thuộc tập hợp A, y thuộc tập hợp B là bao nhiêu?

- A. m B. N C. m+m D. m.n

Câu 15. Cho tập A gồm m phần tử, tập B gồm n phần tử và tập C có p phần tử. Gọi $D = \{(x, y, z) | x \in A, y \in B, x \in C\}$ (mỗi phần tử của tập hợp D là một bộ gồm 3 phần tử (x,y,z) sao cho x,y,z thứ tự lấy trong tập A,B,C). Khi đó số phần tử của tập hợp D là bao nhiêu?

- A. m B. m+n+p C. mn+np+pn D. m.n.p

Câu 16. Một khóa có 3 vòng, mỗi vòng có các khoảng gần các số là 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Người ta có thể chọn trên mỗi vòng một số để tạo thành khóa cho mình. Khi đó, có bao nhiêu cách để tạo ra cách khóa khác nhau?

- A. 27 B. 20 C. 729 D. 1000

Câu 17. Có 8 ô hình vuông được xếp thành một hàng dọc. Có hai loại bìa hình vuông được tô màu đỏ hoặc màu xanh. Mỗi ô vuông được gắn ngẫu nhiên một miếng bìa hình vuông nói trên, mỗi cách gắn như thế gọi là một tín hiệu. Khi đếm số tín hiệu khác nhau được tạo thành một cách ngẫu nhiên theo cách trên là bao nhiêu?

- A. 16 B. 64 C. 128 D. 256

Câu 18. Một trường trung học phổ thông có 100 học sinh khối 10, có 150 học sinh khối 11 và 200 học sinh khối 12. Người ta muốn cử ra 3 người, mỗi người thuộc một khối để thay mặt học sinh nhà trường đi dự trại hè. Khi đó, có bao nhiêu cách cử ngẫu nhiên 3 học sinh của trường đó đi dự trại hè?

- A. 450 B. 1350 C. 3000000 D. 6000000

Câu 19. Đầu xuân 4 bạn A, B, C, D muốn rủ nhau đi chơi. Nhưng chưa biết khởi hành như thế nào cho tiện, do đó họ quy ước nếu ai xuất phát đầu tiên sẽ đến nhà bạn thứ hai, sau đó cả hai bạn đó sẽ đến nhà bạn thứ ba và cứ thế tiếp tục đến khi có mặt cả 4 bạn. Khi đó có thể xảy ra bao nhiêu trường hợp?

- A. 1 B. 4 C. 16 D. 24

Câu 20. Một đề thi có 5 câu là A, B, C, D, E. Để có thể có những đề khác nhau mà vẫn đảm bảo tương đương, người ta đảo thứ tự câu các câu hỏi đó. Khi đó, số đề khác nhau có thể có được là bao nhiêu?

- A. 5 B. 25 C. 120 D. 3125

Câu 21. Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Khi đó, có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ các chữ số đã cho?

- A. 1 B. 36 C. 72 D. 46656

Câu 22. Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Khi đó, có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số, đôi một khác nhau, được thành lập từ các chữ số đã cho?

- A. 1 B. 36 C. 720 D. 1440

Câu 23. Có 10 gói quà để phát ngẫu nhiên cho 10 người. Khi đó. Có tối đa bao nhiêu trường hợp có thể xảy ra?

- A. 1 B. 100 C. 1628800 **D. 10000000000**

Câu 24. Có 10 gói quà để phát ngẫu nhiên cho 10 người, mỗi người một gói quà. Khi đó. Có tối đa bao nhiêu trường hợp có thể xảy ra?

- A. 1 B. 100 **C. 1628800** D. 10000000000

Câu 25. Có 10 bạn nam và 10 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành hàng dọc nhưng xen kẽ một nữ một nam. Khi đó, có tối đa bao nhiêu cách sắp xếp?

- A. 20 B. 20! C. $(10!)^2$ **D. $2(10!)^2$**

Câu 26. Cho tập hợp A gồm n phần tử và k là một số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Mỗi cách lấy ra k phần tử

- A. Phân biệt của tập hợp A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho
B. Đôi một khác nhau của tập A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho
C. Có phân biệt thứ tự của tập A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho
D. Không phân biệt thứ tự của tập A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho

Câu 27. Một giải thể thao chỉ có ba giải là nhất, nhì và ba. Trong số 20 vận động viên đi thi, số khả năng chọn ra ba người có thể được ban tổ chức trao giải nhất, nhì và ba một cách ngẫu nhiên là bao nhiêu?

- A. 1 B. 3 C. 6 **D. 1140**

Câu 28. Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Khi đó, có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số, đôi một khác nhau, được thành lập từ các chữ số đã cho?

- A. 6 B. 18 **C. 120** D. 729

Câu 29. Một lớp có 40 học sinh. Khi đó, có bao nhiêu cách khác nhau để cử ngẫu nhiên 10 học sinh bất kì của lớp đi trực trường?

A. 4

B. $P_{10}=10!$

C. $P_{30}=30!$

D. $C_{40}^{10}=847660528$

Câu 30. Trên đường tròn cho n điểm (phân biệt). Có bao nhiêu tam giác có đỉnh trong số các điểm đã cho?

A. n

B. C_n^3

C. C_{n-3}^3

D. $\frac{1}{3}C_n^3$

Câu 31. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh, 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách để chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi có cùng màu trắng?

A. C_{10}^8

B. C_{20}^8

C. C_{30}^8

D. C_{60}^8

Câu 32. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách để chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi cùng màu?

A. $C_{10}^8 \cdot C_{20}^8 \cdot C_{30}^8$

B. $C_{10}^8 + C_{20}^8 + C_{30}^8$

C. C_{30}^8

D. C_{60}^8

Câu 33. Trên mặt phẳng P có hai đường thẳng cắt nhau d và d'. Trên mặt phẳng đó có m đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng d, đồng thời có n đường thẳng phân biệt và cùng song song với đường thẳng d'. Khi đó số các hình bình hành được tạo thành từ các đường thẳng song song nói trên là bao nhiêu?

A. $m.n$

B. C_{m+n}^2

C. $C_m^2 + C_n^2$

D. $C_m^2 \cdot C_n^2$

Câu 34. Cho tam giác ABC, trên mỗi cạnh AB, BC, CA lần lượt lấy m, n, p điểm (không trùng với đỉnh của tam giác). Khi đó, số tam giác d= có đỉnh trong số các đỉnh đã cho là bao nhiêu?

A. $m.n.p$

B. $C_m^2 + C_n^2 + C_p^2$

C. $C_m^2 \cdot C_n^2 \cdot C_p^2$

D. $C_{m+n+p}^2 - (C_m^2 + C_n^2 + C_p^2)$

Câu 35. Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Khi đó, số các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số đã cho là bao nhiêu?

A. $A_6^4 = 360$

B. $A_7^4 = 840$

C. $C_7^4 = 35$

D. 720

Câu 36. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Số cách chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó được 8 viên bi và không có viên bi nào màu xanh là bao nhiêu?

A. $C_{20}^8 \cdot C_{30}^8$

B. $C_{10}^8 + C_{30}^8$

C. C_{40}^8

D. C_{60}^8

Câu 37. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi trong đó có đúng một viên bi màu xanh?

A. $C_{20}^1 \cdot C_{40}^7$

B. $C_{20}^1 + C_{40}^7$

C. $C_{40}^8 - C_{20}^8$

D. $C_{60}^8 - C_{20}^8$

Câu 38. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi trong đó có ít nhất một viên bi màu xanh?

A. $C_{20}^1 \cdot C_{40}^7$

B. $C_{20}^1 + C_{20}^2 + C_{20}^3 + C_{20}^4 + C_{20}^5 + C_{20}^6 + C_{20}^7$

C. $C_{60}^8 - C_{20}^8$

D. $C_{60}^8 - C_{40}^8$

Câu 39. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi trong đó có đúng một viên bi màu xanh và có đúng 2 viên bi màu đỏ?

A. $C_{20}^1 \cdot C_{30}^2$

B. $C_{20}^1 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{10}^5$

C. $C_{20}^1 + C_{30}^2 + C_{10}^5$

D.

$$C_{60}^8 - (C_{10}^5 + C_{20}^5 + C_{30}^5)$$

Câu 40. Với n, k là các số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq k \leq n$, gọi $S = C_{n-3}^k + 3C_{n-3}^{k-1} + 3C_{n-3}^{k-2} + C_{n-3}^{k-3}$.

Thì S có giá trị là bao nhiêu?

A. $S = C_{n-2}^k$

B. $S = C_{n-1}^k$

C. $S = C_n^k$

D. $S = 3C_n^k$

Câu 41. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $C_{2007}^7 = C_{2006}^7 + C_{2006}^6$

B. $C_{2007}^7 = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^6$

C. $C_{2007}^7 = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^{1999}$

D. $C_{2007}^7 = C_{2006}^7 + C_{2006}^{2000}$

Câu 42. Theo bạn, đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + \dots + C_{2n}^n = C_{2n}^{n+1} + C_{2n}^{n+2} + \dots + C_{2n}^{2n}$

B. $C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + \dots + C_{2n}^{n-1} = C_{2n}^{n+1} + C_{2n}^{n+2} + \dots + C_{2n}^{2n}$

C. $C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + \dots + C_{2n}^{n-2} = C_{2n}^{n+1} + C_{2n}^{n+2} + \dots + C_{2n}^{2n}$

D. $C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + \dots + C_{2n}^{n+1} = C_{2n}^{n+1} + C_{2n}^{n+2} + \dots + C_{2n}^{2n}$

Câu 43. Khi khai triển $p(x) = (x + y)^6$ thành đa thức thì:

A. $p(x) = x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$

B. $p(x) = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$

C. $p(x) = x^6 + 6x^5y - 15x^4y^2 - 20x^3y^3 - 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$

D. $p(x) = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 - 15x^2y^4 - 6xy^5 - y^6$

Câu 44. Khai triển $p(x) = (x - 2y)^6$ thành đa thức, thì:

A. $p(x) = x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$

B. $p(x) = x^6 - 6x^5 \cdot 2y + 15x^4 \cdot 2y^2 - 20x^3 \cdot 2y^3 + 15x^2 \cdot 2y^4 - 6x \cdot 2y^5 + 2y^6$

C. $p(x) = x^6 + 6x^5 2y + 15x^4 2y^2 + 20x^3 2y^3 + 15x^2 2y^4 + 6x 2y^5 + 2y^6$

D. $p(x) = x^6 - 12x^5 y + 60x^4 y^2 - 160x^3 y^3 + 240x^2 y^4 - 192xy^5 + 64y^6$

Câu 45. Gọi $S = 2^5 + 5.2^4.3 + 10.2^3.3^2 + 10.2^2.3^3 + 5.2.3^4 + 3^5$ thì giá trị của S là bao nhiêu?

A. $S=625$

B. $S=3125$

C. $S=18750$

D. $S=1$

Câu 46. Gọi $S = 7^5 - 5.7^4.3 + 10.7^3.3^2 - 10.7^2.3^3 + 5.2.3^4 + 3^5$ thì giá trị của S là bao nhiêu?

A. $S=1000000$

B. $S=1024$

C. $S=-1024$

D. $S=1$

Câu 47. Gọi $S = x^6 - 6x^5 3y + 15x^4 (3y)^2 - 20x^3 (3y)^3 + 15x^2 (3y)^4 - 6x (3y)^5 + (3y)^6$ thì S là biểu thức nào sau đây?

A. $S = (x + y)^6$

B. $S = (x - y)^6$

C. $S = (x + 3y)^6$

D. $S = (x - 3y)^6$

Câu 48. Gọi $S = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ thì S là biểu thức nào dưới đây?

A. $S = (1 - 2x)^5$

B. $S = (1 + 2x)^5$

C. $S = (2x - 1)^5$

D. $S = (x - 1)^5$

Câu 49. Theo bạn, đẳng thức nào sau đây là chính xác?

A. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = C_{n+1}^2$

B. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = A_{n+1}^2$

C. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$

D. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = A_n^1 + A_n^2 + \dots + A_n^n$

Câu 50. Theo bạn, biểu thức nào sau đây là chính xác?

A. $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$

B. $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} > C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$

C. $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} < C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$

$$D. C_{2n}^0 - C_{2n}^2 - C_{2n}^4 - \dots - C_{2n}^{2n-2} + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 - C_{2n}^3 - C_{2n}^5 - \dots - C_{2n}^{2n-3} + C_{2n}^{2n-1}$$

Câu 51. Gọi $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$, thì giá trị của S là bao nhiêu?

A. $S=0$

B. $S=n$

C. $S=2^n$

D. $S=n^n$

Câu 52. Gọi $p(x) = (3x-1)^n$. Khai triển đa thức ta được $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

Khi đó đẳng thức nào dưới đây là chính xác?

A. $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 2^n$

B. $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 2$

C. $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 1$

D. $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 0$

Câu 53. Gọi $p(x) = (5x-1)^{2007}$. Khai triển thành đa thức ta được

$p(x) = a_{2007} x^{2007} + a_{2006} x^{2006} + \dots + a_1 x + a_0$. Khi đó đẳng thức nào dưới đây là chính xác?

A. $a_{2000} = -C_{2007}^7 \cdot 5^7$

B. $a_{2000} = C_{2007}^7 \cdot 5^7$

C. $a_{2000} = -C_{2007}^{2000} \cdot 5^{2000}$

D. $a_{2000} = C_{2007}^{2000} \cdot 5^{2000}$

Câu 54. Gọi $p(x) = (2x-1)^{1000}$. Khai triển thành đa thức ta

được $p(x) = a_{1000} x^{1000} + a_{999} x^{999} + \dots + a_1 x + a_0$. Khi đó, đẳng thức nào sau đây là chính xác?

A. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 2^n$

B. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 2^n - 1$

C. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 1$

D. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 0$

Câu 55. Với n, k, p là các số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq k, p \leq n$ thì đẳng thức nào dưới đây là sai?

A. $C_n^k = C_{n-2}^k + 2C_{n-2}^{k-1} + C_{n-2}^{k-2}$

B. $C_n^k = C_{n-3}^k + 3C_{n-3}^{k-1} + 3C_{n-3}^{k-2} + C_{n-3}^{k-3}$

C. $C_n^k = C_{n-4}^k + 4C_{n-4}^{k-1} + 6C_{n-4}^{k-2} + 4C_{n-4}^{k-3} + C_{n-4}^{k-4}$

$$D. C_n^k = C_{n-p}^k + pC_{n-p}^{k-1} + (p+2)C_{n-p}^{k-2} + pC_{n-p}^{k-3} + C_{n-p}^{k-4}$$

Câu 56. Xét phép thử là gieo hai đồng tiền cùng một lúc, hai lần (không tính trường hợp hai đồng tiền xếp đè lên nhau) ta có không gian mẫu là

$$A. \Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$$

$$B. \Omega = \{SS, SN, NN\}$$

$$C. \Omega = \{(SS, SS), (SS, SN), (SS, NN), (SN, NN), (SN, SS), (NN, SS), (NN, NN)\}$$

D.

$$\Omega = \{(SS, SS), (SS, SN), (SS, NN), (SN, SS), (SN, SN), (SN, NN), (NN, SS), (NN, SN), (NN, NN)\}$$

Câu 57. Xét phép thử là gieo hai đồng tiền cùng một lúc, hai lần (không tính trường hợp hai đồng tiền xếp đè lên nhau). Gọi A là biến cố “kết quả của hai lần gieo là như nhau” thì

$$A. A = \{SS, NN\}$$

$$B. A = \{(SS, SS), (NN, NN)\}$$

$$C. A = \{(SS, SS), (SS, NN), (NN, SS), (NN, NN)\}$$

D.

$$A = \{(SS, SS), (SS, SN), (SS, NN), (SN, SS), (SN, SN), (SN, NN), (NN, SS), (NN, SN), (NN, NN)\}$$

Câu 58. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi N là biến cố “lần đầu xuất hiện mặt năm chấm” thì:

$$A. N = \{5; 5\}$$

$$B. N = \{(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5)\}$$

$$C. N = \{(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6)\}$$

$$D. N = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6)\}$$

Câu 59. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi T là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện bằng 9” thì:

$$A. T = \{9\}$$

$$B. T = \{(9; 1), (9; 2), (9; 3), (9; 4), (9; 5), (9; 6)\}$$

$$C. T = \{(9; 0), (8; 1), (7; 2), (6; 3), (5; 4), (4; 5), (3; 6), (2; 7), (1; 8), (0; 9)\}$$

D. $T = \{(6;3), (5;4), (4;5), (3;6)\}$

Câu 60. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi A là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện là một số chẵn”, gọi B là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện bằng 7” thì

A. A là biến cố đối của B .

B. A và B là hai biến cố xung khắc.

C. A là biến cố chắc chắn.

D. A là biến cố không thể.

Câu 61. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi A là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện là một số chẵn”, gọi B là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện là một số lẻ” thì $A \cup B$.

A. Là biến cố đối của B .

B. Là biến cố đối của A .

C. Là biến cố chắc chắn.

D. Là biến cố không thể.

Câu 62. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi N là biến cố “lần đầu xuất hiện mặt 5 chấm”, gọi M là biến cố “lần hai xuất hiện mặt 5 chấm” thì:

A. $M \cap N = \{5;5\}$.

B. $M \cap N = \{(5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6)\}$

C. $M \cap N = \{(1;5), (2;5), (3;5), (4;5), (5;5), (6;5)\}$

D. $M \cap N = \{(5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6), (1;5), (2;5), (3;5), (4;5), (5;5), (6;5)\}$

Câu 63. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi N là biến cố “lần đầu xuất hiện mặt 5 chấm”, gọi M là biến cố “lần hai xuất hiện mặt 5 chấm” thì:

A. $M \cup N = \{5;5\}$.

B. $M \cup N = \{(5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6)\}$

C. $M \cup N = \{(1;5), (2;5), (3;5), (4;5), (5;5), (6;5)\}$

D. $M \cup N = \{(5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6), (1;5), (2;5), (3;5), (4;5), (5;5), (6;5)\}$

Câu 64. Một hộp có chứa 15 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 25 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra một viên bi. Khi đó, xác suất để lấy được một viên bi có màu đỏ là bao nhiêu?

A. 1

B. 25

C. $\frac{5}{12}$

D. $\frac{5}{7}$

Câu 65. Một hộp có chứa 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 25 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra năm viên bi. Khi đó, xác suất để lấy được cả năm viên bi đều có màu xanh là bao nhiêu?

A. 4

B. C_{20}^5

C. $\frac{C_{20}^5}{C_{55}^5}$

D. $\frac{C_{20}^5}{C_{35}^5}$

Câu 66. Một hộp có chứa 30 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 25 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra mười viên bi. Khi đó, xác suất để lấy được cả mười viên bi đều không có màu trắng là bao nhiêu?

A. C_{30}^{10}

B. C_{45}^{10}

C. $\frac{C_{30}^{10}}{C_{75}^{10}}$

D. $\frac{C_{45}^{10}}{C_{75}^{10}}$

Câu 67. Một hộp có chứa 5 viên bi màu trắng, 15 viên bi màu xanh và 35 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 8 viên bi. Khi đó, xác suất để trong số các viên bi được lấy ra có đúng một viên bi có màu xanh là bao nhiêu?

A. C_{15}^1

B. $C_{15}^1 \cdot C_{40}^7$

C. $\frac{C_{15}^1 \cdot C_{40}^7}{C_{55}^8}$

D. $\frac{C_{55}^8 - C_{20}^8}{C_{55}^8}$

Câu 68. Một hộp có chứa 5 viên bi màu trắng, 15 viên bi màu xanh và 35 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra bảy viên bi. Khi đó, xác suất để lấy được ít nhất một viên bi có màu đỏ là bao nhiêu?

A. C_{35}^1

B. $C_{35}^1 \cdot C_{20}^6$

C. $\frac{C_{35}^7}{C_{55}^7}$

D. $\frac{C_{55}^7 - C_{20}^7}{C_{55}^7}$

Câu 69. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ (biết rằng mỗi người ném bóng vào rổ của mình). Gọi A là biến cố: “cả hai cùng ném không trúng bóng vào rổ”, gọi B là biến cố “có ít nhất một người ném trúng bóng vào rổ”. Khi đó, A và B là hai biến cố

A. Đối nhau
nhau.

B. Xung khắc và không phải là đối

C. Không thể

D. Chắc chắn

Câu 70. Một xạ thủ bắn vào bia một viên đạn, với xác suất bằng trúng là $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: “xạ thủ đó bắn trượt”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $p(A) = 0$

B. $p(A) = \frac{1}{7}$

C. $p(A) = \frac{2}{7}$

D. $p(A) = \frac{5}{7}$

Câu 71. Một cầu thủ sút bóng vào cầu môn hai lần. Biết rằng xác suất sút vào cầu môn mỗi quả bóng là $\frac{3}{8}$. Gọi A là biến cố: “cầu thủ đó sút vào cầu môn cả hai quả”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $p(A) = \frac{3}{8}$

B. $p(A) = \frac{3}{4}$

C. $p(A) = \frac{9}{64}$

D. $p(A) = \frac{3}{64}$

Câu 72. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: “cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $p(A) = \frac{12}{35}$

B. $p(A) = \frac{1}{25}$

C. $p(A) = \frac{4}{49}$

D. $p(A) = \frac{2}{35}$

Câu 73. Hai xạ thủ độc lập nhau cùng bắn vào bia, mỗi người bắn vào bia của mình một viên đạn. Biết rằng xác suất bắn viên đạn trúng vào bia của từng người tương ứng là $\frac{2}{7}$ và $\frac{1}{8}$. Gọi A là biến cố: “cả hai xạ thủ cùng bắn trượt”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $p(A) = \frac{23}{56}$ B. $p(A) = \frac{1}{28}$ C. $p(A) = \frac{5}{8}$ D. $p(A) = \frac{1}{4}$

Một bộ bài tú lơ khơ có 52 quân, với các chất rô, cơ, pích và nhép. Các quân bài được ghi số là 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; J; Q; K và A (đọc là át). Dùng kiến thức này để làm các bài tập từ số 74 đến số 77 dưới đây.

Câu 74. Một người lấy ngẫu nhiên từ bộ bài tú lơ khơ 4 quân bài, thì số cách lấy khác nhau là bao nhiêu?

A. 13 B. $4! = 24$ C. $A_{52}^4 = 6497400$ D. $C_{52}^4 = 270725$

Câu 75. Một người lấy ngẫu nhiên từ bộ bài tú lơ khơ 4 quân bài, thì xác suất để người đó lấy được 4 con Q là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{270725}$ B. $\frac{13}{270725}$ C. $\frac{24}{270725}$ D. 1

Bốn quân bài trong bộ bài tú lơ khơ có cùng số và khác chất được gọi là một bộ, chẳng hạn 4 quân át, gồm át rô, át cơ, át pích và át nhép làm thành một bộ.

Câu 76. Một người lấy ngẫu nhiên từ bộ bài tú lơ khơ 6 quân bài, thì số cách để người đó lấy được 4 con thuộc cùng một bộ là bao nhiêu?

A. 1 B. 13 C. $13 \cdot C_{48}^2$ D. C_{52}^4

Câu 77. Một người lấy ngẫu nhiên từ bộ bài tú lơ khơ 6 quân bài, thì xác suất để người đó lấy được 4 con thuộc cùng một bộ là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{133784560}$ B. $\frac{13}{133784560}$ C. $\frac{624}{133784560}$ D. $\frac{14664}{133784560}$

Câu 78. Một đề thi có 15 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có một phương án đúng. Khi thi, một học sinh đã chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời với mỗi câu của đề thi đó. Trong trường hợp đó xác suất để học sinh đó trả lời đúng cả 15 câu là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{15}$

D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{15}$

Câu 79. Một đề thi có 20 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có một phương án đúng. Khi thi, một học sinh đã chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời với mỗi câu của đề thi đó. Trong trường hợp đó xác suất để học sinh đó trả lời không đúng cả 20 câu là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{1}{20}$

D. $\left(\frac{3}{4}\right)^{20}$

Câu 80. Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất hai lần. Gọi A là biến cố “tổng số chấm xuất hiện trên mặt của xúc sắc sau hai lần gieo là một số lẻ”. Khi đó xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $\frac{20}{36}$

B. $\frac{18}{36}$

C. $\frac{12}{36}$

D. $\frac{6}{36}$

Câu 81. Một cơ quan tổ chức xổ số vui xuân, phát hành các vé được đánh số từ 001, 002, ..., 248, 249, 250. Quy ước số tận cùng bên phải của mỗi vé số là số hàng đơn vị, chẳng hạn vé số 137 thì có số 7 ở hàng đơn vị. Người ta quay 3 lần, mỗi lần lấy một số và lấy 3 số khác nhau. Mỗi số đó được coi là số ở hàng đơn vị. Người có vé số mà số hàng đơn vị trùng với số quay sẽ trúng giải. Như thế, xác suất để một người nào đó trong cơ quan đó trúng giải là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{74}{250}$

C. $\frac{75}{250}$

D. $\frac{76}{250}$

Câu 82. Ký hiệu P_n là số hoán vị của n phần tử của một tập hợp A có n phần tử cho trước (tức là $P_n = n!$). Nếu $P_n = 2007 \cdot P_{n-1}$ thì giá trị của n là bao nhiêu?

A. $n = 2$

B. $n = 2006$

C. $n = 2007$

D. $n = 2008$

Câu 83. Ký hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử thuộc một tập hợp A có n phần tử cho trước. Nếu $\frac{A_n^4}{A_{n-1}^4} = \frac{6}{5}$ thì giá trị của n là bao nhiêu?

A. $n = 1$

B. $n = 2$

C. $n = 3$

D. $n = 24$

Câu 84. Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử của một tập hợp A có n phần tử cho trước (tức là $P_n = n!$). Nếu $P_{n+1} = 123.P_{n-1}$ thì giá trị của n là bao nhiêu?

A. $n = 2$

B. $n = 11$

C. $n = 12$

D. $n = 13$

Câu 85. Một hội đồng giáo viên gồm có 17 cô giáo và 13 thầy giáo. Nhà trường lập danh sách chấm thi gồm 5 giáo viên trong trường một cách ngẫu nhiên. Khi đó, xác suất để cả 5 người được đưa vào danh sách chấm thi đều là thầy giáo là bao nhiêu?

A. $\frac{C_{13}^5}{C_{30}^5}$

B. $\frac{C_{17}^5}{C_{30}^5}$

C. $\frac{C_{17}^5 + C_{13}^5}{C_{30}^5}$

D. $\frac{C_{17}^5 \cdot C_{13}^5}{C_{30}^5}$

Câu 86. Gọi C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử thuộc tập hợp A cho trước. Biết rằng $C_x^2 = 190$ thì giá trị của x là bao nhiêu?

A. $x = 18$

B. $x = 19$

C. $x = 20$

D. $x = 21$

Câu 87. Gọi C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử thuộc tập hợp A cho trước. Biết rằng

$$\begin{cases} C_x^2 = 190 \\ C_x^y = C_x^{y+2} \end{cases} \text{ thì giá trị của } x \text{ và } y \text{ là bao nhiêu?}$$

A. $x = 18; y = 8$

B. $x = 20; y = 9$

C. $x = 22; y = 10$

D. $x = 24; y = 11$

HOÁN VỊ - TỔ HỢP – XÁC SUẤT

Câu 1: Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và chia hết cho 5:

A. 720

B. 24

C. 60

D. 216

Câu 2: Cho $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau là số lẻ.

A. 100

B. 48

C. 120

D. 60

Câu 3: Có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh sao cho số học sinh nữ là số lẻ.

- A. 120 B. 60 C. 252 D. 3600

Câu 4: Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh A,B,C,D,E sao cho A,B ngồi cạnh nhau.

- A. 12 B. 120 C. 24 D. 48

Câu 3: Cho tập $A = \{1; 2; 3; 5; 7; 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

- A. 120 B. 360 C. 720 D. 24

Câu 5: Với các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau trong đó hai chữ số 2, 3 không đứng cạnh nhau?

- A. 72 B. 96 C. 120 D. 48

Câu 6: Từ A đến B có 3 cách, B đến C có 5 cách, C đến D có 2 cách. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?

- A. 60 B. 90 C. 30 D. 900

Câu 7: Trong một mặt phẳng có 5 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi tổng số đoạn thẳng và tam giác có thể lập được từ các điểm trên là:

- A. 80 B. 20 C. 10 D. 40

Câu 8: Có 9 đường thẳng song song cắt 10 đường thẳng song song. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo ra từ các đường trên.

- A. 19 B. 90 C. 1620 D. 6480

Câu 9: Có 7 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi. Xác suất của biến cố A sao cho chọn đúng 3 viên bi xanh là.

- A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{11}{12}$

Câu 10: Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính xác suất biến cố sao cho tổng 3 chữ số bằng 9.

A. $\frac{9}{20}$

B. $\frac{7}{20}$

C. $\frac{3}{20}$

D. $\frac{1}{20}$

Câu 11: Có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trực nhật. Tính xác suất sao cho có cả nam và nữ.

A. $\frac{5}{21}$

B. $\frac{10}{21}$

C. $\frac{41}{42}$

D. $\frac{1}{42}$

Câu 12: Gieo 1 con súc sắc 2 lần. Xác suất của biến cố A sao cho tổng số chấm trong 2 lần bằng 8 là.

A. $\frac{5}{36}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{13}{36}$

Câu 13 : Gieo con súc sắc 2 lần. Tính xác suất các biến cố sao cho Tổng số chấm 2 lần gieo là số nguyên tố.

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{12}$

C. $\frac{1}{18}$

D. $\frac{5}{36}$

Câu 14: Một hộp có 7 viên bi trắng, 6 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất lấy được cả 3 viên bi không có bi đỏ.

A. $\frac{1}{560}$

B. $\frac{1}{16}$

C. $\frac{1}{28}$

D. $\frac{143}{280}$

Câu 15: Trường THPT Ba Chúc có 9 lớp 11. Chia làm 2 bảng thi đấu bóng đá (1 bảng 5, 1 bảng 4). Tính xác suất để 11A5, 11A6 chung 1 bảng.

A. $\frac{7}{9}$

B. $\frac{5}{9}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{2}{9}$

Câu 16: Có 4 nam, 5 nữ xếp thành một hàng dọc. Tính xác suất để nam, nữ xen kẽ nhau.

- A. $\frac{1}{126}$ B. $\frac{1}{63}$ C. $\frac{1}{36}$ D. $\frac{13}{36}$

Câu 17: Có 4 nam, 5 nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất để 4 nam ở cạnh nhau.

- A. $\frac{5}{126}$ B. $\frac{1}{63}$ C. $\frac{5}{36}$ D. $\frac{1}{21}$

Câu 18: Một đội văn nghệ gồm 10 người (6 nam – 4 nữ). Chọn ngẫu nhiên 5 người hát tốp ca. Tính xác suất sao cho có cả nam và nữ đồng thời số nam là số nguyên tố.

- A. $\frac{5}{7}$ B. $\frac{10}{21}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{5}{21}$

TỔNG HỢP TIẾP THEO

Câu 1. Từ tỉnh A đến tỉnh B có 4 đường đi, từ tỉnh B đến tỉnh C có 5 đường đi và muốn đi từ A đến C sau đó từ C trở về A sao cho không có con đường nào lúc đi trùng với con đường lúc về?

- A. 40 ; B. 80; C. 120; D. 240.

Câu 2. Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự. mỗi ông bắt tay một lần với mọi người trừ vợ mình, các bà không ai bắt tay với nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay?

- A. 312 ; B. 234; C. 185; D. 78.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên (không bắt đầu bởi 0) gồm 5 chữ số, trong đó 3 chữ số cuối khác nhau từng đôi một?

- A. 64800 ; B. 27216; C. 30242; D. 45360.

Câu 4. Xét sơ đồ mạng điện (hình 4) có 8 công tắc, mỗi công tắc có hai trạng thái

Đóng – mở. Hỏi có bao nhiêu cách đóng – mở 8 công tắc trên để mạng điện thông mạch từ A - B ?



A

B

Hình 4.

A. 8 ;

B. 31;

C. 32;

D. 256.

Câu 5. Giải bóng đá A1 toàn quốc có 12 đội tham dự, thi đấu vòng tròn hai lượt, lượt đi và lượt về. Hỏi từ trận khai mạc đến khi kết thúc giải có tất cả bao nhiêu trận đấu?

A. 66 ;

B. 111;

C. 132;

D. 156.

Câu 6. Trong một giải bóng đá, ở vòng tứ kết còn lại 8 đội bóng. Ban tổ chức muốn chia 8 đội bóng này thành 4 cặp thi đấu đối kháng để loại trực tiếp. Hỏi có bao nhiêu cách chia như vậy?

A. 105 ;

B. 210;

C. 840;

D. Một kết quả

khác

Câu 7. Có 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Trên mỗi tấm thẻ chỉ ghi 1 số. Có bao nhiêu cách chọn 3 trong 9 tấm thẻ này sao cho tổng các số ghi trên chúng là một số chẵn ?

A. 4 ;

B. 44;

C. 60;

D. 64.

Câu 8 . cho tập hợp A có n phần tử (n số nguyên dương) và số nguyên dương k thỏa $1 \leq k \leq n$. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A là một cách chọn k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nhất định.

II) $P_n \geq A_n^k$.

A. I;

B. II;

C. I và II đều sai;

D. I và II đều đúng.

Câu 9. Cho tập hợp A có n phần tử (n nguyên dương) và số nguyên dương k thỏa $1 \leq k \leq n$. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) Một tổ hợp chập k của n phần tử của A là một tập con gồm k phần tử của A.

II) Một hoán vị của n phần tử của A là một chỉnh hợp chập n của n phần tử của A.

$$\text{II) } C_n^k = \frac{P_n}{P_k \cdot P_{n-k}}.$$

A. I;

B. II;

C. III ;

D. I , II , III.

Câu 10. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 thanh niên trong đó có 6 nam và 4 nữ đứng thành một hàng ngang để sao cho 4 nữ đứng cạnh nhau?

A. 5040;

B. 120960;

C. 17280;

D. 151200.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi xung quanh một bàn tròn sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau?

A. 14000 ;

B. 2880;

C. 5760;

D. 28000.

Câu 12. Trong một cuộc thi chạy việt dã có 40 vận động viên tham gia. Nếu không kể trường hợp có hai vận động viên về đích cùng một lúc có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với vị trí nhất, nhì, ba, tư và năm ?

A. 658008 ;

B. 78960960;

C. 59280;

D. 7896096.

Câu 13. Một lớp học có 30 học sinh trong đó có 12 nam và 18 nữ. Từ những học sinh này, giáo viên chủ nhiệm lớp thành lập một tổ công tác gồm 5 người trong đó có ít nhất hai nam và hai nữ. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. 262548 ;

B. 107712;

C. 87516;

D. 53856.

Câu 14. Một thầy giáo có 20 bài toán trong đó có 5 bài khó, 5 bài trung bình và 10 bài dễ. Có bao nhiêu cách để thầy giáo xây dựng một đề kiểm tra gồm 5 câu trong đó nhất thiết phải có 2 bài dễ, 1 bài trung bình và 1 bài khó(không kể đến thứ tự các câu trong đề)?

- A. 18000 ; B. 5250; C. 900000; D. 7500.

Câu 15. Từ một chi đoàn của một lớp học gồm 20 đoàn viên. Trong đó có 12 nam và 8 nữ, giáo viên chủ nhiệm lớp muốn thành lập một tổ công tác xã hội gồm 1 tổ trưởng là nam, 1 tổ phó và 1 thủ quỹ là nữ và 5 tổ viên. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập tổ?

- A. A_{20}^8 ; B. 2079168; C. 4158336; D. 42325920.

Câu 16. Từ tập hợp các chữ số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số, đôi một khác nhau, trong đó phải có mặt hai chữ số 1 và 2?

- A. 4200 ; B. 4374; C. 1680; D. 25200.

Câu 17. Cho một bát giác đều (H). Có bao nhiêu tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của (H) và cạnh của nó không phải là cạnh của (H) ?

- A. 24 ; B. 16; C. 22; D. 28.

Câu 18. Tổng các nghiệm của phương trình $C_n^4 + C_n^5 + C_n^6$ (n là số nguyên dương) là:

- A. 13 ; B. 14; C. 15; D. 16.

Câu 19. Cho n là một số nguyên dương, nếu n là nghiệm của phương trình $\frac{A_n^{n-2}}{P_{n-3}} = 171C_n^{n-3}$ bằng:

- A. 1520 ; B. 1540; C. 1140; D. 45.

Câu 20. Nếu hai số nguyên dương x, y là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} C_x^{x-2} - C_y^{y-2} = 37 \\ A_x^2 + A_y^2 = 686 \end{cases} \text{ thì giá trị của biểu thức } xy + x + 2y \text{ là:}$$

A. 398 ; B. 76; C. 360; D. 416.

Câu 21. Tổng các nghiệm của bất phương trình $C_n^{n-2} - 2C_n^1 \leq 18$ là:

A. 35 ; B. 41; C. 44; D. 45.

Câu 22. Tổng các nghiệm của bất phương trình $A_n^3 - 2A_{n-1}^2 \leq 60$ là:

A. 15 ; B. 12; C. 21; D. 18.

Câu 23. Khai triển biểu thức $P_x = (2 + 10)^{10} + (1 - 2x^2)^8$ thành đa thức thì hệ số của x^{10} là:

A. - 1792 ; B. - 55 ; C. - 1791 ; D. 1973.

Câu 24. Số hạng không chứa x trong khai triển Newton của biểu thức $\left(x^2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^7$ là:

A. 448 ; B. - 448 ; C. 84; D. Một kết quả khác.

Câu 25. Có 3 đồng tiền mệnh giá 5000 đồng được chế tạo cân đối. Xét phép thử T là gieo 3 đồng tiền một lần và quan sát sự xuất hiện của số 5000 trên mỗi đồng tiền. Không gian mẫu của phép thử này là bao nhiêu?

A. 8 ; B. 9; C. 12; D. 16.

Câu 26. Một hộp đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số. Phép thử T là lần lượt lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 4 tấm thẻ và xếp theo thứ tự lấy ra, từ trái sang phải sao cho các chữ số ghi trên các tấm thẻ tạo thành một số tự nhiên. Số kết quả có thể xảy ra của phép thử này là:

A. 210 ; B. 840; C. 420; D. 5040.

Câu 27. Giả sử A và B là hai biến cố cung liên quan đến một phép thử T. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) A và B là hai biến có xung khắc $\Leftrightarrow AB = \emptyset$.

II) A và B là hai biến có xung khắc $\Leftrightarrow P(AB) = P(A).P(B)$.

III) A và B là hai biến có xung khắc $\Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

A. chỉ có I;

B. Chỉ có II;

C. I và II;

D. I, II, III.

Câu 28. Giả sử A và B là hai biến cố cùng liên quan đến một phép thử T. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) Hai biến cố A và B gọi là hai biến cố độc lập nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.

II) Hai biến cố A và B gọi là hai biến cố độc lập nếu việc xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng đến việc xảy ra của biến cố kia.

III) A và B là hai biến cố độc lập $\Leftrightarrow P(AB) = 0$.

A. I;

B. II;

C. III;

D. I; II; III.

Câu 29. Giả sử A và B là hai biến cố cùng liên quan đến một phép thử T. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

II) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

III) $P(AB) = P(A).P(B)$.

A. I;

B. II;

C. III;

D. Cả ba đều sai.

Câu 30. Giả sử A và B là hai biến cố cùng liên quan đến một phép thử T. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $|A \cup B| = |A| + |B|$. Trong đó $|A \cup B|, |A|, |B|$ lần lượt là số phần tử của $A \cup B, A, B$.

II) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(AB) = 0$.

III) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì A và B cũng là hai biến cố độc lập.

A. I;

B. II;

C. III;

D. I và II.

Câu 31. Gieo một con xúc sắc được chế tạo cân đối hai lần. Xác suất để lần gieo thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm là:

A. $\frac{1}{6}$;

B. $\frac{1}{36}$;

C. $\frac{25}{36}$;

D. $\frac{35}{36}$.

Câu 32. Một hộp đựng 6 bi đỏ, 5 bi xanh và 4 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó ra 4 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất hai bi đỏ là:

A. $\frac{10}{273}$;

B. $\frac{7}{13}$;

C. $\frac{59}{65}$;

D. $\frac{4}{7}$.

Câu 33. Trong một thùng sữa có 20 hộp sữa trong đó có 80% hộp sữa có chất lượng tốt. Lần lượt lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ thùng đó 2 lần, mỗi lần một hộp sữa. Xác suất để lấy được hai hộp sữa có lượng tốt là:

A. $\frac{1}{4}$;

B. $\frac{28}{45}$;

C. $\frac{6}{19}$;

D. $\frac{12}{19}$.

Câu 34. Tung ba đồng tiền mệnh giá 5000 đồng được chế tạo cân đối. Xác suất để có đúng hai đồng tiền xuất hiện mặt có số 5000 là:

A. $\frac{7}{8}$;

B. $\frac{3}{8}$;

C. $\frac{1}{2}$;

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 35. Một hộp đựng 8 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Từ hộp trên lần lượt lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từng viên bi đến viên bi thứ ba thì dừng. Xác suất để lấy được hai bi đỏ và một bi xanh là:

A. $\frac{28}{55}$;

B. $\frac{56}{165}$;

C. $\frac{28}{165}$;

D. $\frac{14}{55}$.

Câu 36. Chiếc kim của bánh xe trong trò chơi “ Chiếc nón kì diệu” có thể dừng lại ở 1 trong 10 vị trí với khả năng như nhau. Xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau là:

- A. 0.001; B. 0.72; C. 0.072; D. 0.9.

Câu 37. Một cái hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 4 tấm thẻ. Xác suất để lấy được 4 tấm thẻ mà tích 4 số thứ tự của chúng là một số chẵn là:

- A. $\frac{1}{22}$; B. $\frac{1}{66}$; C. $\frac{5}{66}$; D. $\frac{21}{22}$.

Câu 38. X là một biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân phối xác suất như sau:

X	1	2	3	4	5
P	0,05	0,4	0,2	0,3	0,05

Khi đó $P(2 \leq X \leq 4)$ là:

- A. 0,2; B. 0,6; C. 0,9; D. 0,7.

Câu 39. X là một biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân phối xác suất như sau:

X	1	2	3	4	5
P	0,05	0,4	0,2	0,3	0,05

Phương sai của X bằng:

- A. 2,05; B. 1,09; C. 6,6; D. Một kết quả khác.

Câu 40. X là biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân phối như sau:

X	1	2	3	4
P	0,1	0,3	0,2	0,4

Độ lệch chuẩn của X (tính chính xác đến hàng phần trăm)

A. 9,50;

B. 2,57;

C. 1,04;

D. 1,70.

Tổng hợp tiếp theo

Ví dụ 1. Trong một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh, 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính số phần tử của:

1. Không gian mẫu

A. 10626

B. 14241

C. 14284

D. 31311

2. Các biến cố:

A: “ 4 viên bi lấy ra có đúng hai viên bi màu trắng”

A. $n(A) = 4245$

B. $n(A) = 4295$

C. $n(A) = 4095$

D. $n(A) = 3095$

B: “ 4 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ”

A. $n(B) = 7366$

B. $n(B) = 7563$

C. $n(B) = 7566$

D. $n(B) = 7568$

C: “ 4 viên bi lấy ra có đủ 3 màu”

A. $n(C) = 4859$

B. $n(C) = 58552$

C. $n(C) = 5859$

D. $n(C) = 8859$

Ví dụ 2. Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “ xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k = 1, 2, 3, 4$. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4

A: “Lần thứ tư mới bắn trúng bia”

A. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

B. $A = A_1 \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

C. $A = \overline{A_1} \cap A_2 \cap \overline{A_3} \cap A_4$

D. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

B: “Bắn trúng bia ít nhất một lần”

A. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cap A_4$

B. $B = A_1 \cap A_2 \cup A_3 \cup A_4$

C. $B = A_1 \cup A_2 \cap A_3 \cup A_4$

D. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$

c: “ Chỉ bắn trúng bia hai lần”

- A. $C = A_i \cup A_j \cap \overline{A_k} \cap \overline{A_m}$, $i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.
B. $C = A_i \cup A_j \cup \overline{A_k} \cup \overline{A_m}$, $i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.
C. $C = A_i \cap A_j \cup \overline{A_k} \cup \overline{A_m}$, $i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.
D. $C = A_i \cap A_j \cap \overline{A_k} \cap \overline{A_m}$, $i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

Bài 1 Xét phép thử tung con súc sắc 6 mặt hai lần. Tính số phần tử của:

1. Xác định không gian mẫu

A. 36

B. 40

C. 38

D. 35

2. Các biến cố:

A: “ số chấm xuất hiện ở cả hai lần tung giống nhau”

A. $n(A) = 12$

B. $n(A) = 8$

C. $n(A) = 16$

D. $n(A) = 6$

B: “ Tổng số chấm xuất hiện ở hai lần tung chia hết cho 3”

A. $n(B) = 14$

B. $n(B) = 13$

C. $n(B) = 15$

D. $n(B) = 11$

C: “ Số chấm xuất hiện ở lần một lớn hơn số chấm xuất hiện ở lần hai”.

A. $n(C) = 16$

B. $n(C) = 17$

C. $n(C) = 18$

D. $n(C) = 15$

Bài 2: Gieo một đồng tiền 5 lần. Xác định và tính số phần tử của

1. Không gian mẫu

A. $n(\Omega) = 8$

B. $n(\Omega) = 16$

C. $n(\Omega) = 32$

D. $n(\Omega) = 64$

2. Các biến cố:

A: “ Lần đầu tiên xuất hiện mặt ngửa”

A. $n(A) = 16$

B. $n(A) = 18$

C. $n(A) = 20$

D. $n(A) = 22$

B: “ Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần”

A. $n(B) = 31$

B. $n(B) = 32$

C. $n(B) = 33$

D. $n(B) = 34$

C: “ Số lần mặt sấp xuất hiện nhiều hơn mặt ngửa”

A. $n(C) = 19$

B. $n(C) = 18$

C. $n(C) = 17$

D. $n(C) = 20$

Bài 3: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của:

1. Không gian mẫu

A. $n(\Omega) = C_{100}^5$

B. $n(\Omega) = A_{100}^5$

C. $n(\Omega) = C_{100}^1$

D. $n(\Omega) = A_{100}^1$

2. Các biến cố:

A: “ Số ghi trên các tấm thẻ được chọn là số chẵn”

A. $n(A) = A_{50}^5$

B. $n(A) = A_{100}^5$

C. $n(A) = C_{50}^5$

D. $n(A) = C_{100}^5$

B: “ Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

A. $n(B) = C_{100}^5 + C_{67}^5$ B. $n(B) = C_{100}^5 - C_{50}^5$ C. $n(B) = C_{100}^5 + C_{50}^5$ D. $n(B) = C_{100}^5 - C_{67}^5$

Ví dụ 1. Bộ bài tú - lơ khơ có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên ra 4 quân bài. Tìm xác suất của các biến cố:

A: “Rút ra được tứ quý K”

A. $P(A) = \frac{1}{2707}$ B. $P(A) = \frac{1}{20725}$ C. $P(A) = \frac{1}{70725}$ D. $P(A) = \frac{1}{27025}$

B: “4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át”

A. $P(B) = \frac{15229}{54145}$ B. $P(B) = \frac{129}{54145}$ C. $P(B) = \frac{159}{54145}$ D. $P(B) = \frac{1229}{4145}$

C: “4 quân bài lấy ra có ít nhất hai quân bích”

A. $P(C) = \frac{539}{20825}$ B. $P(C) = \frac{535}{2085}$ C. $P(C) = \frac{539}{20825}$ D. $P(C) = \frac{5359}{20825}$

Ví dụ 2. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để:

1. 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ

A. $P(A) = \frac{14}{285}$ B. $P(A) = \frac{4}{285}$ C. $P(A) = \frac{14}{25}$ D. $P(A) = \frac{1}{285}$

2. 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

A. $P(B) = \frac{3}{7}$ B. $P(B) = \frac{43}{57}$ C. $P(B) = \frac{4}{57}$ D. $P(B) = \frac{3}{57}$

Ví dụ 3. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên $1, 2, 3, \dots, 80$

1. Tính xác suất của biến cố A : “trong 3 số đó có và chỉ có 2 số là bội số của 5”

A. $n(A) = \frac{96}{127}$ B. $n(A) = \frac{6}{1027}$ C. $n(A) = \frac{96}{107}$ D. $n(A) = \frac{96}{1027}$

2. Tính xác suất của biến cố B : “trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương”

A. $n(B) = \frac{53}{254}$ B. $n(B) = \frac{56}{205}$ C. $n(B) = \frac{563}{2054}$ D. $n(B) = \frac{53}{204}$

Bài 1 Gieo con súc sắc 100 lần, kết quả thu được ghi ở bảng sau

Số chấm	Số lần xuất hiện
1	14
2	18
3	30
4	12
5	14
6	12

Hãy tìm xác suất của các biến cố

A: “mặt sáu chấm xuất hiện”

A. $P(A) = \frac{3}{25}$

B. $P(A) = \frac{11}{100}$

C. $P(A) = \frac{13}{100}$

D. $P(A) = \frac{17}{100}$

B: “mặt hai chấm xuất hiện”

A. $P(B) = \frac{12}{50}$

B. $P(B) = \frac{11}{50}$

C. $P(B) = \frac{3}{50}$

D. $P(B) = \frac{9}{50}$

C: “một mặt lẻ xuất hiện”

A. $P(C) = \frac{9}{50}$

B. $P(C) = \frac{29}{50}$

C. $P(C) = \frac{2}{50}$

D. $P(C) = \frac{3}{50}$

Bài 2 Tung một đồng tiền hai lần. Tìm xác suất để hai lần tung đó

1. Đều là mặt S

A. $P(A) = \frac{1}{4}$

B. $P(A) = \frac{1}{2}$

C. $P(A) = \frac{3}{4}$

D. $P(A) = 1$

2. Một S một N

A. $P(B) = \frac{1}{3}$

B. $P(B) = \frac{1}{4}$

C. $P(B) = 1$

D. $P(B) = \frac{1}{2}$

Bài 3 Một bình đựng 16 viên bi ,7 viên bi trắng ,6 viên bi đen,3 viên bi đỏ.

1. Lấy ngẫu nhiên ba viên bi .Tính xác suất của các biến cố :

A: “Lấy được 3 viên đỏ ”

A. $P(A) = \frac{1}{50}$

B. $P(A) = \frac{1}{60}$

C. $P(A) = \frac{1}{56}$

D. $P(A) = \frac{1}{560}$

B: “ Lấy cả ba viên bi không có bi đỏ”

A. $P(B) = \frac{143}{280}$

B. $P(B) = \frac{13}{280}$

C. $P(B) = \frac{14}{280}$

D. $P(B) = \frac{13}{20}$

C: “ Lấy được 1 bi trắng ,1 bi đen ,1 bi đỏ”

A. $P(C) = \frac{13}{40}$

B. $P(C) = \frac{7}{40}$

C. $P(C) = \frac{11}{40}$

D. $P(C) = \frac{9}{40}$

2. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi .Tính xác suất của các biến cố

X: “Lấy đúng 1 viên bi trắng”

A. $P(X) = \frac{22}{65}$

B. $P(X) = \frac{21}{65}$

C. $P(X) = \frac{23}{65}$

D. $P(X) = \frac{1}{65}$

Y: “ Lấy đúng 2 viên bi trắng”

A. $P(Y) = \frac{27}{65}$

B. $P(Y) = \frac{21}{65}$

C. $P(Y) = \frac{22}{65}$

D. $P(Y) = \frac{7}{65}$

3. Lấy ngẫu nhiên 10 viên bi .Tính xác suất của biến cố D: “lấy được 5 viên bi trắng , 3 bi đen, 2 bi đỏ”.

A. $P(D) = \frac{5}{286}$

B. $P(D) = \frac{15}{286}$

C. $P(D) = \frac{25}{286}$

D. $P(D) = \frac{45}{286}$

Bài 4. Tung một đồng tiền ba lần

1. Mô tả không gian mẫu

A. $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSN, NNS, NNN\}$

B. $\Omega = \{SSS, SSN, SNN, NSN, NSS, NNS, NNN\}$

C. $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NNS, NNN\}$

D. $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSN, NSS, NNS, NNN\}$

2. Xác định các biến cố sau và tính xác suất các biến cố đó

A: “ Có ít nhất một lần xuất hiện mặt S”

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{4}{8}$

B: “ Mặt N xuất hiện ít nhất hai lần”

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{4}{8}$

C: “ Lần thứ hai xuất hiện mặt S”

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{4}{8}$

Bài 5. Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ và 10 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi

1. Tính số phần tử của không gian mẫu

A. $n(\Omega) = 177100$

B. $n(\Omega) = 177121$

C. $n(\Omega) = 1771001$

D. $n(\Omega) = 17700$

2. Tính xác suất của các biến cố sau

A: “ 6 viên bi lấy ra cùng một màu”

A. $P(A) = \frac{7}{5060}$

B. $P(A) = \frac{17}{5060}$

C. $P(A) = \frac{73}{5060}$

D. $P(A) = \frac{27}{5060}$

B: “ có ít nhất một viên bi màu vàng”

A. $P(B) = \frac{47}{460}$

B. $P(B) = \frac{7}{460}$

C. $P(B) = \frac{44}{461}$

D. $P(B) = \frac{447}{460}$

C: “ 6 viên bi lấy ra có đủ ba màu”

A. $P(C) = \frac{22}{253}$

B. $P(C) = \frac{20}{253}$

C. $P(C) = \frac{2}{253}$

D. $P(C) = \frac{202}{253}$

Bài 6 Chọn ngẫu nhiên 5 quân bài trong cỗ bài tứ lơ khơ .Tính xác suất để trong sắp bài chứa hai bộ đôi (hai con cùng thuộc 1 bộ ,hai con thuộc bộ thứ 2,con thứ 5 thuộc bộ khác

A. $P(A) = \frac{198}{465}$

B. $P(A) = \frac{19}{415}$

C. $P(A) = \frac{198}{4165}$

D. $P(A) = \frac{198}{416}$

Bài 7 Chọn ngẫu nhiên 5 quân bài. Tính xác suất để trong sắp bài có 5 quân lập thành bộ liên tiếp tức là bộ (A,2-3-4-5) (2-3-4-5-6)(10-J-Q-K-A). Quân A vừa là quân bé nhất vừa là quân lớn nhất.

A. $P(A) = \frac{128}{3287}$

B. $P(A) = \frac{18}{32487}$

C. $P(A) = \frac{18}{3287}$

D. $P(A) = \frac{128}{32487}$

Bài 8 Một hộp đựng 9 thẻ được đánh từ 1,2,3...9. Rút ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính xác suất để

1. Các thẻ ghi số 1,2,3

A. $P(A) = \frac{C_5^2}{C_9^5}$

B. $P(A) = \frac{C_6^2}{C_9^5}$

C. $P(A) = \frac{C_6^2}{C_9^4}$

D. $P(A) = \frac{C_6^3}{C_9^5}$

2. Có đúng 1 trong ba thẻ ghi 1,2,3 được rút

A. $P(B) = \frac{C_6^1 C_6^4}{C_9^5}$

B. $P(B) = \frac{C_5^1 C_6^4}{C_9^5}$

C. $P(B) = \frac{C_3^1 C_6^4}{C_9^5}$

D. $P(B) = \frac{C_3^1 + C_6^4}{C_9^5}$

3. Không có thẻ nào trong ba thẻ được rút

A. $P(C) = \frac{C_6^4}{C_9^5}$

B. $P(C) = \frac{C_6^5}{C_9^4}$

C. $P(C) = \frac{C_6^5}{C_9^5}$

D. $P(C) = \frac{C_6^2}{C_9^5}$

Bài 9 Chọn ngẫu nhiên 3 số từ tập $\{1,2,...,10,11\}$

1. Tính xác suất để tổng ba số được chọn là 12

A. $P(A) = \frac{7}{C_{11}^3}$

B. $P(A) = \frac{5}{C_{11}^3}$

C. $P(A) = \frac{2}{C_{11}^3}$

D. $P(A) = \frac{7}{C_{11}^3}$

2. Tính xác suất để tổng ba số được chọn là số lẻ

A. $P(B) = \frac{C_6^1 + C_6^3 C_5^0}{C_{11}^3}$

B. $P(B) = \frac{C_6^1 C_5^2 + C_5^0}{C_{11}^3}$

C. $P(B) = \frac{C_6^1 C_5^2 + C_6^3 C_5^0}{C_{11}^3}$

D. $P(B) = \frac{C_6^1 + C_5^0}{C_{11}^3}$

Bài 10 Một người đi du lịch mang 5 hộp thịt, 4 hộp quả, 3 hộp sữa. Do trời mưa các hộp bị mất nhãn. Người đó chọn ngẫu nhiên 3 hộp. Tính xác suất để trong đó có 1 hộp thịt, một hộp sữa và một hộp quả.

A. $P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1 + C_3^1}{C_{12}^3}$

B. $P(A) = \frac{C_5^1 + C_4^1 C_3^1}{C_{12}^3}$

C. $P(A) = \frac{C_5^1 + C_4^1 + C_3^1}{C_{12}^3}$

D. $P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1 C_3^1}{C_{12}^3}$

Bài 11 Ngân hàng đề thi gồm 100 câu hỏi, mỗi đề thi có 5 câu. Một học sinh học thuộc 80 câu. Tính xác suất để học sinh đó rút ngẫu nhiên được một đề thi có 4 câu học thuộc.

$$\text{A. } P(A) = \frac{C_{80}^4 + C_{20}^1}{C_{100}^5} \quad \text{B. } P(A) = \frac{C_{80}^4}{C_{100}^5} \quad \text{C. } P(A) = \frac{C_{20}^1}{C_{100}^5} \quad \text{D. } P(A) = \frac{C_{80}^4 C_{20}^1}{C_{100}^5}$$

Bài 12 Một đoàn tàu có 7 toa ở một sân ga. Có 7 hành khách từ sân ga lên tàu, mỗi người độc lập với nhau và chọn một toa một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất của các biến cố sau

A: “ Một toa 1 người, một toa 2 người, một toa có 4 người lên và bốn toa không có người nào cả”

$$\text{A. } P(A) = \frac{450}{1807} \quad \text{B. } P(A) = \frac{40}{16807} \quad \text{C. } P(A) = \frac{450}{16807} \quad \text{D. } P(A) = \frac{450}{1607}$$

B: “ Mỗi toa có đúng một người lên”.

$$\text{A. } P(B) = \frac{6!}{7^7} \quad \text{B. } P(B) = \frac{5!}{7^7} \quad \text{C. } P(B) = \frac{8!}{7^7} \quad \text{D. } P(B) = \frac{7!}{7^7}$$

Bài 13 Một người bỏ ngẫu nhiên bốn lá thư vào 4 bì thư đã được ghi địa chỉ. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “ Có ít nhất một lá thư bỏ đúng phong bì của nó”.

$$\text{A. } P(A) = \frac{5}{8} \quad \text{B. } P(A) = \frac{3}{8} \quad \text{C. } P(A) = \frac{1}{8} \quad \text{D. } P(A) = \frac{7}{8}$$

Bài 14 Gieo một con xúc sắc đồng chất cân đối ba lần liên tiếp. Tìm xác suất của các biến cố sau:

A: “ Tổng số chấm xuất hiện trong ba lần là 10”

$$\text{A. } P(A) = \frac{1}{8} \quad \text{B. } P(A) = \frac{3}{8} \quad \text{C. } P(A) = \frac{1}{4} \quad \text{D. } P(A) = \frac{1}{8}$$

B: “Có ít nhất một mặt chẵn xuất hiện”.

$$\text{A. } P(B) = \frac{7}{8} \quad \text{B. } P(B) = \frac{3}{8} \quad \text{C. } P(B) = \frac{5}{8} \quad \text{D. } P(B) = \frac{1}{8}$$

Ví dụ 1. Một con súc sắc không đồng chất sao cho mặt bốn chấm xuất hiện nhiều gấp 3 lần mặt khác, các mặt còn lại đồng khả năng. Tìm xác suất để xuất hiện một mặt chẵn

$$\text{A. } P(A) = \frac{5}{8} \quad \text{B. } P(A) = \frac{3}{8} \quad \text{C. } P(A) = \frac{7}{8} \quad \text{D. } P(A) = \frac{1}{8}$$

Ví dụ 2. Gieo một con xúc sắc 4 lần. Tìm xác suất của biến cố

A: “ Mặt 4 chấm xuất hiện ít nhất một lần”

$$\text{A. } P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \quad \text{B. } P(A) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^4 \quad \text{C. } P(A) = 3 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \quad \text{D. } P(A) = 2 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

B: “ Mặt 3 chấm xuất hiện đúng một lần”

$$\text{A. } P(A) = \frac{5}{324} \quad \text{B. } P(A) = \frac{5}{32} \quad \text{C. } P(A) = \frac{5}{24} \quad \text{D. } P(A) = \frac{5}{34}$$

Ví dụ 3. Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi:

1. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu

A. $P(X) = \frac{5}{18}$

B. $P(X) = \frac{5}{8}$

C. $P(X) = \frac{7}{18}$

D. $P(X) = \frac{11}{18}$

2. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu

A. $P(\bar{X}) = \frac{13}{18}$

B. $P(\bar{X}) = \frac{5}{18}$

C. $P(\bar{X}) = \frac{3}{18}$

D. $P(\bar{X}) = \frac{11}{18}$

Ví dụ 1. Xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Tìm các suất sao cho 3 lần sinh có ít nhất 1 con trai

A. $P(A) \approx 0,88$

B. $P(A) \approx 0,23$

C. $P(A) \approx 0,78$

D. $P(A) \approx 0,32$

Ví dụ 2. Hai cầu thủ sút phạt đền. Mỗi người đá 1 lần với xác suất làm bàn tương ứng là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ làm bàn

A. $P(X) = 0,42$

B. $P(X) = 0,94$

C. $P(X) = 0,234$

D. $P(X) = 0,9$

Ví dụ 3. Một đề trắc nghiệm gồm 20 câu, mỗi câu có 4 đáp án và chỉ có một đáp án đúng. Bạn An làm đúng 12 câu, còn 8 câu bạn An đánh hù họa vào đáp án mà An cho là đúng. Mỗi câu đúng được 0,5 điểm. Hỏi Anh có khả năng được bao nhiêu điểm?

A. $6 + \frac{1}{4^7}$

B. $5 + \frac{1}{4^2}$

C. $6 + \frac{1}{4^2}$

D. $5 + \frac{1}{4^7}$

Ví dụ 4. Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, tính xác suất biến cố:

A: "2 viên bi cùng màu".

A. $P(A) = \frac{4}{195}$

B. $P(A) = \frac{6}{195}$

C. $P(A) = \frac{4}{15}$

D. $P(A) = \frac{64}{195}$

Ví dụ 5. Một cặp vợ chồng mong muốn sinh bằng được sinh con trai (Sinh được con trai rồi thì không sinh nữa, chưa sinh được thì sẽ sinh nữa). Xác suất sinh được con trai trong một lần sinh là 0,51. Tìm xác suất sao cho cặp vợ chồng đó mong muốn sinh được con trai ở lần sinh thứ 2.

A. $P(C) = 0,24$

B. $P(C) = 0,299$

C. $P(C) = 0,24239$

D. $P(C) = 0,2499$

Bài 1 Một hộp đựng 10 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 1 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi tính xác suất biến cố: A: "2 viên bi cùng màu"

A. $P(C) = \frac{1}{9}$

B. $P(C) = \frac{2}{9}$

C. $P(C) = \frac{4}{9}$

D. $P(C) = \frac{1}{3}$

Bài 2 Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất của biến cố X: "lấy được vé không có chữ số 2 hoặc chữ số 7"

A. $P(X) = 0,8533$

B. $P(X) = 0,85314$

C. $P(X) = 0,8545$

D. $P(X) = 0,853124$

Bài 3: Cho ba hộp giống nhau, mỗi hộp 7 bút chỉ khác nhau về màu sắc

Hộp thứ nhất : Có 3 bút màu đỏ, 2 bút màu xanh , 2 bút màu đen

Hộp thứ hai : Có 2 bút màu đỏ, 2 màu xanh, 3 màu đen

Hộp thứ ba : Có 5 bút màu đỏ, 1 bút màu xanh, 1 bút màu đen

Lấy ngẫu nhiên một hộp, rút hũ họa từ hộp đó ra 2 bút

Tính xác suất của biến cố A: “Lấy được hai bút màu xanh”

A. $P(A) = \frac{1}{63}$

B. $P(A) = \frac{2}{33}$

C. $P(A) = \frac{2}{66}$

D. $P(A) = \frac{2}{63}$

Tính xác suất của biến cố B: “Lấy được hai bút không có màu đen”

A. $P(B) = \frac{1}{63}$

B. $P(B) = \frac{3}{63}$

C. $P(B) = \frac{13}{63}$

D. $P(B) = \frac{31}{63}$

Bài 4: Cả hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia là 0,8; người thứ hai bắn trúng bia là 0,7. Hãy tính xác suất để :

1. Cả hai người cùng bắn trúng ;

A. $P(A) = 0,56$

B. $P(A) = 0,6$

C. $P(A) = 0,5$

D. $P(A) = 0,326$

2. Cả hai người cùng không bắn trúng;

A. $P(B) = 0,04$

B. $P(B) = 0,06$

C. $P(B) = 0,08$

D. $P(B) = 0,05$

3. Có ít nhất một người bắn trúng.

A. $P(C) = 0,95$

B. $P(C) = 0,97$

C. $P(C) = 0,94$

D. $P(C) = 0,96$

Bài 5 Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7 . Hãy tính xác suất để

1. Cả hai động cơ đều chạy tốt ;

A. $P(C) = 0,56$

B. $P(C) = 0,55$

C. $P(C) = 0,58$

D. $P(C) = 0,50$

2. Cả hai động cơ đều không chạy tốt;

A. $P(D) = 0,23$

B. $P(D) = 0,56$

C. $P(D) = 0,06$

D. $P(D) = 0,04$

3. Có ít nhất một động cơ chạy tốt.

A. $P(K) = 0,91$

B. $P(K) = 0,34$

C. $P(K) = 0,12$

D. $P(K) = 0,94$

Bài 6 Có hai xạ thủ I và xạ tám xạ thủ II .Xác suất bắn trúng của I là 0,9 ; xác suất của II là 0,8 lấy ngẫu nhiên một trong hai xạ thủ, bắn một viên đạn .Tính xác suất để viên đạn bắn ra trúng đích.

A. $P(A) = 0,4124$

B. $P(A) = 0,842$

C. $P(A) = 0,813$

D. $P(A) = 0,82$

Bài 7 Bốn khẩu pháo cao xạ A,B,C,D cùng bắn độc lập vào một mục tiêu .Biết xác suất bắn trúng của các khẩu pháo tương ứng là $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{3}, P(C) = \frac{4}{5}, P(D) = \frac{5}{7}$.Tính xác suất để mục tiêu bị bắn trúng

A. $P(D) = \frac{14}{105}$

B. $P(D) = \frac{4}{15}$

C. $P(D) = \frac{4}{105}$

D. $P(D) = \frac{104}{105}$

Bài 8 Một hộp đựng 10 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 1 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi tính xác suất biến cố

1. 2 viên lấy ra màu đỏ

A. $n(A) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2}$

B. $n(A) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2}$

C. $n(A) = \frac{C_4^2}{C_8^2}$

D. $n(A) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2}$

2. 2 viên bi một đỏ, 1 vàng

A. $n(B) = \frac{8}{55}$

B. $n(B) = \frac{2}{5}$

C. $n(B) = \frac{8}{15}$

D. $n(B) = \frac{8}{45}$

3. 2 viên bi cùng màu

A. $P(C) = \frac{7}{9}$

B. $P(C) = \frac{1}{9}$

C. $P(C) = \frac{5}{9}$

D. $P(C) = \frac{2}{9}$

Bài 9 Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc 6 lần. Tính xác suất để một số lớn hơn hay bằng 5 xuất hiện ít nhất 5 lần trong 6 lần gieo

A. $\frac{23}{729}$

B. $\frac{13}{79}$

C. $\frac{13}{29}$

D. $\frac{13}{729}$

Bài 10 Một người bắn liên tiếp vào một mục tiêu khi viên đạn trúng mục tiêu thì thôi (các phát súng độc lập nhau). Biết rằng xác suất trúng mục tiêu của mỗi lần bắn như nhau và bằng 0,6. Tính xác suất để bắn đến viên thứ 4 thì ngừng bắn

A. $P(H) = 0,03842$

B. $P(H) = 0,384$

C. $P(H) = 0,03384$

D. $P(H) = 0,0384$

Bài 11 Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất của biến cố X: "lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2".

A. $P(X) = 0,8534$

B. $P(X) = 0,84$

C. $P(X) = 0,814$

D. $P(X) = 0,8533$

Bài 12 Một máy có 5 động cơ gồm 3 động cơ bên cánh trái và hai động cơ bên cánh phải. Mỗi động cơ bên cánh phải có xác suất bị hỏng là 0,09, mỗi động cơ bên cánh trái có xác suất bị hỏng là 0,04. Các động cơ hoạt động độc lập với nhau. Máy bay chỉ thực hiện được chuyến bay an toàn nếu có ít nhất hai động cơ làm việc. Tìm xác suất để máy bay thực hiện được chuyến bay an toàn.

A. $P(A) = 0,9999074656$

B. $P(A) = 0,981444$

C. $P(A) = 0,99074656$

D. $P(A) = 0,91414148$

Bài 13 Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x , y và 0,6 (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là 0,336. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P(C) = 0,452$

B. $P(C) = 0,435$

C. $P(C) = 0,4525$

D. $P(C) = 0,4245$

Bài 14 Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hù họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. $P(A) = 0,7124$

B. $P(A) = 0,7759$

C. $P(A) = 0,7336$

D. $P(A) = 0,783$

Bài 9. Có một khối lập phương được tạo thành từ 729 hình lập phương nhỏ giống hệt nhau. Ở mỗi mặt, chính giữa khoét một dãy khối lập phương nhỏ xuyên từ tâm mặt này sang tâm mặt đối diện (có ba dãy, mỗi dãy chín khối). Lấy sơn bôi lên toàn bộ bề mặt trong ngoài của hình lập phương lớn. Lấy ngẫu nhiên một khối lập phương nhỏ trong đó. Tính xác suất để

1. Khối đó chỉ có một mặt bị bôi đen

A. $P(A) = \frac{2}{729}$

B. $P(A) = \frac{3}{729}$

C. $P(A) = \frac{302}{729}$

D. $P(A) = \frac{32}{729}$

2. Khối đó chỉ có hai mặt bị bôi đen

A. $P(B) = \frac{118}{729}$

B. $P(B) = \frac{158}{729}$

C. $P(B) = \frac{138}{729}$

D. $P(B) = \frac{238}{729}$

3. Khối đó có ba mặt bị bôi đen.

A. $P(C) = \frac{4}{243}$

B. $P(C) = \frac{24}{2433}$

C. $P(C) = \frac{4}{2433}$

D. $P(C) = \frac{4}{1343}$

4. Khối đó không có mặt nào bị bôi đen.

A. $P(D) = \frac{57}{729}$

B. $P(D) = \frac{247}{729}$

C. $P(D) = \frac{287}{729}$

D. $P(D) = \frac{257}{729}$

Bài 10 . Cho 8 quả cân trọng lượng 1kg, 2 kg, ..., 7kg, 8 kg. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cân. Tính xác suất để tổng trọng lượng 3 quả cân được chọn không vượt quá 9 kg.

A. $P(A) = \frac{7}{8}$

B. $P(A) = \frac{1}{8}$

C. $P(A) = \frac{5}{8}$

D. $P(A) = \frac{3}{8}$

Bài 11 . Có 3 chiếc xe ô tô màu đỏ, 2 ô tô màu vàng, 1 ô tô màu xanh cùng đỗ bên đường. Tìm xác suất để không có 2 chiếc xe cùng màu nào đỗ cạnh nhau.

A. $P(A) = \frac{7}{8}$

B. $P(A) = \frac{1}{8}$

C. $P(A) = \frac{1}{6}$

D. $P(A) = \frac{3}{8}$

Bài 12. Một máy có 5 động cơ gồm 3 động cơ bên cánh trái và hai động cơ bên cánh phải. Mỗi động cơ bên cánh phải có xác suất bị hỏng là 0,09, mỗi động cơ bên cánh trái có xác suất bị hỏng là 0,04. Các động cơ hoạt động độc lập với nhau. Máy bay chỉ thực hiện được chuyến bay an toàn nếu mỗi cánh có ít nhất một động cơ làm việc. Tìm xác suất để máy bay thực hiện được chuyến bay an toàn.

A. $P(A) = 0,99342$

B. $P(A) = 0,9924$

C. $P(A) = 0,9918$

D. $P(A) = 0,9934$

TỔ HỢP

Ví dụ 1. Từ thành phố A đến thành phố B có 6 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 7 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B.

A. 42

B. 46

C. 48

D. 44

Ví dụ 2. Từ các số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3?

A.192

B.202

C.211

D.180

Ví dụ 3. Có 3 học sinh nữ và 2 hs nam .Ta muốn sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để :

1. 3 học sinh nữ ngồi kề nhau

A.34

B.46

C.36

D.26

2. 2. 2 học sinh nam ngồi kề nhau.

A.48

B.42

C.58

D.28

Ví dụ 4. Xếp 6 người A, B, C, D, E, F vào một ghế dài .Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho:

1. A và F ngồi ở hai đầu ghế

A.48

B.42

C.46

D.50

2. A và F ngồi cạnh nhau

A.242

B.240

C.244

D.248

3. A và F không ngồi cạnh nhau

A.480

B.460

C.246

D.260

Ví dụ 5. Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 0,1,2,4,5,6,8 .

A.252

B.520

C.480

D.368

Ví dụ 6. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

1. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

A.15120

B.23523

C.16862

D.23145

2. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

A.11523

B.11520

C.11346

D.22311

Ví dụ 7. Cho tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$

1. Từ tập A ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số đôi một khác nhau

A.720

B.261

C.235

D.679

2. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

A.660

B.432

C.679

D.523

Ví dụ 8. Cho tập hợp số : $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$. Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A.114

B.144

C.146

D.148

Ví dụ 9. Từ các số của tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó có hai chữ số lẻ và hai chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

A.360

B.362

C.345

D.368

Ví dụ 10. Từ các số 1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên ,mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện :sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A.104

B.106

C.108

D.112

Ví dụ 11. Từ các số 1,2,3 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau

1. Trong mỗi số, mỗi chữ số có mặt đúng một lần

A.90

B.78

C.95

D.38

2. Trong mỗi số, hai chữ số giống nhau không đứng cạnh nhau.

A.76

B.42

C.80

D.68

Ví dụ 12 Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9 .

A. $\frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$

B. $\frac{9^{2011} - 2 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$

C. $\frac{9^{2011} - 9^{2010} + 8}{9}$

D. $\frac{9^{2011} - 19 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$

Bài 1

1. Bạn cần mua một áo sơ mi cỡ 30 hoặc 32. Áo cỡ 30 có 3 màu khác nhau, áo cỡ 32 có 4 màu khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách lựa chọn ?

A.7

B.8

C.9

D.4

2. Có 10 cuốn sách Toán khác nhau, 11 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh văn khác nhau. Một học sinh được chọn một quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn.

A.26

B.28

C.32

D.20

3. Có bao nhiêu cách xếp 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 8 cuốn sách Hóa lên một kệ sách sao cho các cuốn sách cùng một môn học thì xếp cạnh nhau, biết các cuốn sách đôi một khác nhau .

A. $7! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 8!$ B. $6! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 8!$ C. $6! \cdot 4! \cdot 6! \cdot 8!$ D. $6! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7!$

Bài 2

1. Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.
A.81 B.68 C.42 D.98
2. Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra .
A.190 B.182 C.280 D.194
3. Từ thành phố A có 10 con đường đi đến thành phố B, từ thành phố A có 9 con đường đi đến thành phố C, từ B đến D có 6 con đường, từ C đến D có 11 con đường và không có con đường nào nối B với C. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D.
A.156 B.159 C.162 D.176
4. Hội đồng quản trị của công ty X gồm 10 người. Hỏi có bao nhiêu cách bầu ra ba người vào ba vị trí chủ tịch, phó chủ tịch và thư kí, biết khả năng mỗi người là như nhau.
A.728 B.723 C.720 D.722

Bài 3

1. Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho :
A. Nam, nữ ngồi xen kẽ ?
A.72 B.74 C.76 D.78
B. Nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam A, một người nữ B phải ngồi kề nhau ?
A.40 B.42 C.46 D.70
C. Nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam C, một người nữ D không được ngồi kề nhau ?
A.32 B.30 C.35 D.70
2. Một bàn dài có 2 dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm có 6 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi trong mỗi trường hợp sau :
A. Bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường nhau.
A.1036800 B.234780 C.146800 D.2223500
B. Bất kì 2 học sinh nào ngồi đối diện nhau thì khác trường nhau.
A. 33177610 B. 34277600 C. 33176500 D. 33177600

Bài 4

1. Cho các chữ số 1, 2, 3,..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số
A. Có 4 chữ số đôi một khác nhau
A.3024 B.2102 C.3211 D.3452
B. Số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.
A.168 B.170 C.164 D.172

2. Có 100000 vé được đánh số từ 00000 đến 99999. Hỏi số vé gồm 5 chữ số khác nhau.

A.30240

B.32212

C.23460

D.32571

3. Tính tổng các chữ số gồm 5 chữ số được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5?

A.5599944

B.33778933

C.4859473

D.3847294

Bài 5 Từ các số 1,2,3,4,5,6,7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là:

1. Số chẵn

A.360

B.343

C.523

D.347

2. Số lẻ

A.360

B.343

C.480

D.347

3. Số chia hết cho 5

A.360

B.120

C.480

D.347

Bài 6 Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

1. Có bao nhiêu tập con của A chứa số 2 mà không chứa số 3

A.64

B.83

C.13

D.41

2. Túc các chữ số thuộc tập A, lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 5 chữ số không bắt đầu bởi 123.

A.3340

B.3219

C.4942

D.2220

Ví dụ 1

1. Cho $C_n^{n-3} = 1140$. Tính $A = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4}$

A.256

B.342

C.231

D.129

2. Tính $B = \frac{1}{A_2^2} + \frac{1}{A_3^2} + \dots + \frac{1}{A_n^2}$, biết $C_n^1 + 2\frac{C_n^2}{C_n^1} + \dots + n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}} = 45$

A. $\frac{9}{10}$

B. $\frac{10}{9}$

C. $\frac{1}{9}$

D.9

3. Tính $M = \frac{A_{n+1}^4 + 3A_n^3}{(n+1)!}$, biết $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$.

A. $\frac{9}{10}$

B. $\frac{10}{9}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{3}{4}$

Ví dụ 2 Giải các phương trình sau

1. $P_x = 120$

A.5	B.6	C.7	D.8
2. $P_x A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x)$			
A. $\begin{cases} x=2 \\ x=4 \end{cases}$	B. $\begin{cases} x=3 \\ x=2 \end{cases}$	C. $\begin{cases} x=3 \\ x=4 \end{cases}$	D. $\begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$
Ví dụ 3. Tìm n biết:			
1. $C_n^1 3^{n-1} + 2C_n^2 3^{n-2} + 3C_n^3 3^{n-3} + \dots + nC_n^n = 256$			
A. $n=4$	B. $n=5$	C. $n=6$	D. $n=7$
2. $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$			
A. $n=4$	B. $n=5$	C. $n=6$	D. $n=7$
3. $C_{2n+1}^1 - 2.2C_{2n+1}^2 + 3.2^2 C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^n C_{2n+1}^{2n+1} = 2005$			
A. $n=1100$	B. $n=1102$	C. $n=1002$	D. $n=1200$

Bài 1 Tìm số nguyên dương n sao cho:

- | | | | |
|--|---------|---------|---------|
| 1. $A_n^2 - A_n^1 = 8$ | | | |
| A.4 | B.5 | C.6 | D.7 |
| 2. $A_n^6 = 10A_n^5$ | | | |
| A.12 | B.13 | C.14 | D.15 |
| 3. $P_{n-1} \cdot A_{n+4}^4 < 15P_{n+2}$ | | | |
| A.3,4,5 | B.5,6,7 | C.6,8,2 | D.7,9,8 |

Bài 2 Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên)

- | | | | |
|--|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1. $C_{n+2}^{n-1} + C_{n+2}^n > \frac{5}{2} A_n^2$ | | | |
| A. $n \geq 2$ | B. $n \geq 3$ | C. $n \geq 5$ | D. $n \geq 4$ |
| 2. $(n!)^3 C_n^n \cdot C_{2n}^n \cdot C_{3n}^n \leq 720$ | | | |
| A. $n=1,2,3$ | B. $n=0,1,2$ | C. $n=0,2,3$ | D. $n=2,3,4$ |
| 3. $\frac{C_{n+1}^2}{C_n^2} \geq \frac{3}{10} n$ | | | |
| A. $2 \leq n < 4$ | B. $0 \leq n \leq 2$ | C. $1 \leq n \leq 5$ | D. $2 \leq n \leq 5$ |
| 4. $A_{n+1}^3 + C_{n+1}^{n-1} < 14(n+1)$ | | | |
| A. $2 \leq n < 4$ | B. $0 \leq n \leq 2$ | C. $1 \leq n \leq 5$ | D. $2 \leq n \leq 5$ |

$$5. \frac{A_{n+4}^4}{(n+2)!} < \frac{143}{4P_n}$$

A. $2 \leq n < 4$

B. $0 \leq n \leq 2$

C. $1 \leq n \leq 5$

D. $2 \leq n \leq 5$

$$6. \frac{A_n^4}{A_{n+1}^3 - C_n^{n-4}} \leq \frac{24}{23}$$

A. $2 \leq n < 4$

B. $0 \leq n \leq 2$

C. $1 \leq n \leq 5$

D. $2 \leq n \leq 5$

Bài 3 Giải các phương trình sau:

$$1. 3C_{x+1}^2 + xP_2 = 4A_x^2$$

A.3

B.4

C.5

D.6

$$2. \frac{5}{C_5^x} - \frac{2}{C_6^x} = \frac{14}{C_7^x}$$

A.3

B.4

C.5

D.6

$$3. P_x A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x)$$

A. $\begin{cases} x=3 \\ x=4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=3 \\ x=2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2 \\ x=4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$

$$4. C_x^2 C_x^{x-2} + 2C_x^2 C_x^3 + C_x^3 C_x^{x-3} = 100$$

A.3

B.4

C.5

D.6

$$5. C_x^1 + 6.C_x^2 + 6.C_x^3 = 9x^2 - 14x$$

A.3

B.4

C.5

D.7

$$6. C_{x-1}^4 - C_{x-1}^3 - \frac{5}{4}A_{x-2}^2 = 0$$

A.11

B.4

C.5

D.6

$$7. 24(A_{x+1}^3 - C_x^{x-4}) = 23A_x^4$$

A.3

B.4

C.5

D.6

$$8. C_{2x+4}^{3x-1} = C_{2x+4}^{x^2-2x+3}$$

A. $\begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

9. $C_x^2 + 2C_{x+1}^2 + 3C_{x+2}^2 + 4C_{x+3}^2 = 130$

A.7

B.4

C.5

D.6

Bài 4 Giải các phương trình sau:

1. $\begin{cases} 2A_y^x + 5C_y^x = 90 \\ 5A_y^x - 2C_y^x = 80 \end{cases}$

A. $x = 1; y = 5$ B. $x = 2; y = 1$ C. $x = 2; y = 5$ D. $x = 1; y = 3$

2. $\begin{cases} C_{x+1}^{y+1} = C_{x+1}^y \\ 3C_{x+1}^{y+1} = 5C_{x+1}^{y-1} \end{cases}$

A. $x = 6; y = 3$ B. $x = 2; y = 1$ C. $x = 2; y = 5$ D. $x = 1; y = 3$ **Bài 5** Giải các bất phương trình sau:

1. $\frac{1}{2}A_{2x}^2 - A_x^2 \leq \frac{6}{x}C_x^3 + 10$

A. $3 \leq x \leq 4$ B. $3 \leq x$ C. $x \leq 4$ D. $x > 4, x < 3$

2. $\frac{P_{x+5}}{(x-k)!} \leq 60A_{x+3}^{k+2}$

A. $(x; k) = (0; 0), (1; 1), (3; 3)$ B. $(x; k) = (0; 0), (1; 0), (2; 2)$ C. $(x; k) = (1; 0), (1; 1), (2; 2), (3; 3)$ D. $(x; k) = (0; 0), (1; 0), (1; 1), (2; 2), (3; 3)$ **Ví dụ 1.** Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số có 5 chữ số khác nhau trong đó có đúng hai chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đứng cạnh nhau?

A.360

B.280

C.310

D.290

Ví dụ 2. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên

1. Gồm 4 chữ số

A.1296

B.2019

C.2110

D.1297

2. Gồm 3 chữ số đôi một khác nhau

A.110

B.121

C.120

D.125

3. Gồm 4 chữ số đôi một khác nhau và là chữ số tự nhiên chẵn

A.182

B.180

C.190

D. 192

4. Gồm 4 chữ số đôi một khác nhau và không bắt đầu bằng chữ số 1

A.300

B.320

C.310

D. 330

5. Gồm 6 chữ số đôi một khác nhau và hai chữ số 1 và 2 không đứng cạnh nhau.

A.410

B.480

C.500

D.512

Ví dụ 3. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số, biết rằng chữ số 2 có mặt hai lần, chữ số ba có mặt ba lần và các chữ số còn lại có mặt nhiều nhất một lần?

A.26460

B.27901

C.27912

D.26802

Ví dụ 4. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số sao cho trong mỗi số đó, chữ số hàng ngàn lớn hơn hàng trăm, chữ số hàng trăm lớn hơn hàng chục và chữ số hàng chục lớn hơn hàng đơn vị.

A.221

B.209

C.210

D. 215

Ví dụ 5. Từ các số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có, mỗi số có 6 chữ số khác nhau và tổng các chữ số ở hàng chục, hàng trăm, hàng ngàn bằng 8.

A.1300

B.1400

C.1500

D.1600

Ví dụ 1. Đội tuyển HSG của một trường gồm 18 em, trong đó có 7 HS khối 12, 6 HS khối 11 và 5 HS khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách cử 8 cách cử 8 HS đi dự đại hội sao cho mỗi khối có ít nhất 1 HS được chọn

A.41811

B.42802

C.41822

D.32023

Ví dụ 2 Một cuộc họp có 13 người, lúc ra về mỗi người đều bắt tay người khác một lần, riêng chủ tọa chỉ bắt tay ba người. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay?

A.69

B.80

C.82

D.70

Ví dụ 3 Đội tuyển học sinh giỏi của một trường gồm 18 em, trong đó có 7 em khối 12, 6 em khối 11 và 5 em khối 10. Tính số cách chọn 6 em trong đội đi dự trại hè sao cho mỗi khối có ít nhất 1 em được chọn

A.41811

B.42802

C.41822

D.32023

Ví dụ 4 Trong một môn học, Thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu (khó, dễ, Trung bình) và số câu dễ không ít hơn 2?

A.41811

B.42802

C.56875

D.32023

Ví dụ 5. Hai nhóm người cần mua nền nhà, nhóm thứ nhất có 2 người và họ muốn mua 2 nền kề nhau, nhóm thứ hai có 3 người và họ muốn mua 3 nền kề nhau. Họ tìm được một lô đất chia thành 7 nền đang rao bán (các nền như nhau và chưa có người mua). Tính số cách chọn nền của mỗi người thỏa yêu cầu trên

A.144

B.125

C.140

D.132

Ví dụ 6. Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác

A.111300

B.233355

C.125777

D.112342

Ví dụ 7. Một nhóm có 5 nam và 3 nữ. Chọn ra 3 người sao cho trong đó có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách.

A.46

B.69

C.48

D.40

Ví dụ 8. Một lớp có 33 học sinh, trong đó có 7 nữ. Cần chia lớp thành 3 tổ, tổ 1 có 10 học sinh, tổ 2 có 11 học sinh, tổ 3 có 12 học sinh sao cho trong mỗi tổ có ít nhất 2 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chia như vậy?

A. $C_7^3 C_{26}^7$ B. $C_4^2 C_{19}^9$ C. $C_7^2 C_{26}^8 C_5^3 C_{18}^8$ D. $C_7^3 C_{26}^7 C_4^2 C_{19}^9 + C_7^2 C_{26}^8 C_5^3 C_{18}^8 + C_7^2 C_{26}^8 C_5^2 C_{18}^9$

Ví dụ 9. Từ 20 câu hỏi trắc nghiệm gồm 9 câu dễ, 7 câu trung bình và 4 câu khó người ta chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ cả 3 loại dễ, trung bình và khó. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra

A.176451

B.176435

C.268963

D.168637

Ví dụ 10. Một Thầy giáo có 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Văn và 7 cuốn sách anh văn và các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy giáo muốn tặng 6 cuốn sách cho 6 học sinh. Hỏi Thầy giáo có bao nhiêu cách tặng nếu:

1. Thầy giáo chỉ muốn tặng hai thể loại

A.2233440

B.2573422

C.2536374

D.2631570

2. Thầy giáo muốn sau khi tặng xong mỗi thể loại còn lại ít nhất một cuốn.

A.13363800

B.2585373

C.57435543

D.4556463

Ví dụ 11. Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn:

1. Ba học sinh làm ban cán sự lớp

A.6545

B.6830

C.2475

D.6554

2. Ba học sinh làm ba nhiệm vụ lớp trưởng, lớp phó và bí thư

A.39270

B.47599

C.14684

D.38690

3. Ba học sinh làm ban cán sự trong đó có ít nhất một học sinh nữ

A.6090

B.6042

C.5494

D.7614

4. Bốn học sinh làm tổ trưởng của 4 tổ sao cho trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

A.1107600

B.246352

C.1267463

D.1164776

Ví dụ 12. Có 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi 1 khác nhau) người ta muốn chọn ra một bó hoa gồm 7 bông.

1. Có bao nhiêu cách chọn các bông hoa được chọn tùy ý.

A.120

B.136

C.268

D.170

2. Có bao nhiêu cách chọn sao cho có đúng 1 bông màu đỏ.

A.4

B.7

C.9

D.8

3. Có bao nhiêu cách chọn sao cho có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

A.13

B.36

C.23

D.36

Ví dụ : Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên đường thẳng d_1 lấy 10 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 25 vừa nói trên.

A. $C_{10}^2 C_{15}^1$

B. $C_{10}^1 C_{15}^2$

C. $C_{10}^2 C_{15}^1 + C_{10}^1 C_{15}^2$

D. $C_{10}^2 C_{15}^1 \cdot C_{10}^1 C_{15}^2$

Bài 1 Từ các số của tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm

1. Năm chữ số đôi một khác nhau

A.2520

B.2510

C.2398

D.2096

2. Sáu chữ số khác nhau và chia hết cho 5.

A.720

B.710

C.820

D.280

3. Năm chữ số đôi một khác nhau, đồng thời hai chữ số 2 và 3 luôn đứng cạnh nhau

A.720

B.710

C.820

D.280

4. Bảy chữ số, trong đó chữ số 2 xuất hiện đúng ba lần.

A.31203

B.30240

C.31220

D.32220

Bài 2 Từ các chữ số của tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm

1. 5 chữ số

A.14406

B.13353

C.15223

D.14422

2. 4 chữ số đôi một khác nhau

A.418

B.720

C.723

D.731

3. 4 chữ số đôi một khác nhau và là số lẻ

A.300

B.324

C.354

D.341

4. 5 chữ số đôi một khác nhau và là số chẵn.

A.1260

B.1234

C.1250

D.1235

Bài 3 Một lớp học có 20 nam và 26 nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự gồm 3 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu

1. Trong ban cán sự có ít nhất một nam

A.12580

B.12364

C.12462

D.12561

2. Trong ban cán sự có cả nam và nữ.

A.11440

B.11242

C.24141

D.53342

Bài 4

1. Một Thầy giáo có 10 cuốn sách Toán đôi một khác nhau, trong đó có 3 cuốn Đại số, 4 cuốn Giải tích và 3 cuốn Hình học. Ông muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 học sinh sao cho sau khi tặng mỗi loại sách còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách tặng.

A.23314

B.32512

C.24480

D.24412

2. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và một nữ?

A.12141421

B.5234234

C.4989600

D.4144880

3. Đội thanh niên xung kích có của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong ba lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

A.4123

B.3452

C.372

D.446

4. Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ.

A.131444

B.141666

C.241561

D.111300

Bài 5 Trong mặt phẳng cho 2010 điểm phân biệt sao cho ba điểm bất kì không thẳng hàng. Hỏi:

1. Có bao nhiêu véc tơ khác véc tơ – không có điểm đầu và điểm cuối thuộc 2010 điểm đã cho.

A.4039137

B.4038090

C.4167114

D.167541284

2. Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó thuộc vào 2010 điểm đã cho.

A.141427544

B.1284761260

C.1351414120

D.453358292

Bài 6

1. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết có 2800 tam giác có đỉnh là các điểm nói trên. Tìm n ?

A.20

B.21

C.30

D.32

2. Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{2n}$ nội tiếp trong đường tròn tâm O. Biết rằng số tam giác có đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$ gấp 20 lần so với số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$. Tìm n ?

A.3

B.6

C.8

D.12

Bài 7 Có m nam và n nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra k người trong đó có ít nhất a nam và ít nhất b nữ ($k \leq m, n; a + b < k; a, b \geq 1$)

A. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - 2(S_1 + S_2)$.

B. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $2C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

C. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $3C_{m+n}^k - 2(S_1 + S_2)$.

D. Số cách chọn thoả mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

Bài 8. Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì, không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n - 1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau là bao nhiêu?

A. $2C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$

B. $C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - 2[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$

C. $3C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - 2[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$

D. $C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$

Bài 10. Một đội văn nghệ có 15 người gồm 10 nam và 5 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một nhóm đồng ca gồm 8 người biết rằng nhóm đó có ít nhất 3 nữ.

A.3690

B.3120

C.3400

D.3143

Bài 11. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về 3 tỉnh miền núi sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ.

A.2037131

B.3912363

C.207900

D.213930

Bài 12. Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

A.392

B.1023

C.3014

D.391

Bài 13. Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, mỗi bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu.

A.560

B.310

C.3014

D.319

Bài 14. Có 7 nhà toán học nam, 4 nhà toán học nữ và 5 nhà vật lý nam. Có bao nhiêu cách lập đoàn công tác gồm 3 người có cả nam và nữ đồng thời có cả toán học và vật lý.

A.210

B.314

C.420

D.213

Bài 15. Có 15 học sinh lớp A, trong đó có Khánh và 10 học sinh lớp B, trong đó có Oanh. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đội tình nguyện gồm 7 học sinh trong đó có 4 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và trong đó chỉ có một trong hai em Hùng và Oanh.

- A. $C_{14}^3 \cdot C_9^3$ B. $C_{14}^4 \cdot C_9^2$ C. $C_{14}^3 \cdot C_9^3 + C_{14}^4 \cdot C_9^2$ D. $C_9^3 + C_{14}^4$

Bài 16.

1. Có bao nhiêu cách xếp n người ngồi vào một bàn tròn.

- A. $n!$ B. $(n-1)!$ C. $2(n-1)!$ D. $(n-2)!$

2. Một hội nghị bàn tròn có các phái đoàn 3 người Anh, 5 người Pháp và 7 người Mỹ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho các thành viên sao cho những người có cùng quốc tịch thì ngồi gần nhau.

- A. 72757600 B. 7293732 C. 3174012 D. 1418746

Bài 17. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $C_{2n}^n = (2n)^k$, trong đó k là một ước nguyên tố của C_{2n}^n .

- A. $n=1$ B. $n=2$ C. $n=3$ D. $n=4$

Bài 18. Cho S là tập các số nguyên trong đoạn $[1; 2002]$ và T là tập hợp các tập con khác rỗng của S . Với

mỗi $X \in T$, kí hiệu $m(X)$ là trung bình cộng các phần tử của X . Tính $m = \frac{\sum_{X \in T} m(X)}{|T|}$.

- A. $m = \frac{3003}{2}$ B. $m = \frac{2003}{21}$ C. $m = \frac{4003}{2}$ D. $m = \frac{2003}{2}$

Ví dụ 1. Cho $n \in \mathbb{N}^*$ và $(1+x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$. Biết rằng tồn tại số nguyên k ($1 \leq k \leq n-1$) sao cho

$\frac{a_{k-1}}{2} = \frac{a_k}{9} = \frac{a_{k+1}}{24}$. Tính $n = ?$.

- A. 10 B. 11 C. 20 D. 22

Ví dụ 2. Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số lớn nhất trong các số

$a_0, a_1, \dots, a_n$, biết các hệ số $a_0, a_1, \dots, a_n$ thỏa mãn hệ thức: $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$.

- A. 126720 B. 213013 C. 130272 D. 130127

Ví dụ 3. Cho một tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 4$). Biết số tập con gồm 4 phần tử của A gấp 20 lần số tập con gồm hai phần tử của A

1. Tìm n

- A. 20 B. 37 C. 18 D. 21

2. Tìm $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của tập A là lớn nhất.

- A. 12 B. 9 C. 21 D. 19

Bài 1 Trong khai triển của $(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x)^{10}$ thành đa thức

$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_9x^9 + a_{10}x^{10}$, hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0 \leq k \leq 10$).

A. $a_{10} = 3003 \frac{2^{10}}{3^{15}}$ B. $a_5 = 3003 \frac{2^{10}}{3^{15}}$ C. $a_4 = 3003 \frac{2^{10}}{3^{15}}$ D. $a_9 = 3003 \frac{2^{10}}{3^{15}}$

Bài 2 Giả sử $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, biết rằng $a_0 + a_1 + \dots + a_n = 729$. Tìm n và số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, \dots, a_n$.

A. $n=6, \max\{a_k\} = a_4 = 240$

B. $n=6, \max\{a_k\} = a_6 = 240$

C. $n=4, \max\{a_k\} = a_4 = 240$

D. $n=4, \max\{a_k\} = a_6 = 240$

Ví dụ 1.

Tìm hệ số của x^5 trong khai triển đa thức của: $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$

A. 3320

B. 2130

C. 3210

D. 1313

Ví dụ 2. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển đa thức $f(x) = [1 + x^2(1-x)]^8$

A. 213

B. 230

C. 238

D. 214

Ví dụ 4. Tìm hệ số không chứa x trong các khai triển sau $(x^3 - \frac{2}{x})^n$, biết rằng $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$ với $x > 0$

A. -112640

B. 112640

C. -112643

D. 112643

Ví dụ 5. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2 + 1)^n(x + 2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$

A. $n=5$

B. $n=4$

C. $n=3$

D. $n=2$

Ví dụ 6. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển nhị thức Newton của $(\frac{1}{x^4} + x^7)^n$, biết

$C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1$.

A. 210

B. 213

C. 414

D. 213

Bài 1 Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau

1. $f(x) = (1-2x)^{10}$

A. -15360

B. 15360

C. -15363

D. 15363

2. $h(x) = x(2+3x)^9$

A. 489889

B. 489887

C. -489888

D. 489888

3. $g(x) = (1+x)^7 + (1-x)^8 + (2+x)^9$

A.29

B.30

C.31

D.32

4. $f(x) = (3 + 2x)^{10}$

A.103680

B.1301323

C.131393

D.1031831

5. $h(x) = x(1 - 2x)^9$

A. -4608

B. 4608

C. -4618

D. 4618

6. $g(x) = 8(1+x)^8 + 9(1+2x)^9 + 10(1+3x)^{10}$

A.22094

B.139131

C.130282

D.21031

Bài 2 Tìm số hạng không chứa x trong các khai triển sau

1. $f(x) = \left(x - \frac{2}{x}\right)^{12} \quad (x \neq 0)$

A.59136

B.213012

C.12373

D.139412

2. $g(x) = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt[4]{x^3}\right)^{17} \quad (x > 0)$

A.24310

B.213012

C.12373

D.139412

Bài 3:1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$ biết

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3).$$

A.495

B.313

C.1303

D.13129

2. Xét khai triển $f(x) = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^{20}$ a. Viết số hạng thứ $k+1$ trong khai triển

A. $T_{k+1} = C_{20}^k \cdot 2^{20-k} \cdot x^{20-k}$

B. $T_{k+1} = C_{10}^k \cdot 2^{20-k} \cdot x^{20-2k}$

C. $T_{k+1} = C_{20}^k \cdot 2^{20-4k} \cdot x^{20-2k}$

D. $T_{k+1} = C_{20}^k \cdot 2^{20-k} \cdot x^{20-2k}$

b. Số hạng nào trong khai triển không chứa x

A. $C_{20}^1 \cdot 2^{10}$

B. $A_{20}^{10} \cdot 2^{10}$

C. $C_{20}^{10} \cdot 2^4$

D. $C_{20}^{10} \cdot 2^{10}$

3. Xác định hệ số của x^4 trong khai triển sau: $f(x) = (3x^2 + 2x + 1)^{10}$.

A.8089

B.8085

C.1303

D.11312

4. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn :

$$C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024.$$

A. 2099529

B. -2099520

C. -2099529

D. 2099520

5. Tìm hệ số của x^9 trong khai triển $f(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14}$

A. 8089

B. 8085

C. 3003

D. 11312

Bài 4:

1. Xác định số hạng không phụ thuộc vào x khi khai triển biểu thức $\left[\frac{1}{x} - (x+x^2)\right]^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn

$$C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2. (C_n^k, A_n^k \text{ tương ứng là số tổ hợp, số chỉnh hợp chập } k \text{ của } n \text{ phần tử}).$$

A. -98

B. 98

C. -96

D. 96

2. Xác định hệ số của x^8 trong các khai triển sau:

a, $f(x) = (3x^2 + 1)^{10}$

A. 17010

B. 21303

C. 20123

D. 21313

b, $f(x) = \left(\frac{2}{x} - 5x^3\right)^8$

A. 1312317

B. 76424

C. 427700

D. 700000

c, $f(x) = \left(\frac{3}{x} + \frac{x}{2}\right)^{12}$

A. $\frac{297}{512}$ B. $\frac{29}{51}$ C. $\frac{27}{52}$ D. $\frac{97}{12}$

d, $f(x) = (1+x+2x^2)^{10}$

A. 37845

B. 14131

C. 324234

D. 131239

e, $f(x) = 8(1+8x)^8 - 9(1+9x)^9 + 10(1+10x)^{10}$

A. $8.C_8^0.8^8 - C_9^1.9^8 + 10.C_{10}^8.10^8$

B. $C_8^0.8^8 - C_9^1.9^8 + C_{10}^8.10^8$

C. $C_8^0.8^8 - 9.C_9^1.9^8 + 10.C_{10}^8.10^8$

D. $8.C_8^0.8^8 - 9.C_9^1.9^8 + 10.C_{10}^8.10^8$

Bài 5:

1. Trong khai triển $f(x) = \left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$, hãy tìm hệ số của x^{31}

A.9880

B.1313

C.14940

D.1147

2. Hãy tìm trong khai triển nhị thức $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$ số hạng độc lập đối với x

A.9880

B.1313

C.14940

D.48620

3. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^{12}$

A. $\frac{55}{9}$ B. $\frac{13}{2}$ C. $\frac{621}{113}$ D. $\frac{1412}{3123}$

4. Tính hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$

A.300123

B.121148

C.3003

D.1303

5. Cho đa thức $P(x) = (1+x) + 2(1+x)^2 + \dots + 20(1+x)^{20}$ có dạng khai triển là

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}.$$

Hãy tính hệ số a_{15} .

A.400995

B.130414

C.511313

D.412674

6. Khai triển $(1+x+x^2+x^3)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{15}x^{15}$

A. Hãy tính hệ số a_{10} .

$$A. a_{10} = C_5^0 + C_5^4 + C_5^4 C_5^3$$

$$B. a_{10} = C_5^0 C_5^5 + C_5^2 C_5^4 + C_5^4 C_5^3$$

$$C. a_{10} = C_5^0 C_5^5 + C_5^2 C_5^4 - C_5^4 C_5^3$$

$$D. a_{10} = C_5^0 C_5^5 - C_5^2 C_5^4 + C_5^4 C_5^3$$

B. Tính tổng $T = a_0 + a_1 + \dots + a_{15}$ và $S = a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{15}$

A.131

B.147614

C.0

D.1

7. Khai triển $(1+2x+3x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$

A. Hãy tính hệ số a_4

$$A. a_4 = C_{10}^0 \cdot 2^4$$

$$B. a_4 = 2^4 C_{10}^4$$

$$C. a_4 = C_{10}^0 C_{10}^4$$

$$D. a_4 = C_{10}^0 \cdot 2^4 C_{10}^4$$

B. Tính tổng $S = a_1 + 2a_2 + 4a_3 + \dots + 2^{20}a_{20}$

$$A. S = 17^{10}$$

$$B. S = 15^{10}$$

$$C. S = 17^{20}$$

$$D. S = 7^{10}$$

8. Tìm số hạng của khai triển $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9$ là một số nguyên

A. 8 và 4536

B. 1 và 4184

C. 414 và 12

D. 1313

Ví dụ 1. Tìm số nguyên dương n sao cho: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$

A. 4

B. 11

C. 12

D. 5

Ví dụ 2. Tính tổng sau: $S = \frac{1}{2}C_n^0 - \frac{1}{4}C_n^1 + \frac{1}{6}C_n^2 - \frac{1}{8}C_n^3 + \dots + \frac{(-1)^n}{2(n+1)}C_n^n$

A. $\frac{1}{2(n+1)}$

B. 1

C. 2

D. $\frac{1}{(n+1)}$

Ví dụ 3. Tính tổng sau: $S = C_n^1 3^{n-1} + 2C_n^2 3^{n-2} + 3C_n^3 3^{n-3} + \dots + nC_n^n$

A. $n \cdot 4^{n-1}$

B. 0

C. 1

D. 4^{n-1}

Bài 2 Tính các tổng sau:

1. $S_1 = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$

A. $\frac{2^{n+1} + 1}{n+1}$ B. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$ C. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1} + 1$ D. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1} - 1$

2. $S_2 = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$

A. $2n \cdot 2^{n-1}$ B. $n \cdot 2^{n+1}$ C. $2n \cdot 2^{n+1}$ D. $n \cdot 2^{n-1}$

3. $S_3 = 2 \cdot 1 \cdot C_n^2 + 3 \cdot 2 \cdot C_n^3 + 4 \cdot 3 \cdot C_n^4 + \dots + n(n-1)C_n^n$

A. $n(n-1)2^{n-2}$ B. $n(n+2)2^{n-2}$ C. $n(n-1)2^{n-3}$ D. $n(n-1)2^{n+2}$

Bài 3: Tính tổng $S = C_n^0 + \frac{3^2 - 1}{2}C_n^1 + \dots + \frac{3^{n+1} - 1}{n+1}C_n^n$

A. $S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$ B. $S = \frac{4^{n+1} + 2^{n+1}}{n+1} - 1$ C. $S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} + 1$ D. $S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} - 1$

Bài 4:

1. Tính tổng $S = C_n^0 + \frac{2^2 - 1}{2}C_n^1 + \dots + \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}C_n^n$

A. $S = \frac{3^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$ B. $S = \frac{3^n - 2^{n+1}}{n+1}$ C. $S = \frac{3^{n+1} - 2^n}{n+1}$ D. $S = \frac{3^{n+1} + 2^{n+1}}{n+1}$

2. Tìm số nguyên dương n sao cho :

$$C_{2n+1}^1 - 2 \cdot 2C_{2n+1}^2 + 3 \cdot 2^2 C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^n C_{2n+1}^{2n+1} = 2005$$

A. $n = 1001$ B. $n = 1002$ C. $n = 1114$ D. $n = 102$

4. Tính tổng $S = 2.1C_n^2 + 3.2C_n^3 + 4.3C_n^4 + \dots + n(n-1)C_n^n$

A. $n(n+1)2^{n-2}$

B. $n(n-1)2^{n-2}$

C. $n(n-1)2^n$

D. $(n-1)2^{n-2}$

Bài 5: Tính các tổng sau

1. $S_1 = 5^n C_n^0 + 5^{n-1} \cdot 3 \cdot C_n^{n-1} + 3^2 \cdot 5^{n-2} C_n^{n-2} + \dots + 3^n C_n^0$

A. 28^n

B. $1+8^n$

C. 8^{n-1}

D. 8^n

2. $S_2 = C_{2011}^0 + 2^2 C_{2011}^2 + \dots + 2^{2010} C_{2011}^{2010}$

A. $\frac{3^{2011} + 1}{2}$

B. $\frac{3^{211} - 1}{2}$

C. $\frac{3^{2011} + 12}{2}$

D. $\frac{3^{2011} - 1}{2}$

3. $S_3 = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$

A. $4n \cdot 2^{n-1}$

B. $n \cdot 2^{n-1}$

C. $3n \cdot 2^{n-1}$

D. $2n \cdot 2^{n-1}$

4. $S_4 = 2.1.C_n^2 + 3.2.C_n^3 + 4.3.C_n^4 + \dots + n(n-1)C_n^n$

A. $n(n+1)2^{n-2}$

B. $n(n-1)2^{n+2}$

C. $n(n-1)2^{n-2}$

D. $2n(n-1)2^{n-2}$

5. $S_5 = C_n^0 + \frac{3^2 - 1}{2} C_n^1 + \dots + \frac{3^{n+1} - 1}{n+1} C_n^n$

A. $\frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$

B. $\frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} + 1$

C. $\frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} - 1$

D. $\frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} - 12$

Chủ đề II. TỔ HỢP, XÁC SUẤT

- Câu 31.** Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?
- A. 18 B. 3 C. 9 D. 6
- Câu 32.** Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



- A. 18 B. 9 C. 24 D. 10
- Câu 33.** Có bao nhiêu số điện thoại gồm sáu chữ số bất kì?
- A. 10^6 số B. 151200 số C. 6 số D. 6^6 số
- Câu 34.** Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình? (Có thể thăm một bạn nhiều lần)
- A. 7! B. 35831808 C. 12! D. 3991680
- Câu 35.** Có bao nhiêu cách sắp xếp bốn bạn An, Bình, Chi, Dung ngồi vào một bàn dài gồm có 4 chỗ?
- A. 4 B. 24 C. 1 D. 8
- Câu 36.** Trên mặt phẳng cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D trong đó không có bất kì ba điểm nào thẳng hàng. Từ các điểm đã cho có thể thành lập được bao nhiêu tam giác?
- A. 6 tam giác B. 12 tam giác C. 10 tam giác D. 4 tam giác
- Câu 37.** Nếu tất cả các đường chéo của đa giác lồi 12 cạnh được vẽ thì số đường chéo là
- A. 121 B. 66 C. 132 D. 54
- Câu 38.** Một tổ có 10 học sinh gồm 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra một nhóm gồm 5 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn trong đó có ba nam và hai nữ?
- A. 10 cách B. 252 cách C. 120 cách D. 5 cách
- Câu 39.** Cho $S = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$. Khi đó, S là khai triển của nhị thức nào dưới đây?
- A. $(1-2x)^5$ B. $(1+2x)^5$ C. $(2x-1)^5$ D. $(x-1)^5$

- Câu 40.** Gieo ngẫu nhiên một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần gieo đều xuất hiện mặt sấp là
- A. $\frac{4}{16}$ B. $\frac{2}{16}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{6}{16}$
- Câu 41.** Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6” là
- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{7}{36}$ C. $\frac{11}{36}$ D. $\frac{5}{36}$
- Câu 42.** Có bốn tấm bìa được đánh số từ 1 đến 4. Rút ngẫu nhiên ba tấm. Xác suất của biến cố “Tổng các số trên ba tấm bìa bằng 8” là
- A. 1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$
- Câu 43.** Một người chọn ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày cỡ khác nhau. Xác suất để hai chiếc chọn được tạo thành một đôi là
- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{3}{14}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{5}{28}$
- Câu 44.** Một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được cả hai quả trắng là
- A. $\frac{2}{10}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{4}{10}$ D. $\frac{5}{10}$
- Câu 45.** Một hộp chứa sáu quả cầu trắng và bốn quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên đồng thời bốn quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả màu trắng?
- A. $\frac{1}{21}$ B. $\frac{1}{210}$ C. $\frac{209}{210}$ D. $\frac{8}{105}$
- Câu 46.** Một xưởng sản xuất có n máy, trong đó có một số máy hỏng. Gọi A_k là biến cố : “Máy thứ k bị hỏng”. $k = 1, 2, \dots, n$. Biến cố A : “Cả n đều tốt đều tốt” là
- A. $A = A_1 A_2 \dots A_n$ B. $A = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{n-1} A_n$ C. $A = A_1 A_2 \dots A_{n-1} \bar{A}_n$ D. $A = \bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_n$
- Câu 47.** Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5?
- A. 60 B. 80 C. 240 D. 600
- Câu 48.** Với các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số khác nhau ?
- A. 240 B. 360 C. 312 D. 288

- Câu 49.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, có thể lập ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm sáu chữ số khác nhau và số tạo thành nhỏ hơn 432000?
A. 720 B. 286 C. 312 D. 414
- Câu 50.** Nếu một đa giác lồi có 44 đường chéo thì số cạnh của đa giác này là
A. 11 B. 10 C. 9 D. 8
- Câu 51.** Hệ số của x^3 trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^6$ là
A. 1 B. 60 C. 12 D. 6
- Câu 52.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^8$ là
A. 56 B. 28 C. 70 D. 8
- Câu 53.** Tổng tất cả các hệ số trong khai triển $(3x - 4)^{17}$ thành đa thức là
A. 1 B. -1
C. 0 D. 8192
- Câu 54.** Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số 1, 2, ..., 9. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là $\frac{3}{10}$.
Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là
A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{1}{15}$ C. $\frac{4}{15}$ D. $\frac{7}{15}$
- Câu 55.** Một hộp chứa 5 viên bi màu trắng, 15 viên bi màu xanh và 35 viên bi màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 7 viên bi. Xác suất để trong số 7 viên bi được lấy ra có ít nhất 1 viên bi màu đỏ là
A. C_{35}^1 B. $\frac{C_{55}^7 - C_{20}^7}{C_{55}^7}$ C. $\frac{C_{35}^7}{C_{55}^7}$ D. $C_{35}^1 \cdot C_{20}^6$
- Câu 56.** Trong mặt phẳng cho n điểm trong đó chỉ có đúng m điểm thẳng hàng ($m < n$); $(n - m)$ điểm còn lại không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số các tam giác được tạo thành từ các điểm đã cho là
A. $C_n^3 - C_m^3$ B. C_n^3 C. C_{n-m}^3 D. C_m^3

Câu 57. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số, trong đó chữ số 4 có mặt đúng ba lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần?

A. 700
B. 710
C. 720
D. 730

Câu 58. Một tiểu đội có 10 người được xếp ngẫu nhiên thành hàng dọc, trong đó có anh A và anh B. Xác suất để A và B đứng liền nhau bằng

A. $\frac{1}{6}$
B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{5}$
D. $\frac{1}{3}$

Câu 59. Một đề thi có 20 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có một phương án đúng. Khi thi, một học sinh đã chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời với mỗi câu của đề thi đó. Xác suất để học sinh đó trả lời không đúng cả 20 câu là

A. $\frac{1}{4}$
B. $\frac{3}{4}$
C. $\frac{1}{20}$
D. $\left(\frac{3}{4}\right)^{20}$

Câu 60. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $p(A) = \frac{12}{35}$
B. $p(A) = \frac{1}{25}$
C. $p(A) = \frac{4}{49}$
D. $p(A) = \frac{2}{35}$

§1 QUI TẮC CỘNG – QUI TẮC NHÂN

Câu 62. Giả sử một công việc có thể tiến hành theo 2 công đoạn A và B. Công đoạn A có thể thực hiện bằng n cách, công đoạn B có thể thực hiện bằng m cách. Khi đó, số cách thực hiện công việc là:

- A.** mn . **B.** $m+n$. **C.** $\frac{1}{2}mn$. **D.** $\frac{m+n}{2}$.

Câu 63. Từ A đến B có 3 con đường, từ B đến C có 4 con đường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đường đi từ A đến C (qua B)?

- A.** 7 . **B.** 12 . **C.** 81 . **D.** 64 .

Câu 64. Từ A đến B có 3 con đường, từ B đến C có 4 con đường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đường đi từ A đến C (qua B) và trở về từ C đến A (qua B) và không đi lại các con đường đã đi rồi?

- A.** 72 . **B.** 132 . **C.** 18 . **D.** 23 .

Câu 65. Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi có bao nhiêu số gồm 3 chữ số được thành lập từ các chữ số thuộc A ?

- A.** 256 . **B.** 216 . **C.** 36 . **D.** 18 .

Câu 66. Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số thuộc A ?

- A.** 256 . **B.** 216 . **C.** 180 . **D.** 120 .

Câu 67. Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có thể lập được bao nhiêu số lẻ có 4 chữ số khác nhau từ A ?

- A.** 360 . **B.** 180 . **C.** 27 . **D.** 18 .

Câu 68. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số khác nhau từ A ?

- A.** 8 . **B.** 12 . **C.** 18 . **D.** 24 .

Câu 69. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số?

- A.** 899 . **B.** 900 . **C.** 901 . **D.** 999 .

Câu 70. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng 2 chữ số đứng kề nhau phải khác nhau?

- A.** 9^5 . **B.** $9!$. **C.** $9.8.7.6.5$. **D.** $9^5 - 9.5$.

Câu 71. Bạn muốn mua một cây bút chì và một cây bút mực. Bút mực có 8 màu, bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Vậy bạn có bao nhiêu cách lựa chọn?

- _____ **A.** 64. **B.** 32. **C.** 20. **D.** 16.

Câu 72. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và lớn hơn 300.000 ?

- A.** $5!.3!$. **B.** $5!.2!$. **C.** $5!$. **D.** $5!.3$.

Câu 73. Cho tập hợp $A = \{2; 3; 5; 8\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên x sao cho $400 < x < 600$?

- _____ **A.** 3^2 . **B.** 4^4 . **C.** $4!$. **D.** 4^2 .

Câu 74. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau?

- A.** 752. **B.** 160. **C.** 156. **D.** 240.

Câu 75. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5.

- A.** 42. **B.** 40. **C.** 38. **D.** 36.

Câu 76. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?

- _____ **A.** 600. **B.** 240. **C.** 80. **D.** 60.

Câu 77. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Có bao nhiêu tập con của A ?

- A.** 64. **B.** 16. **C.** $8!$. **D.** 2^8 .

Câu 78. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Có bao nhiêu tập con của A chứa số 1 ?

- A.** $2^8 - 1$ **B.** 2^7 **C.** $2^7 - 1$ **D.** 2^6

Câu 79. Có bao nhiêu số tự nhiên là ước của 30^4 nhưng không tính 1 và 30^4 ?

- A.** 170. **B.** 250. **C.** 125. **D.** 123.

Câu 80. Có bao nhiêu số tự nhiên là ước của 30^4 nhưng không là ước của 60 ?

- A.** 125. **B.** 113. **C.** 65. **D.** 62.

§2 HOÁN VỊ

- Câu 81.** Có bao nhiêu cách xếp 6 người vào một bàn dài có 6 chỗ ngồi?
A. 120. B. 360. C. 150. D. 720.
- Câu 82.** Có bao nhiêu cách xếp 6 người vào một bàn tròn có 6 chỗ ngồi?
A. 120. B. 360. C. 150. D. 720.
- Câu 83.** Cho các chữ số 0;1;2;3;4;5. Từ các chữ số này ta có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau từng đôi một và chia hết cho 9 ?
A. 16. B. 18. C. 6. D. 24.
- Câu 84.** Từ các chữ số 1;2;3;4;5;6 có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau và có tổng các chữ số là 10 ?
A. 10. B. 12. C. 15. D. 18.
- Câu 85.** Có 5 cuốn sách toán khác nhau và 5 cuốn sách văn khác nhau. Có bao nhiêu cách xếp chúng thành 1 hàng sao cho các cuốn sách cùng môn thì đứng kề nhau?
A. 10! B. 2.5! C. 5!.5!. D. 2.5!.5!.
- Câu 86.** Có bao nhiêu cách xếp 5 cuốn sách toán khác nhau và 5 cuốn sách văn khác nhau đứng xen kẽ?
A. 10! B. 2.5! C. 5!.5!. D. 2.5!.5!.
- Câu 87.** Trên giá sách có 30 cuốn: trong đó có 27 cuốn có tác giả khác nhau và 3 cuốn của cùng một tác giả. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các cuốn sách của cùng một tác giả được xếp kề nhau?
A. 27!+3!. B. 28!+3!. C. 27!.3!. D. 28!.3!.
- Câu 88.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số khác nhau, trong đó không có chữ số 0 và chữ số 1 đứng ở vị trí chính giữa?
A. 8⁸. B. 8!. C. 9⁹ - 8!. D. 9! - 8!.
- Câu 89.** Một bộ chuyện tranh gồm 30 tập. Có bao nhiêu cách xếp 30 tập thành một hàng sao cho tập 1 và tập 2 không đứng kề nhau?

A. 2.29!

B. 28.29!.

C. 30!.

D. 29!.

Câu 90. Có bao nhiêu cách xếp 10 người vào 1 bàn dài sao cho ông X và ông Y ngồi cách nhau?

A. 9!.

B. 2.9!.

C. 8!.

D. 2.8!.

Câu 91. Từ các chữ số 1;2;3;4;5 có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, trong đó các chữ số khác nhau từng đôi một và chữ số đầu tiên khác 2 ?

_____ A. 96 .

B. 98 .

C. 480 .

D. 600 .

§3 CHỈNH HỢP

Câu 97. Xét hai mệnh đề sau đây:

(I): Mỗi hoán vị n phần tử của một tập hợp là một cách sắp xếp các phần tử của tập hợp đó theo một thứ tự nào đó.

(II): Mỗi hoán vị n phần tử của một tập hợp là một chỉnh hợp chập n của n phần tử đó.

Hãy chọn phương án đúng.

A. Chỉ có (I) đúng. B. Chỉ có (II) đúng. C. (I) và (II) đều đúng. D. (I) và (II) đều sai.

Câu 98. Có bao nhiêu tờ vé số có các chữ số đôi một khác nhau biết rằng mỗi tờ vé số có 5 chữ số ?

A. 67000.

B. 30240.

C. 40672.

D. 15120.

Câu 99. Lớp 11A có 45 học sinh. Có bao nhiêu cách phân công một nhóm gồm 2 người trực nhật trong một ngày, trong đó có một nhóm trưởng ?

A. 1980.

B. 990.

C. 2025.

D. 1936.

Câu 100. Có thể có tối đa bao nhiêu số điện thoại gồm 7 chữ số và các chữ số đều khác nhau ?

A. 823533. B. 823543. C. 544320. D. 604800.

Câu 101. Có bao nhiêu số có 2 chữ số, mà các chữ số đều là số lẻ và khác nhau ?

A. 35. B. 45. C. 24. D. 20.

Câu 102. Có 10 môn học và một ngày học 5 tiết. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các môn học trong một ngày ?

A. 252. B. 1512. C. 30240. D. 20000.

Câu 103. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau từng đôi một biết số đó có chứa các chữ số 2, 4, 5 và không chứa chữ số 0.

A. 1800. B. 3600. C. 10800. D. 4320.

Câu 104. Trên bàn cờ vua có 64 ô và chỉ có 2 quân xe khác màu. Có bao nhiêu cách sắp xếp để quân này có thể ăn quân kia ?

A. 896. B. 112. C. 784. D. 224.

Câu 105. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó không có chữ số 0.

A. 126. B. 15120. C. 30240. D. 252.

Câu 106. Có bao nhiêu từ gồm 2 hay 3 mẫu tự khác nhau được thành lập từ 6 mẫu tự của từ FRIEND (các từ không cần có nghĩa) ?

A. 720. B. 270. C. 150. D. 30.

§ 4 TỔ HỢP

Câu 107. Cho tập hợp A gồm có n phần tử và một số nguyên k thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Mỗi tập hợp con gồm k phần tử của A được gọi là

A. một chỉnh hợp chập k của n phần tử.

B. một tổ hợp chập k của n phần tử.

C. số chỉnh hợp chập k của n phần tử.

D. số tổ hợp chập k của n phần tử.

- Câu 108.** Với một tổ hợp chập k của n phần tử thì ta có thể tạo ra bao nhiêu chỉnh hợp chập k của n phần tử ?
A. k . B. $2k$. C. n . D. $k!$.
- Câu 109.** Từ cái bình đựng 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh, có bao nhiêu cách để lấy 2 viên cùng màu ?
A. 4. B. 9. C. 18. D. 22.
- Câu 110.** Từ một hội đồng gồm có 5 nam và 4 nữ, người ta cần tuyển ra 4 người để thành lập ban quản trị hội đồng. Hỏi có bao nhiêu cách tuyển chọn như thế ?
A. 126. B. 240. C. 260. D. 3024.
- Câu 111.** Từ một hội đồng gồm có 5 nam và 4 nữ, người ta cần tuyển ra 4 người để thành lập ban quản trị hội đồng, trong đó phải có ít nhất 1 nam và 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách tuyển chọn như thế ?
A. 126. B. 110. C. 120. D. 20.
- Câu 112.** Từ 12 người, người ta thành lập một ban kiểm tra gồm 2 lãnh đạo và 3 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập ban kiểm tra như thế ?
A. $C_{12}^2 \cdot C_{10}^3$. B. $C_{12}^5 \cdot C_{10}^2$. C. $C_{12}^2 \cdot C_{12}^5$. D. $C_{12}^2 \cdot C_{12}^3$.
- Câu 113.** Từ một nhóm nhà khoa học gồm 2 nhà toán học và 10 nhà kinh tế học người ta thành lập một đoàn gồm 8 người. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập sao cho đoàn có ít nhất một nhà toán học ?
A. 440. B. 450. C. 490. D. 495.
- Câu 114.** Bình có 7 cuốn truyện, An có 9 cuốn truyện (các cuốn truyện đều khác nhau). Bình và An, mỗi người cho nhau mượn 5 cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách cho mượn như thế ?
A. 147. B. 5040. C. 2646. D. 4920.
- Câu 115.** Cho một lục giác lồi có các đường chéo cắt nhau từng đôi một đồng thời không có 3 đường chéo nào đồng quy. Hỏi có bao nhiêu giao điểm tạo nên bởi các đường chéo đó ?
A. 30. B. 25. C. 15. D. 36.

- Câu 116.** Một hội đồng quản trị gồm có 11 người, trong đó có 7 nam và 4 nữ. Có bao nhiêu cách thành lập ban thường trực hội đồng gồm có 3 người, trong đó có ít nhất 1 người là nam ?
A. 161. B. 126. C. 119. D. 3528.
- Câu 117.** Một lớp học năng khiếu (ca, hát) gồm có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách thành lập đội văn nghệ gồm 6 người từ lớp ấy sao cho trong đội có ít nhất 4 nam ?
A. 763.806. B. 2.783.638. C. 5.608.890. D. 412.803.
- Câu 118.** Có 9 cuốn sách cần gói thành 3 gói thứ tự 2 cuốn, 3 cuốn, 4 cuốn. Có bao nhiêu cách gói ?
A. 72. B. 1260. C. 246. D. 1560.
- Câu 119.** Có 28 cây domino, chia đều cho 4 người chơi. Hỏi có bao nhiêu cách chia ?
A. $\frac{28!}{(7!)^4}$. B. $\frac{28!}{4!}$. C. $\frac{28!}{7!.4}$. D. $\frac{28!}{7!.4!}$.
- Câu 120.** Phân công 7 học sinh thành từng nhóm 1 người, 2 người, 4 người về 3 địa điểm. Hỏi có bao nhiêu cách?
A. 22. B. 5145. C. 63. D. 105.
- Câu 121.** Thập giác lồi (10 cạnh) là một đa giác có bao nhiêu đường chéo ?
A. 36. B. 45. C. 25. D. 35.
- Câu 122.** Có 7 hoa hồng và 5 hoa lan (khác nhau). Có bao nhiêu cách chọn ra 3 hoa hồng và 2 hoa lan ?
A. 360. B. 270. C. 350. D. 320.
- Câu 123.** Một rổ trái cây gồm có 7 quả táo và 3 quả cam. Có bao nhiêu cách chia rổ trái cây đó thành hai phần có số quả bằng nhau sao cho mỗi phần đều có cam ?
A. 105. B. 210. C. 38. D. 76.
- Câu 124.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số gồm 3 chữ số 6 và 4 chữ số 5 ?

A. 42.

B. 35.

C. 70.

D. 84.

Câu 125. Bốn tác giả cùng viết một cuốn sách gồm 17 chương. Người thứ nhất và người thứ ba, mỗi người viết 5 chương; người thứ hai viết 4 chương; người thứ tư viết 3 chương. Có bao nhiêu cách phân công nếu các chương sách hoàn toàn độc lập với nhau ?

A. 14.756.

B. 6739.

C. 75.720.

D. 171.531.360.

Câu 126. Cho một thập giác lồi. Có bao nhiêu tam giác mà 3 đỉnh là 3 đỉnh của thập giác đồng thời không có cạnh nào là cạnh của thập giác ?

A. 40.

B. 50.

C. 60.

D. 100.

§ 5 NHỊ THỨC NEWTON

Câu 127. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$

A. 495

B. 792

C. 924

D. 220

Câu 128. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(1-x)^{12}$

A. 792

B. -792

C. -924

D. 495

Câu 129. Tìm số hạng thứ 13 trong khai triển

$$\left(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2}\right)^{15} = C_{15}^0 \left(\sqrt[3]{3}\right)^{15} + C_{15}^1 \left(\sqrt[3]{3}\right)^{14} \left(\sqrt{2}\right) + \dots + C_{15}^{15} \left(\sqrt{2}\right)^{15}$$

A. 87360

B. $43680\sqrt{2}$ C. $24570\sqrt[3]{3}$ D. $27027\sqrt{2}$

Câu 130. Tìm n biết hệ số của số hạng thứ 3 trong khai triển sau là 36

$$\left(a^2\sqrt{a} + \frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n = C_n^0 \left(a^2\sqrt{a}\right)^n + C_n^1 \left(a^2\sqrt{a}\right)^{n-1} \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right) + \dots + C_n^n \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n$$

A. n=7

B. n=8

C. n=9

D. n=10

Câu 131. Tìm n biết tỉ số của hệ số của số hạng thứ 4 và thứ 3 trong khai triển sau là $10/3$

$$\left(a^2\sqrt{a} + \frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n = C_n^0 \left(a^2\sqrt{a}\right)^n + C_n^1 \left(a^2\sqrt{a}\right)^{n-1} \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right) + \dots + C_n^n \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{a}\right)^n$$

A. n=7

B. n=8

C. n=9

D. n=12

Câu 132. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(x+1)^4 + (x+1)^5 + (x+1)^6 + (x+1)^7$

A. 28

B. 41

C. 32

D. 35

Câu 133. Tìm hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$

A. 455

B. 5005

C. 3003

D. 1365

Câu 134. Tìm n sao cho $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$

A. n=10

B. n=11

C. n=12

D. n=13

Câu 135. Tìm n sao cho $C_n^2 C_n^{n-2} + 2C_n^2 C_n^3 + C_n^3 C_n^{n-3} = 100$

A. n=4

B. n=8

C. n=10

D. n=14

Câu 136. Tìm n sao cho $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$

A. n=5

B. n=9

C. n=10

D. n=15

Câu 137. Cho $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ thỏa $a_0 + a_1 + \dots + a_n = 729$. Tìm n và số hạng thứ 5.

A. n=7; $560x^4$ B. n=7; $280x^4$ C. n=6; $240x^4$ D. n=6; $60x^4$

Câu 138. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$ biết tổng các hệ số trong khai triển bằng 1024.

A. 165

B. 210

C. 252

D. 792

Câu 139. Cho tập A gồm n phần tử, $n \geq 4$. Biết số tập con gồm 4 phần tử của A bằng 20 lần số tập con gồm 2 phần tử của A. Tìm n.

A. n=16

B. n=17

C. n=18

D. n=19

Câu 140. Tìm số không chứa x trong khai triển $\left(2nx + \frac{1}{2nx^2}\right)^{3n}$ biết tổng các hệ số bằng 64.

A. 210

B. 240

C. 250

D. 360

Câu 141. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển $(a+b)^n$ biết tổng các hệ số bằng 4096.

- A. 462 B. 792 C. 924 D. 1716

Câu 142. Số hạng thứ ba trong khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ không chứa x. Tìm x biết số hạng này bằng số hạng thứ 2 trong khai triển $(1+x^3)^{30}$

- A. $x=1$ B. $x=2$ C. $x=-1$ D. $x=-2$

Câu 143. Hiệu các hệ số của 2 số hạng thứ ba trong khai triển $(a+b)^{n+1}$ và $(a+b)^n$ bằng 225. Tìm n?

- A. 125 B. 220 C. 450 D. 225

Câu 144. Tổng các hệ số của số hạng thứ 3 và số hạng thứ 3 từ cuối trở lên trong khai triển $(a+b)^n$ bằng 9900. Tìm n?

- A. 90 B. 100 C. 110 D. 120

Câu 145. Xét khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^n$, biết tích của số hạng thứ tư và số hạng thứ tư kể từ số hạng cuối cùng trở lên bằng 14400. Tìm n?

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 15

Câu 146. Biết số hạng thứ tư trong khai triển $(5+2x)^{16}$ lớn hơn số hạng thứ ba và thứ năm. Tìm các giá trị của x?

- A. $\frac{15}{14} < x < \frac{15}{13}$ B. $\frac{15}{28} < x < \frac{10}{13}$ C. $\frac{3}{7} < x < \frac{5}{8}$ D. $\frac{7}{17} < x < \frac{8}{17}$

Câu 147. Biết hệ số của số hạng thứ ba lớn hơn hệ số của số hạng thứ hai là 9, trong khai triển $(a+b)^n$. Tìm tổng các hệ số.

- A. 64 B. 32 C. 128 D. 16

Câu 148. Giải phương trình $C_n^{n-2} + 2n = 9$

- A. $n=3$ B. $n=4$ C. $n=6$ D. $n=10$

Câu 149. Giải bất phương trình $C_n^5 < C_n^3$

A. $4 < n < 6$

B. $4 < n < 7$

C. $5 < n < 8$

D. $-1 < n < 8$

Câu 150. Giải bất phương trình $8C_{105}^n < 3C_{105}^{n+1}$

A. $0 \leq n \leq 20$

B. $0 \leq n \leq 21$

C. $0 \leq n \leq 27$

D. $0 \leq n \leq 25$

Câu 151. Tìm các số hạng là số nguyên trong khai triển $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^5$

A. 48

B. 72

C. 24 D. 60

Câu 152. Tìm các số hạng là số nguyên trong khai triển $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^8$

A. 625; 7000; 7000; 1120; 16

B. 600; 7500; 3000; 100; 25

C. 500; 1000; 780; 50; 30

D. 625; 7000; 1120; 500; 95

Câu 153. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển $(\sqrt{3} + \sqrt[4]{5})^{124}$ là số nguyên

A. 28

B. 30

C. 32 D. 33

Câu 154. Tìm số hạng chứa x^8 trong khai triển $(\sqrt{x} + \sqrt{2})^{18}$

A. $306x^8$

B. $53\sqrt{2}x^8$

C. $306\sqrt{2}x^8$

D. $1632\sqrt{2}x^8$

Câu 155. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^{12}$.

A. $\frac{55}{9}$

B. $\frac{495}{81}$

C. $\frac{220}{27}$

D. $\frac{495}{27}$

Câu 156. Có bao nhiêu số hạng là số hữu tỉ trong khai triển $(\sqrt[4]{3} + \sqrt[3]{4})^{100}$

A. 9

B. 10

C. 12 D. 15

Câu 157. Có bao nhiêu số hạng là số hữu tỉ trong khai triển $(\sqrt[5]{9} + \sqrt[2]{5})^{225}$

A. 5

B. 6

C. 8 D. 10

Câu 158. Tìm n sao cho trong khai triển $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 3\right)^n$ thì tỉ số giữa số hạng thứ tư và số hạng thứ ba bằng $3\sqrt{2}$

A. $n=5$

B. $n=6$

C. $n=8$

D. $n=10$

Câu 159. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4$

- A. $\frac{27}{64}$ B. $\frac{9}{32}$ C. $\frac{27}{32}$ D. $\frac{27}{128}$

Câu 160. Tìm số hạng ở chính giữa trong khai triển $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}} + \sqrt[3]{x}\right)^{10}$

- A. $210x\sqrt{x}$ B. $252\frac{x^2}{\sqrt[5]{x}}$ C. $252(\sqrt[3]{x})^2$ D. $210\frac{1}{x\sqrt[5]{x}}$

Câu 161. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $(1+3x+2x^3)^{10}$

- A. 17550 B. 270 C. 21130 D. 16758

Câu 162. Cho $(x-2)^{100} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{100}x^{100}$. Tính $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$

- A. 2^{100} B. 1 C. 0 D. -1

§6. BIẾN CỐ VÀ XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Câu 128. Có 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 viên. Tính xác suất để được 2 viên bi xanh.

- A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

Câu 129. Cho tập $M=\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Lập các số có 2 chữ số khác nhau được lấy từ tập M. Lấy ngẫu nhiên 1 số trong các số đó. Tính xác suất lấy được 1 số chia hết cho 9.

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{2}{15}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 130. Gieo 3 đồng xu. Tính xác suất để có ít nhất 2 đồng xu lật ngửa?

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{7}{8}$

Câu 131. Gieo 2 con xúc sắc xanh và đỏ. Gọi a là số chấm xuất hiện trên con xúc sắc màu xanh; b là số chấm xuất hiện trên con xúc sắc màu đỏ. Tính xác suất của biến cố A chẵn và B lẻ.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{9}$

Câu 132. Một dãy ghế có 12 chỗ ngồi cho 12 người. Tính xác suất để ông X ngồi ở 2 đầu dãy ghế?

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{12}$

Câu 133. Một người gọi điện lại quên 2 chữ số cuối cùng mà chỉ nhớ rằng hai chữ số đó khác nhau. Tính xác suất gọi một lần đúng số điện thoại của người đó.

A. $\frac{1}{98}$

B. $\frac{1}{90}$

C. $\frac{1}{45}$

D. $\frac{1}{49}$

Câu 134. Gieo 3 đồng xu, hai mặt của đồng xu thứ nhất lần lượt ghi điểm 0 và 1, của đồng xu thứ 2 ghi 1 và 2, của đồng xu thứ 3 ghi 2 và 3. Tính xác suất khi tổng số điểm ở các mặt là 3?

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{3}{16}$

Câu 135. Có 6 viên bi gồm 2 xanh, 2 đỏ, 2 vàng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên. Tính xác suất để được 2 viên xanh?

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{15}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{15}$

Câu 136. Trong số 100 bóng đèn có 4 bóng bị hỏng. Tính xác suất để lấy được 2 bóng tốt.

A. $\frac{152}{165}$

B. $\frac{24}{25}$

C. $\frac{149}{162}$

D. $\frac{151}{164}$

Câu 137. Có 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên. Tính xác suất trong 3 viên có 2 viên màu đỏ.

A. $\frac{18}{35}$

B. $\frac{6}{35}$

C. $\frac{9}{35}$

D. $\frac{8}{35}$

Câu 138. Có 7 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên. Tính xác suất để lấy được 2 viên xanh trong 3 viên.

A. $\frac{19}{20}$

B. $\frac{7}{20}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{21}{40}$

Câu 139. Có 2 viên bi xanh và 5 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên. Tính xác suất để lấy được 1 bi xanh và 1 bi trắng.

A. $\frac{4}{7}$

B. $\frac{11}{21}$

C. $\frac{10}{21}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 140. Có 3 viên bi đỏ, 3 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Lấy ngẫu nhiên 3 viên. Tính xác suất để trong 3 viên lấy ra có đúng 1 viên bi đỏ?

A. $\frac{21}{40}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{19}{40}$

D. $\frac{23}{40}$

Câu 141. Một đợt xổ số phát hành 20.000 vé, trong đó có 1 giải nhất, 100 giải nhì, 200 giải ba, 1000 giải tư và 5000 giải khuyến khích. Tính xác suất để 1 người mua 3 vé trúng 1 giải nhì và 2 giải khuyến khích.

A. $\frac{C_{100}^1 + C_{5000}^2}{C_{20000}^3}$

B. $\frac{C_{100}^1 \cdot C_{5000}^2}{C_{20000}^3}$

C. $\frac{1}{100} \cdot \frac{2}{5000}$

D. $\frac{1}{100} + \frac{1}{5000}$

Câu 142. Có 12 bóng đèn, trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt.

A. $\frac{27}{100}$

B. $\frac{13}{110}$

C. $\frac{23}{44}$

D. $\frac{7}{11}$

§7. CÁC QUI TẮC TÍNH XÁC SUẤT

Câu 143. Cho 2 biến cố A và B với $P(A) = \frac{1}{3}$; $P(B) = \frac{1}{4}$ và $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. $P(A \cdot B) = \frac{1}{12}$

B. A và B độc lập

C. A và B xung khắc

D. A và B không xung khắc

Giả thiết sau dùng chung cho 2 câu 2 và 3. Một lớp học có 30 học sinh, trong đó có 5 học sinh giỏi, 10 học sinh khá, 10 học sinh trung bình, 5 học sinh yếu. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để:

Câu 144. Cả 3 đều là học sinh yếu

A. $\frac{1}{416}$

B. $\frac{1}{406}$

C. $\frac{2}{417}$

D. $\frac{3}{406}$

Câu 145. Có ít nhất 1 học sinh giỏi

A. $\frac{87}{203}$

B. $\frac{86}{204}$

C. $\frac{88}{203}$

D. $\frac{87}{204}$

Câu 146. Cho 5 đoạn thẳng có chiều dài là 1, 3, 5, 7, 9cm. Lấy ngẫu nhiên ra 3 đoạn thẳng. Tính xác suất để 3 đoạn thẳng đó lập nên tam giác.

- A. 0.3 B. 0.25 C. 0.35 D. 0.4

Giả thiết sau sử dụng chung cho các câu 5, 6, 7. Một công nhân đứng 3 máy. Xác suất để trong 1 ca làm việc: Máy I không hư hỏng là 0.9, máy II không hư hỏng là 0.8, máy III không hư hỏng là 0.7. Tìm xác suất để trong ca làm việc:

Câu 147. Cả 3 máy đều không hư

- A. 0.504 B. 0.503 C. 0.54 D. 0.53

Câu 148. Cả 3 máy đều hư

- A. 0.06 B. 0.006 C. 0.016 D. 0.026

Câu 149. Có ít nhất 1 máy không hư

- A. 0.995 B. 0.94 C. 0.994 D. 0.996

Câu 150. Có 12 bóng đèn, trong đó có 8 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để lấy được ít nhất 1 bóng tốt.

- A. $\frac{28}{55}$ B. $\frac{1}{55}$ C. $\frac{54}{55}$ D. $\frac{42}{55}$

Câu 151. Có 4 bi xanh, 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi khác màu.

- A. $\frac{1}{36}$ B. $\frac{13}{18}$ C. $\frac{5}{18}$ D. $\frac{1}{12}$

Câu 152. Có 3 bi trắng, 3 bi đỏ, 4 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 bi. Tính xác suất biến cố số bi đỏ bằng số bi trắng.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{1}{30}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 153. Gieo 2 con xúc sắc một xanh, một đỏ. Gọi a là số chấm trên con xanh, b là số chấm trên con đỏ. Tính xác suất để có a chẵn, b lẻ và $a + b = 7$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{9}$

Câu 154. Hai xạ thủ cùng bắn vào 1 tấm bia. Xác suất trúng lần lượt là 0.8 và 0.7. Tính xác suất trúng bia của ít nhất một người.

A. 0.75

B. 0.24

C. 0.9

D. 0.94

Câu 155. Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia. Xác suất trúng đích lần lượt là 0.6, 0.7, 0.8. Tính xác suất có ít nhất một người bắn trúng bia.

A. 0.476

B. 0.7

C. 0.695

D. 0.756

Câu 156. Xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0.51. Tính xác suất sao cho sinh 3 lần thì có ít nhất 1 trai (mỗi lần sinh 1 con)

A. 0.95

B. 0.88

C. 0.80

D. 0.99

Câu 157. Một con xúc sắc được gieo 3 lần. Gọi A là biến cố tổng số chấm xuất hiện ở 2 lần gieo đầu bằng số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ 3. Khi đó $P(A)$ bằng:

A. $\frac{10}{216}$ B. $\frac{15}{216}$ C. $\frac{16}{216}$ D. $\frac{12}{216}$

CHƯƠNG II. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

BÀI 1: QUY TẮC ĐẾM

Câu 158. Cho các số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

A. 12

B. 24

C. 64

D. 256

Câu 159. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà các chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị?

A. 40

B. 45

C. 50

D. 55

Câu 160. Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:

A. 5

B. 15

C. 55

D. 10

Câu 161. Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 3 và 2:

A. 12

B. 16

C. 17

D. 20

Câu 162. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số:

A. 900

B. 901

C. 899

D. 999

- Câu 163.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số lập từ các số 0, 2, 4, 6, 8 với điều các chữ số đó không lặp lại:
A. 60 B. 40 C. 48 D. 10
- Câu 164.** Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng:
A. 100 B. 91 C. 10 D. 90
- Câu 165.** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn:
A. 25 B. 75 C. 100 D. 15
- Câu 166.** Từ các chữ số 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số:
A. 256 B. 120 C. 24 D. 16
- Câu 167.** Từ các chữ số 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số?
A. 256 B. 120 C. 24 D. 16
- Câu 168.** Cho 6 chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7. số các số tự nhiên chẵn có 3 chữ số lập thành từ 6 chữ số đó:
A. 36 B. 18 C. 256 D. 108
- Câu 169.** Cho 6 chữ số 4, 5, 6, 7, 8, 9. số các số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau lập thành từ 6 chữ số đó:
A. 120 B. 180 C. 256 D. 216
- Câu 170.** Bạn muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có 8 màu khác nhau, các cây bút chì cũng có 8 màu khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách chọn
A. 64 B. 16 C. 32 D. 20
- Câu 171.** Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:
A. 3260 B. 3168 C. 5436 D. 12070

- Câu 172.** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số và các chữ số đó phải khác nhau:
A. 160 B. 156 C. 752 D. 240
- Câu 173.** Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5:
A. 60 B. 80 C. 240 D. 600
- Câu 174.** Cho hai tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{c, d, e\}$. Chọn khẳng định *sai* trong các khẳng định sau:
A. $N(A) = 4$ B. $N(B) = 3$
C. $N(A \cup B) = 7$ D. $N(A \cap B) = 2$
- Câu 175.** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau:
A. 4536 B. 4^9 C. 2156 D. 4530
- Câu 176.** Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (Có thể thăm một bạn nhiều lần).
A. $7!$ B. 35831808 C. $12!$ D. 3991680
- Câu 177.** Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình thăm một bạn không quá một lần
A. 3991680 B. $12!$ C. 35831808 D. $7!$
- Câu 178.** Cho các số 1, 2, 5, 7 có bao nhiêu cách chọn ra một số gồm 3 chữ số khác nhau từ 5 chữ số đã cho:
A. 120 B. 256 C. 24 D. 36
- Câu 179.** Cho các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số lấy từ 7 chữ số trên sao cho chữ số đầu tiên bằng 3 là:
A. 7^5 B. $7!$ C. 240 D. 2410

Câu 180. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

- A. 6 B. 72 C. 720 D. 144

Câu 181. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố A đến thành phố C có 2 con đường, từ thành phố B đến thành phố D có 2 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 3 con đường. không có con đường nào nối từ thành phố C đến thành phố B. Hỏi có bao nhiêu con đường đi từ thành phố A đến thành phố D:

- A. 6 B. 12 C. 18 D. 36

Câu 182. Từ các số 1, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên khác nhau:

- A. 6 B. 8 C. 12 D. 27

Câu 183. Có bao nhiêu số có 2 chữ số, mà tất cả các chữ số đều lẻ:

- A. 25 B. 20 C. 30 D. 10

Câu 184. Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:

- A. 1000 B. 100000 C. 10000 D. 1000000

Câu 185. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số lớn hơn 4 và đôi một khác nhau:

- A. 240 B. 120 C. 360 D. 24

Câu 186. Từ các số 1, 2, 3 có thể lập được bao nhiêu số khác nhau và mỗi số có các chữ số khác nhau:

- A. 15 B. 20 C. 72 D. 36

BÀI 2: HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

Câu 187. Một liên đoàn bóng rổ có 10 đội, mỗi đội đấu với mỗi đội khác hai lần, một lần ở sân nhà và một lần ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

- A. 45 B. 90 C. 100 D. 180

Câu 188. Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

- A. 180 B. 160 C. 90 D. 45

Câu 189. Giả sử ta dùng 5 màu để tô cho 3 nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng hai lần. Số các cách để chọn những màu cần dùng là:

- A. $\frac{5!}{2!}$ B. 8 C. $\frac{5!}{3!2!}$ D. 5^3

Câu 190. Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là:

- A. 35 B. 120 C. 240 D. 720

Câu 191. Nếu tất cả các đường chéo của đa giác đều 12 cạnh được vẽ thì số đường chéo là:

- A. 121 B. 66 C. 132 D. 54

Câu 192. Nếu một đa giác đều có 44 đường chéo, thì số cạnh của đa giác là:

- A. 11 B. 10 C. 9 D. 8

Câu 193. Sau bữa tiệc, mỗi người bắt tay một lần với mỗi người khác trong phòng. Có tất cả 66 người lần lượt bắt tay. Hỏi trong phòng có bao nhiêu người:

- A. 11 B. 12 C. 33 D. 67.

Câu 194. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là:

- A. C_7^3 B. A_7^3 C. $\frac{7!}{3!}$ D. 7

Câu 195. Tên 15 học sinh được ghi vào 15 tờ giấy để vào trong hộp. Chọn tên 4 học sinh để cho đi du lịch. Hỏi có bao nhiêu cách chọn các học sinh:

- A. 4! B. 15! C. 1365 D. 32760

Câu 196. Một hội đồng gồm 2 giáo viên và 3 học sinh được chọn từ một nhóm 5 giáo viên và 6 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

- A. 200 B. 150 C. 160 D. 180

Câu 197. Một tổ gồm 12 học sinh trong đó có bạn An. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực trong đó phải có An:

- A. 990 B. 495 C. 220 D. 165

Câu 198. Từ một nhóm 5 người, chọn ra các nhóm ít nhất 2 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn:

A. 25

B. 26

C. 31

D. 32

Câu 199. Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

Câu 200. Một tổ gồm 7 nam và 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực sao cho có ít nhất 2 nữ?

A. $(C_7^2 + C_6^5) + (C_7^1 + C_6^3) + C_6^4$ B. $(C_7^2 \cdot C_6^2) + (C_7^1 \cdot C_6^3) + C_6^4$ C. $C_{11}^2 \cdot C_{12}^2$

D. Đáp số khác

Câu 201. Số cách chia 10 học sinh thành 3 nhóm lần lượt gồm 2, 3, 5 học sinh là:

A. $C_{10}^2 + C_{10}^3 + C_{10}^5$ B. $C_{10}^2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5$ C. $C_{10}^2 + C_8^3 + C_5^5$ D. $C_{10}^5 + C_5^3 + C_2^2$

Câu 202. Một thí sinh phải chọn 10 trong số 20 câu hỏi. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 10 câu hỏi này nếu 3 câu đầu phải được chọn:

A. C_{20}^{10} B. $C_{10}^7 + C_{10}^3$ C. $C_{10}^7 \cdot C_{10}^3$ D. C_{17}^7

Câu 203. Trong các câu sau câu nào *sai*?

A. $C_{14}^3 = C_{14}^{11}$ B. $C_{10}^3 + C_{10}^4 = C_{11}^4$ C. $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 16$ D. $C_{10}^4 + C_{11}^5 = C_{11}^5$

Câu 204. Mười hai đường thẳng có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 12

B. 66

C. 132

D. 144

Câu 205. Cho biết $C_n^{n-k} = 28$. Giá trị của n và k lần lượt là:

A. 8 và 4

B. 8 và 3

C. 8 và 2

D. Không thể tìm được

Câu 206. Có tất cả 120 cách chọn 3 học sinh từ nhóm n (chưa biết) học sinh. Số n là nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $n(n+1)(n+2)=120$ B. $n(n+1)(n+2)=720$

C. $n(n-1)(n-2)=120$

D. $n(n-1)(n-2)=720$

Câu 207. Từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số từ 4 chữ số khác nhau?

A. $7!$

B. 7^4

C. $7.6.5.4$

D. $7!.6!.5!.4!$

Câu 208. Số cách chọn một ban chấp hành gồm một trưởng ban, một phó ban, một thư kí và một thủ quỹ được chọn từ 16 thành viên là:

A. 4

B. $\frac{16!}{4}$

C. $\frac{16!}{12!.4!}$

D. $\frac{16!}{2!}$

Câu 209. Trong một buổi hoà nhạc, có các ban nhạc của các trường đại học từ Huế, Đà Nẵng, Quy Nhơn, Nha Trang, Đà Lạt tham dự. Tìm số cách xếp đặt thứ tự để các ban nhạc Nha Trang sẽ biểu diễn đầu tiên.

A. 4

B. 20

C. 24

D. 120

Câu 210. Ông và bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

A. 720

B. 1440

C. 20160

D. 40320

Câu 211. Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?

A. $5!.7!$

B. $2.5!.7!$

C. $5!.8!$

D. $12!$

Câu 212. Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

A. 120

B. 216

C. 312

D. 360

Câu 213. Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

A. 288

B. 360

C. 312

D. 600

Câu 214. Trong tủ sách có tất cả 10 cuốn sách. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho quyển thứ nhất ở kề quyển thứ hai:

A. $10!$

B. 725760

C. $9!$

D. $9! - 2!$

Câu 215. Trong một hộp bánh có 6 loại bánh nhân thịt và 4 loại bánh nhân đậu xanh. Có bao nhiêu cách lấy ra 6 bánh để phát cho các em thiếu nhi:

A. 240

B. 151200

C. 14200

D. 210

BÀI 3: NHỊ THỨC NEWTON

Câu 216. Nếu $A_x^2 = 110$ thì:

- A. $x = 10$ B. $x = 11$ C. $x = 11$ hay $x = 10$ D. $x = 0$

Câu 217. Trong khai triển $(2a - b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

- A. -80 B. 80 C. -10 D. 10

Câu 218. Trong khai triển nhị thức $(a + 2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$). Có tất cả 17 số hạng. Vậy n bằng:

- A. 17 B. 11 C. 10 D. 12

Câu 219. Trong khai triển $(3x^2 - y)^{10}$, hệ số của số hạng chính giữa là:

- A. $3^4 \cdot C_{10}^4$ B. $-3^4 \cdot C_{10}^4$ C. $3^5 \cdot C_{10}^5$ D. $-3^5 \cdot C_{10}^5$

Câu 220. Trong khai triển $(2x - 5y)^8$, hệ số của số hạng chứa $x^3 \cdot y^3$ là:

- A. -22400 B. -40000 C. -8960 D. -4000

Câu 221. Trong khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$, hệ số của x^3 ($x > 0$) là:

- A. 60 B. 80 C. 160 D. 240

Câu 222. Trong khai triển $\left(a^2 + \frac{1}{b}\right)^7$, số hạng thứ 5 là:

- A. $35 \cdot a^6 b^{-4}$ B. $-35 \cdot a^6 b^{-4}$ C. $35 \cdot a^4 b^{-5}$ D. $-35 \cdot a^4 b$

Câu 223. Trong khai triển $(2a - 1)^6$, ba số hạng đầu là:

- A. $2 \cdot a^6 - 6 \cdot a^5 + 15a^4$ B. $2 \cdot a^6 - 15 \cdot a^5 + 30a^4$
C. $64 \cdot a^6 - 192 \cdot a^5 + 480a^4$ D. $64 \cdot a^6 - 192 \cdot a^5 + 240a^4$

Câu 224. Trong khai triển $(x - \sqrt{y})^{16}$, hai số hạng cuối là:

- A. $-16x\sqrt{y^{15}} + y^8$ B. $-16x\sqrt{y^{15}} + y^4$
C. $16xy^{15} + y^4$ D. $16xy^{15} + y^8$

Câu 225. Trong khai triển $\left(8a^2 - \frac{1}{2}b\right)^6$, số hạng thứ 10 là:

- A. $-80a^9.b^3$ B. $-64a^9.b^3$ C. $-1280a^9.b^3$ D. $60a^6.b^4$

Câu 226. Trong khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$, số hạng không chứa x là:

- A. 4096 B. 86016 C. 168 D. 512

Câu 227. Trong khai triển $(2x - 1)^{10}$, hệ số của số hạng chứa x^8 là:

- A. -11520 B. 45 C. 256 D. 11520

Câu 228. Trong khai triển $(a - 2b)^8$, hệ số của số hạng chứa $a^4.b^4$ là:

- A. 1120 B. 560 C. 140 D. 70

Câu 229. Trong khai triển $(3x - y)^7$, số hạng chứa x^4y^3 là:

- A. $-4536x^4y^3$ B. $-486x^4y^3$ C. $4536x^4y^3$ D. $486x^4y^3$

Câu 230. Trong khai triển $(0,2 + 0,8)^5$, số hạng thứ tư là:

- A. 0,0064 B. 0,4096 C. 0,0512 D. 0,2048

Câu 231. Hệ số của x^3y^3 trong khai triển $(1+x)^6(1+y)^6$ là:

- A. 20 B. 800 C. 36 D. 400

Câu 232. Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x + 2y)^4$ là:

- A. $C_4^2x^2y^2$ B. $6(3x^22y^2)$ C. $6C_4^2x^2y^2$ D. $36C_4^2x^2y^2$

Câu 233. Trong khai triển $(x - y)^{11}$, hệ số của số hạng chứa x^8y^3 là

- A. C_{11}^3 B. $-C_{11}^3$ C. $-C_{11}^5$ D. C_{11}^8

Câu 234. Khai triển $(x + y)^5$ rồi thay x, y bởi các giá trị thích hợp. Tính tổng $S =$

$$C_5^0 + C_5^1 + \dots + C_5^5$$

- A. 32 B. 64 C. 1 D. 12

Câu 235. Tổng $T = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n$ bằng:

- A. $T = 2^n$ B. $T = 2^n - 1$ C. $T = 2^n + 1$ D. $T = 4^n$

Câu 236. Nghiệm của phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$ là:

A. $x = 11$ và $x = 5$

B. $x = 5$

C. $x = 11$

D. $x = 10$ và $x = 2$

Câu 237. Số $(5! - P_4)$ bằng:

A. 5

B. 12

C. 24

D. 96

Câu 238. Tính giá trị của tổng $S = C_6^0 + C_6^1 + \dots + C_6^6$ bằng:

A. 64

B. 48

C. 72

D. 100

Câu 239. Hệ số đứng trước $x^{25}.y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$ là:

A. 2080

B. 3003

C. 2800

D. 3200

Câu 240. Kết quả nào sau đây *sai*:

A. $C_{n+1}^0 = 1$

B. $C_n^n = 1$

C. $C_n^1 = n + 1$

D. $C_n^{n-1} = n$

Câu 241. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$ là:

A. C_{18}^9

B. C_{18}^{10}

C. C_{18}^8

D. C_{18}^3

Câu 242. Nếu $2A_n^4 = 3A_{n-1}^4$ thì n bằng:

A. $n = 11$

B. $n = 12$

C. $n = 13$

D. $n = 14$

Câu 243. Khai triển $(1-x)^{12}$, hệ số đứng trước x^7 là:

A. 330

B. -33

C. -72

D. -792

BÀI 4: PHÉP THỬ VÀ KHÔNG GIAN MẪU

Câu 244. Trong các thí nghiệm sau thí nghiệm nào không phải là phép thử ngẫu nhiên:

A. Gieo đồng tiền xem nó mặt ngửa hay mặt sấp

B. Gieo 3 đồng tiền và xem có mấy đồng tiền lật ngửa

C. Chọn bất kì 1 HS trong lớp và xem là nam hay nữ

D. Bỏ hai viên bi xanh và ba viên bi đỏ trong một chiếc hộp, sau đó lấy từng viên một để đếm xem có tất cả bao nhiêu viên bi

Câu 245. Gieo 3 đồng tiền là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là:

A. {NN, NS, SN, SS}

B. {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS}

C. {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN}

D. {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, NSS, SNN}

Câu 246. Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là:

A. 24

B. 12

C. 6

D. 8

Câu 247. Gieo 2 con súc sắc và gọi kết quả xảy ra là tích số hai nút ở mặt trên. Số phần tử của không gian mẫu là:

A. 9

B. 18

C. 29

D. 39

Câu 248. Gieo con súc sắc 2 lần. Biến cố A là biến cố để sau 2 lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm :

A. $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6)\}$

B. $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6), (6;6)\}$

C. $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6), (6;6), (6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)\}$

D. $A = \{(6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)\}$

Câu 249. Gieo đồng tiền 2 lần. Số phần tử của biến cố để mặt ngửa xuất hiện đúng 1 lần là:

A. 2

B. 4

C. 5

D. 6

Câu 250. Gieo ngẫu nhiên 2 đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu biến cố:

A. 4

B. 8

C. 12

D. 16

Câu 251. Cho phép thử có không gian mẫu $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Các cặp biến cố không đối nhau là:

A. $A=\{1\}$ và $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

B. $C=\{1, 4, 5\}$ và $D = \{2, 3, 6\}$

C. $E=\{1, 4, 6\}$ và $F = \{2, 3\}$

D. Ω và ϕ

Câu 252. Một hộp đựng 10 thẻ, đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ. Gọi A là biến cố để tổng số của 3 thẻ được chọn không vượt quá 8. Số phần tử của biến cố A là:

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

BÀI 5: XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

Câu 253. Gieo một con súc sắc. Xác suất để mặt chấm chẵn xuất hiện là:

A. 0, 2

B. 0, 3

C. 0, 4

D. 0, 5

Câu 254. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá bích là:

A. $\frac{1}{13}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{12}{13}$

D. $\frac{3}{4}$

Câu 255. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách (A) là:

A.

B. $\frac{1}{169}$

C. $\frac{4}{13}$

D. $\frac{3}{4}$

Câu 256. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách (A) hay lá rô là:

A. $\frac{1}{52}$

B.

C. $\frac{4}{13}$

D. $\frac{17}{52}$

Câu 257. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá ách (A) hay lá già (K) hay lá đâm (Q) là:

A. $\frac{1}{2197}$

B. $\frac{1}{64}$

C. $\frac{1}{13}$

D. $\frac{3}{13}$

Câu 258. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được lá bời (J) màu đỏ hay lá 5 là:

A. $\frac{1}{13}$

B. $\frac{3}{26}$

C. $\frac{3}{13}$

D. $\frac{1}{238}$

Câu 259. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để được một lá rô hay một lá hình người (lá bời, đâm, già) là:

A. $\frac{17}{52}$

B. $\frac{11}{26}$

C. $\frac{3}{13}$

D. $\frac{3}{13}$

Câu 260. Gieo một con súc sắc 3 lần. Xác suất để được mặt số hai xuất hiện cả 3 lần là:

- A. $\frac{1}{172}$ B. $\frac{1}{18}$ C. $\frac{1}{20}$ D. $\frac{1}{216}$

Câu 261. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 11 là:

- A. $\frac{1}{18}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{2}{25}$

Câu 262. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 7 là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{7}{12}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 263. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt chia hết cho 3 là:

- A. $\frac{13}{36}$ B. $\frac{11}{36}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 264. Gieo ba con súc sắc. Xác suất để nhiều nhất hai mặt 5 là:

- A. $\frac{5}{72}$ B. $\frac{1}{216}$ C. $\frac{1}{72}$ D. $\frac{215}{216}$

Câu 265. Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số nguyên tố là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 266. Cho hai biến cố A và B có $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ ta kết luận hai biến cố A và B là:

- A. Độc lập B. Không độc lập
C. Xung khắc D. Không xung khắc.

Câu 267. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc. Xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện:

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 268. Gieo ngẫu nhiên 2 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để sau hai lần gieo kết quả như nhau là:

- A. $\frac{5}{36}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Câu 269. Gieo đồng tiền 2 lần. Xác suất để sau hai lần gieo thì mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 270. Gieo hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện ở hai mặt trên chia hết cho 3 là:

- A. $\frac{13}{36}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{11}{36}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 271. Một con súc sắc cân đối đồng chất được gieo 5 lần. Xác suất để tổng số chấm ở 2 lần gieo đầu bằng số chấm ở lần gieo thứ ba:

- A. $\frac{10}{216}$ B. $\frac{15}{216}$ C. $\frac{16}{216}$ D. $\frac{12}{216}$

Câu 272. Một túi chứa 2 bi trắng và 3 bi đen. Rút ra 3 bi. Xác suất để được ít nhất 1 bi trắng là:

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{9}{10}$ D. $\frac{4}{5}$

Câu 273. Có 10 hộp sữa trong đó có 3 hộp hư. Chọn ngẫu nhiên 4 hộp. xác suất để được nhiều nhất 3 hộp hư:

- A. $\frac{5}{21}$ B. $\frac{41}{42}$ C. $\frac{1}{21}$ D. $\frac{1}{41}$

Câu 274. Chọn ngẫu nhiên một số có 2 chữ số từ các số 00 đến 99. Xác suất để có một con số tận cùng là 0 là:

- A. 0,1 B. 0,2 C. 0,3 D. 0,4

Câu 275. Chọn ngẫu nhiên một số có 2 chữ số từ các số 00 đến 99. Xác suất để có một con số lẻ và chia hết cho 9:

A. 0,12

B. 0,6

C. 0,06

D. 0,01

Câu 276. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ và nhân 2 số ghi trên 2 thẻ với nhau. Xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ là số lẻ là:

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{5}{18}$ C. $\frac{3}{18}$ D. $\frac{7}{18}$

Câu 277. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt chia hết cho 3 là:

A. $\frac{13}{36}$ B. $\frac{11}{36}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 278. Sắp 3 quyển sách Toán và 3 quyển sách Vật Lí lên một kệ dài. Xác suất để 2 quyển sách cùng một môn nằm cạnh nhau là:

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{10}$ C. $\frac{1}{20}$ D. $\frac{2}{5}$

Câu 279. Một hộp đựng 4 bi xanh và 6 bi đỏ lần lượt rút 2 viên bi. Xác suất để rút được một bi xanh và 1 bi đỏ là:

A. $\frac{4}{15}$ B. $\frac{6}{25}$ C. $\frac{8}{25}$ D. $\frac{4}{15}$

Câu 280. Một bình đựng 5 quả cầu xanh và 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu khác màu là:

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{3}{11}$ D. $\frac{3}{14}$

Câu 281. Gieo 3 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên 3 con súc sắc đó bằng nhau:

A. $\frac{5}{36}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{18}$ D. $\frac{1}{36}$

Câu 282. Gieo đồng tiền 5 lần cân đối và đồng chất. Xác suất để được ít nhất một đồng tiền xuất hiện mặt sấp là:

A. $\frac{31}{32}$ B. $\frac{21}{32}$ C. $\frac{11}{32}$ D. $\frac{1}{32}$

Câu 283. Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu toàn màu xanh là:

- A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{1}{30}$ C. $\frac{1}{15}$ D. $\frac{3}{10}$

Câu 284. Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Xác suất để được 2 quả cầu xanh và 2 quả cầu trắng là:

- A. $\frac{1}{20}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

Câu 285. Gieo 2 con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt của 2 con súc sắc đó không vượt quá 5 là:

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{7}{18}$ C. $\frac{8}{9}$ D. $\frac{5}{18}$

Chương II: TỔ HỢP - XÁC SUẤT

Câu 1. Cho hai tập hợp hữu hạn A và B, kí hiệu $n(A)$ là số phần tử của tập hợp A. Khi đó

- A. $n(A \cup B) = n(A) \cup n(B)$ B. $n(A \cup B) = n(A) - n(B)$
C. $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ D. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Câu 2. Cho hai tập hợp hữu hạn A và B không có phần tử chung, ký hiệu $n(A)$ là số phần tử của tập hợp A. Khi đó

- A. $n(A \cup B) = n(A) \cup n(B)$ B. $n(A \cup B) = n(A) \cap n(B)$
C. $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ D. $n(A \cup B) = n(A) - n(B)$

Câu 3. Cho hai tập hợp hữu hạn A và B, kí hiệu $n(A)$ là số phần tử của tập hợp A. Khi đó

- A. $n(A \setminus B) = n(A) - n(B)$ B. $n(A \setminus B) = n(A) - n(B) + n(A \cap B)$
C. $n(A \setminus B) = n(A) - n(B) - n(A \cap B)$ D. $n(A \setminus B) = n(A) - n(A \cap B)$

Câu 4. Phát biểu nào sau đây là sai ?

- A. Nếu A và B là hai tập hợp không giao nhau thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- B. Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo một trong hai phương án A và B. Có n cách thực hiện phương án A và m cách thực hiện phương án B. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi m+n cách.
- C. Giả sử phải thực hiện hai công việc A hoặc B. Có n cách thực hiện công việc A và m cách thực hiện công việc B. Khi đó hai công việc có thể thực hiện bởi m+n cách.
- D. Giả sử phải thực hiện hai công việc A hoặc B độc lập với nhau. Có m cách thực hiện công việc A và n cách thực hiện công việc B. Khi đó có thể thực hiện được hai công việc bởi m+n cách.

Câu 5. Một bạn có 20 quyển sách, 30 quyển vở. Khi đó tổng số sách vở của hai bạn ấy là bao nhiêu?

- A. 20 B. 30 C. 50 D. 10

Câu 6. Một khung gỗ có hình ngũ giác lồi ABCDE (các đỉnh lấy theo thứ tự đó) và có một thanh gỗ nối đường chéo AD. Một con kiens đi từ A đến D một cách ngẫu nhiên. Khi đó số cách khác nhau mà con kiến có thể đi là bao nhiêu?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 7. Một trường trung học phổ thông có 150 học sinh khối 10, có 250 học sinh khối 11 và có 180 học sinh khối 12. Khi đó, tổng số học sinh của trường đó là bao nhiêu?

- A. 150 B. 250 C. 180 D. 580

Câu 8. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một trong số các viên bi thuộc hộp đó?

- A. 10 B. 20 C. 30 D. 60

Câu 9. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một trong các viên bi thuộc hộp đó?

- A. 10 B. 15 C. 25 D. 5

- Câu 10.** Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 15 bạn học giỏi môn văn, 20 bạn học giỏi môn toán, 10 bạn vừa học giỏi văn vừa học giỏi toán. Khi đó, số bạn không học giỏi môn nào (trong số hai môn là văn hoặc toán) của lớp đó là bao nhiêu
- A. 5 B. 15 C. 20 D. 25
- Câu 11.** Một câu lạc bộ có 60 người đăng kí học một trong hai môn cờ vua hoặc bóng đá. Biết rằng trong số đó có 50 người đăng kí học môn cờ vua, người đăng kí học môn bóng đá. Khi đó, số người đăng kí học cả hai môn cờ vua và bóng đá là bao nhiêu?
- A. 10 B. 20 C. 30 D. 0
- Câu 12.** Từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng ô tô, tàu hỏa hoặc tàu thủy. Mỗi ngày có 2 chuyến ô tô, 10 chuyến tàu hỏa, 15 chuyến tàu thủy. Khi đó, một người muốn đi từ tỉnh A đến tỉnh B có thể lựa chọn số cách đi khác nhau là bao nhiêu?
- A. 10 B. 15 C. 25 D. 50
- Câu 13.** Một đội thi đẩy bóng bàn có 6 vận động viên nam và 5 vận động viên nữ. Lẽ đó, số cách chọn ngẫu nhiên một đội nam nữ trong số các vận động viên của đội để thi đấu là bao nhiêu?
- A. 5 B. 6 C. 11 D. 30
- Câu 14.** Cho tập hợp A gồm m phần tử, tập B gồm n phần tử. Khi đó, số cách chọn ngẫu nhiên một cặp (x,y) trong đó x thuộc tập hợp A, y thuộc tập hợp B là bao nhiêu?
- A. m B. N C. m+n D. m.n
- Câu 15.** Cho tập A gồm m phần tử, tập B gồm n phần tử và tập C có p phần tử. Gọi $D = \{(x, y, z) | x \in A, y \in B, z \in C\}$ (mỗi phần tử của tập hợp D là một bộ gồm 3 phần tử (x,y,z) sao cho x,y,z thứ tự lấy trong tập A,B,C). Khi đó số phần tử của tập hợp D là bao nhiêu?
- A. m B. m+n+p C. mn+np+pn D. m.n.p

- Câu 16.** Một khóa có 3 vòng, mỗi vòng có các khoảng gần các số là 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Người ta có thể chọn trên mỗi vòng một số để tạo thành khóa cho mình. Khi đó, có bao nhiêu cách để tạo ra cách khóa khác nhau?
- A. 27 B. 20 C. 729 D. 1000
- Câu 17.** Có 8 ô hình vuông được xếp thành một hàng dọc. Có hai loại bìa hình vuông được tô màu đỏ hoặc màu xanh. Mỗi ô vuông được gắn ngẫu nhiên một miếng bìa hình vuông nói trên, mỗi cách gắn như thế gọi là một tín hiệu. Khi đó, số tín hiệu khác nhau được tạo thành một cách ngẫu nhiên theo cách trên là bao nhiêu?
- A. 16 B. 64 C. 128 D. 256
- Câu 18.** Một trường trung học phổ thông có 100 học sinh khối 10, có 150 học sinh khối 11 và 200 học sinh khối 12. Người ta muốn cử ra 3 người, mỗi người thuộc một khối để thay mặt học sinh nhà trường đi dự trại hè. Khi đó, có bao nhiêu cách cử ngẫu nhiên 3 học sinh của trường đó đi dự trại hè?
- A. 450 B. 1350 C. 3000000 D. 6000000
- Câu 19.** Đầu xuân 4 bạn A, B, C, D muốn rủ nhau đi chơi. Nhưng chưa biết khởi hành như thế nào cho tiện, do đó họ quy ước nếu ai xuất phát đầu tiên sẽ đến nhà bạn thứ hai, sau đó cả hai bạn đó sẽ đến nhà bạn thứ ba và cứ thế tiếp tục đến khi có mặt cả 4 bạn. Khi đó có thể xảy ra bao nhiêu trường hợp?
- A. 1 B. 4 C. 16 D. 24
- Câu 20.** Một đề thi có 5 câu là A, B, C, D, E. Để có thể có những đề khác nhau mà vẫn đảm bảo tương đương, người ta đảo thứ tự câu các câu hỏi đó. Khi đó, số đề khác nhau có thể có được là bao nhiêu?
- A. 5 B. 25 C. 120 D. 3125
- Câu 21.** Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Khi đó, có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ các chữ số đã cho?
- A. 1 B. 36 C. 72 D. 46656

Câu 22. Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Khi đó, có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số, đôi một khác nhau, được thành lập từ các chữ số đã cho?

- A. 1 B. 36 C. 720 D. 1440

Câu 23. Có 10 gói quà để phát ngẫu nhiên cho 10 người. Khi đó. Có tối đa bao nhiêu trường hợp có thể xảy ra?

- A. 1 B. 100 C. 1628800 D. 10000000000

Câu 24. Có 10 gói quà để phát ngẫu nhiên cho 10 người, mỗi người một gói quà. Khi đó. Có tối đa bao nhiêu trường hợp có thể xảy ra?

- A. 1 B. 100 C. 1628800 D. 10000000000

Câu 25. Có 10 bạn nam và 10 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành hàng dọc nhưng xen kẽ một nữ một nam. Khi đó, có tối đa bao nhiêu cách sắp xếp?

- A. 20 B. $20!$ C. $(10!)^2$ D. $2(10!)^2$

Câu 26. Cho tập hợp A gồm n phần tử và k là một số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Mỗi cách lấy ra k phần tử

- A. Phân biệt của tập hợp A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho
B. Đôi một khác nhau của tập A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho
C. Có phân biệt thứ tự của tập A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho
D. Không phân biệt thứ tự của tập A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho

Câu 27. Một giải thể thao chỉ có ba giải là nhất, nhì và ba. Trong số 20 vận động viên đi thi, số khả năng chọn ra ba người có thể được ban tổ chức trao giải nhất, nhì và ba một cách ngẫu nhiên là bao nhiêu?

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 1140

Câu 28. Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Khi đó, có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số, đôi một khác nhau, được thành lập từ các chữ số đã cho?

- A. 6 B. 18 C. 120 D. 729

Câu 29. Một lớp có 40 học sinh. Khi đó, có bao nhiêu cách khác nhau để cử ngẫu nhiên 10 học sinh bất kì của lớp đi trực trường?

- A. 4 B. $P_{10}=10!$ C. $P_{30}=30!$ D. $C_{40}^{10}=847660528$

Câu 30. Trên đường tròn cho n điểm (phân biệt). Có bao nhiêu tam giác có đỉnh trong số các điểm đã cho?

- A. n B. C_n^3 C. C_{n-3}^3 D. $\frac{1}{3}C_n^3$

Câu 31. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh, 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách để chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi có cùng màu trắng?

- A. C_{10}^8 B. C_{20}^8 C. C_{30}^8 D. C_{60}^8

Câu 32. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách để chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi cùng màu?

- A. $C_{10}^8.C_{20}^8.C_{30}^8$ B. $C_{10}^8 + C_{20}^8 + C_{30}^8$ C. C_{30}^8 D. C_{60}^8

Câu 33. Trên mặt phẳng P có hai đường thẳng cắt nhau d và d'. Trên mặt phẳng đó có m đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng d, đồng thời có n đường thẳng phân biệt và cùng song song với đường thẳng d'. Khi đó số các hình bình hành được tạo thành từ các đường thẳng song song nói trên là bao nhiêu?

- A. $m.n$ B. C_{m+n}^2 C. $C_m^2 + C_n^2$ D. $C_m^2.C_n^2$

Câu 34. Cho tam giác ABC, trên mỗi cạnh AB, BC, CA lần lượt lấy m,n,p điểm (không trùng với đỉnh của tam giác). Khi đó, số tam giác d= có đỉnh trong số các đỉnh đã cho là bao nhiêu?

A. $m.n.p$

B. $C_m^2 + C_n^2 + C_p^2$

C. $C_m^2.C_n^2.C_p^2$

D. $C_{m+n+p}^2 - (C_m^2 + C_n^2 + C_p^2)$

Câu 35. Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Khi đó, số các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số đã cho là bao nhiêu?

A. $A_6^4 = 360$

B. $A_7^4 = 840$

C. $C_7^4 = 35$

D. 720

Câu 36. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Số cách chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó được 8 viên bi và không có viên bi nào màu xanh là bao nhiêu?

A. $C_{20}^8.C_{30}^8$

B. $C_{10}^8 + C_{30}^8$

C. C_{40}^8

D. C_{60}^8

Câu 37. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi trong đó có đúng một viên bi màu xanh?

A. $C_{20}^1.C_{40}^7$

B. $C_{20}^1 + C_{40}^7$

C. $C_{40}^8 - C_{20}^8$

D. $C_{60}^8 - C_{20}^8$

Câu 38. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi trong đó có ít nhất một viên bi màu xanh?

A. $C_{20}^1.C_{40}^7$

B. $C_{20}^1 + C_{20}^2 + C_{20}^3 + C_{20}^4 + C_{20}^5 + C_{20}^6 + C_{20}^7$

C. $C_{60}^8 - C_{20}^8$

D. $C_{60}^8 - C_{40}^8$

Câu 39. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc

hộp đó để được 8 viên bi trong đó có đúng một viên bi màu xanh và có đúng 2 viên bi màu đỏ?

A. $C_{20}^1 \cdot C_{30}^2$ B. $C_{20}^1 \cdot C_{30}^2 \cdot C_{10}^5$ C. $C_{20}^1 + C_{30}^2 + C_{10}^5$ D. $C_{60}^8 - (C_{10}^5 + C_{20}^5 + C_{30}^5)$

Câu 40. Với n, k là các số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq k \leq n$, gọi $S = C_{n-3}^k + 3C_{n-3}^{k-1} + 3C_{n-3}^{k-2} + C_{n-3}^{k-3}$. Thì S có giá trị là bao nhiêu?

A. $S = C_{n-2}^k$ B. $S = C_{n-1}^k$ C. $S = C_n^k$ D. $S = 3C_n^k$

Câu 41. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $C_{2007}^7 = C_{2006}^7 + C_{2006}^6$ B. $C_{2007}^7 = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^6$
C. $C_{2007}^7 = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^{1999}$ D. $C_{2007}^7 = C_{2006}^7 + C_{2006}^{2000}$

Câu 42. Theo bạn, đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + \dots + C_{2n}^n = C_{2n}^{n+1} + C_{2n}^{n+2} + \dots + C_{2n}^{2n}$
B. $C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + \dots + C_{2n}^{n-1} = C_{2n}^{n+1} + C_{2n}^{n+2} + \dots + C_{2n}^{2n}$
C. $C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + \dots + C_{2n}^{n-2} = C_{2n}^{n+1} + C_{2n}^{n+2} + \dots + C_{2n}^{2n}$
D. $C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + \dots + C_{2n}^{n+1} = C_{2n}^{n+1} + C_{2n}^{n+2} + \dots + C_{2n}^{2n}$

Câu 43. Khi khai triển $p(x) = (x + y)^6$ thành đa thức thì:

A. $p(x) = x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$
B. $p(x) = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6$
C. $p(x) = x^6 + 6x^5y - 15x^4y^2 - 20x^3y^3 - 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$
D. $p(x) = x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 - 15x^2y^4 - 6xy^5 - y^6$

Câu 44. Khai triển $p(x) = (x - 2y)^6$ thành đa thức, thì:

A. $p(x) = x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$

B. $p(x) = x^6 - 6x^5 \cdot 2y + 15x^4 \cdot 2y^2 - 20x^3 \cdot 2y^3 + 15x^2 \cdot 2y^4 - 6x \cdot 2y^5 + 2y^6$

C. $p(x) = x^6 + 6x^5 \cdot 2y + 15x^4 \cdot 2y^2 + 20x^3 \cdot 2y^3 + 15x^2 \cdot 2y^4 + 6x \cdot 2y^5 + 2y^6$

D. $p(x) = x^6 - 12x^5y + 60x^4y^2 - 160x^3y^3 + 240x^2y^4 - 192xy^5 + 64y^6$

Câu 45. Gọi $S = 2^5 + 5 \cdot 2^4 \cdot 3 + 10 \cdot 2^3 \cdot 3^2 + 10 \cdot 2^2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 2 \cdot 3^4 + 3^5$ thì giá trị của S là bao nhiêu?

A. $S=625$

B. $S=3125$

C. $S=18750$

D. $S=1$

Câu 46. Gọi $S = 7^5 - 5 \cdot 7^4 \cdot 3 + 10 \cdot 7^3 \cdot 3^2 - 10 \cdot 7^2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 2 \cdot 3^4 + 3^5$ thì giá trị của S là bao nhiêu?

A. $S=1000000$

B. $S=1024$

C. $S=-1024$

D. $S=1$

Câu 47. Gọi $S = x^6 - 6x^5 \cdot 3y + 15x^4(3y)^2 - 20x^3(3y)^3 + 15x^2(3y)^4 - 6x(3y)^5 + (3y)^6$ thì S là biểu thức nào sau đây?

A. $S = (x + y)^6$

B. $S = (x - y)^6$

C. $S = (x + 3y)^6$

D. $S = (x - 3y)^6$

Câu 48. Gọi $S = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ thì S là biểu thức nào dưới đây?

A. $S = (1 - 2x)^5$

B. $S = (1 + 2x)^5$

C. $S = (2x - 1)^5$

D. $S = (x - 1)^5$

Câu 49. Theo bạn, đẳng thức nào sau đây là chính xác?

A. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = C_{n+1}^2$

B. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = A_{n+1}^2$

C. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$

D. $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = A_n^1 + A_n^2 + \dots + A_n^n$

Câu 50. Theo bạn, biểu thức nào sau đây là chính xác?

A. $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$

$$B. C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} > C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$$

$$C. C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} < C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$$

$$D. C_{2n}^0 - C_{2n}^2 - C_{2n}^4 - \dots - C_{2n}^{2n-2} + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 - C_{2n}^3 - C_{2n}^5 - \dots - C_{2n}^{2n-3} + C_{2n}^{2n-1}$$

Câu 51. Gọi $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$, thì giá trị của S là bao nhiêu?

A. $S=0$

B. $S=n$

C. $S=2^n$

D. $S=n^n$

Câu 52. Gọi $p(x) = (3x-1)^n$. Khai triển đa thức ta được $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

Khi đó đẳng thức nào dưới đây là chính xác?

A. $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 2^n$

B. $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 2$

C. $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 1$

D. $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 0$

Câu 53. Gọi $p(x) = (5x-1)^{2007}$. Khai triển thành đa thức ta được

$p(x) = a_{2007} x^{2007} + a_{2006} x^{2006} + \dots + a_1 x + a_0$. Khi đó đẳng thức nào dưới đây là chính xác?

A. $a_{2000} = -C_{2007}^7 \cdot 5^7$

B. $a_{2000} = C_{2007}^7 \cdot 5^7$

C. $a_{2000} = -C_{2007}^{2000} \cdot 5^{2000}$

D. $a_{2000} = C_{2007}^{2000} \cdot 5^{2000}$

Câu 54. Gọi $p(x) = (2x-1)^{1000}$. Khai triển thành đa thức ta

được $p(x) = a_{1000} x^{1000} + a_{999} x^{999} + \dots + a_1 x + a_0$. Khi đó, đẳng thức nào sau đây là chính xác?

A. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 2^n$

B. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 2^n - 1$

C. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 1$

D. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 0$

Câu 55. Với n, k, p là các số tự nhiên thỏa mãn $1 \leq k, p \leq n$ thì đẳng thức nào dưới đây là sai?

A. $C_n^k = C_{n-2}^k + 2C_{n-2}^{k-1} + C_{n-2}^{k-2}$

$$B. C_n^k = C_{n-3}^k + 3C_{n-3}^{k-1} + 3C_{n-3}^{k-2} + C_{n-3}^{k-3}$$

$$C. C_n^k = C_{n-4}^k + 4C_{n-4}^{k-1} + 6C_{n-4}^{k-2} + 4C_{n-4}^{k-3} + C_{n-4}^{k-4}$$

$$D. C_n^k = C_{n-p}^k + pC_{n-p}^{k-1} + (p+2)C_{n-p}^{k-2} + pC_{n-p}^{k-3} + C_{n-p}^{k-4}$$

Câu 56. Xét phép thử là gieo hai đồng tiền cùng một lúc, hai lần (không tính trường hợp hai đồng tiền xếp đè lên nhau) ta có không gian mẫu là

$$A. \Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$$

$$B. \Omega = \{SS, SN, NN\}$$

$$C. \Omega = \{(SS, SS), (SS, SN), (SS, NN), (SN, NN), (SN, SS), (NN, SS), (NN, NN)\}$$

D.

$$\Omega = \{(SS, SS), (SS, SN), (SS, NN), (SN, SS), (SN, SN), (SN, NN), (NN, SS), (SN, SN), (NN, NN)\}$$

Câu 57. Xét phép thử là gieo hai đồng tiền cùng một lúc, hai lần (không tính trường hợp hai đồng tiền xếp đè lên nhau). Gọi A là biến cố “kết quả của hai lần gieo là như nhau” thì

$$A. A = \{SS, NN\}$$

$$B. A = \{(SS, SS), (NN, NN)\}$$

$$C. A = \{(SS, SS), (SS, NN), (NN, SS), (NN, NN)\}$$

D.

$$A = \{(SS, SS); (SS, SN); (SS, NN); (SN, SS); (SN, SN); (SN, NN); (NN, SS); (SN, SN); (NN, NN)\}$$

Câu 58. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi N là biến cố “lần đầu xuất hiện mặt năm chấm” thì:

$$A. N = \{5; 5\}$$

$$B. N = \{(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5)\}$$

$$C. N = \{(5; 1), (5; 2), (5; 3), (5; 4), (5; 5), (5; 6)\}$$

$$D. N = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6)\}$$

Câu 59. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi T là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện bằng 9” thì:

$$A. T = \{9\}$$

B. $T = \{(9;1), (9;2), (9;3), (9;4), (9;5), (9;6)\}$

C. $T = \{(9;0), (8;1), (7;2), (6;3), (5;4), (4;5), (3;6), (2;7), (1;8), (0;9)\}$

D. $T = \{(6;3), (5;4), (4;5), (3;6)\}$

Câu 60. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi A là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện là một số chẵn”, gọi B là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện bằng 7” thì

A. A là biến cố đối của B .

B. A và B là hai biến cố xung khắc.

C. A là biến cố chắc chắn.

D. A là biến cố không thể.

Câu 61. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi A là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện là một số chẵn”, gọi B là biến cố “tổng số chấm trên mỗi mặt sau hai lần xuất hiện là một số lẻ” thì $A \cup B$.

A. Là biến cố đối của B .

B. Là biến cố đối của A .

C. Là biến cố chắc chắn.

D. Là biến cố không thể.

Câu 62. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi N là biến cố “lần đầu xuất hiện mặt 5 chấm”, gọi M là biến cố “lần hai xuất hiện mặt 5 chấm” thì:

A. $M \cap N = \{5;5\}$.

B. $M \cap N = \{(5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6)\}$

C. $M \cap N = \{(1;5), (2;5), (3;5), (4;5), (5;5), (6;5)\}$

D. $M \cap N = \{(5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6), (1;5), (2;5), (3;5), (4;5), (5;5), (6;5)\}$

Câu 63. Xét phép thử là gieo một con xúc sắc hai lần. Gọi N là biến cố “lần đầu xuất hiện mặt 5 chấm”, gọi M là biến cố “lần hai xuất hiện mặt 5 chấm” thì:

A. $M \cup N = \{5;5\}$.

$$B. M \cup N = \{(5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6)\}$$

$$C. M \cup N = \{(1;5), (2;5), (3;5), (4;5), (5;5), (6;5)\}$$

$$D. M \cup N = \{(5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6), (1;5), (2;5), (3;5), (4;5), (5;5), (6;5)\}$$

Câu 64. Một hộp có chứa 15 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 25 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra một viên bi. Khi đó, xác suất để lấy được một viên bi có màu đỏ là bao nhiêu?

A. 1

B. 25

C. $\frac{5}{12}$

D. $\frac{5}{7}$

Câu 65. Một hộp có chứa 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 25 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra năm viên bi. Khi đó, xác suất để lấy được cả năm viên bi đều có màu xanh là bao nhiêu?

A. 4

B. C_{20}^5

C. $\frac{C_{20}^5}{C_{55}^5}$

D. $\frac{C_{20}^5}{C_{35}^5}$

Câu 66. Một hộp có chứa 30 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 25 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra mười viên bi. Khi đó, xác suất để lấy được cả mười viên bi đều không có màu trắng là bao nhiêu?

A. C_{30}^{10}

B. C_{45}^{10}

C. $\frac{C_{30}^{10}}{C_{75}^{10}}$

D. $\frac{C_{45}^{10}}{C_{75}^{10}}$

Câu 67. Một hộp có chứa 5 viên bi màu trắng, 15 viên bi màu xanh và 35 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 8 viên bi. Khi đó, xác suất để trong số các viên bi được lấy ra có đúng một viên bi có màu xanh là bao nhiêu?

A. C_{15}^1

B. $C_{15}^1 \cdot C_{40}^7$

C. $\frac{C_{15}^1 \cdot C_{40}^7}{C_{55}^8}$

D. $\frac{C_{55}^8 - C_{20}^8}{C_{55}^8}$

Câu 68. Một hộp có chứa 5 viên bi màu trắng, 15 viên bi màu xanh và 35 viên bi màu đỏ, mỗi viên bi chỉ có một màu. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra bảy viên bi. Khi đó, xác suất để lấy được ít nhất một viên bi có màu đỏ là bao nhiêu?

A. C_{35}^1

B. $C_{35}^1 \cdot C_{20}^6$

C. $\frac{C_{35}^7}{C_{55}^7}$

D. $\frac{C_{55}^7 - C_{20}^7}{C_{55}^7}$

Câu 69. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ (biết rằng mỗi người ném bóng vào rổ của mình). Gọi A là biến cố: “cả hai cùng ném không trúng bóng vào rổ”, gọi B là biến cố “có ít nhất một người ném trúng bóng vào rổ”. Khi đó, A và B là hai biến cố

A. Đối nhau

B. Xung khắc và không phải là đối nhau.

C. Không thể

D. Chắc chắn

Câu 70. Một xạ thủ bắn vào bia một viên đạn, với xác suất bằng trúng là $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: “xạ thủ đó bắn trượt”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $p(A) = 0$

B. $p(A) = \frac{1}{7}$

C. $p(A) = \frac{2}{7}$

D. $p(A) = \frac{5}{7}$

Câu 71. Một cầu thủ sút bóng vào cầu môn hai lần. Biết rằng xác suất sút vào cầu môn mỗi quả bóng là $\frac{3}{8}$. Gọi A là biến cố: “cầu thủ đó sút vào cầu môn cả hai quả”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $p(A) = \frac{3}{8}$

B. $p(A) = \frac{3}{4}$

C. $p(A) = \frac{9}{64}$

D. $p(A) = \frac{3}{64}$

Câu 72. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: “cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

$$A. p(A) = \frac{12}{35} \quad B. p(A) = \frac{1}{25} \quad C. p(A) = \frac{4}{49} \quad D. p(A) = \frac{2}{35}$$

Câu 73. Hai xạ thủ độc lập nhau cùng bắn vào bia, mỗi người bắn vào bia của mình một viên đạn. Biết rằng xác suất bắn viên đạn trúng vào bia của từng người tương ứng là $\frac{2}{7}$ và $\frac{1}{8}$. Gọi A là biến cố: “cả hai xạ thủ cùng bắn trượt”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

$$A. p(A) = \frac{23}{56} \quad B. p(A) = \frac{1}{28} \quad C. p(A) = \frac{5}{8} \quad D. p(A) = \frac{1}{4}$$

Một bộ bài tú lơ khơ có 52 quân, với các chất rô, cơ, pích và nhép. Các quân bài được ghi số là 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; J; Q; K và A (đọc là át). Dùng kiến thức này để làm các bài tập từ số 74 đến số 77 dưới đây.

Câu 74. Một người lấy ngẫu nhiên từ bộ bài tú lơ khơ 4 quân bài, thì số cách lấy khác nhau là bao nhiêu?

$$A. 13 \quad B. 4! = 24 \quad C. A_{52}^4 = 6497400 \quad D. C_{52}^4 = 270725$$

Câu 75. Một người lấy ngẫu nhiên từ bộ bài tú lơ khơ 4 quân bài, thì xác suất để người đó lấy được 4 con Q là bao nhiêu?

$$A. \frac{1}{270725} \quad B. \frac{13}{270725} \quad C. \frac{24}{270725} \quad D. 1$$

Bốn quân bài trong bộ bài tú lơ khơ có cùng số và khác chất được gọi là một bộ, chẳng hạn 4 quân át, gồm át rô, át cơ, át pích và át nhép làm thành một bộ.

Câu 76. Một người lấy ngẫu nhiên từ bộ bài tú lơ khơ 6 quân bài, thì số cách để người đó lấy được 4 con thuộc cùng một bộ là bao nhiêu?

$$A. 1 \quad B. 13 \quad C. 13.C_{48}^2 \quad D. C_{52}^4$$

Câu 77. Một người lấy ngẫu nhiên từ bộ bài tú lơ khơ 6 quân bài, thì xác suất để người đó lấy được 4 con thuộc cùng một bộ là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{133784560}$

B. $\frac{13}{133784560}$

C. $\frac{624}{133784560}$

D. $\frac{14664}{133784560}$

Câu 78. Một đề thi có 15 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có một phương án đúng. Khi thi, một học sinh đã chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời với mỗi câu của đề thi đó. Trong trường hợp đó xác suất để học sinh đó trả lời đúng cả 15 câu là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{15}$

D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{15}$

Câu 79. Một đề thi có 20 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có một phương án đúng. Khi thi, một học sinh đã chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời với mỗi câu của đề thi đó. Trong trường hợp đó xác suất để học sinh đó trả lời không đúng cả 20 câu là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{1}{20}$

D. $\left(\frac{3}{4}\right)^{20}$

Câu 80. Gieo một con xúc xắc cân đối, đồng chất hai lần. Gọi A là biến cố “tổng số chấm xuất hiện trên mặt của xúc sắc sau hai lần gieo là một số lẻ”. Khi đó xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $\frac{20}{36}$

B. $\frac{18}{36}$

C. $\frac{12}{36}$

D. $\frac{6}{36}$

Câu 81. Một cơ quan tổ chức xổ số vui xuân, phát hành các vé được đánh số từ 001, 002, ..., 248, 249, 250. Quy ước số tận cùng bên phải của mỗi vé số là số hàng đơn vị, chẳng hạn vé số 137 thì có số 7 ở hàng đơn vị. Người ta quay 3 lần, mỗi lần lấy một số và lấy 3 số khác nhau. Mỗi số đó được coi là số ở hàng đơn vị. Người có vé số mà số hàng đơn vị trùng với số quay sẽ trúng giải. Như thế, xác suất để một người nào đó trong cơ quan đó trúng giải là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{74}{250}$

C. $\frac{75}{250}$

D. $\frac{76}{250}$

Câu 82. Ký hiệu P_n là số hoán vị của n phần tử của một tập hợp A có n phần tử cho trước (tức là $P_n = n!$). Nếu $P_n = 2007.P_{n-1}$ thì giá trị của n là bao nhiêu?

- A. $n = 2$ B. $n = 2006$ C. $n = 2007$ D. $n = 2008$

Câu 83. Ký hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử thuộc một tập hợp A có n phần tử cho trước. Nếu $\frac{A_n^4}{A_{n-1}^4} = \frac{6}{5}$ thì giá trị của n là bao nhiêu?

- A. $n = 1$ B. $n = 2$ C. $n = 3$ D. $n = 24$

Câu 84. Ký hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử của một tập hợp A có n phần tử cho trước (tức là $P_n = n!$). Nếu $P_{n+1} = 123.P_{n-1}$ thì giá trị của n là bao nhiêu?

- A. $n = 2$ B. $n = 11$ C. $n = 12$ D. $n = 13$

Câu 85. Một hội đồng giáo viên gồm có 17 cô giáo và 13 thầy giáo. Nhà trường lập danh sách chấm thi gồm 5 giáo viên trong trường một cách ngẫu nhiên. Khi đó, xác suất để cả 5 người được đưa vào danh sách chấm thi đều là thầy giáo là bao nhiêu?

- A. $\frac{C_{13}^5}{C_{30}^5}$ B. $\frac{C_{17}^5}{C_{30}^5}$ C. $\frac{C_{17}^5 + C_{13}^5}{C_{30}^5}$ D. $\frac{C_{17}^5 \cdot C_{13}^5}{C_{30}^5}$

Câu 86. Gọi C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử thuộc tập hợp A cho trước. Biết rằng $C_x^2 = 190$ thì giá trị của x là bao nhiêu?

- A. $x = 18$ B. $x = 19$ C. $x = 20$ D. $x = 21$

Câu 87. Gọi C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử thuộc tập hợp A cho trước. Biết rằng $\begin{cases} C_x^2 = 190 \\ C_x^y = C_x^{y+2} \end{cases}$ thì giá trị của x và y là bao nhiêu?

- A. $x = 18; y = 8$ B. $x = 20; y = 9$ C. $x = 22; y = 10$ D. $x = 24; y = 11$

HOÁN VỊ - TỔ HỢP – XÁC SUẤT

Câu 1: Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và chia hết cho 5:

- A. 720 B. 24 C. 60 D. 216

Câu 2: Cho $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau là số lẻ.

- A. 100 B. 48 C. 120 D. 60

Câu 3: Có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh sao cho số học sinh nữ là số lẻ.

- A. 120 B. 60 C. 252 D. 3600

Câu 4: Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh A, B, C, D, E sao cho A, B ngồi cạnh nhau.

- A. 12 B. 120 C. 24 D. 48

Câu 3: Cho tập $A = \{1; 2; 3; 5; 7; 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

- A. 120 B. 360 C. 720 D. 24

Câu 5: Với các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau trong đó hai chữ số 2, 3 không đứng cạnh nhau?

- A. 72 B. 96 C. 120 D. 48

Câu 6: Từ A đến B có 3 cách, B đến C có 5 cách, C đến D có 2 cách. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?

- A. 60 B. 90 C. 30 D. 900

Câu 7: Trong một mặt phẳng có 5 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi tổng số đoạn thẳng và tam giác có thể lập được từ các điểm trên là:

- A. 80 B. 20 C. 10 D. 40

Câu 8: Có 9 đường thẳng song song cắt 10 đường thẳng song song. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo ra từ các đường trên.

- A. 19 B. 90 C. 1620 D. 6480

Câu 9: Có 7 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi. Xác suất của biến cố A sao cho chọn đúng 3 viên bi xanh là.

- A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{11}{12}$

Câu 10: Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính xác suất biến cố sao cho tổng 3 chữ số bằng 9.

- A. $\frac{9}{20}$ B. $\frac{7}{20}$ C. $\frac{3}{20}$ D. $\frac{1}{20}$

Câu 11: Có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trực nhật. Tính xác suất sao cho có cả nam và nữ.

- A. $\frac{5}{21}$ B. $\frac{10}{21}$ C. $\frac{41}{42}$ D. $\frac{1}{42}$

Câu 12: Gieo 1 con súc sắc 2 lần. Xác suất của biến cố A sao cho tổng số chấm trong 2 lần bằng 8 là.

- A. $\frac{5}{36}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{13}{36}$

Câu 13 : Gieo con súc sắc 2 lần. Tính xác suất các biến cố sao cho Tổng số chấm 2 lần gieo là số nguyên tố.

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{18}$ D. $\frac{5}{36}$

Câu 14: Một hộp có 7 viên bi trắng, 6 viên bi xanh , 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất lấy được cả 3 viên bi không có bi đỏ.

B. $\frac{1}{560}$

B. $\frac{1}{16}$

C. $\frac{1}{28}$

D. $\frac{143}{280}$

Câu 15: Trường THPT Ba Chúc có 9 lớp 11. Chia làm 2 bảng thi đấu bóng đá (1 bảng 5, 1 bảng 4). Tính xác suất để 11A5, 11A6 chung 1 bảng.

A. $\frac{7}{9}$

B. $\frac{5}{9}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{2}{9}$

Câu 16: Có 4 nam, 5 nữ xếp thành một hàng dọc. Tính xác suất để nam, nữ xen kẽ nhau.

A. $\frac{1}{126}$

B. $\frac{1}{63}$

C. $\frac{1}{36}$

D. $\frac{13}{36}$

Câu 17: Có 4 nam, 5 nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất để 4 nam ở cạnh nhau.

A. $\frac{5}{126}$

B. $\frac{1}{63}$

C. $\frac{5}{36}$

D. $\frac{1}{21}$

Câu 18: Một đội văn nghệ gồm 10 người (6 nam – 4 nữ). Chọn ngẫu nhiên 5 người hát tốp ca. Tính xác suất sao cho có cả nam và nữ đồng thời số nam là số nguyên tố.

A. $\frac{5}{7}$

B. $\frac{10}{21}$

C. $\frac{2}{7}$

D. $\frac{5}{21}$

Câu 1. Từ tỉnh A đến tỉnh B có 4 đường đi, từ tỉnh B đến tỉnh C có 5 đường đi và muốn đi từ A đến C sau đó từ C trở về A sao cho không có con đường nào lúc đi trùng với con đường lúc về?

A) 40 ;

B) 80;

C) 120;

D) 240.

Câu 2. Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự. mỗi ông bắt tay một lần với mọi người trừ vợ mình, các bà không ai bắt tay với nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay?

A) 312 ;

B) 234;

C) 185;

D) 78.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên (không bắt đầu bởi 0) gồm 5 chữ số, trong đó 3 chữ số cuối khác nhau từng đôi một?

A) 64800 ;

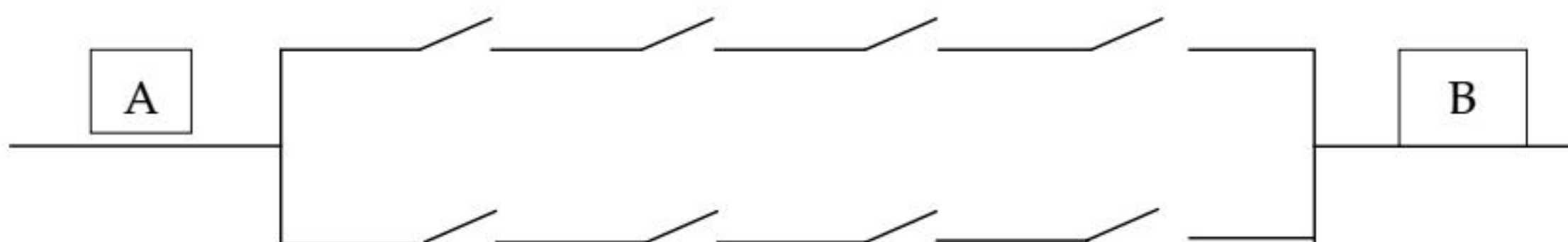
B) 27216;

C) 30242;

D) 45360.

Câu 4. Xét sơ đồ mạng điện (hình 4) có 8 công tắc, mỗi công tắc có hai trạng thái

Đóng – mở. Hỏi có bao nhiêu cách đóng – mở 8 công tắc trên để mạng điện thông mạch từ A - B ?



Hình 4.

- A) 8 ; B) 31; C) 32; D) 256.

Câu 5. Giải bóng đá A1 toàn quốc có 12 đội tham dự, thi đấu vòng tròn hai lượt, lượt đi và lượt về. Hỏi từ trận khai mạc đến khi kết thúc giải có tất cả bao nhiêu trận đấu?

- A) 66 ; B) 111; C) 132; D) 156.

Câu 6. Trong một giải bóng đá, ở vòng tứ kết còn lại 8 đội bóng. Ban tổ chức muốn chia 8 đội bóng này thành 4 cặp thi đấu đối kháng để loại trực tiếp. Hỏi có bao nhiêu cách chia như vậy?

- A) 105 ; B) 210; C) 840; D) Một kết quả khác

Câu 7. Có 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Trên mỗi tấm thẻ chỉ ghi 1 số. Có bao nhiêu cách chọn 3 trong 9 tấm thẻ này sao cho tổng các số ghi trên chúng là một số chẵn ?

- A) 4 ; B) 44; C) 60; D) 64.

Câu 8 . cho tập hợp A có n phần tử (n số nguyên dương) và số nguyên dương k thỏa $1 \leq k \leq n$. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A là một cách chọn k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nhất định.

$$\text{II) } P_n \geq A_n^k.$$

A) I;

B) II;

C) I và II đều sai;

D) I và II đều đúng.

Câu 9. Cho tập hợp A có n phần tử (n nguyên dương) và số nguyên dương k thỏa $1 \leq k \leq n$. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) Một tổ hợp chập k của n phần tử của A là một tập con gồm k phần tử của A.

II) Một hoán vị của n phần tử của A là một chỉnh hợp chập n của n phần tử của A.

$$\text{II) } C_n^k = \frac{P_n}{P_k \cdot P_{n-k}}.$$

A) I;

B) II;

C) III ;

D) I , II , III.

Câu 10. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 thanh niên trong đó có 6 nam và 4 nữ đứng thành một hàng ngang để sao cho 4 nữ đứng cạnh nhau?

A) 5040;

B) 120960;

C) 17280;

D) 151200.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi xung quanh một bàn tròn sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau?

A) 14000 ;

B) 2880;

C) 5760;

D) 28000.

Câu 12. Trong một cuộc thi chạy việt dã có 40 vận động viên tham gia. Nếu không kể trường hợp có hai vận động viên về đích cùng một lúc có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với vị trí nhất, nhì, ba, tư và năm ?

A) 658008 ;

B) 78960960; C) 59280;

D) 7896096.

Câu 13. Một lớp học có 30 học sinh trong đó có 12 nam và 18 nữ. Từ những học sinh này, giáo viên chủ nhiệm lớp thành lập một tổ công tác gồm 5 người trong đó có ít nhất hai nam và hai nữ. Hỏi có bao nhiêu cách?

A) 262548 ;

B) 107712;

C) 87516;

D) 53856.

Câu 14. Một thầy giáo có 20 bài toán trong đó có 5 bài khó, 5 bài trung bình và 10 bài dễ. Có bao nhiêu cách để thầy giáo xây dựng một đề kiểm tra gồm 5 câu trong đó nhất thiết phải có 2 bài dễ, 1 bài trung bình và 1 bài khó(không kể đến thứ tự các câu trong đề)?

- A) 18000 ; B) 5250; C) 900000; D) 7500.

Câu 15. Từ một chi đoàn của một lớp học gồm 20 đoàn viên. Trong đó có 12 nam và 8 nữ, giáo viên chủ nhiệm lớp muốn thành lập một tổ công tác xã hội gồm 1 tổ trưởng là nam, 1 tổ phó và 1 thủ quỹ là nữ và 5 tổ viên. Hỏi có bao nhiêu cách thành lập tổ?

- A) A_{20}^8 ; B) 2079168; C) 4158336; D) 42325920.

Câu 16. Từ tập hợp các chữ số { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 } có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số, đôi một khác nhau, trong đó phải có mặt hai chữ số 1 và 2?

- A) 4200 ; B) 4374; C) 1680; D) 25200.

Câu 17. Cho một bát giác đều (H). Có bao nhiêu tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của (H) và cạnh của nó không phải là cạnh của (H) ?

- A) 24 ; B) 16; C) 22; D) 28.

Câu 18. Tổng các nghiệm của phương trình $C_n^4 + C_n^5 + C_n^6$ (n là số nguyên dương) là:

- A) 13 ; B) 14; C) 15; D) 16.

Câu 19. Cho n là một số nguyên dương, nếu n là nghiệm của phương trình $\frac{A_n^{n-2}}{P_{n-3}} = 171C_n^{n-3}$ bằng:

- A) 1520 ; B) 1540; C) 1140; D) 45.

Câu 20. Nếu hai số nguyên dương x, y là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} C_x^{x-2} - C_y^{y-2} = 37 \\ A_x^2 + A_y^2 = 686 \end{cases} \text{ thì giá trị của biểu thức } xy + x + 2y \text{ là:}$$

A) 398 ; B) 76; C) 360; D) 416.

Câu 21. Tổng các nghiệm của bất phương trình $C_n^{n-2} - 2C_n^1 \leq 18$ là:

A) 35 ; B) 41; C) 44; D) 45.

Câu 22. Tổng các nghiệm của bất phương trình $A_n^3 - 2A_{n-1}^2 \leq 60$ là:

A) 15 ; B) 12; C) 21; D) 18.

Câu 23. Khai triển biểu thức $P_x = (2+10)^{10} + (1-2x^2)^8$ thành đa thức thì hệ số của x^{10} là:

A) - 1792 ; B) - 55 ; C) - 1791 ; D) 1973.

Câu 24. Số hạng không chứa x trong khai triển Newton của biểu thức $\left(x^2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^7$ là:

A) 448 ; B) - 448 ; C) 84; D) Một kết quả khác.

Câu 25. Có 3 đồng tiền mệnh giá 5000 đồng được chế tạo cân đối. Xét phép thử T là gieo 3 đồng tiền một lần và quan sát sự xuất hiện của số 5000 trên mỗi đồng tiền. Không gian mẫu của phép thử này là bao nhiêu?

A) 8 ; B) 9; C) 12; D) 16.

Câu 26. Một hộp đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số. Phép thử T là lần lượt lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 4 tấm thẻ và xếp theo thứ tự lấy ra, từ trái sang phải sao cho các chữ số ghi trên các tấm thẻ tạo thành một số tự nhiên. Số kết quả có thể xảy ra của phép thử này là:

A) 210 ; B) 840; C) 420; D) 5040.

Câu 27. Giả sử A và B là hai biến cố cung liên quan đến một phép thử T. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) A và B là hai biến có xung khắc $\Leftrightarrow AB = \emptyset$.

II) A và B là hai biến có xung khắc $\Leftrightarrow P(AB) = P(A).P(B)$.

III) A và B là hai biến có xung khắc $\Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

A) chỉ có I; B) Chỉ có II; C) I và II; D) I, II, III.

Câu 28. Giả sử A và B là hai biến cố cùng liên quan đến một phép thử T. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) Hai biến cố A và B gọi là hai biến cố độc lập nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.

II) Hai biến cố A và B gọi là hai biến cố độc lập nếu việc xảy ra của biến cố này không ảnh hưởng đến việc xảy ra của biến cố kia.

III) A và B là hai biến cố độc lập $\Leftrightarrow P(AB) = 0$.

A) I; B) II; C) III; D) I ; II ; III.

Câu 29. Giả sử A và B là hai biến cố cùng liên quan đến một phép thử T. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

II) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

III) $P(AB) = P(A).P(B)$.

A) I; B) II; C) III; D) Cả ba đều sai.

Câu 30. Giả sử A và B là hai biến cố cùng liên quan đến một phép thử T. Khẳng định nào trong các khẳng định dưới đây là đúng ?

I) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $|A \cup B| = |A| + |B|$. Trong đó $|A \cup B|, |A|, |B|$ lần lượt là số phần tử của $A \cup B, A, B$.

II) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(AB) = 0$.

III) Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì A và B cũng là hai biến cố độc lập.

A) I; B) II; C) III; D) I và II.

Câu 31. Gieo một con xúc sắc được chế tạo cân đối hai lần. Xác suất để lần gieo thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm là:

A) $\frac{1}{6}$; B) $\frac{1}{36}$; C) $\frac{25}{36}$; D) $\frac{35}{36}$.

Câu 32. Một hộp đựng 6 bi đỏ, 5 bi xanh và 4 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó ra 4 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất hai bi đỏ là:

A) $\frac{10}{273}$; B) $\frac{7}{13}$; C) $\frac{59}{65}$; D) $\frac{4}{7}$.

Câu 33. Trong một thùng sữa có 20 hộp sữa trong đó có 80% hộp sữa có chất lượng tốt. Lần lượt lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ thùng đó 2 lần, mỗi lần một hộp sữa. Xác suất để lấy được hai hộp sữa có lượng tốt là:

A) $\frac{1}{4}$; B) $\frac{28}{45}$; C) $\frac{6}{19}$; D) $\frac{12}{19}$.

Câu 34. Tung ba đồng tiền mệnh giá 5000 đồng được chế tạo cân đối. Xác suất để có đúng hai đồng tiền xuất hiện mặt có số 5000 là:

A) $\frac{7}{8}$; B) $\frac{3}{8}$; C) $\frac{1}{2}$; D) $\frac{3}{4}$.

Câu 35. Một hộp đựng 8 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Từ hộp trên lần lượt lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từng viên bi đến viên bi thứ ba thì dừng. Xác suất để lấy được hai bi đỏ và một bi xanh là:

A) $\frac{28}{55}$; B) $\frac{56}{165}$; C) $\frac{28}{165}$; D) $\frac{14}{55}$.

Câu 36. Chiếc kim của bánh xe trong trò chơi “ Chiếc nón kì diệu” có thể dừng lại ở 1 trong 10 vị trí với khả năng như nhau. Xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau là:

- A) 0.001; B) 0.72; C) 0.072; D) 0.9.

Câu 37. Một cái hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 4 tấm thẻ.

Xác suất để lấy được 4 tấm thẻ mà tích 4 số thứ tự của chúng là một số chẵn là: \ A) $\frac{1}{22}$;

- B) $\frac{1}{66}$; C) $\frac{5}{66}$; D) $\frac{21}{22}$.

Câu 38. X là một biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân phối xác suất như sau:

X	1	2	3	4	5
P	0,05	0,4	0,2	0,3	0,05

Khi đó $P(2 \leq X \leq 4)$ là:

- A) 0,2; B) 0,6; C) 0,9; D) 0,7.

Câu 39. X là một biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân phối xác suất như sau:

X	1	2	3	4	5
P	0,05	0,4	0,2	0,3	0,05

Phương sai của X bằng:

- A) 2,05; B) 1,09; C) 6,6; D) Một kết quả khác.

Câu 40. X là biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân phối như sau:

X	1	2	3	4
---	---	---	---	---

P	0,1	0,3	0,2	0,4
---	-----	-----	-----	-----

Độ lệch chuẩn của X (tính chính xác đến hàng phần trăm)

A) 9,50;

B) 2,57;

C) 1,04;

D) 1,70.

BIẾN CỐ - XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Phép thử và biến cố.****a. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu**

Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà :

- Kết quả của nó không đoán trước được;
- Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

Phép thử thường được kí hiệu bởi chữ T. Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử và được kí hiệu bởi chữ Ω (đọc là ô-mê-ga).

b. Biến cố

Biến cố A liên quan đến phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tùy thuộc vào kết quả của T.

Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là kết quả thuận lợi cho A.

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A hoặc $n(A)$.

Với mỗi phép thử T có một biến cố luôn xảy ra, gọi là biến cố chắc chắn.

Với mỗi phép thử T có một biến cố không bao giờ xảy ra, gọi là biến cố không thể. Kí hiệu $\emptyset$.

2. Tính chất

Giả sử Ω là không gian mẫu, A và B là các biến cố.

- $\Omega \setminus A = \bar{A}$ được gọi là biến cố đối của biến cố A.
- $A \cup B$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi A hoặc B xảy ra.
- $A \cap B$ là biến cố xảy ra khi và chỉ khi A và B cùng xảy ra. $A \cap B$ còn được viết là AB.
- Nếu $AB = \emptyset$, ta nói A và B xung khắc.

3. Xác suất của biến cố**a. Định nghĩa cổ điển của xác suất:**

Cho T là một phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn. Giả sử A là một biến cố được mô tả bằng $\Omega_A \subset \Omega$. Xác suất của biến cố A, kí hiệu bởi $P(A)$, được cho bởi công thức

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho A}}{\text{Số kết quả có thể xảy ra}}.$$

Chú ý: • Xác suất của biến cố A chỉ phụ thuộc vào số kết quả thuận lợi cho A, nên ta đồng nhất Ω_A với A nên ta có: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

- $P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0, 0 \leq P(A) \leq 1$

b. Định nghĩa thống kê của xác suất

Xét phép thử ngẫu nhiên T và một biến cố A liên quan tới phép thử đó. Nếu tiến hành lặp đi lặp lại N lần phép thử T và thống kê số lần xuất hiện của A

Khi đó xác suất của biến cố A được định nghĩa như sau:

$$P(A) = \frac{\text{Số lần xuất hiện của biến cố A}}{N}.$$

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN.

Vấn đề 1. Xác định không gian mẫu và biến cố

Phương pháp .

Phương pháp: Để xác định không gian mẫu và biến cố ta thường sử dụng các cách sau

Cách 1: Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi chúng ta đếm.

Cách 2: Sử dụng các quy tắc đếm để xác định số phần tử của không gian mẫu và biến cố.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Trong một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh, 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính số phần tử của:

1. Không gian mẫu

A. 10626

B. 14241

C. 14284

D. 31311

2. Các biến cố:

A: “ 4 viên bi lấy ra có đúng hai viên bi màu trắng”

A. $n(A) = 4245$

B. $n(A) = 4295$

C. $n(A) = 4095$

D. $n(A) = 3095$

B: “ 4 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ”

A. $n(B) = 7366$

B. $n(B) = 7563$

C. $n(B) = 7566$

D. $n(B) = 7568$

C: “ 4 viên bi lấy ra có đủ 3 màu”

A. $n(C) = 4859$

B. $n(C) = 58552$

C. $n(C) = 5859$

D. $n(C) = 8859$

Lời giải:

1. Ta có: $n(\Omega) = C_{24}^4 = 10626$

2. Số cách chọn 4 viên bi có đúng hai viên bi màu trắng là: $C_{10}^2 \cdot C_{14}^2 = 4095$

Suy ra: $n(A) = 4095$.

Số cách lấy 4 viên bi mà không có viên bi màu đỏ được chọn là: C_{18}^4

Suy ra: $n(B) = C_{24}^4 - C_{18}^4 = 7566$.

Số cách lấy 4 viên bi chỉ có một màu là: $C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4$

Số cách lấy 4 viên bi có đúng hai màu là:

$$C_{14}^4 + C_{18}^4 + C_{14}^4 - 2(C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4)$$

Số cách lấy 4 viên bi có đủ ba màu là:

$$C_{24}^4 - (C_{14}^4 + C_{18}^4 + C_{14}^4) + (C_6^4 + C_8^4 + C_{10}^4) = 5859$$

Suy ra $n(C) = 5859$.

Ví dụ 2. Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi A_k là các biến cố “xạ thủ bắn trúng lần thứ k ” với $k = 1, 2, 3, 4$. Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố A_1, A_2, A_3, A_4

A: “Lần thứ tư mới bắn trúng bia”

A. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

B. $A = A_1 \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

C. $A = \overline{A_1} \cap A_2 \cap \overline{A_3} \cap A_4$

D. $A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

B: “Bắn trúng bia ít nhất một lần”

A. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cap A_4$

B. $B = A_1 \cap A_2 \cup A_3 \cup A_4$

C. $B = A_1 \cup A_2 \cap A_3 \cup A_4$

D. $B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$

c: “Chỉ bắn trúng bia hai lần”

A. $C = A_i \cup A_j \cap \overline{A_k} \cap \overline{A_m}, i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

B. $C = A_i \cup A_j \cup \overline{A_k} \cup \overline{A_m}, i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

C. $C = A_i \cap A_j \cup \overline{A_k} \cup \overline{A_m}, i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

D. $C = A_i \cap A_j \cap \overline{A_k} \cap \overline{A_m}, i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

Lời giải:

Ta có: $\overline{A_k}$ là biến cố lần thứ k ($k = 1, 2, 3, 4$) bắn không trúng bia.

Do đó:

$$A = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$$

$$B = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$$

$C = A_i \cap A_j \cap \overline{A_k} \cap \overline{A_m}$ với $i, j, k, m \in \{1, 2, 3, 4\}$ và đôi một khác nhau.

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Xét phép thử tung con súc sắc 6 mặt hai lần. Tính số phần tử của:

1. Xác định không gian mẫu

A.36

B.40

C.38

D.35

2. Các biến cố:

A: “ số chấm xuất hiện ở cả hai lần tung giống nhau”

A. $n(A) = 12$

B. $n(A) = 8$

C. $n(A) = 16$

D. $n(A) = 6$

B: “ Tổng số chấm xuất hiện ở hai lần tung chia hết cho 3”

A. $n(B) = 14$

B. $n(B) = 13$

C. $n(B) = 15$

D. $n(B) = 11$

C: “ Số chấm xuất hiện ở lần một lớn hơn số chấm xuất hiện ở lần hai”.

A. $n(C) = 16$

B. $n(C) = 17$

C. $n(C) = 18$

D. $n(C) = 15$

Lời giải:

1. Không gian mẫu gồm các bộ $(i; j)$, trong đó $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

i nhận 6 giá trị, j cũng nhận 6 giá trị nên có $6.6 = 36$ bộ $(i; j)$

Vậy $\Omega = \{(i, j) | i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và $n(\Omega) = 36$.

2. Ta có: $A = \{(1, 1); (2, 2); (3, 3); (4, 4); (5, 5); (6, 6)\}$, $n(A) = 6$

Xét các cặp (i, j) với $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ mà $i + j \vdots 3$

Ta có các cặp có tổng chia hết cho 3 là $(1, 2); (1, 5); (2, 4); (3, 3); (3, 6); (4, 5)$

Hơn nữa mỗi cặp (trừ cặp $(3, 3)$) khi hoán vị ta được một cặp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $n(B) = 11$.

Số các cặp $(i, j); i > j$ là $(2, 1); (3, 1); (3, 2); (4, 1); (4, 2); (4, 3); (5, 1)$

$(5, 2); (5, 3); (5, 4); (6, 1); (6, 2); (6, 3); (6, 4); (6, 5)$.

Vậy $n(C) = 15$.

Bài 2: Gieo một đồng tiền 5 lần. Xác định và tính số phần tử của

1. Không gian mẫu

A. $n(\Omega) = 8$

B. $n(\Omega) = 16$

C. $n(\Omega) = 32$

D. $n(\Omega) = 64$

2. Các biến cố:

A: “ Lần đầu tiên xuất hiện mặt ngửa”

A. $n(A) = 16$

B. $n(A) = 18$

C. $n(A) = 20$

D. $n(A) = 22$

B: “ Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần”

A. $n(B) = 31$

B. $n(B) = 32$

C. $n(B) = 33$

D. $n(B) = 34$

C: “ Số lần mặt sấp xuất hiện nhiều hơn mặt ngửa”

A. $n(C) = 19$

B. $n(C) = 18$

C. $n(C) = 17$

D. $n(C) = 20$

Lời giải:

1. Kết quả của 5 lần gieo là dãy $abcde$ với a, b, c, d, e nhận một trong hai giá trị N hoặc S. Do đó số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 2.2.2.2.2 = 32$.

2. Lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp nên a chỉ nhận giá trị S; b, c, d, e nhận S hoặc N nên $n(A) = 1.2.2.2.2 = 16$.

Kết quả 5 lần gieo mà không có lần nào xuất hiện mặt sấp là 1

Vậy $n(B) = 32 - 1 = 31$.

Kết quả của 5 lần gieo mà mặt N xuất hiện đúng một lần: C_5^1

Kết quả của 5 lần gieo mà mặt N xuất hiện đúng hai lần: C_5^2

Số kết quả của 5 lần gieo mà số lần mặt S xuất hiện nhiều hơn số lần mặt N là:

$$n(C) = 32 - C_5^2 - C_5^1 = 17.$$

Bài 3: Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của:

1. Không gian mẫu

A. $n(\Omega) = C_{100}^5$

B. $n(\Omega) = A_{100}^5$

C. $n(\Omega) = C_{100}^1$

D. $n(\Omega) = A_{100}^1$

2. Các biến cố:

A: “ Số ghi trên các tấm thẻ được chọn là số chẵn”

A. $n(A) = A_{50}^5$

B. $n(A) = A_{100}^5$

C. $n(A) = C_{50}^5$

D. $n(A) = C_{100}^5$

B: “ Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

A. $n(B) = C_{100}^5 + C_{67}^5$

B. $n(B) = C_{100}^5 - C_{50}^5$

C. $n(B) = C_{100}^5 + C_{50}^5$

D. $n(B) = C_{100}^5 - C_{67}^5$

Lời giải:

1. Ta có $n(\Omega) = C_{100}^5$

2. Trong 100 tấm thẻ có 50 tấm được ghi các số chẵn, do đó

$$n(A) = C_{50}^5$$

Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3. Do đó, số cách chọn 5 tấm thẻ mà không có tấm thẻ nào ghi số chia hết cho 3 là: C_{67}^5

$$\text{Vậy } n(B) = C_{100}^5 - C_{67}^5.$$

Vấn đề 2. Tính xác suất theo định nghĩa cổ điển**Phương pháp:**

- Tính xác suất theo thống kê ta sử dụng công

$$\text{thức: } P(A) = \frac{\text{Số lần xuất hiện của biến cố } A}{N}.$$

- Tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển ta sử dụng công thức: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Bộ bài tú - lơ khơ có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên ra 4 quân bài. Tìm xác suất của các biến cố:

A: “Rút ra được tứ quý K”

$$\text{A. } P(A) = \frac{1}{2707} \quad \text{B. } P(A) = \frac{1}{20725} \quad \text{C. } P(A) = \frac{1}{70725} \quad \text{D. } P(A) = \frac{1}{27025}$$

B: “4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át”

$$\text{A. } P(B) = \frac{15229}{54145} \quad \text{B. } P(B) = \frac{129}{54145} \quad \text{C. } P(B) = \frac{159}{54145} \quad \text{D. } P(B) = \frac{1229}{4145}$$

C: “4 quân bài lấy ra có ít nhất hai quân bích”

$$\text{A. } P(C) = \frac{539}{20825} \quad \text{B. } P(C) = \frac{535}{2085} \quad \text{C. } P(C) = \frac{539}{20825} \quad \text{D. } P(C) = \frac{5359}{20825}$$

Lời giải:

Ta có số cách chọn ngẫu nhiên 4 quân bài là: $C_{52}^4 = 270725$

Suy ra $n(\Omega) = 270725$

Vì bộ bài chỉ có 1 tứ quý K nên ta có $n(A) = 1$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{270725}.$$

Vì có C_{48}^4 cách rút 4 quân bài mà không có con Át nào,

$$\text{suy ra } N(b) = C_{52}^4 - C_{48}^4 \Rightarrow P(B) = \frac{15229}{54145}.$$

Vì trong bộ bài có 13 quân bích, số cách rút ra bốn quân bài mà trong đó số quân bích không ít hơn 2 là: $C_{13}^2 \cdot C_{39}^2 + C_{13}^3 \cdot C_{39}^1 + C_{13}^4 \cdot C_{39}^0 = 69667$

$$\text{Suy ra } n(C) = 69667 \Rightarrow P(C) = \frac{5359}{20825}.$$

Ví dụ 2. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để:

1. 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ

A. $P(A) = \frac{14}{285}$

B. $P(A) = \frac{4}{285}$

C. $P(A) = \frac{14}{25}$

D. $P(A) = \frac{1}{285}$

2. 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

A. $P(B) = \frac{3}{7}$

B. $P(B) = \frac{43}{57}$

C. $P(B) = \frac{4}{57}$

D. $P(B) = \frac{3}{57}$

Lời giải:

Gọi biến cố A : “ 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ ”

B : “ 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu ”

Số các lấy 3 viên bi từ 20 viên bi là: C_{20}^3 nên ta có: $|\Omega| = C_{20}^3 = 1140$

1. Số cách lấy 3 viên bi màu đỏ là: $C_8^3 = 56$ nên $|\Omega_A| = 56$

$$\text{Do đó: } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{56}{1140} = \frac{14}{285}.$$

2. Ta có:

• Số cách lấy 3 viên bi chỉ có một màu: $C_8^3 + C_7^3 + C_5^3 = 101$

• Số các lấy 3 viên bi có đúng hai màu

Đỏ và xanh: $C_{15}^3 - (C_8^3 + C_7^3)$

Đỏ và vàng: $C_{13}^3 - (C_8^3 + C_5^3)$

Vàng và xanh: $C_{12}^3 - (C_5^3 + C_7^3)$

Nên số cách lấy 3 viên bi có đúng hai màu:

$$C_{15}^3 + C_{13}^3 + C_{12}^3 - 2(C_8^3 + C_7^3 + C_5^3) = 759$$

$$\text{Do đó: } |\Omega_B| = 860. \text{ Vậy } P(B) = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{43}{57}.$$

Ví dụ 3. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên $1, 2, 3, \dots, 80$

1. Tính xác suất của biến cố A : “ trong 3 số đó có và chỉ có 2 số là bội số của 5 ”

$$\text{A. } n(A) = \frac{96}{127} \quad \text{B. } n(A) = \frac{6}{1027} \quad \text{C. } n(A) = \frac{96}{107} \quad \text{D. } n(A) = \frac{96}{1027}$$

2. Tính xác suất của biến cố B : “trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương”

$$\text{A. } n(B) = \frac{53}{254} \quad \text{B. } n(B) = \frac{56}{205} \quad \text{C. } n(B) = \frac{563}{2054} \quad \text{D. } n(B) = \frac{53}{204}$$

Lời giải:

Số cách chọn 3 số từ 80 số là: $n(\Omega) = C_{80}^3 = 82160$

1. Từ 1 đến 80 có $\left[\frac{80}{5} \right] = 16$ số chia hết cho 5 và có $80 - 16 = 64$ số không chia hết cho 5.

$$\text{Do đó: } n(A) = C_{64}^1 \cdot C_{16}^2 \Rightarrow P(A) = \frac{C_{64}^1 \cdot C_{16}^2}{C_{80}^3} = \frac{96}{1027}.$$

2. Từ 1 đến 80 có 8 số chính phương là: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64.

Số cách chọn 3 số không có số chính phương nào được chọn là: C_{72}^3

$$\text{Suy ra } n(B) = C_{80}^3 - C_{72}^3 \Rightarrow P(B) = \frac{C_{80}^3 - C_{72}^3}{C_{80}^3} = \frac{563}{2054}.$$

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Gieo con súc sắc 100 lần, kết quả thu được ghi ở bảng sau

Số chấm	Số lần xuất hiện
1	14
2	18
3	30
4	12
5	14
6	12

Hãy tìm xác suất của các biến cố

A: “mặt sáu chấm xuất hiện”

$$\text{A. } P(A) = \frac{3}{25} \quad \text{B. } P(A) = \frac{11}{100} \quad \text{C. } P(A) = \frac{13}{100} \quad \text{D. } P(A) = \frac{17}{100}$$

B: “mặt hai chấm xuất hiện”

$$\text{A. } P(B) = \frac{12}{50} \quad \text{B. } P(B) = \frac{11}{50} \quad \text{C. } P(B) = \frac{3}{50} \quad \text{D. } P(B) = \frac{9}{50}$$

C: “ một mặt lẻ xuất hiện”

A. $P(C) = \frac{9}{50}$

B. $P(C) = \frac{29}{50}$

C. $P(C) = \frac{2}{50}$

D. $P(C) = \frac{3}{50}$

Lời giải:

Xem việc tung con súc sắc là một phép thử ngẫu nhiên

Số lần thực hiện phép thử: $N = 100$

Số lần xuất hiện của biến cố A: 12

Suy ra : $P(A) = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$

Số lần xuất hiện của biến cố B: 18

Suy ra $P(B) = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$

Số lần xuất hiện của biến cố C: $14 + 30 + 14 = 58$

Suy ra $P(C) = \frac{58}{100} = \frac{29}{50}$.

Bài 2 Tung một đồng tiền hai lần. Tìm xác suất để hai lần tung đó

1. Đều là mặt S

A. $P(A) = \frac{1}{4}$

B. $P(A) = \frac{1}{2}$

C. $P(A) = \frac{3}{4}$

D. $P(A) = 1$

2. Một S một N

A. $P(B) = \frac{1}{3}$

B. $P(B) = \frac{1}{4}$

C. $P(B) = 1$

D. $P(B) = \frac{1}{2}$

Lời giải:

Ta có không gian mẫu $\Omega = \{SS, SN, NN, NS\} \Rightarrow n(\Omega) = 4$

Gọi các biến cố: A: “ hai lần tung đều là mặt sấp”

B: “ hai lần tung có một S một N”

Suy ra $A = \{SS\} \Rightarrow n(A) = 1$; $B = \{SN, NS\} \Rightarrow n(B) = 2$

1. Ta có: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$

2. Ta có: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Bài 3 Một bình đựng 16 viên bi ,7 viên bi trắng ,6 viên bi đen,3 viên bi đỏ.

1. Lấy ngẫu nhiên ba viên bi .Tính xác suất của các biến cố :

A: “Lấy được 3 viên đỏ”

A. $P(A) = \frac{1}{50}$ B. $P(A) = \frac{1}{60}$ C. $P(A) = \frac{1}{56}$ D. $P(A) = \frac{1}{560}$

B: “Lấy cả ba viên bi không có bi đỏ”

A. $P(B) = \frac{143}{280}$ B. $P(B) = \frac{13}{280}$ C. $P(B) = \frac{14}{280}$ D. $P(B) = \frac{13}{20}$

C: “Lấy được 1 bi trắng, 1 bi đen, 1 bi đỏ”

A. $P(C) = \frac{13}{40}$ B. $P(C) = \frac{7}{40}$ C. $P(C) = \frac{11}{40}$ D. $P(C) = \frac{9}{40}$

2. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất của các biến cố

X: “Lấy đúng 1 viên bi trắng”

A. $P(X) = \frac{22}{65}$ B. $P(X) = \frac{21}{65}$ C. $P(X) = \frac{23}{65}$ D. $P(X) = \frac{1}{65}$

Y: “Lấy đúng 2 viên bi trắng”

A. $P(Y) = \frac{27}{65}$ B. $P(Y) = \frac{21}{65}$ C. $P(Y) = \frac{22}{65}$ D. $P(Y) = \frac{7}{65}$

3. Lấy ngẫu nhiên 10 viên bi. Tính xác suất của biến cố D: “lấy được 5 viên bi trắng, 3 bi đen, 2 bi đỏ”.

A. $P(D) = \frac{5}{286}$ B. $P(D) = \frac{15}{286}$ C. $P(D) = \frac{25}{286}$ D. $P(D) = \frac{45}{286}$

Lời giải:

1. Ta có: $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$

$$n(A) = C_3^3 = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{560}$$

$$n(B) = C_{13}^3 = 286 \Rightarrow P(B) = \frac{143}{280}$$

$$n(C) = C_7^1 C_6^1 C_3^1 = 126 \Rightarrow P(C) = \frac{9}{40}$$

2. Ta có: $n(\Omega) = C_{16}^4 = 1820$

$$n(X) = C_7^1 \cdot C_9^3 = 588 \Rightarrow P(X) = \frac{21}{65}$$

$$n(Y) = C_7^2 \cdot C_9^2 = 756 \Rightarrow P(Y) = \frac{27}{65}.$$

3. Ta có: $n(\Omega) = C_{16}^{10} = 8008$

$$n(D) = C_7^5 \cdot C_6^3 \cdot C_3^2 = 1260 \Rightarrow P(D) = \frac{45}{286}.$$

Bài 4. Tung một đồng tiền ba lần

1. Mô tả không gian mẫu

A. $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSN, NNS, NNN\}$

B. $\Omega = \{SSS, SSN, SNN, NSN, NSS, NNS, NNN\}$

C. $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NNS, NNN\}$

D. $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSN, NSS, NNS, NNN\}$

2. Xác định các biến cố sau và tính xác suất các biến cố đó

A: “ Có ít nhất một lần xuất hiện mặt S”

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{4}{8}$

B: “ Mặt N xuất hiện ít nhất hai lần”

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{4}{8}$

C: “ Lần thứ hai xuất hiện mặt S”

A. $\frac{7}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{4}{8}$

Lời giải:

1. Ta có: $\Omega = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSN, NSS, NNS, NNN\}$

2. Ta có: $A = \{SSS, SSN, SNS, SNN, NSN, NSS, NNS\}$

$$B = \{NNS, NSN, SNN, NNN\}$$

$$C = \{SSS, SSN, NSS, NSN\}$$

Bài 5. Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ và 10 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi

1. Tính số phần tử của không gian mẫu

A. $n(\Omega) = 177100$ B. $n(\Omega) = 177121$ C. $n(\Omega) = 1771001$ D. $n(\Omega) = 17700$

2. Tính xác suất của các biến cố sau

A: “ 6 viên bi lấy ra cùng một màu”

A. $P(A) = \frac{7}{5060}$ B. $P(A) = \frac{17}{5060}$ C. $P(A) = \frac{73}{5060}$ D. $P(A) = \frac{27}{5060}$

B: “ có ít nhất một viên bi màu vàng”

A. $P(B) = \frac{47}{460}$ B. $P(B) = \frac{7}{460}$ C. $P(B) = \frac{44}{461}$ D. $P(B) = \frac{447}{460}$

C: “ 6 viên bi lấy ra có đủ ba màu”

A. $P(C) = \frac{22}{253}$ B. $P(C) = \frac{20}{253}$ C. $P(C) = \frac{2}{253}$ D. $P(C) = \frac{202}{253}$

Lời giải:

1. Ta có: $n(\Omega) = C_{25}^6 = 177100$

2. Ta có: $n(A) = C_7^6 + C_8^6 + C_{10}^6 = 245 \Rightarrow P(A) = \frac{7}{5060}$

Ta có: $n(\bar{B}) = C_{15}^6 \Rightarrow n(B) = C_{25}^6 - C_{15}^6 = 172095 \Rightarrow P(B) = \frac{447}{460}$

Ta có: Số cách lấy 6 viên bi cùng một màu: 245 cách

Số cách lấy 6 viên bi gồm hai màu:

$$C_{15}^6 - (C_8^6 + C_7^6) + C_{17}^6 - (C_{10}^6 + C_7^6) + C_{18}^6 - (C_{10}^6 + C_8^6) = 35455$$

Suy ra $n(C) = 177100 - 35455 - 245 = 141400$. Vậy $P(C) = \frac{202}{253}$.

Bài 6 Chọn ngẫu nhiên 5 quân bài trong cỗ bài tứ lơ khơ. Tính xác suất để trong sấp bài chứa hai bộ đôi (hai con cùng thuộc 1 bộ ,hai con thuộc bộ thứ 2,con thứ 5 thuộc bộ khác

A. $P(A) = \frac{198}{465}$ B. $P(A) = \frac{19}{415}$ C. $P(A) = \frac{198}{4165}$ D. $P(A) = \frac{198}{416}$

Lời giải:

Gọi A là biến cố cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn hai bộ 2 có C_{13}^2 cách, mỗi bộ có C_4^2 cách vậy có

$C_{13}^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2$ cách. có 11 cách chọn bộ 1.

Mỗi cách chọn bộ 1 có 4 cách chọn vậy có $C_{13}^2 \cdot C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot 11 \cdot 4 = n(A)$; $n(\Omega) = C_{52}^5$. Vậy $P(A) = \frac{198}{4165}$.

Bài 7 Chọn ngẫu nhiên 5 quân bài .Tính xác suất để trong sấp bài có 5 quân lập thành bộ liên tiếp tức là bộ (A,2-3-4-5) (2-3-4-5-6)(10 -J-Q-K-A) .Quân A vừa là quân bé nhất vừa là quân lớn nhất.

A. $P(A) = \frac{128}{3287}$ B. $P(A) = \frac{18}{32487}$ C. $P(A) = \frac{18}{3287}$ D. $P(A) = \frac{128}{32487}$

Lời giải:

Ta có $n(\Omega) = C_{52}^5$. Có 10 bộ thỏa mãn bài toán

Mỗi bộ có $4.4.4.4.4=1024$ vậy $n(A) = 10240 \Rightarrow P(A) = \frac{128}{32487}$.

Bài 8 Một hộp đựng 9 thẻ được đánh từ 1,2,3...9 .Rút ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính xác suất để
1. Các thẻ ghi số 1,2,3

A. $P(A) = \frac{C_5^2}{C_9^5}$ B. $P(A) = \frac{C_6^2}{C_9^5}$ C. $P(A) = \frac{C_6^2}{C_9^4}$ D. $P(A) = \frac{C_6^3}{C_9^5}$

2. Có đúng 1 trong ba thẻ ghi 1,2,3 được rút

A. $P(B) = \frac{C_6^1 C_6^4}{C_9^5}$ B. $P(B) = \frac{C_5^1 C_6^4}{C_9^5}$ C. $P(B) = \frac{C_3^1 C_6^4}{C_9^5}$ D. $P(B) = \frac{C_3^1 + C_6^4}{C_9^5}$

3. Không có thẻ nào trong ba thẻ được rút

A. $P(C) = \frac{C_6^4}{C_9^5}$ B. $P(C) = \frac{C_6^5}{C_9^4}$ C. $P(C) = \frac{C_6^5}{C_9^5}$ D. $P(C) = \frac{C_6^2}{C_9^5}$

Lời giải:

1. $P(A) = \frac{C_6^2}{C_9^5}$ 2. $P(B) = \frac{C_3^1 C_6^4}{C_9^5}$ 3. $P(C) = \frac{C_6^5}{C_9^5}$.

Bài 9 Chọn ngẫu nhiên 3 số từ tập $\{1,2,...,10,11\}$

1. Tính xác suất để tổng ba số được chọn là 12

A. $P(A) = \frac{7}{C_{11}^4}$ B. $P(A) = \frac{5}{C_{11}^3}$ C. $P(A) = \frac{2}{C_{11}^3}$ D. $P(A) = \frac{7}{C_{11}^3}$

2. Tính xác suất để tổng ba số được chọn là số lẻ

$$A. P(B) = \frac{C_6^1 + C_6^3 C_5^0}{C_{11}^3}$$

$$B. P(B) = \frac{C_6^1 C_5^2 + C_5^0}{C_{11}^3}$$

$$C. P(B) = \frac{C_6^1 C_5^2 + C_6^3 C_5^0}{C_{11}^3}$$

$$D. P(B) = \frac{C_6^1 + C_5^0}{C_{11}^3}$$

Lời giải:

Ta có: $12 = 1 + 2 + 9 = 1 + 3 + 8 = 1 + 4 + 7 = 1 + 5 + 6 = 2 + 3 + 7$
 $= 2 + 4 + 6 = 3 + 4 + 5.$

$$1. P(A) = \frac{7}{C_{11}^3}$$

$$2. P(B) = \frac{C_6^1 C_5^2 + C_6^3 C_5^0}{C_{11}^3}$$

Bài 10 Một người đi du lịch mang 5 hộp thịt, 4 hộp quả, 3 hộp sữa. Do trời mưa các hộp bị mất nhãn. Người đó chọn ngẫu nhiên 3 hộp. Tính xác suất để trong đó có 1 hộp thịt, một hộp sữa và một hộp quả.

$$A. P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1 + C_3^1}{C_{12}^3}$$

$$B. P(A) = \frac{C_5^1 + C_4^1 C_3^1}{C_{12}^3}$$

$$C. P(A) = \frac{C_5^1 + C_4^1 + C_3^1}{C_{12}^3}$$

$$D. P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1 C_3^1}{C_{12}^3}$$

Lời giải:

Đáp số $P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1 C_3^1}{C_{12}^3}$

Bài 11 Ngân hàng đề thi gồm 100 câu hỏi, mỗi đề thi có 5 câu. Một học sinh học thuộc 80 câu. Tính xác suất để học sinh đó rút ngẫu nhiên được một đề thi có 4 câu học thuộc.

$$A. P(A) = \frac{C_{80}^4 + C_{20}^1}{C_{100}^5}$$

$$B. P(A) = \frac{C_{80}^4}{C_{100}^5}$$

$$C. P(A) = \frac{C_{20}^1}{C_{100}^5}$$

$$D. P(A) = \frac{C_{80}^4 C_{20}^1}{C_{100}^5}$$

Lời giải:

Chọn 5 câu làm một đề $\Omega = C_{100}^5$

Chọn $n(A) = C_{80}^4 C_{20}^1 \Rightarrow P(A) = \frac{C_{80}^4 C_{20}^1}{C_{100}^5}$

Bài 12 Một đoàn tàu có 7 toa ở một sân ga. Có 7 hành khách từ sân ga lên tàu, mỗi người độc lập với nhau và chọn một toa một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất của các biến cố sau

A: “ Một toa 1 người, một toa 2 người, một toa có 4 người lên và bốn toa không có người nào cả”

$$\text{A. } P(A) = \frac{450}{1807} \quad \text{B. } P(A) = \frac{40}{16807} \quad \text{C. } P(A) = \frac{450}{16807} \quad \text{D. } P(A) = \frac{450}{1607}$$

B: “ Mỗi toa có đúng một người lên”.

$$\text{A. } P(B) = \frac{6!}{7^7} \quad \text{B. } P(B) = \frac{5!}{7^7} \quad \text{C. } P(B) = \frac{8!}{7^7} \quad \text{D. } P(B) = \frac{7!}{7^7}$$

Lời giải:

Số cách lên toa của 7 người là: $|\Omega| = 7^7$.

1. Tính $P(A) = ?$

Ta tìm số khả năng thuận lợi của A như sau

- Chọn 3 toa có người lên: A_7^3
- Với toa có 4 người lên ta có: C_7^4 cách chọn
- Với toa có 2 người lên ta có: C_3^2 cách chọn
- Người cuối cùng cho vào toa còn lại nên có 1 cách

Theo quy tắc nhân ta có: $|\Omega_A| = A_7^3 \cdot C_7^4 \cdot C_3^2$

$$\text{Do đó: } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{450}{16807}.$$

2. Tính $P(B) = ?$

Mỗi một cách lên toa thỏa yêu cầu bài toán chính là một hoán vị của 7 phần tử nên ta có: $|\Omega_B| = 7!$

$$\text{Do đó: } P(B) = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{7!}{7^7}.$$

Bài 13 Một người bỏ ngẫu nhiên bốn lá thư vào 4 bì thư đã được ghi địa chỉ. Tính xác suất của các biến cố sau:

A: “ Có ít nhất một lá thư bỏ đúng phong bì của nó”.

$$\text{A. } P(A) = \frac{5}{8} \quad \text{B. } P(A) = \frac{3}{8} \quad \text{C. } P(A) = \frac{1}{8} \quad \text{D. } P(A) = \frac{7}{8}$$

Lời giải:

Số cách bỏ 4 lá thư vào 4 bì thư là: $|\Omega| = 4! = 24$

Kí hiệu 4 lá thư là: L_1, L_2, L_3, L_4 và bộ (L_1, L_2, L_3, L_4) là một hoán vị của các số 1, 2, 3, 4 trong đó

$L_i = i$ ($i = \overline{1, 4}$) nếu lá thư L_i bỏ đúng địa chỉ.

Ta xét các khả năng sau

- có 4 lá thư bỏ đúng địa chỉ: (1,2,3,4) nên có 1 cách bỏ
- có 2 lá thư bỏ đúng địa chỉ:

+ số cách bỏ 2 lá thư đúng địa chỉ là: C_4^2

+ khi đó có 1 cách bỏ hai lá thư còn lại

Nên trường hợp này có: $C_4^2 = 6$ cách bỏ.

- Có đúng 1 lá thư bỏ đúng địa chỉ:

Số cách chọn lá thư bỏ đúng địa chỉ: 4 cách

Số cách chọn bỏ ba lá thư còn lại: $2! = 2$ cách

Nên trường hợp này có: $4 \cdot 2 = 8$ cách bỏ.

Do đó: $|\Omega_A| = 1 + 6 + 8 = 15$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}.$$

Bài 14 Gieo một con xúc sắc đồng chất cân đối ba lần liên tiếp. Tìm xác suất của các biến cố sau:

A: “ Tổng số chấm xuất hiện trong ba lần là 10”

A. $P(A) = \frac{1}{8}$

B. $P(A) = \frac{3}{8}$

C. $P(A) = \frac{1}{4}$

D. $P(A) = \frac{1}{8}$

B: “Có ít nhất một mặt chẵn xuất hiện”.

A. $P(B) = \frac{7}{8}$

B. $P(B) = \frac{3}{8}$

C. $P(B) = \frac{5}{8}$

D. $P(B) = \frac{1}{8}$

Lời giải:

Ta có các khả năng xảy ra là: $|\Omega| = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

1. Gọi dãy (x_1, x_2, x_3) là kết quả theo thứ tự của ba lần gieo với

$$x_1, x_2, x_3 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ có các bộ nghiệm (chưa tính hoán vị) là:

$$(1, 3, 6); (1, 4, 5); (2, 2, 6); (2, 3, 5); (2, 4, 4); (3, 4, 3).$$

Với mỗi bộ nghiệm ba số phân biệt cho ta $3! = 6$ khả năng xảy ra, còn các bộ nghiệm $(2, 2, 6)$; $(2, 4, 4)$ và $(3, 4, 3)$ chỉ có ba khả năng xảy ra

$$\text{Do đó } |\Omega_A| = 6 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 27 \text{ nên } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1}{8}.$$

2. Khả năng xuất hiện mặt lẻ của mỗi lần gieo là: 3

Suy ra khả năng ba lần gieo đều xuất hiện mặt lẻ là: $3^3 = 27$

Do đó $|\Omega_B| = 216 - 27 = 189$ nên $P(B) = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{189}{216} = \frac{7}{8}$.

Vấn đề 3. Các quy tắc tính xác suất

Phương pháp

1. Quy tắc cộng xác suất

Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- Mở rộng quy tắc cộng xác suất

Cho k biến cố $A_1, A_2, \dots, A_k$ đôi một xung khắc. Khi đó:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_k).$$

- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- Giả sử A và B là hai biến cố tùy ý cùng liên quan đến một phép thử. Lúc đó:
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$.

2. Quy tắc nhân xác suất

- Ta nói hai biến cố A và B độc lập nếu sự xảy ra (hay không xảy ra) của A không làm ảnh hưởng đến xác suất của B.
- Hai biến cố A và B độc lập khi và chỉ khi $P(AB) = P(A).P(B)$.

Bài toán 01: Tính xác suất bằng quy tắc cộng

Phương pháp: Sử dụng các quy tắc đếm và công thức biến cố đối, công thức biến cố hợp.

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ với A và B là hai biến cố xung khắc
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Một con súc sắc không đồng chất sao cho mặt bốn chấm xuất hiện nhiều gấp 3 lần mặt khác, các mặt còn lại đồng khả năng. Tìm xác suất để xuất hiện một mặt chẵn

A. $P(A) = \frac{5}{8}$

B. $P(A) = \frac{3}{8}$

C. $P(A) = \frac{7}{8}$

D. $P(A) = \frac{1}{8}$

Lời giải:

Gọi A_i là biến cố xuất hiện mặt i chấm ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$)

Ta có $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = P(A_5) = P(A_6) = \frac{1}{3}P(A_4) = x$

$$\text{Do } \sum_{k=1}^6 P(A_k) = 1 \Rightarrow 5x + 3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{8}$$

Gọi A là biến cố xuất hiện mặt chẵn, suy ra $A = A_2 \cup A_4 \cup A_6$

Vì các biến cố A_i xung khắc nên:

$$P(A) = P(A_2) + P(A_4) + P(A_6) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}.$$

Ví dụ 2. Gieo một con xúc sắc 4 lần. Tìm xác suất của biến cố

A: “Mặt 4 chấm xuất hiện ít nhất một lần”

$$\text{A. } P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \quad \text{B. } P(A) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^4 \quad \text{C. } P(A) = 3 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 \quad \text{D. } P(A) = 2 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

B: “Mặt 3 chấm xuất hiện đúng một lần”

$$\text{A. } P(A) = \frac{5}{324} \quad \text{B. } P(A) = \frac{5}{32} \quad \text{C. } P(A) = \frac{5}{24} \quad \text{D. } P(A) = \frac{5}{34}$$

Lời giải:

1. Gọi A_i là biến cố “mặt 4 chấm xuất hiện lần thứ i ” với $i = 1, 2, 3, 4$.

Khi đó: $\overline{A_i}$ là biến cố “Mặt 4 chấm không xuất hiện lần thứ i ”

$$\text{Và } P(\overline{A_i}) = 1 - P(A_i) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Ta có: $\overline{A}$ là biến cố: “không có mặt 4 chấm xuất hiện trong 4 lần gieo”

Và $\overline{A} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \cdot \overline{A_4}$. Vì các A_i độc lập với nhau nên ta có

$$P(\overline{A}) = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})P(\overline{A_3})P(\overline{A_4}) = \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4.$$

2. Gọi B_i là biến cố “mặt 3 chấm xuất hiện lần thứ i ” với $i = 1, 2, 3, 4$

Khi đó: $\overline{B_i}$ là biến cố “Mặt 3 chấm không xuất hiện lần thứ i ”

$$\text{Ta có: } A = \overline{B_1} \cdot B_2 \cdot B_3 \cdot B_4 \cup \overline{B_1} \cdot \overline{B_2} \cdot B_3 \cdot B_4 \cup \overline{B_1} \cdot B_2 \cdot \overline{B_3} \cdot B_4 \cup \overline{B_1} \cdot B_2 \cdot B_3 \cdot \overline{B_4}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } P(A) &= P(\overline{B_1})P(B_2)P(B_3)P(B_4) + P(\overline{B_1})P(\overline{B_2})P(B_3)P(B_4) \\ &\quad + P(\overline{B_1})P(B_2)P(\overline{B_3})P(B_4) + P(\overline{B_1})P(B_2)P(B_3)P(\overline{B_4}) \end{aligned}$$

$$\text{Mà } P(B_i) = \frac{1}{6}, P(\overline{B_i}) = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Do đó: } P(A) = 4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{324}.$$

Ví dụ 3. Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi:

1. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu

A. $P(X) = \frac{5}{18}$

B. $P(X) = \frac{5}{8}$

C. $P(X) = \frac{7}{18}$

D. $P(X) = \frac{11}{18}$

2. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu

A. $P(\overline{X}) = \frac{13}{18}$

B. $P(\overline{X}) = \frac{5}{18}$

C. $P(\overline{X}) = \frac{3}{18}$

D. $P(\overline{X}) = \frac{11}{18}$

Lời giải:

1. Gọi A là biến cố "Chọn được 2 viên bi xanh"; B là biến cố "Chọn được 2 viên bi đỏ", C là biến cố "Chọn được 2 viên bi vàng" và X là biến cố "Chọn được 2 viên bi cùng màu".

Ta có $X = A \cup B \cup C$ và các biến cố A, B, C đôi một xung khắc.

Do đó, ta có: $P(X) = P(A) + P(B) + P(C)$.

$$\text{Mà: } P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}; P(B) = \frac{C_3^2}{C_9^2} = \frac{1}{12}; P(C) = \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{36}$$

$$\text{Vậy } P(X) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18}.$$

2. Biến cố "Chọn được 2 viên bi khác màu" chính là biến cố $\overline{X}$.

$$\text{Vậy } P(\overline{X}) = 1 - P(X) = \frac{13}{18}.$$

Bài toán 02: Tính xác suất bằng quy tắc nhân

Phương pháp:

Để áp dụng quy tắc nhân ta cần:

- Chứng tỏ A và B độc lập
- Áp dụng công thức: $P(AB) = P(A).P(B)$

Các ví dụ

Ví dụ 1. Xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Tìm các suất sao cho 3 lần sinh có ít nhất 1 con trai

- A. $P(A) \approx 0,88$ B. $P(A) \approx 0,23$ C. $P(A) \approx 0,78$ D. $P(A) \approx 0,32$

Lời giải:

Gọi A là biến cố ba lần sinh có ít nhất 1 con trai, suy ra $\bar{A}$ là xác suất 3 lần sinh toàn con gái.
Gọi B_i là biến cố lần thứ i sinh con gái ($i = 1, 2, 3$)

Suy ra $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = 0,49$

Ta có: $\bar{A} = B_1 \cap B_2 \cap B_3$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(B_1)P(B_2)P(B_3) = 1 - (0,49)^3 \approx 0,88.$$

Ví dụ 2. Hai cầu thủ sút phạt đền. Mỗi người đá 1 lần với xác suất làm bàn tương ứng là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ làm bàn

- A. $P(X) = 0,42$ B. $P(X) = 0,94$ C. $P(X) = 0,234$ D. $P(X) = 0,9$

Lời giải:

Gọi A là biến cố cầu thủ thứ nhất làm bàn

B là biến cố cầu thủ thứ hai làm bàn

X là biến cố ít nhất 1 trong hai cầu thủ làm bàn

Ta có: $X = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap B)$

$$\Rightarrow P(X) = P(A).P(\bar{B}) + P(B).P(\bar{A}) + P(A).P(B) = 0,94.$$

Ví dụ 3. Một đề trắc nghiệm gồm 20 câu, mỗi câu có 4 đáp án và chỉ có một đáp án đúng. Bạn An làm đúng 12 câu, còn 8 câu bạn An đánh hù họa vào đáp án mà An cho là đúng. Mỗi câu đúng được 0,5 điểm. Hỏi Anh có khả năng được bao nhiêu điểm?

- A. $6 + \frac{1}{4^7}$ B. $5 + \frac{1}{4^2}$ C. $6 + \frac{1}{4^2}$ D. $5 + \frac{1}{4^7}$

Lời giải:

An làm đúng 12 câu nên có số điểm là $12 \cdot 0,5 = 6$

Xác suất đánh hù họa đúng của mỗi câu là $\frac{1}{4}$, do đó xác suất để An đánh đúng 8 câu còn lại

$$\text{là: } \left(\frac{1}{4}\right)^8 = \frac{1}{4^8}$$

Vì 8 câu đúng sẽ có số điểm $8.0,5 = 4$

Nên số điểm có thể của An là: $6 + \frac{1}{4^8} \cdot 4 = 6 + \frac{1}{4^7}$.

Ví dụ 4. Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, tính xác suất biến cố:

A: “2 viên bi cùng màu”.

A. $P(A) = \frac{4}{195}$ B. $P(A) = \frac{6}{195}$ C. $P(A) = \frac{4}{15}$ D. $P(A) = \frac{64}{195}$

Lời giải:

Ta có: $|\Omega| = C_{40}^2$

Gọi các biến cố: D: “lấy được 2 bi viên đỏ” ta có: $|\Omega_D| = C_{20}^2 = 190$;

X: “lấy được 2 bi viên xanh” ta có: $|\Omega_X| = C_{10}^2 = 45$;

V: “lấy được 2 bi viên vàng” ta có: $|\Omega_V| = C_6^2 = 15$;

T: “lấy được 2 bi màu trắng” ta có: $|\Omega_T| = C_4^2 = 6$.

Ta có D, X, V, T là các biến cố đôi một xung khắc và $A = D \cup X \cup V \cup T$

$$P(A) = P(D) + P(X) + P(V) + P(T) = \frac{256}{C_{40}^2} = \frac{64}{195}.$$

Ví dụ 5. Một cặp vợ chồng mong muốn sinh bằng được sinh con trai (Sinh được con trai rồi thì không sinh nữa, chưa sinh được thì sẽ sinh nữa). Xác suất sinh được con trai trong một lần sinh là 0,51. Tìm xác suất sao cho cặp vợ chồng đó mong muốn sinh được con trai ở lần sinh thứ 2.

A. $P(C) = 0,24$ B. $P(C) = 0,299$ C. $P(C) = 0,24239$ D. $P(C) = 0,2499$

Lời giải:

Gọi A là biến cố: “ Sinh con gái ở lần thứ nhất”, ta có:

$$P(A) = 1 - 0,51 = 0,49.$$

Gọi B là biến cố: “ Sinh con trai ở lần thứ hai”, ta có: $P(B) = 0,51$

Gọi C là biến cố: “Sinh con gái ở lần thứ nhất và sinh con trai ở lần thứ hai”

Ta có: $C = AB$, mà A, B độc lập nên ta có:

$$P(C) = P(AB) = P(A).P(B) = 0,2499.$$

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Một hộp đựng 10 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 1 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi tính xác suất biến cố: A: “2 viên bi cùng màu”

A. $P(C) = \frac{1}{9}$ B. $P(C) = \frac{2}{9}$ C. $P(C) = \frac{4}{9}$ D. $P(C) = \frac{1}{3}$

Lời giải:

Ta có: $n(\Omega) = C_{10}^2$

Gọi các biến cố: D: “lấy được 2 viên đỏ”; X: “lấy được 2 viên xanh”;

V: “lấy được 2 viên vàng”

Ta có D, X, V là các biến cố đôi một xung khắc và $C = D \cup X \cup V$

$$P(C) = P(D) + P(X) + P(V) = \frac{2}{5} + \frac{C_3^2}{45} + \frac{1}{15} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}.$$

Bài 2 Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất của biến cố X: “lấy được vé không có chữ số 2 hoặc chữ số 7”

A. $P(X) = 0,8533$ B. $P(X) = 0,85314$ C. $P(X) = 0,8545$ D. $P(X) = 0,853124$

Lời giải:

Ta có $n(\Omega) = 10^5$

Gọi A: “lấy được vé không có chữ số 2”

B: “lấy được vé số không có chữ số 7”

Suy ra $n(A) = n(B) = 9^5 \Rightarrow P(A) = P(B) = (0,9)^5$

Số vé số trên đó không có chữ số 2 và 7 là: 8^5 , suy ra $n(A \cap B) = 8^5$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = (0,8)^5$$

Do $X = A \cup B \Rightarrow P(X) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8533$.

Bài 3: Cho ba hộp giống nhau, mỗi hộp 7 bút chỉ khác nhau về màu sắc

Hộp thứ nhất: Có 3 bút màu đỏ, 2 bút màu xanh, 2 bút màu đen

Hộp thứ hai: Có 2 bút màu đỏ, 2 màu xanh, 3 màu đen

Hộp thứ ba: Có 5 bút màu đỏ, 1 bút màu xanh, 1 bút màu đen

Lấy ngẫu nhiên một hộp, rút hũ họa từ hộp đó ra 2 bút

Tính xác suất của biến cố A: “Lấy được hai bút màu xanh”

A. $P(A) = \frac{1}{63}$ B. $P(A) = \frac{2}{33}$ C. $P(A) = \frac{2}{66}$ D. $P(A) = \frac{2}{63}$

Tính xác suất của biến cố B: “Lấy được hai bút không có màu đen”

A. $P(B) = \frac{1}{63}$

B. $P(B) = \frac{3}{63}$

C. $P(B) = \frac{13}{63}$

D. $P(B) = \frac{31}{63}$

Lời giải:

Gọi X_i là biến cố rút được hộp thứ i , $i = 1, 2, 3 \Rightarrow P(X_i) = \frac{1}{3}$

Gọi A_i là biến cố lấy được hai bút màu xanh ở hộp thứ i , $i = 1, 2, 3$

Ta có: $P(A_1) = P(A_2) = \frac{1}{C_7^2}, P(A_3) = 0$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{3} \left(2 \cdot \frac{1}{C_7^2} + 0 \right) = \frac{2}{63}.$$

Gọi B_i là biến cố rút hai bút ở hộp thứ i không có màu đen.

$$P(B_1) = \frac{C_5^2}{C_7^2}, P(B_2) = \frac{C_4^2}{C_7^2}, P(B_3) = \frac{C_6^2}{C_7^2}$$

$$\text{Vậy có } P(B) = \frac{1}{3} \left(\frac{C_5^2 + C_4^2 + C_6^2}{C_7^2} \right) = \frac{31}{63}.$$

Bài 4: Cả hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia là 0,8; người thứ hai bắn trúng bia là 0,7. Hãy tính xác suất để:

1. Cả hai người cùng bắn trúng;

A. $P(A) = 0,56$

B. $P(A) = 0,6$

C. $P(A) = 0,5$

D. $P(A) = 0,326$

2. Cả hai người cùng không bắn trúng;

A. $P(B) = 0,04$

B. $P(B) = 0,06$

C. $P(B) = 0,08$

D. $P(B) = 0,05$

3. Có ít nhất một người bắn trúng.

A. $P(C) = 0,95$

B. $P(C) = 0,97$

C. $P(C) = 0,94$

D. $P(C) = 0,96$

Lời giải:

1. Gọi A_1 là biến cố "Người thứ nhất bắn trúng bia"

A_2 là biến cố "Người thứ hai bắn trúng bia"

Gọi A là biến cố "cả hai người bắn trúng", suy ra $A = A_1 \cap A_2$

Vì A_1, A_2 là độc lập nên $P(A) = P(A_1)P(A_2) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$

2. Gọi B là biến cố "Cả hai người bắn không trúng bia".

Ta thấy $B = \overline{A_1} \overline{A_2}$. Hai biến cố $\overline{A_1}$ và $\overline{A_2}$ là hai biến cố độc lập nên

$$P(B) = P(\overline{A_1})P(\overline{A_2}) = [1 - P(A_1)][1 - P(A_2)] = 0,06$$

3. Gọi C là biến cố "Có ít nhất một người bắn trúng bia", khi đó biến cố đối của B là biến cố C. Do đó $P(C) = 1 - P(D) = 1 - 0,06 = 0,94$.

Bài 5 Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,7. Hãy tính xác suất để

1. Cả hai động cơ đều chạy tốt ;

- A. $P(C) = 0,56$ B. $P(C) = 0,55$ C. $P(C) = 0,58$ D. $P(C) = 0,50$

2. Cả hai động cơ đều không chạy tốt;

- A. $P(D) = 0,23$ B. $P(D) = 0,56$ C. $P(D) = 0,06$ D. $P(D) = 0,04$

3. Có ít nhất một động cơ chạy tốt.

- A. $P(K) = 0,91$ B. $P(K) = 0,34$ C. $P(K) = 0,12$ D. $P(K) = 0,94$

Lời giải:

1. Gọi A là biến cố "Động cơ I chạy tốt", B là biến cố "Động cơ II chạy tốt" C là biến cố "Cả hai động cơ đều chạy tốt". Ta thấy A, B là hai biến cố độc lập với nhau và $C = AB$.

Ta có $P(C) = P(AB) = P(A)P(B) = 0,56$

2. Gọi D là biến cố "Cả hai động cơ đều chạy không tốt". Ta thấy $D = \overline{AB}$. Hai biến cố $\overline{A}$ và $\overline{B}$ độc lập với nhau nên

$$P(D) = (1 - P(A))(1 - P(B)) = 0,06.$$

3. Gọi K là biến cố "Có ít nhất một động cơ chạy tốt", khi đó biến cố đối của K là biến cố D. Do đó $P(K) = 1 - P(D) = 0,94$.

Bài 6 Có hai xạ thủ I và xạ tám xạ thủ II. Xác suất bắn trúng của I là 0,9 ; xác suất của II là 0,8 lấy ngẫu nhiên một trong hai xạ thủ, bắn một viên đạn. Tính xác suất để viên đạn bắn ra trúng đích.

- A. $P(A) = 0,4124$ B. $P(A) = 0,842$ C. $P(A) = 0,813$ D. $P(A) = 0,82$

Lời giải:

Gọi B_i là biến cố "Xạ thủ được chọn lựa i, $i=1,2$

A là biến cố viên đạn trúng đích. Ta có :

$$P(B_i) = \frac{2}{10}, P(B_2) = \frac{8}{10} \text{ \& } P(A/B_1) = 0,9 P(A/B_2) = 0,8$$

$$\text{Nên } P(A) = P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2) = \frac{2}{10} \cdot \frac{9}{10} + \frac{8}{10} \cdot \frac{8}{10} = 0,82$$

Bài 7 Bốn khẩu pháo cao xạ A,B,C,D cùng bắn độc lập vào một mục tiêu .Biết xác suất bắn trúng của các khẩu pháo tương ứng là $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{3}, P(C) = \frac{4}{5}, P(D) = \frac{5}{7}$. Tính xác suất để mục tiêu bị bắn trúng

A. $P(D) = \frac{14}{105}$

B. $P(D) = \frac{4}{15}$

C. $P(D) = \frac{4}{105}$

D. $P(D) = \frac{104}{105}$

Lời giải:

Tính xác suất mục tiêu không bị bắn trúng: $P(H) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{105}$

Vậy xác suất trúng đích $P(D) = 1 - \frac{1}{105} = \frac{104}{105}$.

Bài 8 Một hộp đựng 10 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ ,3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng,1 viên bi trắng .Lấy ngẫu nhiên 2 bi tính xác suất biến cố

4. 2 viên lấy ra màu đỏ

A. $n(A) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2}$

B. $n(A) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2}$

C. $n(A) = \frac{C_4^2}{C_8^2}$

D. $n(A) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2}$

5. 2 viên bi một đỏ ,1 vàng

A. $n(B) = \frac{8}{55}$

B. $n(B) = \frac{2}{5}$

C. $n(B) = \frac{8}{15}$

D. $n(B) = \frac{8}{45}$

6. 2 viên bi cùng màu

A. $P(C) = \frac{7}{9}$

B. $P(C) = \frac{1}{9}$

C. $P(C) = \frac{5}{9}$

D. $P(C) = \frac{2}{9}$

Lời giải:

$\Omega = C_{10}^2$; A là biến cố câu a, B là biến cố câu b, C là biến cố câu c

1. $n(A) = C_4^2 \Rightarrow P(A) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2}$

2. $n(B) = C_4^1 \cdot C_2^1 \Rightarrow P(B) = \frac{C_4^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{45}$

3. Đ là biến cố 2 viên đỏ, X là biến cố 2 viên xanh, V là biến cố 2 viên vàng
Đ, X, V là các biến cố đôi một xung khắc

$$P(C) = P(D) + P(X) + P(V) = \frac{2}{5} + \frac{C_3^2}{45} + \frac{1}{15} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}.$$

Bài 9 Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc 6 lần. Tính xác suất để một số lớn hơn hay bằng 5 xuất hiện ít nhất 5 lần trong 6 lần gieo

A. $\frac{23}{729}$

B. $\frac{13}{79}$

C. $\frac{13}{29}$

D. $\frac{13}{729}$

Lời giải:

Gọi A là biến cố một số lớn hơn hay bằng 5 chấm trong mỗi lần gieo. A xảy ra, con xúc xắc xuất hiện mặt 5, chấm hoặc 6 chấm ta có $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Trong 6 lần gieo xác suất để biến cố A xảy ra đúng 6 lần $P(A.A.A.A.A.A) = \left(\frac{1}{3}\right)^6$

Xác suất để được đúng 5 lần xuất hiện A và 1 lần không xuất hiện A theo một thứ tự nào đó $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \frac{2}{3}$

Vì có 6 cách để biến cố này xuất hiện: $6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{12}{729}$

Vậy xác suất để A xuất hiện ít nhất 5 lần là $\frac{12}{729} + \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{13}{729}$.

Bài 10 Một người bắn liên tiếp vào một mục tiêu khi viên đạn trúng mục tiêu thì thôi (các phát súng độc lập nhau). Biết rằng xác suất trúng mục tiêu của mỗi lần bắn như nhau và bằng 0,6. Tính xác suất để bắn đến viên thứ 4 thì ngừng bắn

A. $P(H) = 0,03842$

B. $P(H) = 0,384$

C. $P(H) = 0,03384$

D. $P(H) = 0,0384$

Lời giải:

Gọi A_i là biến cố trúng đích lần thứ i

H là biến cố bắn lần thứ 4 thì ngừng $H = \overline{A_1} \cap \overline{A_2} \cap \overline{A_3} \cap A_4$

$$P(H) = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,6 = 0,0384.$$

Bài 11 Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất của biến cố X: "lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2".

- A. $P(X) = 0,8534$ B. $P(X) = 0,84$ C. $P(X) = 0,814$ D. $P(X) = 0,8533$

Lời giải:

Ta có $|\Omega| = 10^5$

Gọi A: “lấy được vé không có chữ số 1”

B: “lấy được vé số không có chữ số 2”

Suy ra $|\Omega_A| = |\Omega_B| = 9^5 \Rightarrow P(A) = P(B) = (0,9)^5$

Số vé số trên đó không có chữ số 1 và 2 là: 8^5 , suy ra $|\Omega_{A \cap B}| = 8^5$

Nên ta có: $P(A \cap B) = (0,8)^5$

Do $X = A \cup B$.

Vậy $P(X) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,8533$.

Bài 12 Một máy có 5 động cơ gồm 3 động cơ bên cánh trái và hai động cơ bên cánh phải. Mỗi động cơ bên cánh phải có xác suất bị hỏng là 0,09, mỗi động cơ bên cánh trái có xác suất bị hỏng là 0,04. Các động cơ hoạt động độc lập với nhau. Máy bay chỉ thực hiện được chuyến bay an toàn nếu có ít nhất hai động cơ làm việc. Tìm xác suất để máy bay thực hiện được chuyến bay an toàn.

A. $P(A) = 0,9999074656$

B. $P(A) = 0,981444$ C. $P(A) = 0,99074656$

D. $P(A) = 0,91414148$

Lời giải:

Gọi A là biến cố: “Máy bay bay an toàn”.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “Máy bay bay không an toàn”.

Ta có máy bay bay không an toàn khi xảy ra một trong các trường hợp sau

TH 1: Cả 5 động cơ đều bị hỏng

Ta có xác suất để xảy ra trường hợp này là: $(0,09)^3 \cdot (0,04)^2$

TH 2: Có một động cơ ở cánh phải hoạt động và các động cơ còn lại đều bị hỏng. Xác suất để xảy ra trường hợp này là: $3 \cdot (0,09)^2 \cdot 0,91 \cdot (0,04)^2$

TH 3: Có một động cơ bên cánh trái hoạt động, các động cơ còn lại bị hỏng

Xác suất xảy ra trường hợp này là: $2 \cdot 0,04 \cdot 0,96 \cdot (0,09)^3$

$$P(\bar{A}) = (0,09)^3 \cdot (0,04)^2 + 3 \cdot (0,09)^2 \cdot 0,91 \cdot (0,04)^2 + 2 \cdot 0,04 \cdot 0,96 \cdot (0,09)^3 \\ = 0,925344 \cdot 10^{-4}.$$

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,9999074656$.

Bài 13 Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

- A. $P(C) = 0,452$ B. $P(C) = 0,435$ C. $P(C) = 0,4525$ D. $P(C) = 0,4245$

Lời giải:

Gọi A_i là biến cố "người thứ i ghi bàn" với $i = 1, 2, 3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1) = x, P(A_2) = y, P(A_3) = 0,6$.

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn"

B: "Cả ba cầu thủ đều ghi bàn"

C: "Có đúng hai cầu thủ ghi bàn"

Ta có: $\bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,4(1-x)(1-y)$

Nên $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,4(1-x)(1-y) = 0,976$

Suy ra $(1-x)(1-y) = \frac{3}{50} \Leftrightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50}$ (1).

Tương tự: $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, suy ra:

$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,6xy = 0,336$ hay là $xy = \frac{14}{25}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} xy = \frac{14}{25} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}$, giải hệ này kết hợp với $x > y$ ta tìm được

$x = 0,8$ và $y = 0,7$.

Ta có: $C = \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3$

Nên $P(C) = (1-x)y \cdot 0,6 + x(1-y) \cdot 0,6 + xy \cdot 0,4 = 0,452$.

Bài 14 Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hù họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

- A. $P(A) = 0,7124$ B. $P(A) = 0,7759$ C. $P(A) = 0,7336$ D. $P(A) = 0,783$

Lời giải:

Ta có xác suất để học sinh trả lời câu đúng là $\frac{1}{4}$ và xác suất trả lời câu sai là $\frac{3}{4}$.

Gọi x là số câu trả lời đúng, khi đó số câu trả lời sai là $10 - x$

Số điểm học sinh này đạt được là : $4x - 2(10 - x) = 6x - 20$

Nên học sinh này nhận điểm dưới 1 khi $6x - 20 < 1 \Leftrightarrow x < \frac{21}{6}$

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị: 0, 1, 2, 3.

Gọi A_i ($i = 0, 1, 2, 3$) là biến cố: “Học sinh trả lời đúng i câu”

A là biến cố: “ Học sinh nhận điểm dưới 1”

Suy ra: $A = A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và $P(A) = P(A_0) + P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$

Mà: $P(A_i) = C_{10}^i \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$ nên $P(A) = \sum_{i=0}^3 C_{10}^i \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i} = 0,7759$.

Vấn đề 4. Biến cố ngẫu nhiên

Phương pháp

1. Khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc

Biến ngẫu nhiên hay đại lượng ngẫu nhiên là một quy tắc cho ứng mỗi kết quả của phép thử với một số thực:

Giả sử X là một biến ngẫu nhiên và a là một giá trị của nó. biến cố “ X nhận giá trị a ” được kí hiệu là $[X = a]$ hay $(X = a)$

Giả sử X có tập các giá trị là $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

Đặt: $p_1 = P(X = x_1), \dots, p_n = P(X = x_n)$. Ta có bảng sau đây gọi là bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên X .

X	x_1	x_2	$\dots$		$\dots$	x_n
P	p_1	p_2	$\dots$		$\dots$	p_n

2. Kỳ vọng, phương sai, độ lệch chuẩn.

Giả sử X là biến ngẫu nhiên có bảng phân phối (1). Kỳ vọng của X , kí hiệu $E(X)$, là một số được cho bởi công thức:

$$E(X) = x_1 p_1 + \dots + x_n p_n = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad (2)$$

Phương sai của biến ngẫu nhiên X , kí hiệu $V(X)$, là một số được cho bởi công thức:

$$V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 p_i = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - (E(X))^2$$

Độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X , kí hiệu: $\sigma(X)$, là một số được cho bởi công thức:

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Kì vọng của X là số đặc trưng cho giá trị trung bình của X .

Phương sai là độ lệch chuẩn là số đặc trưng cho độ phân tán của X so với kì vọng của X .

Bài toán 01: Lập bảng phân bố xác suất

Phương pháp: Để lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X ta làm như sau

- Tìm tập giá trị của X

Để tìm tập giá trị của X ta có thể tiến hành theo hai cách sau

Cách 1: Dựa vào cách mô tả của X ta có thể liệt kê được các giá trị của X có thể nhận, không cần mô tả không gian mẫu.

Cách 2: Liệt kê các kết quả của không gian mẫu Ω ; với mỗi kết quả a , tính giá trị $X(a)$ của biến cố X tại a . Từ đó ta có tập giá trị của $X(\Omega)$.

• Giả sử $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, tính $p_i = P(X = x_i) = \frac{|(X = x_i)|}{|\Omega|}$

- Lập bảng phân bố xác suất

Ví dụ. Ta có hai hộp bi: hộp 1 có 3 bi trắng và 1 bi đỏ; hộp 2 có 2 bi trắng và 2 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 1 ra 2 viên bi và bỏ vào hộp 2. Sau đó, lấy ngẫu nhiên từ hộp 2 ra 2 viên bi bỏ vào hộp 1. Gọi X là số bi trắng ở hộp 1 sau hai lần chuyển bi như trên. Lập bảng phân phối xác suất của X

Lời giải:

- Lấy 2 viên từ hộp 1. Có thể có 2 trường hợp sau:

TH 1: 1 đỏ, 1 trắng, suy ra hộp 1 có 2 trắng, hộp 2 có 3 đỏ, 3 trắng

TH 2: 2 trắng, suy ra hộp 1 có 1 trắng, 1 đỏ, hộp 2 có 4 trắng, 2 đỏ

- Lấy 2 viên từ hộp 2.

Với **TH1** ta có 3 khả năng

Khả năng 1: 1 đỏ, 1 trắng suy ra hộp 2 có 2 đỏ, 2 trắng, hộp 1 có 3 trắng, 1 đỏ.

Khả năng 2: 2 đỏ, suy ra hộp 2 có 1 đỏ, 3 trắng; hộp 1 có 2 đỏ, 2 trắng.

Khả năng 3: 2 trắng, suy ra hộp 2 có 3 đỏ, 1 trắng; hộp 1 có 4 trắng

Với **TH2** ta có các khả năng sau

Khả năng 1: 1 đỏ, 1 trắng, suy ra hộp 2 có 1 đỏ, 3 trắng, hộp 1 có 2 trắng, 2 đỏ.

Khả năng 2: 2 đỏ, suy ra hộp 2 có 4 trắng; hộp 1 có 3 đỏ, 1 trắng.

Khả năng 3: 2 trắng suy ra hộp 2 có 2 đỏ, 2 trắng; hộp 1 có 3 trắng, 1 đỏ.

Vậy sau khi chuyển qua, chuyển về thì hộp 1 có thể có $X = 1, 2, 3, 4$ và hộp 2 có $Y = 1, 2, 3, 4$

Ta có: $P(X=1) = P(\text{lần đầu chọn 2 trắng và lần sau chọn 2 đỏ})$

$$\text{Suy ra : } P(X = 1) = \frac{C_3^2}{C_4^2} \cdot \frac{C_2^2}{C_6^2} = \frac{1}{30}$$

$$\text{Tương tự: } P(X=2) = \frac{C_1^1 C_3^1}{C_4^2} \cdot \frac{C_3^2}{C_6^2} + \frac{C_3^2}{C_4^2} \cdot \frac{C_4^1 C_2^1}{C_6^2} = \frac{11}{30}$$

$$P(X=3) = \frac{C_1^1 C_3^1}{C_4^2} \cdot \frac{C_3^1 C_3^1}{C_6^2} + \frac{C_3^2}{C_4^2} \cdot \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{1}{2}$$

$$P(X=4) = \frac{C_1^1 C_3^1}{C_4^2} \cdot \frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{1}{10}$$

Bảng phân bố xác suất

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{30}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$

Bài toán 02: Tính kỳ vọng và phương sai

Phương pháp: Để tính kỳ vọng và phương sai của biến cố ngẫu nhiên X ta làm như sau:

- Tìm tập giá trị $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
- Lập bảng phân bố xác suất

X	x_1	x_2	...		...	x_n
P	p_1	p_2	...		...	p_n

- Tính kỳ vọng theo công thức: $E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$
- Tính phương sai theo công thức:

$$V(X) = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 p_i = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - (E(X))^2.$$

Các ví dụ

Ví dụ 1. Ta có hai hộp bi: hộp 1 có 3 bi trắng và 1 bi đỏ; hộp 2 có 2 bi trắng và 2 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 1 ra 2 viên bi và bỏ vào hộp 2. Sau đó, lấy ngẫu nhiên từ hộp 2 ra 2 viên bỏ vào hộp 1. Gọi X là số bi trắng ở hộp 1 sau hai lần chuyển bi như trên. Tính kỳ vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên X

Lời giải:

Ta có bảng phân bố xác suất

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{30}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$

$$\text{Kỳ vọng của X là: } E(X) = 1 \cdot \frac{1}{30} + 2 \cdot \frac{11}{30} + 3 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{10} = \frac{8}{3}$$

Phương sai của X là:

$$V(X) = \left(1 - \frac{8}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{30} + \left(2 - \frac{8}{3}\right)^2 \cdot \frac{11}{30} + \left(3 - \frac{8}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} + \left(4 - \frac{8}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{10} = \frac{22}{45}$$

Độ lệch chuẩn của X : $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 0,699$.

Ví dụ 2. Số vụ vi phạm an toàn giao thông trên một đoạn đường vào giờ cao điểm làm một biến ngẫu nhiên rời rạc và cho biết $X \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$:

$$P(X=0)=0,2, P(X=1)=0,15, P(X=2)=0,15, P(X=3)=0,4, P(X=4)=0,05, P(X=5)=0,05.$$

1. Lập bảng phân bố xác suất và tính xác suất để trên đoạn đường đó vào giờ cao điểm có không quá 3 vụ tai nạn giao thông;
2. Tính kì vọng và phương sai của X .

Lời giải:

1. Ta có bảng phân bố như sau

X	0	1	2	3	4	5
P	0,4	0,15	0,15	0,2	0,05	0,05

$$P(X \leq 3) = 0,4 + 0,15 + 0,15 + 0,2 = 0,9.$$

2. Ta có: $E(X) = \sum_{i=1}^5 x_i p_i = 0 \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,15 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,05 + 5 \cdot 0,05$

Suy ra $E(X) = 1,95$.

$$\text{Phương sai: } V(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - (E(X))^2 = 2,5975.$$

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Xét phép thử gieo một đồng tiền 3 lần.

1. Xác định không gian mẫu
2. Gọi X là số lần xuất hiện mặt gấp S , hãy liệt kê các giá trị mà X có thể nhận.
3. Tính các xác suất để X nhận các giá trị đó. Lập bảng phân phối xác suất của X .

Lời giải:

1. Trong phép thử gieo đồng tiền 3 lần, không gian mẫu gồm $2^3 = 8$ phần tử.

$$\Omega = \{SSS, SSN, SNS, NSS, SNN, NSN, NNS, NNN\}$$

2. X có thể nhận các giá trị 0, 1, 2, 3. Chẳng hạn: “ X nhận giá trị 1”: khi xảy ra một trong các kết quả SNN, NSN, NNS , nghĩa là:

$$(X=1) = \{SNN, NSN, NNS\}$$

3. Vì $(X=0) = \{NNN\}$ nên $P(X=0) = \frac{1}{8}$

Tương tự $(X=1) = \{NNS, SNN, NSN\}$ nên $P(X=1) = \frac{3}{8}$

$(X=2) = \{SSN, SNS, NSS\}$ nên $P(X=2) = \frac{3}{8}$

$(X=3) = \{SSS\}$ nên $P(X=3) = \frac{1}{8}$

Từ đó ta có bảng phân phối sau:

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Bài 2 Từ một hộp có 3 bi xanh và 6 bi đỏ, chọn ngẫu nhiên 4 bi. Gọi X là số bi xanh trong 4 bi đã chọn.

1. Lập bảng phân phối xác suất của X.
2. Tính xác suất sao cho trong 4 bi đã chọn có ít nhất 1 bi xanh
3. Tính xác suất sao cho trong 4 bi đã chọn có nhiều nhất 2 bi đỏ,
4. Tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của X.

Lời giải:

1. X có tập giá trị là 0, 1, 2, 3

Ta có: $P(X=k) = \frac{C_3^k C_6^{4-k}}{C_9^4}, k=0,1,2,3$

Từ đó ta có bảng phân phối sau:

X	0	1	2	3
P	$\frac{15}{126}$	$\frac{60}{126}$	$\frac{45}{126}$	$\frac{6}{126}$

2. Kí hiệu $(X \geq a)$ là biến cố "X nhận giá trị lớn hơn hoặc bằng a".

Ta tính $P(X \geq 1)$

Vì $(X \geq 1)$ là biến cố đối của biến cố $(X=0)$ nên:

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{5}{126} = \frac{111}{126}$$

3. Vì số bi đỏ được lấy là $4-X \Rightarrow X \geq 2$ nên

$$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) = \frac{51}{126}$$

$$4. \text{Ta có: } E(X) = 0 \cdot \frac{15}{126} + 1 \cdot \frac{60}{126} + 2 \cdot \frac{45}{126} + 3 \cdot \frac{6}{126} = \frac{4}{3}$$

$$V(X) = 0^2 \cdot \frac{15}{126} + 1^2 \cdot \frac{60}{126} + 2^2 \cdot \frac{45}{126} + 3^2 \cdot \frac{6}{126} - (E(X))^2 = \frac{5}{9}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Bài 3 Trong một hộp kín có 5 quả cầu trắng và 4 quả cầu đen có cùng kích thước. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu ra khỏi hộp. Gọi X là số quả cầu đen trong 3 quả cầu được lấy ra.

1. Lập bảng phân bố xác suất của X
2. Tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của X.

Lời giải:

1. Bảng phân bố xác suất

X	0	1	2	3
P	$\frac{5}{42}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{15}{42}$	$\frac{1}{21}$

2. Kì vọng của X: $E(X) = \frac{37}{42}$

Phương sai của X là: $V(X) \approx 0,75$

Độ lệch chuẩn của X: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 0,87$

Bài 4 Gieo đồng thời hai con súc sắc đồng chất. Gọi X là tổng số chấm xuất hiện của hai con súc sắc.

1. Lập bảng phân bố xác suất của X
2. Tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của X.

Lời giải:

1. Bảng phân bố xác suất của X

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

2. Kì vọng của X: $E(X) = \frac{211}{18}$

Phương sai của X: $V(X) \approx 37,75$; độ lệch chuẩn: $\sigma(X) \approx 6,14$.

Bài 5 Một túi chứa 4 quả cầu trắng và 3 quả cầu đen. Hai người chơi A và B lần lượt rút một quả cầu trong túi (rút xong không trả lại vào túi). Trò chơi kết thúc khi có người rút được quả

cầu đen. Người đó xem như thua cuộc và phải trả cho người kia số tiền là X (X bằng số quả cầu đã rút ra nhân với 5USD).

- Giả sử A là người rút trước và X là số tiền A thu được. Lập bảng phân bố xác suất của X . Tính $E(X)$.
- Nếu chơi 150 ván thì trung bình A được bao nhiêu.

Lời giải:

- Gọi D là bi đen, T là bi trắng ta có các trường hợp sau

$D, TD, TTD, TTDD, TTTD$

Khi đó X nhận các giá trị: $-5, 10, -15, 20, -25$

Bảng phân bố xác suất

X	-5	10	-15	20	-25
P	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{7}$

Kì vọng của X : $E(X) = -\frac{6}{7}$.

- Bình quân mỗi ván A thua $-\frac{6}{7}$ USD nên nếu chơi 150 ván thì số tiền A thua là:

$$\frac{6}{7} \cdot 150 \approx 128,6 \text{ USD}.$$

Bài 6 Trong một chiếc hộp có 4 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 4. Chọn ngẫu nhiên 2 tấm thẻ rồi cộng 2 số ghi trên thẻ với nhau. Gọi X là kết quả. Lập bảng phân bố xác suất của X và tính $E(X)$.

Lời giải:

Ta có các giá trị của X nhận là: 3, 4, 5, 6, 7

Bảng phân bố xác suất

X	3	4	5	6	7
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Do đó, kì vọng của X là: $E(X) = 5$.

Bài 7 Trong 1 chiếc hộp có 5 bóng đèn trong đó có 2 bóng đèn tốt, 3 bóng hỏng. Ta chọn ngẫu nhiên từng bóng để thử (thử xong không trả lại) cho đến khi thu được 2 bóng đèn tốt. Gọi X là số lần thử. Lập bảng phân phối xác suất của X , rồi tính $E(X)$.

Lời giải:

Ta có các giá trị của X nhận là: 2, 3, 4, 5

Bảng phân bố xác suất

X	2	3	4	5
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$

Do đó, kì vọng của X là: $E(X) = 4$.

Bài 8 Trong một chiếc hộp có 7 bóng đèn, trong đó có 5 bóng tốt và 2 bóng bị hỏng. Ta chọn ngẫu nhiên từng bóng đèn để thử (khi thử xong không trả lại) cho đến khi tìm được hai bóng bị hỏng. Gọi X là số cần thử cần thiết:

1. Lập bảng phân bố của đại lượng ngẫu nhiên X
2. Trung bình cần bao nhiêu lần thử.

Lời giải:

1. Gọi A_i là biến cố “Lần thứ i lấy bóng tốt” thì $\overline{A_i}$ là biến cố: “lần thứ i lấy bóng hỏng”.

Ta có X là đại lượng ngẫu nhiên nhận giá trị trong tập $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Ta tính $P(X = 2)$?

Ta có: $P(X = 2) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2})$

Xác suất chọn được bóng hỏng ở lần thứ nhất là: $\frac{2}{7}$

Xác suất chọn được bóng hỏng ở lần thứ hai là: $\frac{1}{6}$

Nên $P(X = 2) = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{21}$.

Tương tự: $P(X = 3) = P(A_1)P(\overline{A_2})P(\overline{A_3}) + P(\overline{A_1})P(A_2)P(\overline{A_3})$

$$= \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{21}$$

$P(X = 4) = P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3})P(\overline{A_4}) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3)P(\overline{A_4}) +$
 $+ P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3)P(\overline{A_4}) = \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{7}$

$P(X = 5) = P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3)P(A_4)P(\overline{A_5}) +$
 $+ P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3)P(A_4)P(\overline{A_5}) + P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3})P(A_4)P(\overline{A_5})$
 $+ P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(\overline{A_4})P(\overline{A_5}) =$

$$= \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{21}$$

$$P(X=6) = \frac{5}{21}$$

$$P(X=7) = 1 - \sum_{i=2}^6 P(X=i) = \frac{6}{21}.$$

Bảng phân bố xác suất.

X	2	3	4	5	6	7
P	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{6}{21}$

2. Ta có: $E(X) = 2 \cdot \frac{1}{21} + 3 \cdot \frac{2}{21} + 4 \cdot \frac{1}{7} + 5 \cdot \frac{4}{21} + 6 \cdot \frac{5}{21} + 7 \cdot \frac{6}{21} = \frac{104}{21}$

Vậy trung bình cần 5 lần thử.

Bài 9. Có một khối lập phương được tạo thành từ 729 hình lập phương nhỏ giống hệt nhau. Ở mỗi mặt, chính giữa khoét một dãy khối lập phương nhỏ xuyên từ tâm mặt này sang tâm mặt đối diện (có ba dãy, mỗi dãy chín khối). Lấy sơn bôi lên toàn bộ bề mặt trong ngoài của hình lập phương lớn. Lấy ngẫu nhiên một khối lập phương nhỏ trong đó. Tính xác suất để

1. Khối đó chỉ có một mặt bị bôi đen

A. $P(A) = \frac{2}{729}$ B. $P(A) = \frac{3}{729}$ C. $P(A) = \frac{302}{729}$ D. $P(A) = \frac{32}{729}$

2. Khối đó chỉ có hai mặt bị bôi đen

A. $P(B) = \frac{118}{729}$ B. $P(B) = \frac{158}{729}$ C. $P(B) = \frac{138}{729}$ D. $P(B) = \frac{238}{729}$

3. Khối đó có ba mặt bị bôi đen.

A. $P(C) = \frac{4}{243}$ B. $P(C) = \frac{24}{2433}$ C. $P(C) = \frac{4}{2433}$ D. $P(C) = \frac{4}{1343}$

4. Khối đó không có mặt nào bị bôi đen.

A. $P(D) = \frac{57}{729}$ B. $P(D) = \frac{247}{729}$ C. $P(D) = \frac{287}{729}$ D. $P(D) = \frac{257}{729}$

Lời giải:

Gọi T là biến cố: “lấy ngẫu nhiên một khối lập phương nhỏ trong hình lập phương”

A “Khối đó chỉ có một mặt bị bôi đen”.

B “Khối đó chỉ có hai mặt bị bôi đen”.

C “Khối đó có ba mặt bị bôi đen”.

D “Khối đó không có mặt nào bị bôi đen”.

Dựa vào sự quan sát hình vẽ, ta có:

$$|\Omega| = 729, |\Omega_A| = 302, |\Omega_B| = 158,$$

$$|\Omega_C| = 12, |\Omega_D| = 257$$

$$\text{Do đó: } P(A) = \frac{302}{729}, P(B) = \frac{158}{729},$$

$$P(C) = \frac{4}{243}, P(D) = \frac{257}{729}.$$

Bài 10 . Cho 8 quả cân trọng lượng 1kg, 2 kg, ..., 7kg, 8 kg. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cân. Tính xác suất để tổng trọng lượng 3 quả cân được chọn không vượt quá 9 kg.

A. $P(A) = \frac{7}{8}$

B. $P(A) = \frac{1}{8}$

C. $P(A) = \frac{5}{8}$

D. $P(A) = \frac{3}{8}$

Lời giải:

Ta có: $|\Omega| = C_8^3 = 56$

Gọi A là biến cố “tổng trọng lượng 3 quả cân lấy ra không vượt quá 9 kg”. Để ý rằng:

$$1+2+3=6; 1+2+4=7; 1+2+5=8; 1+2+6=9; 1+3+4=8; 1+3+5=9; 2+3+4=9$$

Vậy chỉ có 7 cách chọn ra 3 quả cân sao cho tổng của chúng không vượt quá 9kg nên

$$|\Omega_A| = 7 \Rightarrow P(A) = \frac{7}{56} = \frac{1}{8}.$$

Bài 11 . Có 3 chiếc xe ô tô màu đỏ, 2 ô tô màu vàng, 1 ô tô màu xanh cùng đỗ bên đường. Tìm xác suất để không có 2 chiếc xe cùng màu nào đỗ cạnh nhau.

A. $P(A) = \frac{7}{8}$

B. $P(A) = \frac{1}{8}$

C. $P(A) = \frac{1}{6}$

D. $P(A) = \frac{3}{8}$

Lời giải:

Gọi A là biến cố “không có 2 chiếc xe cùng màu nào đỗ cạnh nhau”

Ta có: $|\Omega| = 6! = 720$

Tính các khả năng của biến cố A. Đánh số thứ tự của các xe từ 1 đến 6, số thứ tự các vị trí từ I đến VI

TH1: Xe đỏ thứ nhất ở vị trí I, xe đỏ thứ hai ở vị trí III, xe đỏ thứ ba ở vị trí V

số cách đỗ xe là: $3!.3! = 36$.

TH2: Xe đỏ thứ nhất ở vị trí I, xe đỏ thứ hai ở vị trí IV, xe đỏ thứ ba ở vị trí VI số cách đỗ xe là: $3!.2.2 = 24$.

TH3: Xe đỏ thứ nhất ở vị trí II, xe đỏ thứ hai ở vị trí IV, xe đỏ thứ ba ở vị trí VI số cách đỗ xe là: $3!.3! = 36$.

TH4: Xe đỏ thứ nhất ở vị trí I, xe đỏ thứ hai ở vị trí III, xe đỏ thứ ba ở vị trí VI số cách đỗ xe là: $3!.2.2 = 24$.

$$\text{Vậy } |\Omega_A| = 120 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}.$$

Bài 12. Một máy có 5 động cơ gồm 3 động cơ bên cánh trái và hai động cơ bên cánh phải. Mỗi động cơ bên cánh phải có xác suất bị hỏng là 0,09, mỗi động cơ bên cánh trái có xác suất bị hỏng là 0,04. Các động cơ hoạt động độc lập với nhau. Máy bay chỉ thực hiện được chuyến bay an toàn nếu mỗi cánh có ít nhất một động cơ làm việc. Tìm xác suất để máy bay thực hiện được chuyến bay an toàn.

- A. $P(A) = 0,99342$ B. $P(A) = 0,9924$ C. $P(A) = 0,9918$ D. $P(A) = 0,9934$

Lời giải:

Gọi A_1 : "Có ít nhất một động cơ cánh trái hoạt động"

A_2 : "Có ít nhất một động cơ cánh phải hoạt động"

Ta có: $P(A_1) = 1 - P(\overline{A_1}) = 1 - (0,04)^3 \approx 0,9999$

$$P(A_2) = 1 - P(\overline{A_2}) = 1 - (0,09)^2 = 0,9919$$

Gọi A là biến cố: "Máy bay thực hiện chuyến bay an toàn"

$$A = A_1.A_2 \Rightarrow P(A) = P(A_1).P(A_2) = 0,9918.$$

TỔ HỢP**Vấn đề 1. Quy tắc đếm****Phương pháp .****1. Quy tắc cộng**

a) Định nghĩa: Xét một công việc H .

Giả sử H có k phương án $H_1, H_2, \dots, H_k$ thực hiện công việc H . Nếu có m_1 cách thực hiện phương án H_1 , có m_2 cách thực hiện phương án $H_2, \dots$, có m_k cách thực hiện phương án H_k và mỗi cách thực hiện phương án H_i không trùng với bất kì cách thực hiện phương án H_j ($i \neq j; i, j \in \{1, 2, \dots, k\}$) thì có $m_1 + m_2 + \dots + m_k$ cách thực hiện công việc H .

b) Công thức quy tắc cộng

Nếu các tập $A_1, A_2, \dots, A_n$ đôi một rời nhau. Khi đó:

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = |A_1| + |A_2| + \dots + |A_n|$$

2. Quy tắc nhân.

a) Định nghĩa: Giả sử một công việc H bao gồm k công đoạn $H_1, H_2, \dots, H_k$. Công đoạn H_1 có m_1 cách thực hiện, công đoạn H_2 có m_2 cách thực hiện, ..., công đoạn H_k có m_k cách thực hiện. Khi đó công việc H có thể thực hiện theo $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$ cách.

b) Công thức quy tắc nhân

Nếu các tập $A_1, A_2, \dots, A_n$ đôi một rời nhau. Khi đó:

$$|A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n| = |A_1| \cdot |A_2| \cdot \dots \cdot |A_n|.$$

3. Phương pháp đếm bài toán tổ hợp dựa vào quy tắc cộng

Để đếm số cách thực hiện một công việc H nào đó theo quy tắc cộng ta cần phân tích xem công việc H đó có bao nhiêu phương án thực hiện? Mỗi phương án có bao nhiêu cách chọn?

4. Phương pháp đếm bài toán tổ hợp dựa vào quy tắc nhân

Để đếm số cách thực hiện công việc H theo quy tắc nhân, ta cần phân tích công việc H được chia làm các giai đoạn $H_1, H_2, \dots, H_n$ và đếm số cách thực hiện mỗi giai đoạn H_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Nhận xét:

1. Ta thường gặp bài toán đếm số phương án thực hiện hành động H thỏa mãn tính chất T .

Để giải bài toán này ta thường giải theo hai cách sau

Cách 1: Đếm trực tiếp

- Nhận xét đề bài để phân chia các trường hợp xảy ra đối với bài toán cần đếm.
- Đếm số phương án thực hiện trong mỗi trường hợp đó
- Kết quả của bài toán là tổng số phương án đếm trong các trường hợp trên

Chú ý: * Để đếm số phương án thực hiện trong mỗi trường hợp ta phải chia hành động trong mỗi trường hợp đó thành phương án hành động nhỏ liên tiếp nhau

Và sử dụng quy tắc nhân, các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp để đếm số phương án thực hiện các hành động nhỏ đó.

* Các dấu hiệu đặc trưng để giúp ta nhận dạng một hoán vị của n phần tử là:

- +) Tất cả n phần tử đều phải có mặt
- +) Mỗi phần tử xuất hiện một lần.
- +) Có thứ tự giữa các phần tử.

* Ta sẽ sử dụng khái niệm chỉnh hợp khi

- +) Cần chọn k phần tử từ n phần tử, mỗi phần tử xuất hiện một lần
- +) k phần tử đã cho được sắp xếp thứ tự.

* Ta sử dụng khái niệm tổ hợp khi

- +) Cần chọn k phần tử từ n phần tử, mỗi phần tử xuất hiện một lần
- +) Không quan tâm đến thứ tự k phần tử đã chọn.

Phương án 2: Đếm gián tiếp (đếm phần bù)

Trong trường hợp hành động H chia nhiều trường hợp thì ta đi đếm phần bù của bài toán như sau:

- Đếm số phương án thực hiện hành động H (không cần quan tâm đến có thỏa tính chất T hay không) ta được a phương án.
 - Đếm số phương án thực hiện hành động H không thỏa tính chất T ta được b phương án.
- Khi đó số phương án thỏa yêu cầu bài toán là: $a - b$.

2. Ta thường gặp ba bài toán đếm cơ bản

Bài toán 1: Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên

Khi lập một số tự nhiên $x = \overline{a_1 a_2 \dots a_n}$ ta cần lưu ý:

- * $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ và $a_1 \neq 0$.
- * x là số chẵn $\Leftrightarrow a_n$ là số chẵn
- * x là số lẻ $\Leftrightarrow a_n$ là số lẻ
- * x chia hết cho 3 $\Leftrightarrow \overline{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$ chia hết cho 3
- * x chia hết cho 4 $\Leftrightarrow \overline{a_{n-1} a_n}$ chia hết cho 4
- * x chia hết cho 5 $\Leftrightarrow a_n \in \{0, 5\}$
- * x chia hết cho 3 $\Leftrightarrow x$ là số chẵn và chia hết cho 3
- * x chia hết cho 8 $\Leftrightarrow \overline{a_{n-2} a_{n-1} a_n}$ chia hết cho 8
- * x chia hết cho 9 $\Leftrightarrow \overline{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$ chia hết cho 9.

* x chia hết cho 11 $\Leftrightarrow$ tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số chia hết cho 11.

* x chia hết cho 25 $\Leftrightarrow$ hai chữ số tận cùng là 00, 25, 50, 75.

Bài toán 2: Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế

Bài toán 3: Đếm số phương án liên quan đến hình học

Các ví dụ

Ví dụ 1. Từ thành phố A đến thành phố B có 6 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 7 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố B.

A.42

B.46

C.48

D.44

Lời giải:

Để đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 6 con đường để đi. Với mỗi cách đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 7 cách đi từ thành phố B đến thành phố C. Vậy có $6.7 = 42$ cách đi từ thành phố A đến B.

Ví dụ 2. Từ các số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3?

A.192

B.202

C.211

D.180

Lời giải:

Đặt $y = 23$, xét các số $x = \overline{abcde}$ trong đó a, b, c, d, e đôi một khác nhau và thuộc tập $\{0, 1, y, 4, 5\}$. Có $P_5 - P_4 = 96$ số như vậy

Khi ta hoán vị 2,3 trong y ta được hai số khác nhau

Nên có $96.2 = 192$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 3. Có 3 học sinh nữ và 2 hs nam. Ta muốn sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để:

1. 3 học sinh nữ ngồi kề nhau

A.34

B.46

C.36

D.26

2. 2 học sinh nam ngồi kề nhau.

A.48

B.42

C.58

D.28

Lời giải:

1. Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $3!.3! = 36$

2. Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $2!.4! = 48$

Ví dụ 4. Xếp 6 người A, B, C, D, E, F vào một ghế dài. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho:

1. A và F ngồi ở hai đầu ghế

A.48

B.42

C.46

D.50

2. A và F ngồi cạnh nhau

A.242	B.240	C.244	D.248
3. A và F không ngồi cạnh nhau			
A.480	B.460	C.246	D.260

Lời giải:

1. Số cách xếp A, F: $2! = 2$

Số cách xếp B, C, D, E: $4! = 24$

Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $2.24 = 48$

2. Xem AF là một phần tử X, ta có: $5! = 120$ số cách xếp X, B, C, D, E. Khi hoán vị A, F ta có thêm được một cách xếp. Vậy có 240 cách xếp thỏa yêu cầu bài toán.

3. Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $6! - 240 = 480$ cách

Ví dụ 5. Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8.

A.252	B.520	C.480	D.368
-------	-------	-------	-------

Lời giải:

Gọi $x = \overline{abcd}$; $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$.

Cách 1: Tính trực tiếp

Vì x là số chẵn nên $d \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$.

TH 1: $d = 0 \Rightarrow$ có 1 cách chọn d.

Với mỗi cách chọn d ta có 6 cách chọn $a \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

Với mỗi cách chọn a, d ta có 5 cách chọn $b \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a\}$

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn $c \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a, b\}$

Suy ra trong trường hợp này có $1.6.5.4 = 120$ số.

TH 2: $d \neq 0 \Rightarrow d \in \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow$ có 4 cách chọn d

Với mỗi cách chọn d, do $a \neq 0$ nên ta có 5 cách chọn

$a \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{d\}$.

Với mỗi cách chọn a, d ta có 5 cách chọn $b \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a\}$

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn $c \in \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \setminus \{a, b\}$

Suy ra trong trường hợp này có $4.5.5.4 = 400$ số.

Vậy có tất cả $120 + 400 = 520$ số cần lập.

Cách 2: Tính gián tiếp (đếm phần bù)

Gọi $A = \{\text{số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số } 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

$B = \{ \text{số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số } 0,1,2,4,5,6,8 \}$

$C = \{ \text{số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số } 0,1,2,4,5,6,8 \}$

Ta có: $|C| = |A| - |B|$.

Dễ dàng tính được: $|A| = 6.6.5.4 = 720$.

Ta đi tính $|B|$?

$x = \overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d \in \{1,5\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn.

Với mỗi cách chọn d ta có 5 cách chọn a (vì $a \neq 0, a \neq d$)

Với mỗi cách chọn a, d ta có 5 cách chọn b

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn c

Suy ra $|B| = 2.5.5.4 = 200$

Vậy $|C| = 520$.

Ví dụ 6. Cho tập $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

1. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

A.15120

B.23523

C.16862

D.23145

2. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

A.11523

B.11520

C.11346

D.22311

Lời giải:

Gọi $x = \overline{a_1 \dots a_8}$ là số cần tìm

1. Vì x lẻ và không chia hết cho 5 nên $d \in \{1,3,7\} \Rightarrow d$ có 3 cách chọn

Số các chọn các chữ số còn lại là: $7.6.5.4.3.2.1$

Vậy 15120 số thỏa yêu cầu bài toán.

2. Vì chữ số đứng đầu chẵn nên a_1 có 4 cách chọn, chữ số đứng cuối lẻ nên a_8 có 4 cách chọn.

Các số còn lại có $6.5.4.3.2.1$ cách chọn

Vậy có $4^2.6.5.4.3.2.1 = 11520$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 7. Cho tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$

1. Từ tập A ta có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số đôi một khác nhau

A.720

B.261

C.235

D.679

2. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

A.660

B.432

C.679

D.523

Lời giải:

1. Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$, $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}; a \neq 0$

Chọn a : có 6 cách; chọn b, c, d có 6.5.4

Vậy có 720 số.

2. Gọi $x = \overline{abcde}$ là số cần lập, $e \in \{0, 5\}, a \neq 0$

• $e = 0 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn a, b, c, d : 6.5.4.3

Trường hợp này có 360 số

$e = 5 \Rightarrow e$ có một cách chọn, số cách chọn a, b, c, d : 5.5.4.3 = 300

Trường hợp này có 300 số

Vậy có 660 số thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 8. Cho tập hợp số: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A.114

B.144

C.146

D.148

Lời giải:

Ta có một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số chia hết cho 3. Trong tập A có các tập con các chữ số chia hết cho 3 là $\{0, 1, 2, 3\}$, $\{0, 1, 2, 6\}$, $\{0, 2, 3, 4\}$, $\{0, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 6\}$, $\{1, 3, 5, 6\}$.

Vậy số các số cần lập là: $4(4! - 3!) + 3.4! = 144$ số.

Ví dụ 9. Từ các số của tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó có hai chữ số lẻ và hai chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

A.360

B.362

C.345

D.368

Lời giải:

Vì có 3 số lẻ là 1, 3, 5, nên ta tạo được 6 cặp số kép: 13, 31, 15, 51, 35, 53

Gọi A là tập các số gồm 4 chữ số được lập từ $X = \{0, 13, 2, 4, 6\}$.

Gọi A_1, A_2, A_3 tương ứng là số các số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số của tập $X = \{0, 13, 2, 4, 6\}$ và 13 đứng ở vị trí thứ nhất, thứ hai và thứ ba.

Ta có: $|A_1| = |A_2| = |A_3| = 24$; $|A_2| = |A_3| = 3.3.2 = 18$ nên $|A| = 24 + 2.18 = 60$

Vậy số các số cần lập là: $6.60 = 360$ số.

Ví dụ 10. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A.104

B.106

C.108

D.112

Lời giải:

Cách 1: Gọi $x = \overline{a_1a_2...a_6}$, $a_i \in \{1,2,3,4,5,6\}$ là số cần lập

Theo bài ra ta có: $a_1 + a_2 + a_3 + 1 = a_4 + a_5 + a_6$ (1)

Mà $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1,2,3,4,5,6\}$ và đôi một khác nhau nên

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra: $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1, 3, 6); (1, 4, 5); (2, 3, 5)$

Với mỗi bộ ta có $3! \cdot 3! = 36$ số.

Vậy có cả thảy $3 \cdot 36 = 108$ số cần lập.

Cách 2: Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số cần lập

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a + b + c + d + e + f = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \\ a + b + c = d + e + f + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 11. \text{ Do } a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Suy ra ta có các cặp sau: $(a, b, c) = (1, 4, 6); (2, 3, 6); (2, 4, 5)$

Với mỗi bộ như vậy ta có $3!$ cách chọn a, b, c và $3!$ cách chọn d, e, f

Do đó có: $3 \cdot 3! \cdot 3! = 108$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Ví dụ 11. Từ các số 1, 2, 3 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau

1. Trong mỗi số, mỗi chữ số có mặt đúng một lần

A.90

B.78

C.95

D.38

2. Trong mỗi số, hai chữ số giống nhau không đứng cạnh nhau.

A.76

B.42

C.80

D.68

Lời giải:

Đặt $A = \{1, 2, 3\}$. Gọi S là tập các số thỏa yêu cầu thứ nhất của bài toán

Ta có số các số thỏa điều kiện thứ nhất của bài toán là $\frac{6!}{2^3} = 90$ (vì các số có dạng $\overline{aabbcc}$ và khi hoán vị hai số a, a ta được số không đổi)

Gọi S_1, S_2, S_3 là tập các số thuộc S mà có 1, 2, 3 cặp chữ số giống nhau đứng cạnh nhau.

- Số phần tử của S_3 chính bằng số hoán vị của 3 cặp 11, 22, 33 nên $|S_3| = 6$

- Số phần tử của S_2 chính bằng số hoán vị của 4 phần tử là có dạng a, a, bb, cc nhưng a, a không đứng cạnh nhau. Nên $|S_2| = \frac{4!}{2} - 6 = 6$ phần tử.
 - Số phần tử của S_1 chính bằng số hoán vị của các phần tử có dạng a, a, b, b, cc nhưng a, a và b, b không đứng cạnh nhau nên $|S_1| = \frac{5!}{4} - 6 - 12 = 12$
- Vậy số các số thỏa yêu cầu bài toán là: $90 - (6 + 6 + 12) = 76$.

Ví dụ 12 Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$

B. $\frac{9^{2011} - 2 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$

C. $\frac{9^{2011} - 9^{2010} + 8}{9}$

D. $\frac{9^{2011} - 19 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$

Lời giải:

Đặt X là các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

$A = \{ \text{các số tự nhiên không vượt quá 2011 chữ số và chia hết cho 9} \}$

Với mỗi số thuộc A có m chữ số ($m \leq 2008$) thì ta có thể bổ sung thêm $2011 - m$ số 0 vào phía trước thì số có được không đổi khi chia cho 9. Do đó ta xét các số thuộc A có dạng

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_{2011}}; a_i \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A_0 = \{a \in A \mid \text{mà trong } a \text{ không có chữ số 9}\}$$

$$A_1 = \{a \in A \mid \text{mà trong } a \text{ có đúng 1 chữ số 9}\}$$

- Ta thấy tập A có $1 + \frac{9^{2011} - 1}{9}$ phần tử

- Tính số phần tử của A_0

Với $x \in A_0 \Rightarrow x = \overline{a_1 \dots a_{2011}}; a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 8\} \ i = \overline{1, 2010}$ và $a_{2011} = 9 - r$ với $r \in [1; 9], r \equiv \sum_{i=1}^{2010} a_i$. Từ

đó ta suy ra A_0 có 9^{2010} phần tử

- Tính số phần tử của A_1

Để lập số của thuộc tập A_1 ta thực hiện liên tiếp hai bước sau

Bước 1: Lập một dãy gồm 2010 chữ số thuộc tập $\{0, 1, 2, \dots, 8\}$ và tổng các chữ số chia hết cho 9. Số các dãy là 9^{2009}

Bước 2: Với mỗi dãy vừa lập trên, ta bổ sung số 9 vào một vị trí bất kì ở dãy trên, ta có 2010 các bổ sung số 9

Do đó A_1 có $2010 \cdot 9^{2009}$ phần tử.

Vậy số các số cần lập là:

$$1 + \frac{9^{2011} - 1}{9} - 9^{2010} - 2010 \cdot 9^{2009} = \frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9}.$$

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1

1. Bạn cần mua một áo sơ mi cỡ 30 hoặc 32. Áo cỡ 30 có 3 màu khác nhau, áo cỡ 32 có 4 màu khác nhau. Hỏi bạn có bao nhiêu cách lựa chọn ?

A.7

B.8

C.9

D.4

2. Có 10 cuốn sách Toán khác nhau, 11 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh văn khác nhau. Một học sinh được chọn một quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn.

A.26

B.28

C.32

D.20

3. Có bao nhiêu cách xếp 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 8 cuốn sách Hóa lên một kệ sách sao cho các cuốn sách cùng một môn học thì xếp cạnh nhau, biết các cuốn sách đôi một khác nhau.

A. $7! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 8!$

B. $6! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 8!$

C. $6! \cdot 4! \cdot 6! \cdot 8!$

D. $6! \cdot 5! \cdot 6! \cdot 7!$

Lời giải:

1. Công việc ta cần thực hiện trong bài toán này là mua một chiếc áo sơ mi cỡ 30 hoặc 32. Để thực hiện công việc này ta có hai phương án.

Phương án 1: Mua áo cỡ 30: Phương án này ta có 3 cách chọn (chọn một trong ba màu).

Phương án 2: Mua áo cỡ 32: Phương án này ta có 4 cách chọn.

Vậy ta có cả thảy $3 + 4 = 7$ cách lựa chọn.

2. Để chọn một cuốn sách trong những cuốn sách trên ta có các phương án sau.

Phương án 1: Cuốn sách chọn là cuốn sách Toán: Ta có 10 cách chọn

Phương án 2: Cuốn sách chọn là cuốn sách Văn: Ta có 11 cách chọn

Phương án 3: Cuốn sách chọn là cuốn sách Anh văn: Ta có 7 cách chọn

Vậy có $10 + 11 + 7 = 28$ cách lựa chọn.

3. Ta xếp các cuốn sách cùng một bộ môn thành một nhóm

Trước hết ta xếp 3 nhóm lên kệ sách chúng ta có: $3! = 6$ cách xếp

Với mỗi cách xếp 3 nhóm đó lên kệ ta có $5!$ cách hoán vị các cuốn sách Toán, $6!$ cách hoán vị các cuốn sách Lý và $8!$ cách hoán vị các cuốn sách Hóa
Vậy theo quy tắc nhân có tất cả: $6.5!.6!.8!$ cách xếp

Bài 2

1. Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.
A.81 B.68 C.42 D.98
2. Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra .
A.190 B.182 C.280 D.194
3. Từ thành phố A có 10 con đường đi đến thành phố B, từ thành phố A có 9 con đường đi đến thành phố C, từ B đến D có 6 con đường, từ C đến D có 11 con đường và không có con đường nào nối B với C. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D.
A.156 B.159 C.162 D.176
4. Hội đồng quản trị của công ty X gồm 10 người. Hỏi có bao nhiêu cách bầu ra ba người vào ba vị trí chủ tịch, phó chủ tịch và thư kí, biết khả năng mỗi người là như nhau.
A.728 B.723 C.720 D.722

Lời giải:

1. Để xếp A ta có 3 cách lên một trong ba toa
Với mỗi cách xếp A ta có 3 cách xếp B lên toa tàu
Với mỗi cách xếp A,B ta có 3 cách xếp C lên toa tàu
Với mỗi cách xếp A,B,C ta có 3 cách xếp D lên toa tàu
Vậy có $3.3.3.3 = 81$ cách xếp 4 người lên toa tàu.
2. Cứ mỗi đội phải thi đấu với 19 đội còn lại nên có 19.20 trận đấu. Tuy nhiên theo cách tính này thì một trận đấu chẳng hạn A gặp B được tính hai lần. Do đó số trận đấu thực tế diễn ra là: $\frac{19.20}{2} = 190$ trận.
3. Để đi từ A đến D ta có các cách đi sau
 $A \rightarrow B \rightarrow D$: Có $10.6 = 60$
 $A \rightarrow C \rightarrow D$: Có $9.11 = 99$
Vậy có tất cả 159 cách đi từ A đến D.
4. Chọn chủ tịch có 10 cách chọn, phó chủ tịch có 9 cách và thư kí có 8 cách. Do đó có tất cả $10.9.8 = 720$ cách chọn.

Bài 3

1. Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho :

a) Nam, nữ ngồi xen kẽ ?

A.72

B.74

C.76

D.78

b) Nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam A, một người nữ B phải ngồi kề nhau ?

A.40

B.42

C.46

D.70

c) Nam, nữ ngồi xen kẽ và có một người nam C, một người nữ D không được ngồi kề nhau ?

A.32

B.30

C.35

D.70

2. Một bàn dài có 2 dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm có 6 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi trong mỗi trường hợp sau :

a) Bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường nhau.

A.1036800

B.234780

C.146800

D.2223500

b) Bất kì 2 học sinh nào ngồi đối diện nhau thì khác trường nhau.

A. 33177610

B. 34277600

C. 33176500

D. 33177600

Lời giải:

1. a) Có 6 cách chọn một người tùy ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phải ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phải ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có : $6.3.2.2.1.1 = 72$ cách.

b) Cho cặp nam nữ A, B đó ngồi vào chỗ thứ nhất và chỗ thứ hai, có 2 cách. Tiếp đến, chỗ thứ ba có 2 cách chọn, chỗ thứ tư có 2 cách chọn, chỗ thứ năm có 1 cách chọn, chỗ thứ sáu có 1 cách chọn.

Bây giờ, cho cặp nam nữ A, B đó ngồi vào chỗ thứ hai và chỗ thứ ba. Khi đó, chỗ thứ nhất có 2 cách chọn, chỗ thứ tư có 2 cách chọn, chỗ thứ năm có 1 cách chọn, chỗ thứ sáu có 1 cách chọn.

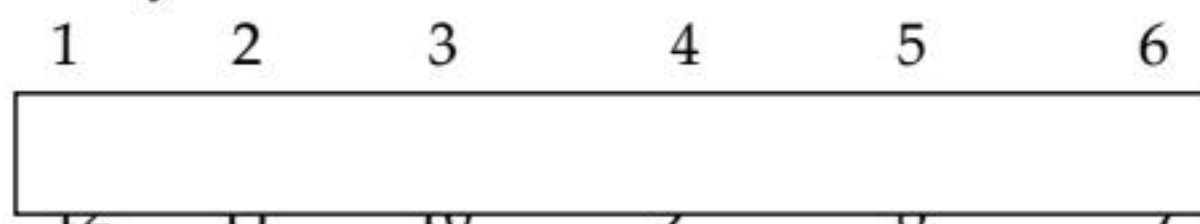
Tương tự khi cặp nam nữ A, B đó ngồi vào chỗ thứ ba và thứ tư, thứ tư và thứ năm, thứ năm và thứ sáu.

Vậy có : $5.2.2.2.1.1 = 40$ cách.

c) Số cách chọn để cặp nam nữ đó không ngồi kề nhau bằng số cách chọn tùy ý trừ số cách chọn để cặp nam nữ đó ngồi kề nhau.

Vậy có : $72 - 40 = 32$ cách

2. Ta đánh số liên tiếp 12 chỗ ngồi bằng các số từ 1 đến 6 thuộc một dãy và từ 7 đến 12 thuộc một dãy



a)

Vị trí	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số cách xếp	12	6	5	5	4	4	3	3	2	2	1	1

Vậy có $12 \cdot 6 \cdot 5^2 \cdot 4^2 \cdot 3^2 \cdot 2^2 \cdot 1 = 1036800$ cách xếp

b)

Vị trí	1	12	2	11	3	10	4	9	5	8	6	7
Số cách xếp	12	6	10	5	8	4	6	3	4	2	2	1

Vậy có: 33177600 cách xếp.

Bài 4

1. Cho các chữ số 1, 2, 3,..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số

a) Có 4 chữ số đôi một khác nhau

A.3024

B.2102

C.3211

D.3452

b) Số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A.168

B.170

C.164

D.172

2. Có 100000 vé được đánh số từ 00000 đến 99999. Hỏi số vé gồm 5 chữ số khác nhau.

A.30240

B.32212

C.23460

D.32571

3. Tính tổng các chữ số gồm 5 chữ số được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5?

A.5599944

B.33778933

C.4859473

D.3847294

Lời giải:

1. Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$, $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

a) Có $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$ số

b) Vì x chẵn nên $d \in \{2, 4, 6, 8\}$. Đồng thời $x \leq 2011 \Rightarrow a = 1$

• $a = 1 \Rightarrow a$ có 1 cách chọn, khi đó d có 4 cách chọn; b, c có $7 \cdot 6$ cách

Suy ra có: $1 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 = 168$ số

2. Gọi số in trên vé có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Số cách chọn a_1 là 10 (a_1 có thể là 0).

Số cách chọn a_2 là 9.

Số cách chọn a_3 là 8.

Số cách chọn a_4 là 7.

Số cách chọn a_5 là 6.

Vậy số vé gồm 5 chữ số khác nhau : $10.9.8.7.6 = 30240$.

3. Có 120 số có 5 chữ số được lập từ 5 chữ số đã cho.

Bây giờ ta xét vị trí của một chữ số trong 5 số 1, 2, 3, 4, 5 chẳng hạn ta xét số 1. Số 1 có thể xếp ở 5 vị trí khác nhau, mỗi vị trí có $4! = 24$ số nên khi ta nhóm các vị trí này lại có tổng là :

$$24(10^5 + 10^4 + 10^3 + 10^2 + 10 + 1) = 24.11111$$

Vậy tổng các số có 5 chữ số là : $24.11111(1+2+3+4+5) = 5599944$.

Bài 5 Từ các số 1,2,3,4,5,6,7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là:

1. Số chẵn

A.360

B.343

C.523

D.347

2. Số lẻ

A.360

B.343

C.480

D.347

3. Số chia hết cho 5

A.360

B.120

C.480

D.347

Lời giải:

Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$; $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ và a, b, c, d đôi một khác nhau.

1. Công việc ta cần thực hiện là lập số x thỏa mãn x là số chẵn nên d phải là số chẵn. Do đó để thực hiện công việc này ta thực hiện qua các công đoạn sau

Bước 1: Chọn d : Vì d là số chẵn nên d chỉ có thể là các số 2, 4, 6 nên d có 3 cách chọn.

Bước 2: Chọn a : Vì ta đã chọn d nên a chỉ có thể chọn một trong các số của tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \setminus \{d\}$ nên có 6 cách chọn a

Bước 3: Chọn b : Tương tự ta có 5 cách chọn b

Bước 4: Chọn c : Có 4 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân có: $3.6.5.4 = 360$ số thỏa yêu cầu bài toán.

2. Vì số x cần lập là số lẻ nên d phải là số lẻ. Ta lập x qua các công đoạn sau.

Bước 1: Có 4 cách chọn d

Bước 2: Có 6 cách chọn a

Bước 3: Có 5 cách chọn b

Bước 4: Có 4 cách chọn c

Vậy có 480 số thỏa yêu cầu bài toán.

3 Vì x chia hết cho 5 nên d chỉ có thể là 5 $\Rightarrow$ có 1 cách chọn d.

Có 6 cách chọn a, 5 cách chọn b và 4 cách chọn c.

Vậy có $1.6.5.4 = 120$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Bài 6 Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

1. Có bao nhiêu tập con của A chứa số 2 mà không chứa số 3

A.64

B.83

C.13

D.41

2. Túc các chữ số thuộc tập A, lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 5 chữ số không bắt đầu bởi 123.

A.3340

B.3219

C.4942

D.2220

Lời giải:

1. Xét tập $B = \{1, 4, 5, 6, 7, 8\}$, ta có B không chứa số 3.

X là một tập con của A thỏa yêu cầu bài toán khi và chỉ khi $X \setminus \{2\}$ là một tập con của B. Do đó, số tập con của A thỏa yêu cầu bài toán bằng số tập con của B và bằng $2^6 = 64$.

2. Xét số $x = \overline{abcde}$ được lập từ các chữ số thuộc tập A.

Vì x lẻ nên $e \in \{1, 3, 5, 7\}$, suy ra có 4 cách chọn e. Bốn chữ số còn lại được chọn từ 7 chữ số của tập $A \setminus \{e\}$ nên có $A_7^4 = 840$ cách

Suy ra, có $4.840 = 3360$ số lẻ gồm năm chữ số khác nhau.

Mà số x bắt đầu bằng 123 có $A_5^2 = 20$ số.

Vậy số x thỏa yêu cầu bài toán là : $3360 - 20 = 3340$ số.

Vấn đề 2. Hoán vị - Chỉnh hợp – Tổ hợp

Phương pháp .

1. Giai thừa

a) Định nghĩa: Với mọi số tự nhiên dương n , tích $1.2.3....n$ được gọi là n - giai thừa và kí hiệu $n!$. Vậy $n! = 1.2.3...n$.

Ta quy ước $0! = 1$.

b) Tính chất:

$$* n! = n(n-1)!$$

$$* n! = n(n-1)(n-2)\dots(n-k-1).k!$$

2. Hoán vị

a) Định nghĩa: Cho tập A gồm n phần tử ($n \geq 1$). Khi sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự ta được một hoán vị các phần tử của tập A .

Kí hiệu số hoán vị của n phần tử là P_n .

b) Số hoán vị của tập n phần tử:

Định lí: Ta có $P_n = n!$

3. Chỉnh hợp

a) Định nghĩa: Cho tập A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Khi lấy k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A .

b) Số chỉnh hợp

Kí hiệu A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử

Định lí: Ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

4. Tổ hợp

a) Định nghĩa: Cho tập A có n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Mỗi tập con của A có k phần tử được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử của A .

b) Số tổ hợp

Kí hiệu C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử.

Định lí: Ta có: $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Bài toán 01: Giải phương trình – Bất phương trình

Phương pháp: Dựa vào công thức tổ hợp, chỉnh hợp hoán vị để chuyển phương trình, bất phương trình, hệ phương trình tổ hợp về phương trình, bất phương trình, hệ phương trình đại số.

Các ví dụ**Ví dụ 1**

1. Cho $C_n^{n-3} = 1140$. Tính $A = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4}$

A.256

B.342

C.231

D.129

2. Tính $B = \frac{1}{A_2^2} + \frac{1}{A_3^2} + \dots + \frac{1}{A_n^2}$, biết $C_n^1 + 2\frac{C_n^2}{C_n^1} + \dots + n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}} = 45$

A. $\frac{9}{10}$

B. $\frac{10}{9}$

C. $\frac{1}{9}$

D. 9

3. Tính $M = \frac{A_{n+1}^4 + 3A_n^3}{(n+1)!}$, biết $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$.

A. $\frac{9}{10}$

B. $\frac{10}{9}$

C. $\frac{1}{9}$

D. $\frac{3}{4}$

Lời giải:

1. ĐK: $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 6 \end{cases}$

Ta có: $C_n^{n-3} = 1140 \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = 1140 \Leftrightarrow n = 20$

Khi đó: $A = \frac{n(n-1)\dots(n-5) + n(n-1)\dots(n-4)}{n(n-1)\dots(n-3)} = n - 4 + (n-4)(n-5) = 256$

2. Ta có: $C_n^1 = n$; $2\frac{C_n^2}{C_n^1} = 2 \cdot \frac{\frac{n!}{2!(n-2)!}}{\frac{n!}{1!(n-1)!}} = n-1$; ...; $n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}} = \frac{1}{\frac{n!}{1!(n-1)!}} = 1$

Nên $C_n^1 + 2\frac{C_n^2}{C_n^1} + \dots + n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}} = 45 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 45 \Leftrightarrow n = 10$

$B = \frac{1}{A_2^2} + \frac{1}{A_3^2} + \dots + \frac{1}{A_n^2} = 1 - \frac{1}{n} = \frac{9}{10}$.

3. Điều kiện: $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 3 \end{cases}$

Ta có: $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$

$\Leftrightarrow \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} + 2\frac{(n+2)!}{2!n!} + 2\frac{(n+3)!}{2!(n+1)!} + \frac{(n+4)!}{2!(n+2)!} = 149 \Leftrightarrow n = 5$

Do đó: $M = \frac{A_6^4 + 3A_5^3}{6!} = \frac{3}{4}$.

Ví dụ 2 Giải các phương trình sau

1. $P_x = 120$

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

2. $P_x A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x)$

A. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Lời giải:

1. Điều kiện: $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \geq 1 \end{cases}$

Ta có: $P_5 = 120$

- Với $x > 5 \Rightarrow P_x > P_5 = 120 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm
- Với $x < 5 \Rightarrow P_x < P_5 = 120 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm

Vậy $x = 5$ là nghiệm duy nhất.

2. Điều kiện: $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \geq 2 \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow A_x^2 (P_x - 6) - 12(P_x - 6) = 0$

$$\Leftrightarrow (P_x - 6)(A_x^2 - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P_x = 6 \\ A_x^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x! = 6 \\ x(x-1) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ví dụ 3. Tìm n biết:

1. $C_n^1 3^{n-1} + 2C_n^2 3^{n-2} + 3C_n^3 3^{n-3} + \dots + nC_n^n = 256$

A. $n = 4$

B. $n = 5$

C. $n = 6$

D. $n = 7$

2. $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$

A. $n = 4$

B. $n = 5$

C. $n = 6$

D. $n = 7$

3. $C_{2n+1}^1 - 2.2C_{2n+1}^2 + 3.2^2 C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^n C_{2n+1}^{2n+1} = 2005$

A. $n = 1100$

B. $n = 1102$

C. $n = 1002$

D. $n = 1200$

Lời giải:

1. Ta có: $kC_n^k 3^{n-k} = k \frac{n!}{k!(n-k)!} 3^{n-k} = nC_{n-1}^{k-1} 3^{n-k}$

Suy ra: $\sum_{k=1}^n kC_n^k 3^{n-k} = n \sum_{k=1}^n C_{n-1}^{k-1} 3^{n-k} = n \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k 3^{n-1-k} = n.4^{n-1}$

Suy ra $C_n^1 3^{n-1} + 2C_n^2 3^{n-2} + 3C_n^3 3^{n-3} + \dots + nC_n^n = 256 \Leftrightarrow n.4^{n-1} = 4.4^3$

Từ đó ta tìm được $n = 4$.

2. Ta có $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = (1+2)^n = 3^n$ nên ta có $n = 5$

3. Đặt $S = \sum_{k=1}^{2n+1} (-1)^{k-1} . k . 2^{k-1} C_{2n+1}^k$

Ta có: $(-1)^{k-1} . k . 2^{k-1} C_{2n+1}^k = (-1)^{k-1} . (2n+1) . 2^{k-1} C_{2n}^{k-1}$

Nên $S = (2n+1)(C_{2n}^0 - 2C_{2n}^1 + 2^2 C_{2n}^2 - \dots + 2^{2n} C_{2n}^{2n}) = 2n+1$

Vậy $2n+1 = 2005 \Leftrightarrow n = 1002$.

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Tìm số nguyên dương n sao cho:

1. $A_n^2 - A_n^1 = 8$

A.4

B.5

C.6

D.7

2. $A_n^6 = 10A_n^5$

A.12

B.13

C.14

D.15

3. $P_{n-1} . A_{n+4}^4 < 15P_{n+2}$

A.3,4,5

B.5,6,7

C.6,8,2

D.7,9,8

Lời giải:

1. Điều kiện: $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2 \end{cases}$

Ta có $A_n^2 - A_n^1 = 8 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{(n-1)!} = 8 \Leftrightarrow n(n-1) - n = 8$

$\Leftrightarrow n^2 - 2n - 8 = 0 \Leftrightarrow n = 4$.

2. Điều kiện: $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 6 \end{cases}$

Ta có: $A_n^6 = 10A_n^5 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-6)!} = 10 \frac{n!}{(n-5)!} \Leftrightarrow 1 = \frac{10}{n-5}$

$\Leftrightarrow n = 15$.

3. Điều kiện: $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 1 \end{cases}$

Ta có: $P_{n-1} \cdot A_{n+4}^4 < 15P_{n+2} \Leftrightarrow (n-1)! \frac{(n+4)!}{n!} < 15(n+2)!$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)}{n} < 15 \Leftrightarrow n^2 - 8n + 12 < 0 \Leftrightarrow 2 < n < 6 \Rightarrow n = 3, 4, 5.$$

Bài 2 Giải bất phương trình (ẩn n thuộc tập số tự nhiên)

1. $C_{n+2}^{n-1} + C_{n+2}^n > \frac{5}{2} A_n^2$

A. $n \geq 2$

B. $n \geq 3$

C. $n \geq 5$

D. $n \geq 4$

2. $(n!)^3 C_n^n \cdot C_{2n}^n \cdot C_{3n}^n \leq 720$

A. $n = 1, 2, 3$

B. $n = 0, 1, 2$

C. $n = 0, 2, 3$

D. $n = 2, 3, 4$

3. $\frac{C_{n+1}^2}{C_n^2} \geq \frac{3}{10} n$

A. $2 \leq n < 4$

B. $0 \leq n \leq 2$

C. $1 \leq n \leq 5$

D. $2 \leq n \leq 5$

4. $A_{n+1}^3 + C_{n+1}^{n-1} < 14(n+1)$

A. $2 \leq n < 4$

B. $0 \leq n \leq 2$

C. $1 \leq n \leq 5$

D. $2 \leq n \leq 5$

5. $\frac{A_{n+4}^4}{(n+2)!} < \frac{143}{4P_n}$

A. $2 \leq n < 4$

B. $0 \leq n \leq 2$

C. $1 \leq n \leq 5$

D. $2 \leq n \leq 5$

6. $\frac{A_n^4}{A_{n+1}^3 - C_n^{n-4}} \leq \frac{24}{23}$

A. $2 \leq n < 4$

B. $0 \leq n \leq 2$

C. $1 \leq n \leq 5$

D. $2 \leq n \leq 5$

Lời giải:

1. Với $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ ta có:

$$C_{n+2}^{n-1} + C_{n+2}^n > \frac{5}{2} A_n^2 \Leftrightarrow C_{n+3}^n > \frac{5}{2} A_n^2 \Leftrightarrow \frac{(n+3)!}{n!3!} > \frac{5}{2} \frac{n!}{(n-2)!}$$

$$\Leftrightarrow n(n^2 - 9n + 26) + 6 > 0 \text{ luôn đúng với mọi } n \geq 2.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

2. Điều kiện $n \in \mathbb{Z}, n \geq 0$.

Với điều kiện đó bất phương trình tương đương

$$(n!)^3 \frac{(2n)!}{n!n!} \frac{(3n)!}{(2n)!n!} \leq 720 \Leftrightarrow (3n)! \leq 720$$

Ta thấy $(3n)!$ tăng theo n và mặt khác $6! = 720 \geq (3n)!$

Suy ra bất phương trình có nghiệm $n = 0, 1, 2$.

3. Điều kiện: $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2 \end{cases}$

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow \frac{(n+1)n}{2} > \frac{10}{3} n \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow 2 \leq n \leq 5$$

4. Đáp số: $2 \leq n < 4$

5. Đáp số: $0 \leq n \leq 2$

6. Đáp số: $1 \leq n \leq 5$

Bài 3 Giải các phương trình sau:

1. $3C_{x+1}^2 + xP_2 = 4A_x^2$

A.3

B.4

C.5

D.6

2. $\frac{5}{C_5^x} - \frac{2}{C_6^x} = \frac{14}{C_7^x}$

A.3

B.4

C.5

D.6

3. $P_x A_x^2 + 72 = 6(A_x^2 + 2P_x)$

A. $\begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$

4. $C_x^2 C_x^{x-2} + 2C_x^2 C_x^3 + C_x^3 C_x^{x-3} = 100$

A.3

B.4

C.5

D.6

5. $C_x^1 + 6.C_x^2 + 6.C_x^3 = 9x^2 - 14x$

A.3

B.4

C.5

D.7

$$6. C_{x-1}^4 - C_{x-1}^3 - \frac{5}{4} A_{x-2}^2 = 0$$

A.11

B.4

C.5

D.6

$$7. 24(A_{x+1}^3 - C_x^{x-4}) = 23A_x^4$$

A.3

B.4

C.5

D.6

$$8. C_{2x+4}^{3x-1} = C_{2x+4}^{x^2-2x+3}$$

$$A. \begin{cases} x=3 \\ x=4 \end{cases}$$

$$B. \begin{cases} x=3 \\ x=2 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x=2 \\ x=4 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$9. C_x^2 + 2C_{x+1}^2 + 3C_{x+2}^2 + 4C_{x+3}^2 = 130$$

A.7

B.4

C.5

D.6

Lời giải:

$$1. \text{Điều kiện: } \begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow 3 \frac{(x+1)!}{2!(x-1)!} + 2x = 4 \frac{x!}{(x-2)!}$$

$$\Leftrightarrow 3(x+1)x + 4x = 8x(x-1) \Leftrightarrow 3x + 3 + 4 = 8x - 8 \Leftrightarrow x = 3$$

$$2. \text{Điều kiện} \begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$$\text{Ta có phương trình} \Leftrightarrow \frac{5.x!(5-x)!}{5!} - \frac{2.x!(6-x)!}{6!} = \frac{14.x!(7-x)!}{7!}$$

$$\Leftrightarrow 5 - \frac{1}{3}(6-x) = \frac{1}{3}(6-x)(7-x) \Leftrightarrow x^2 - 14x + 33 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$3. \text{Điều kiện: } \begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow A_x^2 (P_x - 6) - 12(P_x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (P_x - 6)(A_x^2 - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} P_x = 6 \\ A_x^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x! = 6 \\ x(x-1) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

4. Điều kiện: $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \geq 3 \end{cases}$.

Ta có: $C_x^{x-2} = C_x^2$ và $C_x^{x-3} = C_x^3$ nên phương trình đã cho tương đương với:

$$(C_x^2)^2 + 2C_x^2 C_x^3 + (C_x^3)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow (C_x^2 + C_x^3)^2 = 100 \Leftrightarrow C_x^2 + C_x^3 = 10$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x-1)}{2} + \frac{x(x-1)(x-2)}{6} = 10$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x - 60 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x^2 + 4x + 15) = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

5. Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow x + 3x(x-1) + x(x-1)(x-2) = 9x^2 - 14x$

Giải phương trình ta tìm được: $x = 7$

6. Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 5 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow x^2 - 9x - 22 = 0 \Leftrightarrow x = 11$

7. Điều kiện: $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ x \geq 4 \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$

8. Điều kiện: $\begin{cases} x \in \mathbb{N} \\ 1 \leq x \leq 5 \end{cases}$

Phương trình $\Leftrightarrow (3x-1)!(5-x)! = (x^2-2x+3)!(1-x^2+4x)! \Leftrightarrow x = 1, x = 2.$

9. Đáp số: $x = 7.$

Bài 4 Giải các phương trình sau:

1. $\begin{cases} 2A_y^x + 5C_y^x = 90 \\ 5A_y^x - 2C_y^x = 80 \end{cases}$

A. $x = 1; y = 5$

B. $x = 2; y = 1$

C. $x = 2; y = 5$

D. $x = 1; y = 3$

2. $\begin{cases} C_{x+1}^{y+1} = C_{x+1}^y \\ 3C_{x+1}^{y+1} = 5C_{x+1}^{y-1} \end{cases}$

A. $x = 6; y = 3$

B. $x = 2; y = 1$

C. $x = 2; y = 5$

D. $x = 1; y = 3$

Lời giải:

1. Điều kiện $x, y \in \mathbb{N}; x \leq y$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2A_y^x + 5C_y^x = 90 \\ 5A_y^x - 2C_y^x = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A_y^x = 20 \\ C_y^x = 10 \end{cases}$$

$$\text{Từ } A_y^x = x!C_y^x \text{ suy ra } x! = \frac{20}{10} = 2 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Từ } A_y^2 = 20 \Leftrightarrow y(y-1) = 20 \Leftrightarrow y^2 - y - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \text{ (loại)} \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy $x = 2; y = 5$.

2. Điều kiện $x, y \in \mathbb{N}; x \geq y$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} C_{x+1}^{y+1} = C_{x+1}^y \\ 3C_{x+1}^{y+1} = 5C_{x+1}^{y-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+1)!}{(y+1)!(x-y)!} = \frac{(x+1)!}{y!(x-y+1)!} \\ 3 \frac{(x+1)!}{(y+1)!(x-y)!} = 5 \frac{(x+1)!}{(y-1)!(x-y+2)!} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y+1} = \frac{1}{x-y+1} \\ \frac{3}{y(y+1)} = \frac{5}{(x-y+1)(x-y+2)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 3(y+1)(y+2) = 5y(y+1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 3y + 6 = 5y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases} \text{ là nghiệm của hệ}$$

Bài 5 Giải các bất phương trình sau:

1. $\frac{1}{2}A_{2x}^2 - A_x^2 \leq \frac{6}{x}C_x^3 + 10$

A. $3 \leq x \leq 4$

B. $3 \leq x$

C. $x \leq 4$

D. $x > 4, x < 3$

2. $\frac{P_{x+5}}{(x-k)!} \leq 60A_{x+3}^{k+2}$

A. $(x; k) = (0; 0), (1; 1), (3; 3)$

B. $(x; k) = (0; 0), (1; 0), (2; 2)$

C. $(x; k) = (1; 0), (1; 1), (2; 2), (3; 3)$

D. $(x; k) = (0; 0), (1; 0), (1; 1), (2; 2), (3; 3)$

Lời giải:

1. Đáp số: $3 \leq x \leq 4$

2. Điều kiện: $\begin{cases} k, x \in \mathbb{N} \\ k \leq x \end{cases}$

Bpt $\Leftrightarrow (x+4)(x+5)(x+1-k) \leq 60$

- $x \geq 4 \Rightarrow$ bất phương trình vô nghiệm
- $0 \leq x \leq 4$ ta có các cặp nghiệm: $(x; k) = (0; 0), (1; 0), (1; 1), (2; 2), (3; 3)$.

Bài toán 02: Bài toán đếm

Phương pháp: Dựa vào hai quy tắc cộng, quy tắc nhân và các khái niệm hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.

Một số dấu hiệu giúp chúng ta nhận biết được hoán vị, chỉnh hợp hay tổ hợp.

1) **Hoán vị:** Các dấu hiệu đặc trưng để giúp ta nhận dạng một hoán vị của n phần tử là:

- Tất cả n phần tử đều phải có mặt
- Mỗi phần tử xuất hiện một lần.
- Có thứ tự giữa các phần tử.

2) **Chỉnh hợp:** Ta sẽ sử dụng khái niệm chỉnh hợp khi

- Cần chọn k phần tử từ n phần tử, mỗi phần tử xuất hiện một lần
- k phần tử đã cho được sắp xếp thứ tự.

3) **Tổ hợp:** Ta sử dụng khái niệm tổ hợp khi

- Cần chọn k phần tử từ n phần tử, mỗi phần tử xuất hiện một lần
- Không quan tâm đến thứ tự k phần tử đã chọn.

Loại 1: Đếm số

Các ví dụ

Ví dụ 1. Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số có 5 chữ số khác nhau trong đó có đúng hai chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đứng cạnh nhau?

A.360

B.280

C.310

D.290

Lời giải.

Gọi A là số tự nhiên có hai chữ số lẻ khác nhau lấy từ các số 0,1,2,3,4,5,6 số cách chọn được A là $A_2^2 = 6$. Số chẵn có 5 chữ số mà hai số lẻ đứng kề nhau phải chứa A và ba trong 4 chữ số 0;2;4;6. Gọi $\overline{abcd}; a, b, c, d \in \{A, 0, 2, 4, 6\}$ là số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

*TH1: Nếu $a = A$ có 1 cách chọn a và A_4^3 chọn b, c, d .

* TH 2: $a \neq A$ có 3 cách chọn a

+ Nếu $b = A$ có 1 cách chọn b và A_3^2 cách chọn c, d .

+ Nếu $c = A$ có 1 cách chọn c và A_3^2 cách chọn b, d .

Vậy có $A_3^2 \left(A_4^3 + 3(1.A_3^2 + 1.A_3^2) \right) = 360$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ 2. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên

1. Gồm 4 chữ số

A.1296

B.2019

C.2110

D.1297

2. Gồm 3 chữ số đôi một khác nhau

A.110

B.121

C.120

D.125

3. Gồm 4 chữ số đôi một khác nhau và là chữ số tự nhiên chẵn

A.182

B.180

C.190

D. 192

4. Gồm 4 chữ số đôi một khác nhau và không bắt đầu bằng chữ số 1

A.300

B.320

C.310

D. 330

5. Gồm 6 chữ số đôi một khác nhau và hai chữ số 1 và 2 không đứng cạnh nhau.

A.410

B.480

C.500

D.512

Lời giải:

1 Gọi số cần lập là: $x = \overline{abcd}$. Ta chọn a, b, c, d theo thứ tự sau

a : có 6 cách chọn

b : có 6 cách chọn

c : có 6 cách chọn

d : có 6 cách chọn

Vậy có $6^4 = 1296$ số

2. Mỗi số cần lập ứng với một chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử

Nên số cần lập là: $A_6^3 = 120$ số.

3. Gọi số cần lập là: $x = \overline{abcd}$

Vì x chẵn nên có 3 cách chọn d . Ứng với mỗi cách chọn d sẽ có

A_5^3 cách chọn a, b, c . Vậy có $3.A_5^3 = 180$ số.

4. Gọi số cần lập là: $x = \overline{abcd}$

Vì $a \neq 1$ nên a có 5 cách chọn. Ứng với mỗi cách chọn a ta có: A_5^3 cách chọn b, c, d . Vậy có

$5.A_5^3 = 300$ số.

5. Gọi x là số có 6 chữ số đôi một khác nhau và hai chữ số 1 và 2 luôn đứng cạnh nhau.

Đặt $y = 12$ khi đó x có dạng $\overline{abcde}$ với a, b, c, d, e đôi một khác nhau và thuộc tập $\{y, 3, 4, 5, 6\}$

nên có $P_5 = 5! = 120$ số.

Khi hoán vị hai số 1, 2 ta được một số khác nên có $120.2 = 240$ số x

Vậy số thỏa yêu cầu bài toán là: $P_6 - 240 = 480$ số.

Ví dụ 3. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số, biết rằng chữ số 2 có mặt hai lần, chữ số ba có mặt ba lần và các chữ số còn lại có mặt nhiều nhất một lần?

A.26460

B.27901

C.27912

D.26802

Lời giải:

- Ta đếm các số có 7 chữ số được chọn từ các số $\{2, 2, 3, 3, 3, a, b\}$ với $a, b \in \{0, 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, kể cả số 0 đứng đầu.

Ta có được: $7!$ số như vậy. Tuy nhiên khi hoán vị hai số 2 cho nhau hoặc các số 3 cho nhau thì ta được số không đổi do đó có tất cả

$$\frac{7!}{2! \cdot 3!} = 420 \text{ số.}$$

Vì có A_8^2 cách chọn a, b nên ta có: $420 \cdot A_8^2 = 26880$ số.

- Ta đếm các số có 6 chữ số được chọn từ các số $\{2, 2, 3, 3, 3, x\}$ với $x \in \{1, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Tương tự như trên ta tìm được $\frac{6!}{2! \cdot 3!} A_7^1 = 420$ số

Vậy số các số thỏa yêu cầu bài toán: 26460.

Ví dụ 4. Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số sao cho trong mỗi số đó, chữ số hàng ngàn lớn hơn hàng trăm, chữ số hàng trăm lớn hơn hàng chục và chữ số hàng chục lớn hơn hàng đơn vị.

A.221**B.209****C.210****D. 215****Lời giải:**

Gọi $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ với $9 \geq a_1 > a_2 > a_3 > a_4 \geq 0$ là số cần lập.

$$X = \{0; 1; 2; \dots; 8; 9\}.$$

Từ 10 phần tử của X ta chọn ra 4 phần tử bất kỳ thì chỉ lập được 1 số A. Nghĩa là không có hoán vị hay là một tổ hợp chập 4 của 10.

Vậy có $C_{10}^4 = 210$ số.

Ví dụ 5. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và tổng các chữ số ở hàng chục, hàng trăm, hàng ngàn bằng 8.

A.1300**B.1400****C.1500****D.1600****Lời giải:**

Gọi $n = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ là một số thỏa yêu cầu bài toán thì

$$a_3 + a_4 + a_5 = 8.$$

Có hai bộ 3 số có tổng bằng 8 trong các số 1, 2, ..., 8, 9 là :

$$\{1; 2; 5\} \text{ và } \{1; 3; 4\}$$

Nếu $a_3; a_4; a_5 \in \{1; 2; 5\}$ thì a_3, a_4, a_5 có $3!$ cách chọn và a_1, a_2, a_6 có A_6^3 cách chọn suy ra có $3! \cdot A_6^3 = 720$ số thỏa yêu cầu.

Nếu $a_3; a_4; a_5 \in \{1; 2; 5\}$ thì cũng có 720 số thỏa yêu cầu.

Vậy có $720 + 720 = 1400$ số thỏa yêu cầu

Loại 2: Xếp đồ vật – Phân công công việc

Các ví dụ

Ví dụ 1. Đội tuyển HSG của một trường gồm 18 em, trong đó có 7 HS khối 12, 6 HS khối 11 và 5 HS khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách cử 8 cách cử 8 HS đi dự đại hội sao cho mỗi khối có ít nhất 1 HS được chọn

A.41811

B.42802

C.41822

D.32023

Lời giải:

Số cách chọn 8 học sinh gồm hai khối là:

$$C_{13}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 1947.$$

Số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán: $C_{18}^8 - 1947 = 41811$.

Ví dụ 2 Một cuộc họp có 13 người, lúc ra về mỗi người đều bắt tay người khác một lần, riêng chủ tọa chỉ bắt tay ba người. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay?

A.69

B.80

C.82

D.70

Lời giải:

Số bắt tay 12 người (trừ chủ tọa) C_{12}^2

Vậy có : $C_{12}^2 + 3 = 69$ bắt tay.

Ví dụ 3 Đội tuyển học sinh giỏi của một trường gồm 18 em, trong đó có 7 em khối 12, 6 em khối 11 và 5 em khối 10. Tính số cách chọn 6 em trong đội đi dự trại hè sao cho mỗi khối có ít nhất 1 em được chọn

A.41811

B.42802

C.41822

D.32023

Lời giải:

Số cách chọn 8 học sinh gồm hai khối là:

$$C_{13}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 1947.$$

Số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán: $C_{18}^8 - 1947 = 41811$.

Ví dụ 4 Trong một môn học, Thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu (khó, dễ, Trung bình) và số câu dễ không ít hơn 2?

A.41811

B.42802

C.56875

D.32023

Lời giải:

Ta có các trường hợp sau

TH 1: Đề thi gồm 2 D, 2 TB, 1 K: $C_{15}^2.C_{10}^2.C_5^1$

TH 1: Đề thi gồm 2 D, 1 TB, 2 K: $C_{15}^2.C_{10}^1.C_5^2$

TH 1: Đề thi gồm 3 D, 1 TB, 1 K: $C_{15}^3.C_{10}^1.C_5^1$

Vậy có: 56875 đề kiểm tra.

Ví dụ 5. Hai nhóm người cần mua nền nhà, nhóm thứ nhất có 2 người và họ muốn mua 2 nền kề nhau, nhóm thứ hai có 3 người và họ muốn mua 3 nền kề nhau. Họ tìm được một lô đất chia thành 7 nền đang rao bán (các nền như nhau và chưa có người mua). Tính số cách chọn nền của mỗi người thỏa yêu cầu trên

A.144

B.125

C.140

D.132

Lời giải:

Xem lô đất có 4 vị trí gồm 2 vị trí 1 nền, 1 vị trí 2 nền và 1 vị trí 3 nền.

Bước 1: nhóm thứ nhất chọn 1 vị trí cho 2 nền có 4 cách và mỗi cách có $2! = 2$ cách chọn nền cho mỗi người. Suy ra có $4.2 = 8$ cách chọn nền.

Bước 2: nhóm thứ hai chọn 1 trong 3 vị trí còn lại cho 3 nền có 3 cách và mỗi cách có $3! = 6$ cách chọn nền cho mỗi người.

Suy ra có $3.6 = 18$ cách chọn nền.

Vậy có $8.18 = 144$ cách chọn nền cho mỗi người

Ví dụ 6. Một nhóm công nhân gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác

A.111300

B.233355

C.125777

D.112342

Lời giải:

• Chọn 2 trong 15 nam làm tổ trưởng và tổ phó có A_{15}^2 cách.

• Chọn 3 tổ viên, trong đó có nữ.

+ chọn 1 nữ và 2 nam có $5.C_{13}^2$ cách.

+ chọn 2 nữ và 1 nam có $13.C_5^2$ cách.

+ chọn 3 nữ có C_5^3 cách.

Vậy có $A_{15}^2 (5.C_{13}^2 + 13.C_5^2 + C_5^3) = 111300$ cách.

Ví dụ 7. Một nhóm có 5 nam và 3 nữ. Chọn ra 3 người sao cho trong đó có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách.

A.46

B.69

C.48

D.40

Lời giải:

Cách 1: Ta có các trường hợp sau

- 3 người được chọn gồm 1 nữ và 2 nam.

chọn ra 1 trong 3 nữ ta có 3 cách.

chọn ra 2 trong 5 nam ta có C_5^2 cách

Suy ra có $3C_5^2$ cách chọn

- 3 người được chọn gồm 2 nữ và 1 nam.

chọn ra 2 trong 3 nữ có C_3^2 cách.

chọn ra 1 trong 5 nam có 5 cách.

Suy ra có $5C_3^2$ cách chọn.

- 3 người chọn ra gồm 3 nữ có 1 cách.

Vậy có $3C_5^2 + 5C_3^2 + 1 = 46$ cách chọn.

Cách 2: Số cách chọn 3 người bất kì là: C_8^3

Số cách chọn 3 người nam cả là: C_5^3

Vậy số cách chọn 3 người thỏa yêu cầu bài toán là:

$$C_8^3 - C_5^3 = 46 \text{ cách.}$$

Ví dụ 8. Một lớp có 33 học sinh, trong đó có 7 nữ. Cần chia lớp thành 3 tổ, tổ 1 có 10 học sinh, tổ 2 có 11 học sinh, tổ 3 có 12 học sinh sao cho trong mỗi tổ có ít nhất 2 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chia như vậy?

A. $C_7^3 C_{26}^7$

B. $C_4^2 C_{19}^9$

C. $C_7^2 C_{26}^8 C_5^3 C_{18}^8$

D. $C_7^3 C_{26}^7 C_4^2 C_{19}^9 + C_7^2 C_{26}^8 C_5^3 C_{18}^8 + C_7^2 C_{26}^8 C_5^2 C_{18}^9$

Lời giải:

Số cách chia lớp thành 3 tổ thỏa yêu cầu có 3 trường hợp

* **TH1:** Tổ 1 có 3 nữ, 7 nam có $C_7^3 C_{26}^7$ cách chọn

Tổ 2 có 2 nữ, 9 nam có $C_4^2 C_{19}^9$ cách chọn

Tổ 3 có 2 nữ, 10 nam có $C_2^2 C_{10}^{10} = 1$ cách chọn

Vậy có $C_7^3 C_{26}^7 C_4^2 C_{19}^9$ cách chia thành 3 tổ trong TH này

* **TH2:** Tổ 2 có 3 nữ và hai tổ còn lại có 2 nữ, tương tự tính được $C_7^2 C_{26}^8 C_5^3 C_{18}^8$ cách chia.

* **TH3:** Tổ 3 có 3 nữ và hai tổ còn lại có 2 nữ, tương tự tính được $C_7^2 C_{26}^8 C_5^2 C_{18}^9$ cách chia.

Vậy có tất cả $C_7^3 C_{26}^7 C_4^2 C_{19}^9 + C_7^2 C_{26}^8 C_5^3 C_{18}^8 + C_7^2 C_{26}^8 C_5^2 C_{18}^9$ cách chia

Ví dụ 9. Từ 20 câu hỏi trắc nghiệm gồm 9 câu dễ, 7 câu trung bình và 4 câu khó người ta chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ cả 3 loại dễ, trung bình và khó. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra

A.176451

B.176435

C.268963

D.168637

Lời giải:

* **Loại 1:** chọn 10 câu tùy ý trong 20 câu có C_{20}^{10} cách.

* **Loại 2:** chọn 10 câu có không quá 2 trong 3 loại dễ, trung bình và khó.

+) Chọn 10 câu dễ và trung bình trong 16 câu có C_{16}^{10} cách.

+) Chọn 10 câu dễ và khó trong 13 câu có C_{13}^{10} cách.

+) Chọn 10 câu trung bình và khó trong 11 câu có C_{11}^{10} cách.

Vậy có $C_{20}^{10} - (C_{16}^{10} + C_{13}^{10} + C_{11}^{10}) = 176451$ đề kiểm tra.

Ví dụ 10. Một Thầy giáo có 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Văn và 7 cuốn sách anh văn và các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy giáo muốn tặng 6 cuốn sách cho 6 học sinh. Hỏi Thầy giáo có bao nhiêu cách tặng nếu:

1. Thầy giáo chỉ muốn tặng hai thể loại

A.2233440

B.2573422

C.2536374

D.2631570

2. Thầy giáo muốn sau khi tặng xong mỗi thể loại còn lại ít nhất một cuốn.

A.13363800

B.2585373

C.57435543

D.4556463

Lời giải:

1. Tặng hai thể loại Toán, Văn có : A_{11}^6 cách

Tặng hai thể loại Toán, Anh Văn có : A_{12}^6 cách

Tặng hai thể loại Văn, Anh Văn có : A_{13}^6 cách

Số cách tặng: $A_{11}^6 + A_{12}^6 + A_{13}^6 = 2233440$

2. Số cách tặng hết sách Toán : $5!.13 = 1560$

Số cách tặng hết sách Văn: $6! = 720$

Số cách tặng thỏa yêu cầu bài toán: $A_{18}^6 - 1560 - 720 = 13363800$.

Ví dụ 11. Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn:

1. Ba học sinh làm ban các sự lớp

A.6545

B.6830

C.2475

D.6554

2. Ba học sinh làm ba nhiệm vụ lớp trưởng, lớp phó và bí thư
A.39270 B.47599 C.14684 D.38690
3. Ba học sinh làm ban cán sự trong đó có ít nhất một học sinh nữ
A.6090 B.6042 C.5494 D.7614
4. Bốn học sinh làm tổ trưởng của 4 tổ sao cho trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.
A.1107600 B.246352 C.1267463 D.1164776

Lời giải:

- 1 Số cách chọn ban cán sự: $C_{35}^3 = 6545$
2. Số cách chọn 3 học sinh làm lớp trưởng, lớp phó và bí thư là
 $A_{35}^3 = 39270$
3. Số cách chọn ba học sinh làm ban cán sự mà không có nữ được chọn là : $C_{15}^3 = 455$
Số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán: $C_{35}^3 - C_{15}^3 = 6090$
4. Số cách chọn 4 học sinh làm 4 tổ trưởng là: A_{35}^4
Số cách chọn 4 học sinh làm tổ trưởng trong đó không có học sinh nam được chọn là: A_{20}^4
Số cách chọn 4 học sinh làm tổ trưởng trong đó không có học sinh nữ được chọn là: A_{15}^4
Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán: $A_{35}^4 - (A_{20}^4 + A_{15}^4) = 1107600$

Ví dụ 12. Có 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi 1 khác nhau) người ta muốn chọn ra một bó hoa gồm 7 bông.

1. Có bao nhiêu cách chọn các bông hoa được chọn tùy ý.
A.120 B.136 C.268 D.170
2. Có bao nhiêu cách chọn sao cho có đúng 1 bông màu đỏ.
A.4 B.7 C.9 D.8
3. Có bao nhiêu cách chọn sao cho có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.
A.13 B.36 C.23 D.36

Lời giải:

1. Mỗi cách chọn thỏa yêu cầu bài toán có nghĩa là ta lấy bất kì 7 bông từ 10 bông đã cho mà không tính đến thứ tự lấy. Do đó mỗi cách lấy là một tổ hợp chập 7 của 10 phần tử
Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán là: $C_{10}^7 = 120$.
2. Có 4 cách chọn 1 bông hồng màu đỏ
Với mỗi cách chọn bông hồng màu đỏ, có 1 cách chọn 6 bông còn lại
Vậy có tất cả 4 cách chọn bông thỏa yêu cầu bài toán.
3. Vì có tất cả 4 bông hồng đỏ nên ta có các trường hợp sau
- 7 bông được chọn gồm 3 bông vàng và 4 bông đỏ

Số cách chọn trong trường hợp này là 1 cách

- 7 bông được chọn gồm 3 bông vàng, 3 bông đỏ và 1 bông trắng

Số cách chọn trong trường hợp này là $3.C_4^3 = 12$ cách

Vậy có tất cả 13 cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Loại 3: Đếm tổ hợp liên quan đến hình học

Ví dụ : Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên đường thẳng d_1 lấy 10 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 25 vừa nói trên.

A. $C_{10}^2 C_{15}^1$

B. $C_{10}^1 C_{15}^2$

C. $C_{10}^2 C_{15}^1 + C_{10}^1 C_{15}^2$

D. $C_{10}^2 C_{15}^1 . C_{10}^1 C_{15}^2$

Lời giải:

Số tam giác lập được thuộc vào một trong hai loại sau

Loại 1: Gồm hai đỉnh thuộc vào d_1 và một đỉnh thuộc vào d_2

Số cách chọn bộ hai điểm trong 10 thuộc d_1 : C_{10}^2

Số cách chọn một điểm trong 15 điểm thuộc d_2 : C_{15}^1

Loại này có: $C_{10}^2 . C_{15}^1 =$ tam giác.

Loại 2: Gồm một đỉnh thuộc vào d_1 và hai đỉnh thuộc vào d_2

Số cách chọn một điểm trong 10 thuộc d_1 : C_{10}^1

Số cách chọn bộ hai điểm trong 15 điểm thuộc d_2 : C_{15}^2

Loại này có: $C_{10}^1 . C_{15}^2 =$ tam giác.

Vậy có tất cả: $C_{10}^2 C_{15}^1 + C_{10}^1 C_{15}^2$ tam giác thỏa yêu cầu bài toán.

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Từ các số của tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm

1. Năm chữ số đôi một khác nhau

A.2520

B.2510

C.2398

D.2096

2. Sáu chữ số khác nhau và chia hết cho 5.

A.720

B.710

C.820

D.280

3. Năm chữ số đôi một khác nhau, đồng thời hai chữ số 2 và 3 luôn đứng cạnh nhau

A.720

B.710

C.820

D.280

4. Bảy chữ số, trong đó chữ số 2 xuất hiện đúng ba lần.

A.31203

B.30240

C.31220

D.32220

Lời giải:

1. Mỗi số cần lập thỏa yêu cầu bài toán sẽ ứng với mỗi chỉnh hợp chập 5 của 7 phần tử. Do đó, có $A_7^5 = 2520$.

2. Gọi số cần lập là $x = \overline{a_1a_2...a_6}$

Vì x chia hết cho 5 nên $a_6 = 5 \Rightarrow a_6$ có một cách chọn

Số cách chọn các chữ số $a_1, a_2, ..., a_5$ chính bằng số chỉnh hợp chập 5 của 6 phần tử và bằng A_6^5 .

Vậy số các số cần lập là $1 \cdot A_6^5 = 720$

3. Đặt $x = 23$. Số các số cần lập có dạng $\overline{abcd}$ với $a, b, c, d \in \{1, x, 4, 5, 6, 7\}$. Có $A_6^4 = 360$ số như vậy

Mặt khác khi hoán vị hai số 2 và 3 ta được thêm một số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy có $360 \cdot 2 = 720$ số thỏa yêu cầu bài toán.

4. Xét các số tự nhiên có bảy chữ số được lập từ $\{1, 2, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Ta thấy có A_9^7 số như vậy.

Tuy nhiên khi hoán vị vị trí của ba số 2 cho nhau thì số thu được không thay đổi. Vậy có $\frac{A_9^7}{3!} = 30240$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Bài 2 Từ các chữ số của tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm

1. 5 chữ số

A.14406

B.13353

C.15223

D.14422

2. 4 chữ số đôi một khác nhau

A.418

B.720

C.723

D.731

3. 4 chữ số đôi một khác nhau và là số lẻ

A.300

B.324

C.354

D.341

4. 5 chữ số đôi một khác nhau và là số chẵn.

A.1260

B.1234

C.1250

D.1235

Lời giải:

1. Gọi $x = \overline{abcde}$ với $a, b, c, e \in A; a \neq 0$

Để lập x ta chọn các số a, b, c, d, e theo thứ tự sau

Chọn a : Vì $a \in A, a \neq 0$ nên ta có 6 cách chọn a

Vì $b \in A$ và b có thể trùng với a nên với mỗi cách chọn a ta có 7 cách chọn b

Tương tự: với mỗi cách chọn a, b có 7 cách chọn c

với mỗi cách chọn a, b, c có 7 cách chọn d

với mỗi cách chọn a, b, c, d có 7 cách chọn e

Vậy theo quy tắc nhân ta có: $6.7.7.7.7 = 14406$ số thỏa yêu cầu bài toán.

2. Gọi $x = \overline{abcd}$ là số cần lập với $a, b, c, d \in A$ đôi một khác nhau và $a \neq 0$. Ta chọn a, b, c, d theo thứ tự sau

Chọn a : Vì $a \in A, a \neq 0$ nên có 6 cách chọn a

Với mỗi cách chọn a ta thấy mỗi cách chọn b, c, d chính là một cách lấy ba phần tử của tập $A \setminus \{a\}$ và xếp chúng theo thứ tự, nên mỗi cách chọn b, c, d ứng với một chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử

Suy ra số cách chọn b, c, d là: A_6^3

Theo quy tắc nhân ta có: $6.A_6^3 = 720$ số thỏa yêu cầu bài toán.

3. Gọi $x = \overline{abcd}$ là số cần lập với $a, b, c, d \in A$ đôi một khác nhau, $a \neq 0$.

Vì x là số lẻ nên $d \in \{1, 3, 5\} \Rightarrow d$ có 3 cách chọn.

Với mỗi cách chọn d ta có $a \in A \setminus \{0, d\} \Rightarrow a$ có 5 cách chọn

Với mỗi cách chọn a, d ta có A_5^2 cách chọn bc

Theo quy tắc nhân ta có: $3.5.A_5^2 = 300$ số thỏa yêu cầu bài toán.

4. Gọi $x = \overline{abcde}$ là số cần lập với $a, b, c, d, e \in A$ đôi một khác nhau và $a \neq 0$.

Vì x là số lẻ nên $e \in \{0, 2, 4, 6\}$. Ta xét các trường hợp sau

- $e = 0 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn

Vì $a \neq 0 \Rightarrow a$ có 6 cách chọn

Số cách chọn các chữ số còn lại: A_5^3

Do đó trường hợp này có tất cả $1.6.A_5^3 = 360$ số

- $e \neq 0 \Rightarrow e$ có 3 cách chọn

Với mỗi cách chọn e ta có $a \in A \setminus \{0, e\} \Rightarrow a$ có 5 cách chọn

Số cách chọn các số còn lại là: A_5^3

Do đó trường hợp này có tất cả $3.5.A_5^3 = 900$ số

Vậy có cả thảy $360 + 900 = 1260$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Bài 3 Một lớp học có 20 nam và 26 nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự gồm 3 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu

1. Trong ban cán sự có ít nhất một nam

A.12580

B.12364

C.12462

D.12561

2. Trong ban cán sự có cả nam và nữ.

A.11440

B.11242

C.24141

D.53342

Lời giải:

Có C_{46}^3 cách chọn ba học sinh trong lớp

1. Có C_{26}^3 cách chọn ban cán sự không có nam (ta chọn nữ cả)

Do đó, có $C_{46}^3 - C_{26}^3 = 12580$ cách chọn ban cán sự trong đó có ít nhất một nam được chọn.

2. Có C_{26}^3 cách chọn ban cán sự không có nam

Có C_{20}^3 cách chọn ban cán sự không có nữ.

Vậy có $C_{46}^3 - (C_{26}^3 + C_{20}^3) = 11440$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Bài 4

1. Một Thầy giáo có 10 cuốn sách Toán đôi một khác nhau, trong đó có 3 cuốn Đại số, 4 cuốn Giải tích và 3 cuốn Hình học. Ông muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 học sinh sao cho sau khi tặng mỗi loại sách còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách tặng.

A.23314

B.32512

C.24480

D.24412

2. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và một nữ?

A.12141421

B.5234234

C.4989600

D.4144880

3. Đội thanh niên xung kích có của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong ba lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

A.4123

B.3452

C.372

D.446

4. Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ.

A.131444

B.141666

C.241561

D.111300

Lời giải:

1. Số cách lấy 5 cuốn sách và đem tặng cho 5 học sinh: $S = A_{10}^5 = 30240$ cách.

Số cách chọn sao cho không còn sách Đại số: $S_1 = C_7^2 \cdot 5! = 2520$ cách

Số cách chọn sao cho không còn sách Giải tích: $S_2 = C_6^1 \cdot 5! = 720$ cách

Số cách chọn sao cho không còn sách Hình học: $S_3 = C_7^2 \cdot 5! = 2520$ cách.

Vậy số cách tặng thỏa yêu cầu bài toán: $S - S_1 - S_2 - S_3 = 24480$ cách tặng.

2. Có C_{12}^4 cách phân công 4 nam về tỉnh thứ nhất

Với mỗi cách phân công trên thì có C_8^4 cách phân công 4 nam về tỉnh thứ hai và có C_4^4 cách phân công 4 nam còn lại về tỉnh thứ ba.

Khi phân công nam xong thì có $3!$ cách phân công ba nữ về ba tỉnh đó.

Vậy có tất cả $C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4 \cdot 3! = 4989600$ cách phân công.

3. TH 1: 4 học sinh được chọn thuộc một lớp:

- A: có $C_5^4 = 5$ cách chọn

- B: có $C_4^4 = 1$ cách chọn

Trường hợp này có: 6 cách chọn.

TH 2: 4 học sinh được chọn thuộc hai lớp:

- A và B: có $C_9^4 - (C_5^4 + C_4^4) = 120$

- B và C: có $C_9^4 - C_4^4 = 125$

- C và A: có $C_9^4 - C_5^4 = 121$

Trường hợp này có 366 cách chọn.

Vậy có 372 cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

4. Vì trong 5 người được chọn phải có ít nhất 1 nữ và ít nhất phải có 2 nam nên số học sinh nữ gồm 1 hoặc 2 hoặc 3 nên ta có các trường hợp sau:

- chọn 1 nữ và 4 nam.

- + Số cách chọn 1 nữ: 5 cách

- + Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2

- + Số cách chọn 2 nam còn lại: C_{13}^2

Suy ra có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2$ cách chọn cho trường hợp này.

- chọn 2 nữ và 3 nam.

- + Số cách chọn 2 nữ: C_5^2 cách.

- + Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

+) Số cách chọn 1 còn lại: 13 cách.

Suy ra có $13A_{15}^2.C_5^2$ cách chọn cho trường hợp này.

- Chọn 3 nữ và 2 nam.

+) Số cách chọn 3 nữ : C_5^3 cách.

+) Số cách chọn 2 làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

Suy ra có $A_{15}^2.C_5^3$ cách chọn cho trường hợp 3.

Vậy có $5A_{15}^2.C_{13}^2 + 13A_{15}^2.C_5^2 + A_{15}^2.C_5^3 = 111300$ cách.

Bài 5 Trong mặt phẳng cho 2010 điểm phân biệt sao cho ba điểm bất kì không thẳng hàng. Hỏi:

1. Có bao nhiêu véc tơ khác véc tơ – không có điểm đầu và điểm cuối thuộc 2010 điểm đã cho.

A.4039137

B.4038090

C.4167114

D.167541284

2. Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó thuộc vào 2010 điểm đã cho.

A.141427544

B.1284761260

C.1351414120

D.453358292

Lời giải:

1. Mỗi véc tơ thỏa yêu cầu bài toán ứng với một chỉnh hợp chập 2 của 2010, nên số véc tơ cần tìm là: A_{2010}^2 .

2. Mỗi tam giác thỏa yêu cầu bài toán ứng với một tổ hợp chập 3 của 2010, nên số tam giác cần tìm là: C_{2010}^3 .

Bài 6

1. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết có 2800 tam giác có đỉnh là các điểm nói trên. Tìm n ?

A.20

B.21

C.30

D.32

2. Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{2n}$ nội tiếp trong đường tròn tâm O. Biết rằng số tam giác có đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$ gấp 20 lần so với số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$. Tìm n ?

A.3

B.6

C.8

D.12

Lời giải:

1. Tam giác cần lập thuộc hai loại

Loại 1: Tam giác có một đỉnh thuộc d_1 và hai đỉnh thuộc d_2 . Loại này có $C_{10}^1.C_n^2$ tam giác.

Loại 2: Tam giác có một đỉnh thuộc d_2 và hai đỉnh thuộc d_1 . Loại này có $C_{10}^2 \cdot C_n^1$ tam giác.

Theo bài ra ta có: $C_{10}^1 \cdot C_n^2 + C_{10}^2 \cdot C_n^1 = 2800$

$$\Leftrightarrow 10 \frac{n(n-1)}{2} + 45n = 2800 \Leftrightarrow n^2 + 8n - 560 = 0 \Leftrightarrow n = 20.$$

2. Số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \dots, A_{2n}$ là: C_{2n}^3 .

Ta thấy ứng với hai đường chéo đi qua tâm O của đa giác $A_1 A_2 \dots A_{2n}$ cho tương ứng một hình chữ nhật có 4 đỉnh là 4 điểm trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \dots, A_{2n}$ và ngược lại mỗi hình chữ nhật như vậy sẽ cho tương ứng hai đường chéo đi qua tâm O của đa giác. Mà số đường chéo đi qua tâm của đa giác là n nên số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm bằng C_n^2 .

$$\text{Theo giả thiết: } C_{2n}^3 = 20C_n^2 \Leftrightarrow \frac{2n(2n-1)(2n-2)}{3!} = 20 \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n = 8.$$

Bài 7 Có m nam và n nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra k người trong đó có ít nhất a nam và ít nhất b nữ ($k \leq m, n; a+b < k; a, b \geq 1$)

A. Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - 2(S_1 + S_2)$.

B. Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là: $2C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

C. Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là: $3C_{m+n}^k - 2(S_1 + S_2)$.

D. Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

Lời giải:

Số cách chọn k người trong $m+n$ người là C_{m+n}^k

$$*\text{Số cách chọn có ít hơn } a \text{ nam là: } S_1 = \sum_{i=0}^{a-1} C_m^{a-i-1} \cdot C_n^{k-a+i+1}$$

$$*\text{Số cách chọn có ít hơn } b \text{ nữ là: } S_2 = \sum_{i=0}^{b-1} C_n^{b-i-1} \cdot C_m^{k-b+i+1}$$

Số cách chọn thỏa mãn điều kiện bài toán là: $C_{m+n}^k - (S_1 + S_2)$.

Bài 8. Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì, không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau là bao nhiêu?

$$\text{A. } 2C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$$

$$\text{B. } C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}} - 2[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$$

$$C. \frac{3C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2}{2} - 2[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$$

$$D. \frac{C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2}{2} - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$$

Lời giải:

Gọi n điểm đã cho là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Xét một điểm cố định, khi đó có C_{n-1}^2 đường thẳng nên sẽ có C_{n-1}^2 đường thẳng vuông góc đi qua điểm cố định đó.

Do đó có $nC_{n-1}^2 = \frac{n(n-1)(n-2)}{2}$ đường thẳng vuông góc nên có

$\frac{C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2}{2}$ giao điểm (tính cả những giao điểm trùng nhau).

Ta chia các điểm trùng nhau thành 3 loại

* Qua một điểm có $C_{n-1}^2 = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$ nên ta phải trừ đi $n(C_{n-1}^2 - 1)$ điểm

* Qua A_1, A_2, A_3 có 3 đường thẳng cùng vuông góc với A_4A_5 và 3 đường thẳng này song song với nhau, nên ta mất 3 giao điểm, do đó trong TH này ta phải loại đi $3C_n^3$

* Trong mỗi tam giác thì ba đường cao chỉ có một giao điểm, nên ta mất 2 điểm cho mỗi tam giác, do đó trường hợp này ta phải trừ đi $2C_n^3$

Vậy số giao điểm nhiều nhất có được là:

$$\frac{C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2}{2} - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3].$$

Bài 9 Một ban thanh tra có n người, họ bảo quản tài liệu mật trong tủ sắt. Hỏi phải có ít nhất bao nhiêu ổ khoá, mỗi ổ cần có bao nhiêu chìa và phải chia số chìa khoá này như thế nào để tủ sắt chỉ có thể mở được khi có ít nhất m người trong họ có mặt ($m < n$).

Lời giải:

• Vì chỉ có mặt ít nhất m người mới mở được khoá, nên với nhóm $m-1$ người bất kì luôn có ít nhất một ổ khoá tương ứng mà họ không mở được và hai nhóm $m-1$ người khác nhau thì ổ khoá tương ứng không mở được khác nhau, vì nếu ngược lại thì ta nhóm hai nhóm này lại ta được một nhóm có ít nhất m người nhưng họ không mở được khoá, do vậy số ổ khoá ít nhất là C_n^m ổ khoá

• Một nhóm $m-1$ người thì có ít nhất một ổ mà họ không có chìa và $n-m+1$ người còn lại mỗi người đều phải có chìa khoá của ổ này nên có $(n-m+1)C_n^m$ chìa khoá.

• Bây giờ ta chia chìa khoá như sau: Với bộ $m-1$ người ta cho ứng với một ổ khoá và $n-m$ chìa của ổ này ta chia cho $n-m+1$ người còn lại, khi đó với bộ $m-1$ người bất kì sẽ không mở được vì có một ổ họ không có chìa, ta gọi ổ này là K và với m người luôn mở được khoá vì chìa của ổ K do người mới thêm vào giữ.

Bài 10. Một đội văn nghệ có 15 người gồm 10 nam và 5 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một nhóm đồng ca gồm 8 người biết rằng nhóm đó có ít nhất 3 nữ.

A.3690

B.3120

C.3400

D.3143

Lời giải:

Mỗi cách chọn có ít nhất 3 nữ có 3 khả năng xảy ra

KN1: 3 Nữ + 5 Nam có $C_5^3 C_{10}^5$ cách chọn

KN2: 4 Nữ + 4 Nam có $C_5^4 C_{10}^4$ cách chọn

KN3: 5 Nữ + 3 Nam có $C_5^5 C_{10}^3$ cách chọn

Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu là $C_5^3 C_{10}^5 + C_5^4 C_{10}^4 + C_5^5 C_{10}^3 = 3690$.

Bài 11. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về 3 tỉnh miền núi sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ.

A.2037131

B.3912363

C.207900

D.213930

Lời giải:

Có $C_{12}^4 \cdot C_3^1$ cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất.

Với mỗi cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất thì có

$C_8^4 \cdot C_2^1$ cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ hai.

Với mỗi cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất và tỉnh thứ hai thì có

$C_4^4 \cdot C_1^1$ cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ ba. Vậy số cách phân công

thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $C_{12}^4 C_3^1 \cdot C_8^4 C_2^1 \cdot C_4^4 C_1^1 = 207900$.

Bài 12. Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

A.392

B.1023

C.3014

D.391

Lời giải:

Ta chọn các quả cầu theo trình tự sau

Chọn quả xanh: 7 cách chọn

Chọn quả cầu vàng: có 7 cách chọn

Chọn quả cầu đỏ: có 8 cách chọn

Vậy có tất cả $7 \cdot 7 \cdot 8 = 392$ cách chọn.

Bài 13. Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, mỗi bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu.

A.560

B.310

C.3014

D.319

Lời giải:

Số cách lấy 3 bông hồng bất kì: $C_{25}^3 = 2300$

Số cách lấy 3 bông hồng chỉ có một màu: $C_7^3 + C_8^3 + C_{10}^3 = 211$

Số cách lấy 3 bông hồng có đúng hai màu: $C_{15}^3 + C_{17}^3 + C_{18}^3 - 2(C_7^3 + C_8^3 + C_{10}^3) = 1529$.

Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán là: $2300 - 211 - 1529 = 560$.

Bài 14. Có 7 nhà toán học nam, 4 nhà toán học nữ và 5 nhà vật lý nam. Có bao nhiêu cách lập đoàn công tác gồm 3 người có cả nam và nữ đồng thời có cả toán học và vật lý.

A.210

B.314

C.420

D.213

Lời giải:

Ta có các khả năng sau

- Đoàn công tác gồm: 1 nhà toán học nữ, 1 nhà vật lý và 1 nhà toán học nam

Số cách chọn: $C_7^1 \cdot C_4^1 \cdot C_5^1 = 140$ cách

- Đoàn công tác gồm: 1 nhà toán học nữ, 2 nhà vật lý

Số cách chọn: $C_4^1 \cdot C_5^2 = 40$ cách

- Đoàn công tác gồm: 2 nhà toán học nữ, 1 nhà vật lý

Số cách chọn: $C_4^2 \cdot C_5^1 = 30$ cách

Vậy số cách lập là: 210 cách.

Bài 15. Có 15 học sinh lớp A, trong đó có Khánh và 10 học sinh lớp B, trong đó có Oanh. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đội tình nguyện gồm 7 học sinh trong đó có 4 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và trong đó chỉ có một trong hai em Hùng và Oanh.

A. $C_{14}^3 \cdot C_9^3$ B. $C_{14}^4 \cdot C_9^2$ C. $C_{14}^3 \cdot C_9^3 + C_{14}^4 \cdot C_9^2$ D. $C_9^3 + C_{14}^4$

Lời giải:

Ta có các khả năng sau

- Đội tình nguyện chỉ có Khánh mà không có Oanh

Số cách chọn chính bằng số cách chọn 3 học sinh từ 14 học sinh lớp A (vì đã chọn Khánh) và 3 học sinh từ 9 (vì đã loại Oanh) học sinh lớp B nên số cách chọn bằng: $C_{14}^3 \cdot C_9^3$

- Đội tình nguyện chỉ có Oanh mà không có Khánh

Số cách chọn bằng: $C_{14}^4 \cdot C_9^2$

Vậy số cách chọn là: $C_{14}^3 \cdot C_9^3 + C_{14}^4 \cdot C_9^2$

Bài 16.

1. Có bao nhiêu cách xếp n người ngồi vào một bàn tròn.

- A. $n!$ B. $(n-1)!$ C. $2(n-1)!$ D. $(n-2)!$

2. Một hội nghị bàn tròn có các phái đoàn 3 người Anh, 5 người Pháp và 7 người Mỹ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho các thành viên sao cho những người có cùng quốc tịch thì ngồi gần nhau.

- A. 72757600 B. 7293732 C. 3174012 D. 1418746

Lời giải:

1) Nếu xếp một người ngồi vào một vị trí nào đó thì ta có 1 cách xếp và $n-1$ người còn lại được xếp vào $n-1$ vị trí còn lại nên có $(n-1)!$ cách xếp.

Vậy có tất cả $(n-1)!$ cách xếp.

2) Có $2!$ cách xếp 3 phái đoàn vào bàn tròn. Với mỗi cách xếp thì có:

- 3! cách xếp các thành viên phái đoàn Anh
- 5! cách xếp các thành viên phái đoàn Pháp
- 7! cách xếp các thành viên phái đoàn Mỹ

Vậy có tất cả: $2!3!5!7! = 7257600$ cách xếp.

Bài 17. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $C_{2n}^n = (2n)^k$, trong đó k là một ước nguyên tố của C_{2n}^n .

- A. $n=1$ B. $n=2$ C. $n=3$ D. $n=4$

Lời giải:

Giả sử p là một ước nguyên tố của C_{2n}^n và m là số mũ của p trong phân tích tiêu chuẩn C_{2n}^n .

Ta chứng minh: $p^m \leq 2n$

$$\text{Giả sử } p^m > 2n \Rightarrow \left[\frac{2n}{p^m} \right] = 0$$

$$\text{Và } m = \left(\left[\frac{2n}{p} \right] - 2 \left[\frac{n}{p} \right] \right) + \left(\left[\frac{2n}{p^2} \right] - 2 \left[\frac{n}{p^2} \right] \right) + \dots + \left(\left[\frac{2n}{p^{m-1}} \right] - 2 \left[\frac{n}{p^{m-1}} \right] \right)$$

$$\text{Mặt khác: } 2[x] + 2 > 2x \geq [2x] \Rightarrow [2x] - 2[x] \leq 1$$

$$\text{Do đó: } m \leq \underbrace{1+1+\dots+1}_{m-1 \text{ số}} = m-1 \text{ vô lí}$$

$$\text{Từ đó suy ra } C_{2n}^n = (2n)^k \Leftrightarrow \begin{cases} k=1 \\ C_{2n}^n = 2n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=1 \\ n=1 \end{cases}$$

Bài 18. Cho S là tập các số nguyên trong đoạn $[1; 2002]$ và T là tập hợp các tập con khác rỗng của S . Với mỗi $X \in T$, kí hiệu $m(X)$ là trung bình cộng các phần tử của X . Tính $m = \frac{\sum_{X \in T} m(X)}{|T|}$.

A. $m = \frac{3003}{2}$

B. $m = \frac{2003}{21}$

C. $m = \frac{4003}{2}$

D. $m = \frac{2003}{2}$

Lời giải:

Với mỗi $k \in \{1, 2, \dots, 2002\}$ ta đặt $m_k = \sum m(X)$ ở đây lấy tổng theo $X \in T$ mà $|X| = k$.

Xét phần tử a bất kì ta có a thuộc vào C_{2001}^{k-1} tập con $X \in T$ mà $|X| = k$

Do đó: $km_k = (1 + 2 + \dots + 2002)C_{2001}^{k-1} = 2001 \cdot 2001 \cdot C_{2001}^{k-1}$

Suy ra $\sum_{X \in T} m(X) = \sum_{k=1}^{2002} m_k = 1001 \cdot 2003 \cdot \sum_{k=1}^{2002} \frac{C_{2001}^{k-1}}{k} = \frac{2003(2^{2002} - 1)}{2}$

Mặt khác $|T| = 2^{2002} - 1$, do đó: $m = \frac{2003}{2}$.

Bài toán 03: Một số bài toán liên quan tổ hợp

Các ví dụ

Ví dụ 1. Cho $n \in \mathbb{N}^*$ và $(1+x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$. Biết rằng tồn tại số nguyên k

$(1 \leq k \leq n-1)$ sao cho $\frac{a_{k-1}}{2} = \frac{a_k}{9} = \frac{a_{k+1}}{24}$. Tính $n = ?$.

A.10

B.11

C.20

D.22

Lời giải:

Ta có: $a_k = C_n^k$, suy ra hệ $\begin{cases} \frac{1}{2} \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} = \frac{1}{9} \frac{n!}{(n-k)!k!} \\ \frac{1}{9} \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{1}{24} \frac{n!}{(n-k-1)!(k+1)!} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 9k = 2(n-k+1) \\ 24(k+1) = 9(n-k) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2n-11k = -2 \\ 9n-33k = 24 \end{cases} \Leftrightarrow n=10, k=2.$

Ví dụ 2. Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số lớn nhất trong

các số $a_0, a_1, \dots, a_n$, biết các hệ số $a_0, a_1, \dots, a_n$ thỏa mãn hệ thức: $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$.

A.126720

B.213013

C.130272

D.130127

Lời giải:

Đặt $f(x) = (1+2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$

$$\Rightarrow a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^n \Rightarrow 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$$

Với mọi $k \in \{0, 1, 2, \dots, 11\}$ ta có: $a_k = 2^k C_{12}^k$, $a_{k+1} = 2^{k+1} C_{12}^{k+1}$

$$\Leftrightarrow \frac{a_k}{a_{k+1}} < 1 \Leftrightarrow \frac{2^k C_{12}^k}{2^{k+1} C_{12}^{k+1}} < 1 \Leftrightarrow \frac{k+1}{2(12-k)} < 1 \Leftrightarrow k < \frac{23}{3}$$

Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \leq 7$. Do đó $a_0 < a_1 < \dots < a_7$

Tương tự: $\frac{a_k}{a_{k+1}} > 1 \Leftrightarrow k > 7 \Rightarrow a_8 > a_9 > \dots > a_{12}$

Số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, \dots, a_{12}$ là $a_8 = 2^8 C_{12}^8 = 126720$.

Ví dụ 3. Cho một tập hợp A gồm n phần tử ($n \geq 4$). Biết số tập con gồm 4 phần tử của A gấp 20 lần số tập con gồm hai phần tử của A

1. Tìm n

A.20

B.37

C.18

D.21

2. Tìm $k \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của tập A là lớn nhất.

A.12

B.9

C.21

D.19

Lời giải:

1. Số tập con gồm 4 phần tử của tập A: C_n^4

Số tập con gồm 2 phần tử của tập A: C_n^2

Theo bài ra ta có: $C_n^4 = 20C_n^2 \Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} = 20 \frac{n!}{2!(n-2)!}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4!} = \frac{10}{(n-2)(n-3)} \Leftrightarrow n^2 - 5n - 234 = 0 \Leftrightarrow n = 18$$

Vậy tập A có 18 phần tử.

2. Giả sử C_{18}^k là số tập con lớn nhất của A. Khi đó

$$\begin{cases} C_{18}^k \geq C_{18}^{k-1} \\ C_{18}^k \geq C_{18}^{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{18!}{k!(18-k)!} \geq \frac{18!}{(k-1)!(19-k)!} \\ \frac{18!}{k!(18-k)!} \geq \frac{18!}{(k+1)!(17-k)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{k} \geq \frac{1}{19-k} \\ \frac{1}{18-k} \geq \frac{1}{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \leq \frac{19}{2} \\ k \geq \frac{17}{2} \end{cases} \Rightarrow k = 9$$

Vậy số tập con gồm 9 phần tử của A là số tập con lớn nhất.

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Trong khai triển của $(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x)^{10}$ thành đa thức

$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_9x^9 + a_{10}x^{10}$, hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0 \leq k \leq 10$).

A. $a_{10} = 3003 \frac{2^{10}}{3^{15}}$ B. $a_5 = 3003 \frac{2^{10}}{3^{15}}$ C. $a_4 = 3003 \frac{2^{10}}{3^{15}}$ D. $a_9 = 3003 \frac{2^{10}}{3^{15}}$

Lời giải:

Ta có: $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \left(\frac{1}{3}\right)^{15-k} \left(\frac{2}{3}x\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \frac{2^k}{3^{15}} x^k$

Hệ số của x^k trong khai triển $a_k = \frac{1}{3^{15}} C_{15}^k 2^k$

Ta có: $a_{k-1} < a_k \Leftrightarrow C_{15}^{k-1} 2^{k-1} < C_{15}^k 2^k \Leftrightarrow C_{15}^{k-1} < 2C_{15}^k$

$\Leftrightarrow k < \frac{32}{3} \Rightarrow k \leq 10$. Từ đó: $a_0 < a_1 < \dots < a_{10}$

Đảo dấu bất đẳng thức trên, ta được:

$a_{k-1} < a_k \Leftrightarrow k > \frac{32}{3} \Rightarrow a_{10} > a_{11} > \dots > a_{15}$

Vậy hệ số lớn nhất phải tìm là: $a_{10} = \frac{2^{10}}{3^{15}} C_{15}^{10} = 3003 \frac{2^{10}}{3^{15}}$.

Bài 2 Giả sử $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, biết rằng $a_0 + a_1 + \dots + a_n = 729$. Tìm n và số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, \dots, a_n$.

A. $n=6, \max\{a_k\} = a_4 = 240$

B. $n=6, \max\{a_k\} = a_6 = 240$

C. $n=4, \max\{a_k\} = a_4 = 240$

D. $n=4, \max\{a_k\} = a_6 = 240$

Lời giải:

Ta có: $a_0 + a_1 + \dots + a_n = (1+2.1)^n = 3^n = 729 \Rightarrow n = 6$

$a_k = C_6^k 2^k$ suy ra $\max\{a_k\} = a_4 = 240$.

Bài toán 04: Chứng minh các đẳng thức tổ hợp

Phương pháp: Dựa vào các công thức hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp

$$* P_n = n!$$

$$* A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}, 1 \leq k \leq n$$

$$* C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, 0 \leq k \leq n$$

$$* n! = n(n-1)(n-2)\dots(n-k-1)(n-k)!$$

Các ví dụ

Ví dụ 1 Chứng minh rằng các đẳng thức sau:

$$1. C_n^k + 3C_n^{k+1} + 3C_n^{k+2} + C_n^{k+3} = C_{n+3}^{k+3} \text{ với } n \in \mathbb{N}^*, 0 \leq k \leq n-3$$

$$2. A_{n+k}^{n+2} + A_{n+k}^{n+1} = k^2 A_{n+k}^n \text{ với } n, k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} 1. \text{ Ta có: } C_n^k + C_n^{k-1} &= \frac{n!}{(n-k)!k!} + \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} \\ &= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{n-k+1} \right) \\ &= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \frac{n+1}{k(n-k+1)} \\ &= \frac{(n+1)!}{k!(n+1-k)!} = C_{n+1}^k. \end{aligned}$$

Áp dụng kết quả trên ta có:

$$\begin{aligned} VT &= (C_n^k + C_n^{k+1}) + 2(C_n^{k+1} + C_n^{k+2}) + (C_n^{k+2} + C_n^{k+3}) \\ &= C_{n+1}^{k+1} + 2C_{n+1}^{k+2} + C_{n+1}^{k+3} = (C_{n+1}^{k+1} + C_{n+1}^{k+2}) + (C_{n+1}^{k+2} + C_{n+1}^{k+3}) \\ &= C_{n+2}^{k+2} + C_{n+2}^{k+3} = C_{n+3}^{k+3} = VP. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Ta có: } A_{n+k}^{n+2} + A_{n+k}^{n+1} &= \frac{(n+k)!}{(k-2)!} + \frac{(n+k)!}{(k-1)!} = \frac{(n+k)!}{(k-2)!} \left(1 + \frac{1}{k-1} \right) \\ &= \frac{(n+k)!}{(k-2)!} \frac{k}{k-1} = k^2 \frac{(n+k)!}{k!} = k^2 A_{n+k}^n \end{aligned}$$

Ví dụ 2 Chứng minh rằng các đẳng thức sau:

$$1. C_n^k + 4C_n^{k-1} + 6C_n^{k-2} + 4C_n^{k-3} + C_n^{k-4} = C_{n+4}^k \text{ với } 4 \leq k \leq n$$

$$2. P_k \cdot A_{n+1}^2 \cdot A_{n+3}^2 \cdot A_{n+5}^2 = nk! A_{n+5}^5$$

$$3. C_n^0 C_n^k + C_n^1 C_n^{k-1} + \dots + C_n^k C_n^0 = 2^k C_n^k$$

Lời giải:

$$1. \text{ Ta có: } VT = (C_n^k + C_n^{k-1}) + 3(C_n^{k-1} + C_n^{k-2}) + 3(C_n^{k-2} + C_n^{k-3}) + (C_n^{k-3} + C_n^{k-4}) \\ = C_{n+1}^k + 3C_{n+1}^{k-1} + 3C_{n+1}^{k-2} + C_{n+1}^{k-3} = C_{n+4}^k.$$

$$2. \text{ Ta có: } VT = k! \frac{(n+1)!}{(n-1)!} \cdot \frac{(n+3)!}{(n+1)!} \cdot \frac{(n+5)!}{(n+3)!} = k! \frac{(n+5)!}{(n-1)!} = nk! A_{n+5}^5.$$

$$3. \text{ Ta có: } C_n^m C_{n-m}^{k-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} \cdot \frac{(n-m)!}{(k-m)!(n-k)!} = \frac{n!}{m!(k-m)!(n-k)!} \\ = \frac{k!}{m!(k-m)!} \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = C_k^m \cdot C_n^k$$

$$\text{Suy ra: } \sum_{m=0}^k C_n^m C_{n-m}^{k-m} = \sum_{m=0}^k C_k^m C_n^k = C_n^k \sum_{m=0}^k C_k^m = 2^k C_n^k.$$

Ví dụ 3 Chứng minh rằng các đẳng thức sau:

$$1. A_n^k - A_{n-1}^k = k \cdot A_{n-1}^{k-1} \text{ với } n, k \in \mathbb{N}^*, n \geq 2, k \leq n-1$$

$$2. \frac{n+1}{n+2} \left(\frac{1}{C_{n+1}^k} + \frac{1}{C_{n+1}^{k+1}} \right) = \frac{1}{C_n^k} \text{ với } n, k \in \mathbb{N}^*, k \leq n.$$

Lời giải:

$$1. \text{ Ta có: } A_n^k - A_{n-1}^k = \frac{n!}{(n-k)!} - \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!} \\ = \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!} \left(\frac{n}{n-k} - 1 \right) = k \frac{(n-1)!}{(n-k)!} = k A_{n-1}^{k-1}$$

$$2. \text{ Ta có: } \frac{n+1}{n+2} \left(\frac{1}{C_{n+1}^k} + \frac{1}{C_{n+1}^{k+1}} \right) = \frac{n+1}{n+2} \cdot \frac{k!(n+1-k)! + (k+1)!(n-k)!}{(n+1)!} \\ = \frac{1}{n+2} \cdot \frac{k!(n-k)!}{n!} [(n+1-k) + (k+1)] \\ = \frac{k!(n-k)!}{n!} = \frac{1}{C_n^k}.$$

Ví dụ 4 Chứng minh rằng các đẳng thức sau:

$$1. C_n^1 \dots C_n^{n-1} \leq \left(\frac{2^n - 1}{n} \right)^n \text{ với } n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$$

$$2. C_{2n+k}^n \cdot C_{2n-k}^n \leq (C_{2n}^n)^2 \text{ với } \forall n, k \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 \leq k \leq n.$$

Lời giải:

1. Áp dụng BĐT Cauchy cho n số ta có:

$$C_n^0 C_n^1 \dots C_n^{n-1} \leq \left(\frac{C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n - C_n^n}{n} \right)^n = \left(\frac{2^n - 1}{n} \right)^n$$

$$2. \text{ Ta đặt } a_k = C_{2n+k}^n \cdot C_{2n-k}^n \Rightarrow \begin{cases} a_k = \frac{(2n+k)!}{n!(n+k)!} \cdot \frac{(2n-k)!}{n!(n-k)!} \\ a_{k+1} = \frac{(2n+k+1)!}{n!(n+k+1)!} \cdot \frac{(2n-k-1)!}{n!(n-k-1)!} \end{cases}$$

Để chứng minh BĐT trên ta chứng minh $a_k > a_{k+1}, \forall k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq n$

$$\text{Ta có: } a_k > a_{k+1} \Leftrightarrow \frac{(2n+k)!}{n!(n+k)!} \cdot \frac{(2n-k)!}{n!(n-k)!} > \frac{(2n+k+1)!}{n!(n+k+1)!} \cdot \frac{(2n-k-1)!}{n!(n-k-1)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2n-k}{n-k} > \frac{2n+k+1}{n+k+1} \Leftrightarrow 1 + \frac{n}{n-k} > 1 + \frac{n}{n+k+1} \text{ (đúng).}$$

$$\Rightarrow a_0 > a_1 > \dots > a_k > a_{k+1} \Rightarrow a_0 > a_k \Rightarrow C_{2n+k}^n \cdot C_{2n-k}^n \leq (C_{2n}^n)^2.$$

Ví dụ 5 Tính tổng $S = C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n$, biết số tự nhiên n thỏa mãn:

$$\frac{1}{2}C_n^0 - \frac{1}{4}C_n^1 + \frac{1}{6}C_n^3 - \frac{1}{8}C_n^4 + \dots + \frac{(-1)^n}{2(n+1)}C_n^n = \frac{1}{4024}.$$

Lời giải:

$$\text{Đặt } S_1 = \frac{1}{2}C_n^0 - \frac{1}{4}C_n^1 + \frac{1}{6}C_n^3 - \frac{1}{8}C_n^4 + \dots + \frac{(-1)^n}{2(n+1)}C_n^n$$

$$\text{Ta có: } S_1 = \frac{1}{2} \left(C_n^0 - \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 - \dots + \frac{(-1)^n}{n+1}C_n^n \right)$$

$$\text{Do } \frac{(-1)^k}{k+1}C_n^k = \frac{(-1)^k}{n+1}C_{n+1}^{k+1} \text{ nên ta suy ra:}$$

$$S_1 = \frac{1}{2(n+1)} \sum_{k=0}^n (-1)^k C_{n+1}^{k+1} = \frac{-1}{2(n+1)} \left(\sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k C_{n+1}^k - C_{n+1}^0 \right) = \frac{1}{2(n+1)}$$

$$\text{Do đó giả thiết bài toán } \Leftrightarrow \frac{1}{2(n+1)} = \frac{1}{4024} \Leftrightarrow n = 2011$$

$$\text{Ta có: } C_{2n+1}^k = C_{2n+1}^{2n+1-k} \quad \forall k = 0, 1, 2, \dots, 2n+1$$

$$\Rightarrow C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n = C_{2n+1}^{n+1} + C_{2n+1}^{n+2} + \dots + C_{2n+1}^{2n+1}$$

$$\text{Mặt khác: } C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 2^{2n+1}$$

$$\Rightarrow 2(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n) = 2^{2n+1}$$

$$\Rightarrow S = C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{2n} - C_{2n+1}^0 = 2^{2n} - 1 = 2^{4022} - 1.$$

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Chứng minh rằng các đẳng thức sau:

$$1. C_n^k = C_n^{n-k} \qquad 2. C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$$

$$3. C_n^k + 3C_n^{k+1} + 3C_n^{k+2} + C_n^{k+3} = C_{n+3}^{k+3}$$

Bài 2 Chứng minh các đẳng thức sau

$$1. A_{n+k}^{n+2} + A_{n+k}^{n+1} = k^2 A_{n+k}^n \text{ với } n, k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2$$

$$2. A_n^k - A_{n-1}^k = k \cdot A_{n-1}^{k-1} \text{ với } n, k \in \mathbb{N}^*, n \geq 2, k \leq n-1$$

$$3. \frac{n+1}{n+2} \left(\frac{1}{C_{n+1}^k} + \frac{1}{C_{n+1}^{k+1}} \right) = \frac{1}{C_n^k} \text{ với } n, k \in \mathbb{N}^*, k \leq n.$$

Bài 3 Chứng minh các đẳng thức sau

$$1. nC_{n+k}^k = (k+1)C_{n+k}^{k+1} \text{ với } k, n \in \mathbb{N}^*$$

$$2. C_n^m C_m^k = C_n^k C_{n-k}^{m-k} \text{ với } m, n, k \in \mathbb{N}^*, k \leq m \leq n$$

$$3. C_{2n}^n + C_{2n}^{n-1} = \frac{1}{2} C_{2n+2}^{n+1} \text{ với } n \in \mathbb{N}$$

$$4. C_{n+1}^2 - C_n^2 = n \text{ với } n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

$$5. \frac{1}{A_2^2} + \frac{1}{A_3^2} + \dots + \frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{n} = 1 \text{ với } n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

Bài 4 Chứng minh các đẳng thức sau

$$1. C_n^k + 3C_n^{k-1} + 3C_n^{k-2} + C_n^{k-3} = C_{n+3}^k, \quad 3 \leq k \leq n$$

$$2. 2C_n^k + 5C_n^{k+1} + 4C_n^{k+2} + C_n^{k+3} = C_{n+2}^{k+2} + C_{n+3}^{k+3}$$

$$3. C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-2}^{k-1} + \dots + C_k^{k-1} + C_{k-1}^{k-1}, \quad 1 \leq k \leq n$$

$$4. C_n^1 + 2 \frac{C_n^2}{C_n^1} + 3 \frac{C_n^3}{C_n^2} + \dots + n \frac{C_n^n}{C_n^{n-1}} = C_{n+1}^2$$

$$5. P_n = 1 + P_1 + 2P_2 + 3P_3 + \dots + (n-1)P_{n-1}.$$

Vấn đề 3. Nhị thức Newton

Phương pháp

1. Nhị thức Newton

Định lí: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$

$$= C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$$

2. Nhận xét

Trong khai triển Newton $(a+b)^n$ có các tính chất sau

- * Gồm có $n+1$ số hạng
- * Số mũ của a giảm từ n đến 0 và số mũ của b tăng từ 0 đến n
- * Tổng các số mũ của a và b trong mỗi số hạng bằng n
- * Các hệ số có tính đối xứng: $C_n^k = C_n^{n-k}$
- * Số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$

VD: Số hạng thứ nhất $T_1 = T_{0+1} = C_n^0 a^n$, số hạng thứ k $T_{(k-1)+1} = C_n^{k-1} a^{n-k+1} b^{k-1}$

3. Một số hệ quả

Hệ quả: Ta có: $(1+x)^n = C_n^0 + x C_n^1 + x^2 C_n^2 + \dots + x^n C_n^n$

Từ khai triển này ta có các kết quả sau

- * $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$
- * $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 0$

3. Các dạng toán thường gặp

Bài toán 1: Xác định hệ số của số hạng chứa x^m trong khai triển

$(ax^p + bx^q)^n$ với $x > 0$ (p, q là các hằng số khác nhau).

Phương pháp giải: Ta có:

$$(ax^p + bx^q)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (ax^p)^{n-k} (bx^q)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k x^{np-pk+qk}$$

Số hạng chứa x^m ứng với giá trị k thỏa: $np - pk + qk = m$.

Từ đó tìm $k = \frac{m - np}{p - q}$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^m là: $C_n^k a^{n-k} b^k$ với giá trị k đã tìm được ở trên.

Nếu k không nguyên hoặc $k > n$ thì trong khai triển không chứa x^m , hệ số phải tìm bằng 0 .

Chú ý: Xác định hệ số của số hạng chứa x^m trong khai triển

$P(x) = (a + bx^p + cx^q)^n$ được viết dưới dạng $a_0 + a_1 x + \dots + a_{2n} x^{2n}$.

Ta làm như sau:

* Viết $P(x) = (a + bx^p + cx^q)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} (bx^p + cx^q)^k$;

* Viết số hạng tổng quát khi khai triển các số hạng dạng $(bx^p + cx^q)^k$ thành một đa thức theo lũy thừa của x .

* Từ số hạng tổng quát của hai khai triển trên ta tính được hệ số của x^m .

Chú ý: Để xác định hệ số lớn nhất trong khai triển nhị thức Newton

Ta làm như sau:

* Tính hệ số a_k theo k và n ;

* Giải bất phương trình $a_{k-1} \leq a_k$ với ẩn số k ;

* Hệ số lớn nhất phải tìm ứng với số tự nhiên k lớn nhất thoả mãn bất phương trình trên.

Các ví dụ

Ví dụ 1.

Tìm hệ số của x^5 trong khai triển đa thức của: $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$

A.3320

B.2130

C.3210

D.1313

Lời giải:

Đặt $f(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f(x) &= x \sum_{k=0}^5 C_5^k (-2)^k \cdot x^k + x^2 \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i (3x)^i \\ &= \sum_{k=0}^5 C_5^k (-2)^k \cdot x^{k+1} + \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i 3^i \cdot x^{i+2} \end{aligned}$$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển đa thức của $f(x)$ ứng với $k=4$ và $i=3$ là:

$$C_5^4 (-2)^4 + C_{10}^3 \cdot 3^3 = 3320.$$

Ví dụ 2. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển đa thức $f(x) = [1 + x^2(1-x)]^8$

A.213

B.230

C.238

D.214

Lời giải:

Cách 1

$$\begin{aligned} [1 + x^2(1-x)]^8 &= C_8^0 + C_8^1 x^2(1-x) + C_8^2 x^4(1-x)^2 + C_8^3 x^6(1-x)^3 \\ &\quad + C_8^4 x^8(1-x)^4 + C_8^5 x^{10}(1-x)^5 \dots + C_8^8 x^{16}(1-x)^8 \end{aligned}$$

Trong khai triển trên ta thấy bậc của x trong 3 số hạng đầu nhỏ hơn 8, bậc của x trong 4 số hạng cuối lớn hơn 8. Do đó x^8 chỉ có trong số hạng thứ tư, thứ năm với hệ số tương ứng là: $C_8^3.C_3^2, C_8^4.C_4^0$.

Vậy hệ số của x^8 trong khai triển đa thức $[1+x^2(1-x)]^8$ là:

$$a_8 = C_8^3.C_3^2 + C_8^4.C_4^0 = 238.$$

Cách 2: Ta có:

$$[1+x^2(1-x)]^8 = \sum_{n=0}^8 C_8^n x^{2n} (1-x)^n = \sum_{n=0}^8 C_8^n \sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k x^{2n+k}$$

với $0 \leq k \leq n \leq 8$.

Số hạng chứa x^8 ứng với $2n+k=8 \Rightarrow k=8-2n$ là một số chẵn.

Thử trực tiếp ta được $k=0; n=4$ và $k=2, n=3$.

Vậy hệ số của x^8 là $C_8^3.C_3^2 + C_8^4.C_4^0 = 238$.

Ví dụ 3. Đa thức $P(x) = (1+3x+2x^2)^{10} = a_0 + a_1x + \dots + a_{20}x^{20}$. Tìm a_{15}

- A. $a_{15} = C_{10}^{10}.C_{10}^5.3^5 + C_{10}^9.C_9^6.3^3 + C_{10}^8.C_8^7.3.$
 B. $a_{15} = C_{10}^{10}.C_{10}^5.2^5 + C_{10}^9.C_9^6.2^6 + C_{10}^8.C_8^7.2^7$
 C. $a_{15} = C_{10}^{10}.C_{10}^5.3^5.2^5 + C_{10}^9.C_9^6.3^3.2^6 + C_{10}^8.C_8^7.2^7$
 D. $a_{15} = C_{10}^{10}.C_{10}^5.3^5.2^5 + C_{10}^9.C_9^6.3^3.2^6 + C_{10}^8.C_8^7.3.2^7$

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P(x) &= (1+3x+2x^2)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (3x+2x^2)^k \\ &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \sum_{i=0}^k C_k^i (3x)^{k-i} (2x^2)^i = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \sum_{i=0}^k C_k^i 3^{k-i} 2^i x^{k+i} \end{aligned}$$

với $0 \leq i \leq k \leq 10$. Do đó $k+i=15$ với các trường hợp

$k=10, i=5$ hoặc $k=9, i=6$ hoặc $k=8, i=7$

Vậy $a_{15} = C_{10}^{10}.C_{10}^5.3^5.2^5 + C_{10}^9.C_9^6.3^3.2^6 + C_{10}^8.C_8^7.3.2^7$.

Ví dụ 4. Tìm hệ số không chứa x trong các khai triển sau $(x^3 - \frac{2}{x})^n$, biết rằng $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$

với $x > 0$

- A. -112640 B. 112640 C. -112643 D. 112643

Lời giải:

Ta có: $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!1!} + \frac{n!}{(n-2)!2!} = 78$

$\Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78 \Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow n = 12.$

Khi đó: $f(x) = \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{36-4k}$

Số hạng không chứa x ứng với $k: 36 - 4k = 0 \Rightarrow k = 9$

Số hạng không chứa x là: $(-2)^9 C_{12}^9 = -112640$

Ví dụ 5. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2 + 1)^n (x + 2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$

A. $n=5$

B. $n=4$

C. $n=3$

D. $n=2$

Lời giải:

Cách 1: Ta có :

$$(x^2 + 1)^n = C_n^0 x^{2n} + C_n^1 x^{2n-2} + C_n^2 x^{2n-4} + \dots + C_n^n$$

$$(x + 2)^n = C_n^0 x^n + 2C_n^1 x^{n-1} + 2^2 C_n^2 x^{n-2} + \dots + 2^n C_n^n$$

Dễ dàng kiểm tra $n = 1, n = 2$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Với $n \geq 3$ thì dựa vào khai triển ta chỉ có thể phân tích

$$x^{3n-3} = x^{2n} \cdot x^{n-3} = x^{2n-2} \cdot x^{n-1}$$

Do đó hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của

$$(x^2 + 1)^n (x + 2)^n \text{ là : } a_{3n-3} = 2^3 \cdot C_n^0 \cdot C_n^3 + 2 \cdot C_n^1 \cdot C_n^1.$$

$$\text{Suy ra } a_{3n-3} = 26n \Leftrightarrow \frac{2n(2n^2 - 3n + 4)}{3} = 26n \Leftrightarrow n = -\frac{7}{2} \text{ hoặc } n = 5$$

Vậy $n = 5$ là giá trị cần tìm.

Cách 2:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (x^2 + 1)^n (x + 2)^n &= x^{3n} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^n \left(1 + \frac{2}{x}\right)^n \\ &= x^{3n} \sum_{i=0}^n C_n^i \left(\frac{1}{x^2}\right)^i \sum_{k=0}^n C_n^k \left(\frac{2}{x}\right)^k = x^{3n} \left[\sum_{i=0}^n C_n^i x^{-2i} \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^{-k} \right] \end{aligned}$$

Trong khai triển trên, lũy thừa của x là $3n - 3$ khi

$$-2i - k = -3 \Leftrightarrow 2i + k = 3.$$

Ta chỉ có hai trường hợp thỏa mãn điều kiện này là $i = 0, k = 3$ hoặc

$i=1, k=1$ (vì i, k nguyên).

Hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n(x+2)^n$

Là: $a_{3n-3} = C_n^0.C_n^3.2^3 + C_n^1.C_n^1.2.$

$$\text{Do đó } a_{3n-3} = 26n \Leftrightarrow \frac{2n(2n^2-3n+4)}{3} = 26n \Leftrightarrow n = -\frac{7}{2} \text{ hoặc } n = 5$$

Vậy $n=5$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 6. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$,

biết $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1$.

A.210

B.213

C.414

D.213

Lời giải:

Do $C_{2n+1}^k = C_{2n+1}^{2n+1-k} \quad \forall k = 0, 1, 2, \dots, 2n+1$

$$\Rightarrow C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^n = C_{2n+1}^{n+1} + C_{2n+1}^{n+2} + \dots + C_{2n+1}^{2n+1}$$

Mặt khác: $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 2^{2n+1}$

$$\Rightarrow 2(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n) = 2^{2n+1}$$

$$\Rightarrow C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{2n} - C_{2n+1}^0 = 2^{2n} - 1$$

$$\Rightarrow 2^{2n} - 1 = 2^{20} - 1 \Rightarrow n = 10.$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } \left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^{10} &= (x^{-4} + x^7)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (x^{-4})^{10-k} \cdot x^{7k} \\ &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{11k-40} \end{aligned}$$

Hệ số chứa x^{26} ứng với giá trị k : $11k - 40 = 26 \Rightarrow k = 6$.

Vậy hệ số chứa x^{26} là: $C_{10}^6 = 210$.

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức sau

1. $f(x) = (1-2x)^{10}$

A. -15360

B. 15360

C. -15363

D. 15363

2. $h(x) = x(2+3x)^9$

A. 489889

B. 489887

C. -489888

D. 489888

3. $g(x) = (1+x)^7 + (1-x)^8 + (2+x)^9$

A.29

B.30

C.31

D.32

4. $f(x) = (3 + 2x)^{10}$

A.103680

B.1301323

C.131393

D.1031831

5. $h(x) = x(1 - 2x)^9$

A. -4608

B. 4608

C. -4618

D. 4618

6. $g(x) = 8(1 + x)^8 + 9(1 + 2x)^9 + 10(1 + 3x)^{10}$

A.22094

B.139131

C.130282

D.21031

Lời giải:

1. Ta có $f(x) = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 1^{10-k} (-2x)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-2)^k x^k$

 Số hạng chứa x^7 ứng với giá trị $k = 7$

 Vậy hệ số của x^7 là: $C_{10}^7 (-2)^7 = -15360$.

2. Ta có $(2 + 3x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^{9-k} (3x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^{9-k} 3^k x^k$

$$\Rightarrow h(x) = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^{9-k} 3^k x^{k+1}.$$

 Số hạng chứa x^7 ứng với giá trị k thỏa $k + 1 = 7 \Leftrightarrow k = 6$

 Vậy hệ số chứa x^7 là: $C_9^6 2^3 3^6 = 489888$.

3. Hệ số của x^7 trong khai triển $(1 + x)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^k$ là: $C_7^7 = 1$

Hệ số của x^7 trong khai triển $(1 - x)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (-1)^k x^k$ là: $C_8^7 (-1)^7 = -8$

Hệ số của x^7 trong khai triển $(1 + x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^k$ là: $C_9^7 = 36$.

 Vậy hệ số chứa x^7 trong khai triển $g(x)$ thành đa thức là: 29.

Chú ý:

 * Với $a \neq 0$ ta có: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ với $n \in \mathbb{N}$.

 * Với $a \geq 0$ ta có: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ với $m, n \in \mathbb{N}; n \geq 1$.

4. . Ta có $f(x) = \sum_{k=0}^{10} C_n^k 3^{10-k} (2x)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 3^{10-k} (-2)^k x^k$

Số hạng chứa x^8 ứng với giá trị $k = 8$

Vậy hệ số của x^8 là: $C_{10}^8 \cdot 3^2 \cdot (-2)^8 = 103680$.

5. . Ta có $(1-2x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k 1^{9-k} (-2x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^k$

$$\Rightarrow h(x) = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{k+1}.$$

Số hạng chứa x^8 ứng với giá trị k thỏa $k+1=8 \Leftrightarrow k=7$

Vậy hệ số chứa x^8 là: $C_9^7 (-2)^7 = -4608$.

6. Ta có: $(1+ax)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i x^i$ nên ta suy ra hệ số của x^k trong khai triển $(1+ax)^n$ là $C_n^k a^k$. Do

đó:

Hệ số của x^8 trong khai triển $(1+x)^8$ là: C_8^8

Hệ số của x^8 trong khai triển $(1+2x)^9$ là: $C_9^8 \cdot 2^8$

Hệ số của x^8 trong khai triển $(1+3x)^{10}$ là: $C_{10}^8 \cdot 3^8$.

Vậy hệ số chứa x^8 trong khai triển $g(x)$ thành đa thức là: $8C_8^8 + 9 \cdot 2^8 \cdot C_9^8 + 10 \cdot 3^8 \cdot C_{10}^8 = 22094$.

Bài 2 Tìm số hạng không chứa x trong các khai triển sau

1. $f(x) = (x - \frac{2}{x})^{12} \quad (x \neq 0)$

A.59136

B.213012

C.12373

D.139412

2. $g(x) = (\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt[4]{x^3})^{17} \quad (x > 0)$

A.24310

B.213012

C.12373

D.139412

Lời giải:

1. Ta có: $f(x) = (x - 2x^{-1})^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{12-k} \cdot (-2x^{-1})^k$

$$\sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{12-2k}$$

Số hạng không chứa x ứng với giá trị k thỏa mãn: $12-2k=0$

$\Leftrightarrow k=6 \Rightarrow$ số hạng không chứa x là: $C_{12}^6 \cdot 2^6 = 59136$.

2. Vì $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = x^{-\frac{2}{3}}$; $\sqrt[4]{x^3} = x^{\frac{3}{4}}$ nên ta có

$$f(x) = \sum_{k=0}^{17} C_{17}^k \left(x^{-\frac{2}{3}}\right)^{17-k} \cdot \left(x^{\frac{3}{4}}\right)^k = \sum_{k=0}^{17} C_{17}^k \cdot x^{\frac{17k-136}{12}}$$

Hệ số không chứa x ứng với giá trị k thỏa: $17k-136=0 \Leftrightarrow k=8$

Vậy hệ số không chứa x là: $C_{17}^8 = 24310$.

Bài 3:

1. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$ biết

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3).$$

A.495

B.313

C.1303

D.13129

2. Xét khai triển $f(x) = \left(2x + \frac{1}{x}\right)^{20}$

a. Viết số hạng thứ $k+1$ trong khai triển

A. $T_{k+1} = C_{20}^k \cdot 2^{20-k} \cdot x^{20-k}$ B. $T_{k+1} = C_{10}^k \cdot 2^{20-k} \cdot x^{20-2k}$

C. $T_{k+1} = C_{20}^k \cdot 2^{20-4k} \cdot x^{20-2k}$

D. $T_{k+1} = C_{20}^k \cdot 2^{20-k} \cdot x^{20-2k}$

b. Số hạng nào trong khai triển không chứa x

A. $C_{20}^1 \cdot 2^{10}$

B. $A_{20}^{10} \cdot 2^{10}$

C. $C_{20}^{10} \cdot 2^4$

D. $C_{20}^{10} \cdot 2^{10}$

3. Xác định hệ số của x^4 trong khai triển sau: $f(x) = (3x^2 + 2x + 1)^{10}$.

A.8089

B.8085

C.1303

D.11312

4. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

A. 2099529

B. -2099520

C. -2099529

D. 2099520

5. Tìm hệ số của x^9 trong khai triển $f(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14}$

A.8089

B.8085

C.3003

D.11312

Lời giải:

1. Ta có: $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow (C_{n+3}^n + C_{n+3}^{n+1}) - C_{n+3}^n = 7(n+3)$

$$\Leftrightarrow C_{n+3}^{n+1} = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+2)(n+3)}{2!} = 7(n+3)$$

$$\Leftrightarrow n+2 = 7 \cdot 2! = 14 \Leftrightarrow n = 12.$$

Khi đó: $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^{-3})^k \cdot \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{12-k} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{\frac{60-11k}{2}}.$

Số hạng chứa x^8 ứng với k thỏa: $\frac{60-11k}{2} = 8 \Leftrightarrow k = 4.$

Do đó hệ số của số hạng chứa x^8 là: $C_{12}^4 = \frac{12!}{4!(12-4)!} = 495.$

2. a. Ta có: $T_{k+1} = C_{20}^k (2x)^{20-k} \frac{1}{x^k} = C_{20}^k \cdot 2^{20-k} \cdot x^{20-2k}$

b. Số hạng không chứa x ứng với k : $20-2k=0 \Leftrightarrow k=10$

Số hạng không chứa x : $C_{20}^{10} \cdot 2^{10}$

3. $f(x) = (1+2x+3x^2)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x+3x^2)^k$
 $= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \sum_{i=0}^k C_k^i (2x)^{k-i} \cdot (3x^2)^i = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \sum_{i=0}^k C_k^i 2^{k-i} \cdot 3^i x^{k+i}$

với $0 \leq i \leq k \leq 10.$

Do đó $k+i=4$ với các trường hợp $i=0, k=4$ hoặc $i=1, k=3$ hoặc $i=k=2.$

Vậy hệ số chứa x^4 : $2^4 C_{10}^4 \cdot C_4^0 + 2^2 3^1 C_{10}^3 \cdot C_3^1 + 3^2 C_{10}^2 \cdot C_2^2 = 8085.$

4. Ta có: $\begin{cases} \sum_{k=0}^{2n+1} C_{2n+1}^k = 2^{2n+1} \\ \sum_{i=0}^n C_{2n+1}^{2i+1} = \sum_{i=0}^n C_{2n+1}^{2i} \end{cases} \Rightarrow \sum_{i=0}^n C_{2n+1}^{2i+1} = 2^{2n} = 1024 \Rightarrow n = 5$

Suy ra $(2-3x)^{2n} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} \cdot (-3)^k x^k$

Hệ số của x^7 là $C_{10}^7 \cdot 2^3 \cdot (-3)^7 = -2099520.$

5. Hệ số của x^9 : $C_9^9 + C_{10}^9 + C_{11}^9 + C_{12}^9 + C_{13}^9 + C_{14}^9 = 3003.$

Bài 4:

1. Xác định số hạng không phụ thuộc vào x khi khai triển biểu thức $\left[\frac{1}{x} - (x + x^2)\right]^n$ với n là

số nguyên dương thoả mãn

$C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$. (C_n^k, A_n^k tương ứng là số tổ hợp, số chỉnh hợp chập k của n phần tử).

A. -98

B. 98

C. -96

D. 96

2. Xác định hệ số của x^8 trong các khai triển sau:

a, $f(x) = (3x^2 + 1)^{10}$

A. 17010

B. 21303

C. 20123

D. 21313

b, $f(x) = \left(\frac{2}{x} - 5x^3\right)^8$

A. 1312317

B. 76424

C. 427700

D. 700000

c, $f(x) = \left(\frac{3}{x} + \frac{x}{2}\right)^{12}$

A. $\frac{297}{512}$

B. $\frac{29}{51}$

C. $\frac{27}{52}$

D. $\frac{97}{12}$

d, $f(x) = (1 + x + 2x^2)^{10}$

A. 37845

B. 14131

C. 324234

D. 131239

e, $f(x) = 8(1 + 8x)^8 - 9(1 + 9x)^9 + 10(1 + 10x)^{10}$

A. $8.C_8^0.8^8 - C_9^1.9^8 + 10.C_{10}^8.10^8$

B. $C_8^0.8^8 - C_9^1.9^8 + C_{10}^8.10^8$

C. $C_8^0.8^8 - 9.C_9^1.9^8 + 10.C_{10}^8.10^8$

D. $8.C_8^0.8^8 - 9.C_9^1.9^8 + 10.C_{10}^8.10^8$

Lời giải:

1. Ta có: $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 3 \\ \frac{n(n-1)(n-2)}{6} + 2n = (n+1)n \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 3 \\ n^2 - 9n + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow n = 8.$

Theo nhị thức Newton ta có:

$$\left[\frac{1}{x} - (x + x^2) \right]^8 = \left[\frac{1}{x} - x(1+x) \right]^8 = C_8^0 \frac{1}{x^8} - C_8^1 \frac{1}{x^6} (1+x) +$$

$$+ C_8^2 \frac{1}{x^4} (1+x)^2 - C_8^3 \frac{1}{x^2} (1+x)^3 + C_8^4 (1+x)^4 - \dots + C_8^8 x^8 (1+x)^8$$

Số hạng không phụ thuộc vào x chỉ có trong hai biểu thức

$$-C_8^3 \frac{1}{x^2} (1+x)^3 \quad \text{và} \quad C_8^4 (1+x)^4.$$

Trong đó có hai số hạng không phụ thuộc vào x là: $-C_8^3.C_3^2$ và $C_8^4.C_4^0$

Do đó số hạng không phụ thuộc vào x là: $-C_8^3.C_3^2 + C_8^4.C_4^0 = -98$.

2. a, Ta có: $f(x) = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 3^k x^{2k}$, số hạng chứa x^8 ứng với $k=4$ nên hệ số x^8 là: $C_{10}^4.3^4 = 17010$.

b, Ta có: $f(x) = \sum_{k=0}^8 C_8^k 2^{8-k} (-5)^k x^{4k-8}$, số hạng chứa x^8 ứng với $k=4$ nên hệ số của x^8 là:

$$C_8^4.2^4.(-5)^4 = 700000.$$

c, Ta có: $f(x) = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 3^{12-k} .2^{-k} .x^{2k-12}$, số hạng chứa x^8 ứng với $k=10$ nên hệ số của x^8 là:

$$C_{12}^{10}.3^2.2^{-10} = \frac{297}{512}.$$

d, Ta có: $f(x) = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x^2)^{10-k} (1+x)^k = \sum_{k=0}^{10} \sum_{j=0}^k C_{10}^k C_k^j .2^{10-k} x^{20-2k+j}$

Số hạng chứa x^8 ứng với cặp (k, j) thỏa: $\begin{cases} 0 \leq j \leq k \leq 10 \\ j = 2k - 12 \end{cases}$

Nên hệ số của x^8 là:

$$C_{10}^6 C_6^0 .2^4 + C_{10}^7 C_7^2 2^3 + C_{10}^8 C_8^4 2^2 + C_{10}^9 C_9^6 2 + C_{10}^{10} C_{10}^8 = 37845.$$

e, Ta có: $(1+8x)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k 8^{8-k} x^{8-k}$

$$(1+9x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k 9^{9-k} x^{9-k}$$

$$(1+10x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 10^{10-k} x^{10-k}$$

Nên hệ số chứa x^8 là: $8.C_8^0.8^8 - 9.C_9^1.9^8 + 10.C_{10}^8.10^8$.

Bài 5:

1. Trong khai triển $f(x) = \left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$, hãy tìm hệ số của x^{31}
A.9880 B.1313 C.14940 D.1147
2. Hãy tìm trong khai triển nhị thức $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$ số hạng độc lập đối với x
A.9880 B.1313 C.14940 D.48620
3. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^{12}$
A. $\frac{55}{9}$ B. $\frac{13}{2}$ C. $\frac{621}{113}$ D. $\frac{1412}{3123}$
4. Tính hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$
A.300123 B.121148 C.3003 D.1303
5. Cho đa thức $P(x) = (1+x) + 2(1+x)^2 + \dots + 20(1+x)^{20}$ có dạng khai triển là $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$.
Hãy tính hệ số a_{15} .
A.400995 B.130414 C.511313 D.412674
6. Khai triển $(1+x+x^2+x^3)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{15}x^{15}$
a) Hãy tính hệ số a_{10} .
A. $a_{10} = C_5^0 + C_5^4 + C_5^4C_5^3$ B. $a_{10} = C_5^0.C_5^5 + C_5^2C_5^4 + C_5^4C_5^3$
C. $a_{10} = C_5^0.C_5^5 + C_5^2C_5^4 - C_5^4C_5^3$ D. $a_{10} = C_5^0.C_5^5 - C_5^2C_5^4 + C_5^4C_5^3$
- b) Tính tổng $T = a_0 + a_1 + \dots + a_{15}$ và $S = a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{15}$
A.131 B.147614 C.0 D.1
7. Khai triển $(1+2x+3x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$
a) Hãy tính hệ số a_4

A. $a_4 = C_{10}^0 \cdot 2^4$

B. $a_4 = 2^4 C_{10}^4$

C. $a_4 = C_{10}^0 C_{10}^4$

D. $a_4 = C_{10}^0 \cdot 2^4 C_{10}^4$

b) Tính tổng $S = a_1 + 2a_2 + 4a_3 + \dots + 2^{20}a_{20}$

A. $S = 17^{10}$

B. $S = 15^{10}$

C. $S = 17^{20}$

D. $S = 7^{10}$

8. Tìm số hạng của khai triển $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9$ là một số nguyên

A. 8 và 4536

B. 1 và 4184

C. 414 và 12

D. 1313

Lời giải:

1. Đáp số: $C_{40}^3 = 9880$

2. Đáp số: $C_{18}^9 = 48620$

3. Đáp số: $\frac{1}{3^8}(-3)^4 C_{12}^4 = \frac{55}{9}$

4. Đáp số: $C_{15}^{10} = 3003$

5. Đáp số: $a_{15} = \sum_{k=15}^{20} k C_k^{15} = 400995$

6. Đặt $f(x) = (1+x+x^2+x^3)^5 = (1+x)^5(1+x^2)^5$

a) Do đó hệ số x^{10} bằng: $a_{10} = C_5^0 \cdot C_5^5 + C_5^2 C_5^4 + C_5^4 C_5^3$

b) $T = f(1) = 4^5$; $S = f(-1) = 0$

7. Đặt $f(x) = (1+2x+3x^2)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 3^k x^{2k} (1+2x)^{10-k}$

$$= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 3^k x^{2k} \sum_{i=0}^{10-k} C_{10-k}^i 2^{10-k-i} x^{10-k-i}$$

$$= \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10-k} C_{10}^k C_{10-k}^i 3^k 2^{10-k-i} x^{10+k-i}$$

a) Ta có: $a_4 = C_{10}^0 \cdot 2^4 C_{10}^4 +$

b) Ta có $S = f(2) = 17^{10}$

8. Ta có $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (\sqrt{3})^k (\sqrt[3]{2})^{9-k}$

Số hạng là số nguyên ứng với các giá trị của k thỏa:

$$\begin{cases} k = 2m \\ 9-k = 3n \Leftrightarrow k = 0, k = 6 \\ k = 0, \dots, 9 \end{cases}$$

Các số hạng là số nguyên: $C_9^0 (\sqrt[3]{2})^9 = 8$ và $C_9^6 (\sqrt{3})^6 (\sqrt[3]{2})^3$

Bài toán 2: Bài toán liên quan đến tổng $\sum_{k=0}^n a_k C_n^k b^k$.

Phương pháp 1: Dựa vào khai triển nhị thức Newton

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + a^{n-1} b C_n^1 + a^{n-2} b^2 C_n^2 + \dots + b^n C_n^n.$$

Ta chọn những giá trị a, b thích hợp thay vào đẳng thức trên.

Một số kết quả ta thường hay sử dụng:

$$* C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$* C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$$

$$* \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k = 0$$

$$* \sum_{k=0}^n C_{2n}^{2k} = \sum_{k=0}^n C_{2n}^{2k-1} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k$$

$$* \sum_{k=0}^n C_n^k a^k = (1+a)^n.$$

Phương pháp 2: Dựa vào đẳng thức đặc trưng

Mấu chốt của cách giải trên là ta tìm ra được đẳng thức (*) và ta thường gọi (*) là đẳng thức đặc trưng.

Cách giải ở trên được trình bày theo cách xét số hạng tổng quát ở vế trái (thường có hệ số chứa k) và biến đổi số hạng đó có hệ số không chứa k hoặc chứa k nhưng tổng mới dễ tính hơn hoặc đã có sẵn.

Các ví dụ

Ví dụ 1. Tìm số nguyên dương n sao cho: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$

A.4

B.11

C.12

D.5

Lời giải:

Xét khai triển: $(1+x)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2 C_n^2 + \dots + x^n C_n^n$

Cho $x=2$ ta có: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 3^n$

Do vậy ta suy ra $3^n = 243 = 3^5 \Rightarrow n=5$.

Ví dụ 2. Tính tổng sau: $S = \frac{1}{2} C_n^0 - \frac{1}{4} C_n^1 + \frac{1}{6} C_n^2 - \frac{1}{8} C_n^3 + \dots + \frac{(-1)^n}{2(n+1)} C_n^n$

A. $\frac{1}{2(n+1)}$

B.1

C.2

D. $\frac{1}{(n+1)}$

Lời giải:

Ta có: $S = \frac{1}{2} \left(C_n^0 - \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 - \dots + \frac{(-1)^n}{n+1} C_n^n \right)$

Vì $\frac{(-1)^k}{k+1} C_n^k = \frac{(-1)^k}{n+1} C_{n+1}^{k+1}$ nên: $S = \frac{1}{2(n+1)} \sum_{k=0}^n (-1)^k C_{n+1}^{k+1}$
 $= \frac{-1}{2(n+1)} \left(\sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k C_{n+1}^k - C_{n+1}^0 \right) = \frac{1}{2(n+1)}.$

Ví dụ 3. Tính tổng sau: $S = C_n^1 3^{n-1} + 2C_n^2 3^{n-2} + 3C_n^3 3^{n-3} + \dots + nC_n^n$

A. $n.4^{n-1}$

B. 0

C. 1

D. 4^{n-1}

Lời giải:

Ta có: $S = 3^n \sum_{k=1}^n k C_n^k \left(\frac{1}{3} \right)^k$

Vì $k C_n^k \left(\frac{1}{3} \right)^k = n \left(\frac{1}{3} \right)^k C_{n-1}^{k-1} \quad \forall k \geq 1$ nên

$$S = 3^n \cdot n \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{3} \right)^k C_{n-1}^{k-1} = 3^{n-1} \cdot n \sum_{k=0}^{n-1} \left(\frac{1}{3} \right)^k C_{n-1}^k = 3^{n-1} \cdot n \left(1 + \frac{1}{3} \right)^{n-1} = n \cdot 4^{n-1}.$$

Ví dụ 4. Chứng minh đẳng thức sau

1. $C_m^0 C_n^k + C_m^1 C_n^{k-1} + \dots + C_m^k C_n^0 = C_{m+n}^k$ với $m, n \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq \min\{m, n\}$

2. $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$

3. $C_n^0 C_n^k + C_n^1 C_{n-1}^{k-1} + \dots + C_n^k C_{n-k}^0 = 2^k C_n^k$ với $0 \leq k \leq n$.

Lời giải:

1. Xét khai triển: $f(x) = (1+x)^{m+n} = \sum_{i=0}^{m+n} C_{m+n}^i x^i \quad (1)$

Ta có thể khai triển $f(x)$ theo cách khác như sau

$$f(x) = (1+x)^n (1+x)^m = \left(\sum_{i=0}^n C_n^i x^i \right) \left(\sum_{j=0}^m C_m^j x^j \right) \quad (2)$$

Hệ số của x^k trong khai triển (1) là: C_{m+n}^k

Hệ số của x^k trong khai triển (2) là: $\sum_{\substack{i=0, n \\ j=0, m \\ i+j=k}} C_n^i C_m^j = \sum_{i=0}^k C_n^i C_m^{k-i}$

Từ đó ta suy ra: $\sum_{i=0}^k C_n^i C_m^{k-i} = C_{m+n}^k$.

2. Xét khai triển: $(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 + \dots + C_{2n}^{2n} x^{2n}$

Cho $x = -1$ ta có được:

$$0 = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + \dots - C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n}$$

Hay $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n}$.

3. Ta có: $C_n^i C_{n-i}^{k-i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot \frac{(n-i)!}{(n-k)!(k-i)!} = \frac{n!}{i!(n-k)!(k-i)!}$
 $= \frac{n!}{(n-k)!k!} \cdot \frac{k!}{(k-i)!i!} = C_n^k \cdot C_k^i$

Suy ra: $\sum_{i=0}^k C_n^i C_{n-i}^{k-i} = \sum_{i=0}^k C_n^k C_k^i = C_n^k \sum_{i=0}^k C_k^i = 2^k C_n^k$.

CÁC BÀI TOÁN LUYỆN TẬP

Bài 1 Chứng minh các đẳng thức sau:

1. $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1}$

2. $C_m^0 C_n^k + C_m^1 C_n^{k-1} + \dots + C_m^k C_n^0 = C_{m+n}^k$

3. $C_{2011}^0 + 2^2 C_{2011}^2 + \dots + 2^{2010} C_{2011}^{2010} = \frac{3^{2011} - 1}{2}$.

Bài 2 Tính các tổng sau:

1. $S_1 = C_n^0 + \frac{1}{2} C_n^1 + \frac{1}{3} C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1} C_n^n$

A. $\frac{2^{n+1} + 1}{n+1}$

B. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$

C. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1} + 1$

D. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1} - 1$

2. $S_2 = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$

A. $2n \cdot 2^{n-1}$

B. $n \cdot 2^{n+1}$

C. $2n \cdot 2^{n+1}$

D. $n \cdot 2^{n-1}$

3. $S_3 = 2 \cdot 1 \cdot C_n^2 + 3 \cdot 2 C_n^3 + 4 \cdot 3 C_n^4 + \dots + n(n-1) C_n^n$.

A. $n(n-1)2^{n-2}$

B. $n(n+2)2^{n-2}$

C. $n(n-1)2^{n-3}$

D. $n(n-1)2^{n+2}$

Lời giải:

1. Ta có:

$$\frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{1}{k+1} \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{1}{n+1} \frac{(n+1)!}{(k+1)![(n+1)-(k+1)]!}$$

$$= \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1} (*)$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n C_{n+1}^{k+1} = \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^{n+1} C_{n+1}^k - C_{n+1}^0 \right) = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}.$$

$$\begin{aligned} 2. \text{ Ta có: } kC_n^k &= k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \\ &= n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-1-(k-1))!} = nC_{n-1}^{k-1}, \quad \forall k \geq 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S_2 = \sum_{k=1}^n nC_{n-1}^{k-1} = n \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k = n \cdot 2^{n-1}.$$

$$3. \text{ Ta có } k(k-1)C_n^k = \frac{n!}{(k-2)!(n-k)!} = n(n-1)C_{n-2}^{k-2}$$

$$\Rightarrow S_3 = n(n-1) \sum_{k=2}^n C_{n-2}^{k-2} = n(n-1)2^{n-2}.$$

Bài 3: Tính tổng $S = C_n^0 + \frac{3^2-1}{2}C_n^1 + \dots + \frac{3^{n+1}-1}{n+1}C_n^n$

A. $S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$

B. $S = \frac{4^{n+1} + 2^{n+1}}{n+1} - 1$

C. $S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} + 1$

D. $S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} - 1$

Lời giải:

Ta có $S = S_1 - S_2$, trong đó

$$S_1 = C_n^0 + \frac{3^2}{2}C_n^1 + \frac{3^3}{3}C_n^2 + \dots + \frac{3^{n+1}}{n+1}C_n^n$$

$$S_2 = \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$$

Ta có $S_2 = \frac{2^{n+1}-1}{n+1} - 1$

Tính $S_1 = ?$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{3^{k+1}}{k+1}C_n^k &= 3^{k+1} \frac{n!}{(k+1)!(n-k)!} \\ &= \frac{3^{k+1}}{n+1} \frac{(n+1)!}{(k+1)![(n+1)-(k+1)]!} = \frac{3^{k+1}}{n+1} C_{n+1}^{k+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow S_1 &= \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n 3^{k+1} C_{n+2}^{k+1} - 2C_n^0 \\ &= \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^{n+1} 3^k C_{n+1}^k - C_n^0 \right) - 2C_n^0 = \frac{4^{n+1} - 1}{n+1} - 2.\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} - 1.$$

Bài 4:

1. Tính tổng $S = C_n^0 + \frac{2^2 - 1}{2} C_n^1 + \dots + \frac{2^{n+1} - 1}{n+1} C_n^n$

A. $S = \frac{3^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$

B. $S = \frac{3^n - 2^{n+1}}{n+1}$

C. $S = \frac{3^{n+1} - 2^n}{n+1}$

D. $S = \frac{3^{n+1} + 2^{n+1}}{n+1}$

2. Tìm số nguyên dương n sao cho :

$$C_{2n+1}^1 - 2.2C_{2n+1}^2 + 3.2^2C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1)2^n C_{2n+1}^{2n+1} = 2005$$

A. $n = 1001$

B. $n = 1002$

C. $n = 1114$

D. $n = 102$

3. Chứng minh: $1.3^0.5^{n-1}C_n^{n-1} + 2.3^1.5^{n-2}C_n^{n-2} + \dots + n.3^{n-1}.5^0C_n^0 = n.8^{n-1}$

4. Tính tổng $S = 2.1C_n^2 + 3.2C_n^3 + 4.3C_n^4 + \dots + n(n-1)C_n^n$

A. $n(n+1)2^{n-2}$

B. $n(n-1)2^{n-2}$

C. $n(n-1)2^n$

D. $(n-1)2^{n-2}$

5. Chứng minh $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$

Lời giải:

1 Ta có: $S = S_1 - S_2$

Trong đó $S_1 = \sum_{k=0}^n C_n^k \frac{2^{k+1}}{k+1}$; $S_2 = \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{k+1} = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1} - 1$

Mà $\frac{2^{k+1}}{k+1} C_n^k = \frac{2^{k+1}}{n+1} C_{n+1}^{k+1} \Rightarrow S_1 = \frac{3^{n+1} - 1}{n+1} - 1$

Suy ra: $S = \frac{3^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1}$.

2. Đặt $S = \sum_{k=1}^{2n+1} (-1)^{k-1} . k . 2^{k-1} C_{2n+1}^k$

Ta có: $(-1)^{k-1} . k . 2^{k-1} C_{2n+1}^k = (-1)^{k-1} . (2n+1) . 2^{k-1} C_{2n}^{k-1}$

Nên $S = (2n+1)(C_{2n}^0 - 2C_{2n}^1 + 2^2C_{2n}^2 - \dots + 2^{2n}C_{2n}^{2n}) = 2n+1$

Vậy $2n+1 = 2005 \Leftrightarrow n = 1002$.

3. Ta có: $VT = \sum_{k=1}^n k \cdot 3^{k-1} \cdot 5^{n-k} C_n^{n-k}$

Mà $k \cdot 3^{k-1} \cdot 5^{n-k} C_n^{n-k} = n \cdot 3^{k-1} \cdot 5^{n-k} \cdot C_{n-1}^{k-1}$

Suy ra: $VT = n(3^0 \cdot 5^{n-1} C_{n-1}^0 + 3^1 \cdot 5^{n-2} C_{n-1}^1 + \dots + 3^{n-1} \cdot 5^0 C_{n-1}^{n-1})$
 $= n(5+3)^{n-1} = n \cdot 8^{n-1}$

4. Ta có: $S = \sum_{k=2}^n k(k-1)C_n^k$

Mà $k(k-1)C_n^k = n(n-1)C_{n-2}^{k-2}$

Suy ra $S = n(n-1)(C_{n-2}^0 + C_{n-2}^1 + C_{n-2}^2 + \dots + C_{n-2}^{n-2}) = n(n-1)2^{n-2}$

5. Ta có: $(x+1)^n (1+x)^n = (x+1)^{2n}$.

Vế trái của hệ thức trên chính là:

$$(C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + \dots + C_n^n)(C_n^0 + C_n^1 x + \dots + C_n^n x^n)$$

Và ta thấy hệ số của x^n trong vế trái là

$$(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2$$

Còn hệ số của x^n trong vế phải $(x+1)^{2n}$ là C_{2n}^n

Do đó $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$

Bài 5: Tính các tổng sau

1. $S_1 = 5^n C_n^0 + 5^{n-1} \cdot 3 \cdot C_n^{n-1} + 3^2 \cdot 5^{n-2} C_n^{n-2} + \dots + 3^n C_n^0$

A. 28^n

B. $1+8^n$

C. 8^{n-1}

D. 8^n

2. $S_2 = C_{2011}^0 + 2^2 C_{2011}^2 + \dots + 2^{2010} C_{2011}^{2010}$

A. $\frac{3^{2011}+1}{2}$

B. $\frac{3^{211}-1}{2}$

C. $\frac{3^{2011}+12}{2}$

D. $\frac{3^{2011}-1}{2}$

3. $S_3 = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$

A. $4n \cdot 2^{n-1}$

B. $n \cdot 2^{n-1}$

C. $3n \cdot 2^{n-1}$

D. $2n \cdot 2^{n-1}$

4. $S_4 = 2 \cdot 1 \cdot C_n^2 + 3 \cdot 2 C_n^3 + 4 \cdot 3 C_n^4 + \dots + n(n-1)C_n^n$

A. $n(n+1)2^{n-2}$

B. $n(n-1)2^{n+2}$

C. $n(n-1)2^{n-2}$

D. $2n(n-1)2^{n-2}$

5. $S_5 = C_n^0 + \frac{3^2-1}{2}C_n^1 + \dots + \frac{3^{n+1}-1}{n+1}C_n^n.$

A. $\frac{4^{n+1}-2^{n+1}}{n+1}$

B. $\frac{4^{n+1}-2^{n+1}}{n+1}+1$

C. $\frac{4^{n+1}-2^{n+1}}{n+1}-1$

D. $\frac{4^{n+1}-2^{n+1}}{n+1}-12$

Lời giải:

1. Ta có: $S_1 = (5+3)^n = 8^n$

2. Xét khai triển:

$$(1+x)^{2011} = C_{2011}^0 + xC_{2011}^1 + x^2C_{2011}^2 + \dots + x^{2010}C_{2011}^{2010} + x^{2011}C_{2011}^{2011}$$

 Cho $x=2$ ta có được:

$$3^{2011} = C_{2011}^0 + 2.C_{2011}^1 + 2^2C_{2011}^2 + \dots + 2^{2010}C_{2011}^{2010} + 2^{2011}C_{2011}^{2011} \quad (1)$$

 Cho $x=-2$ ta có được:

$$-1 = C_{2011}^0 - 2.C_{2011}^1 + 2^2C_{2011}^2 - \dots + 2^{2010}C_{2011}^{2010} - 2^{2011}C_{2011}^{2011} \quad (2)$$

Lấy (1) + (2) ta có:

$$2(C_{2011}^0 + 2^2C_{2011}^2 + \dots + 2^{2010}C_{2011}^{2010}) = 3^{2011} - 1$$

Suy ra: $S_2 = C_{2011}^0 + 2^2C_{2011}^2 + \dots + 2^{2010}C_{2011}^{2010} = \frac{3^{2011}-1}{2}.$

3. Ta có: $kC_n^k = k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} = n \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = nC_{n-1}^{k-1}, \forall k \geq 1$

$$\Rightarrow S_3 = \sum_{k=1}^n nC_{n-1}^{k-1} = n \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k = n.2^{n-1}.$$

4. Ta có: $k(k-1)C_n^k = \frac{n!}{(k-2)!(n-k)!} = n(n-1)C_{n-2}^{k-2}$

$$\Rightarrow S_4 = n(n-1) \sum_{k=2}^n C_{n-2}^{k-2} = n(n-1)2^{n-2}.$$

 5. Ta có $S_5 = A - B$, trong đó

$$A = C_n^0 + \frac{3^2}{2}C_n^1 + \frac{3^3}{3}C_n^2 + \dots + \frac{3^{n+1}}{n+1}C_n^n$$

$$B = \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$$

 Tính $A=?$

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } \frac{3^{k+1}}{k+1} C_n^k &= 3^{k+1} \frac{n!}{(k+1)!(n-k)!} \\ &= \frac{3^{k+1}}{n+1} \frac{(n+1)!}{(k+1)![(n+1)-(k+1)]!} = \frac{3^{k+1}}{n+1} C_{n+1}^{k+1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow A &= \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n 3^{k+1} C_{n+1}^{k+1} - 2C_n^0 \\ &= \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^{n+1} 3^k C_{n+1}^k - C_n^0 \right) - 2C_n^0 = \frac{4^{n+1} - 1}{n+1} - 2\end{aligned}$$

Tính $B = ?$

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } \frac{1}{k+1} C_n^k &= \frac{1}{k+1} \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{1}{n+1} \frac{(n+1)!}{(k+1)![(n+1)-(k+1)]!} \\ &= \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1} \quad (*)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n C_{n+1}^{k+1} - 1 = \frac{1}{n+1} \left(\sum_{k=0}^{n+1} C_{n+1}^k - C_{n+1}^0 \right) = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1} - 1.$$

$$\text{Vậy } S_5 = \frac{4^{n+1} - 2^{n+1}}{n+1} - 1.$$